

Seconde C



SCENARIOS PEDAGOGIQUES

Présenté par

Simplice Dali DIGBE
Professeur de Lycée
Lycée Mixte 1 Yamoussoukro



Les Editions Dali
Janvier 2021

© Simplicé Dali DIGBE, 2021. Tous droits réservés.

Document publié par



Les Editions Dali

Yamoussoukro

DEDICACE



A ma famille . A mes amis

AVERTISSEMENT

Ceci n'est qu'un ensemble de propositions de scénarios pédagogiques.

De plus, comme toute production écrite, ce document pourrait contenir d'éventuelles coquilles.

Prière donc d'adapter ces scénarios à vos réalités et merci de pardonner et rectifier les coquilles rencontrées.



Toute reproduction ou représentation à titre commercial, sans l'autorisation de l'auteur ou de l'éditeur, constituerait une contrefaçon sanctionnée par la loi sur la propriété intellectuelle.

Sommaire

Présentation de la leçon	1
Liste des habiletés et contenus.....	2
Situation d'apprentissage.....	3
Séance 1.....	4
Séance 2.....	6
Séance 3.....	8
Séance 4	11
Séance 5	13
Séance 6	15
Séance 7	18
Supports de cours	20
Bibliographie.....	24



COMPETENCE 1**Thème 1 :** Calculs algébriques**Nombre de séances :** 7**Matériel :** Instruments de géométrie, crayon, gomme, livres et autres supports de cours**Leçon 1****POLYNOMES ET FRACTIONS RATIONNELLES****I - POLYNÔMES**

1. Présentation
2. Propriété fondamentale
3. Conséquence
4. Sommes et produits de polynômes
5. Factorisation

II - FACTORISATION PAR $x - a$

1. Racine d'un polynôme
2. Propriété
3. Détermination pratique

III - POLYNÔMES DU SECOND DEGRE

1. Factorisation d'un polynôme du second degré
2. Signe d'un polynôme du premier degré
3. Signe d'un polynôme du second degré

III - FRACTIONS RATIONNELLES

1. Présentation
2. Transformation d'écritures

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'un polynôme - la définition du degré d'un polynôme - la définition d'une fraction rationnelle - la définition du zéro d'un polynôme - la propriété relative au produit de polynômes - la propriété relative à la somme de polynômes - la propriété relative à l'égalité de deux polynômes - les produits remarquables - le théorème fondamental relatif à la factorisation par $x - a$ - les différentes écritures d'une fraction rationnelle
Reconnaître	- les coefficients d'un polynôme - la forme factorisée d'un polynôme
Vérifier	- qu'un nombre réel donné est zéro d'un polynôme
Effectuer	- la somme de deux polynômes - le produit de deux polynômes
Ecrire	- la forme canonique d'un polynôme du second degré
Factoriser	- un polynôme en utilisant les égalités remarquables - un polynôme du second degré en utilisant la forme canonique - pour factoriser par $x - a$ (a étant un zéro) et rechercher les zéros en utilisant la méthode coefficients indéterminés - pour factoriser par $x - a$ (a étant un zéro) et rechercher les zéros en utilisant la méthode de la division euclidienne
Etudier	- le signe d'un polynôme du second degré (en utilisant une expression déjà factorisée)
Transformer	- les fractions rationnelles par division - les fractions rationnelles par la méthode d'identification
Traiter	- une situation faisant appel aux polynômes ou aux fonctions rationnelles

SITUATION D'APPRENTISSAGE

C'est la période des vacances scolaires. Ahou, une de tes camarades de quartier qui est très battante, a décidé de faire de la fabrication, de la mise en bouteille et de la vente de bissap son activité de vacances afin de participer financièrement, la rentrée prochaine, à l'achat de ses fournitures scolaires. Renseignements pris, elle a su qu'elle récoltera en une journée, un bénéfice $B(q) = -q^2 + 115q + 2450$ francs, si elle produit et vend q bouteilles durant cette journée.

