

Seconde C



SCENARIOS PEDAGOGIQUES

Présenté par

Simplice Dali DIGBE
Professeur de Lycée
Lycée Mixte 1 Yamoussoukro



Les Editions Dali
Avril 2021

© Simplicite Dali DIGBE, 2021. Tous droits réservés.

Document publié par



Les Editions Dali

Yamoussoukro

DEDICACE



A ma famille . A mes amis

AVERTISSEMENT

Ceci n'est qu'un ensemble de propositions de scénarios pédagogiques.

De plus, comme toute production écrite, ce document pourrait contenir d'éventuelles coquilles.

Prière donc d'adapter ces scénarios à vos réalités et merci de pardonner et rectifier les coquilles rencontrées.



Toute reproduction ou représentation à titre commercial, sans l'autorisation de l'auteur ou de l'éditeur, constituerait une contrefaçon sanctionnée par la loi sur la propriété intellectuelle.

Sommaire

Présentation de la leçon.....	1
Liste des habiletés et contenus	2
Situation d'apprentissage	3
Séance 1	4
Séance 2	6
Séance 3	8
Séance 4	10
Séance 5	12
Séance 6	14
Supports de cours	16
Bibliographie	20



COMPETENCE 3**Thème 1 : Géométrie plane****Nombre de séances : 6****Matériel :** Instruments de géométrie, crayon, gomme, livres
et autres supports de cours**Leçon 4****PRODUIT SCALAIRE****I - DEFINITIONS ET PROPRIETES**

1. Définition
2. Propriétés
3. Interprétation géométrique

II - PROPRIETES DU PRODUIT SCALAIRE

1. Produit scalaire et orthogonalité
2. Caractérisation d'un cercle de diamètre donné

III - RELATIONS METRIQUES DANS UN TRIANGLE

1. Relations métriques caractérisant un triangle rectangle
2. Relations métriques caractérisant un triangle quelconque

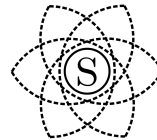
IV - FORME ANALYTIQUE DU PRODUIT SCALAIRE

Expression du produit scalaire de deux vecteurs dans une base orthonormée

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition du produit scalaire de deux vecteurs - la définition du carré scalaire d'un vecteur - les propriétés relatives au produit scalaire de deux vecteurs - la propriété relative au carré scalaire d'un vecteur - la propriété relative à l'interprétation géométrique du produit scalaire - les propriétés relatives aux règles de calculs sur le produit scalaire - le théorème d'Al Kashi - les propriétés relatives aux vecteurs orthogonaux - les relations métriques caractérisant un triangle rectangle - l'expression du produit scalaire dans une base orthonormée
Traduire	- l'orthogonalité de deux droites à l'aide du produit scalaire
Calculer	- le produit scalaire de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées dans une base orthonormée - la longueur d'un côté d'un triangle en utilisant le théorème d'Al Kashi - la mesure d'un angle d'un triangle en utilisant le théorème d'Al Kashi
Démontrer	- une propriété en utilisant les règles de calculs du produit scalaire
Déterminer	- la mesure de l'angle de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées
Ecrire	- une équation cartésienne d'un cercle dont on connaît un diamètre
Traiter	- une situation faisant appel au produit scalaire

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Arrêtée dans la cours du Lycée pendant la récréation, votre camarade Okoin a vu venir vers elle, poussé par le vent, le sujet d'un devoir de Physique, de niveau 2nd C. Elle a soulevé la feuille et y a découvert un exercice qui disait ceci : " *Un point O est soumis à deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ qui forment entre elles un angle de 50° . Leurs intensités respectives sont $F_1 = 300\text{ N}$ et $F_2 = 200\text{ N}$. Calcule l'intensité de la résultante $\vec{R}$ de ces deux forces* ". Après des essais sans succès, elle vous présente l'exercice et vous demande de l'aider.



