



FOMESOUTRA

ÇA SOUTRA !!!

COURS DE

MATHS

TROISIEME

3<sup>ème</sup>

édition  
nouvelle

BY TEHUA

2025

**MATHÉMATIQUES\_\_PROGRESSION 3<sup>e</sup>\_2024-2025**  
**Volume horaire annuel : 120 heures (4 heures par semaine)**

Trimestre	Mois	Sem	Leçons	Vol. hor.	Taux d'exécution
1 <sup>er</sup> Trimestre	Septembre	1	1. Calcul littéral	7 h	3,57 % (4/112)
		2	<i>Régulation</i>	1 h	6,25 % (7/112)
	Octobre	3	2. Propriétés de Thalès dans un triangle	7 h	7,14 % (8/112)
		4	<i>Régulation</i>	1 h	10,71 % (12/112)
	Novembre	5	3. Racines carrées	7 h	13,39 % (15/112)
		6	<i>Régulation</i>	1 h	14,28 % (16/112)
	Decembre	7	4. Triangle rectangle	11 h	17,85 % (20/112)
		8	<i>Régulation</i>	1 h	20,53 % (23/112)
	Janvier	9	5. Calcul numérique	9 h	21,42 % (24/112)
		10	<i>Régulation</i>	1 h	25 % (28/112)
	2 <sup>e</sup> Trimestre	Février	11	6. Angles inscrits	5 h
12			<i>Régulation</i>	1 h	31,25 % (35/112)
Mars		13	7. Vecteurs	7 h	32,14 % (36/112)
		14	<i>Régulation</i>	1 h	35,71 % (40/112)
Avril		15	8. Équations et inéquations dans $\mathbb{R}$	5 h	39,28 % (44/112)
		16	<i>Régulation</i>	1 h	40,17 % (45/112)
Mai		17	9. Coordonnées de vecteurs	7 h	41,07 % (46/112)
		18	<i>Régulation</i>	1 h	42,85 % (48/112)
Juin		19	10. Équations de droites	7 h	45,53 % (51/112)
		20	<i>Régulation</i>	1 h	46,42 % (52/112)
Juillet		21	11. Statistique	7 h	50 % (56/112)
	22	<i>Régulation</i>	1 h	52,67 % (59/112)	
Août	23	12. Équations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	7 h	53,57 % (60/112)	
	24	<i>Régulation</i>	1 h	57,14 % (64/112)	
Septembre	25	13. Applications affines	5 h	58,03 % (65/112)	
	26	<i>Régulation</i>	1 h	58,92 % (66/112)	
Octobre	27	14. Pyramides et cônes	7 h	60,71 % (68/112)	
	28	<i>Régulation</i>	1 h	64,28 % (72/112)	
Novembre	29	15. Statistique	7 h	65,17 % (73/112)	
	30	<i>Régulation</i>	1 h	66,07 % (74/112)	
Decembre	31	16. Équations de droites	7 h	67,85 % (76/112)	
	32	<i>Régulation</i>	1 h	71,42 % (80/112)	
Janvier	33	17. Applications affines	5 h	72,32 % (81/112)	
	34	<i>Régulation</i>	1 h	73,21 % (82/112)	
Février	35	18. Pyramides et cônes	7 h	75 % (84/112)	
	36	<i>Régulation</i>	1 h	78,57 % (88/112)	
Mars	37	19. Applications affines	5 h	79,46 % (89/112)	
	38	<i>Régulation</i>	1 h	80,35 % (90/112)	
Avril	39	20. Équations et inéquations	7 h	82,14 % (92/112)	
	40	21. Applications affines	5 h	85,71 % (96/112)	
Mai	41	22. Applications affines	5 h	87,50 % (98/112)	
	42	<i>Régulation</i>	1 h	89,28 % (100/112)	
Juin	43	23. Applications affines	5 h	91,96 % (103/112)	
	44	<i>Régulation</i>	1 h	92,85 % (104/112)	
Juillet	45	24. Applications affines	5 h	96,42 % (108/112)	
	46	<i>Régulation</i>	1 h	99,10 % (111/112)	
Août	47	25. Applications affines	5 h	100 % (112/112)	
	48	<i>Régulation</i>	1 h		
Septembre	49	Revisions	8 h		
	50				

NB : La régulation consiste à mener des activités de remédiation relativement aux contenus de la leçon.

A cette occasion, le professeur mènera également des activités permettant d'évaluer et de renforcer les acquis des élèves.

C'est le cumul du temps de régulation qui fait 1h. Le professeur peut en faire des séances de travaux dirigés.

**Remarque :**

⇒ Le respect de la progression est obligatoire afin de garantir l'achèvement du programme dans le temps imparti et de permettre l'organisation des devoirs de niveau.

⇒ Les volumes horaires indiqués comprennent les cours, les exercices et les travaux dirigés (75%) et IE, DS et comptes rendus (25%)

# CALCUL LITTERAL

Classe : 3<sup>ème</sup>

Thème : Calcul littéral

Leçon : Calcul littéral

Séance 1/... :

**Durée d'une séance** : 55min

Supports didactiques: stylos, crayon, règle non graduée.

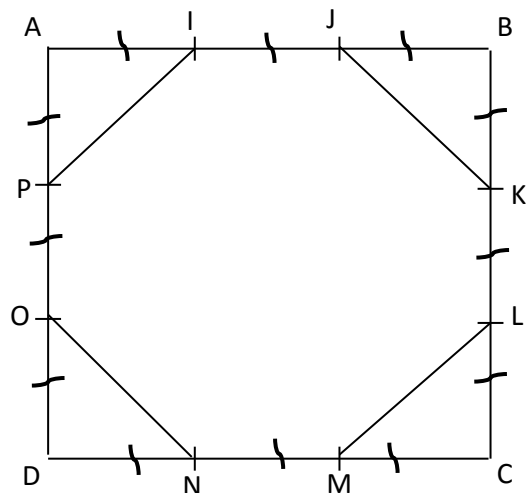
Pré-requis : développement et factorisation de la 4 , opération avec les quotients, table de multiplication, simplification de fractions.

CE MATHS LM3

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un polynôme</li> <li>- une fraction rationnelle</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété relative à l'égalité de deux quotients</li> <li>- les règles relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre</li> <li>- la propriété relative au produit nul</li> <li>- la propriété relative aux nombres de même carré</li> </ul>
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Avec les puissances d'exposant entier relatif</li> <li>- la somme, la différence, le produit, le quotient de polynômes</li> <li>- une valeur numérique d'une expression littérale</li> </ul>
Développer	des expressions littérales
Réduire	des expressions littérales
Factoriser	des expressions littérales
Déterminer	les valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe
Simplifier	une fraction rationnelle
Traiter une situation	faisant appel au calcul littéral

Situation d'apprentissage :

Le Lycée Moderne 3 Daloa veut organiser une kermesse sur un terrain de forme carrée. Les principaux sponsors de la fête ont choisi chacun de bâtir leur stand dans un coin du terrain. Le Principal du Collège souhaite que le reste du terrain ait la forme d'un octogone et qu'il soit réservé aux jeux. L'entrepreneur chargé d'aménager le terrain propose la maquette ci-dessous.



ABCD est un carré de côté  $x$

Intéressés par le projet, les élèves décident de calculer l'aire du terrain réservé aux jeux.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation aux apprenants.</li> <li>- Je demande à chaque apprenant de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> Réponse attendue L'aire du terrain est : $x^2$	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau</li> </ul>	<p>L'aire d'un coin occupé par un stand est :</p> $\left(\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{3^2} = \frac{x^2}{9} = \frac{x^2}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{x^2}{18}$ <p>L'aire totale des 4 coins occupés est : <math>4 \times \frac{x^2}{18} = \frac{4 \times x^2}{18} = \frac{2 \times 2 \times x^2}{2 \times 9} = \frac{2x^2}{9}</math></p> <p>L'aire du terrain réservée aux jeux est :</p> $x^2 - \frac{2x^2}{9} = x^2 \left(1 - \frac{2}{9}\right) = x^2 \left(\frac{9-2}{9}\right) = \frac{7x^2}{9}$	
1 <sup>ère</sup> séance Présentation Développement	I- <u>Quotient</u> 1) <u>Transformation d'égalité de quotient</u>	<u>Activité</u> a) Simplifie la fraction $\frac{6}{9}$ b) Trouve une fraction égale à $\frac{4}{5}$ c) Sachant que $3 \times 8 = 6 \times 4$ . Ecris des fractions égales en utilisant que les chiffres 3 ; 8 ; 6 et 4	<u>Réponse attendue</u> a) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ c) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$	<u>Propriété</u> a, b, c et d sont des nombres différents de 0. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $ad = bc$
Application		<u>Exercice</u> $x$ désigne un nombre différent de 0. Calcule $x$ dans chacun des cas suivants. a) $\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{10}{8} = \frac{5}{x}$	<u>Réponse attendue</u> a) $\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ équivaut à $2x = 3$ équivaut à $x = \frac{3}{2}$ b) $\frac{10}{8} = \frac{5}{x}$ équivaut à $10x = 40$ équivaut à $x = \frac{40}{10}$ équivaut à $x = 4$	
Présentation Développement	2) <u>Calculs avec des quotients</u>			<u>Règles</u> a, b, c et d sont des nombres différents de 0. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$
Application		<u>Exercice</u> Calcule et simplifie si possible	<u>Réponse attendue</u> $A = \frac{5 \times 3 + 2 \times 4}{2 \times 3} = \frac{15 + 8}{6} = \frac{23}{6}$	

		$A = \frac{5}{2} + \frac{4}{3}$ ; $B = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3}$ ; $C = \frac{5}{2} : \frac{4}{3}$	$B = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$ $C = \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8}$	
Présentation Développement	II- <u>Calcul littéral</u> 1) <u>Puissances</u>			<u>Notation</u> a est un nombre réel différent de 0, n est un entier naturel différent de 0. L'inverse de $a^n$ est noté $a^{-n}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ; $a^{-n} \times a^n = 1$  <u>Propriété</u> a et b sont des nombres différents de 0, m et n sont des nombres entiers relatifs $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ ; $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $(a^m)^n = a^{m \times n}$ ; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Application		<u>Exercice</u> a et b sont des nombres différents de 0. Ecris plus simplement les nombres suivants : $E = a^3 : a^5$ ; $F = a^{-7} \times a^4$ ; $G = (a^{-3})^{-2}$ $H = b^3 \times a^3$	<u>Réponse attendue</u> $E = a^3 \times a^{-5} = a^{-2}$ $F = a^{-7+4} = a^{-3}$ $G = a^{-3 \times (-2)} = a^6$ $H = (ba)^3$	
Présentation Développement	2) <u>Développer et réduire</u> a) <u>Propriétés</u>			a, b, c, x, y et z sont des nombres. $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ $a - (b + c) = a - b - c$ $x(y - z) = xy - xz$ $(a - b)(x + y) = ax + ay - bx - by$
Application		<u>Exercice</u> 1) Réduire : $A = 2x - (3y - 5x)$ $B = x - 2y + (3x + 2y)$ 2) Développe et réduis $C = (2x - 1)(x + 3)$	<u>Réponse attendue</u> 1) $A = 2x - 3y + 5x$ $A = 7x - 3y$ $B = x - 2y + 3x + 2y$ $B = 4x$ 2) $C = 2x^2 + 6x - x - 3$	

			$C = 2x^2 + 5x - 3$	
Présentation Développement	b) <u>Produits remarquables</u>	<u>Activité</u> Calcule : $(3 + 4)^2$ ; $3^2 + 4^2$	<u>Réponse attendue</u> $(3 + 4)^2 = 49$ ; $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$	<u>Propriétés</u> a et b sont deux nombres $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Application		<u>Exercice</u> Développe et réduis $M = (x + 2)^2$ $N = (2x - 3)^2$ $P = (x - 4)(x + 4)$	<u>Réponse attendue</u> $M = x^2 + 2 \times 2 \times x + 2^2$ $M = x^2 + 4x + 4$ $N = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ $N = 4x^2 - 12x + 9$ $P = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$	
Présentation Développement	3) <u>Factoriser</u> a) <u>Utilisation d'un facteur commun</u>	<u>Activité</u> Factorisons : $A = 2(x + 1) - x(x + 1)$	<u>Réponse attendue</u> $A = (x + 1)(2 - x)$	
Application		<u>Exercice</u> Factorise : $B = 3x(4x - 5) - 2(4x - 5)$ $C = x(2x + 3) + (2x + 3)$	<u>Réponse attendue</u> $B = (4x - 5)(3x - 2)$ $C = (2x + 3)(x + 1)$	
Présentation Développement	b) <u>Utilisation des produits remarquables</u>	<u>Activité</u> Factorisons : $D = 9 + 6x + x^2$	<u>Réponse attendue</u> $D = 3^2 + 2 \times 3 \times x + x^2$ $D = (3 + x)^2$	<u>Propriétés</u> a et b sont des nombres $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
Application		<u>Exercice</u> Factorise : $E = 9x^2 - 12x + 4$ $F = 49 - 4x^2$	<u>Réponse attendue</u> $E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$ $E = (3x - 2)^2$ $F = 7^2 - (2x)^2$ $F = (7 - 2x)(7 + 2x)$	
Présentation Développement	c) <u>Utilisation de plusieurs techniques</u>	<u>Activité</u> Factorisons : $G = x - x^3$	<u>Réponse attendue</u> $G = x(1 - x^2)$ $G = x(1^2 - x^2)$ $G = x(1 - x)(1 + x)$	
Application		<u>Exercice</u> Factorise : $H = x^2 - 10x + 25 + 4x(x - 5)$	<u>Réponse attendue</u> $H = (x - 5)^2 + 4x(x - 5)$ $H = (x - 5)(x - 5 + 4x)$	

		$J = 9 - 4x^2 + (x + 1)(3 - 2x)$	$H = (x - 5)(5x - 5)$ $H = 5(x - 5)(x - 1)$ $J = (3 - 2x)(3 + 2x) + (x + 1)(3 - 2x)$ $J = (3 - 2x)(3 + 2x + x + 1)$ $J = (3 - 2x)(3x + 4)$	
Présentation Développement	III. <u>Polynômes et fractions rationnelles</u> 1) <u>Polynôme</u>	<u>Activité</u> L'expression littérale $\frac{7}{9}x^2$ est appelée... $\frac{7}{9}$ est... 2 est... Exemple... La somme de monômes $7x^3 - x^2 - 6x + 5$ est appelée ... de degré ... écrit sous forme réduite et ordonné suivant les puissances décroissantes de $x$ .	<u>Réponse attendue</u> Monôme en $x$ Le coefficient Le degré $\frac{7}{9}x$ ; $6x^7$ ; $8 \dots$ etc Polynôme ; 3	
Présentation Développement	2) <u>Fractions rationnelles</u> a) <u>Produit nul ; produit différent de zéro</u>	<u>Activité</u> Calcule : $P = 2x5x2016x0x7$	<u>Réponse attendue</u> $P = 0$	<u>Propriétés</u> ➤ Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro. ➤ Un produit est différent de zéro lorsque tous ses facteurs sont différents de zéro. a et b sont des nombres. $ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$ $ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0$ et $b \neq 0$
Application		<u>Exercice</u> Détermine les valeurs de $x$ tel que : $(x + 3)(x - 2) \neq 0$ .	<u>Réponse attendue</u> Résolvons l'équation : $(x + 3)(x - 2) = 0$ $(x + 3)(x - 2) = 0$ équivaut à $x + 3 = 0$ ou $x - 2 = 0$ Equivaut à $x = -3$ ou $x = 2$ Donc $(x + 3)(x - 2) \neq 0$ équivaut à $x \neq -3$ et $x \neq 2$	
Présentation	b) <u>Fractions rationnelles</u>	<u>Activité</u>	<u>Réponse attendue</u>	

Développement		<p>On considère l'expression littérale</p> $Q = \frac{x^2-1}{x^2-x}$ <p>Q est appelée ...</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Factorisation  <math display="block">Q = \frac{x^2-1}{x^2-x} = \dots</math></li> <li>Les valeurs de la variable <math>x</math> pour lesquelles Q existe Q existe ...</li> <li>Simplification ...</li> <li>Calcule d'une valeur numérique. Calcule la valeur numérique de Q pour : <math>x = -1</math> puis <math>x = 1</math></li> </ul>	<p>Fraction rationnelle</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Factorisation :  <math display="block">Q = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}</math></li> <li>Les valeurs de la variable <math>x</math> pour lesquelles Q existe : Q existe si et seulement si  <math>x(x-1) \neq 0</math>  Résolvons l'équation <math>x(x-1) = 0</math>  <math>x(x-1) = 0</math> équivaut à <math>x = 0</math> ou <math>x - 1 = 0</math>  Equivaut à <math>x = 0</math> ou <math>x = 1</math>  Donc Q existe si et seulement si <math>x \neq 0</math> et <math>x \neq 1</math></li> <li>Simplification :  <math display="block">Q = \frac{x^2-1}{x^2-x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}</math>  Simplifions Q par <math>x - 1</math>  Pour <math>x \neq 0</math> et <math>x \neq 1</math> ; <math>Q = \frac{x+1}{x}</math></li> <li>Calcule d'une valeur numérique de Q  Pour <math>x = -1</math>  <math display="block">Q = \frac{-1+1}{-1} = 0</math>  Pour <math>x = 1</math> Q n'existe pas.</li> </ul>	
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>On donne <math>R = \frac{4(3-x)}{(3-x)(x+2)}</math>. trouve les valeurs de <math>x</math> pour lesquelles R existe et simplifie R.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>R existe si et seulement si  <math>(3-x)(x+2) \neq 0</math>  Résolvons l'équation <math>(3-x)(x+2) = 0</math>  <math>(3-x)(x+2) = 0</math> équivaut à <math>3-x = 0</math> ou <math>x+2 = 0</math>  Equivaut à <math>x = 3</math> ou <math>x = -2</math>  Donc R existe si et seulement si <math>x \neq 3</math> et <math>x \neq -2</math>  Simplifions R par <math>3-x</math>  Pour <math>[x \neq 3 \text{ et } x \neq -2]</math> ; <math>R = \frac{4}{x+2}</math></p>	

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

On pose :  $A = \frac{1 - \frac{2}{1+n}}{\frac{3-1}{4} - \frac{1}{1-2n}}$

Calcule A et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

### Exercice 2

On donne les expressions suivantes :

$$A = (x - 3)(x + 2) + (x^2 - 9) + 2(3 - x)(2x + 1)$$

et  $B = \frac{4x^2 - 12x + 9}{A}$

- 1) Factorise A.
- 2) Trouve les valeurs de  $x$  pour lesquelles B existe.
- 3) Justifie que, pour  $x$  différent de 3 et de  $\frac{3}{2}$ ,  $B = \frac{3-2}{-3}$
- 4) Calcule la valeur numérique de B pour  $x = -\frac{1}{2}$

### Exercice 3

On considère la fraction rationnelle P telle que :

$$P = \frac{18 - 12x + 2x^2 + (x-3)(8-3x)}{9x^2 - 1 - (2-6x)(-x-2)}$$

- 1) Factorise l'expression :  
 $A = 18 - 12x + 2x^2 + (x - 3)(8 - 3x)$
- 2) Factorise l'expression :  
 $B = 9x^2 - 1 - (2 - 6x)(-x - 2)$

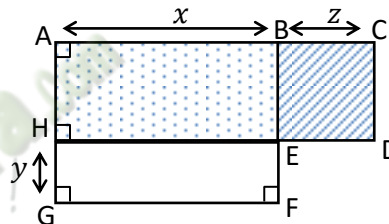
- 3) Trouve les valeurs de la variable  $x$  pour lesquelles P existe.
- 4) Simplifie la fraction rationnelle P.

### Exercice 4

- 1) Développe et réduis l'expression E telle que :  
 $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$
- 2) Détermine trois nombres entiers positifs consécutifs  $x - 1$ ,  $x$  et  $x + 1$  dont la somme des carrés est 77.

### Exercice 5

L'école primaire d'un village dispose d'un champ subdivisé en trois parcelles toutes de forme rectangulaire comme l'indique le schéma ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur.



La parcelle ABFG est un carré.

Pour empêcher les animaux de pénétrer dans le champ, le bureau de la coopérative scolaire veut clôturer ce champ à l'aide d'un grillage en y prévoyant une porte en bois de largeur 1m. Le prix de la porte est de 10 000 F. Le mètre de grillage coûte 1 500 F. Averti, le trésorier affirme que la somme se trouvant dans la caisse est 370 000 F. Le président de la coopérative veut savoir si l'argent disponible en caisse est suffisant pour faire la clôture et la porte

- 1) Justifie que le périmètre du champ est  $4x + 2z$
- 2) Calcule ce périmètre sachant que  $x = 50$  m et  $z = 20$  m
- 3) Réponds à la préoccupation du président de la coopérative.

### Exercice 6

A l'occasion de la fête de tabaski, une mère décide de partager un somme de 5300 F entre ses trois enfants. Pour honorer le droit d'aînesse, elle procède de la manière suivante : le cadet aura 300 F de moins que l'aîné qui aura 700 F de plus que le benjamin. Le benjamin veut payer le droit de nage à la piscine municipale qui s'élève à 1500 F. Il veut savoir s'il disposera de moyens suffisants pour son désir. Soit  $x$  la part du benjamin.

- 1) Exprime la part de l'aîné en fonction de  $x$
- 2) Exprime la part du cadet en fonction de  $x$
- 3) Dis pourquoi le benjamin ne pourra pas aller à la nage ?

# RACINES CARREES

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Activité numérique

**Leçon :** Racines carrées

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle non graduée.

**Pré-requis :** Multiplication de nombres réels, puissance, développement, factorisation.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une racine carrée d'un nombre positif</li> <li>- des nombre réels</li> <li>- la valeur absolue d'un nombre réel</li> </ul>
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives aux racines carrées</li> <li>- la propriété relative à la racine carrée du carré d'un nombre</li> </ul>
Noter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une racine carrée</li> <li>- l'ensemble des nombres réels</li> <li>- une valeur absolue</li> </ul>
Ecrire	un quotient sans radical au dénominateur
Calculer	des sommes, des différences, des produits, des quotients contenant des racines carrées
Traiter une situation	faisant appel aux racines carrées

**Situation d'apprentissage :**

La ferme d'un agriculteur dans un village est de forme carrée et d'aire égale à 500 m<sup>2</sup>. Il veut savoir la longueur de grillage nécessaire pour clôturer sa ferme. Le grillage devra couvrir le portail. Il se confie au téléphone à son neveu qui est en classe de troisième au Collège Municipal de Man. Ce dernier collabore avec ses camarades de classe pour calculer la longueur du côté de la ferme et son périmètre.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation aux apprenants.</li> <li>- Je demande à chaque apprenant de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	

		approprié la situation et ont bien compris la tâche à réaliser NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre		
Développement	1- Racine carrée 1) Définition	<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau</li> <li>- Je donne la définition de la racine carrée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-les apprenants cherchent individuellement</li> <li>-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <p><u>Réponse attendu</u> Soit <math>x</math> la longueur du côté de la ferme. D'où : <math>x^2 = 500</math> Par conséquent : <math>x = \sqrt{500}</math> Donc le périmètre est <math>4\sqrt{500}</math> m</p>	<p><u>Définition</u> On appelle racine carrée du nombre positif <math>a</math>, le nombre positif dont le carré est <math>a</math>. On note : <math>\sqrt{a}</math> On lit : racine carrée de <math>a</math> Le symbole <math>\sqrt{\quad}</math> est appelé radical</p>
Application		<p><u>Exercice</u> Complète : <math>\sqrt{100} = \dots</math> ; <math>\sqrt{16} = \dots</math> ; <math>\sqrt{1,69} = \dots</math> ; <math>\sqrt{\dots} = 1</math> ; <math>\sqrt{\dots} = 6</math> ; <math>\sqrt{\dots} = 1,2</math> ; <math>\sqrt{\dots} = 15</math>.</p>	<p><u>Réponse attendu</u> <math>\sqrt{100} = 10</math> ; <math>\sqrt{16} = 4</math> ; <math>\sqrt{1,69} = 1,3</math> ; <math>\sqrt{1} = 1</math> ; <math>\sqrt{36} = 6</math> ; <math>\sqrt{1,44} = 1,2</math> ; <math>\sqrt{225} = 15</math>.</p>	
Présentation Développement	2) <u>Conséquence de la définition</u>			<p><math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres positifs <math>\sqrt{a} = b</math> équivaut à <math>a = b^2</math> <math>\sqrt{a} \geq 0</math> ; <math>(\sqrt{a})^2 = a</math> La racine carrée de 0 est égale à 0 : <math>\sqrt{0} = 0</math></p>
Présentation Développement	3) <u>Ensemble des nombres réels</u>	<p><u>Activité</u> <math>\sqrt{2}</math> ; <math>\sqrt{5}</math> ; <math>\pi</math> ne sont pas des nombres rationnels. Ce sont des ... L'ensemble formé des nombres rationnels et des nombres irrationnels est l'ensemble ...</p>	<p><u>Réponse attendue</u> Irrationnels Des nombres réels <math>\mathbb{R}</math></p>	<p><u>Remarque</u> <math>\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}</math></p>

		Noté ...		
Présentation Développement	4) <u>Valeur absolue d'un nombre réel</u>	<u>Activité</u> Quelle est la distance à zéro de chacun des nombres suivants : -3 ; 2,5 ? Complète : La ..... de -3 est 3. La ..... de 2,5 est 2,5	<u>Réponse attendue</u> La distance à zéro de -3 est 3 La distance à zéro de 2,5 est 2,5 valeur absolue	<u>Définition</u> On appelle valeur absolue d'un nombre la distance à zéro de ce nombre. On note : $ a $ On lit : valeur absolue de a.
Application		<u>Exercice</u> Donne la valeur absolue de chacun des nombres suivants : -3,04 ; $-\frac{1}{3}$ ; 0 ; 5,2 ; $\frac{8}{5}$	<u>Réponse attendue</u> $ -3,04  = 3,04$ ; $ \frac{-1}{3}  = \frac{1}{3}$ $ 0  = 0$ ; $ 5,2  = 5,2$ ; $ \frac{8}{5}  = \frac{8}{5}$	
Présentation Développement	5) <u>Valeur absolue et racines carrées</u>	<u>Activité</u> Calcule : $A = \sqrt{3^2}$ ; $B = \sqrt{(-5)^2}$	<u>Réponse attendue</u> $A = 3$ ; $B = 5$	<u>Propriété</u> La racine carrée du carré d'un nombre est égale à la valeur absolue de ce nombre a étant un nombre réel, on a : $\sqrt{a^2} =  a $
Application		<u>Exercice</u> Ecris plus simplement : $C = \sqrt{(-2,5)^2}$ ; $D = \sqrt{(7,1)^2}$	<u>Réponse attendue</u> $C =  -2,5  = 2,5$ $D =  7,1  = 7,1$	
Présentation Développement	II. <u>Opérations et racines carrées</u> 1) <u>Somme, différence et racines carrées</u>	<u>Activité</u> Calcule : $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \dots$ $\sqrt{9 + 16} = \dots$ Donc .....	<u>Réponse attendue</u> $3 + 4 = 7$ $\sqrt{25} = 5$ Donc $\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{9 + 16}$	<u>Remarque</u> a et b étant des nombres plus grands que 0. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$
Présentation Développement	2) <u>Produit, quotient et racine carrée</u>	<u>Activité</u> Calcule : $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = \dots$ $\sqrt{9 \times 16} = \dots$ Donc ..... Calcule : $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \dots$	<u>Réponse attendue</u> $= 3 \times 4 = 12$ $= \sqrt{144} = 12$ Donc $\sqrt{9} \times \sqrt{16} = \sqrt{9 \times 16}$ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$ $\sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$	<u>Propriété</u> a et b sont des nombres positifs. ( $b \neq 0$ ) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

		$\sqrt{\frac{36}{4}} = \dots\dots\dots$ Donc .....	Donc $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}}$	
Application		<u>Exercice</u> Ecris plus simplement : $A = \sqrt{4 \times 81}$ ; $B = \sqrt{25 \times 64}$ ; $C = \sqrt{32} \times \sqrt{2}$ ; $D = \sqrt{7,2} \times \sqrt{5}$ ; $E = \sqrt{500}$ ; $F = \sqrt{\frac{16}{49}}$ ; $G = \sqrt{\frac{144}{169}}$ ; $H = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ ; $I = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$	<u>Réponse attendue</u> $A = \sqrt{4} \times \sqrt{81} = 2 \times 9 = 18$ $B = \sqrt{25} \times \sqrt{64} = 5 \times 8 = 40$ $C = \sqrt{32} \times \sqrt{2} = \sqrt{64} = 8$ $D = \sqrt{7,2 \times 5} = \sqrt{36} = 6$ $E = \sqrt{500} = \sqrt{5 \times 100} = 10\sqrt{5}$ $F = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$ ; $H = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$ $I = \sqrt{\frac{125}{5}} = \sqrt{25} = 5$	
Présentation Développement	3) <u>Puissance et racines carrées</u>	<u>Activité</u> Ecris plus simplement : $A = \sqrt{10^7}$ ; $B = \sqrt{2^4}$	<u>Réponse attendue</u> $A = \sqrt{10^{6+1}} = \sqrt{10^{2 \times 3 + 1}}$ $= \sqrt{10^{2 \times 3}} \times \sqrt{10} = \sqrt{10^{3 \times 2}} \times \sqrt{10}$ $= \sqrt{(10^3)^2} \times \sqrt{10} =  10^3  \times \sqrt{10} = 10^3 \sqrt{10}$ $B = \sqrt{2^{2 \times 2}} = \sqrt{(2^2)^2} =  2^2  = 2^2$	<u>Propriété</u> a est un nombre réel positif, n est un entier relatif. $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n \sqrt{a}$
Application		<u>Exercice</u> Ecris plus simplement : $C = \sqrt{7^5}$ ; $D = \sqrt{3^6}$	<u>Réponse attendue</u> $C = \sqrt{7^{4+1}} = \sqrt{7^{2 \times 2 + 1}} = 7^2 \sqrt{7}$ $D = \sqrt{3^{2 \times 3}} = 3^3$	
Présentation Développement	III. <u>Calculs avec les racines carrées</u> 1) <u>Réduire</u>	<u>Activité</u> Réduis : $A = 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ ; $B = 4\sqrt{2} - \sqrt{18} + 2\sqrt{32}$	<u>Réponse attendue</u> $A = (7 - 5 + 2)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ $B = 4\sqrt{2} - \sqrt{2 \times 9} + 2\sqrt{2 \times 16}$ $B = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2 \times 4\sqrt{2}$ $B = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$ $B = 9\sqrt{2}$	
Présentation Développement	2) <u>Développer et réduire</u>	<u>Activité</u> Développe et réduis : $C = \sqrt{2}(5 - \sqrt{3})$ ; $D = (2\sqrt{3} - 5)(\sqrt{3} + 1)$	<u>Réponse attendue</u> $C = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{2} - \sqrt{6}$	

		$E = (2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)$	$D = 2(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 5$ $D = 2 \times 3 - 3\sqrt{3} - 5$ $D = 6 - 5 - 3\sqrt{3} = 1 - 3\sqrt{3}$ $E = (2\sqrt{5})^2 - 4^2 = 4 \times 5 - 16$ $E = 20 - 16 = 4$	
Présentation Développement	3) <u>Factoriser</u>	<u>Activité</u> Factorise : $F = x^2 - 5$ ; $G = x^2 - 2x\sqrt{2} + 2$	<u>Réponse attendue</u> $F = x^2 - (\sqrt{5})^2$ $F = (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$ $G = x^2 - 2x\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$ $G = (x - \sqrt{2})^2$	
Présentation Développement	4) <u>Ecrire un quotient sans radical au dénominateur</u>	<u>Activité</u> Développe et réduis : $H = (\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)$ $\sqrt{3} - 2$ et $\sqrt{3} + 2$ sont des .....	<u>Réponse attendue</u> $H = (\sqrt{3})^2 - 2^2$ $H = 3 - 4 = -1$ Expressions conjuguées	
Application		<u>Exercice</u> Ecris les nombres suivants sans radical au dénominateur : $A = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ; $B = \frac{6}{\sqrt{2}-1}$ ; $C = \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{3}-4}$	<u>Réponse attendue</u> $A = \frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $B = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$ $B = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{2-1} = \frac{6(\sqrt{2}+1)}{1}$ $B = 6(\sqrt{2} + 1)$ $C = \frac{(3-\sqrt{7})(\sqrt{3}+4)}{(\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+4)} = \frac{(3-\sqrt{7})(\sqrt{3}+4)}{(\sqrt{3})^2 - 4^2}$ $C = \frac{(3-\sqrt{7})(\sqrt{3}+4)}{3-16} = \frac{(3-\sqrt{7})(\sqrt{3}+4)}{-13}$	

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

Ecris chacun des nombres suivants sous la forme  $a\sqrt{6}$ , où  $a$  est un entier relatif.

$$A = 15\sqrt{6} - 8\sqrt{24} - \sqrt{150}$$

$$B = \sqrt{2 \times 75} + \sqrt{600} - 13\sqrt{6}$$

$$C = 5\sqrt{54} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{12} \times \sqrt{32}$$

$$D = \sqrt{6^5} - \sqrt{216}$$

### Exercice 2

Effectue chacune des opérations suivantes et écris le résultat sans radical au dénominateur :

$$E = \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{\frac{64}{3}} + \sqrt{\frac{49}{3}} ; F = \sqrt{\frac{3}{5}} \times \sqrt{\frac{6}{45}} ; G = \frac{-2(1-\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}}$$

$$H = \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} ; I = \frac{5}{2\sqrt{3}-5} + \frac{2}{2\sqrt{3}+5}$$

$$G = x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 ; H = 9x^2 + 12\sqrt{2}x + 8.$$

### Exercice 6

$x$  est un nombre réel positif.

1. Développe et réduis  $M = (2 - \sqrt{3})^2$ .

2. Déduis en la factorisation de  $N = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

### Exercice 7

On donne  $X = -5 - 2\sqrt{6}$  et  $Y = -5 + 2\sqrt{6}$ .

Démontre que les nombres  $X$  et  $Y$  sont deux nombres inverses l'un de l'autre.