Ahou veut savoir la quantité de bouteilles à vendre pour avoir chaque jour, un bénéfice de 500 francs. Elle te demande de l'aider.

$$\begin{array}{r|l}
 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 & x - 3 \\
 - & \\
 \underline{2x^3 - 6x^2} & 2x^2 - 3x + 1 \\
 -3x^2 + 10x & \\
 - & \\
 \underline{-3x^2 + 9x} & \\
 x - 3 & \\
 - & \\
 \underline{x - 3} & \\
 0 &
 \end{array}$$

SEANCE 1**I – POLYNÔMES**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'un polynôme - la définition du degré d'un polynôme - la propriété relative à l'égalité de deux polynômes
Reconnaître	- le coefficient d'un polynôme

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Situation d'apprentissage</u> - Distribue les supports contenant la situation d'apprentissage - Désigne deux apprenants pour lire à haute voix l'énoncé de la situation d'apprentissage - Questionne pour vérifier le niveau de compréhension de la situation d'apprentissage - Aide à expliquer d'éventuels mots difficiles et/ou clés - Aide à identifier la tâche à réaliser.	<u>Réponses attendues</u> - Reçoivent le support contenant la situation d'apprentissage - Lisent la situation à haute voix - Répondent aux questions posées	

<u>Développement</u> (25 min)		<u>Activité</u> Exercice 1 du support de cours p20	<u>Réponses attendues</u> $m(x) = -3(x^2 + 1)^2(x^3 - 2) + 6x^4(x - 1)$ $= -3(x^4 + 2x^2 + 1)(x^3 - 2) + 6x^5 - 6x^4$ $= -3(x^7 - 2x^4 + 2x^5 - 4x^2 + x^3 - 2) + 6x^5 - 6x^4$ $= -3x^7 + 6x^4 - 6x^5 + 12x^2 - 3x^3 + 6 + 6x^5 - 6x^4$	1- <u>Présentation</u> Coller la définition 1 du support de cours p22. <u>Exemple</u> • $-3x^7$ est un monôme de degré 7 et de coefficient est -3. • x est un monôme de degré 1 et de coefficient est 1. • 6 est un monôme de degré 0 et de coefficient est 6. 2- <u>Propriété</u> Coller la propriété 1 p22 3- <u>Conséquence</u> Coller la propriété 2 p22
<u>Application</u> (15 min)		<u>Exercice</u> Exercice 2 du support de cours p20	<u>Réponses attendues</u> On a $P(x) = a(x - 1)(x + b)$ 1- <u>Développement</u> $P(x) = a(x^2 + bx - x - b) = ax^2 + a(b - 1)x - ab$ 2- <u>Détermination de a et b</u> $P(x) = ax^2 + a(b - 1)x - ab$ et $P(x) = -3x^2 + x + 2$ signifie que $ax^2 + a(b - 1)x - ab = -3x^2 + x + 2$. D'où : $\begin{cases} a = -3 \\ a(b - 1) = 1 \\ -ab = 2 \end{cases}$. On obtient $a = -3$ et $b = \frac{2}{3}$.	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 3 p20		

SEANCE 2**I – POLYNOMES** (Suite)

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la propriété relative au produit de polynômes - la propriété relative à la somme de polynômes - les produits remarquables
Effectuer	- la somme de deux polynômes - le produit de deux polynômes

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				4- <u>Somme et produit de polynômes</u> a- <u>Somme</u> <u>Exemple</u> Copier l'exercice 4 traité en application b- <u>Produit</u> Coller la propriété 3 p22 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 5.

SEANCE 3**I – POLYNOMES** (Suite et fin)

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les produits remarquables
Reconnaître	- la forme factorisée d'un polynôme
Factoriser	- un polynôme en utilisant les égalités remarquables

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				5- Factorisation a- <u>Mise en évidence d'un facteur commun</u> <u>Exemple</u> Copier l'exercice 7 traité en application b- <u>Utilisation des produits remarquables</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 3 du support de cours p22

[illegible]

			c) $T(x) = (2x - 3)^3 - 27x^3$ $T(x) = (2x - 3)^3 - (3x)^3$ $T(x) = [(2x - 3) - 3x] [(2x - 3)^2 + (2x - 3)(3x) + (3x)^2]$ $T(x) = (-x - 3)(19x^2 - 21x + 9)$	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 9 du support de cours p20		