SEANCE 1**I – DEFINITIONS ET PROPRIETES****Durée :** 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition du produit scalaire de deux vecteurs - la définition du carré scalaire d'un vecteur - les propriétés relatives au produit scalaire de deux vecteurs - la propriété relative au carré scalaire d'un vecteur

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Situation d'apprentissage</u> - Distribue les supports contenant la situation d'apprentissage - Désigne deux apprenants pour lire à haute voix l'énoncé de la situation d'apprentissage - Questionne pour vérifier le niveau de compréhension de la situation d'apprentissage - Aide à expliquer d'éventuels mots difficiles et/ou clés - Aide à identifier la tâche à réaliser.	<u>Réponses attendues</u> - Reçoivent le support contenant la situation d'apprentissage - Lisent la situation à haute voix - Répondent aux questions posées	

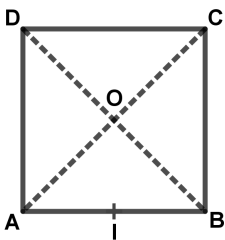
<u>Développement</u> (10 min)				1- <u>Définitions</u> Coller la définition 1 du support de cours p18. <u>Exemple</u> Copier les exercices 1 et 2 traités en application 2- <u>Propriété</u> Coller les propriétés 1 et 2 du support p18
<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 1 du support de cours p16 <u>Exercice</u> Exercice 2 du support de cours p16	<u>Réponses attendues</u> <u>Calcul de $\vec{u}.\vec{v}$ dans chaque cas</u> a) $\vec{u}.\vec{v} = 2 \times 1 \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ b) $\vec{u}.\vec{v} = 2 \times 1 \times \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$ <u>Réponses attendues</u> <u>Calcul des normes</u> $\vec{u}.\vec{v} = \ \vec{u}\ \times \ \vec{v}\ \times \cos\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) \Leftrightarrow 2 = \ \vec{u}\ ^2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\Leftrightarrow 2 = \ \vec{u}\ ^2 \times \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \ \vec{u}\ ^2 = 4$ On en tire $\ \vec{u}\ = \ \vec{v}\ = 2$	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 3 du support de cours p16		

SEANCE 2**I – DEFINITIONS ET PROPRIETES** (Suite et fin)

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la propriété relative à l'interprétation géométrique du produit scalaire

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				3- <u>Interprétation géom. du produit scalaire</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 3 p18 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 4 traité en application
<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 4 du support de cours p16	<u>Réponses attendues</u> 	

			$\star \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AB} = AB \times AB = 16$ $\star \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overline{AB} \times \overline{BA} = AB \times (-BA) = -16$ $\star \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overline{AB} \times \overline{AB} = AB \times AB = 16$ $\star \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{BD} \times \overline{OO} = BD \times 0 = 0$ $\star \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DO} = \overline{AB} \times \overline{AI} = AB \times \frac{AB}{2} = 8.$	
		<u>Exercice de maison</u> Exercices 5 du support de cours p16		

SEANCE 3**II – PROPRIETES DU PRODUIT SCALAIRE**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les propriétés relatives aux vecteurs orthogonaux
Traduire	- l'orthogonalité de deux droites à l'aide du produit scalaire

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				1- <u>Produit scalaire et orthogonalité</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 4 p18 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 6 traité en application 2- <u>Caractérisation d'un cercle de diam. donné</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 5 p18 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 8 traité

<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 6 du support de cours p16	<u>Réponses attendues</u> On a $AB^2 = 6^2 = 36$, $BC^2 = 8^2 = 64$ et $AC^2 = 10^2 = 100$. Comme $AC^2 = AB^2 + BC^2$, le triangle ABC est rectangle en B , d'après la réciproque de la propriété de Pythagore. Par conséquent $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$	
		<u>Exercice</u> Exercice 8 du support de cours p16	<u>Réponses attendues</u> a) F b) V c) F d) F e) V f) V g) F h) V i) V	
		<u>Exercices de maison</u> Exercices 7 et 9 du support de cours p16		

SEANCE 4**II – PROPRIETES DU PRODUIT SCALAIRE** (Suite et fin)

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les propriétés relatives aux règles de calculs sur le produit scalaire
Démontrer	- une propriété en utilisant les règles de calculs du produit scalaire

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction des exercices de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé des exercices indiqués	
<u>Développement</u> (10 min)				3- <u>Règles de calcul</u> <u>Propriétés</u> Coller les propriétés 6, 7 et 8 du support p18 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 10 et 11 traités en application.
<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 10 du support de cours p16	<u>Réponses attendues</u> a) $\vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{c} \cdot \vec{a} + \vec{c} \cdot \vec{b} = 5 - 1 = 4$ b) $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{c}) = 4\vec{a} \cdot \vec{c} + 6\vec{b} \cdot \vec{c}$ $= 4 \times 5 + 6 \times (-1)$ $= 20 - 6 = 14$	