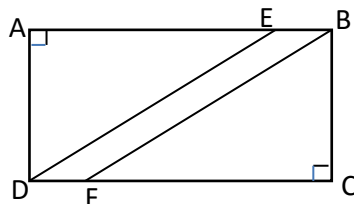
### Exercice 3

L'unité de mesure est le centimètre.

Sur la figure ci-dessous, le rectangle ABCD représente un jardin public et le parallélogramme EBFD, une allée traversant ce jardin. On donne :

- L'aire du jardin est de  $2400 \text{ m}^2$  ;
- La largeur est égale aux  $\frac{2}{3}$  de la longueur ;
- $EB = \sqrt{2} \text{ m}$ .

1. Justifie que la longueur du jardin est 60.
2. Calcule l'aire de l'allée.



### Exercice 9

On donne les expressions E, F et G définies par :

$$E = \sqrt{2015 \times 2016 + 2016} ;$$

$$F = \sqrt{56 - \sqrt{56 - \sqrt{49}}} \text{ et}$$

$$G = \sqrt{72 + \sqrt{72 + \sqrt{72 + \sqrt{81}}}}$$

1. Justifie que :  $E = 2016$
2. Justifie que :  $F = 7$
3. Justifie que :  $G = 9$

### Exercice 10

$a$  et  $b$  sont deux nombres réels positifs et non

### Exercice 4

$x$  est un nombre réel.

Développe et réduis chacune des expressions littérales H, K, J, L, R et T définies par :

$$H = (x + \sqrt{3})^2 ; K = (2x - 3\sqrt{5})^2 ;$$

$$J = (x\sqrt{7} - \sqrt{2})^2 ; L = (6 + x\sqrt{3})^2 ;$$

$$R = (x\sqrt{11} + 2\sqrt{2})(x\sqrt{11} - 2\sqrt{2}) ;$$

$$T = (-x\sqrt{5} + \sqrt{3})(-x\sqrt{5} - \sqrt{3}).$$

### Exercice 5

$x$  est un nombre réel. Factorise chacune des expressions littérales A, B, C, D, E, F, G et H définie par :

$$A = x^2 - 7 ; B = 3x^2 - 25 ; C = 8 - 5x^2 ;$$

$$D = (x - 3)^2 - 9 ; E = 7 - (x + 2)^2 ; F = 2x^2 - \frac{4}{9}$$

### Exercice 11

L'unité de mesure est le mètre.

La figure ci-contre représente l'aire de jeu d'un complexe hôtelier. ABC est un triangle rectangle en C. les arcs  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{AC}$  et  $\widehat{BC}$  représentent des demi-cercles. On donne  $AC = 18$  et  $BC = 15$ .

En vue de l'arrivée prochaine des touristes dans son hôtel, M. YAO le propriétaire du complexe, veut planter du gazon sur les parties non grisées.

Pour déterminer le coût du gazon, il veut connaître l'aire de la partie à gazonner.

1. Calcule la distance AB.
2. Calcule l'aire de la partie à gazonner.

(On prendra 3,1 comme valeur approchée de  $\pi$ )

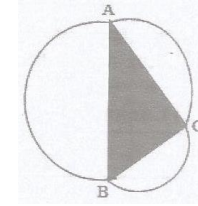
Exercice 8

On donne  $A = \frac{1}{4-3\sqrt{2}}$  et  $B = 2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

Démontre que les nombres réels A et B sont opposés.

nuls.

Démontre que :  $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ab}$ .



*Fomesoutra.com*  
*ça soutra !*

# TRIANGLE RECTANGLE

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Configurations du plan

**Leçon :** Triangle rectangle

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle non graduée, équerre, compas.

**Pré-requis :** Racines carrées, opérations sur les quotients, comparaison de nombres réels, définition du triangle rectangle

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le sinus d'un angle aigu</li> <li>- le cosinus d'un angle aigu</li> <li>- la tangente d'un angle aigu</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété de Pythagore</li> <li>- la propriété réciproque de la propriété de Pythagore</li> <li>- la propriété métrique déduite de l'aire</li> <li>- la propriété relative à la somme des carrés du cosinus et du sinus</li> <li>- la propriété relative au cosinus et au sinus de deux angles complémentaire</li> </ul>
Construire	un segment de longueur $\sqrt{a}, a > 0$
Calculer	le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu
Encadrer	le cosinus, le sinus ou et la tangente d'un angle aigu
Utiliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés de Pythagore pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle</li> <li>- la propriété métrique déduite de l'aire pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle</li> <li>- le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle</li> <li>- une table trigonométrique ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement de la mesure d'un angle aigu connaissant son cosinus, son sinus ou sa tangente</li> </ul>
Justifier	qu'un triangle est rectangle
Traiter une situation	faisant appel au triangle rectangle

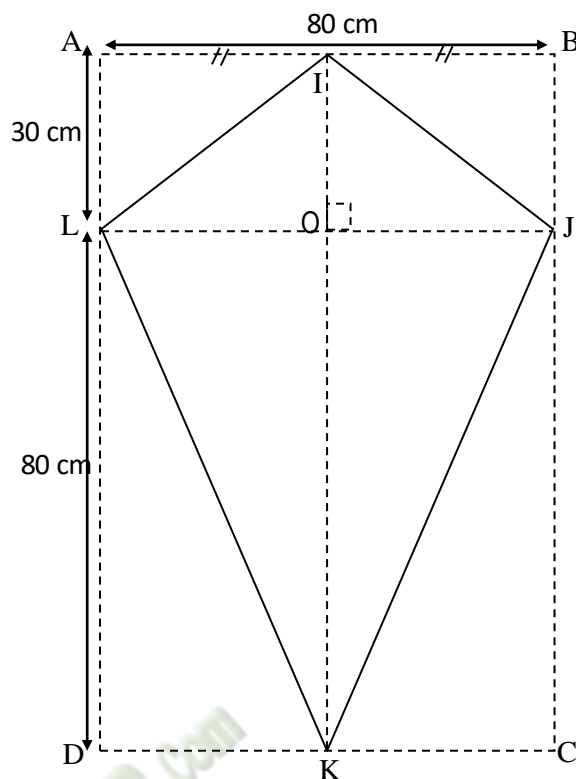
### Situation d'apprentissage

Pour marquer leur participation à la kermesse du Lycée Moderne 3 de Daloa, les élèves de la classe de troisième 1 se proposent de fabriquer un grand cerf-volant.

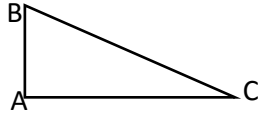
Ils réalisent la maquette IJKL ci-contre du cerf-volant. Ils veulent noter sur la figure les longueurs des côtés du cerf-volant et les mesures de ses angles.

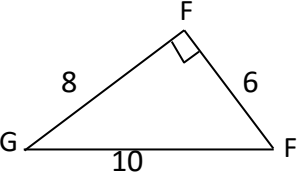
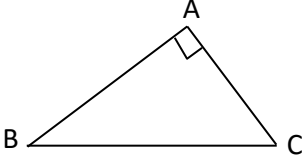

Ils calculent les distances IL et JK.

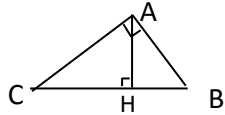
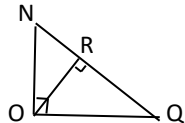
Ils calculent les mesures des angles du cerf-volant.



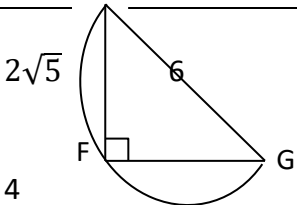
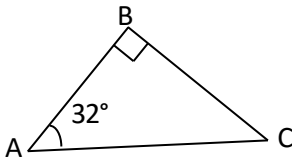

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement	I. <u>Propriété de Pythagore</u>	- accorde un temps de recherches	- les apprenants cherchent	<u>Propriété</u>

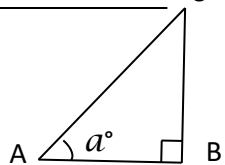
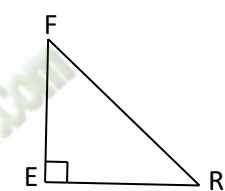
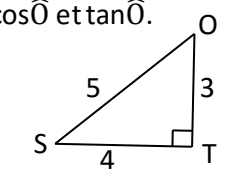

	<p>1) <u>Propriété de Pythagore</u></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- observe le travail des élèves</li> <li>- repère les élèves qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- suis les échanges entre les élèves</li> <li>- apprécie le travail de chaque élève</li> <li>- Si éventuellement les apprenants ont des soucis en raison du fait qu'ils ignorent la propriété de Pythagore, je donne la première activité.</li> </ul> <p><u>Activité</u>  ABC est un triangle rectangle en A tel que :  AB = 3 ; AC = 4 et BC = 5  Calcule : <math>AB^2</math> ; <math>AC^2</math> ; <math>BC^2</math> et <math>AB^2 + AC^2</math> .  compare : <math>AB^2 + AC^2</math>... <math>BC^2</math></p>	<p>individuellement</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <p><u>Réponse attendue</u>  <math>AB^2 = 9</math> ; <math>AC^2 = 16</math> ; <math>BC^2 = 25</math>  <math>AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25</math>  <math>AB^2 + AC^2 = BC^2</math></p>	<p>Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.</p>  <p>ABC est un triangle</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;">ABC est rectangle en A</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> <math>BC^2 = AB^2 + AC^2</math> </div>
<p>Application</p>		<p><u>Exercice 1</u>  Calcule la distance IL(ou JK) de la situation d'apprentissage.</p> <p><u>Exercice 2</u>  ABC est un triangle rectangle en A, tel que : AB = 5 et BC = 10 ; calcule AC.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p><u>Exercice 1</u>  On a I milieu de [AB] d'où AI = 40  Considérons le triangle AIL rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore :  <math>IL^2 = AI^2 + AL^2</math>  <math>IL^2 = 40^2 + 30^2 = 1600 + 900</math>  <math>IL^2 = 2500</math>  <math>IL = \sqrt{2500} = 50</math></p> <p><u>Exercice 2</u>  Considérons le triangle ABC rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore :  <math>BC^2 = AB^2 + AC^2</math>  D'où : <math>AC^2 = BC^2 - AB^2</math>  <math>AC^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75</math>  <math>AC = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}</math>.</p>	

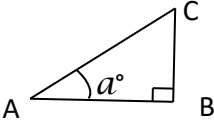
Présentation Développement	2) <u>Réciproque de la propriété de Pythagore</u>	<u>Activité</u> Soit le triangle EFG tel que : $EF = 6$ ; $EG = 10$ et $FG = 8$ Vérifie que $EF^2 + FG^2 = EG^2$ Construis le triangle EFG et donne sa nature.	<u>Réponse attendue</u> $EF^2 = 36$ ; $FG^2 = 64$ ; $EG^2 = 100$ On a : $EF^2 + FG^2 = 36 + 64 = 100 = EG^2$  Le triangle EFG est rectangle en F.	<u>Propriété</u> Si dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. ABC est un triangle. $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ABC est rectangle en A 
Application		<u>Exercice</u> Quelle est la nature du triangle EFG dans chacun des cas suivants : a) $EF = 4$ ; $EG = 8$ ; $FG = 7$ b) $EF = \sqrt{75}$ ; $EG = 5\sqrt{2}$ ; $FG = 5$	<u>Réponse attendue</u> EFG est un triangle. a) On a : $EF^2 = 16$ ; $EG^2 = 64$ et $FG^2 = 49$ . On a : $16 + 49 = 65$ . Par conséquent : $EF^2 + FG^2 \neq EG^2$ . Donc le triangle EFG n'est pas rectangle. b) On a : $EF^2 = 75$ ; $EG^2 = 50$ et $FG^2 = 25$ . On a : $50 + 25 = 75$ . Par conséquent $EG^2 + FG^2 = EF^2$ . Donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore le triangle EFG est rectangle en G.	
Présentation Développement	3) <u>Propriété métrique déduite de l'aire</u>	<u>Activité</u> L'unité de est le cm.	<u>Réponse attendue</u> Soit $\mathcal{A}$ l'aire du triangle ABC	<u>Propriété</u> Dans un triangle rectangle, le

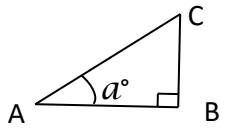
		<p>ABC est un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A, tel que : <math>AB = 3</math> ; <math>AC = 4</math> ; <math>BC = 5</math> et <math>AH = 2,4</math>.</p> <p>Calcule l'aire du triangle ABC de deux manières différentes. Déduis en une égalité qui relie AB, AC, BC et AH.</p> 	$\mathcal{A} = \frac{AC \times AB}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$ $\mathcal{A} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{5 \times 2,4}{2} = 6 \text{ cm}^2$ <p>D'où <math>\frac{AC \times AB}{2} = \frac{BC \times AH}{2}</math></p> <p>Donc : <math>AC \times AB = BC \times AH</math></p>	<p>produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse et de la hauteur passant par le sommet de l'angle droit.</p>
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>L'unité de longueur est le centimètre. Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, on donne :</p> <p><math>NO = 8</math> ; <math>OQ = 6</math> et <math>NQ = 10</math></p> <p>Calcule OR.</p> 	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>NOQ est un triangle rectangle en O et R est le pied de la hauteur issue de O. D'après la propriété métrique déduite de l'aire :</p> $OR \times NQ = ON \times OQ$ <p>D'où : <math>OR = \frac{ON \times OQ}{NQ}</math></p> <p>Donc : <math>OR = \frac{8 \times 6}{10} = 4,8</math></p>	
Présentation Développement	4) <u>Construction d'un segment de longueur <math>\sqrt{a}</math></u>	<p><u>Activité</u></p> <p>Sachant que <math>41 = 25 + 16</math> ; construis après, justification, un segment [AB] de longueur <math>\sqrt{41}</math> puis donne ton programme de construction.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>On a : <math>41 = 25 + 16</math></p> <p>D'où : <math>(\sqrt{41})^2 = 5^2 + 4^2</math></p> <p>Soit un triangle ABC tel que <math>AB = \sqrt{41}</math> ; <math>AC = 5</math> et <math>BC = 4</math></p> <p>D'où : <math>AB^2 = AC^2 + BC^2</math></p> <p>D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C. Donc [AB] est son hypoténuse.</p>	

			<p><u>Programme de construction</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Je construis deux demi droites de même origine et de supports perpendiculaires en C.</li> <li>- Sur l'une des demi droites je place le point B à 4 cm de C et sur l'autre demi droite je place le point A à 5 cm de C.</li> <li>- Je relie par un segment les points A et B.</li> </ul>	
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Sachant que <math>(2\sqrt{5})^2 = 36 - 16</math>, construis après justification, un segment [EF] de longueur <math>2\sqrt{5}</math>. Donne ton programme de construction</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>On a : <math>(2\sqrt{5})^2 = 36 - 16</math>  D'où : <math>(2\sqrt{5})^2 + 16 = 36</math>  <math>(2\sqrt{5})^2 + 4^2 = 6^2</math></p> <p>Soit un triangle EFG tel que <math>EF = 2\sqrt{5}</math> ; <math>FG = 4</math> et <math>EG = 6</math>  D'où : <math>EG^2 = EF^2 + FG^2</math>  D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F. Donc [EF] est l'un des côtés de son angle droit.</p>	

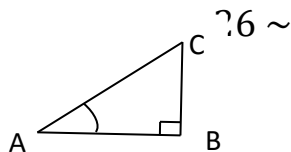
			 <p><math>2\sqrt{5}</math></p> <p>4</p> <p><u>Programme de construction</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Je construis un demi-cercle de diamètre [EG] de longueur 6 cm.</li> <li>- Je construis le cercle de rayon 4 cm et de centre G, qui coupe le demi-cercle en F.</li> <li>- Je relie par un segment les points E et F.</li> </ul>	
Présentation Développement	<p>II. <u>Trigonométrie dans le triangle rectangle</u></p> <p>1) <u>Cosinus, sinus, tangente</u></p>	<p><u>Activité</u></p> <p>Construis un triangle ABC rectangle en B tel que : <math>AC = 4</math> et <math>\text{mes}\hat{A} = 32^\circ</math>.      Mesure la longueur de [BC]. Peux-tu calculer BC ?</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p><math>BC = 2,1</math>      Je peux calculer BC en utilisant <math>\sin\hat{A}</math></p> 	<p><u>Définitions</u></p> <p>Dans un triangle rectangle,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• On appelle sinus d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse.</li> <li>• On appelle cosinus d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.</li> <li>• On appelle tangente d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du côté opposé à cet angle par le côté adjacent.</li> </ul>

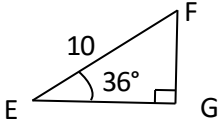
				 <p> <math>\sin a^\circ = \sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}</math>  <math>\cos a^\circ = \cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}</math>  <math>\tan a^\circ = \tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{A}}{\text{côté adjacent à } \hat{A}}</math> </p> <p><u>utilisation</u> Ces propriétés permettent de calculer des distances.</p>
Application		<p><u>Exercice 1</u> Le triangle FER est rectangle en E. Exprime en fonction des longueurs des côtés du triangle : <math>\sin \hat{F}</math> ; <math>\cos \hat{F}</math> ; <math>\cos \hat{R}</math> ; <math>\sin \hat{R}</math> ; <math>\tan \hat{F}</math> et <math>\tan \hat{R}</math>.</p>  <p><u>Exercice 2</u> On donne le triangle SOT rectangle en T tel que : SO = 5 ; ST = 4 et OT = 3. Calcule : <math>\sin \hat{S}</math> ; <math>\cos \hat{S}</math> ; <math>\tan \hat{S}</math> ; <math>\sin \hat{O}</math> ; <math>\cos \hat{O}</math> et <math>\tan \hat{O}</math>.</p> 	<p><u>Réponse attendue</u> <u>Exercice 1</u>  <math>\sin \hat{F} = \frac{ER}{FR}</math> ; <math>\cos \hat{F} = \frac{EF}{FR}</math> ; <math>\cos \hat{R} = \frac{ER}{FR}</math> ;  <math>\sin \hat{R} = \frac{EF}{FR}</math> ; <math>\tan \hat{F} = \frac{ER}{EF}</math>  <math>\tan \hat{R} = \frac{EF}{ER}</math> </p> <p><u>Exercice 2</u>  <math>\sin \hat{S} = \frac{3}{5}</math> ; <math>\cos \hat{S} = \frac{4}{5}</math> ; <math>\tan \hat{S} = \frac{3}{4}</math> ; <math>\sin \hat{O} = \frac{4}{5}</math> ; <math>\cos \hat{O} = \frac{3}{5}</math> et <math>\tan \hat{O} = \frac{4}{3}</math>. </p>	
Présentation Développement	2) <u>Somme des carrés du cosinus et du sinus d'un angle</u>	<p><u>Activité</u> En utilisant les résultats trouvés dans l'exercice 2 ci-dessus, justifie que :</p>	<p><u>Réponse attendue</u> On a : <math>\sin \hat{S} = \frac{3}{5} = 0,6</math></p>	<p><u>Propriété</u> Pour tout angle aigu de mesure</p>

		$0 < \cos \hat{S} < 1 ; 0 < \sin \hat{S} < 1$ et $\cos^2 \hat{S} + \sin^2 \hat{S} = 1$	D'où : $0 < \sin \hat{S} < 1$ On a : $\cos \hat{S} = \frac{4}{5} = 0,8$ D'où : $0 < \cos \hat{S} < 1$ On a : $\cos^2 \hat{S} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ $\sin^2 \hat{S} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ D'où : $\cos^2 \hat{S} + \sin^2 \hat{S} = \frac{16}{25} + \frac{9}{25}$ $= \frac{25}{25} = 1$	$a^\circ$ , on a : $0 < \cos a^\circ < 1 ; 0 < \sin a^\circ < 1$ $\cos^2 a^\circ + \sin^2 a^\circ = 1$
Application		<u>Exercice</u> Le sinus d'un angle aigu $\hat{A}$ est égal à $\frac{1}{3}$ . Calcule le cosinus de cet angle. Le cosinus d'un angle aigu $\hat{B}$ est égal à $\frac{2}{5}$ . Calcule le sinus de cet angle.	<u>Réponse attendue</u> On a : $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$ D'où : $\cos^2 \hat{A} = 1 - \sin^2 \hat{A}$ $\cos^2 \hat{A} = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\cos^2 \hat{A} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ Donc : $\cos \hat{A} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ On a : $\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$ D'où : $\sin^2 \hat{B} = 1 - \cos^2 \hat{B}$ $\sin^2 \hat{B} = 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2$ $\sin^2 \hat{B} = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$ Donc : $\sin \hat{B} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$	
Présentation Développement	3) <u>Cosinus et sinus d'angles complémentaires</u>	<u>Activité</u> En utilisant les résultats trouvés dans l'exercice 1 ci-dessus, compare $\sin \hat{F}$ et $\cos \hat{R}$ puis $\cos \hat{F}$ et $\sin \hat{R}$	<u>Réponse attendue</u> $\sin \hat{F} = \cos \hat{R}$ $\cos \hat{F} = \sin \hat{R}$	<u>Propriété</u> Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre. 

				$\cos(90^\circ - a^\circ) = \sin a^\circ$ $\cos \hat{C} = \sin \hat{A}$ $\sin(90^\circ - a^\circ) = \cos a^\circ$ $\sin \hat{C} = \cos \hat{A}$
Application		<u>Exercice</u> 1. ABC est un triangle rectangle en A. calcule $\sin \hat{B}$ ; $\sin \hat{C}$ et $\cos \hat{C}$ , sachant que : $\cos \hat{B} = 0,1$ 2. Calcule $\sin 50^\circ$ et $\cos 76^\circ$ , sachant que : $\cos 40^\circ \approx 0,643$ ; $\sin 14^\circ \approx 0,242$ .	<u>Réponse attendue</u> 1. On a : $\sin \hat{C} = \cos \hat{B} = 0,1$ On a : $\cos^2 \hat{C} + \sin^2 \hat{C} = 1$ D'où : $\cos^2 \hat{C} = 1 - \sin^2 \hat{C}$ $\cos^2 \hat{C} = 1 - 0,1^2$ $\cos^2 \hat{C} = 1 - 0,01 = 0,99$ Donc : $\cos \hat{C} = \sqrt{0,99}$ Par conséquent : $\sin \hat{B} = \cos \hat{C} = \sqrt{0,99}$ 2. $\sin 50^\circ = \sin(90^\circ - 40^\circ) = \cos 40^\circ \approx 0,643$ $\cos 76^\circ = \cos(90^\circ - 14^\circ) = \sin 14^\circ \approx 0,242$ .	
Présentation Développement	4) <u>Relation entre le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu</u>	<u>Activité</u> En utilisant les résultats trouvés dans l'exercice 2 ci-dessus, calcule $\frac{\sin \hat{S}}{\cos \hat{S}}$ et compare le résultat à $\tan \hat{S}$	<u>Réponse attendue</u> On a : $\frac{\sin \hat{S}}{\cos \hat{S}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{5}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$ Or : $\tan \hat{S} = \frac{3}{4}$ Donc : $\tan \hat{S} = \frac{\sin \hat{S}}{\cos \hat{S}}$	<u>Propriété</u> La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus de cet angle par son cosinus.  $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} ; \tan \hat{A} = \tan a^\circ = \frac{\sin a^\circ}{\cos a^\circ}$
Application		<u>Exercice</u> ABC est un triangle rectangle en B. Calcule $\tan \hat{A}$ lorsque $\sin \hat{A} = \frac{1}{3}$ et $\cos \hat{A} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	<u>Réponse attendue</u> On a : $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{2}}$ Donc : $\tan \hat{A} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$	
Présentation Développement	III. <u>Utilisation de la trigonométrie</u> 1) <u>Cercle trigonométrique</u>	<u>Activité</u> Sur la figure ci-dessous, (O, I, J) est un repère orthonormé. Le cercle (C) de	<u>Réponse attendue</u> 1. $\cos \widehat{MOI} = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{1} = OH$	<u>Remarque</u> • les cosinus des angles aigus et les mesures de ces angles sont

		<p>centre O et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique. Met N sont deux points du cercle.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Trouve <math>\cos\widehat{MOI}</math> et <math>\sin\widehat{MOI}</math></li> <li>2. Compare <math>\text{mes}\widehat{MOI}</math> et <math>\text{mes}\widehat{NOI}</math></li> <li>3. Compare <math>\cos\widehat{MOI}</math> et <math>\cos\widehat{NOI}</math> puis <math>\sin\widehat{MOI}</math> et <math>\sin\widehat{NOI}</math>.</li> </ol>	$\sin\widehat{MOI} = \frac{MH}{OM} = \frac{GO}{OM} = \frac{OG}{1}$ $\sin\widehat{NOI} = OG$ <ol style="list-style-type: none"> <li>2. <math>\text{mes}\widehat{MOI} &lt; \text{mes}\widehat{NOI}</math></li> <li>3. <math>\cos\widehat{MOI} &gt; \cos\widehat{NOI}</math> <math>\sin\widehat{MOI} &lt; \sin\widehat{NOI}</math>.</li> </ol>	<p>rangés dans des ordres contraires.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Les sinus des angles aigus et les mesures de ces angles sont rangés dans le même ordre.</li> </ul>
Application		<p><u>Exercice</u> Range dans l'ordre croissant : <math>\sin 15^\circ</math> ; <math>\cos 20^\circ</math> ; <math>\sin 35^\circ</math> ; <math>\cos 45^\circ</math> ; <math>\cos 60^\circ</math> ; <math>\sin 65^\circ</math> et <math>\sin 80^\circ</math>.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> On a : <math>\cos 20^\circ = \sin 70^\circ</math> ; <math>\cos 45^\circ = \sin 45^\circ</math> ; <math>\cos 60^\circ = \sin 30^\circ</math> D'où : <math>\sin 15^\circ &lt; \sin 30^\circ &lt; \sin 35^\circ &lt; \sin 45^\circ &lt; \sin 65^\circ &lt; \sin 70^\circ &lt; \sin 80^\circ</math> Donc : <math>\sin 15^\circ &lt; \cos 60^\circ &lt; \sin 35^\circ &lt; \cos 45^\circ &lt; \sin 65^\circ &lt; \cos 20^\circ &lt; \sin 80^\circ</math>.</p>	
Présentation Développement	2) <u>Calculs dans le triangle rectangle</u>	<p><u>Activité 1</u> ABC est un triangle rectangle en B tel que : <math>BC = 3</math> et <math>AC = 5</math>. Recherchons un encadrement de la mesure de l'angle <math>\widehat{A}</math>. Complète : On a : <math>\sin\widehat{A} = \dots = \dots = \dots</math> Dans la table : <math>\dots &lt; 0,6 &lt; \dots</math> D'où : <math>\dots &lt; \sin\widehat{A} &lt; \dots</math> Donc : <math>\dots &lt; \text{mes}\widehat{A} &lt; \dots</math> On choisira <math>\dots</math> ou <math>\dots</math>, comme valeur</p>	<p><u>Réponse attendue</u> <u>Activité 1</u> <math>\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6</math> <math>0,588 &lt; 0,6 &lt; 0,602</math> <math>\sin 36^\circ &lt; \sin\widehat{A} &lt; \sin 37^\circ</math> <math>36^\circ &lt; \text{mes}\widehat{A} &lt; 37^\circ</math> On choisira <math>36^\circ</math> ou <math>37^\circ</math>, comme valeur approchée de <math>\text{mes}\widehat{A}</math></p> <p><u>Activité 2</u></p>	



		<p>approchée de <math>\widehat{A}</math></p> <p style="text-align: center;">5            3</p> <p><u>Activité 2</u> EFG est un triangle rectangle en G tel que : EF = 10 et <math>\widehat{E} = 36^\circ</math>. Recherchons une valeur approchée de EG. Complète : Par définition, <math>\cos \widehat{FEG} = \dots</math> D'où : <math>\cos 36^\circ = \frac{EG}{\dots}</math> Par conséquent : EG = ... x ... Or <math>\cos 36^\circ \approx \dots</math> Donc : EG <math>\approx \dots</math></p> 	$\cos \widehat{FEG} = \frac{EG}{EF}$ $\cos 36^\circ = \frac{EG}{10}$ $EG = 10 \times \cos 36^\circ$ $\cos 36^\circ \approx 0,809$ $EG \approx 8,09$	
Application		<p><u>Exercice 1</u> ABC est un triangle rectangle en A, tel que : AB = 30 et <math>\widehat{B} = 27^\circ</math>. Trouve une valeur approchée de BC.</p> <p><u>Exercice 2</u> EFG est un triangle rectangle en E tel que : FG = 16 et EG = 10. Trouve un encadrement de la mesure de l'angle <math>\widehat{G}</math></p> <p><u>Exercice 3</u> Calcule la mesure de l'angle <math>\widehat{ILK}</math> du cerf-volant</p> <p>(Je demande aux apprenants de calculer à la maison les mesures des</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p><u>Exercice 1</u> Considérons le triangle ABC rectangle en A Par définition <math>\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}</math> D'où : <math>\cos 27^\circ = \frac{30}{BC}</math> Par conséquent : <math>BC = \frac{30}{\cos 27^\circ}</math> Or : <math>\cos 27^\circ \approx 0,891</math> Donc : <math>BC \approx 33,67</math></p> <p><u>Exercice 2</u> Considérons le triangle EFG rectangle en E. On a : <math>\cos \widehat{G} = \frac{EG}{FG} = \frac{10}{16} = 0,625</math> D'après la table : <math>0,616 &lt; 0,625 &lt; 0,629</math></p>	

		autres angles du cerf-volant)	<p>D'où : <math>\cos 52^\circ &lt; \cos \widehat{G} &lt; \cos 51^\circ</math>  Donc : <math>51^\circ &lt; \text{mes}\widehat{G} &lt; 52^\circ</math></p> <p><u>Exercice 3</u>  Considérons le triangle ILO rectangle en O.  On a : <math>\cos \widehat{ILO} = \frac{LO}{LI} = \frac{40}{50} = 0,8</math>  D'où : <math>\text{mes}\widehat{ILO} \approx 37^\circ</math>  Considérons le triangle LOK rectangle en O  <math>\tan \widehat{OLK} = \frac{OK}{OL} = \frac{80}{40} = 2</math>  D'où : <math>\text{mes}\widehat{OLK} \approx 63^\circ</math>  Par conséquent :  <math>\text{mes}\widehat{ILK} = \text{mes}\widehat{ILO} + \text{mes}\widehat{OLK}</math>  <math>\text{mes}\widehat{ILK} \approx 37^\circ + 63^\circ \approx 100^\circ</math></p>	
--	--	-------------------------------	---	--

## Exercices de la leçon

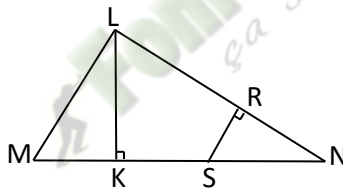
### Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle.

On donne :  $MN = 8$  ;  $ML = 4,8$  ;  $LN = 6,4$ .

- Démontre que le triangle LMN est rectangle.
- Soit S le point de [MN] tel que  $NS = 2$ . La perpendiculaire à (LN) passant par S coupe [LN] en R. Calcule RS.

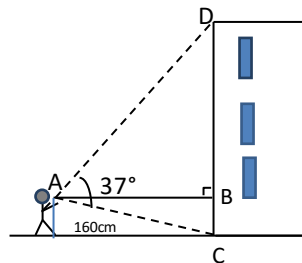


### Exercice 2

L'unité de longueur est le mètre (m).

La figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle

- Détermine l'arrondi d'ordre 0 de la mesure de l'angle  $\widehat{CAB}$ .
- Détermine une valeur approchée de la hauteur CD de l'immeuble.



### Exercice 4

Dans un zoo, Maman girafe mesure 5,80m. placée à 3m de son petit, elle le voit sous un angle de  $24^\circ$ .  
Quelle est la taille du girafon ?

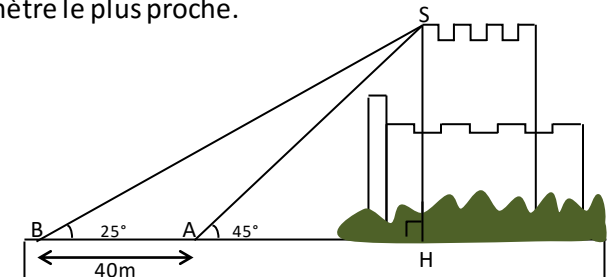
### Exercice 6

L'unité de longueur est le mètre.

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle, on donne :  $AB = 40$  ;  $\text{mes}\widehat{SAH} = 45^\circ$  et  $\text{mes}\widehat{SBH} = 25^\circ$ .

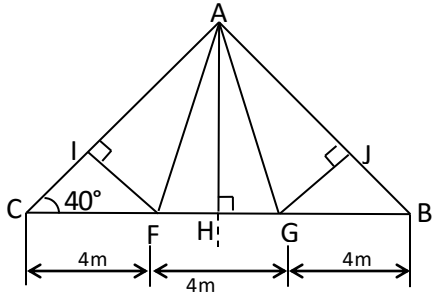
L'objectif est de calculer la hauteur SH du château. On pose  $x = SH$ .

- Exprime AH en fonction de  $x$ .
- Calcule la hauteur SH du château arrondie au mètre le plus proche.



représente une charpente. La figure est symétrique par rapport à la droite (AH). Les segments [IF] ; [FA] ; [AG] et [GJ] représentent les poutres.

1. Justifie que 2,57m est une valeur approchée de IF.
2. Détermine l'arrondi d'ordre 2 de AH.
3. Dédus en la longueur des poutres nécessaires à la réalisation de cette charpente.



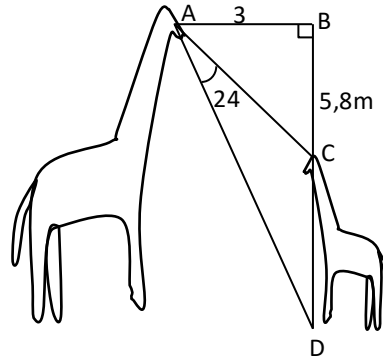
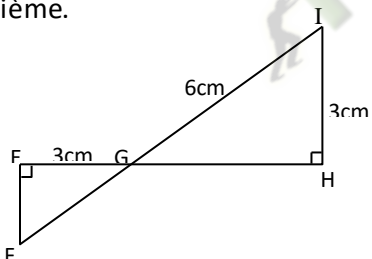
### Exercice 3

Sur la figure ci-dessous, les yeux de Kouadio se trouvent en A, à 160cm du sol. Kouadio se tient à 20m d'un immeuble. Il voit celui-ci sous un angle  $\widehat{CAD}$  de mesure  $37^\circ$ .