SEANCE 4**II – FACTORISATION PAR $x - a$**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- le théorème fondamental relatif à la factorisation par $x - a$
Vérifier	- qu'un nombre réel donné est zéro d'un polynôme
Factoriser	- par $x - a$ (a étant un zéro) et rechercher les zéros en utilisant la méthode coefficients indéterminés - par $x - a$ (a étant un zéro) et rechercher les zéros en utilisant la méthode de la division euclidienne

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (20 min)		<u>Exercice</u> Exercice 10 du support de cours p20	<u>Réponses attendues</u> $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$ 1) Justification $P(2) = 3.(2)^3 - 4.(2)^2 - 5.(2) + 2$ $P(2) = 24 - 16 - 10 + 2$ $P(2) = 26 - 26$ $P(2) = 0$ 2) Factorisation de $P(x) - P(2)$ Voir page suivante pour la démo.	1- Racine d'un polynôme a- <u>Définition</u> Coller la définition 2 du support de cours p22 b- <u>Propriété</u> Coller la propriété 4 p22 2- Factorisation par $x - a$ <u>Exemple</u> Copier l'exercice 11 traité en application

			On a : $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$ (1) et $P(2) = 3.2^3 - 4.2^2 - 5.2 + 2$ (2) La soustraction membre à membre de (1) et (2) donne : $ \begin{aligned} P(x) - P(2) &= 3(x^3 - 2^3) - 4(x^2 - 2^2) - 5(x - 2) \\ &= 3(x-2)(x^2+2x+2^2) - 4(x-2)(x+2) - 5(x-2) \\ &= (x-2)[3(x^2+2x+4) - 4(x+2) - 5] \\ &= (x-2)(3x^2+6x+12-4x-8-5) \\ &= (x-2)(3x^2+2x-1) \end{aligned} $			
<u>Application</u> (20 min)		<u>Exercice</u> Exercice 11 du support de cours p20	<u>Réponses attendues</u> $H(x) = mx^3 + 2x^2 - 6x - 3$ 1) Valeur de m $H(x)$ factorisable par $x + 1 \Leftrightarrow H(-1) = 0$ C'est-à-dire $-m + 2 + 6 - 3 = 0$. On trouve $m = 5$ 2) Détermination de $Q(x)$ <u>Division euclidienne</u> <table> <tr> <td> $\begin{array}{r} 5x^3 + 2x^2 - 6x - 3 \\ - (5x^3 + 5x^2) \\ \hline -3x^2 - 6x \\ - (-3x^2 - 3x) \\ \hline -3x - 3 \\ - (-3x - 3) \\ \hline 0 \end{array}$ </td> <td> $\begin{array}{r} x + 1 \\ \hline 5x^2 - 3x - 3 \end{array}$ </td> </tr> </table>	$ \begin{array}{r} 5x^3 + 2x^2 - 6x - 3 \\ - (5x^3 + 5x^2) \\ \hline -3x^2 - 6x \\ - (-3x^2 - 3x) \\ \hline -3x - 3 \\ - (-3x - 3) \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x + 1 \\ \hline 5x^2 - 3x - 3 \end{array} $	
$ \begin{array}{r} 5x^3 + 2x^2 - 6x - 3 \\ - (5x^3 + 5x^2) \\ \hline -3x^2 - 6x \\ - (-3x^2 - 3x) \\ \hline -3x - 3 \\ - (-3x - 3) \\ \hline 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} x + 1 \\ \hline 5x^2 - 3x - 3 \end{array} $					
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 12 du support de cours p21				

SEANCE 5**III – POLYNÔME DU SECOND DEGRE**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Ecrire	- la forme canonique d'un polynôme du second degré