		c) $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b}) = \ \vec{a}\ ^2 - \ \vec{b}\ ^2 = 2^2 - 2.5^2 = -2.25$ d) $\ 2\vec{c} + 3\vec{b}\ ^2 = 2(2\vec{c}).(3\vec{b}) + \ 2\vec{c}\ ^2 + \ 3\vec{b}\ ^2$ $= 12(\vec{c}.\vec{b}) + 4\ \vec{c}\ ^2 + 9\ \vec{b}\ ^2$ $= 12 \times (-1) + 4 \times 16 + 9 \times 6.25$ $= 108.25$ D'où $\ 2\vec{c} + 3\vec{b}\ = \sqrt{108.25} \simeq 10.404326$ <u>Exercice</u> Exercice 11 du support de cours p17	<u>Réponses attendues</u> $\begin{aligned}\overrightarrow{DL}.\overrightarrow{EI} &= (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IL}).(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DI}) \\ &= \overrightarrow{DI}.\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DI}^2 + \overrightarrow{IL}.\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{IL}.\overrightarrow{DI} \\ &= 0 + \overrightarrow{DI}^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}^2 + 0 \\ &= 9 - 9 \\ &= 0.\end{aligned}$ Par conséquent $\overrightarrow{DL} \perp \overrightarrow{EI}$ donc $(DL) \perp (EI)$	
		<u>Exercice de maison</u> Exercice 12 du support de cours p17		

SEANCE 5**III – RELATIONS METRIQUES DANS UN TRIANGLE**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les relations métriques caractérisant un triangle rectangle - le théorème d'Al Kashi
Calculer	- la longueur d'un côté d'un triangle en utilisant le théorème d'Al Kashi - la mesure d'un angle d'un triangle en utilisant le théorème d'Al Kashi

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				1- <u>Triangle rectangle</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 9 p18 2- <u>Triangle quelconque</u> <u>Propriétés</u> Coller les propriétés 10 et 11 du support p19 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 13 traité en application.

<u>Application</u> (30 min)	<u>Exercice</u> Exercice 13 du support de cours p17	<u>Réponses attendues</u> ★ Pour BC $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \hat{A}$ $BC^2 = 4^2 + 7^2 - 2 \times 4 \times 7 \times \cos (120^\circ)$ $BC^2 = 93$ donc $BC = \sqrt{93}$ ★ Pour $\text{mes}\hat{B}$ $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos \hat{B}$. On en déduit : $\cos \hat{B} = \frac{AC^2 - AB^2 - BC^2}{-2AB \times BC} = \frac{7^2 - 4^2 - 93}{-2 \times 4 \times \sqrt{93}} \simeq 0.778$ Par suite $\text{mes}\hat{B} \simeq 38.948^\circ$ ★ Pour AI $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$ Donc $2AI^2 = AB^2 + AC^2 - \frac{BC^2}{2} = 4^2 + 7^2 - \frac{93}{2} = \frac{37}{2}$ On en tire $AI^2 = \frac{37}{4}$. Soit $AI = \frac{\sqrt{37}}{2}$
	<u>Exercice de maison</u> Exercice 14 du support de cours p17	

SEANCE 6**IV – FORME ANALYTIQUE DU PRODUIT SCALAIRE**

Durée : 55 min

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- l'expression du produit scalaire dans une base orthonormée
Calculer	- le produit scalaire de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées dans une base orthonormée
Déterminer	- la mesure de l'angle de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées
Ecrire	- une équation cartésienne d'un cercle dont on connaît un diamètre

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités enseignant	Activités apprenants	Trace écrite
<u>Présentation</u> (15 min)	*Questionnement *Travail individuel	<u>Correction de l'exercice de maison</u> Demande à des apprenants de proposer un corrigé	<u>Réponses attendues</u> Passent au tableau proposer un corrigé de l'exercice indiqué	
<u>Développement</u> (10 min)				<u>Expression du produit scalaire de deux vecteurs dans une base orthonormée</u> <u>Propriété</u> Coller la propriété 12 du support p19 <u>Exemple</u> Copier l'exercice 15 traité en application.