### Exercice 8

Observe la figure codée ci-dessous.

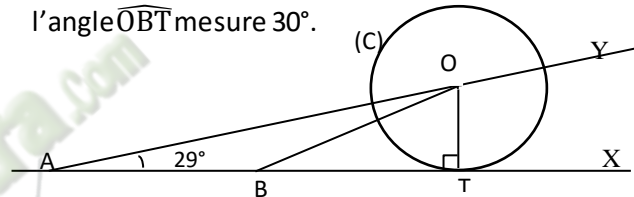
1. Calcule  $\text{mes}\widehat{IGH}$ .
2. Dédus en la mesure de l'angle  $\widehat{EGF}$ .
3. Détermine les longueurs EF et FG arrondies au dixième.



### Exercice 5

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur : (C) est un cercle de centre O ; le point O appartient à la demi droite [AY) ; la demi droite [AX) est tangente à (C) en T ; AT = 9cm.

1. Détermine une valeur approchée, au millimètre près, du rayon du cercle (C).
2. B est un point du segment [AT]. Détermine une valeur approchée de la distance AB sachant que l'angle  $\widehat{OBT}$  mesure  $30^\circ$ .



### Exercice 10

Les mesures sont exprimées dans la même unité.

La figure codée ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.

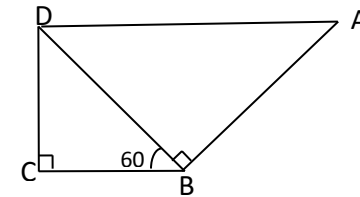
1. Justifie que :  $x = 5$  et  $h = 12$ .
2. Calcule la mesure de chacun des angles du triangle ABC. (On donnera l'arrondi d'ordre 0 de chaque résultat)

### Exercice 7

Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, on donne :

$BD = 4\text{cm}$ ,  $BA = 6\text{cm}$  et  $\text{mes}\widehat{DBC} = 60^\circ$

1. Démontre que :  $BC = 2\text{cm}$ .
2. Calcule CD. Donne la valeur arrondie au dixième.
3. Calcule AD.
4. a) Détermine la valeur de  $\tan\widehat{BAD}$ .  
c) Dédus en l'arrondi au degré de l'angle  $\widehat{BAD}$ .



### Exercice 12

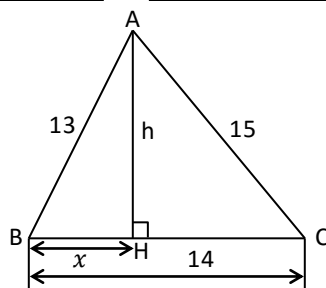
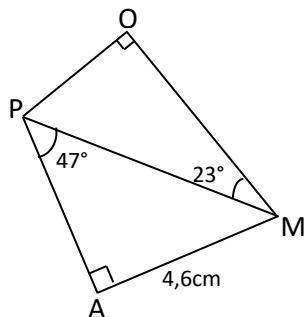
Pour participer au tournoi communal de basketball organisé par le maire, Ali, président des jeunes veut installer un panier de basket pour l'entraînement de l'équipe du quartier. Ali veut fixer le panier de basketball sur un mur à 3,05m du sol. Il dispose d'une échelle qj mesure 3,20m de long. En vue de prendre des précautions, il veut savoir la mesure de l'angle formé par l'échelle et le sol.

1. Détermine l'arrondi d'ordre 2 de la distance entre le pied du mur et le point d'appui de l'échelle.

### Exercice 9

Sur la figure codée ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur :

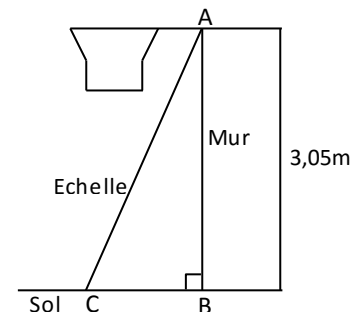
1. Détermine la longueur PM arrondie au millimètre.
2. Déduis en la longueur OM arrondie au millimètre.



### Exercice 11

1. a) Construis un cercle (C) de centre O et de rayon 5cm, puis place deux points A et B sur (C) tels que  $AB = 6\text{cm}$ .  
b) Trace la droite (L) passant par O et perpendiculaire à (AB) puis place le point I, intersection de (AB) et de (L).  
c) Place les points D et E tels que :  $\{D\} = (C) \cap [OI]$  et  $\{E\} = (C) \cap [IO]$ .
2. Calcule : IO, ID et IE.
3. Détermine une valeur approchée de la mesure de chacun des angles  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BDA}$  et  $\widehat{AEB}$ .

2. Détermine l'arrondi d'ordre 0 de la mesure de l'angle formé par l'échelle et le sol.



# PROPRIETES DE THALES DANS LE TRIANGLE



CE MATHS LM3

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Configurations du plan

**Leçon :** Propriétés de Thalès dans le triangle

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

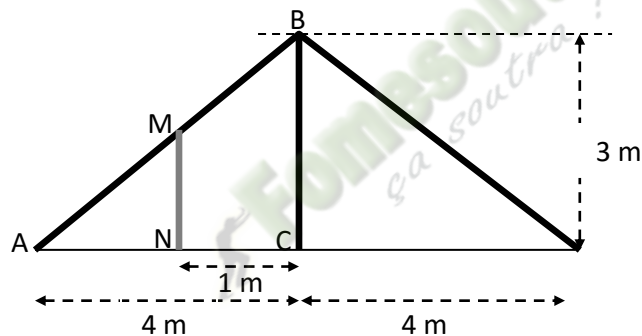
**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle non graduée, équerre, compas.

**Pré-requis :** Racines carrées, droite parallèles, opérations sur les quotients.

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété de Thalès</li> <li>- la propriété réciproque de la propriété de Thalès</li> <li>- la conséquence de la propriété de Thalès</li> </ul>
Reconnaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une configuration de Thalès</li> <li>- deux quotients égaux dans une configuration de Thalès</li> </ul>
Partager	un segment en des segments de même longueur
Calculer	des distances
Démontrer	le parallélisme de droites
Traiter une situation	faisant appel aux propriétés de Thalès dans un le triangle

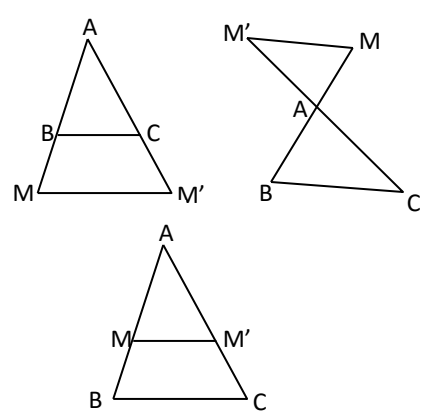
Situation d'apprentissage

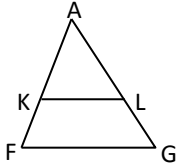
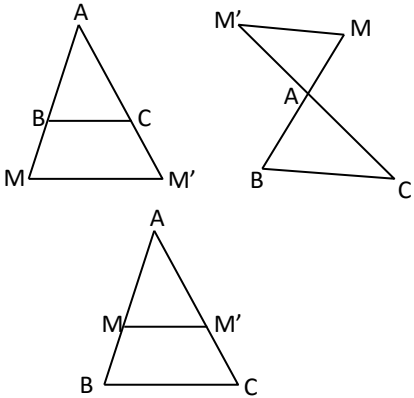
Sur la représentation en coupe ci-dessous du toit de l'apatam d'un Lycée de Danané, on aperçoit le toit, une barre horizontale de 8 mètres et une barre verticale de 3 mètres.

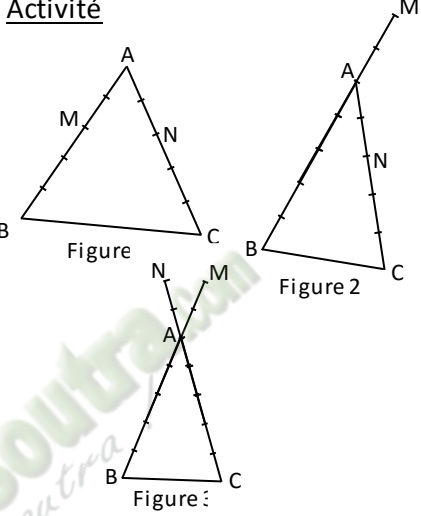


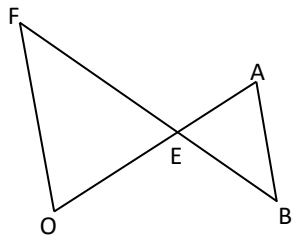
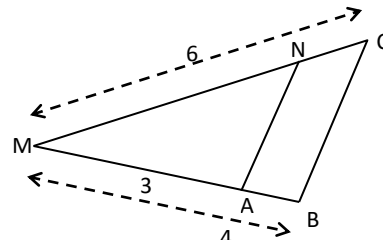
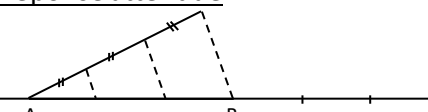
Un côté du toit étant défectueux, un charpentier est chargé de le renforcer. Pour ce faire, il doit fixer une barre verticale dont le pied est situé à 1 mètre de la barre verticale initiale. Ainsi il décide de clouer sa barre au-dessus du toit. Dans ce cas il veut monter sur le toit afin de bien mettre la pointe. Pour ne pas que le charpentier se trompe sur l'emplacement exact de

labarre, les élèves des classes de troisième 1 et 3 décident de l'aider à calculer la distance entre l'extrémité A du toit et la position M de cette barre. Informé de leur projet, leur professeur de Mathématiques leur fait savoir qu'il souhaiterait qu'ils déterminent d'abord un autre quotient égal au quotient  $\frac{AM}{AB}$ .

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> <p>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement	<p>I- <u>Propriétés de Thalès dans le triangle</u></p> <p>1) <u>Propriété de Thalès</u></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de me donner le nom de la propriété qui donne <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}</math></li> <li>- Je définie la propriété de Thalès.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Considérons le triangle ABC rectangle en C. D'après la propriété de Pythagore</p> $AB^2 = AC^2 + BC^2$ $AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ $AB = \sqrt{25} = 5$ <p>Dans ce même triangle ABC rectangle en C on a :</p> $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$ <p>Dans le triangle AMN rectangle en N on a :</p> $\cos \widehat{MAN} = \frac{AN}{AM}$ <p>Or : <math>\cos \widehat{BAC} = \cos \widehat{MAN}</math></p> <p>D'où : <math>\frac{AC}{AB} = \frac{AN}{AM}</math></p>	<p><u>Propriété</u></p> <p>ABC est un triangle. M est un point de (AB) et M' un point de (AC).</p> <p>Si <math>(MM') \parallel (BC)</math> alors <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}</math></p> 

			<p>Donc : <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}</math></p> <p>Par conséquent : <math>\frac{AM}{5} = \frac{3}{4}</math></p> <p>Donc : <math>AM = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3,75</math></p>	
Application		<p><b>Exercice</b></p> <p>Sur la figure ci-dessous, <math>(KL) \parallel (FG)</math> ;  <math>AF = 8</math> ; <math>AG = 7</math> ; <math>FG = 6,5</math> et <math>AK = 3,2</math>.            Calcule la distance AL.</p> 	<p><b>Réponse attendue</b></p> <p>Considérons le triangle AFG.            On a : <math>K \in (AF)</math> et <math>L \in (AG)</math> tel que <math>(KL) \parallel (FG)</math>. D'après la propriété de Thalès on a :</p> $\frac{AK}{AF} = \frac{AL}{AG}$ <p>équivalent à <math>\frac{3,2}{8} = \frac{AL}{7}</math></p> <p>Équivaut à <math>8 \times AL = 7 \times 3,2</math></p> <p>Équivaut à <math>AL = \frac{7 \times 3,2}{8}</math></p> <p>Donc <math>AL = 2,8</math></p>	
Présentation Développement	2) <u>Conséquence de la propriété de Thalès</u>	<p><b>Activité</b></p> <p>Dans la situation d'apprentissage :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcule MN</li> <li>2. Compare : <math>\frac{AM}{AB}</math>, <math>\frac{AN}{AC}</math> et <math>\frac{MN}{BC}</math>.</li> </ol>	<p><b>Réponse attendue</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. D'après la propriété de Pythagore appliquée sur le triangle AMN rectangle en N, on a : <math>AM^2 = AN^2 + MN^2</math>            D'où : <math>MN^2 = AM^2 - AN^2</math>  <math>MN^2 = 3,75^2 - 3^2 = 5,0625</math>  <math>MN = \sqrt{5,0625} = 2,25</math></li> <li>2. On a : <math>\frac{MN}{BC} = \frac{2,25}{3} = 0,75</math>            On a : <math>\frac{AN}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75</math> or <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}</math>            Donc : <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}</math></li> </ol>	<p><b>Propriété</b></p> <p>ABC est un triangle. Mest un point de (AB) et M' un point de (AC).            Si <math>(MM') \parallel (BC)</math> alors <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC} = \frac{MM'}{BC}</math></p>  <p><b>Utilisation</b></p> <p>La propriété de Thalès et sa conséquence servent à calculer des</p>

Application		<p><u>Exercice</u> Reviens sur l'exercice précédent et calcule la distance KL.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> Considérons le triangle AFG. On a : <math>K \in (AF)</math> et <math>L \in (AG)</math> tel que <math>(KL) \parallel (FG)</math>. D'après la conséquence de la propriété de Thalès on a :</p> $\frac{AK}{AF} = \frac{AL}{AG} = \frac{KL}{FG}$ $\frac{KL}{FG} = \frac{AK}{AF} \text{ équivaut à } \frac{KL}{6,5} = \frac{3,2}{8}$ $\text{Equivaut à } 8 \times KL = 6,5 \times 3,2$ $\text{Equivaut à } KL = \frac{6,5 \times 3,2}{8}$ <p>Donc <math>KL = 2,6</math></p>	distances.																		
Présentation Développement	3. <u>Réciproque de la propriété de Thalès</u>	<p><u>Activité</u></p>  <p>a. Sur chacune des 3 figures ci-dessus, trouve la valeur des quotients <math>\frac{AM}{AB}</math> et <math>\frac{AN}{AC}</math>. Quelle remarque fais-tu ?</p> <table border="1" data-bbox="689 1252 1153 1390"> <thead> <tr> <th>Figure 1</th> <th>Figure 2</th> <th>Figure 3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\frac{AM}{AB} =</math></td> <td><math>\frac{AM}{AB} =</math></td> <td><math>\frac{AM}{AB} =</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{AN}{AC} =</math></td> <td><math>\frac{AN}{AC} =</math></td> <td><math>\frac{AN}{AC} =</math></td> </tr> </tbody> </table>	Figure 1	Figure 2	Figure 3	$\frac{AM}{AB} =$	$\frac{AM}{AB} =$	$\frac{AM}{AB} =$	$\frac{AN}{AC} =$	$\frac{AN}{AC} =$	$\frac{AN}{AC} =$	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>a.</p> <table border="1" data-bbox="1182 624 1626 767"> <thead> <tr> <th>Figure 1</th> <th>Figure 2</th> <th>Figure 3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}</math></td> <td><math>\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}</math></td> <td><math>\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}</math></td> <td><math>\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}</math></td> <td><math>\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p><math>\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}</math></p> <p>b. Sur la figure 1 on a : <math>M \in [AB]</math> puis <math>N \in [AC]</math> Sur la figure 2 on a : <math>M \in [BA]</math> et <math>M \notin [AB]</math> puis <math>N \in [CA]</math> et <math>N \notin [AC]</math></p>	Figure 1	Figure 2	Figure 3	$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$	$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$	$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$	$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$	<p><u>Propriété</u> ABC est un triangle. Mest un point de (AB), M' un point de (AC) tels que la position de M par rapport à A et B soit la même que celle de M' par rapport à A et C. Si <math>\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}</math> alors <math>(MM') \parallel (BC)</math>.</p> <p><u>Utilisation</u> La réciproque de la propriété de Thalès sert à démontrer que deux droites sont parallèles.</p>
Figure 1	Figure 2	Figure 3																				
$\frac{AM}{AB} =$	$\frac{AM}{AB} =$	$\frac{AM}{AB} =$																				
$\frac{AN}{AC} =$	$\frac{AN}{AC} =$	$\frac{AN}{AC} =$																				
Figure 1	Figure 2	Figure 3																				
$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$	$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$																				
$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$	$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$	$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$																				

		<p><u>Remarque</u> : sur chaque figure on a :</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ <p>b. Dans les cas où les droites (MN) et (BC) sont parallèles, précise la position du point M par rapport aux points A et B et celle du point N par rapport aux points A et C.</p>		
Application		<p><u>Exercice</u> Sur la figure ci-dessous, FE = 12,5 ; OE = 5 ; EB = 7,5 et EA = 3. Justifie que (AB) // (FO).</p> 	<p><u>Réponse</u> Considérons le triangle EAB. On a : F ∈ (EB) et O ∈ (EA) tels que la position de F par rapport à E et B est la même que celle de O par rapport à E et A. On a : <math>\frac{EF}{EB} = \frac{12,5}{7,5} = \frac{125}{75} = \frac{25 \times 5}{25 \times 3} = \frac{5}{3}</math> Et <math>\frac{EO}{EA} = \frac{5}{3}</math> D'où : <math>\frac{EF}{EB} = \frac{EO}{EA}</math> D'après la réciproque de la propriété de Thalès (AB) // (FO).</p>	
Présentation Développement	<p>II- <u>Utilisation des propriétés de Thalès</u></p> <p>- <u>Quatrième proportionnelle</u></p>	<p><u>Activité</u> Construis un segment [MN] tel que :</p> $\frac{4}{3} = \frac{6}{MN}$ <p>Complète : Le segment [MN] est la ..... des nombres 4 ; 3 et 6 pris dans cet ordre.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p>Le segment [MN] est la <i>quatrième proportionnelle</i> des nombres 4 ; 3 et 6 pris dans cet ordre.</p>	
Application		<p><u>Exercice</u> Construis un segment [AB] de 7cm de longueur. Avec le compas et la règle non graduée, construis le point M de</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> 	

		la droite (AB) tel que $AM = \frac{5}{3} AB$ .		
--	--	---	--	--

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

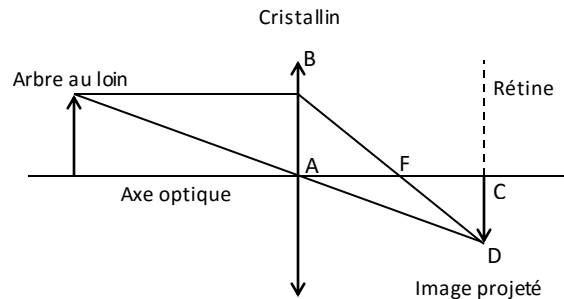
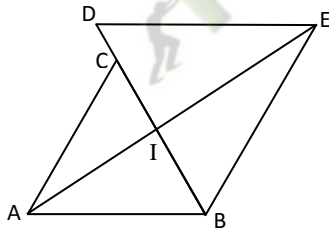
L'unité de longueur est le centimètre.

- Construis un triangle GHI tel que :  $GH = 4,5$  ;  $GI = 2,8$  et  $IH = 3,6$ .
  - Place le point K de la demi-droite [GH) tel que  $K \in [GH)$  et  $HK = 3$
  - Place le point J de la demi-droite [IH) tel que  $J \in [IH)$  et  $HJ = 2,4$ .
- Les droites (IG) et (KJ) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

### Exercice 2

Dans la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle, les triangles ABC et BED sont équilatéraux.

- Le point C appartient au segment [BD) ;
  - $AB = 3\text{cm}$  et  $BD = 5\text{cm}$ .
- En utilisant les propriétés des angles alternes internes, justifie que :
    - Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
    - Les droites (BE) et (AC) sont parallèles.
  - Déterminer que :  $\frac{IB}{ID} = \frac{IA}{IE} = \frac{AB}{ED}$  et  $\frac{IC}{IB} = \frac{IA}{IE} = \frac{AC}{BE}$
    - Déduis en que  $IB^2 = ID \times IC$ .



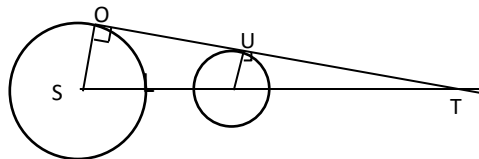
### Exercice 6

Sanogo, placé en un point T sur la terre, observe une éclipse de soleil que l'on schématise comme sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur. Il sait que :

- Le rayon SO du soleil est de 696 000 km ;
- Le rayon LU de la lune est de 1 738 km ;
- La distance TS (Terre-Soleil) est de 150 millions de km.

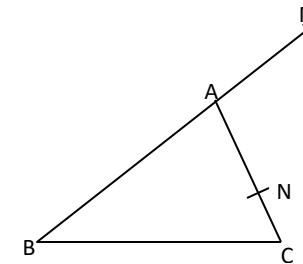
Sanogo affirme que l'arrondi au km près de la distance TL (Terre-Lune) est de 374 569 km.

A-t-il raison ? Justifie ta réponse.



### Exercice 7

L'unité de longueur est le mètre. Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur, [AD) est un diamètre d'un puits de forme cylindrique. Le point C

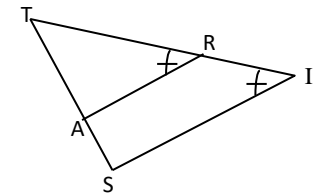


### exercice 10

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure codée ci-dessous, on donne :  $TA = 2,2$  ;  $TR = 4,2$  ;  $TI = 6,3$  et  $SI = 5,4$ .

- Démontre que les droites (AR) et (SI) sont parallèles.
- Justifie que  $TS = 3,3$ .
- Calcule la longueur AR.



### Exercice 11

Dans la figure ci-dessous, les points M, I et R sont alignés ainsi que les points M, E et S. Les droites (IE) et (RS) sont parallèles.  $x$  désigne la longueur MI en centimètres.

- Démontre que le nombre  $x$  vérifie l'équation :  $7x = 5x + 15$ .
- Détermine la longueur MI.



### Exercice 3

E et F deux points distincts du plan.

Construis les points G et H tels que :  $G \in (EF)$ ,  $H \in (EF)$

$$\text{et } \frac{GE}{GF} = \frac{HE}{HF} = \frac{5}{4}$$

Donne un programme de construction et justifie ta construction.

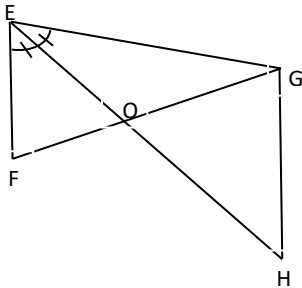
### Exercice 4

Sur la figure ci-dessous :

- Les droites (EF) et (GH) sont parallèles.
- (EH) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{FEG}$ .

Les droites (EH) et (FG) se coupent au point O.

- Démontre que EGH est un triangle isocèle en G.
- Démontre que :  $\frac{EG}{EF} = \frac{OG}{OF}$ .



### Exercice 5

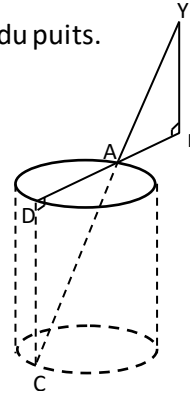
L'œil est un « appareil optique ». le cristallin joue le rôle d'une lentille convergente de foyer F. les images projetées sur la rétine sont réduites inversées. Le cristallin et la rétine sont représentés par deux axes parallèles. Le cristallin a un rayon [AB] de 5,5mm. La rétine a un rayon [CD] de 0,5mm. La profondeur [AC] de l'œil est égale à 18mm.

Justifie que  $AF = 16,5\text{mm}$ . AF est appelé distance focale.

est à la verticale de D, au fond du puits. Habibat se place en un point E de la demi-droite [DA] de sorte que le point Y représentant ses yeux soit aligné avec les points A et C.

On donne :  $AD = 1,5$  ;  $EA = 0,6$  et  $EY = 1,7$ .

- Démontre que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.
- Calcule la profondeur DC du puits.



### Exercice 8

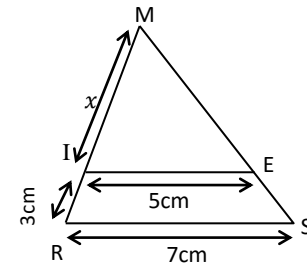
- Trace trois demi droites [OI), [OJ) et [OK) puis, place les points L, M et N tels que :
  - Les points O, I et L sont alignés.
  - Les points O, J et M sont alignés.
  - Les points O, K et N sont alignés.
  - Les droites (IJ) et (LM) sont parallèles.
  - Les droites (JK) et (MN) sont parallèles.
- Démontre que les droites (IK) et (LN) sont parallèles.

### Exercice 9

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle on a :  $AN = 2$  ;  $AC = 3$  ;  $AM = 4$  et  $AB = 6$ .

- Justifie que :  $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$
- Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.



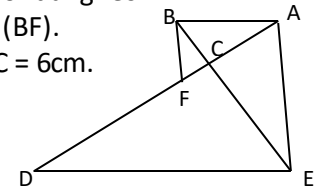
### Exercice 12

Sur la figure ci-dessous :

- Les points A, C, F et D sont alignés.
- Les points B, C et E sont alignés
- (AB)  $\parallel$  (DE) et (AE)  $\parallel$  (BF).

$AC = 3\text{cm}$  ;  $BF = 2\text{cm}$  ;  $DC = 6\text{cm}$ .

Calcule la longueur CF.



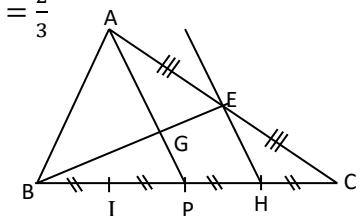
### Exercice 13

- Construis un trapèze ABCD tels que : (AB) est parallèle à (DC) et  $AB = 3\text{cm}$ ,  $CD = 8\text{cm}$ .
  - Place le point I milieu du segment [AD].
 La parallèle à (AB) passant par I coupe [BD] en K, [AC] en L et [BC] en J.
- Calcule chacune des longueurs IK, LJ et KJ
- Justifie que  $IJ = 5,5\text{cm}$ .
  - [LK] et [IJ] ont-ils le même milieu ? justifie ta réponse.

### Exercice 14

On considère la figure codée ci-dessous.

- Démontre que (AP) et (EH) sont parallèles.
- Démontre que  $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$



# CALCUL NUMERIQUE

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Activité numérique

**Leçon :** Calcul numérique

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle non graduée, calculatrice.

**Pré-requis :** Racines carrées, calcul littéral.



CE MATHS LM3

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un intervalle</li> <li>- l'amplitude d'un intervalle</li> </ul>
Connaitre	les propriétés relatives aux inégalités et opérations
Noter	un intervalle
Lire	un intervalle
Traduire	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un intervalle à l'aide d'inégalités</li> <li>- une inégalité à l'aide d'un intervalle</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un intervalle sur une droite graduée</li> <li>- l'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée</li> </ul>
Comparer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- deux nombres en recherchant le signe de leur différence</li> <li>- deux nombres positifs en comparant leurs carrés</li> <li>- deux nombres strictement positifs en comparant leurs inverses</li> </ul>
Encadrer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un nombre réel par deux entiers consécutifs</li> <li>- un nombre réel par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1, 2 ou 3, à l'aide d'une table de carrés ou d'une calculatrice</li> <li>- l'opposé d'un nombre</li> <li>- l'inverse d'un nombre non nul</li> <li>- la somme, la différence de deux nombres</li> <li>- le produit, le quotient de deux nombres positifs</li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le centre d'un intervalle</li> <li>- l'amplitude d'un intervalle</li> <li>- l'arrondi d'ordres 1, 2 ou 3 de la racine carrée d'un nombre réel positif</li> </ul>
Traiter une situation	faisant appel aux calculs numériques

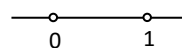
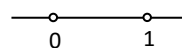
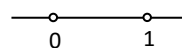
### Situation d'apprentissage :

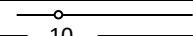
Un commerçant souhaite acheter un terrain dont l'aire est comprise entre 230 m<sup>2</sup> et 300 m<sup>2</sup> dans un quartier de Daloa pour y construire un magasin. A cet effet, il a contacté un propriétaire terrien. Celui-ci possède un terrain dont il ne retrouve pas l'extrait topographique. Cependant, il se rappelle que la longueur de son terrain est comprise entre 17 mètres et 18 mètres et la largeur entre 14 mètres et 15 mètres.

Pour savoir si son terrain répond aux critères du commerçant, il s'adresse à sa fille qui est en classe de troisième au Collège Municipal de Man.

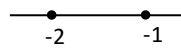
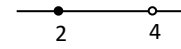
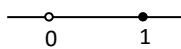
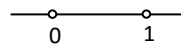
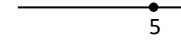
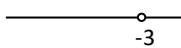
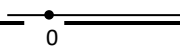
Elle travaille avec ses camarades de classe pour répondre à la préoccupation de son père.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> <p>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <p><u>Réponse attendue</u> Soient : <math>L</math> la longueur du terrain, <math>l</math> la largeur du terrain et <math>A</math> son aire. On a : <math>17 &lt; L &lt; 18</math> Et <math>14 &lt; l &lt; 15</math> D'où : <math>17 \times 14 &lt; L \times l &lt; 18 \times 15</math> <math>238 &lt; A &lt; 270</math></p> <p>Le terrain répond aux critères du commerçant.</p>	

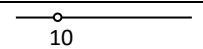
		se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.																																						
Présentation Développement	1) <u>Intervalle</u> <u>Nouvelles</u> <u>inégalités</u>			<table border="1"> <tr> <th>Ecriture</th> <th>Lecture</th> <th>Signification</th> </tr> <tr> <td><math>a \geq b</math></td> <td>a est supérieur ou égal à b</td> <td><math>a &gt; b</math> ou <math>a = b</math></td> </tr> <tr> <td><math>a \leq b</math></td> <td>a est inférieur ou égal à b</td> <td><math>a &lt; b</math> ou <math>a = b</math></td> </tr> </table>	Ecriture	Lecture	Signification	$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b	$a > b$ ou $a = b$	$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b	$a < b$ ou $a = b$																											
Ecriture	Lecture	Signification																																						
$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b	$a > b$ ou $a = b$																																						
$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b	$a < b$ ou $a = b$																																						
Application		<u>Exercice</u> Complète avec $\leq$ ou $\geq$ 3... 2 ; -4 ... -4 ; -6,7 ... 1,2.	<u>Réponse attendue</u> $3 \geq 2$ ; $-4 \geq -4$ ; $-6,7 \leq 1,2$ .																																					
Présentation Développement	2) <u>intervalles</u>	<u>Activité 1</u> Complète : L'ensemble des nombres supérieur à 238 et inférieur à 270 est appelé ... et est noté ...	<u>Réponse attendue</u> L'ensemble des nombres supérieur à 238 et inférieur à 270 est appelé intervalle ouvert $]230 ; 270[$ .																																					
		<u>Activité 2</u> Complète le tableau suivant : <table border="1"> <thead> <tr> <th>Ecriture</th> <th>Lecture</th> <th>Encadrement</th> <th>Représentation</th> <th>Bornes</th> <th>Amplitude</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>[-2 ; -1]</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Intervalle 2 ; 4 fermé en 2 ouvert en 4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><math>0 &lt; x \leq 1</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>] \leftarrow ; 5]</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Intervalle des</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Ecriture	Lecture	Encadrement	Représentation	Bornes	Amplitude	$[-2 ; -1]$							Intervalle 2 ; 4 fermé en 2 ouvert en 4							$0 < x \leq 1$				$] \leftarrow ; 5]$							Intervalle des				
Ecriture	Lecture	Encadrement	Représentation	Bornes	Amplitude																																			
$[-2 ; -1]$																																								
	Intervalle 2 ; 4 fermé en 2 ouvert en 4																																							
		$0 < x \leq 1$																																						
$] \leftarrow ; 5]$																																								
	Intervalle des																																							


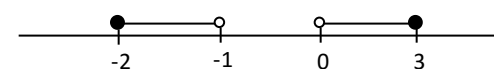
	nombres inférieurs à -3				
		$x \geq 0$			
					

Réponse attendue

Ecriture	Lecture	Encadrement	Représentation	Bornes	Amplitude
$[-2; -1]$	Intervalle fermé -2; -1	$-2 \leq x \leq -1$		-2 et -1	$-1 - (-2) = 1$
$[2; 4[$	Intervalle 2; 4 fermé en 2 ouvert en 4	$2 \leq x < 4$		2 et 4	$4 - 2 = 2$
$]0; 1]$	Intervalle 0; 1. Ouvert en 0, fermé en 1	$0 < x \leq 1$		0 et 1	$1 - 0 = 1$
$]0; 1[$	Intervalle ouvert 0; 1	$0 < x < 1$		0 et 1	1
$] \leftarrow ; 5]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à 5	$x \leq 5$			
$] \leftarrow ; -3[$	Intervalle des nombres plus petits que à -3	$x < -3$			
$[0; \rightarrow[$	Intervalle	$x \geq 0$			



		des nombres supérieurs ou égaux à 0					
		]10; →[	Intervalle des nombres plus grands que 10	$x > 10$			
Présentation Développement	3) <u>centre d'un intervalle</u>	<u>Activité</u> Complète : Le nombre équidistant de 3 et 4 est ... .On a $\frac{3+4}{2} = \dots$ Le nombre 3,5 est appelé ... de l'intervalle ]3 ; 4[		<u>Réponse attendue</u> Le nombre équidistant de 3 et 4 est 3,5 .On a $\frac{3+4}{2} = 3,5$ Le nombre 3,5 est appelé centre de l'intervalle ]3 ; 4[			
Application		<u>Exercice</u> Détermine le centre et l'amplitude de chacun des intervalles suivants : ]4 ; 10[ ; [-1,3 ; 6[ ; ]-7 ; 0] ; [-9 ; -3].		<u>Réponse attendue</u> Pour ]4 ; 10[ l'amplitude est $10 - 4 = 6$ et le centre est $\frac{4+10}{2} = 7$ . Pour [-1,3 ; 6[ l'amplitude est $6 - (-1,3) = 7,3$ et le centre est $\frac{-1,3+6}{2} = 2,35$ Pour ]-7 ; 0] l'amplitude est $0 - (-7) = 7$ et le centre est $\frac{-7}{2} = -3,5$ Pour [-9 ; -3] l'amplitude est $-3 - (-9) = 6$ et le centre est $\frac{-9-3}{2} = -6$			
Présentation Développement	4) <u>Intersection et réunion</u> a) <u>Présentation</u>	<u>Activité</u> Soient A l'ensemble des diviseurs de 18 et B l'ensemble des diviseurs de 12. Complète : $A = \{ \dots \dots \}$ ; $B = \{ \dots \dots \}$ ❖ Ecris l'ensemble C des diviseurs communs à 18 et à 12		<u>Réponse attendue</u> <u>Activité 1</u> Soient A l'ensemble des diviseurs de 18 et B l'ensemble des diviseurs de 12. Complète : $A = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$ ; $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ ❖ Ecris l'ensemble C des diviseurs communs à 18 et à 12 $C = \{1; 2; 3; 6\}$ . Cet ensemble est			