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				1- <u>Forme canonique</u> a- <u>Présentation</u> Coller la définition 3 du support de cours p22 b- <u>Méthodologie</u> Coller la méthodologie p22 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 13 traité en application
<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 13 du support de cours p21	<u>Réponses attendues</u> <i>Voir page suivante pour les réponses</i>	

		a) $P(x) = (x - 3)^2 - 9 + 5$ $= (x - 3)^2 - 4 = (x - 5)(x - 1)$ b) $Q(x) = (x + 1)^2 - 1 - 6$ $= (x + 1)^2 - 7 = (x + 1 - \sqrt{7})(x + 1 + \sqrt{7})$ c) $R(x) = (x + \frac{\sqrt{2}}{2})^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= (x + \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 0 = (x + \frac{\sqrt{2}}{2})^2$ d) $S(x) = (x - \frac{2}{3})^2 - \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = (x - \frac{2}{3})^2 + \frac{2}{9}$ $S(x)$ n'est pas factorisable. e) $T(x) = 5(x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{4}{5}) = 5[(x - \frac{1}{10})^2 - \frac{81}{100}]$ $= (5x + 4)(x - 1)$ f) $U(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 10x - 2) = \frac{1}{2}[(x + 5)^2 - 27]$ $= \frac{1}{2}(x + 5 - 3\sqrt{3})(x + 5 + 3\sqrt{3})$ g) $V(x) = \frac{9}{2}(x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{4}{81}) = \frac{9}{2}(x - \frac{2}{9})^2$ h) $W(x) = -3(x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{3})$ $= -3[(x + \frac{\sqrt{3}}{6})^2 + \frac{1}{4}]$ $W(x)$ n'est pas factorisable.	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 14 du support de cours p21	

SEANCE 6**III – POLYNÔME DU SECOND DEGRE** (Suite et fin)

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Etudier	- le signe d'un polynôme du second degré (en utilisant une expression déjà factorisée)

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite																						
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué																							
<u>Développement</u> (15 min)		<u>Exercice</u> Exercice 16 du support de cours p21	<u>Réponses attendues</u> <u>1) Tableau</u> <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0.1</td><td>0.7</td><td>1.1</td><td>1.5</td></tr><tr><td>Signe de $P(x)$</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>$\pm$</td></tr></table> <table><tr><td>x</td><td>1.9</td><td>2.3</td><td>3.1</td><td>3.6</td></tr><tr><td>Signe de $P(x)$</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr></table> <u>2) Equation</u> $P(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5.$ <u>3) Signe de $P(x)$</u> On voit que $P(x) \geq 0$ pour $x \geq 1.5$ et $P(x) \leq 0$ pour $x \leq 1.5$	x	-1	0.1	0.7	1.1	1.5	Signe de $P(x)$	-	-	-	-	$\pm$	x	1.9	2.3	3.1	3.6	Signe de $P(x)$	+	+	+	+	2- <u>Signe d'un polynôme du premier degré</u> <u>Présentation</u> Coller le tableau p23 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 16 traité en application 3- <u>Signe d'un polynôme du second degré</u> <u>Présentation</u> Coller le tableau p23 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 17 traité en application
x	-1	0.1	0.7	1.1	1.5																					
Signe de $P(x)$	-	-	-	-	$\pm$																					
x	1.9	2.3	3.1	3.6																						
Signe de $P(x)$	+	+	+	+																						

Application

(25 min)

ExerciceExercice 16 du support
de cours p21Réponses attendues1) Signe de $P(x)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$P(x)$	-	0	+

★ Pour tout $x \in]-\infty; -2]$, $P(x) \leq 0$.★ Pour tout $x \in [-2; +\infty[$, $P(x) \geq 0$.2) Signe de $Q(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$+\infty$
$Q(x)$	+	0	-

★ Pour tout $x \in]-\infty; -\frac{5}{2}]$, $Q(x) \geq 0$.★ Pour tout $x \in [-\frac{5}{2}; +\infty[$, $Q(x) \leq 0$.3) Signes de $P(-\sqrt{2020})$ et de $Q(\sqrt{2021})$ ★ Comme $-\sqrt{2020} \in]-\infty; -2]$, $P(-\sqrt{2020}) \leq 0$ ★ Puisque $\sqrt{2021} \in [-\frac{5}{2}; +\infty[$, $Q(\sqrt{2021}) \leq 0$ Réponses attenduesa) $P(x) = (x-2)(x+1)$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	0	+
$x+1$	-	0	+	+
$P(x)$	+	0	-	+