<u>Application</u> (30 min)		<u>Exercice</u> Exercice 15 du support de cours p17	<u>Réponses attendues</u> ★ <u>Appartenance de C</u> On a : $\overrightarrow{CA} \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} + 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} - 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$ Par conséquent $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = (2\sqrt{2} + 2)(2\sqrt{2} - 2) - 2 \times 2$ $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = (2\sqrt{2})^2 - (2)^2 - 4 = 8 - 8 = 0$ $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow C \in (\mathcal{C})$ ★ <u>Equation de (C)</u> $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ Or $\overrightarrow{MA} \begin{pmatrix} -2 - x \\ 1 - y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 2 - x \\ -3 - y \end{pmatrix}.$ Ainsi : $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow (-2 - x)(2 - x) + (1 - y)(-3 - y) = 0$ $\Leftrightarrow -4 + x^2 - 3 + 2y + y^2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 8$ D'où $(\mathcal{C}) : x^2 + (y + 1)^2 = 8$ <u>Plus généralement :</u> Considérons le point $I(a; b)$. $M(x; y) \in \mathcal{C}(I; r)$ équivaut à $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$	
--	--	--	--	--

Exercice 1

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$.
Calcule $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chaque cas : a) $\text{Mes}(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) = \frac{\pi}{3}$ b) $\text{Mes}(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) = -\frac{3\pi}{4}$

Exercice 2

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan tels que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ et $\text{Mes}(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) = \frac{\pi}{3}$. Calcule $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$.

Exercice 3

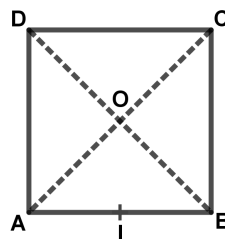
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan tels que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$. Détermine $\text{Mes}(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$.

Exercice 4

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré de côté 4 cm et de centre O . I est le milieu de $[AB]$.

Calcule à l'aide des mesures algébriques :

$\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$, $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$, $\vec{BD} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{DO}$.

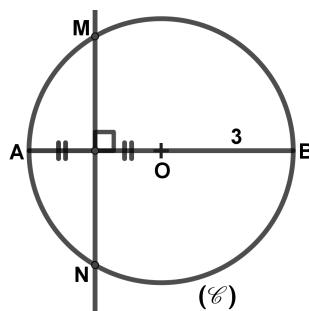
**Exercice 5**

Sur la figure ci-contre, $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O , de rayon 3. $[AB]$ est un diamètre de $(\mathcal{C})$.

La médiatrice de $[AO]$ coupe $(\mathcal{C})$ en M et en N .

Calcule :

$\vec{BM} \cdot \vec{BA}$, $\vec{BM} \cdot \vec{AM}$, $\vec{BO} \cdot \vec{BM}$, $\vec{AO} \cdot \vec{AM}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AM}$.

**Exercice 6**

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $BC = 8$ et $AC = 10$.

Justifie que $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0$.

Exercice 7

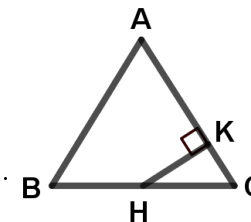
Sur la figure ci-contre :

- Le triangle ABC est isocèle en A .

- H est le milieu de $[BC]$.

- K est un point de $[AC]$ tel que $(HK) \perp (AC)$.

Justifie que $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = \vec{HK} \cdot \vec{AC}$

**Exercice 8**

Sur la figure ci-contre :

- $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont deux cercles de centres O .

- Les points A et B appartiennent à (CD) .

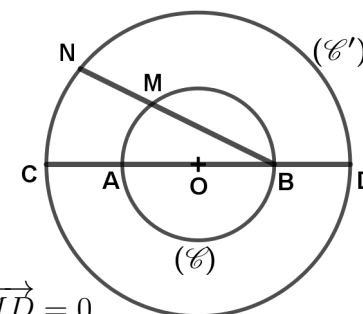
- B , M et N sont alignés.

Réponds par Vrai ou par Faux.

a) $\vec{MC} \cdot \vec{MB} = 0$ b) $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ c) $\vec{MA} \cdot \vec{MD} = 0$

d) $\vec{CN} \cdot \vec{MB} = 0$ e) $\vec{DN} \cdot \vec{CN} = 0$ f) $\vec{AM} \cdot \vec{NM} = 0$

g) $\vec{MC} \cdot \vec{MD} = 0$ h) $\vec{NA} \cdot \vec{NB} = 0$ i) $\vec{BN} \cdot \vec{AM} = 0$

**Exercice 9**

Construis un segment $[BC]$ de longueur 4 cm.

Place, tout en justifiant ta construction, le point A tel que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ et $AB = AC$. Combien as-tu de possibilités ?

Exercice 10

$\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont trois vecteurs du plan tels que :

$\|\vec{a}\| = 2$, $\|\vec{b}\| = 2.5$, $\|\vec{c}\| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = 5$ et $\vec{b} \cdot \vec{c} = -1$.