		<p><math>C = \{ \dots \dots \dots \}</math>. Cet ensemble est appelé ... et noté ... et on le lit ...</p> <p>❖ Ecris l'ensemble D des diviseurs de 12 ou de 18 :  <math>D = \{ \dots \dots \dots \}</math>. Cet ensemble est appelé ... et noté ... et on le lit ...</p>	<p>appelé l'intersection des diviseurs de 12 et 18 et noté <math>A \cap B</math> et on le lit A inter B</p> <p>❖ Ecris l'ensemble D des diviseurs de 12 ou de 18 :  <math>D = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18 \}</math>. Cet ensemble est appelé la réunion des diviseurs de 12 et 18 et noté <math>A \cup B</math> et on le lit A union B.</p>	
Présentation Développement	b) <u>Intersection et réunion d'intervalles</u>	<p><u>Activité</u>  On donne <math>I = [-5; 2]</math> et <math>J = [-2; 6]</math>. Représente et écris plus simplement <math>I \cap J</math> puis <math>I \cup J</math>.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p><math>I \cap J = [-2; 2]</math>; <math>I \cup J = [-5; 6]</math></p>	<p><u>Remarque</u>  Lorsque des intervalles n'ont pas d'éléments en communs, on dit qu'ils sont disjoints. Leur réunion n'est pas un intervalle.</p>
Application		<p><u>Exercice</u>  On donne <math>E = [-2; -1[</math> et <math>F = ]0; 3]</math>. Représente et écris plus simplement <math>E \cap F</math> puis <math>E \cup F</math>.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p><math>E \cap F = \emptyset</math>; <math>E \cup F = [-2; -1[ \cup ]0; 3]</math></p>	
Présentation Développement	II. <u>Comparaison de nombres réels</u> 1) <u>Inégalité et addition</u>	<p><u>Activité</u>  On a : <math>2 &lt; 3</math> et <math>5 &lt; 6</math> compare <math>2+5</math> et <math>3+6</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u>  On a : <math>2+5 = 7</math> et <math>3+6 = 9</math>  D'où : <math>2 + 5 &lt; 3 + 6</math></p>	<p><u>Propriété</u>  Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.  a, b, c et d sont des nombres réels.  Si <math>a &lt; b</math> et <math>c &lt; d</math> alors <math>a + c &lt; b + d</math>  Si <math>a \leq b</math> et <math>c \leq d</math> alors <math>a + c \leq b + d</math></p>
Présentation Développement	2) <u>Inégalités et multiplication</u>	<p><u>Activité</u>  On a : <math>2 &lt; 3</math> et <math>5 &lt; 6</math> compare <math>2 \times 5</math> et <math>3 \times 6</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u>  On a : <math>2 \times 5 = 10</math> et <math>3 \times 6 = 18</math>  D'où : <math>2 \times 5 &lt; 3 \times 6</math></p>	<p><u>Propriété</u>  Lorsqu'on multiplie membre à membre des inégalités de même sens entre nombres positifs, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.  a, b, c et d sont des nombres réels positifs.</p>

				Si $a < b$ et $c < d$ alors $ac < bd$ Si $a \leq b$ et $c \leq d$ alors $ac \leq bd$
Présentation Développement	3) <u>Le signe de la différence</u>	<u>Activité</u> On donne $a = 2\sqrt{2} + 3$ et $b = 2\sqrt{2} - 3$ Calcule $a - b$ puis déduis en la comparaison de $a$ et $b$	<u>Réponse attendue</u> On a : $a - b = (2\sqrt{2} + 3) - (2\sqrt{2} - 3)$ $a - b = 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} + 3 = 6$ On a : $6 > 0$ D'où : $a - b > 0$ donc $a > b$	
Présentation Développement	4) <u>Comparer des carrés et des racines carrées</u>	<u>Activité 1</u> On a : $-5 < -3$ Compare $(-5)^2$ et $(-3)^2$  <u>Activité 2</u> On a : $3 < 5$ Compare $3^2$ et $5^2$  <u>Activité 3</u> On a : $4 < 9$ Compare $\sqrt{4}$ et $\sqrt{9}$	<u>Réponse attendue</u> <u>Activité 1</u> On a : $(-5)^2 = 25$ et $(-3)^2 = 9$ Or $9 < 25$ donc $(-3)^2 < (-5)^2$  <u>Activité 2</u> On a $3^2 = 9$ et $5^2 = 25$ Or $9 < 25$ donc $3^2 < 5^2$  <u>Activité 3</u> On a $\sqrt{4} = 2$ et $\sqrt{9} = 3$ $2 < 3$ donc $\sqrt{4} < \sqrt{9}$	<u>Propriétés</u> 1. Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés. $a$ et $b$ sont des nombres réels négatifs. $a < b$ équivaut à $a^2 > b^2$ $a \leq b$ équivaut à $a^2 \geq b^2$ 2. Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés. $a$ et $b$ sont des nombres réels positifs. $a < b$ équivaut à $a^2 < b^2$ $a \leq b$ équivaut à $a^2 \leq b^2$ 3. Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées. $a < b$ équivaut à $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ $a \leq b$ équivaut à $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$
Application		<u>Exercice</u> Compare les nombres réels suivants : a. $4\sqrt{3}$ et $7$ b. $3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$	<u>Réponse attendue</u> a. On a : $(4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$ Et $7^2 = 49$ Or $48 < 49$ donc $4\sqrt{3} < 7$ b. On a : $(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$ Et $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$ Or $18 > 12$ donc $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$	

Présentation Développement	5) <u>Comparer des inverses</u>	<u>Activité</u> On a $10 < 100$ . Compare $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$	<u>Réponse attendue</u> On a $\frac{1}{10} = 0,1$ et $\frac{1}{100} = 0,01$ Or $0,1 > 0,01$ donc $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$	<u>Propriété</u> Deux nombres de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses. a et b sont des nombres de même signe et différents de 0. $a < b$ équivaut à $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ $a \leq b$ équivaut à $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ <u>Remarque</u> Pour comparer deux nombres différents de 0 on peut comparer leurs inverses.
Application		<u>Exercice</u> Compare $\frac{1}{\sqrt{7}}$ et $\frac{1}{\sqrt{5}}$	<u>Réponse attendue</u> On a $7 > 5$ D'où $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ donc $\frac{1}{\sqrt{7}} < \frac{1}{\sqrt{5}}$	
Présentation Développement	6) <u>Utilisation des encadrements pour comparer</u>	<u>Activité</u> Soient $a = \sqrt{2} + 3$ et $b = \sqrt{3} + 1$ . Encadre a et b par deux entiers consécutifs. Dédus-en une comparaison de a et b.	<u>Réponse attendue</u> On a : $1 < 2 < 4$ D'où : $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ $1 < \sqrt{2} < 2$ $1 + 3 < \sqrt{2} + 3 < 2 + 3$ Donc : $4 < a < 5$ On a : $1 < 3 < 4$ D'où : $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ $1 < \sqrt{3} < 2$ $1 + 1 < \sqrt{3} + 1 < 2 + 1$ Donc : $2 < b < 3$ On a : $2 < b < 3 < 4 < a < 5$ Donc : $b < a$	
Présentation Développement	III. <u>Encadrement</u> 1) <u>Encadrement d'un nombre réel</u>	<u>Activité</u> Recherche un encadrement de $\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.	<u>Réponse attendue</u> D'après l'activité précédente $1 < \sqrt{3} < 2$ On a $\frac{1+2}{2} = 1,5$ or $1,5^2 = 2,25$ ; $1,6^2 = 2,56$ ; $1,7^2 = 2,89$ ; $1,8^2 = 3,24$ D'où $2,89 < 3 < 3,24$ $\sqrt{2,89} < \sqrt{3} < \sqrt{3,24}$	

			Donc $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ .	
Application		<u>Exercice</u> Donne un encadrement de $\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.	<u>Réponse attendue</u> D'après l'activité précédente $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ On a $\frac{1,7+1,8}{2} = 1,75$ . Or $1,75^2 = 3,0625$ ; $1,74^2 = 3,0276$ ; $1,73^2 = 2,9929$ . D'où $2,9929 < 3 < 3,0276$ Donc $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ .	
Présentation Développement	2) <u>Somme</u>	<u>Activité</u> Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ ; encadre le nombre $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ par deux nombres réels consécutifs d'ordre 2.	<u>Réponse attendue</u> On a $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ Et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ D'où $1,414 + 1,732 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1,415 + 1,733$ $3,146 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,148$ Donc $3,14 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,15$	
Présentation Développement	3) <u>Différence</u>	<u>Activité</u> Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ ; encadre le nombre $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ par deux nombres réels consécutifs d'ordre 2.	<u>Réponse attendue</u> On a $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ D'où $-1,732 > -\sqrt{3} > -1,733$ $-1,733 < -\sqrt{3} < -1,732$ Et $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ D'où $1,414 - 1,733 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < 1,415 - 1,732$ $-0,319 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < -0,317$ Donc $-0,32 < \sqrt{2} - \sqrt{3} < -0,31$	
Présentation Développement	4) <u>Produit</u>	<u>Activité</u> Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ ; encadre le nombre $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2.	<u>Réponse attendue</u> On a $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ Et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ D'où $1,41 \times 1,73 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1,42 \times 1,74$ $2,4393 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2,4708$ Donc $2,43 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2,48$	
Présentation Développement	5) <u>Quotient</u>	<u>Activité</u> Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ et $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ ; encadre le nombre $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ par deux nombres décimaux d'ordre 3.	<u>Réponse attendue</u> On a $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ D'où $\frac{1}{1,414} > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{1,415}$ $\frac{1}{1,415} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,414}$	

			<p>Et <math>1,732 &lt; \sqrt{3} &lt; 1,733</math>  D'où <math>1,732 \times \frac{1}{1,415} &lt; \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} &lt; 1,733 \times \frac{1}{1,414}</math>  <math>\frac{1,732}{1,415} &lt; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &lt; \frac{1,733}{1,414}</math>  <math>1,2240 &lt; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &lt; 1,2257</math>  Donc <math>1,224 &lt; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &lt; 1,226</math></p>	
--	--	--	--	--

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

$x$  est un nombre réel appartenant à l'intervalle  $[3 ; 6]$ .  
Détermine le plus petit intervalle auquel appartient chacun des nombres suivants :

- $x + 3,8$
- $2x - 5$
- $12,1 - x$
- $\frac{1}{x} + \frac{11}{6}$

### Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, donne un encadrement du nombre réel  $x$ .

- $13,8 < x - 7 < 16,1$
- $-5,6 < x + 10,4 < 3,4$
- $21 < 3x < 36$
- $3 < -x + 5 < 32$
- $12 < 2x - 4 < 46$

### Exercice 3

Un nombre  $n$  vérifie à la fois les deux inégalités  $-2n + 8 \geq 0$  et  $3n + 14 > -1$ .

Détermine l'intervalle auquel appartient le nombre  $n$  et

### Exercice 7

On donne  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  et  $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$ .

- Exprime  $\frac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$  sans le symbole racine carrée au dénominateur.
- Détermine un encadrement de  $\frac{-2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$  par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

### Exercice 8

On donne les expressions A et B suivantes :

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+2} \text{ et } B = \frac{5-\sqrt{3}}{2}$$

- Justifie que  $A=B$ .
- Sachant que  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  détermine un encadrement de A par deux nombres décimaux d'ordre 2.

### Exercice 9

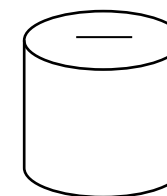
$a$  est un nombre réel tel que  $a \in ]0 ; 1[$ .

- Démontre que  $(1 - a^2) \in ]0 ; 1[$ .
- Déduis en que  $\frac{1}{1-a} > 1 + a$ .

### Exercice 12

La petite FATOU vend des œufs pendant les vacances scolaires. Pour épargner ses bénéfices, elle a fait confectionner par un menuisier, une tirelire de forme cylindrique de hauteur 15 cm et de base un disque de rayon 6 cm avec une petite ouverture sur une des bases pour y glisser les pièces d'argent. Elle est curieuse de connaître le volume de sa tirelire.

Sachant que  $3,1415 < \pi < 3,1416$  détermine un encadrement du volume V de la tirelire de FATOU par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.



Une tirelire.

### Exercice 13

MOUHAMMAD, élève de 3<sup>ème</sup>, a passé ses grandes vacances au village. Très curieux, il veut avoir une idée de la hauteur du mur du grenier à mil de son père en

représente-le sur une droite graduée.

#### Exercice 4

L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle rectangle en A tel que  $AB = 6$  et  $AC = 4$ . Trouve un encadrement de la longueur du côté [BC] par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2, sachant que  $3,605 < \sqrt{13} < 3,606$ .

#### Exercice 5

1. Détermine le signe du nombre  $4\sqrt{5} - 9$ .
2. Exprime  $|4\sqrt{5} - 9|$  sans le symbole  $| \quad |$ .

#### Exercice 6

1. Démontre que  $2\sqrt{3} + \sqrt{13}$  et  $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$  sont deux nombres opposés.
2. On donne  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  et  $3,605 < \sqrt{13} < 3,606$ .
  - a) Encadre  $2\sqrt{3} + \sqrt{13}$  par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
  - b) Déduis en l'encadrement de  $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{13}}$  par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

Application : compare les nombres  $1,000\ 000\ 2$  et  $\frac{1}{0,9999998}$

#### Exercice 10

Soient  $a$ ,  $b$  et  $m$  trois nombres réels tels que  $a < b$  et  $m = 0,3a + 0,7b$   
Démontre que  $m \in ]a ; b[$ .

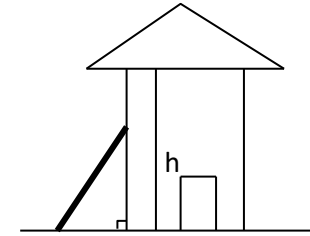
#### Exercice 11

Monsieur IDRIS veut acquérir un terrain urbain rectangulaire de longueur  $L$  comprise entre 30,6m et 30,7m et de largeur  $l$  comprise entre 20,3m et 20,4m à 2500F le  $m^2$ . Il désire ensuite le clôturer par un mur en laissant une ouverture de 3m de large pour le portail. Monsieur IDRIS veut se faire une idée du prix d'achat de ce terrain et de la longueur de la clôture.

1. Démontre que le prix  $P$  du terrain vérifie l'inégalité  $1\ 552\ 950 < P < 1\ 565\ 700$
2. Détermine un encadrement de la longueur de la clôture.

utilisant ses connaissances en mathématiques. Pour cela, il place une échelle de longueur 2m contre le mur du grenier aux  $\frac{3}{5}$  de sa hauteur. (voir figure ci-dessous).

Le pied de l'échelle est à 1 m du mur.  
Sachant que  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  démontre qu'un encadrement de la hauteur  $h$  du grenier par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 est  $2,8 < h < 2,9$ .



CE MATHS LM3

# ANGLES INSCRITS

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Configuration du plan

**Leçon :** Angles inscrits

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle non graduée, compas, rapporteur, calculatrice.

**Pré-requis :** Angles, cercle.



CE MATHS LM3

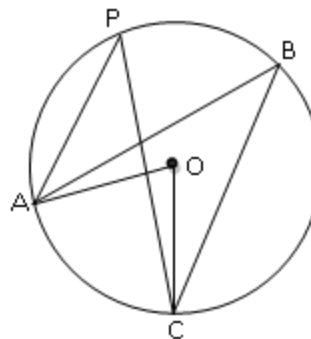
HABILETES	CONTENUS
Identifier	un angle inscrit dans un cercle
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la propriété relative à un angle inscrit et 'un angle au centre associé</li> <li>- la propriété relative aux mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc</li> </ul>
Reconnaître	<ul style="list-style-type: none"> <li>- l'arc intercepté par un angle au centre ou un angle inscrit donné</li> <li>- des angles inscrits qui interceptent le même arc</li> <li>- un angle inscrit et un angle au centre associés</li> </ul>
Déterminer	la mesure d'un angle
Justifier	une égalité de mesure d'angles
Traiter une situation	faisant appel aux angles inscrits.

**Situation d'apprentissage**

Au cours d'un exercice de recherche en classe de troisième, la figure ci-contre a été réalisée au tableau par une élève. Les points B, C et P appartiennent au cercle de centre O et de rayon OA.

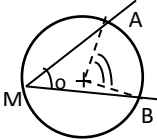
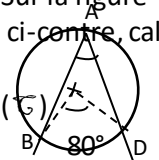
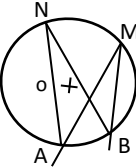
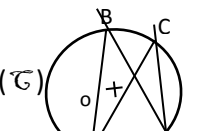
En observant la figure, un autre élève affirme que les angles  $\widehat{CBA}$  et  $\widehat{CPA}$  ont la même mesure.

Les autres élèves veulent savoir si ce dernier a raison.



Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <u>Réponse attendue</u> A l'aide du rapporteur l'apprenant détermine les mesures des angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{CPA}$ puis conclue que $\text{mes}\widehat{CBA} = \text{mes}\widehat{CPA}$	
Présentation Développement	I. <u>Présentation</u>	<u>Activité</u> Sur la figure de la situation d'apprentissage ( $\mathcal{C}$ ) est le cercle de centre O et de rayon OA. A et C sont deux points de ( $\mathcal{C}$ ) <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le point B de (<math>\mathcal{C}</math>) est distinct de A et C. l'angle <math>\widehat{ABC}</math> est appelé ...</li> <li>2. L'angle au centre <math>\widehat{AOC}</math> est ... à l'angle inscrit <math>\widehat{ABC}</math>.</li> </ol>	<u>Réponse attendue</u> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Le point B de (<math>\mathcal{C}</math>) est distinct de A et C. l'angle <math>\widehat{ABC}</math> est appelé angle inscrit dans le cercle (<math>\mathcal{C}</math>)</li> <li>2. L'angle au centre <math>\widehat{AOC}</math> est associé à l'angle inscrit <math>\widehat{ABC}</math>.</li> </ol>	
Application		<u>Exercice</u>	<u>Réponse attendue</u>	

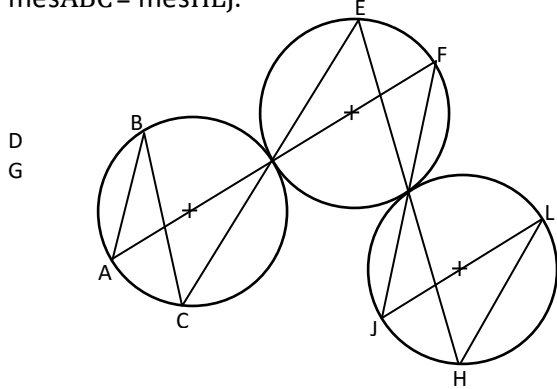
		<p>Dans chacun des cas suivants, dis si l'angle <math>\widehat{AMB}</math> est un angle inscrit dans le cercle, puis trace l'angle au centre associé.</p>	<p>L'angle <math>\widehat{AMB}</math> est un angle inscrit dans le cercle sur les figures suivantes :</p>	
Présentation Développement	II. <u>Arc intercepté par un angle inscrit</u>	<p><u>Activité</u> A, M et B sont trois points d'un cercle (C).</p> <p>L'angle aigu inscrit <math>\widehat{AMB}</math> intercepte .....</p>	<p><u>Réponse attendue</u> L'angle aigu inscrit <math>\widehat{AMB}</math> intercepte l'arc <math>\widehat{AB}</math></p>	<p><u>Remarque</u> L'arc de cercle intercepté par l'angle inscrit <math>\widehat{AMB}</math> est l'arc de cercle d'extrémité A et B ne contenant pas M.</p>
Présentation Développement	III. <u>Mesure d'un angle aigu inscrit</u>	<p><u>Activité</u> Sur la figure de la situation</p>	<p><u>Réponse attendue</u> <math>\text{mes}\widehat{ABC} = \frac{1}{2} \text{mes}\widehat{AOC}</math></p>	<p><u>Propriété</u> Un angle aigu inscrit dans un cercle</p>

	dans un cercle	d'apprentissage, $(\mathcal{C})$ est cercle. $\widehat{ABC}$ est un angle aigu inscrit dans le cercle associé à l'angle au centre $\widehat{AOC}$ . A l'aide de ton rapporteur, compare $\text{mes}\widehat{ABC}$ et $\text{mes}\widehat{AOC}$		a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.  $\text{mes}\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\text{mes}\widehat{AOB}$
Application		<u>Exercice</u> Sur la figure ci-contre, calcule $\text{mes}\widehat{BAD}$ 	<u>Réponse attendue</u> $\widehat{BAD}$ est un angle aigu inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ associé à l'angle au centre $\widehat{BOD}$ D'où $\text{mes}\widehat{BAD} = \frac{1}{2}\text{mes}\widehat{BOD}$ Donc $\text{mes}\widehat{BAD} = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$	
Présentation Développement	IV. <u>Angles inscrits interceptant le même arc</u>	<u>Activité</u> a. Sur la figure de la situation d'apprentissage, les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{APC}$ interceptent... b. Rappel le résultat obtenu dans la situation d'apprentissage.	<u>Réponse attendue</u> a. Sur la figure de la situation d'apprentissage, les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{APC}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$ b. $\text{mes}\widehat{CBA} = \text{mes}\widehat{CPA}$	<u>Propriété</u> Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>\widehat{AMB}</math> et <math>\widehat{ANB}</math> interceptent le même arc </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>\text{mes}\widehat{AMB} = \text{mes}\widehat{ANB}</math> </div>
Application		<u>Exercice</u> Sur la figure ci-dessous, $(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O. On donne : $\text{mes}\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Détermine $\text{mes}\widehat{BDC}$ . 	<u>Réponse attendue</u> $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont deux angles inscrits dans le cercle $(\mathcal{C})$ qui interceptent le même arc $\widehat{BC}$ Donc : $\text{mes}\widehat{BAC} = \text{mes}\widehat{BDC} = 60^\circ$	

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

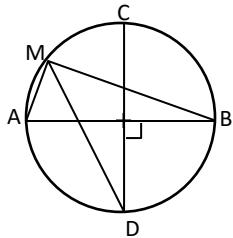
En observant la figure ci-dessous, justifie que  $\text{mes}\widehat{ABC} = \text{mes}\widehat{HLJ}$ .



### Exercice 2

$[AB]$  et  $[CD]$  sont deux diamètres à supports perpendiculaires d'un cercle et M un point de l'arc  $\widehat{AC}$ . (voir figure ci-dessous.)

Justifie que la droite  $(MD)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{AMB}$ .

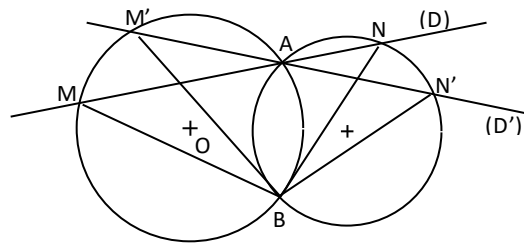


### Exercice 3

Dans la figure ci-dessous,  $[OR]$  et  $[CD]$  sont deux cordes à supports parallèles du cercle (C).  $[OC]$  et  $[RD]$  se coupent en I.

Démontrez que les triangles ROI et CID sont isocèles.

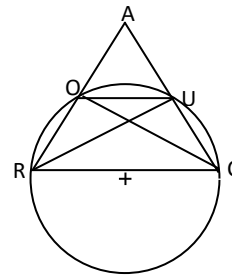
1. a) Justifie que les angles  $\widehat{BMA}$  et  $\widehat{BM'A}$  ont la même mesure.  
b) Justifie que les angles  $\widehat{BNA}$  et  $\widehat{BN'A}$  ont la même mesure.
2. Démontrez que les angles  $\widehat{MBN}$  et  $\widehat{MBN'}$  ont la même mesure.



### Exercice 5

Dans la figure ci-dessous, ARC est un triangle isocèle en A, le cercle de diamètre  $[RC]$  coupe  $[AR]$  en O et  $[AC]$  en U.

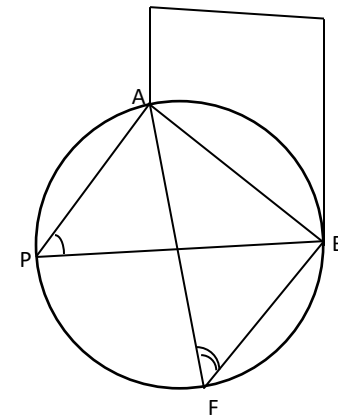
1. Démontrez que les triangles ROC et CRU sont rectangles. Déduisez-en que les angles  $\widehat{OCR}$  et  $\widehat{CRU}$  ont la même mesure.
2. Démontrez que les angles  $\widehat{OUR}$  et  $\widehat{OCR}$  ont la même mesure.

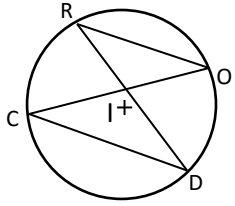


### Exercice 7

A quelque jour de la finale OISSU ton professeur d'EPS, entraîneur de l'équipe de l'école veut former spécialement deux élèves FOFANA et POKOU aux tirs au but. Il trace un cercle de centre O qui passe par les deux pieds A et B du poteau. FOFANA place le ballon sur le cercle et sur l'axe médian du poteau au point F pour effectuer ses tirs. Quant à POKOU, il le place sur le cercle mais vers un point de corner en P comme l'indique la figure ci-dessous. Après trois tirs chacun, FOFANA a marqué 3 buts tandis que POKOU n'en a marqué que 1. POKOU déclare que son échec est dû au fait que son angle de tir est plus fermé que celui de FOFANA. FOFANA affirme quant à lui que c'est la même ouverture d'angle. Une chaude discussion pouvant aboutir à une bagarre s'engage entre les deux joueurs.

1. Compare  $\text{mes}\widehat{APB}$  et  $\text{mes}\widehat{AFB}$ .
2. Dis lequel des deux élèves a raison. Justifie ta réponse.





#### Exercice 4

Deux cercles sont sécants en A et B. Une droite (D) passant par A recoupe ces cercles en M et N. Une autre droite (D') passant par A recoupe ces cercles en M' et N'. (voir figure).

#### Exercice 6

1. Trace un cercle ( $\mathcal{C}$ ) de centre O et de diamètre  $[AB]$  mesurant 8 cm. Place un point E sur ce cercle tel que l'angle  $\widehat{BAE}$  mesure  $52^\circ$ .
2. Démontre que le triangle AEB est rectangle.
3. a) Sur le demi-cercle d'extrémités A et B qui ne contient pas E, place un point K.  
b) Quelle est la mesure exacte des angles  $\widehat{EOB}$  et  $\widehat{EKB}$ ? Justifie ta réponse.

*Fomesoutra.com*  
*ça s'entraîne !*

# VECTEURS

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Géométrie analytique

**Leçon :** Vecteurs

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, gomme, équerre, compas, règle non graduée.

**Pré-requis :** Droites, segments, propriétés de Thalès, calculs littéraux.



CE MATHS LM3

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La différence de deux vecteurs</li> <li>- le produit d'un vecteur par un nombre réel</li> <li>- des vecteurs colinéaires</li> <li>- des vecteurs orthogonaux</li> <li>- des vecteurs directeurs d'une droite</li> </ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel</li> <li>- la propriété de vecteurs de même direction</li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un vecteur</li> <li>- des vecteurs égaux</li> <li>- une somme de deux ou trois vecteurs</li> </ul>
Construire	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une différence de deux vecteurs</li> <li>- le point M tel que <math>\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}</math> où k est un réel non nul et le vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> donné</li> </ul>
Réduire	des sommes de vecteurs
Traduire	un langage géométrique par des égalités vectorielles et inversement
Démontrer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la colinéarité de deux vecteurs</li> <li>- l'alignement de points</li> <li>- le parallélisme de droites</li> </ul>
Traiter une situation	faisant appel aux vecteurs

**Situation d'apprentissage :**

Le professeur de mathématique d'une classe de troisième propose l'activité suivante à ses élèves :

*Dans une équipe de deux personnes, l'une dispose de la figure 1 et l'autre de la figure 2.*

La personne qui a la figure 1 donne des informations à l'autre pour placer les points P et Q en trois minutes. Ces informations concernent uniquement les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

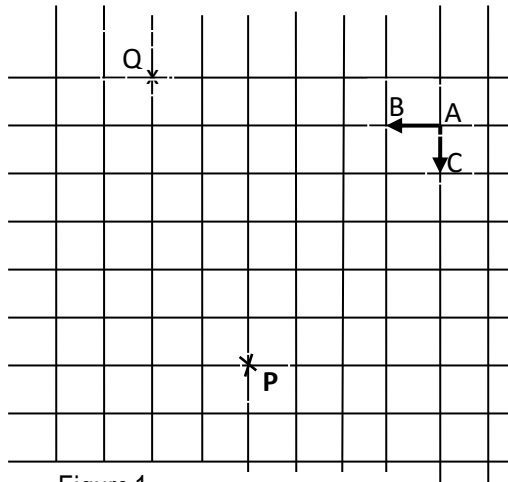


Figure 1

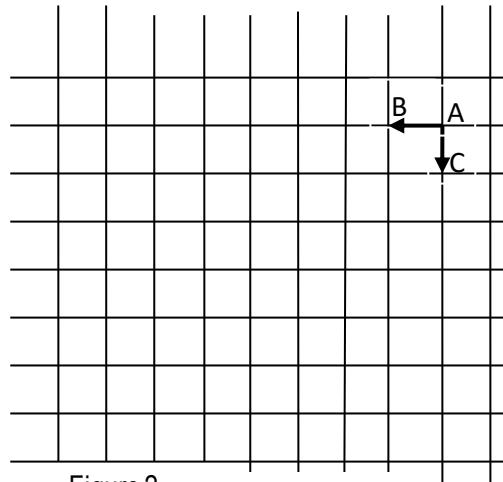


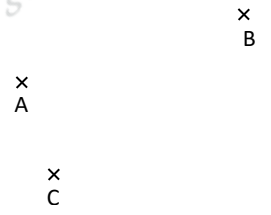
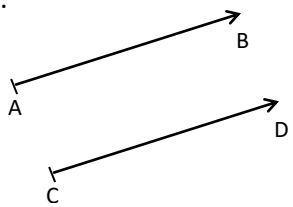



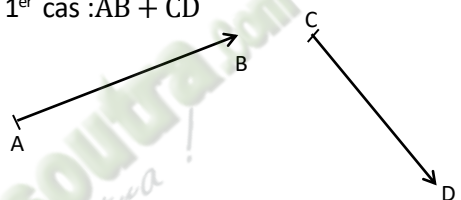
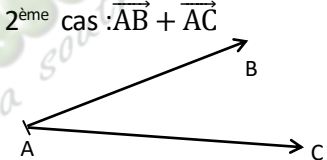
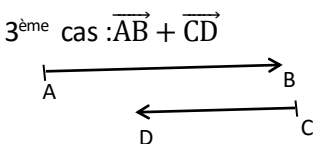
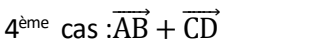
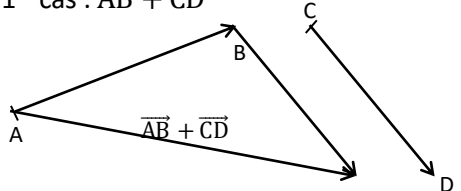
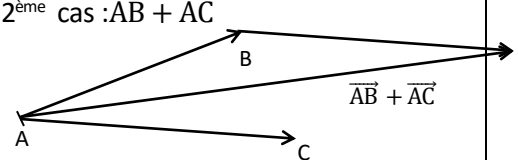
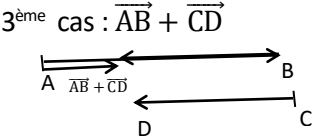
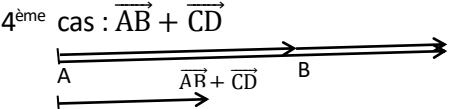
Figure 2

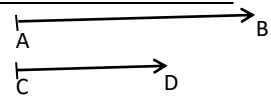
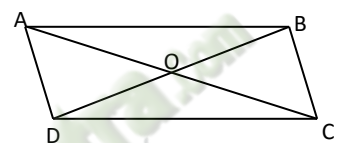
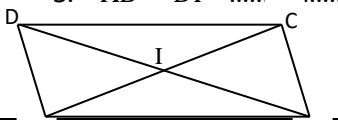
Un bonus est attribué à chaque équipe qui réussit l'activité.

Les élèves s'organisent par groupes de deux pour avoir des bonus.