★ $\forall x \in]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$, $P(x) \geq 0$.★ $\forall x \in [-1; 2]$, $P(x) \leq 0$.ExerciceExercice 17 du support
de cours p21

b) $P(x) = (3x + 5)(7 - 4x)$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{7}{4}$	$+\infty$
$3x + 5$	-	0	+	+
$7 - 4x$	+	+	0	-
$P(x)$	-	0	+	-

★ Pour tout $x \in \left] -\infty; -\frac{5}{3} \right] \cup \left[\frac{7}{4}; +\infty \right[$, $P(x) \leq 0$.

★ Pour tout $x \in \left[-\frac{5}{3}; \frac{7}{4} \right]$, $P(x) \geq 0$.

c) $P(x) = 5x^2 - 19x + 12$

On factorise $P(x)$ en s'aidant de sa forme canonique. On obtient $P(x) = (x - 3)(5x - 4)$.

D'où le tableau :

x	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	3	$+\infty$
$x - 3$	-	-	0	+
$5x - 4$	-	0	+	+
$P(x)$	+	0	-	+

★ Pour tout $x \in \left] -\infty; \frac{4}{5} \right] \cup [3; +\infty[$, $P(x) \geq 0$.

★ Pour tout $x \in \left[\frac{4}{5}; 3 \right]$, $P(x) \leq 0$.

d) $P(x) = 4x^2 - 12x + 10$

On écrit $P(x)$ sous sa forme canonique : $P(x) = 4 \left[\left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] = 4 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 + 1$.

On constate que $P(x)$ n'est pas factorisable. On peut cependant déterminer son signe.

En effet, $\forall x \in \mathbb{R}$, on a $\left(x - \frac{3}{2} \right)^2 \geq 0$. Donc $P(x) \geq 0$ car c'est la somme de nombres positifs.

Exercice de maison

Exercice 18 du support
de cours p21

SEANCE 7**IV – FRACTIONS RATIONNELLES**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une fraction rationnelle - les différentes écritures d'une fraction rationnelle
Transformer	- les fractions rationnelles par division - les fractions rationnelles par la méthode d'identification

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				1- <u>Présentation</u> Coller la définition 4 du support de cours p23 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 16 traité en application 2- <u>Transformations d'écritures</u> <u>Exemple</u> Copier les exercices 19, 20 et 21 traités en application

<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 19 du support de cours p21	<u>Réponses attendues</u> $G(x) = 9x^2 - 4 - 2x(2 - 3x)$ et $H(x) = (3x - 2)(x + 1)$ 1) Justification $G(x) = 9x^2 - 4 - 2x(2 - 3x) = (3x - 2)(3x + 2) + 2x(3x - 2)$ $G(x) = (3x - 2)(3x + 2 + 2x) = (3x - 2)(5x + 2)$ 2-a) Condition d'existence de $F(x)$ $F(x)$ existe si et seulement si $H(x) \neq 0$. C'est-à-dire $3x - 2 \neq 0$ et $x + 1 \neq 0$. Ou encore $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq -1$ 2-b) Ecriture simplifiée de $F(x)$. Pour tout $x \neq \frac{2}{3}$ et $x \neq -1$, $F(x) = \frac{(3x - 2)(5x + 2)}{(3x - 2)(x + 1)} = \frac{5x + 2}{x + 1}$	
		<u>Exercice</u> Exercice 20 du support de cours p21	<u>Réponses attendues</u> $f(x) = \frac{-5x + 6}{-x + 2}$. 1) Ensemble de définition de f $x \in D_f \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ et } -x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ et } x \neq 2$. Donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ 2) Détermination de a et b $f(x) = a + \frac{b}{-x + 2} \Leftrightarrow \frac{-5x + 6}{-x + 2} = \frac{-ax + 2a + b}{-x + 2} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = -5 \\ 2a + b = 6 \end{cases}$. On trouve comme solutions du système : $a = 5$ et $b = -4$. D'où $f(x) = 5 - \frac{4}{-x + 2}$	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 21 du support de cours p21		

Exercice 1

Développe, réduis et ordonne l'expression :

$$m(x) = -3(x^2 + 1)^2(x^3 - 2) + 6x^4(x - 1)$$

Exercice 2

Soit un polynôme $P(x) = a(x - 1)(x + b)$ où a et b sont des réels.