Calcule les nombres suivants :

a) $\vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ b) $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{c})$ c) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ d) $\|2\vec{a} + 3\vec{b}\|$

Exercice 11

$DALI$ est un rectangle tel que $DA = 3\sqrt{2}$ et $DI = 3$

E est le milieu de $[DA]$. Montre que $(DL) \perp (EI)$.

Exercice 12

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan tels que

$||\vec{u}|| = 2$, $||\vec{v}|| = \sqrt{2}$ et $\text{Mes}(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -\frac{\pi}{4}$. Calcule :

- | | |
|--|--|
| a) $(\vec{u} + \vec{v})^2$ | b) $(\vec{u} - \vec{v})^2$ |
| c) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$ | d) $ \vec{v} ^2 + 2(\vec{u} \cdot \vec{v})$ |
| e) $\vec{u} \cdot (-2\vec{v}) + \vec{u} + \vec{v} ^2$ | f) $ 2\vec{u} - 3\vec{v} ^2 - 2\vec{u} + 3\vec{v} ^2$ |

Exercice 13

ABC est un triangle. I est le milieu de $[BC]$.

On donne $AB = 4$, $AC = 7$ et $\text{mes}\hat{A} = 120^\circ$

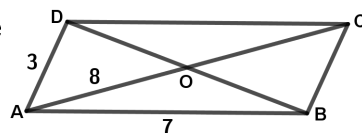
Calcule BC , $\text{mes}\hat{B}$ et AI .

Exercice 14

$ABCD$ est un parallélogramme tel que

$AB = 7$, $AD = 3$ et $AC = 8$.

1 Montre que $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 3$



2. Calcule $\cos(\widehat{BAD})$ puis déduis-en que $\sin(\widehat{BAD}) = \frac{4\sqrt{3}}{7}$

3. Calcule l'aire $\mathcal{A}$ du triangle BAD .

4. Déduis de la question précédente l'aire $\mathcal{S}$ du parallélogramme $ABCD$.

Exercice 15

Dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On donne les points $A(-2; 1)$, $B(2; -3)$ et $C(2\sqrt{2}; -1)$.

1. Justifie que le point C appartient au cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$.

2. Détermine une équation de $(\mathcal{C})$.

Définition 1

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan.

★ Le *produit scalaire* de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le nombre réel qui vaut :

$$\begin{cases} 0 \text{ si } \vec{u} = \vec{0} \text{ ou } \vec{v} = \vec{0} \\ \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) \text{ si } \vec{u} \neq \vec{0} \text{ et } \vec{v} \neq \vec{0} \end{cases}$$

On le note $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et on lit " $\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$ ".

★ $\vec{u} \cdot \vec{u}$ est appelé " *carré scalaire* " de $\vec{u}$. On le note $\vec{u}^2$

Propriété 1

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan, on a :

$$\star \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u} \quad \star \vec{u}^2 = \|\vec{u}\|^2 \quad \star |\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$$

Propriété 2

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls du plan :

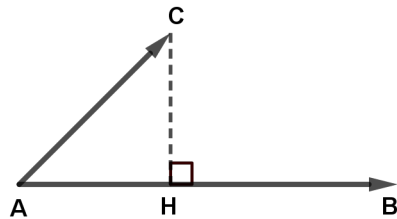
$$\begin{aligned} \star \vec{u} \cdot \vec{v} &= \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \Leftrightarrow \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires et de même sens.} \\ \star \vec{u} \cdot \vec{v} &= -\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \Leftrightarrow \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont colinéaires et de sens contraires.} \end{aligned}$$

Propriété 3

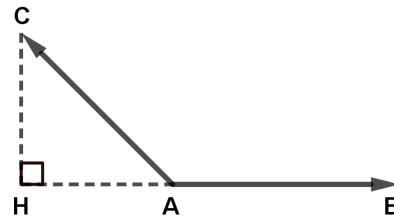
★ A, B et C sont trois points du plan tels que $A \neq B$.

★ H est le point de la droite (AB) tel que $(CH) \perp (AB)$.

Alors $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \times \vec{AH}$



$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \times \vec{AH}$$



$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\vec{AB} \times \vec{AH}$$

Propriété 4

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan. Alors : $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Propriété 5

$(\mathcal{C})$ est un cercle de diamètre $[AB]$. Alors : $M \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$

Propriété 6

★ x et y sont deux nombres réels.

★ $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs du plan.