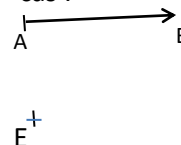
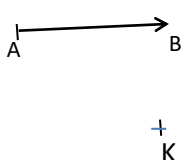
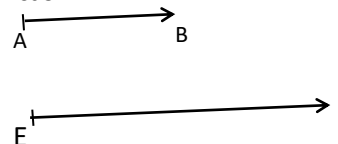
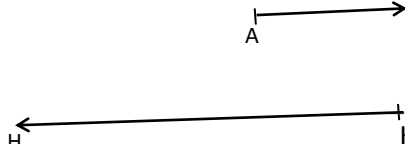
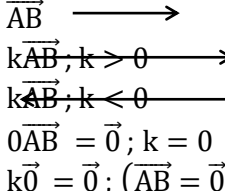
Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> <li>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul>	

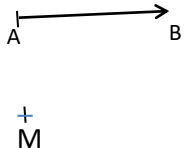
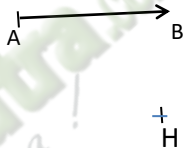
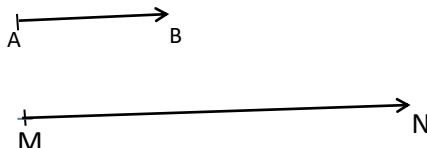
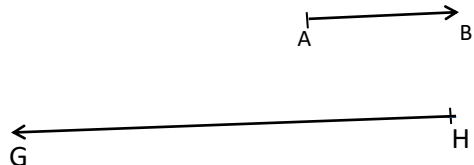
		travailler - Je suis les échanges entre les apprenants - J'apprécie le travail de chaque apprenant - J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau - Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.	<u>Réponse attendue</u> - A partir du point A, on se déplace de 6 fois le vecteur $\vec{AB}$ et à partir du dernier point atteint, on se déplace d'une fois le vecteur $\vec{CA}$ ( $-\vec{AC}$ ) puis on place Q au nouveau point atteint. - A partir du point A, on se déplace de 4 fois le vecteur $\vec{AB}$ et à partir du dernier point atteint, on se déplace de 5 fois le vecteur $\vec{AC}$ puis on place P au nouveau point atteint.	
Présentation Développement	I. <u>Somme de vecteurs</u> 1) <u>Les vecteurs</u> a) <u>Caractéristiques d'un vecteur</u>	<u>Activité</u>  <p>A et B sont deux points du plan.</p> 1. Construis le vecteur $\vec{AB}$ 2. Complète. Le vecteur $\vec{AB}$ est caractérisé par : a. .... b. .... c. ....	<u>Réponse attendue</u> 1.  2. Le vecteur $\vec{AB}$ est caractérisé par : a. Sa direction : celle de la droite (AB). b. Son sens : de A vers B. c. Sa longueur : AB.	
Présentation Développement	b) <u>Vecteurs égaux</u>	<u>Activité</u>  <p>A, B et C sont trois points du plan.</p> 1. Construis le point D tel que $\vec{AB} = \vec{CD}$	<u>Réponse attendue</u> 1.  2. $\vec{AB} = \vec{CD}$ signifie que :	

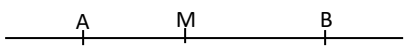
		$\overrightarrow{CD}$ 2. Complète. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que : a. .... b. .... c. ....	a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction. b. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont le même sens. c. $AB = CD$	
Présentation Développement	c) <u>Egalité de Chasles</u>	<u>Activité</u>  A, B et C sont trois points du plan. Complète : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \dots\dots\dots$	<u>Réponse attendue</u> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	
Présentation Développement	d) <u>Vecteurs opposés</u>	<u>Activité</u> A et B sont deux points du plan. Complète : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \dots\dots\dots$ ; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont ..... On note $\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$	<u>Réponse attendue</u> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ; $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés. On note $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$	
Présentation Développement	e) <u>Représentation de la somme de deux vecteurs</u>	<u>Activité</u> Dans chacun des cas suivants, représente la somme des vecteurs. 1 <sup>er</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  2 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  3 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  4 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 	<u>Réponse attendue</u> 1 <sup>er</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  2 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  3 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$  4 <sup>ème</sup> cas : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 	

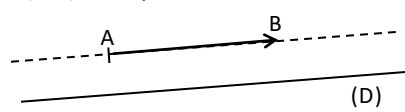
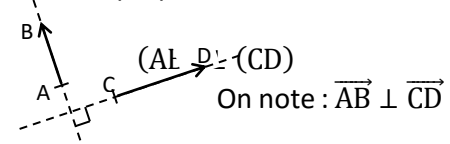
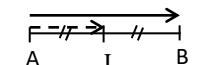
				
Présentation Développement	2) <u>Différence de deux vecteurs</u>	<p><u>Activité</u> A, B et C sont trois points du plan. Transforme l'écriture : <math>\vec{AB} - \vec{AC}</math> en une somme de vecteurs. <math>\vec{AB} - \vec{AC} = \dots\dots\dots</math> Le vecteur <math>\dots\dots</math> est appelé différence des vecteurs <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AC}</math>.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> <math>\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{CB}</math> Le vecteur <math>\vec{CB}</math> est appelé différence des vecteurs <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AC}</math>.</p>	
Présentation Développement	3) <u>Reconnaitre la somme ou la différence de deux vecteurs</u>	<p><u>Activité 1</u> A l'aide de la figure ci-dessous, complète :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{AB} + \vec{AD} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AB} + \vec{BC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AO} + \vec{OC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{OA} + \vec{OC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{OA} + \vec{OD} = \dots\dots\dots</math></li> </ol>  <p><u>Activité 2</u> A l'aide de la figure ci-dessous, complète :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{AB} - \vec{IC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AD} - \vec{OD} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AI} - \vec{IC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AI} - \vec{BC} = \dots\dots\dots</math></li> <li><math>\vec{AB} - \vec{DI} = \dots\dots\dots</math></li> </ol> 	<p><u>Réponse attendue</u> <u>Activité 1</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}</math></li> <li><math>\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}</math></li> <li><math>\vec{AO} + \vec{OC} = \vec{AC}</math></li> <li><math>\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AO} = \vec{0}</math></li> <li><math>\vec{OA} + \vec{OD} = \vec{CO} + \vec{OD} = \vec{CD}</math></li> </ol> <p><u>Activité 2</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\vec{AB} - \vec{IC} = \vec{AB} + \vec{CI} = \vec{DC} + \vec{CI} = \vec{DI}</math></li> <li><math>\vec{AD} - \vec{OD} = \vec{AD} + \vec{DO} = \vec{AO}</math></li> <li><math>\vec{AI} - \vec{IC} = \vec{AI} + \vec{CI} = \vec{AI} + \vec{IA} = \vec{0}</math></li> <li><math>\vec{AI} - \vec{BC} = \vec{AI} + \vec{CB} = \vec{IC} + \vec{CB} = \vec{IB}</math></li> <li><math>\vec{AB} - \vec{DI} = \vec{AB} + \vec{ID} = \vec{AB} + \vec{BI} = \vec{AI}</math></li> </ol>	

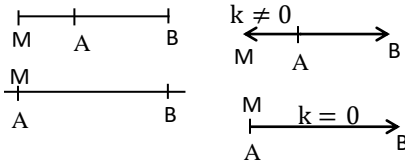
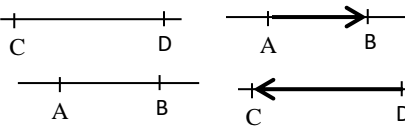


Présentation Développement	4) Réduire une somme de vecteurs	<p><b>Activité</b> A, B, C, D, E, F et G sont des points du plan. Simplifie les écritures suivantes :</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \dots\dots$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DE} = \dots$	<p><b>Réponse attendue</b></p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DE} =$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED} =$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ED} =$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$	
Présentation Développement	<p>II. <u>Produit d'un vecteur par un nombre réel</u></p> <p>1) <u>Produit d'un vecteur par un nombre réel</u></p>	<p><b>Activité</b> (En raison de sa taille, saisir cette activité sur un polycop pour la distribuer aux apprenants afin d'économiser en temps)</p> <p>Dans chacun des cas suivants fais une figure en suivant les indications.</p> <p>1<sup>er</sup> cas :</p>  <p>Construis le point F tel que :</p> $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ <p>1. Complète : Le vecteur <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}</math> est noté .... Le vecteur <math>\overrightarrow{EF}</math> est .... du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre réel ...</p> <p>2. Compare les directions, les sens et les longueurs des vecteurs <math>\overrightarrow{EF}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math>.</p> <p>2<sup>ème</sup> cas :</p>  <p>Construis le point H tel que :</p> <p>1. (KH) et (AB) ont même</p>	<p><b>Réponse attendue</b></p> <p>1<sup>er</sup> cas :</p>  <p>1. Le vecteur <math>\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}</math> est noté <math>2\overrightarrow{AB}</math> Le vecteur <math>\overrightarrow{EF}</math> est le produit du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre réel 2</p> <p>2. Les vecteurs <math>\overrightarrow{EF}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math> ont la même direction, le même sens et <math>EF = 2AB</math>.</p> <p>2<sup>ème</sup> cas :</p>  <p>Construis le point H tel que :</p> <p>1. (KH) et (AB) ont même direction.</p> <p>2. (K,H) et (A,B) sont de sens contraires.</p> <p>3. <math>KH = \frac{5}{2}AB</math></p> <p>Complète : le vecteur <math>\overrightarrow{KH}</math> est le</p>	<p><b>Définition</b> On appelle produit du vecteur non nul <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre réel non nul k, le vecteur <math>\overrightarrow{MN}</math> tel que :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (MN) et (AB) ont la même direction ;</li> <li>• <math>\overrightarrow{MN}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math> : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ont le même sens lorsque k est positif ;</li> <li>- Ont des sens contraires lorsque k est négatif ;</li> </ul> </li> <li>• <math>MN =  k AB</math></li> </ul> <p>Le produit du vecteur nul par un nombre réel est le vecteur nul. Le produit du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par 0 est le vecteur nul.</p> <p>Le produit du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre k est noté : <math>k\overrightarrow{AB}</math></p> 

		<p>direction.</p> <p>2. (K,H) et (A,B) sont de sens contraires.</p> <p>3. <math>KH = \frac{5}{2}AB</math></p> <p>Complète : le vecteur <math>\overrightarrow{KH}</math> est ..... du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre réel ...Par conséquent les vecteurs <math>\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{KH}</math> ont la même ..... sont de sens ..... et <math>KH = \dots AB</math>.</p>	<p>produit du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> par le nombre réel <math>-\frac{5}{2}</math> Par conséquent les vecteurs <math>\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{KH}</math> ont la même direction, sont de sens contraires et <math>KH = \frac{5}{2}AB</math>.</p>	
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Dans chacun des cas suivants, construis le point N et G</p> <p>1<sup>er</sup> cas : <math>\overrightarrow{MN} = 2,5\overrightarrow{AB}</math></p>  <p>2<sup>ème</sup> cas : <math>\overrightarrow{HG} = -3\overrightarrow{AB}</math></p> 	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>1<sup>er</sup> cas : <math>\overrightarrow{MN} = 2,5\overrightarrow{AB}</math></p>  <p>2<sup>ème</sup> cas : <math>\overrightarrow{HG} = -3\overrightarrow{AB}</math></p> 	
Présentation Développement	2) <u>Propriété</u>			<p><u>Propriété</u></p> <p>A, B, C et D sont des points du plan. k et h sont des nombres réels.</p> $k(h\overrightarrow{AB}) = (kh)\overrightarrow{AB}$ $k\overrightarrow{AB} + h\overrightarrow{AB} = (k + h)\overrightarrow{AB}$ $k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$ $1\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>A, B, C et D sont des points du plan, simplifie les écritures suivantes :</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> $3\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} = \left(3 + \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AB} = \frac{17}{5}\overrightarrow{AB}$	

		$3\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AB} = \dots$ $-3(\vec{AB} + \vec{CD}) + 2(\vec{AB} - \vec{CD}) = \dots$ $\frac{\sqrt{2}}{2} \times (4\vec{AB}) = \dots$	$-3(\vec{AB} + \vec{CD}) + 2(\vec{AB} - \vec{CD}) =$ $-3\vec{AB} - 3\vec{CD} + 2\vec{AB} - 2\vec{CD} = -3\vec{AB} +$ $2\vec{AB} - 3\vec{CD} - 2\vec{CD} = -\vec{AB} - 5\vec{CD}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} \times (4\vec{AB}) = \frac{\sqrt{2} \times 4}{2} \times \vec{AB} = 2\sqrt{2} \times \vec{AB}$	
Présentation Développement	III. <u>Vecteurs et configuration</u> 1) <u>Vecteurs de même direction</u>	<u>Activité</u> Sur la figure codée ci-dessous, ABC est un triangle. 1. Justifie que $\vec{IJ}$ et $\vec{CB}$ ont même direction. 2. Justifie que $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{CB}$	<u>Réponse attendue</u> 1. Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. D'après la propriété de la droite des milieux (IJ) $\parallel$ (BC). Donc les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{CB}$ ont même direction. 2. selon la réponse de la question n° 1 : les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{CB}$ ont même direction et de plus $IJ = \frac{1}{2}BC$ . Or les vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{CB}$ sont de sens contraires. Donc $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{CB}$	<u>Propriété</u> A, B, C et D sont quatre points du plan. Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont même direction Equivaut à On peut trouver un nombre réel k non nul tel que : $\vec{AB} = k\vec{CD}$ . Lorsque $\vec{AB} = k\vec{CD}$ , on dit que le vecteur $\vec{AB}$ est exprimé en fonction du vecteur $\vec{CD}$ .
Application		<u>Exercice</u> OUME est un trapèze de bases [OU] et [EM]. Exprime $\vec{OU}$ en fonction de $\vec{EM}$ .	<u>Réponse attendue</u> Les segments [OU] et [EM] sont les bases du trapèze OUME, d'où (OU) $\parallel$ (EM). Par conséquent les vecteurs $\vec{OU}$ et $\vec{EM}$ ont même direction. D'où il existe un nombre réel non nul k tel que $\vec{OU} = k\vec{EM}$ . Or les vecteurs $\vec{OU}$ et $\vec{EM}$ ont le même sens, d'où $k > 0$ . Par conséquent $OU = k \times EM$ . D'où $k = \frac{OU}{EM} = \frac{5}{3}$ . Donc $\vec{OU} = \frac{5}{3}\vec{EM}$ .	
Présentation Développement	2) <u>vecteurs colinéaires</u>	<u>Activité</u>  Observe la figure ci-dessus puis complète : Les points A, B et M sont .... Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ sont ....	<u>Réponse attendue</u> Les points A, B et M sont alignés Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AM}$ sont colinéaires.	<u>Définition</u> On dit que les vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont même direction, ou lorsque l'un d'eux est le vecteur nul. <u>Nb</u> : le vecteur nul est colinéaire à tous vecteurs du plan.

					<p><u>Propriété</u> A et B sont deux points du plan. <math>M \in (AB)</math> équivaut à <math>\overrightarrow{AM}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math> sont colinéaires.</p>						
Application		<p><u>Exercice</u> 1. On donne les égalités vectorielles suivantes : <math>\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}</math> et <math>3\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF}</math> Justifie que les vecteurs <math>\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{EF}</math> sont colinéaires. 2. On donne : <math>\overrightarrow{EP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{EF}</math>. Justifie que les points E, P et F sont alignés.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> 1. On a <math>3\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{EF}</math>. D'où : <math>\overrightarrow{CD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{EF}</math> On a <math>\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}</math> D'où : <math>\overrightarrow{AB} = 2\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{EF}\right) = \frac{8}{3}\overrightarrow{EF}</math> Donc les vecteurs <math>\overrightarrow{AB}</math> et <math>\overrightarrow{EF}</math> sont colinéaires. 2. On a : <math>\overrightarrow{EP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(3\overrightarrow{EF}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{EF}</math> Donc les points E, P et F sont alignés.</p>								
Présentation Développement	3) <u>Vecteurs directeurs d'une droite – vecteurs orthogonaux</u>				<p><u>Définitions</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On dit que le vecteur non nul <math>\overrightarrow{AB}</math> est un vecteur directeur de la droite (D) lorsque les droites (D) et (AB) sont parallèles.</li> </ul>  <p style="text-align: center;"><math>(AB) \parallel (D)</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On dit que deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.</li> </ul>  <p style="text-align: center;"><math>(AE) \perp (CD)</math> On note : <math>\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}</math></p>						
Présentation Développement	4) <u>Langage géométrique – langage vectoriel</u>				<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;"></td> <td style="width: 33%;">Langage géométrique</td> <td style="width: 33%;">Langage vectoriel</td> </tr> <tr> <td>Milieu d'un</td> <td>I est le milieu de</td> <td><math>\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-right: 50px;">Equivaut à</p> 		Langage géométrique	Langage vectoriel	Milieu d'un	I est le milieu de	$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$
	Langage géométrique	Langage vectoriel									
Milieu d'un	I est le milieu de	$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$									

				<p>segment</p> 
				<p>Points alignés</p> <p>A, B et M sont alignés</p> <p>Equivaut à</p> <p>On peut trouver un nombre k tel que : <math>\vec{AM} = k\vec{AB}</math></p> 
				<p>Droites parallèles</p> <p><math>(AB) \parallel (CD)</math></p> <p>Equivaut à</p> <p>On peut trouver un nombre k non nul tel que : <math>\vec{CD} = k\vec{AB}</math></p> 
				<p><u>Remarque</u></p> <p>Lorsque (AB) et (CD) sont deux noms d'une même droites, nous dirons que (AB) et (CD) sont confondues. Nous convenons de dire que (AB) et (CD) sont parallèles.</p>



### Exercices de la leçon

#### Exercice 1

Soient ABC un triangle tel que  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $AC = 2 \text{ cm}$ .

E et F sont deux points tels que :  $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB}$  et  $\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$ .

#### Exercice 7

ABCD un rectangle.

E et F sont deux points de la droite (CD) tels que le quadrilatère ABEF est un parallélogramme.

b) Déduis en que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

3. Démontre que les segments [AC] et [QN] ont le même milieu.

1. Construis les points E et F.
2. Démontre que les droites (CE) et (FB) sont parallèles.

#### Exercice 2

1. Construis un segment [AB] de longueur 6 cm.
2. Construis le point M tel que :  $-2\vec{MA} + 5\vec{MB} = \vec{0}$

#### Exercice 3

Soient MNPR un parallélogramme de centre O et S un point.

Démontre que :  $\vec{SM} + \vec{SN} + \vec{SP} + \vec{SR} = 4\vec{SO}$

#### Exercice 4

Soient A, B, C et D quatre points du plan  
Démontre que  $3\vec{DA} - \vec{DB} - 2\vec{DC} = \vec{BA} - 2\vec{AC}$ .

#### Exercice 5

Soient ABC un triangle et P le milieu du côté [AB]. On considère les points M et N tels que :  $\vec{BM} = -\frac{1}{3}\vec{BC}$  et  $\vec{NC} = \frac{4}{5}\vec{AC}$

1. Construis les points M ; N et P
2. Démontre que les points P ; M et N sont alignés.

#### Exercice 6

OBV est un triangle et k un nombre réel.

M et N sont deux points tels que :

$$\vec{OM} = \frac{1}{4}\vec{OB} + \left(k + \frac{5}{2}\right)\vec{OV} \text{ et } \vec{ON} = (k + 2)\vec{OB} + \frac{3}{4}\vec{OV}$$

Démontre que les vecteurs  $\vec{MN}$  et  $\vec{BV}$  sont colinéaires.

1. Faire une figure.
2. Démontre que  $\vec{CE} = \vec{DF}$ .

#### Exercice 8

ABCD est un parallélogramme. On considère les points M, N et P tels que :  $\vec{AM} = \frac{3}{8}\vec{AD}$  ;  $\vec{BN} = \frac{3}{4}\vec{BC}$  ;  $\vec{CP} = \frac{2}{3}\vec{CD}$ .

1. Fais une figure.
2. a) Démontre que :  $\vec{BM} = -\frac{2}{3}\vec{PN}$ .  
b) Déduis en que les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

#### Exercice 9

MNPQ est un parallélogramme. On note E le milieu du côté [NP] et F celui du côté [PQ]. On considère le point G tel que  $\vec{MG} = \vec{ME} + \vec{MF}$ .  
Démontre que les points M, P et G sont alignés.

#### Exercice 10

ABC est un triangle et I, J et K les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].

Démontre que :  $\vec{AI} + \vec{BJ} + \vec{CK} = \vec{0}$ .

#### Exercice 11

Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points M, N, P et Q tels que :  $\vec{AM} = \frac{3}{2}\vec{AB}$  ;  $\vec{BN} = \frac{3}{2}\vec{BC}$  ;  $\vec{CP} = \frac{3}{2}\vec{CD}$  et  $\vec{DQ} = \frac{3}{2}\vec{DA}$

1. Fais une figure.
2. a) Démontre l'égalité vectorielle suivante :  $\vec{QP} =$

#### Exercice 12

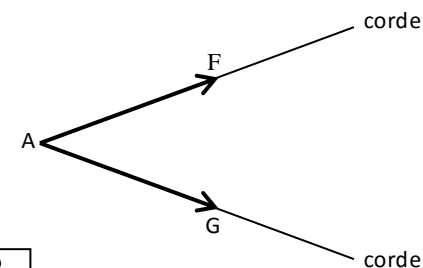
ABC est un triangle quelconque. Les médiatrices des côtés [AC] et [AB] sont sécantes en I. le point D est tel que  $\vec{ID} = \vec{IB} + \vec{IC}$ .

1. Fais une figure.
2. Démontre que les vecteurs  $\vec{ID}$  et  $\vec{BC}$  sont orthogonaux.

#### Exercice 13

En vue de prendre part à l'opération école propre initiée par la DRENET, les membres du club de salubrité d'un établissement scolaire ont la lourde tâche d'abattre un grand arbre situé dans la cour de leur établissement. Pour éviter que cet arbre tombe sur les bâtiments, ils se répartissent en deux groupes et chaque groupe tire sur une corde attachée au même endroit sur l'arbre représenté par le point A (voir figure). Les vecteurs  $\vec{AF}$  et  $\vec{AG}$  représentent les différentes forces de traction.

Pour prendre des précautions, ils souhaitent connaître la direction que cet arbre suivra lors de sa chute. Construis à partir de la figure ci-dessous, la direction et le sens suivis par cet arbre lors de sa chute.



## EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS IR

Classe : 3<sup>ème</sup>

Thème : Calcul littéral

**Leçon :** Equations et inéquations dans IR.

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle non graduée, calculatrice.

**Pré-requis :** développement et factorisation, opération avec les quotients, table de multiplication, simplification de fractions, racines carrées.

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- des équations de chacun des types :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>ax + b = 0</math></li> <li>• <math>ax + b = cx + d</math></li> <li>• <math>(ax + b)(cx + d) = 0</math></li> </ul> </li> <li>- des inéquations de chacun des types :                             <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>ax + b \geq 0</math></li> <li>• <math>ax + b &gt; 0</math></li> <li>• <math>ax + b \geq cx + d</math></li> <li>• <math>ax + b &lt; cx + d</math></li> </ul> </li> <li>- un système de deux inéquations du premier degré dans IR</li> </ul>
Utiliser	des intervalles pour donner l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans IR ou d'un système de deux inéquations du premier degré dans IR
Traiter une situation	faisant appel aux équations ou inéquations du premier degré dans IR.

Situation d'apprentissage :

Les élèves de la promotion troisième d'un Lycée de Daloa s'adressent à deux entreprises de location de cars de 50 places pour une sortie détente d'un jour. La première entreprise propose le tarif suivant : 10 000 F CFA de caution plus 70 F CFA le km.

La deuxième propose : 7 000 F CFA de caution plus 90 F CFA le km.

Les élèves ont le choix entre deux destinations : Bonon (35km) et TOUMODI (170km).

Ils doivent déterminer la meilleure offre pour réduire les coûts.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	

		<p>- Je m'assure que les apprenants se sont approprié la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</p> <p>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</p>		
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<p>-les apprenants cherchent individuellement</p> <p>-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</p> <p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Soit <math>x</math> la distance parcourue en km.</p> <p><u>1<sup>ère</sup> entreprise :</u></p> <p>Le cout en FCFA du transport est : <math>70x + 10000</math></p> <p>Le transport de LOGOUALE est : <math>70 \times 35 + 10000 = 12450</math></p> <p>Le transport d'ODIENNE est : <math>70 \times 170 + 10000 = 21900</math></p> <p><u>2<sup>ème</sup> entreprise :</u></p> <p>Le cout en FCFA du transport est : <math>90x + 7000</math></p> <p>Le transport de LOGOUALE est : <math>90 \times 35 + 7000 = 10150</math></p> <p>Le transport d'ODIENNE est : <math>90 \times 170 + 7000 = 22300</math></p> <p><u>Conclusion :</u></p> <p>Pour se rendre à LOGOUALE la 2<sup>ème</sup> entreprise offre un meilleur prix. Tandis que la 1<sup>ère</sup> entreprise offre un meilleur prix lorsqu'on se rend à ODIENNE.</p>	
Présentation Développement	<p>I. <u>Equations du premier degré dans IR</u></p> <p>1) <u>Equation du type <math>ax + b = cx + d</math></u></p>	<p><u>Exemple</u></p> <p>Résous dans IR :</p> $8x + 4 = 5x - 2$	<p><u>Réponse attendue</u></p> $8x + 4 = 5x - 2$ $8x - 5x = -2 - 4$ $3x = -6$ $x = -\frac{6}{3}$ $x = -2$	

			L'ensemble des solutions de l'équation est $\{-2\}$	
Application		<p><u>Exercice</u> Résous chacune des équations suivantes :</p> <p>a) <math>\frac{x+1}{2} + \frac{4+3x}{3} = 3 - x</math></p> <p>b) <math>x\sqrt{3} - 2 = \sqrt{2} + x</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>a) <math>\frac{x+1}{2} + \frac{4+3x}{3} = 3 - x</math></p> $\frac{3(x+1) + 2(4+3x)}{6} = 3 - x$ $3(x+1) + 2(4+3x) = 6(3-x)$ $3x + 3 + 8 + 6x = 18 - 6x$ $9x + 11 = 18 - 6x$ $9x + 6x = 18 - 11$ $15x = 7$ $x = \frac{7}{15}$ <p>L'ensemble des solutions de l'équation est <math>\left\{\frac{7}{15}\right\}</math></p> <p>b) <math>x\sqrt{3} - 2 = \sqrt{2} + x</math></p> $x\sqrt{3} - x = \sqrt{2} + 2$ $(\sqrt{3} - 1)x = \sqrt{2} + 2$ $x = \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{3} + 1)}{2}$ <p>L'ensemble des solutions de l'équation est <math>\left\{\frac{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{3}+1)}{2}\right\}</math></p>	
Présentation Développement	2) <u>Equation du type <math>(ax + b)(cx + d) = 0</math></u>	<p><u>Exemple</u> Résous dans IR</p> <p>a) <math>(3x - 2)(1 - x) = 0</math></p> <p>b) <math>x^2 = 3</math></p> <p>c) <math>(2x - 1)(2x + 3) - (2x - 1)(5 - 4x) = 0</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>a) <math>(3x - 2)(1 - x) = 0</math></p> $3x - 2 = 0 \text{ ou } 1 - x = 0$ $x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = 1$ <p>L'ensemble des solutions de l'équation est <math>\left\{\frac{2}{3}; 1\right\}</math></p> <p>b) <math>x^2 = 3</math></p> $x^2 - 3 = 0$ $x^2 - (\sqrt{3})^2 = 0$ $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$	

			$x - \sqrt{3} = 0$ ou $x + \sqrt{3} = 0$ $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$ L'ensemble des solutions de l'équation est $\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$ c) $(2x - 1)(2x + 3) - (2x - 1)(5 - 4x) = 0$ $(2x - 1)[(2x + 3) - (5 - 4x)] = 0$ $(2x - 1)(2x + 3 - 5 + 4x) = 0$ $(2x - 1)(6x - 2) = 0$ $2x - 1 = 0$ ou $6x - 2 = 0$ $x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{2}{6}$ $x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{3}$ L'ensemble des solutions de l'équation est $\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\}$	
Application		<u>Exercice</u> Résous chacune des équations suivantes : a) $(3x + 1)(1 - 2x) = 0$ b) $9 - 25x^2 = 0$ c) $(x + 3)^2 = (2x + 3)^2$	<u>Réponse attendue</u> a) $(3x + 1)(1 - 2x) = 0$ $3x + 1 = 0$ ou $1 - 2x = 0$ $x = -\frac{1}{3}$ ou $x = \frac{1}{2}$ L'ensemble des solutions de l'équation est $\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\}$ b) $9 - 25x^2 = 0$ $3^2 - (5x)^2 = 0$ $(3 - 5x)(3 + 5x) = 0$ $3 - 5x = 0$ ou $3 + 5x = 0$ $x = \frac{3}{5}$ ou $x = -\frac{3}{5}$ L'ensemble des solutions de l'équation est $\{-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\}$ c) $(x + 3)^2 = (2x + 3)^2$ $(x + 3)^2 - (2x + 3)^2 = 0$ $(x + 3 - 2x - 3)(x + 3 + 2x + 3) = 0$ $= 0$ $-x(3x + 6) = 0$ $x = 0$ ou $3x + 6 = 0$	

			$x = 0$ ou $x = -\frac{6}{3}$ $x = 0$ ou $x = -2$ L'ensemble des solutions de l'équation est $\{0; -2\}$	
Présentation Développement	II. <u>Inéquations du premier degré dans IR</u> 1) <u>Inéquations du type <math>ax + b &lt; cx + d</math></u>	<u>Exemple</u> Résous dans IR $2x - 5 \geq 5x + 4$	<u>Réponse attendue</u> $2x - 5 \geq 5x + 4$ $2x - 5x \geq 4 + 5$ $-3x \geq 9$ $x \leq -\frac{9}{3}$ $x \leq -3$ L'ensemble des solutions de l'inéquation est : $] \leftarrow; -3]$	
Application		<u>Exercice</u> Résous l'inéquation : $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}x < -\frac{1}{2} - x$	<u>Réponse attendue</u> $-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}x < -\frac{1}{2} - x$ $\frac{1}{2}x + x < -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $\left(\frac{1}{2} + 1\right)x < \frac{-3 + 2}{6}$ $\frac{3}{2}x < -\frac{1}{6}$ $x < -\frac{1}{6} \times \frac{2}{3}$ $x < -\frac{1}{9}$ L'ensemble des solutions de l'inéquation est : $] \leftarrow; -\frac{1}{9}[$	
Présentation Développement	2) <u>Système d'inéquations dans IR</u>	<u>Exemple</u> $\begin{cases} -3x - 5 < 0 \\ 5x - 2 \geq 8 \end{cases}$ est appelé ..... Résous dans IR le système : $\begin{cases} -3x - 5 < 0 \\ 5x - 2 \geq 8 \end{cases}$	<u>Réponse attendue</u> $\begin{cases} -3x - 5 < 0 \\ 5x - 2 \geq 8 \end{cases}$ est appelé système de deux inéquations d'inconnue $x$ Résolution : $\begin{cases} -3x - 5 < 0 \\ 5x - 2 \geq 8 \\ -3x < 5 \\ 5x \geq 8 + 2 \end{cases}$	

			$\begin{cases} x > -\frac{5}{3} \\ x \geq \frac{10}{5} \\ x > -\frac{5}{3} \\ x \geq 2 \end{cases}$ <p>L'ensemble des solutions du système d'inéquation est : <math>[2; \rightarrow[</math></p>	
Application		<p><u>Exercice</u> Résous dans IR le système :</p> $\begin{cases} 4x - 1 \leq x + 2 \\ -7 - 5x < 1 - 3x \end{cases}$	<p><u>Application</u></p> $\begin{cases} 4x - x \leq 2 + 1 \\ -5x + 3x < 1 + 7 \\ 3x \leq 3 \\ -2x < 8 \\ x \leq \frac{3}{3} \\ x > -\frac{8}{2} \\ x \leq 1 \\ x > -4 \end{cases}$ <p>L'ensemble des solutions du système d'inéquation est : <math>] -4; 1]</math></p>	
Présentation Développement	<p>III. <u>Problèmes du premier degré dans IR</u></p> <p>1. <u>Problème conduisant à une équation</u></p>	<p><u>Problème</u> Au cours de l'année scolaire, IDRISa obtenu les moyennes suivantes : 11 en sciences physiques, 8 en français et 9 en anglais. Sachant que les coefficients en Math, en sciences physiques, en anglais et en français sont respectivement 3; 2; 2 et 3. Quelle devrait être sa moyenne en Math pour qu'il obtienne une moyenne d'orientation égale à 10 ?</p>	<p><u>Réponse attendue</u> Soit <math>x</math> la moyenne en Math d'IDRIS. Sa moyenne d'orientation est : <math display="block">\frac{3x+2 \times 11+2 \times 9+3 \times 8}{3+2+2+3} = \frac{3x+64}{10}</math> Or la moyenne d'orientation doit être égale à 10. D'où l'équation : <math>\frac{3x+64}{10} = 10</math> On a : <math>\frac{3x+64}{10} = 10</math> <math display="block">3x + 64 = 10 \times 10</math> <math display="block">3x + 64 = 100</math> <math display="block">3x = 100 - 64</math> <math display="block">3x = 36</math> <math display="block">x = \frac{36}{3}</math> <math display="block">x = 12</math></p>	

			Donc IDRIS doit avoir 12 en Math pour obtenir une moyenne d'orientation égale à 10.	
Application		<u>Exercice</u> Un père a 35 ans et son fils en a 9. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de celui du fils ?	<u>Réponse attendue</u> Soit $x$ le nombre d'années où l'âge du père est le triple de celui du fils. L'âge du père dans $x$ années est : $35 + x$ L'âge du fils dans $x$ années est : $9 + x$ D'où l'équation : $35 + x = 3(9 + x)$ Résolution : On a $35 + x = 3(9 + x)$ $35 + x = 27 + 3x$ $x - 3x = 27 - 35$ $-2x = -8$ $x = \frac{8}{2}$ $x = 4$ Donc dans 4 ans l'âge du père sera le triple de l'âge du fils.	
Présentation Développement	2. <u>Problème conduisant à une inéquation</u>	<u>Problème</u> HABIBAT a décidé de préparer pour midi une sauce de gombo frais. Au marché de Man, la vendeuse lui dit : le prix de 3 tas de gombo est plus petit que le prix de 2 tas augmenté de 15 F. quels sont les prix possibles d'un tas de gombo ?	<u>Réponse attendue</u> Soit $x$ le prix d'un tas de gombo. Le prix de 3 tas de gombo est $3x$ Le prix de 2 tas de gombo est $2x$ D'où l'inéquation : $3x < 2x + 15$ Résolution : On a $3x < 2x + 15$ $3x - 2x < 15$ $x < 15$ Donc les prix possibles d'un tas de gombo sont : 5F et 10F.	
Application		<u>Exercice</u> Koffi a dépensé 900 F à la librairie, puis il a donné la moitié de ce qu'il lui restait à sa sœur ; ensuite il a dépensé 200 F pour le taxi. Il lui reste maintenant moins du tiers de la somme qu'il avait au départ. Combien possédait-il au maximum avant d'aller	<u>Réponse attendue</u> Soit $x$ la somme que possédait Koffi au départ. La somme qui lui reste après les dépenses de la librairie est : $x - 900$ La somme qui lui reste après l'argent qu'il	

		à la librairie ?	<p>a donné à sa sœur est : <math>\frac{x-900}{2}</math></p> <p>La somme qui lui reste après le taxi est : <math>\frac{x-900}{2} - 200</math></p> <p>D'où l'inéquation : <math>\frac{x-900}{2} - 200 &lt; \frac{x}{3}</math></p> <p>Résolution :</p> <p>On a <math>\frac{x-900}{2} - 200 &lt; \frac{x}{3}</math></p> $\frac{x - 900 - 400}{2} < \frac{x}{3}$ $\frac{x - 1300}{2} < \frac{x}{3}$ $3(x - 1300) < 2x$ $3x - 3900 < 2x$ $3x - 2x < 3900$ $x < 3900$ <p>La somme que Koffi possédait au maximum est : 3895 F</p>	
--	--	------------------	--	--

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

Résous dans IR, chacune des équations suivantes :

- a)  $-2(5x - 1) = 12$   
b)  $6x + 3 - 2(x + 1) = 3(x - 2)$   
c)  $\frac{3x-1}{2} = \frac{25x-2}{3}$   
d)  $-\frac{14}{6}x + \frac{2}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}x + \frac{1}{15}$

### Exercice 2

Résous dans IR chacune des équations suivantes :

- a)  $x^2 - 16 = 0$   
b)  $2x^2 - 18 = 0$   
c)  $4x^2 = 7$   
d)  $(1 - 2x)^2 - (3x + 2)^2 = 0$   
e)  $(x + 1)^2 - 64 = 0$

b)  $(2x - 1)^2 - 3(x + 7) \geq 4(x - 3)(x + 3)$

c)  $2\left(x + \frac{3}{2}\right) + x - 4 \leq 3\left(x - \frac{1}{3}\right)$

d)  $3\left(x + \frac{3}{2}\right) + 2x - 4 < 4\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2}$

### Exercice 4

M. ALI a trois maisons construites l'une après l'autre. La première et la deuxième ont respectivement 4 fois et 3 fois l'âge de la troisième. L'âge cumulé des deux premières maisons est 21 ans. Pour acquérir la deuxième maison d'une valeur de 7 800 000 F, M. ALI a payé 600 000 F d'apport initial à une société immobilière et paye chaque année 360 000 F. M. ALI ne se souvient plus s'il a fini de payer sa deuxième maison.