1. Développe, réduis et ordonne $P(x)$.
2. Détermine les nombres a et b pour qu'on ait $P(x) = -3x^2 + x + 2$.
3. Dédus de la question précédente une forme factorisée de $P(x)$.

Exercice 3

On donne le polynôme $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$.

Détermine les valeurs des nombres réels a , b et c pour qu'on ait

$$Q(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$$

Exercice 4

On considère les polynômes : $A(x) = 6x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 7x + 6$,
 $B(x) = 7x^4 + x^3 - 3x + 1$ et $C(x) = -6x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 5x^2 + x - 3$.

1. Détermine : $A(x) + B(x)$, $C(x) - A(x)$, $B(x) - (C(x) - A(x))$
2. Quel est le degré de chaque polynôme obtenu ?

Exercice 5

On considère les polynômes de l'exercice 4.

1. Détermine : $6xB(x) + 7C(x)$, $(2x^2 + 3x - 1)B(x)$.
 $F(x) = (2x - 3)^3$ et $G(x) = (1 - 3x)(1 + 3x + 9x^2)$
2. Quel est le degré de chaque polynôme obtenu ?

Exercice 6

On donne :

$$R(x) = (2x^2 + x^4)^3 \text{ et } S(x) = ((1 - x^3) - x^6)((1 - x^3) + x^6)$$

1. Développe, réduis et ordonne $R(x)$ et $S(x)$.
2. Quel est le degré de $R(x) + S(x)$?

Exercice 7

Factorise :

- a) $A(x) = -3(x - 1)^2 + 5x(x - 1) + 7x - 7$
- b) $B(x) = -2x(x - 3) + 7(3 - x) - 4x(x - 3)$
- c) $C(x) = 2x^2 - 14x + 3(x - 7)(2x + 1) - (x - 7)^2$

Exercice 8

Factorise :

- a) $R(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
- b) $S(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$
- c) $T(x) = (2x - 3)^3 - 27x^3$

Exercice 9

Factorise :

- a) $F(x) = 8x^3 - 18x$
- b) $G(x) = -5(x - 1) + x^2 - 2x + 1 + 2(x^3 - 1)$
- c) $H(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - (x^2 + 6x + 9)$

Exercice 10

On considère le polynôme $P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

1. Justifie que $P(2) = 0$
2. Dédus-en une factorisation de l'expression $P(x) - P(2)$

Exercice 11

Soit $H(x) = mx^3 + 2x^2 - 6x - 3$ où m est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de m , $H(x)$ est-il divisible par $x + 1$?
2. Pour $m = 5$, trouve le polynôme $Q(x)$ tel que $H(x) = (x + 1)Q(x)$.

Exercice 12

Soit $S(x) = -9x^4 + 12x^3 - 7x^2 + 20x - 12$.

Détermine, en effectuant une division euclidienne, les nombres réels a, b, c et d tels que $S(x) = (3x - 2)(ax^3 + bx^2 + cx + d)$

Exercice 13

Ecris chacun des polynômes qui suivent sous sa forme canonique et factorise-le si cela est possible :

- a) $P(x) = x^2 - 6x + 5$ b) $Q(x) = x^2 + 2x - 6$
 c) $R(x) = x^2 + x\sqrt{2} + \frac{1}{2}$ d) $S(x) = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$
 e) $T(x) = 5x^2 - x - 4$ f) $U(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$
 g) $V(x) = \frac{9}{2}x^2 - 2x + \frac{2}{9}$ h) $W(x) = -3x^2 - x\sqrt{3} - 1$

Exercice 14

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $(E_1) : x^2 - 4x + 9 = 0$ c) $(E_3) : -2x^2 - 4x + 6 = 0$
 b) $(E_2) : x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{8} = 0$ d) $(E_4) : \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{13}{6} = 0$

Exercice 15

On donne : $P(x) = 2x - 3$. Complète le tableau ci-dessous :

x	-1	0.1	0.7	1.1	1.5	1.9	2.3	3.1	3.6
Signe de $P(x)$									

- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- Quel est le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x ?