Alors on a :

$$\begin{aligned} \bullet (x\vec{u}) \cdot \vec{v} &= \vec{u} \cdot (x\vec{v}) = x(\vec{u} \cdot \vec{v}) & \bullet (x\vec{u}) \cdot (y\vec{v}) &= xy(\vec{u} \cdot \vec{v}) \\ \bullet \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) &= \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} & \bullet (\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} &= \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w} \end{aligned}$$

Propriété 7

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan. Alors on a :

$$\begin{aligned} \star (\vec{u} + \vec{v})^2 &= \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 & \star (\vec{u} - \vec{v})^2 &= \vec{u}^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 \\ \star (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) &= \vec{u}^2 - \vec{v}^2 \end{aligned}$$

Propriété 8

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2}{2}$

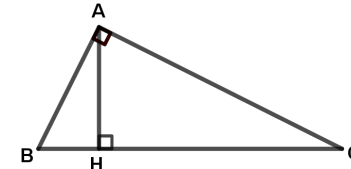
Propriété 9

★ ABC est un triangle rectangle en A .

★ La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe (BC) en H .

Alors on a :

$$\bullet BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \bullet AB^2 = \vec{BH} \times \vec{BC} \quad \bullet AH^2 = -\vec{HB} \times \vec{HC}$$



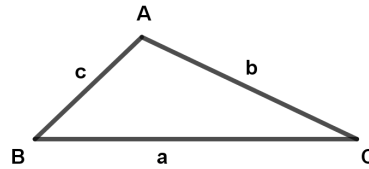
Propriété 10Théorème d'Al Kashi

ABC est un triangle quelconque.

On pose $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

Alors on a :

$$\begin{aligned} \bullet a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} & \bullet b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ \bullet c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{aligned}$$

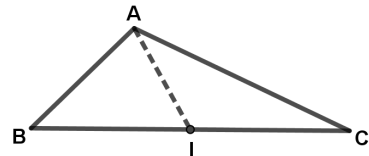
**Propriété 11**Théorème de la médiane

ABC est un triangle quelconque.

I est le milieu de $[BC]$.

Alors on a :

$$\begin{aligned} \bullet AB^2 + AC^2 &= 2AI^2 + \frac{BC^2}{2} & \bullet \vec{AB} \cdot \vec{AC} &= AI^2 - \frac{BC^2}{4} \end{aligned}$$

**Propriété 12**

$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs du plan muni d'une base $(\vec{i}, \vec{j})$

orthonormée. Alors on a : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$

De plus : $x = \vec{u} \cdot \vec{i}$ et $y = \vec{u} \cdot \vec{j}$



Bibliographie



- AUDIRAC, J.L. et al (1981) *MATHS 2^e Algèbre*, France (Paris).Magnard.
- AUDIRAC, J.L. et al (1981) *MATHS 2^e Géométrie*, France (Paris).Magnard.
- BONNEFOND, G. et al (1994) *PYTHAGORE Mathématiques Seconde*, France (Paris).Hatier.
- BONTEMPS, G. et al (1994) *FRACTALES Mathématiques 2^{de} S*, France (Paris).Bordas.
- FAURE, P. et al (1990) *Mathématiques Secteur industriel BEP1*, France (Paris).Nathan.
- FAURE, P. et al (1990) *Mathématiques Secteur industriel BEP2*, France (Paris).Nathan.
- FREDON, D. et al (1984) *Mathématiques Classe de seconde*, France (Paris).Armand Colin.
- OLIVIER, Y. et al (1995) *Math 2^e* , France (Paris).Belin.
- QUESAYNNE, M. et al (1973) *Mathématique 2^e CT*, France (Paris).Nathan.
- TANOI, K. et al (1992) *Mon cahier d'habiletés Maths 2^{de} C*, Côte-d'Ivoire (Abidjan).JD Editions.
- TOURE, S. et al (1997) *CIAM Mathématiques 2^e S*, France (Vanves).Edicef.
- TOURE, S. et al (1996) *IRMA Mathématiques 2^e C.T.*, Côte-d'Ivoire (Abidjan).Cedic-Nea.

Ouvrages généraux

- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Troisième (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Seconde C (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Programmes éducatifs et guides d'exécution / Première D (2020 - 2021), MENET-FP/DSPS
- Dictionnaire Encarta , (2007), Version numérique
- Le Petit Robert de la langue française, (2012), Version numérique

Webographie

- Illustration de la dédicace : abuledu.org .
- Illustration de la bibliographie : lesdefinitions.fr