1. Détermine l'âge de la deuxième maison.

Justifie ta réponse.

### Exercice 5

Une usine pharmaceutique met sur le marché un nouveau médicament. Les frais de fabrication de chacun des 2000 premiers exemplaires s'élèvent à 1500 F. Les frais de fabrication de chacun des exemplaires suivants chutent à 200 F. Le médicament est vendu à 800 F l'unité. Le gouvernement décide alors d'homologuer le prix de vente de ce médicament à 800 F l'unité. Pour réaliser des bénéfices, l'industriel veut avoir une idée du nombre d'exemplaires de médicaments qu'il doit vendre.

1. Exprime la recette réalisée par l'industriel en fonction du nombre  $x$  de médicaments vendus.
2. Exprime les dépenses effectuées en fonction du nombre d'exemplaires de médicaments produits.



### Exercice 3

Résous dans IR chacune des inéquations suivantes :

a)  $\frac{2}{3}(x - 2) - \frac{7}{2}(3x + 1) > \frac{x}{2} + \frac{4}{3}(x - 1)$

- Détermine l'âge de la première et de la deuxième maison.
- M. ALL a-t-il fini de payer sa deuxième maison ?

- Détermine le nombre minimum d'exemplaires de médicaments que l'industriel doit vendre pour réaliser des bénéfices.

## COORDONNEES DE VECTEURS

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Géométrie analytique

**Leçon :** Coordonnées de vecteurs

**Séance 1/...**

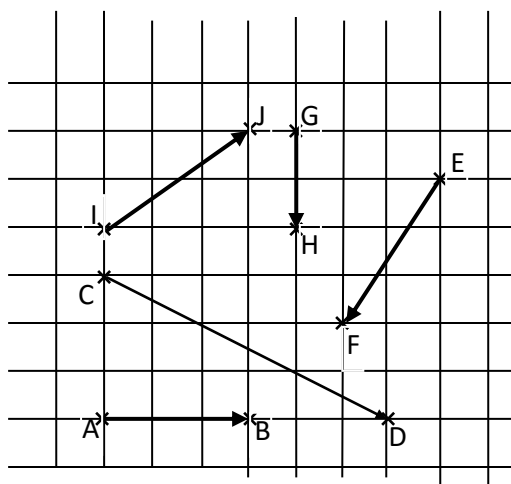
**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle non graduée, compas, équerre.

**Pré-requis :** vecteurs, calcul littéral, droites, racines carrées, droites graduées.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"><li>- les différents repères du plan</li><li>- les coordonnées d'un vecteur</li><li>- l'égalité de deux vecteurs à partir de leurs couples de coordonnées</li><li>- les coordonnées d'une somme de deux vecteurs</li><li>- les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel</li><li>- les coordonnées du milieu d'un segment</li></ul>
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"><li>- la propriété relative à la condition d'orthogonalité de deux vecteurs</li><li>- la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs</li><li>- la propriété relative à la distance de deux points</li></ul>
Lire	le couple de coordonnées d'un vecteur dans un repère
Calculer	<ul style="list-style-type: none"><li>- les coordonnées d'un vecteur</li><li>- les coordonnées du milieu d'un segment</li><li>- la distance de deux points</li></ul>
Démontrer	<ul style="list-style-type: none"><li>- que deux vecteurs sont colinéaires</li><li>- que deux droites sont parallèles</li><li>- que des points sont alignés</li><li>- que deux vecteurs sont orthogonaux</li><li>- que deux droites sont perpendiculaires</li></ul>
Traiter une situation	faisant appel aux coordonnées de vecteurs.

### Situation d'apprentissage :



Pendant un cours de géométrie dans une classe de troisième, le professeur de mathématique réalise au tableau la figure ci-contre.

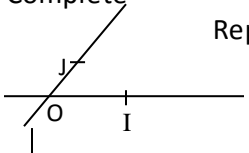
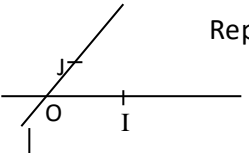
Un élève assis au fond de la classe ne voit pas au tableau.

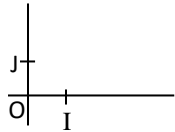
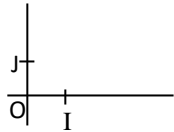
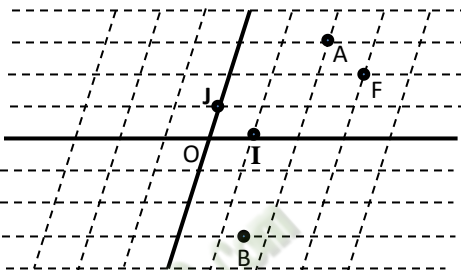
Pour l'aider à tracer un représentant du vecteur  $\vec{IJ}$ , l'un de ses camarades lui donne le programme de construction suivant :

- Place le point I sur un nœud.
- Compte 3 pas horizontalement de la gauche vers la droite et marque le nœud atteint.
- A partir de ce nœud, compte 2 pas verticalement du bas vers le haut et place le point J sur le nœud atteint.

Intéressés par cette démarche, les autres élèves décident de chercher un programme de construction d'un représentant de chacun des vecteurs  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CD}$  et  $\vec{GH}$ .

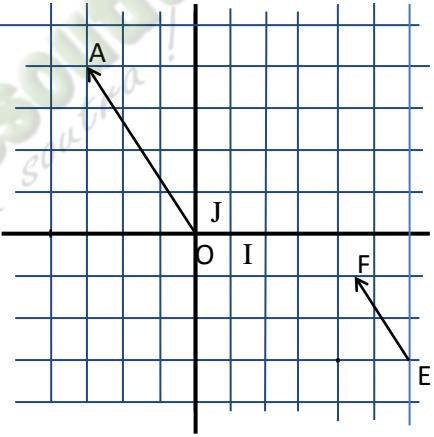
Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> <p>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux</li> </ul>	

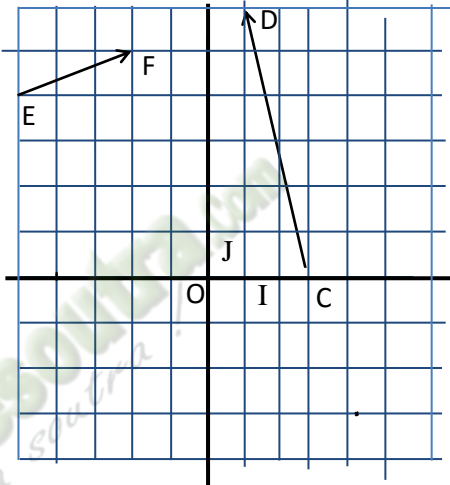
		<p>travaillent pas pour les encourager à travailler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<p>de leurs voisins</p> <p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Le programme de construction d'un représentant du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Place le point A sur un nœud</li> <li>- A partir de ce nœud, compte 3 pas horizontalement de la gauche vers la droite et place le point B sur le nœud atteint.</li> </ul> <p>Le programme de construction d'un représentant du vecteur <math>\overrightarrow{CD}</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Place le point C sur un nœud</li> <li>- A partir de ce nœud, compte 6 pas horizontalement de la gauche vers la droite et marque le nœud atteint.</li> <li>- A partir de ce nœud, compte 3 pas verticalement du haut vers le bas et place le point D sur le nœud atteint.</li> </ul> <p>Le programme de construction d'un représentant du vecteur <math>\overrightarrow{GH}</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Place le point G sur un nœud</li> <li>- A partir de ce nœud, compte 2 pas verticalement du haut vers le bas et place le point H sur le nœud atteint.</li> </ul>	
Présentation Développement	<p>I. <u>Coordonnées d'un vecteur</u></p> <p>1. <u>Repère, couple de nombres réels</u></p> <p>a) <u>Repère</u></p>	<p>Activité Complète</p> <p>Repère ...</p> 	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p>Repère <i>quelconque</i></p>	

		<p>Repère ...</p>  <p>Repère ...</p> <p>O est appelé ... du repère (OI) est l'axe des ... (OJ) est l'axe des ...</p>	<p>Repère <i>orthogonal</i></p>  <p>Repère <i>orthonormé</i></p> <p>O est appelé <i>origine</i> du repère (OI) est l'axe des abscisses. (OJ) est l'axe des <i>ordonnées</i></p>	
Présentation Développement	b) <u>Couple de nombres réels</u>	<p><u>Activité</u> (O, I, J) est un repère du plan. F, A et B sont trois points du plan.</p>  <p>Le point A a pour abscisse ... et pour ordonnée ... . Le couple de coordonnées du point A est ... . On note ...</p> <p>Le point B a pour abscisse ... et pour ordonnée ... . Le couple de coordonnées du point E est .... On note ...</p> <p>Le couple de coordonnées du point F est...</p> <p>Les points A et F ont-ils le même couple de coordonnées ? Pourquoi. L'écriture <math>(x, y)</math> est appelé le couple de nombres réels ... et ...</p>	<p><u>Réponse attendue</u> Le point A a pour abscisse 2 et pour ordonnée 3. Le couple de coordonnées du point A est <math>(2 ; 3)</math>. On note A <math>(2 ; 3)</math> Le point B a pour abscisse 1,5 et pour ordonnée -3. Le couple de coordonnées du point B est <math>(1,5 ; -3)</math>. On note B <math>(1,5 ; -3)</math> Le couple de coordonnées du point F est <math>(3 ; 2)</math> Les points A et F n'ont pas le même couple de coordonnées, car ils ont les abscisses différentes et les ordonnées différentes. L'écriture <math>(x, y)</math> est appelé le couple de nombres réels <math>x</math> et <math>y</math> <math>x</math> est <i>le premier terme</i> du couple ; <math>y</math> est <i>le deuxième terme</i> du couple.</p>	<p><u>Egalité de couple</u> Les couples <math>(x ; y)</math> et <math>(x' ; y')</math> sont égaux équivaut à <math>x = x'</math> et <math>y = y'</math></p> <p><u>Nb</u> L'ensemble formé de tous les couples de nombres réels est noté <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math>. On lit <math>\mathbb{R}</math> croix <math>\mathbb{R}</math>.</p>

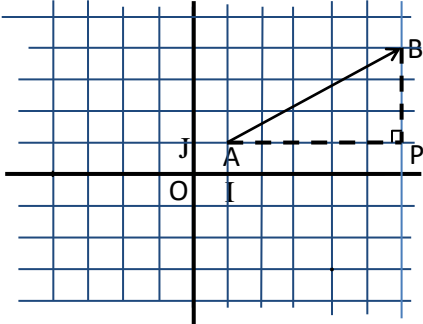
		X est ... du couple ; y est ... du couple.		
Application		<u>Exercice</u> On donne les couples $(x+1; -3)$ et $(-2 ; 2y)$ . Calcule x et y pour que ces couples soient égaux.	<u>Réponse attendue</u> $(x+1; -3) = (-2 ; 2y)$ équivaut à $x+1 = -2$ et $2y = -3$ équivaut à $x = -3$ et $y = -\frac{3}{2}$	
Présentation Développement	2. <u>Coordonnées d'un vecteur</u>	<u>Activité</u> Le plan est muni d'un repère $(O, I, J)$ . On donne les points $A(5; 3)$ ; $B(-2 ; 1)$ ; $E(-1 ; 3,5)$ ; $F(0 ; 3)$ ; $H(2,5 ; 1,5)$ ; $M(2 ; 3)$ ; $N(-1 ; -2)$ ; $P(0 ; -3)$ ; $Q(1,5 ; -4)$ et $R(0 ; 2,5)$ .  Exprimons le vecteur $\vec{OA}$ en fonction des vecteurs $\vec{OI}$ et $\vec{OJ}$ . On a : $\vec{OA} = \vec{OF} + \vec{FA}$ Complète : $\vec{OF} = \dots \vec{OJ}$ et $\vec{FA} = \dots \vec{OI}$ On a $\vec{OA} = \vec{FA} + \vec{OF}$ Donc $\vec{OA} = \dots \vec{OI} + \dots \vec{OJ}$ Conclusion : le couple de coordonnées ... est appelé couple de coordonnées du vecteur ...	<u>Réponse attendue</u> $\vec{OF} = 3\vec{OJ}$ et $\vec{FA} = 5\vec{OI}$ On a $\vec{OA} = \vec{FA} + \vec{OF}$ Donc $\vec{OA} = 5\vec{OI} + 3\vec{OJ}$ Conclusion : le couple de coordonnées $(5 ; 3)$ est appelé couple de coordonnées du vecteur $\vec{OA}$	<u>Définition</u> Le plan est muni du repère $(O, I, J)$ . A et B sont des points du plan. On appelle couple de coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ le couple de nombres réels $(x; y)$ tel que : $\vec{AB} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$ On note : $\vec{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ou $\vec{AB}(x; y)$ <u>Remarques</u> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Des vecteurs sont égaux lorsque ces vecteurs ont des couples de coordonnées égaux</li> <li>- Le vecteur nul a pour couple de coordonnées <math>(0; 0)</math></li> <li>- L'ordonnée de tout vecteur qui a la même direction que l'axe des abscisses est nulle</li> <li>- L'abscisse de tout vecteur qui a la même direction que l'axe des ordonnées est nulle.</li> </ul>
Application		<u>Exercice</u>	<u>Réponse attendue</u>	

		En utilisant la figure de l'activité précédente, le couple de coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{OF}$ ; $\overrightarrow{NR}$ ; $\overrightarrow{FA}$ ; $\overrightarrow{PJ}$ ; $\overrightarrow{QH}$ .	$\overrightarrow{OF}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{NR}\begin{pmatrix} 1 \\ 4,5 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{PJ}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{QH}\begin{pmatrix} 1 \\ 5,5 \end{pmatrix}$	
Présentation Développement	3. <u>Représentation d'un vecteur</u>	<u>Activité</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les points B, C et D. Construis les points A, E, F et H tels qu'on ait $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} -2 \\ 1,5 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DH}\begin{pmatrix} 2 \\ \end{pmatrix}$	<u>Réponse attendue</u> 	
Présentation Développement	4. <u>Coordonnées d'une somme de vecteurs</u>	<u>Activité</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ . Détermine le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ . Complète : $\overrightarrow{AB} = \dots \overrightarrow{OI} + \dots \overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{CD} = \dots \overrightarrow{OI} + \dots \overrightarrow{OJ}$  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \dots + \dots$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \dots \overrightarrow{OI} + \dots \overrightarrow{OJ}$ Le couple de coordonnées du vecteur	<u>Réponse attendue</u> $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{CD} = x'\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}$  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = x\overrightarrow{OI} + x'\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ} + y'\overrightarrow{OJ}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x + x')\overrightarrow{OI} + (y + y')\overrightarrow{OJ}$ Le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ est $(x + x'; y + y')$	<u>Propriété</u> le plan est muni d'un repère. A, B, A' et B' sont des points du plan. Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ alors $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$  <u>Exemple</u> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ; $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF})\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

Présentation Développement	5. <u>Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel</u>	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ est ... <u>Activité</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). on donne les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et un nombre réel k. Déterminons le couple de coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{AB}$ . Complète : $\overrightarrow{AB} = \dots\overrightarrow{OI} + \dots\overrightarrow{OJ}$ $k\overrightarrow{AB} = \dots(\dots + \dots)$ Donc $k\overrightarrow{AB} = \dots\overrightarrow{OI} + \dots\overrightarrow{OJ}$ Par conséquent Le couple de coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{AB}$ est ...	<u>Réponse attendue</u> On a : $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ $k\overrightarrow{AB} = k(x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ})$ Donc $k\overrightarrow{AB} = kx\overrightarrow{OI} + ky\overrightarrow{OJ}$ Par conséquent Le couple de coordonnées du vecteur $k\overrightarrow{AB}$ est $(kx ; ky)$	<u>Propriété</u> Le plan est muni d'un repère. A et B sont des points du plan, k est un nombre réel. Si $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $k\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$ .
Application		<u>Exercice</u> On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ ; $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ 1. Quel est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 2. Quel est le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AP}$ tel que $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EF}$	<u>Réponse attendue</u> 1. On a $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \begin{pmatrix} 2+3 \\ -5-1 \end{pmatrix}$ d'où $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ 2. On a $\overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \times (-4) \\ \frac{3}{2} \times 6 \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AP} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$	
Présentation Développement	II. <u>Vecteurs colinéaires – vecteurs orthogonaux</u> 1) <u>Vecteurs colinéaires</u>	<u>Activité</u>  Le plan est muni d'un repère (O, I, J).	<u>Réponse attendue</u> a. Donc $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont <i>colinéaires</i> . b. Calcule $-3 \times 2 - 4 \times (-1,5) = -6 + 6 = 0$ . Plus généralement, si les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires alors $x \times y' - y \times x' = 0$	<u>Propriété</u> Le plan est muni d'un repère. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à $x \times y' - y \times x' = 0$

		<p>on donne <math>\vec{OA}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{EF}\begin{pmatrix} -1,5 \\ 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>a. Vérifie à l'aide des instruments que (OA) et (EF) ont même direction. Donc <math>\vec{OA}</math> et <math>\vec{EF}</math> sont ...</p> <p>b. Calcule <math>-3 \times 2 - 4 \times (-1,5) = \dots</math> Plus généralement, si les vecteurs <math>\vec{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{CD}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}</math> sont colinéaires alors ...</p>		
Application		<p><u>Exercice</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). démontre que les vecteurs <math>\vec{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{MN}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}</math> sont colinéaires.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> On a <math>2 \times 2 - \frac{2}{3} \times 6 = 4 - 4 = 0</math> donc les vecteurs <math>\vec{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{MN}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}</math> sont colinéaires.</p>	
Présentation Développement	2) <u>Vecteurs non nuls orthogonaux</u>	<p><u>Activité</u></p>  <p>On donne les vecteurs <math>\vec{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>a. Vérifie à l'aide des instruments que (CD) et (EF) sont perpendiculaires.</p> <p>b. Calcule : <math>-2 \times 3 + 6 \times 1 = \dots</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u> Calcule : <math>-2 \times 3 + 6 \times 1 = -6 + 6 = 0</math></p>	<p><u>Propriété</u> Le plan est muni d'un repère orthonormé. <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{A'B'}</math> sont deux vecteurs non nuls. <math>\vec{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}</math> sont orthogonaux équivaut à <math>xx' + yy' = 0</math></p>
Application		<u>Exercice</u>	<u>Réponse attendue</u>	

		<p>Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ; on donne les points A(-3;4) et E(2;1,5) et les vecteurs <math>\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}</math> et <math>\overrightarrow{DS}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>1. Les vecteurs <math>\overrightarrow{MN}</math> et <math>\overrightarrow{DS}</math> sont-ils orthogonaux ? Justifie.</p> <p>2. Justifie que les vecteurs <math>\overrightarrow{OA}</math> et <math>\overrightarrow{OE}</math> sont orthogonaux.</p>	<p>1. On a : <math>3 \times 2 + 5 \times 1 = 6 + 5 = 11</math> donc Les vecteurs <math>\overrightarrow{MN}</math> et <math>\overrightarrow{DS}</math> ne sont pas orthogonaux</p> <p>2. On a : <math>\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math> et <math>\overrightarrow{OE}\begin{pmatrix} 2 \\ 1,5 \end{pmatrix}</math> On a : <math>-3 \times 2 + 4 \times 1,5 = -6 + 6 = 0</math> donc les vecteurs <math>\overrightarrow{OA}</math> et <math>\overrightarrow{OE}</math> sont orthogonaux.</p>	
Présentation Développement	<p>III. <u>Calcul dans un repère</u></p> <p>1) <u>Calcul des coordonnées d'un vecteur</u></p>	<p><u>Activité</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points A(x<sub>A</sub>;y<sub>A</sub>) et B(x<sub>B</sub>;y<sub>B</sub>).</p> <p>Complète : <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \dots</math>  <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \dots</math>  <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \dots</math>  <math>\overrightarrow{OB}(\dots)</math> ; <math>-\overrightarrow{OA}(\dots)</math> donc <math>\overrightarrow{AB}(\dots)</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>On a : <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}</math>  <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}</math>  <math>\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + (-\overrightarrow{OA})</math>  <math>\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}</math> ; <math>-\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} -x_A \\ -y_A \end{pmatrix}</math> donc  <math>\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}</math></p>	<p><u>Propriété</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère. A et B sont deux points du plan. Si A<math>\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}</math> et B<math>\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}</math> alors <math>\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}</math></p>
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points S(5; -2), M(-2; 3), C(-3; -3). Détermine le couple de coordonnées de chacun des vecteurs <math>\overrightarrow{SM}</math>, <math>\overrightarrow{MC}</math> et <math>\overrightarrow{CS}</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>On a <math>\overrightarrow{SM}\begin{pmatrix} -2-5 \\ 3+2 \end{pmatrix}</math> d'où <math>\overrightarrow{SM}\begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}</math>  On a <math>\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3+2 \\ -3-3 \end{pmatrix}</math> d'où <math>\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}</math>  On a <math>\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix} 5+3 \\ -2+3 \end{pmatrix}</math> d'où <math>\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}</math></p>	
Présentation Développement	<p>2) <u>Coordonnées du milieu d'un segment</u></p>	<p><u>Activité</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points A(x<sub>A</sub>;y<sub>A</sub>) et B(x<sub>B</sub>;y<sub>B</sub>). Soit E(x<sub>E</sub>;y<sub>E</sub>) le milieu du segment [AB]. Trouvons le couple de coordonnées de E.</p> <p>E milieu de [AB] équivaut à <math>\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}</math>. Complète en utilisant les coordonnées des points.  <math>\overrightarrow{AE}(\dots)</math> ; <math>\overrightarrow{EB}(\dots)</math>  <math>\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}</math> équivaut à ... = ... et ... = ...  Equivaut à ... = ... et ... = ...</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p><math>\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}</math> ; <math>\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix} x_B - x_E \\ y_B - y_E \end{pmatrix}</math>  <math>\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}</math> équivaut à <math>x_E - x_A = x_B - x_E</math> et <math>y_E - y_A = y_B - y_E</math>  Equivaut à <math>x_E + x_E = x_B + x_A</math> et <math>y_E + y_E = y_B + y_A</math>  équivaut à <math>2x_E = x_A + x_B</math> et <math>2y_E = y_A + y_B</math>  équivaut à <math>x_E = \frac{x_A + x_B}{2}</math> et <math>y_E = \frac{y_A + y_B}{2}</math></p>	<p><u>Propriété</u></p> <p>Le plan est muni du repère (O, I, J). K est le milieu du segment [AB]. Si A(x<sub>A</sub>;y<sub>A</sub>) et B(x<sub>B</sub>;y<sub>B</sub>) alors <math>K\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)</math></p>

		équivalent à ... = ... et ... = ... équivalent à ... = ... et ... = ...		
Application		<u>Exercice</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J) ; P(-2; 5) et Q(6; -5) sont deux points du plan. Calcule les coordonnées du point H milieu du segment [QP].	<u>Réponse attendue</u> On a H milieu de [QP] alors $H\left(\frac{-2+6}{2}; \frac{5-5}{2}\right)$ donc H(2; 0)	
Présentation Développement	3) <u>Distance de deux points</u>	<u>Activité</u>   Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ . Déterminons la distance AB. Le triangle APB est rectangle en P. Complète : $AB^2 = \dots + \dots$ Sachant que $AP = x_B - x_A$ et $PB = y_B - y_A$ Complète : $AB^2 = \dots + \dots$ $AB^2 = \dots + \dots$	<u>Réponse attendue</u> On a : $AB^2 = AP^2 + PB^2$ Sachant que $AP = x_B - x_A$ et $PB = y_B - y_A$ Complète : $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	<u>Propriété</u> Le plan est muni d'un repère orthonormé. A et B sont des points du plan. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
Application		<u>Exercice</u> Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne les points F(2; 3) et K(-3; -4) calcule la distance FK.	<u>Réponse attendue</u> $FK = \sqrt{(x_K - x_F)^2 + (y_K - y_F)^2}$ $FK = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-4 - 3)^2}$ $FK = \sqrt{25 + 49}$ $FK = \sqrt{74}$	

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

Soit  $(O, I, J)$  un repère. On donne les points  $A(1; 4)$ ,  $B(-1; -1)$  et  $C(5; 1)$ .

1. Détermine les coordonnées des points  $D, E, F$  et  $G$  dans chacun des cas suivants :
  - a)  $D$  est tel que  $ABCD$  est un parallélogramme
  - b)  $E$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $C$
  - c)  $F$  est tel que les segments  $[FD]$  et  $[BC]$  ont même milieu.
  - d)  $G$  est le milieu du segment  $[FE]$
2. Justifie que  $B$  est le milieu du segment  $[AF]$ .

### Exercice 2

Le plan est muni d'un repère  $(O, I, J)$ .

1. Détermine les coordonnées du point  $K$ , image du point  $O$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}(3; -1)$ .
2. Sachant que le point  $A$  a pour couple de coordonnées  $(5; 1)$ , détermine les coordonnées du point  $B$ .

### Exercice 3

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé. On donne les points  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(3; -2)$  et  $E(3; 1)$ .

1. Calcule les longueurs des côtés  $[AB]$ ;  $[BC]$  et  $[AC]$  et déduis en la nature du triangle  $ABC$ .
2. Calcule le rayon et les coordonnées du centre  $P$  du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
3. Démontre que le point  $E$  est un point du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .

### Exercice 4

3. vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .
4. a) Démontre que le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.  
b) Calcule les coordonnées du point  $M$ , centre de symétrie de  $ABCD$ .
5. Soit  $K$  le symétrique de  $O$  par rapport au point  $M$ . calcule les coordonnées du point  $K$ .
6. Vérifie que l'on a : a)  $10\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ; b)  $9\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ .

### Exercice 8

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . Dans chacun des cas suivants, dis si le triangle  $ABC$  est rectangle ou non. Justifie ta réponse.

1.  $A(4; 1)$ ,  $B(-2; 0)$  et  $C(-1; -6)$ .
2.  $A(1; 4)$ ,  $B(5; -2)$  et  $C(-1; -1)$ .
3.  $A(2\sqrt{2}; 2)$ ,  $B(0; 4)$  et  $C(-\sqrt{2}; 0)$ .

### Exercice 9

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On donne les points :  $A(-1; -3)$ ,  $B(-3; 3)$ ,  $C(4; 2)$  et  $D(5; -1)$ .

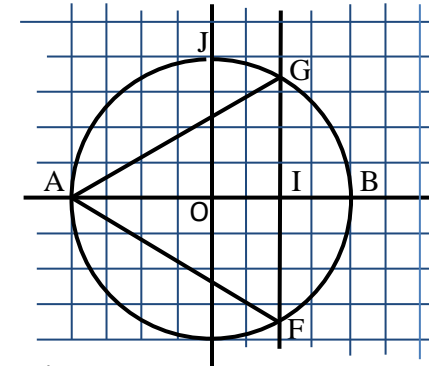
Démontre que le quadrilatère  $ABCD$  est un trapèze rectangle.

### Exercice 10

$(O, I, J)$  est un repère orthonormé. On donne les points  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(3; -2)$  et  $E(3; 1)$ .

1. Démontre que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .
2. a) Calcule le rayon du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .  
b) Détermine les coordonnées du centre  $P$  du

1. Détermine les coordonnées des points  $A, F$  et  $G$ .
2. Démontre que le triangle obtenu répond bien aux exigences du client.



### Exercice 14

Deux élèves habitent dans un sous quartier de la commune de Man.

Pendant les jours de classe, ils quittent la maison située en un point  $A$  pour se rendre au Collège Municipal se trouvant en un point  $I$ .

Ils empruntent chaque jour des chemins différents. L'un parcourt le chemin  $ABCODL$  et l'autre le chemin  $AEFGL$ .

- Pour savoir lequel des deux frères parcourt le plus court chemin, une discussion s'engage entre eux. Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On donne les points :  $A(-6; 5)$ ,  $B(-2; -3)$ ,  $C(0; -2)$ ,  $D(6; 0)$ ,  $E(0; 5)$ ,  $F(0; 10)$ ,  $G(6; 1)$  et  $L(8; 4)$ .
1. Calcule la valeur exacte des longueurs  $AB, OC, OD, DL, AE, EF, FG$  et  $GL$ .
  2. Calcule  $l_1$  la longueur du chemin  $ABCODL$ . (On donnera le résultat sous la forme  $c + d\sqrt{13}$ ).
  3. Calcule  $l_2$  la longueur du chemin  $AEFGL$ . (On donnera le résultat sous la forme  $c + d\sqrt{13}$ ).
  4. Lequel des deux élèves parcourt la plus petite

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé. On donne les points  $E(-2; 2)$ ,  $F(3; 2)$  et  $G(1; -2)$ .  $M$  est le milieu du segment  $[FG]$  et  $E'$  le symétrique de  $E$  par rapport à  $M$ .

- Détermine les coordonnées des points  $E'$  et  $M$
- Calcule les distances  $EF$  et  $EG$ .
- a) Démontre que le quadrilatère  $EFE'G$  est un losange.  
b) Dédus en que les droites  $(EE')$  et  $(FG)$  sont perpendiculaires.  
c) Vérifie ce résultat par un calcul vectoriel.

#### Exercice 5

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé. On donne les points  $A(-2; 2)$ ,  $B(2; 4)$  et  $C(0; -2)$ .

- Démontre que le triangle  $ABC$  est rectangle isocèle en un sommet que l'on précisera. Détermine les coordonnées du point  $H$  pied de la hauteur issue de  $A$  dans le triangle  $ABC$ .
- Soit  $G$  le centre de gravité du triangle  $ABC$ . Calcule les coordonnées de  $G$ .
- Vérifie la relation  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$ .

#### Exercice 6

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé. On donne les points  $E(-4; 3)$ ,  $F(3; 2)$  et  $G(1; -2)$ .

- Calcule les coordonnées du point  $H$  milieu du segment  $[FG]$ .
- Démontre que la droite  $(EH)$  est une hauteur du triangle  $EFG$ .
- Démontre que le triangle  $EFG$  est isocèle en  $E$ .

#### Exercice 7

Le plan est muni d'un repère  $(O, I, J)$ .

On considère les points  $A, B, C$  et  $D$  tels que :  $\vec{OA} = -3\vec{OI}$ ;  $\vec{OB} = 5\vec{OI} + 4\vec{OJ}$ ;  $\vec{OC} = 10\vec{OI}$   
 $\vec{OD} = 2\vec{OI} - 4\vec{OJ}$

cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .

- Justifie que le point  $E$  est un point du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .

#### Exercice 11

L'unité de longueur est le  $cm$ .  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = 3$ ,  $AC = 4$  et  $BC = 6$ . Les points  $D, E$  et  $I$  sont tels que :  $2\vec{BE} = \vec{AC}$ ;  $2\vec{CD} = \vec{AB}$  et  $I$  milieu de  $[DE]$ .

On considère le repère  $(A, \vec{AB}, \vec{AC})$ .

- Construis une figure.
- Donne les coordonnées des points  $A, B$  et  $C$ .
- a) Détermine les coordonnées de chacun des points  $E$  et  $D$ .  
b) Dédus-en les coordonnées du point  $I$ .
- Démontre que les droites  $(BC)$  et  $(ED)$  sont parallèles.

#### Exercice 12

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

Soient les points  $A(8; 0)$  et  $B(2; 2\sqrt{3})$ . On désigne par  $(C)$  le cercle de centre  $O$  et de rayon  $4cm$ .

- Démontre que le point  $B$  appartient au cercle  $(C)$ .
- Démontre que la droite  $(AB)$  est tangente au cercle  $(C)$ .
- Fais une figure, sans calculer une valeur approchée de  $\sqrt{3}$ .