Exercice 16

On considère les polynômes $P(x) = 3x + 6$ et $Q(x) = -2x - 5$

- Etudie le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x .
- Etudie le signe de $Q(x)$ suivant les valeurs de x .
- Trouve sans calcul, le signe de $P(-\sqrt{2020})$ et celui de $Q(\sqrt{2021})$

Exercice 17

Détermine dans chaque cas le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x :

- a) $P(x) = (x - 2)(x + 1)$ b) $P(x) = (3x + 5)(7 - 4x)$
 c) $P(x) = 5x^2 - 19x + 12$ d) $P(x) = 4x^2 - 12x + 10$

Exercice 18

Soit $R(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x - 6$.

- Justifie que $R(1) = 0$.
- Détermine le polynôme $S(x)$ tel que $R(x) = (x - 1)S(x)$.
- Factorise $S(x)$.
- Déduis des questions 2 et 3 le signe de $R(x)$ selon les valeurs de x .

Exercice 19

On considère $G(x) = 9x^2 - 4 - 2x(2 - 3x)$ et $H(x) = (3x - 2)(x + 1)$

- Justifie que $G(x) = (3x - 2)(5x + 2)$
- On pose $F(x) = \frac{G(x)}{H(x)}$.
 - Pour quelles valeurs de x la fraction $F(x)$ existe-t-elle ?
 - Donne une écriture simplifiée de $F(x)$.

Exercice 20

f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = \frac{-5x + 6}{-x + 2}$.

- Détermine l'ensemble de définition de f .
- Détermine les nombres réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{-x + 2}$.

Exercice 21

g est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $g(x) = \frac{2x^2 + x - 4}{x + 1}$.

- Détermine l'ensemble de définition de g .
- Détermine les nombres réels m, p et q tels que $g(x) = mx + p + \frac{q}{x + 1}$.

Définition 1

★ Une expression de la forme ax^n , dans laquelle $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$ est un *monôme* en x .

▷ a est son *coefficient*,

▷ n est son *degré*.

★ La somme de deux, trois ou plus de trois monômes en x est un *polynôme* en x .

★ Les coefficients d'un polynôme sont les coefficient des monômes qui le constituent.

★ Le degré d'un polynôme est le plus grand des degrés des monômes qui le constituent.

★ Si le polynôme est noté P alors son degré est noté $d^\circ P$

Propriété 1

On peut écrire l'expression d'un polynôme P sous la forme

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

où $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ sont des nombres réels ($a_n \neq 0$) et $n \in \mathbb{N}$.

Cette écriture est alors *unique* et pour chaque $k \in \mathbb{N}$, le monôme $a_k x^k$ est appelé *terme de degré k* .

Propriété 2

Deux polynômes sont égaux si et seulement si :

▷ ils ont le même degré.

▷ leurs termes de même degré ont aussi le même coefficient.

Propriété 3

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

Définition 2

Un nombre a est une *racine* d'un polynôme P signifie que $P(a) = 0$.
On dit aussi que a est un *zéro* de P .

Propriété 4

★ P est un polynôme

★ $a \in \mathbb{R}$

$P(a) = 0$ si et seulement si pour tout nombre réel x , le polynôme $P(x)$ peut s'écrire $P(x) = (x-a)Q(x)$ où Q est un polynôme tel que $d^\circ Q = d^\circ P - 1$.

On dit alors que $P(x)$ est *factorisable* ou *divisible* par $(x-a)$.

Définition 3

Un polynôme du second degré est un polynôme de la forme $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels tels que $a \neq 0$. Cette expression est sa *forme réduite*.