#### Exercice 13

Monsieur IBRAHIM, un menuisier a reçu une commande de table ronde marquée d'un motif triangulaire ayant ses côtés de même dimensions et les sommets sur le bord de la table.

Avant de procéder au découpage des feuilles de contre plaquées, il réalise une construction sur du papier quadrillé comme l'indique la figure ci-dessous.

Il soumet sa construction à l'appréciation de son fils

distance pour se rendre au Municipal ? Justifie ta réponse.

1. Détermine les coordonnées de chacun des points A, B, C et D.
  2. calcule les coordonnées de chacun des
- ISMAEL, élève en classe de troisième pour savoir si le triangle obtenu répond bien aux exigences du client. On considère le repère orthonormé  $(O, B, J)$ .

Fomesoutra.com  
ça s'entraîne !

# EQUATIONS DE DROITES

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Géométrie analytique

**Leçon :** Equations de droites

**Séance 1/ ... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle non graduée, compas, équerre.

**Pré-requis :** vecteurs, calcul littéral, droites, racines carrées, droites graduées.



CE MATHS LM3

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une équation de droite</li> <li>- le coefficient directeur d'une droite</li> </ul>
Connaître	les propriétés relatives à la perpendicularité ou au parallélisme de deux droites
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une équation d'une droite passant par deux points</li> <li>- une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée</li> <li>- une équation d'une droite passant par un point et de vecteur directeur donné</li> <li>- une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé</li> <li>- le coefficient directeur d'une droite</li> </ul>
Vérifier	l'appartenance ou non d'un point à une droite
Construire	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une droite dont on connaît une équation</li> <li>- une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur</li> </ul>
Calculer	- le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées
Lire	graphiquement le coefficient directeur d'une droite dans un quadrillage
Justifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- que deux droites sont parallèles</li> <li>- que deux droites sont perpendiculaires</li> </ul>
Traiter une situation	faisant appel aux équations de droites

**Situation d'apprentissage :**

Pour débiter son commerce à Man, FAT OU veut acheter du soja et du mil. Le kilogramme de soja coûte 500 F CFA et celui du mil 300 F CFA. Elle dispose de 50 000 F CFA qu'elle veut dépenser entièrement pour ces achats.

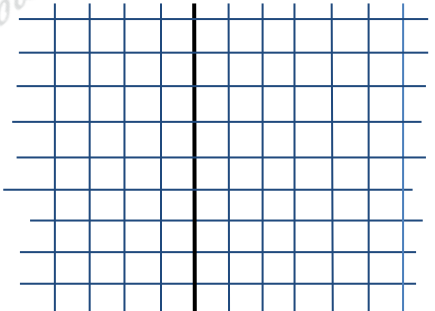
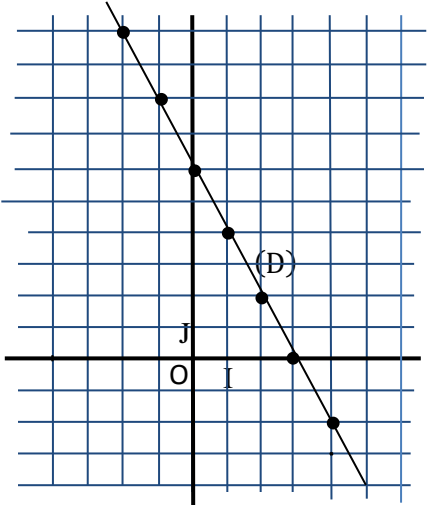
Sa petite sœur, élève en classe de troisième au Collège Municipal de Man, se propose de lui trouver une méthode performante pour déterminer d'avantage de possibilités. Pour ce faire, la petite sœur demande la collaboration de ses camarades de classe.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> </ul> <p>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les apprenants cherchent individuellement</li> <li>- Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul>	
Présentation Développement	<p>I. <u>Equations du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR</u></p> <p>1) <u>Notion d'équation dans IRXIR</u></p>	<p><u>Activité</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Choix des inconnus : Soit <math>x</math> la quantité de mil en kg et <math>y</math> la quantité de soja en kg.</li> <li>- Mise en équation</li> </ul>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mise en équation L'argent dépensé pour le mil est : <math>300x</math> L'argent dépensé pour le soja est :</li> </ul>	

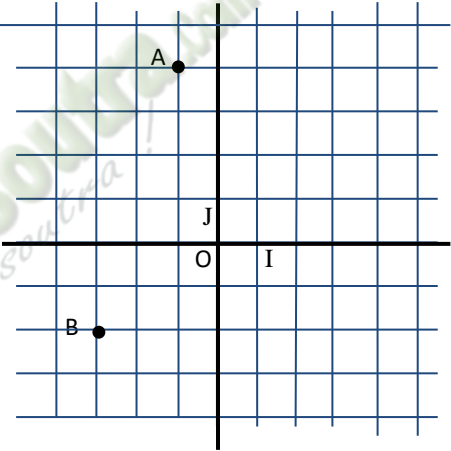
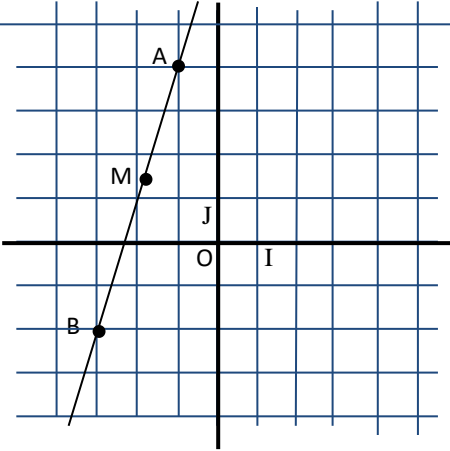


		<p>L'argent dépensé pour le mil est : ...  L'argent dépensé pour le soja est : ...  La somme totale en fonction de <math>x</math> et <math>y</math> est : ...</p> <p>- Equation  (E) : ... est une équation du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR, d'inconnues <math>x</math> et <math>y</math>.  Si <math>x = 8</math> et <math>y = 3</math>, le couple (8; 3) est-il solution de (E).  .....  Si <math>x = 100</math> et <math>y = 40</math>, le couple (100; 40) est-il solution de (E).  .....  Simplifie l'écriture de (E) : .....  On obtient une équation (<math>E_1</math>) : .....  qui est équivalente à (E), c'est-à-dire qui admet les mêmes solutions que (E).</p>	<p>500y  La somme totale en fonction de <math>x</math> et <math>y</math> est : <math>300x + 500y</math></p> <p>- Equation  (E) : <math>300x + 500y = 50000</math> est une équation du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR, d'inconnues <math>x</math> et <math>y</math>.  Si <math>x = 8</math> et <math>y = 3</math>, on a :  <math>300 \times 8 + 500 \times 3 = 3900</math>  Donc le couple (8; 3) n'est pas une solution de (E)  Si <math>x = 100</math> et <math>y = 40</math>, on a :  <math>300 \times 100 + 500 \times 40 = 50000</math>  Donc le couple (100; 40) est une solution de (E).  Simplifie l'écriture de (E) : <math>300x + 500y = 50000</math>  On obtient une équation (<math>E_1</math>) : <math>3x + 5y = 500</math></p>	
Présentation Développement	2) <u>Recherche de solution d'une équation du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR.</u>	<p><u>Activité</u>  Soit (<math>E_1</math>) : <math>3x + 5y = 500</math>. Pour trouver une solution de (<math>E_1</math>), on donne une valeur à <math>x</math> (ou à <math>y</math>) et on calcule la valeur correspondante à l'autre inconnue.  Exemple : pour <math>x = -3</math>, on a : ... + <math>5y = 500</math> alors <math>5y = \dots</math> donc <math>y = \dots</math>  le couple <math>(-3; \dots)</math> est une solution de (<math>E_1</math>).  Pour <math>y = 4</math>; calcule <math>x</math> .....  Trouve un autre couple solutions de l'équation (<math>E_1</math>).  Combien peut-on trouver de couples</p>	<p><u>Réponse attendue</u>  pour <math>x = -3</math>, on a : <math>3 \times (-3) + 5y = 500</math> alors <math>5y = 509</math> donc <math>y = \frac{509}{5}</math> le couple <math>(-3; \frac{509}{5})</math> est une solution de (<math>E_1</math>).  Pour <math>y = 4</math>; on a : <math>3x + 5 \times 4 = 500</math>  d'où <math>3x + 20 = 500</math>  <math>3x = 500 - 20</math>  <math>3x = 480</math>  <math>x = \frac{480}{3}</math>  <math>x = 160</math>  Le couple (160; 4) est une solution de (<math>E_1</math>).</p>	

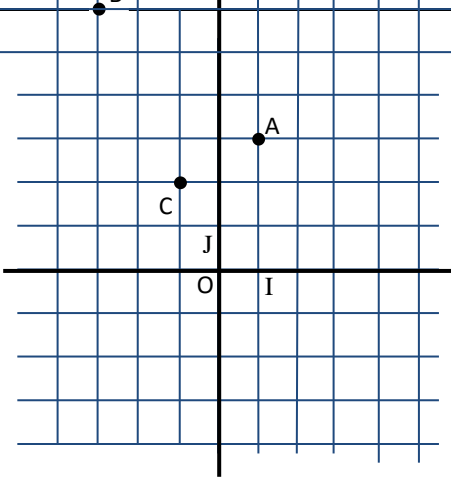
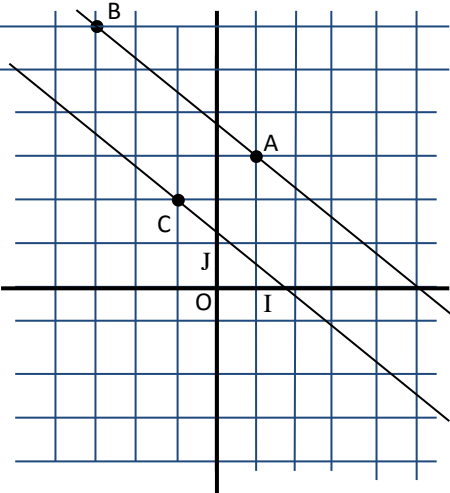


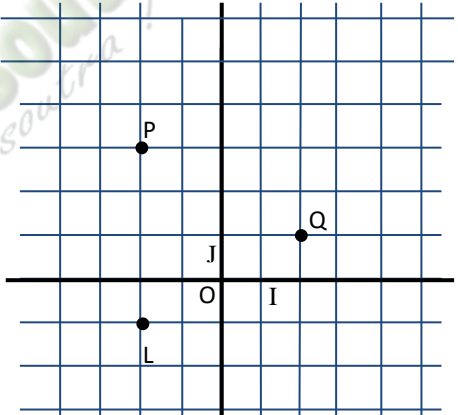
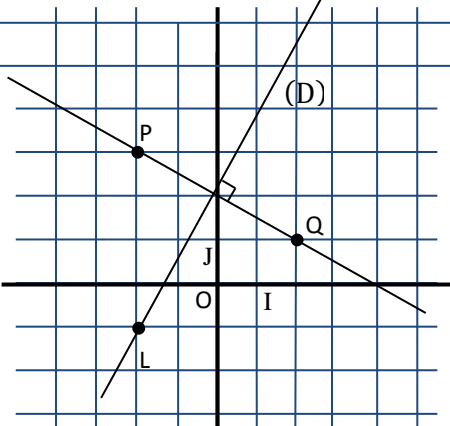
Présentation Développement	3) <u>Représentation graphique des solutions d'une équation du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR</u>	<p>solutions de l'équation (<math>E_1</math>) ?</p> <p><u>Activité</u> On donne l'expression littérale <math>H = x + \frac{1}{2}y - 3</math>. En utilisant les valeurs données à <math>x</math> et à <math>y</math> dans le tableau ci-dessous, calcule les valeurs numériques de <math>H</math> puis complète celui-ci.</p> <table border="1" data-bbox="696 531 1155 863"> <tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Y / X</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> </table> <p>Dans le plan muni d'un repère orthonormé <math>(O, I, J)</math>, place les points ayant pour couples de coordonnées, les couples de réels tels que <math>x + \frac{1}{2}y - 3 = 0</math>.</p> 	10									8									6									4									2									0									-2									Y / X	-2	-1	0	1	2	3	4	5	<p>On peut trouver une infinité de couples solutions de l'équation (<math>E_1</math>).</p> <p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1" data-bbox="1189 300 1637 810"> <tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>-2</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>Y / X</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> </table>  <p>On remarque que ces points sont</p>	10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	-	0	1	2	3	4	5	6		1								6	-	-	0	1	2	3	4	5		2	1							4	-	-	-	0	1	2	3	4		3	2	1						2	-	-	-	-	0	1	2	3		4	3	2	1					0	-	-	-	-	-	0	1	2		5	4	3	2	1				-2	-	-	-	-	-	-	0	1		6	5	4	3	2	1			Y / X	-2	-1	0	1	2	3	4	5
10																																																																																																																																																																																																									
8																																																																																																																																																																																																									
6																																																																																																																																																																																																									
4																																																																																																																																																																																																									
2																																																																																																																																																																																																									
0																																																																																																																																																																																																									
-2																																																																																																																																																																																																									
Y / X	-2	-1	0	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																	
10	0	1	2	3	4	5	6	7																																																																																																																																																																																																	
8	-	0	1	2	3	4	5	6																																																																																																																																																																																																	
	1																																																																																																																																																																																																								
6	-	-	0	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																	
	2	1																																																																																																																																																																																																							
4	-	-	-	0	1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
	3	2	1																																																																																																																																																																																																						
2	-	-	-	-	0	1	2	3																																																																																																																																																																																																	
	4	3	2	1																																																																																																																																																																																																					
0	-	-	-	-	-	0	1	2																																																																																																																																																																																																	
	5	4	3	2	1																																																																																																																																																																																																				
-2	-	-	-	-	-	-	0	1																																																																																																																																																																																																	
	6	5	4	3	2	1																																																																																																																																																																																																			
Y / X	-2	-1	0	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																																	

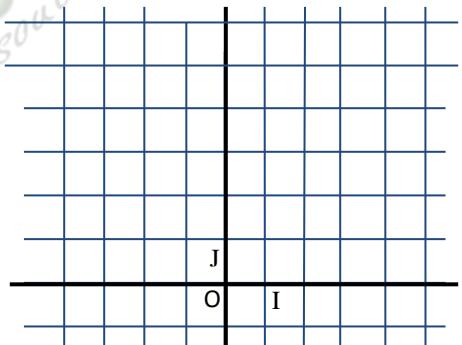
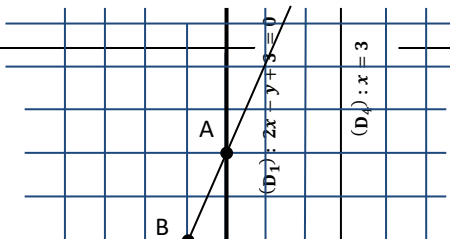


		<p>On remarque que ces points sont .....          Désignons par (D) la droite passant par ces points. On admet : (r;s) est une solution de <math>x + \frac{1}{2}y - 3 = 0</math> équivaut à <math>M(r;s) \in (D)</math>.          On dit que l'équation <math>x + \frac{1}{2}y - 3 = 0</math> est ..... de (D).</p>	<p>alignés.          On dit que l'équation <math>x + \frac{1}{2}y - 3 = 0</math> est une équation de (D).</p>	
	<p>II. <u>Equation d'une droite</u>          1) <u>Droite passant par deux points</u></p>	<p><u>Activité</u>          Le plan est muni d'un repère (O,I,J).          On donne les points A(-1;4) et B(-3;-2)          Place un point M sur la droite (AB)</p>  <p>Complète :          A, M et B sont .....</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p>A, M et B sont alignés          Donc <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math> sont colinéaires  <math>\vec{AB} \begin{pmatrix} -3+1 \\ -2-4 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{AM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-4 \end{pmatrix}</math> ; <math>\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{AM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-4 \end{pmatrix}</math></p>	

		<p>Donc <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math> sont .....</p> <p>Soit <math>M(x; y)</math>. Calcule les coordonnées des vecteurs <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math></p> <p><math>\vec{AB}(\dots)</math> et <math>\vec{AM}(\dots)</math>; <math>\vec{AB}(\dots)</math> et <math>\vec{AM}(\dots)</math></p> <p><math>M \in (AB)</math> équivaut à <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math> sont ...</p> <p>Exprime en fonction des coordonnées :</p> <p><math>M \in (AB)</math> équivaut à .....</p> <p>.....</p> <p>équivaut à .....</p> <p>équivaut à .....</p> <p>.....</p> <p>Donc ..... est une équation de la droite (AB)</p>	<p><math>M \in (AB)</math> équivaut à <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math> sont colinéaires</p> <p><math>M \in (AB)</math> équivaut à <math>-2(y - 4) + 6(x + 1) = 0</math></p> <p>équivaut à <math>-2y + 8 + 6x + 6 = 0</math></p> <p>équivaut à <math>-2y + 6x + 14 = 0</math></p> <p>équivaut à <math>-y + 3x + 7 = 0</math></p> <p>donc <math>-y + 3x + 7 = 0</math> est une équation de la droite (AB)</p>	
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points A(4; 3) et B(2; -1). Trouve une équation de la droite (AB).</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>soit <math>M(x; y)</math> un point du plan.</p> <p>On a <math>\vec{AM} \begin{pmatrix} x-4 \\ y-3 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{AB} \begin{pmatrix} 2-4 \\ -1-3 \end{pmatrix}</math>; <math>\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>M \in (AB)</math> équivaut à <math>\vec{AB}</math> et <math>\vec{AM}</math> sont colinéaires.</p> <p>Equivaut à <math>-2(y - 3) + 4(x - 4) = 0</math></p> <p>Equivaut à <math>-2y + 6 + 4x - 16 = 0</math></p> <p>Equivaut à <math>4x - 2y - 10 = 0</math></p> <p>Equivaut à <math>2x - y - 5 = 0</math></p> <p>Donc <math>2x - y - 5 = 0</math> est une équation de la droite (AB)</p>	
Présentation Développement	2) <u>Droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée</u>	<p><u>Activité</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points A(1; 3) et B(-3; 6) et C(-1; 2). Trace la droite (D) passant par C et parallèle à (AB).</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p>	

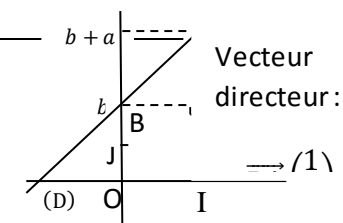
		 <p>Complète :  <math>\overrightarrow{AB}(\dots)</math> ; <math>\overrightarrow{AB}(\dots)</math>      Soit <math>M(x; y)</math> un point de (D). Calcule les coordonnées de <math>\overrightarrow{CM}</math>  <math>\overrightarrow{CM}(\dots)</math>  <math>M \in (D)</math> équivaut à <math>\overrightarrow{CM}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math> sont .....      Equivaut à .....      Equivaut à .....      Equivaut à .....      Donc ..... est une équation de la droite (D)</p>	 <p><math>\overrightarrow{AB}(\begin{smallmatrix} -3 \\ 6-3 \end{smallmatrix})</math> ; <math>\overrightarrow{AB}(\begin{smallmatrix} -4 \\ 3 \end{smallmatrix})</math>  <math>\overrightarrow{CM}(\begin{smallmatrix} x+1 \\ y-2 \end{smallmatrix})</math>  <math>M \in (D)</math> équivaut à <math>\overrightarrow{CM}</math> et <math>\overrightarrow{AB}</math> sont colinéaires.      Equivaut à <math>-4(y-2) - 3(x+1) = 0</math>      Equivaut à <math>-4y + 8 - 3x - 3 = 0</math>      Equivaut à <math>-4y - 3x + 5 = 0</math>      Donc <math>-4y - 3x + 5 = 0</math> est une équation de la droite (D).</p>	
Application		<p><u>Exercice</u>          Le plan est muni d'un repère (O, I, J).          On donne les points E(3; 2), F(-1; -4) et G(-2; 1).          Trouve une équation de la droite (L) passant par G et parallèle à (EF).</p>	<p><u>Réponse attendue</u>          Soit <math>M(x; y)</math> un point du plan.          On a <math>\overrightarrow{GM}(\begin{smallmatrix} x+2 \\ y-1 \end{smallmatrix})</math> et <math>\overrightarrow{EF}(\begin{smallmatrix} -1-3 \\ -4-2 \end{smallmatrix})</math> ; <math>\overrightarrow{EF}(\begin{smallmatrix} -4 \\ -6 \end{smallmatrix})</math>  <math>M \in (L)</math> équivaut à <math>\overrightarrow{EF}</math> et <math>\overrightarrow{GM}</math> sont colinéaires.          Equivaut à <math>-6(x+2) + 4(y-1) =</math></p>	

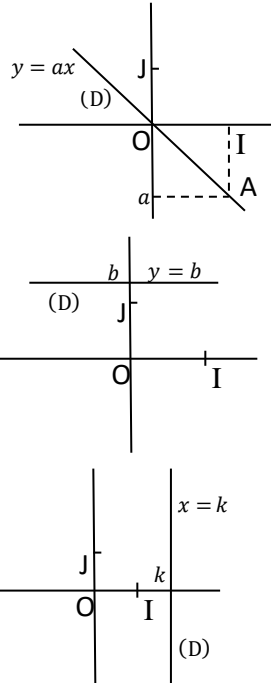
			<p>0  Equivaut à <math>-6x - 12 + 4y - 4 = 0</math>  Equivaut à <math>4y - 6x - 16 = 0</math>  Equivaut à <math>2y - 3x - 8 = 0</math>  Donc <math>2y - 3x - 8 = 0</math> est une équation de (L).</p>	
Présentation Développement	3) <u>Droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée</u>	<p><u>Activité</u>  Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). On donne les points P(-2; 3), Q(2; 1) et L(-2; -1)  Trace la droite (D) passant par L et perpendiculaire à (PQ).  Calcule les coordonnées de <math>\vec{PQ}</math>  <math>\vec{PQ}(\dots)</math> ; <math>\vec{PQ}(\dots)</math>  Soit M(x; y) un point du plan; complète :  <math>\vec{LM}(\dots)</math>  M ∈ (D) équivaut à <math>\vec{PQ}</math> et <math>\vec{LM}</math> sont .....  Equivaut à .....  Equivaut à .....</p> 	<p><u>Réponse attendue</u>  <math>\vec{PQ} \begin{pmatrix} 2+2 \\ 1-3 \end{pmatrix}</math> ; <math>\vec{PQ} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}</math>  <math>\vec{LM} \begin{pmatrix} x+2 \\ y+1 \end{pmatrix}</math>  M ∈ (D) équivaut à <math>\vec{PQ}</math> et <math>\vec{LM}</math> sont orthogonaux.  Equivaut à <math>4(y+1) + 2(x+2) = 0</math>  Equivaut à <math>4y + 4 + 2x + 4 = 0</math>  Equivaut à <math>4y + 2x + 8 = 0</math>  Equivaut à <math>2y + x + 4 = 0</math>  Donc <math>2y + x + 4 = 0</math> est une équation de (D).</p> 	<p><u>Propriétés</u>  Dans le plan muni d'un repère :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Toute droite a une équation de la forme <math>px + qy + r = 0</math> (p et q n'étant pas tous nuls).</li> <li>• Toute équation de la forme <math>px + qy + r = 0</math> est une équation d'une droite (p et q n'étant pas tous nuls).</li> </ul>

		<p>Equivaut à .....</p> <p>Equivaut à .....</p> <p>Donc ..... est une équation de (D).</p>																			
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). On donne les points R(1;3), S(-2; 1) et T(2;4). Trouve une équation de la droite (Δ) passant par T et perpendiculaire à (RS).</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Soit M(x; y) un point du plan.</p> <p>On a <math>\overrightarrow{TM} \begin{pmatrix} x+2 \\ y-1 \end{pmatrix}</math> et <math>\overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -2-1 \\ 1-3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{RS} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}</math></p> <p><math>M \in (\Delta)</math> équivaut à <math>\overrightarrow{RS}</math> et <math>\overrightarrow{TM}</math> sont orthogonaux.</p> <p>Equivaut à <math>-2(x+2) + 3(y-1) = 0</math></p> <p>Equivaut à <math>-2x - 4 + 3y - 3 = 0</math></p> <p>Equivaut à <math>-2x + 3y - 7 = 0</math></p> <p>Donc <math>-2x + 3y - 7 = 0</math> est une équation de la droite (Δ).</p>																		
Présentation Développement	4) <u>Construction d'une droite</u>	<p><u>Activité</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O,I,J). Trace les droites (D<sub>1</sub>), (D<sub>2</sub>), (D<sub>3</sub>) et (D<sub>4</sub>) d'équations respectives : <math>2x - y + 3 = 0</math> ; <math>x + 3y + 6 = 0</math> ; <math>5y + 4 = 0</math> et <math>x - 3 = 0</math>.</p> 	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>(D<sub>1</sub>) : <math>2x - y + 3 = 0</math></p> <table border="1" data-bbox="1187 893 1377 1005"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>(D<sub>2</sub>) : <math>x + 3y + 6 = 0</math></p> <table border="1" data-bbox="1187 1037 1377 1157"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>C</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>-3</td> <td>-1</td> </tr> </tbody> </table> <p>(D<sub>3</sub>) : <math>5y + 4 = 0</math> d'où (D<sub>3</sub>) : <math>y = -0,8</math></p> <p>(D<sub>4</sub>) : <math>x - 3 = 0</math> d'où (D<sub>4</sub>) : <math>x = 3</math></p> 		x	y	A	0	3	B	-1	1		x	y	C	0	-2	E	-3	-1
	x	y																			
A	0	3																			
B	-1	1																			
	x	y																			
C	0	-2																			
E	-3	-1																			

Présentation Développement	5) <u>Coefficient directeur d'une droite</u>	<u>Activité</u> Pour l'équation de chaque droite de l'activité précédente, exprime si possible, $y$ en fonction de $x$ . Dans le cas où cela est possible, précise la position de la droite par rapport à (OJ)	<u>Réponse attendue</u> (D <sub>1</sub> ) : $2x - y + 3 = 0$ D'où $y = 2x + 3$ Donc (D <sub>1</sub> ) : $y = 2x + 3$ et (D <sub>1</sub> ) n'est pas parallèle à (OJ) (D <sub>2</sub> ) : $x + 3y + 6 = 0$ D'où $3y = -x - 6$ $y = \frac{1}{3}(-x - 6)$ $y = -\frac{1}{3}x - 2$ Donc (D <sub>2</sub> ) : $y = -\frac{1}{3}x - 2$ et (D <sub>2</sub> ) n'est pas parallèle à (OJ) (D <sub>3</sub> ) : $y = -0,8$ et (D <sub>3</sub> ) n'est pas parallèle à (OJ)	<u>Propriété</u> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Une droite (D) non parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : <math>y = ax + b</math>; <math>a</math> est le coefficient directeur de la droite (D), <math>b</math> est son ordonnée à l'origine.</li> <li>• Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme <math>x = k</math>. Elle n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.</li> </ul>

Coefficient directeur  $a$



	<p style="text-align: center;">Fomesoutra.com ça s'entraîne !</p>			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 50%;"> <p>Coefficient directeur <math>a</math></p> <p>Vecteur directeur : <math>(1, a)</math></p> <p>Coefficient directeur <math>0</math></p> <p>Vecteur directeur : <math>(1, 0)</math></p> <p>Pas de coefficient directeur</p> <p>Vecteur directeur : <math>(0, 1)</math></p> </div> </div> <p><u>Remarque</u>  <math>(D) : y = ax + b</math> est nécessairement sécante à l'axe des ordonnées.  Si <math>a &gt; 0</math> il est aussi appelé pente de la droite.</p>
Présentation Développement	6) <u>Calcul du coefficient</u>			<p><u>Formule</u>  Soit <math>(D)</math> une droite passant par</p>

	<u>directeur d'une droite</u>			les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ et de coefficient directeur $a$ et tel que (D) n'est pas parallèle à (OJ). On a : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
Application		<u>Exercice</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne les points $A(-3; -2)$ , $B(1; -2)$ et $C(2; 2)$ . Calcule les coefficients directeurs respectifs $a_1$ ; $a_2$ et $a_3$ des droites (AB), (AC) et (BC).	<u>Réponse attendue</u> $a_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 + 2}{1 + 3} = 0$ $a_2 = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{2 + 2}{2 + 3} = \frac{4}{5}$ $a_3 = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{2 + 2}{2 - 1} = 4$	
Présentation Développement	III. <u>Position relatives de deux droites</u> 1) <u>Droites parallèles</u>	<u>Activité</u> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit (D) la droite d'équation $y = ax + b$ et (D') la droite d'équation $y = a'x + b'$ . Les vecteurs $\overrightarrow{AB}(\dots)$ et $\overrightarrow{CD}(\dots)$ sont respectivement vecteurs directeur de (D) et (D'). complète : (D) $\parallel$ (D') équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont ... Equivaut à ..... Equivaut à ..... Equivaut à ..... (D) $\parallel$ (D') équivaut à .....	<u>Réponse attendue</u> Les vecteurs $\overrightarrow{AB}(\overset{1}{a})$ et $\overrightarrow{CD}(\overset{1}{a'})$ sont respectivement vecteurs directeur de (D) et (D'). (D) $\parallel$ (D') équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Equivaut à $1 \times a - 1 \times a' = 0$ Equivaut à $a - a' = 0$ Equivaut à $a = a'$ (D) $\parallel$ (D') équivaut à $a = a'$	<u>Propriété</u> Le plan est muni du repère (O, I, J). Les droites (D) et (D') ont pour coefficients directeurs respectifs $a$ et $a'$ (D) $\parallel$ (D') équivaut à $a = a'$
Présentation Développement	2) <u>Droites perpendiculaires</u>	<u>Activité</u> Reprends l'activité ci-dessus en supposant que (D) est perpendiculaire à (D'). Complète : (D) $\perp$ (D') équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont ... Equivaut à .....	<u>Réponse attendue</u> (D) $\perp$ (D') équivaut à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux. Equivaut à $1 \times 1 + a \times a' = 0$ Equivaut à $1 + a \times a' = 0$ Equivaut à $a \times a' = -1$	<u>Propriété</u> Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). Les droites (D) et (D') ont pour coefficients directeurs respectifs $a$ et $a'$

		Equivaut à ..... Equivaut à ..... (D) ⊥ (D') equivaut à .....	(D) ⊥ (D') equivaut à $a \times a' = -1$	(D) ⊥ (D') equivaut à $a \times a' = -1$
Application		<p><u>Exercice</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). (D) et (D') sont des droites d'équations respectives <math>x - 3y + 4 = 0</math> et <math>-\frac{1}{3}x + y - 2 = 0</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(D) et (D') sont-elles parallèles ou perpendiculaires ?</li> <li>Trouve une équation de la droite (Δ) passant par le point A(-2; 1) et perpendiculaire à (D).</li> <li>Trouve une équation de la droite (Δ') passant par le point B(5; 3) et parallèle à (Δ).</li> </ol>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>On a <math>x - 3y + 4 = 0</math> D'où <math>3y = x + 4</math> <math display="block">y = \frac{1}{3}(x + 4)</math><math display="block">y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}</math>Donc (D) : <math>y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}</math> On a <math>-\frac{1}{3}x + y - 2 = 0</math> D'où <math>y = \frac{1}{3}x + 2</math> Donc (D') : <math>y = \frac{1}{3}x + 2</math> (D) et (D') ont le même coefficient directeur égal à <math>\frac{1}{3}</math> donc (D)    (D')</li> <li>(Δ) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées donc elle admet une équation de la forme <math>y = ax + b</math> (Δ) ⊥ (D) equivaut à <math>\frac{1}{3} \times a = -1</math> D'où <math>a = -3</math> Par conséquent (Δ) : <math>y = -3x + b</math> le point A(-2; 1) appartient à (Δ), d'où <math>1 = -3 \times (-2) + b</math> <math display="block">b + 6 = 1</math><math display="block">b = 1 - 6</math><math display="block">b = -5</math>Donc (Δ) : <math>y = -3x - 5</math></li> <li>(Δ') n'est pas parallèle à l'axe des</li> </ol>	



			<p>ordonnées donc elle admet une équation de la forme <math>y = a'x + b'</math></p> <p><math>(\Delta') \parallel (\Delta)</math> équivaut à <math>a' = -3</math></p> <p>Par conséquent <math>(\Delta') : y = -3x + b</math></p> <p>le point <math>B(5; 3)</math> appartient à <math>(\Delta')</math>,</p> <p>d'où <math>3 = -3 \times 5 + b</math></p> $b - 15 = 3$ $b = 3 + 15$ $b = 18$ <p>Donc <math>(\Delta') : y = -3x + 18</math></p>	
--	--	--	---	--

### Exercices de la leçon

#### Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .  
On donne les points  $A(-4;1)$ ,  $B(3;2)$  et  $C(4;7)$ .

- Détermine une équation de chacune des droites  $(AB)$ ,  $(AC)$  et  $(BC)$ .
- Détermine une équation de chacune des médiatrices  $(D_1)$  et  $(D_2)$  respectives de  $[AB]$  et  $[AC]$ .
- Démontre que les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  sont sécantes en  $\Omega \left( \frac{-18}{17}; \frac{92}{17} \right)$ .

#### Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .  
Justifie sans les tracer, que les quatre droites dont les équations sont données ci-dessous, sont les supports des côtés d'un rectangle.

$$(D_1) : y = \frac{-2}{5}x - 1 \quad ; \quad (D_2) : 20x + 8y - 5 =$$

- Démontre que la droite  $(D)$  a pour équation :  $3x + 2y - 6 = 0$ .
- Soit  $(\Delta)$  la droite qui passe par  $O$  et de vecteur directeur  $\vec{RT}(3; 2)$ 
  - Démontre que les droites  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont perpendiculaires.
  - Détermine une équation de la droite  $(\Delta)$ .

#### Exercice 5

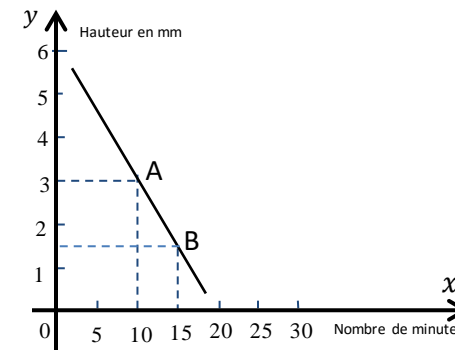
A l'occasion de la fête de nouvel an, Bernard se rend à la poste pour expédier un cadeau à son correspondant résident en France.