On peut aussi l'écrire sous sa *forme canonique* : $P(x) = a[(x+\alpha)^2 + \beta]$ où a, α et β sont des réels tels que $a \neq 0$

Méthodologie

★ D'abord, on met a en facteur pour obtenir $P(x) = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right]$.

★ Ensuite, on écrit $x^2 + \frac{b}{a}x$ sous la forme $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2$.

★ Enfin, on calcule $-\left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a}$

Définition 4

On appelle *fraction rationnelle* toute expression de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$ où P et Q sont deux polynômes.

Signe de $ax + b$ où $a \neq 0$

★ On résout l'équation $ax + b = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a

Signe de $ax + b$ où $a \neq 0$

★ On résout l'équation $ax + b = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a

Signe de $ax + b$ où $a \neq 0$

★ On résout l'équation $ax + b = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a

Signe de $(ax + b)(cx + d)$ où $a \neq 0$ et $c \neq 0$

★ On résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$ ou $x = -\frac{d}{c}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit : (on suppose ici que $-\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}$)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a	signe de a
$cx + d$	signe de $(-c)$		signe de $(-c)$	0 signe de c
$(ax + b)(cx + d)$	signe de (ac)	0	signe de $(-ac)$	0 signe de ac

Signe de $(ax + b)(cx + d)$ où $a \neq 0$ et $c \neq 0$

★ On résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$ ou $x = -\frac{d}{c}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit : (on suppose ici que $-\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}$)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$	
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a	signe de a	
$cx + d$	signe de $(-c)$		signe de $(-c)$	0	signe de c
$(ax + b)(cx + d)$	signe de (ac)	0	signe de $(-ac)$	0	signe de ac

Signe de $(ax + b)(cx + d)$ où $a \neq 0$ et $c \neq 0$

★ On résout l'équation $(ax + b)(cx + d) = 0$. On trouve $x = -\frac{b}{a}$ ou $x = -\frac{d}{c}$.

★ On remplit le tableau ci-dessous comme suit : (on suppose ici que $-\frac{b}{a} < -\frac{d}{c}$)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$	
$ax + b$	signe de $(-a)$	0	signe de a	signe de a	
$cx + d$	signe de $(-c)$		signe de $(-c)$	0	signe de c
$(ax + b)(cx + d)$	signe de (ac)	0	signe de $(-ac)$	0	signe de ac



Bibliographie



- AUDIRAC, J.L. et al (1981) *MATHS 2^e Algèbre*, France (Paris).Magnard.
- AUDIRAC, J.L. et al (1981) *MATHS 2^e Géométrie*, France (Paris).Magnard.
- BONNEFOND, G. et al (1994) *PYTHAGORE Mathématiques Seconde*, France (Paris).Hatier.
- BONTEMPS, G. et al (1994) *FRACTALES Mathématiques 2^{de} S*, France (Paris).Bordas.
- FAURE, P. et al (1990) *Mathématiques Secteur industriel BEP1*, France (Paris).Nathan.
- FAURE, P. et al (1990) *Mathématiques Secteur industriel BEP2*, France (Paris).Nathan.
- FREDON, D. et al (1984) *Mathématiques Classe de seconde*, France (Paris).Armand Colin.
- OLIVIER, Y. et al (1995) *Math 2^e* , France (Paris).Belin.
- QUESAYNNE, M. et al (1973) *Mathématique 2^e CT*, France (Paris).Nathan.
- TANOI, K. et al (1992) *Mon cahier d'habiletés Maths 2^{de} C*, Côte-d'Ivoire (Abidjan).JD Editions.
- TOURE, S. et al (1997) *CIAM Mathématiques 2^e S*, France (Vanves).Edicef.
- TOURE, S. et al (1996) *IRMA Mathématiques 2^e C.T.*, Côte-d'Ivoire (Abidjan).Cedic-Nea.

Ouvrages généraux

- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Troisième (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Seconde C (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Première D (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Dictionnaire Encarta , (2007), Version numérique
- Le Petit Robert de la langue française, (2012), Version numérique

Webographie

- Illustration de la dédicace : abuledu.org .
- Illustration de la bibliographie : lesdefinitions.fr