Après la pesée de ce colis, l'agent lui fait savoir que l'affranchissement coûte 1750 F et lui propose ce jour-là des timbres de 250F et de 350F.

Bernard souhaite utiliser ces deux types de timbres et voudrait connaître le nombre de timbres de chaque type nécessaire pour l'expédition de ce

#### Exercice 6

Au cours d'une séance de T.P. dans une classe de 3<sup>ème</sup>, le professeur de physique chimie utilise un flacon contenant un liquide qui s'évapore peu à peu. Il souhaite déterminer le temps d'évaporation du liquide restant. Pour cela, sur le graphique ci-dessous, il a représenté en fonction du temps d'évaporation  $x$ , la hauteur  $y$ , en mm, du liquide restant dans le flacon par la droite  $(AB)$



0 ;  
 $(D_3) : y = \frac{25}{10}x - 2$  ;  $(D_4) : 50x - 20y + 9 = 0$ .

**Exercice 3**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). (C) est le cercle de centre A(2; 3) et passant par le point B(5; 1).

Détermine une équation de type  $y = ax + b$  de la tangente en B au cercle (C).

**Exercice 4**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).

La droite (D) coupe l'axe (OI) en un point A d'abscisse 2, et l'axe (OJ) en un point B d'ordonnée 3.

1. Construis la droite (D)

cadeau.  
 On désigne par  $x$  le nombre de timbres de 250F et par  $y$  le nombre de timbres de 350F.

1. Complète le tableau ci-dessous :

Le prix de $x$ timbres en fonction de $x$	Le prix de $y$ timbres en fonction de $y$	Le prix total de $x$ timbres et de $y$ timbres en fonction de $x$ et $y$ .
.....	.....	.....

2. Exprime  $y$  en fonction de  $x$ .  
 3. A partir d'un graphique, détermine le nombre de timbres de chaque type utilisés.

1. A l'aide du graphique, détermine :  
 a) La hauteur du liquide en début d'expérience.  
 b) Le nombre de minutes pour que le liquide soit évaporé totalement.  
 2. Détermine une équation de la droite (AB).  
 3. Retrouve par les calculs, les résultats de la question 1.



STATISTIQUE

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Organisation de données

**Leçon :** Statistique

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle non graduée, compas, équerre.

**Pré-requis :** équation de droite, calcul littéral.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"><li>- la médiane d'une série statistique à caractère discret ou continu</li><li>- les effectifs cumulés croissants</li><li>- les fréquences cumulées croissantes</li><li>- les classes de même amplitude</li><li>- une classe modale</li><li>- la moyenne d'une série statistique à caractère continu</li></ul>
Dresser	<ul style="list-style-type: none"><li>- le tableau des effectifs cumulés croissants</li><li>- le tableau des fréquences cumulées croissantes</li></ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"><li>- la médiane d'une série statistique par lecture graphique</li><li>- la classe modale</li></ul>
Construire	<ul style="list-style-type: none"><li>- un diagramme circulaire</li><li>- un polygone des effectifs cumulés croissants</li></ul>
Interpréter	<ul style="list-style-type: none"><li>- la médiane d'une série statistique</li><li>- un diagramme circulaire</li></ul>
Dresser	un tableau des effectifs cumulés ou de fréquences cumulées à partir d'un diagramme circulaire
Calculer	la médiane d'une série statistique
Regrouper	les données d'une série statistique en classes de même amplitude
Traiter une situation	faisant appel à la statistique

**Situation d'apprentissage :**

Le professeur de géographie d'une classe de troisième au collège municipal de Man demande à ses élèves de faire un exposé sur le niveau de vie des habitants d'un quartier de la commune de Man. Les élèves disposent des informations suivantes.

**Document 1 : Etat d'une population**

Une population est dite *pauvre* si le revenu annuel par personne est inférieur à 180 000 F CFA.  
 Une population est dite *extrêmement pauvre* si elle est pauvre et que plus de la moitié de la population a un revenu inférieur au revenu annuel moyen par personne.

**Document 2 : Revenus annuels en milliers de F CFA**

100, 100, 100, 100, 100, 110, 110, 110, 110, 110,  
 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110, 110,  
 118, 118, 118, 118, 118, 120, 120, 120, 120, 120,  
 120, 120, 120, 120, 120, 130, 130, 130, 130, 130,  
 130, 130, 130, 130, 130, 140, 140, 140, 140, 140,  
 140, 140, 140, 140, 140, 150, 150, 150, 150, 150,  
 160, 160, 160, 160, 160, 160, 170, 170, 170, 170,  
 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 170,  
 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 190, 190,  
 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190, 190

*Résultats de l'enquête réalisée dans ce quartier*

Pour déterminer le niveau de vie de cette population, les élèves doivent organiser les données du document 2 dans un tableau et faire des calculs.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves - Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation - Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation - Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre	- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation. - Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.	
Développement		- J'accorde un temps de recherches	- les apprenants cherchent	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<p>individuellement</p> <p>-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</p>																	
Présentation Développement	I. <u>La moyenne</u> 1) <u>Cas d'une série statistique discrète.</u>			<u>Définition</u> La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs du caractère par l'effectif total.																
Application		<p><u>Exercice 1</u></p> <p>Organiser dans un tableau des effectifs et des fréquences les données de la situation puis calculer le revenu moyen annuel.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Le produit de la modalité par l'effectif</th> <th>Fréquences</th> <th>Effectifs</th> <th>Modalités (en milliers de FCFA)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>500</td> <td>0,05</td> <td>5</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>1650</td> <td>0,15</td> <td>15</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>590</td> <td>0,05</td> <td>5</td> <td>118</td> </tr> </tbody> </table>	Le produit de la modalité par l'effectif	Fréquences	Effectifs	Modalités (en milliers de FCFA)	500	0,05	5	100	1650	0,15	15	110	590	0,05	5	118	
Le produit de la modalité par l'effectif	Fréquences	Effectifs	Modalités (en milliers de FCFA)																	
500	0,05	5	100																	
1650	0,15	15	110																	
590	0,05	5	118																	

			<table border="1"> <tbody> <tr><td>120</td><td>130</td><td>140</td><td>150</td><td>160</td><td>170</td><td>180</td><td>190</td><td>Total</td></tr> <tr><td>10</td><td>10</td><td>10</td><td>5</td><td>6</td><td>14</td><td>8</td><td>12</td><td>100</td></tr> <tr><td>0,1</td><td>0,1</td><td>0,1</td><td>0,05</td><td>0,06</td><td>0,14</td><td>0,08</td><td>0,12</td><td>1</td></tr> <tr><td>1200</td><td>1300</td><td>1400</td><td>750</td><td>960</td><td>2380</td><td>1440</td><td>2280</td><td>14450</td></tr> </tbody> </table> <p>Le revenu moyen est : <math>\frac{14450}{100} = 144,5</math></p>	120	130	140	150	160	170	180	190	Total	10	10	10	5	6	14	8	12	100	0,1	0,1	0,1	0,05	0,06	0,14	0,08	0,12	1	1200	1300	1400	750	960	2380	1440	2280	14450	
120	130	140	150	160	170	180	190	Total																																
10	10	10	5	6	14	8	12	100																																
0,1	0,1	0,1	0,05	0,06	0,14	0,08	0,12	1																																
1200	1300	1400	750	960	2380	1440	2280	14450																																
Présentation Développement	2) <u>Cas d'une série statistique continue</u>			<p><u>Définition</u> Dans le cas d'une variable statistique continue, ou les valeurs sont regroupée dans des intervalles, on calcule la moyenne en choisissant le centre des intervalles pour chaque valeur de la variable.</p>																																				
Application		<u>Exercice 2</u>	<u>Réponse attendue</u>																																					

		<p>Réorganise les données de la situation dans des intervalles de même amplitude 20. Dresser le tableau des effectifs et calculer le revenu moyen.</p>	<table border="1" data-bbox="1234 196 1563 1222"> <tr> <td>Revenus</td> <td>[100; 120[</td> <td>[120; 140[</td> <td>[140; 160[</td> <td>[160; 180[</td> <td>[180; 200[</td> <td>Total</td> </tr> <tr> <td>Centre de la classe</td> <td>110</td> <td>130</td> <td>150</td> <td>170</td> <td>190</td> <td></td> </tr> <tr> <td>effectifs</td> <td>25</td> <td>20</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>Le produit du centre par l'effectif</td> <td>2750</td> <td>2600</td> <td>2250</td> <td>3400</td> <td>3800</td> <td>14800</td> </tr> </table> <p>Le revenu moyen est : <math>\frac{14800}{100} = 148</math></p>	Revenus	[100; 120[	[120; 140[	[140; 160[	[160; 180[	[180; 200[	Total	Centre de la classe	110	130	150	170	190		effectifs	25	20	15	20	20	100	Le produit du centre par l'effectif	2750	2600	2250	3400	3800	14800	
Revenus	[100; 120[	[120; 140[	[140; 160[	[160; 180[	[180; 200[	Total																										
Centre de la classe	110	130	150	170	190																											
effectifs	25	20	15	20	20	100																										
Le produit du centre par l'effectif	2750	2600	2250	3400	3800	14800																										
Présentation Développement	II. <u>Effectifs cumulés croissants</u>			<p><u>Définition</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On appelle effectif cumulé croissant de la modalité n, la</li> </ul>																												

	1) <u>Cas d'une série statistique discrète</u>			<p>somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égales à n.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>On appelle fréquence cumulée de la modalité n, le quotient de l'effectif cumulé de la modalité n par l'effectif total.</li> </ul>																																
Application		<p><u>Exercice 3</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Combien de personne ont un revenu inférieur ou égal à 180000 FCFA ?</li> <li>Donnez le pourcentage des personnes ayant un revenu inférieur ou égal à 120000 FCFA.</li> </ol>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1" data-bbox="1205 517 1592 1401"> <thead> <tr> <th>Modalités (en milliers de FCFA)</th> <th>Effectifs</th> <th>Effectifs cumulés croissants</th> <th>fréquences cumulées croissantes (en %)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>100</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>110</td><td>15</td><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>118</td><td>5</td><td>25</td><td>25</td></tr> <tr><td>120</td><td>10</td><td>35</td><td>35</td></tr> <tr><td>130</td><td>10</td><td>45</td><td>45</td></tr> <tr><td>140</td><td>10</td><td>55</td><td>55</td></tr> <tr><td>150</td><td>5</td><td>60</td><td>60</td></tr> </tbody> </table>	Modalités (en milliers de FCFA)	Effectifs	Effectifs cumulés croissants	fréquences cumulées croissantes (en %)	100	5	5	5	110	15	20	20	118	5	25	25	120	10	35	35	130	10	45	45	140	10	55	55	150	5	60	60	
Modalités (en milliers de FCFA)	Effectifs	Effectifs cumulés croissants	fréquences cumulées croissantes (en %)																																	
100	5	5	5																																	
110	15	20	20																																	
118	5	25	25																																	
120	10	35	35																																	
130	10	45	45																																	
140	10	55	55																																	
150	5	60	60																																	



			<table border="1"> <tbody> <tr> <td>160</td> <td>170</td> <td>180</td> <td>190</td> <td>Total</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>14</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>66</td> <td>80</td> <td>88</td> <td>100</td> <td></td> </tr> <tr> <td>66</td> <td>80</td> <td>88</td> <td>100</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ol style="list-style-type: none"> <li>88 personnes ont un revenu inférieur ou égal à 180000 FCFA</li> <li>35% de la population a un revenu inférieur ou égal à 120000 FCFA.</li> </ol>	160	170	180	190	Total	6	14	8	12	100	66	80	88	100		66	80	88	100	
160	170	180	190	Total																			
6	14	8	12	100																			
66	80	88	100																				
66	80	88	100																				
Présentation Développement	2) <u>Cas d'une série statistique continue</u>																						
Application		<p><u>Exercice 4</u> Calcule les effectifs cumulés des classes de l'exercice 2 ci-dessus.</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>Revenus</td> <td>[100 ; 120[</td> </tr> <tr> <td>effectifs</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Effectif cumulés croissant</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>	Revenus	[100 ; 120[	effectifs	25	Effectif cumulés croissant	25														
Revenus	[100 ; 120[																						
effectifs	25																						
Effectif cumulés croissant	25																						



				<p>médiane.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La médiane d'une série statistique, notée <math>M_e</math>, est le nombre qui partage la population en deux parties de même effectif : les individus dont la valeur du caractère est inférieure ou égale à la médiane, et les individus dont la valeur du caractère est supérieure ou égale à la médiane.</li> </ul>						
Présentation Développement	<p>2) <u>Détermination de la médiane</u></p> <p>a) <u>Cas d'une série statistique discrète</u></p>			<p><u>Règle :</u> Pour déterminer la médiane, on utilise les effectifs cumulés croissants et :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lorsque l'effectif total est un nombre impair (de type <math>N = 2n+1</math>), la médiane est la valeur prise par le <math>n+1^{\text{ème}}</math> effectif.</li> <li>Lorsque l'effectif total est un nombre pair (de type <math>N = 2n</math>), la médiane est la valeur prise par la moyenne entre le <math>n^{\text{ème}}</math> effectif et le <math>n+1^{\text{ème}}</math> effectif.</li> </ul>						
Application		<p><u>Exercice 5</u> Le tableau ci-dessous présente le nombre d'enfants de 811 foyers interrogés.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombre d'enfants</th> <th>Effectif</th> <th>Effectif cumulé</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Nombre d'enfants	Effectif	Effectif cumulé				<p><u>Réponse attendue</u> <u>Exercice 5</u> On a <math>811 = 2 \times 405 + 1</math> (de la forme <math>N = 2n+1</math>) donc <math>n = 405</math>, ainsi là le nombre d'enfants obtenue par le foyer 406 distingue l'effectif en deux</p>	
Nombre d'enfants	Effectif	Effectif cumulé								

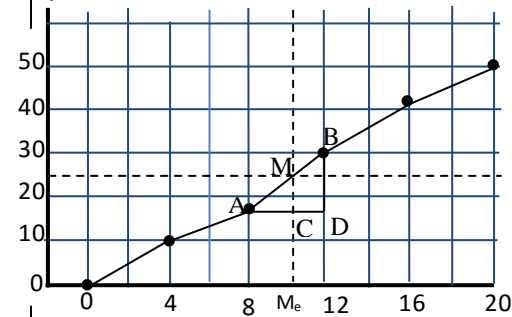
		<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>croissant</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>291</td> <td>291</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>170</td> <td>461</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>155</td> <td>616</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>95</td> <td>711</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>43</td> <td>754</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>27</td> <td>781</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>20</td> <td>801</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>10</td> <td>811</td> </tr> </tbody> </table> <p>Détermine la médiane de cette série statistique.</p> <p><u>Exercice 6</u>            Quel est le niveau de vie des habitants du quartier dans la situation d'apprentissage ?</p>			croissant	0	291	291	1	170	461	2	155	616	3	95	711	4	43	754	5	27	781	6	20	801	7	10	811	<p>sous-groupes de même effectif. La médiane est donc le nombre d'enfants que possède le foyer 406, soit 1.            D'où : <math>M_e = 1</math>.</p> <p><u>Exercice 6</u>            Il y a <math>100 = 2 \times 50</math> (de la forme <math>N = 2n</math>) donc <math>n = 50</math> et <math>n+1 = 51</math>. La moyenne entre 50 et 51 est 50,5. La médiane est donc le revenu que possède le foyer 50,5 soit 140 000 FCFA. D'où : <math>M_e = 140\ 000</math>. On voit que la moitié de la population a un revenu inférieur ou égal à 140 000 FCFA. Ce qui veut dire que plus que la moitié de la population a un revenu annuel inférieur à 180 000 FCFA. Donc cette population est extrêmement pauvre.</p>	
		croissant																													
0	291	291																													
1	170	461																													
2	155	616																													
3	95	711																													
4	43	754																													
5	27	781																													
6	20	801																													
7	10	811																													
Présentation Développement	b) <u>Cas d'une série statistique continue</u>			<p><u>Règle</u>            Les fréquences cumulées (ou les effectifs cumulés) permettent de déterminer dans quelle classe <math>[a_i; a_{i+1}]</math>, se situe la médiane. La classe ainsi obtenue est appelée classe médiane. Une fois qu'on a la classe médiane, on trouve la médiane par interpolation linéaire. Pour trouver la médiane, on trace :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Soit la courbe des effectifs cumulés et on doit trouver</li> </ul>																											

				<p>l'abscisse du point d'ordonnée <math>N/2</math> de cette courbe (ou <math>N</math> est l'effectif total).</p> <p>- Soit la courbe des fréquences cumulées et on doit trouver l'abscisse du point d'ordonnée 0,5 de cette courbe.</p> <p>Pour calculer l'abscisse de ce point, on utilise soit la propriété de Thalès, soit les propriétés sur les pentes des droites.</p>																																			
Application		<p><u>Exercice 7</u> Voici les notes obtenues par 50 élèves :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Notes</th> <th>Effectifs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[0; 5[</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>[5; 8[</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>[8; 12[</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>[12; 15[</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>[15; 20[</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table> <p>Détermine la médiane de cette série statistique.</p>	Notes	Effectifs	[0; 5[	10	[5; 8[	8	[8; 12[	12	[12; 15[	11	[15; 20[	9	Total	50	<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Notes</th> <th>Effectifs</th> <th>Effectifs cumulés croissants</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[0; 4[</td> <td>10</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>[4; 8[</td> <td>8</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>[8; 12[</td> <td>12</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>[12; 16[</td> <td>11</td> <td>41</td> </tr> <tr> <td>[16; 20[</td> <td>9</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>50</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Utilisons la colonne des effectifs cumulés pour déterminer la médiane : il y a 50 notes, 50% de l'effectif total c'est 25, la médiane est ici la note correspondant à l'effectif cumulé 25. D'après la colonne « effectifs cumulés » :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 18 personnes ont moins de 8</li> <li>• 30 personnes ont moins de 12</li> </ul> <p>La médiane se trouve donc dans la</p>	Notes	Effectifs	Effectifs cumulés croissants	[0; 4[	10	10	[4; 8[	8	18	[8; 12[	12	30	[12; 16[	11	41	[16; 20[	9	50	Total	50		
Notes	Effectifs																																						
[0; 5[	10																																						
[5; 8[	8																																						
[8; 12[	12																																						
[12; 15[	11																																						
[15; 20[	9																																						
Total	50																																						
Notes	Effectifs	Effectifs cumulés croissants																																					
[0; 4[	10	10																																					
[4; 8[	8	18																																					
[8; 12[	12	30																																					
[12; 16[	11	41																																					
[16; 20[	9	50																																					
Total	50																																						

classe  $[8; 12[$

On trace la droite d'équation  $y = N/2$  (ou  $y = 0,5$  si on trace la courbe des fréquences cumulées croissantes).

Soit M le point d'intersection de cette droite de la courbe, l'abscisse de M est la médiane. Nous allons voir comment déterminer cette abscisse selon les deux méthodes énoncées précédemment.



➤ 1<sup>er</sup> cas : propriétés sur les pentes  
Les points A, M et B sont alignés donc les droites ont même coefficient directeur (i.e. même pente), ce qui se traduit par :

$$\frac{MC}{AC} = \frac{BD}{AD} \text{ équivaut à } \frac{25-18}{M_e-8} = \frac{30-18}{12-8}$$

Équivaut à  $M_e \approx 10,33$

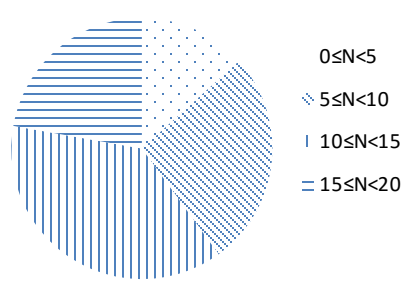

➤ 2<sup>ème</sup> cas : propriété de Thalès  
On applique la propriété de Thalès

dans le triangle ADB, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AC}{AD} = \frac{MC}{BD}$$

D'où en particulier :

			$\frac{AC}{AD} = \frac{MC}{BD} \text{ équivaut à } \frac{M_e - 8}{12 - 8} = \frac{25 - 18}{30 - 18}$ $\text{Equivaut à } M_e \approx 10,33$													
Présentation Développement	3) <u>Classe modale</u>			<u>Définition</u> Pour une série statistique groupée, on appelle généralement classe modale toute classe présentant un effectif (ou une fréquence) maximale.												
Application		<u>Exercice 8</u> Quelle est la classe modale de la série statistique de l'exercice 2 ?	<u>Réponse attendue</u> La classe modale est l'intervalle [100; 120[ car il a le plus grand effectif.													
Présentation Développement	IV- <u>Diagramme circulaire</u>	<u>Exercice 9</u> Après son BEPC HABIBAT répertorie toutes les notes en devoir surveillé de Mathématiques qu'elle a obtenu de la 6 <sup>ème</sup> à la 3 <sup>ème</sup> . Elle a organisé ces résultats dans le tableau ci-dessous :	<u>Réponse attendue</u> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Modalités</th> <th>effectifs</th> <th>Mesure du secteur circulaire (en degré)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[0; 5[</td> <td>12</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>[5; 10[</td> <td>24</td> <td>96</td> </tr> <tr> <td>[10; 15[</td> <td>34</td> <td>136</td> </tr> </tbody> </table>	Modalités	effectifs	Mesure du secteur circulaire (en degré)	[0; 5[	12	48	[5; 10[	24	96	[10; 15[	34	136	
Modalités	effectifs	Mesure du secteur circulaire (en degré)														
[0; 5[	12	48														
[5; 10[	24	96														
[10; 15[	34	136														

		<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">20</td> <td style="padding: 5px;">[15; 20[</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">90</td> <td style="padding: 5px;">Total</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Construis le diagramme circulaire de cette série statistique.</p>	20	[15; 20[	90	Total	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">80</td> <td style="padding: 5px;">20</td> <td style="padding: 5px;">[15; 20[</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">360</td> <td style="padding: 5px;">90</td> <td style="padding: 5px;">Total</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><b>Diagramme circulaire des notes: N</b></p> 	80	20	[15; 20[	360	90	Total	
20	[15; 20[													
90	Total													
80	20	[15; 20[												
360	90	Total												

### Exercices de la leçon

#### Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves d'une classe de 3<sup>ème</sup> selon la note obtenue à un devoir surveillé de Mathématique :

Note	7	8	10	11	13	15	17
Effectif	5	5	2	8	7	3	5

- 1) Calcule la note moyenne (arrondir au 10<sup>ème</sup> près).
- 2) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 3) Détermine la médiane de cette série statistique.

#### Exercice 2

Le graphique ci-contre est un polygone des effectifs cumulés croissants construit à partir d'un tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.

- 1) Indique la classe modale.
- 2) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 3) Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique.

- 1) Détermine l'artiste préféré de cette classe.
- 2) Dresse le tableau des effectifs.
- 3) Construis le diagramme circulaire des effectifs (rayon 4cm).

#### Exercice 6

On a relevé le nombre de pulsations du cœur par minute de 32 athlètes avant qu'ils n'effectuent leurs tours de stade. Les résultats obtenus sont les suivants :

57 – 61 – 55 – 67 – 59 – 52 – 59 – 63

62 – 65 – 59 – 54 – 59 – 57 – 62 – 64

A l'issue des épreuves physiques du BEPC blanc, les performances des 36 meilleures filles d'un collège au lancer de poids sont consignées dans le tableau suivant :

Longueur en cm	[5; 7[	[7; 9[	[9; 11[	[11; 13[	[13; 15[
effectif	8	13	7	5	3

- 1) Indique la classe modale.
- 2) Indique la classe à laquelle appartient la médiane.
- 3) Détermine la médiane.

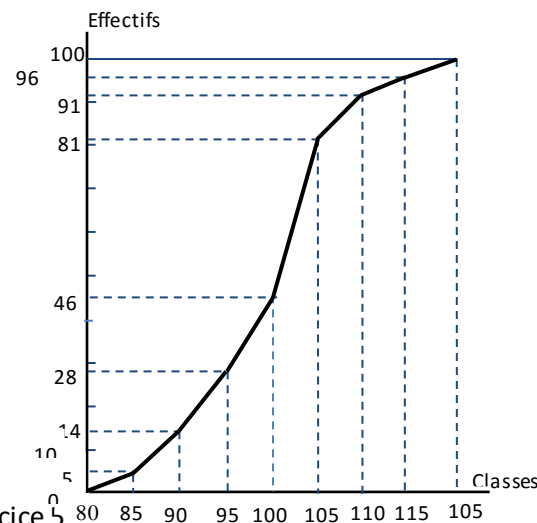
### Exercice 3

Une enquête faite auprès de 100 personnes, portant sur le temps passé devant la télévision la veille a donné les résultats suivants consignés dans le tableau ci-dessous :

Temps en min	[0; 30[	[30; 60[	[60; 90[	[90; 120[	[120; 150[
Effectifs	19	10	24	27	20

- 1) Etablis le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 2) Détermine graphiquement la médiane de cette série statistique.

### Exercice 4



### Exercice 5

Dans une classe de 3<sup>ème</sup> de 50 élèves, le professeur de musique a mené une enquête en vue de déterminer les artistes préférés des élèves. Voici les résultats obtenus :

Artistes	Aïcha Kone	Chantal Taïba	GadjiCéli	DJ Arafat
Fréquences en %	24	16	20	40

- 1) Démontre que le nombre moyen de pulsations par minute est égal à 60,25
- 2) a) Complète le tableau suivant :

Classe de pulsations par minute	[52; 56[	[56; 60[	[60; 64[	[64; 68[
Effectif				
Fréquence (%)				
Fréquences cumulée croissante (%)				

- b) A partir de ce tableau, détermine le nombre moyen de pulsation par minute puis compare le à celui trouvé en 1).
- c) Combien d'athlètes ont au moins 60 pulsations par minute ?
- d) Détermine le nombre d'athlètes dont leur nombre  $n$  de pulsations par minute est tel que  $56 \leq n < 68$ .

### Exercice 7

Dans le souci d'évaluer ses élèves en statistiques, un professeur décide de faire un devoir dans l'une de ses classes de 3<sup>ème</sup>. Pour le compte rendu de ce devoir, il est nécessaire de recueillir des informations. Ainsi les notes sur 20 obtenues par les 30 élèves de la classe sont regroupées en classe d'amplitude 4 et consignées dans le tableau ci-

### Exercice 8

Dans le cadre de ses activités, le comité de gestion de l'école primaire du village décide de fêter le 10<sup>ème</sup> anniversaire de la création de cet établissement. A cette occasion, le président du COGES promet à chaque élève un kit

Agés	[3; 5]	[5; 7]	[7; 9]	[9; 11]	[11; 13]	[13; 15]
Effectifs	40	32	40	53	52	23

1. Calcule l'âge moyen.
2. Détermine par le calcul l'âge médian.
3. a) Interprète les résultats des calculs ci-dessus.  
b) Dis si le village peut bénéficier du dispensaire.



dessous.

Classes	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[
Effectifs	06	08	11	05

- 1) Donne la classe modale.
- 2) Démontre que la note moyenne est 12.
- 3) Construis le diagramme circulaire des effectifs. (rayon 4cm).

scolaire au cas où la population scolaire serait jeune. Il ajoute qu'il pourrait offrir un dispensaire au village au village si la population scolaire est jugée très jeune. Une population scolaire est dite jeune si l'âge moyen est inférieur ou égal à 9 ans. Si de plus l'âge médian est inférieur à l'âge moyen, alors la population scolaire est dite très jeune. Les âges des écoliers sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Fomesoutra.com  
ça s'entraîne !

## EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Calcul littéral

**Leçon :** Equations et inéquations dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle graduée, équerre.

**Pré-requis :** équation de droite, calcul littérale, équations dans  $\mathbb{R}$ .



CE MATHS LM3

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- une équation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- une inéquation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- un système de deux équations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- un système de deux inéquations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> </ul>
Vérifier	<ul style="list-style-type: none"> <li>- qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une inéquation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> </ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- des couples de réels solutions d'une équation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- des couples de réels solutions d'une inéquation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> </ul>
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> <li>- graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> </ul>
Résoudre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un système de deux équations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math> par substitution</li> <li>- un système de deux équations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math> par combinaison</li> <li>- graphiquement un système de deux équations du premier degré dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></li> </ul>
Traduire	un problème du premier degré par une équation ou une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
Traiter une situation	faisant appel aux équations ou inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

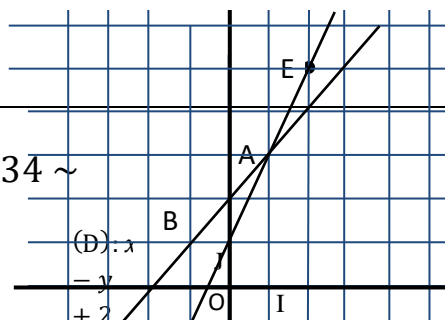
**Situation d'apprentissage :**

Pour leur fête de fin d'année, les élèves de la promotion troisième du Collège Municipal de Man commandent du jus de « Bissap » et de « Gnamancou ». Le litre du jus de « Bissap » coûte 400 F CFA et celui de « Gnamancou » 500 F CFA. Les organisateurs ont commandé 20 litres de jus pour 9 200 F CFA. Deux jours avant la fête, la vendeuse appelle les organisateurs pour une précision sur le nombre de litre de chaque jus. Les organisateurs s'attèlent à répondre à la vendeuse.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activités du professeur	Activités des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> <li>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-les apprenants cherchent individuellement</li> <li>-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul> <p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Soient : <math>x</math> le nombre de litre du jus de Bissap et <math>y</math> celui du jus de Gnamacou</p> <p>D'où : <math>x + y = 20</math></p> <p>Le litre du jus de « Bissap » coûte 400 F CFA, d'où toute la quantité du jus de Bissap coûte en F CFA : <math>400x</math></p> <p>Le litre du jus de « Gnamacou » coûte 500 F CFA, d'où toute la quantité du jus de Gnamacou</p>	

		travail est exploitable au tableau - Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.	coûte en F CFA : $500y$ Par conséquent tout le jus coûte au total en F CFA : $400x + 500y$ or les organisateurs dépensent pour le jus 9 200 F CFA D'où : $400x + 500y = 9\ 200$ $4x + 5y = 92$ Système d'équation : $\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 5y = 92 \end{cases}$																			
Présentation Développement	1. <u>système d'équations du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR-</u> <u>Méthodes de résolution</u> 1) <u>Présentation</u>	<u>Activité</u> $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ Est .....	<u>Réponse attendue</u> $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ Est un système de deux équations inconnues $(x; y)$																			
Présentation Développement	2) <u>Méthodes de résolution</u> a) <u>Résolution graphique</u>	<u>Activité</u> Résous graphiquement le système d'équation suivant. $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$	<u>Réponse attendue</u> Soit (D): $x - y + 2 = 0$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 10px;"><tr><td></td><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>A</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>B</td><td>-1</td><td>1</td></tr></table> Les points $A\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sont des éléments de (D). Soit (L): $2x - y + 1 = 0$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 10px;"><tr><td></td><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>E</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>F</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table> Les points $E\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $F\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont des éléments de (L).		x	y	A	1	3	B	-1	1		x	y	E	2	5	F	-1	-1	
	x	y																				
A	1	3																				
B	-1	1																				
	x	y																				
E	2	5																				
F	-1	-1																				

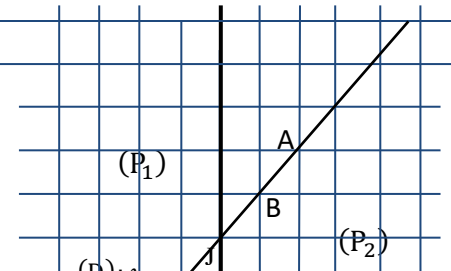
~ 34 ~



			<p> <math>A\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}</math> est le point commun à (D) et (L)  Donc le système a pour unique solution le couple (1; 3) </p>	
Présentation Développement	b) <u>Résolution par substitution</u>	<u>Activité</u> Résous par substitution le système d'équations : $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$	<u>Réponse attendue</u> Résolvons par substitution le système d'équations : $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ On a : $x - y + 2 = 0$ D'où : $y = x + 2$ On a : $2x - y + 1 = 0$ D'où : $2x - (x + 2) + 1 = 0$ $2x - x - 2 + 1 = 0$ $x - 1 = 0$ $x = 1$ On a : $y = x + 2$ D'où : $y = 1 + 2$ $y = 3$ Donc le système a pour unique solution le couple (1; 3)	

	<p>c) <u>Résolution par combinaison</u></p>	<p><u>Activité</u>  Résous par combinaison le système d'équations :</p> $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$	<p><u>Réponse attendue</u>  Résolvons par combinaison le système d'équations :</p> $\begin{cases} x - y + 2 = 0 & \times 1(x - y + 2 = 0) \\ 2x - y + 1 = 0 & \times (-1)(2x - y + 1 = 0) \end{cases}$ <hr/> $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ -2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ $-x + 1 = 0$ $x = 1$ $\begin{cases} \times 2(x - y + 2 = 0) \\ \times (-1)(2x - y + 1 = 0) \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 2y + 4 = 0 \\ -2x + y - 1 = 0 \end{cases}$ <hr/> $-y + 3 = 0$ $y = 3$ <p>Donc le système a pour unique solution le couple (1; 3)</p>	
Application		<p><u>Exercice</u>  Résous les systèmes d'équations suivantes :</p> $\begin{cases} x - 3y = -7 \\ -4x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 20 \\ 4x + 5y = 92 \end{cases}$	<p><u>Réponse attendue</u></p> $\begin{cases} x - 3y = -7 \\ -4x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ -4x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$ <hr/> $\begin{cases} -3x + 12 = 0 \\ -3x = -12 \\ x = 4 \end{cases}$ <p>On a : <math>x - 3y = -7</math>  D'où : <math>4 - 3y = -7</math></p> $\begin{cases} -3y = -7 - 4 \\ -3y = -11 \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$ <p>Donc le système a pour unique solution le</p>	

			<p>couple <math>(4; \frac{11}{3})</math></p> $\begin{cases} \times (-3)(2x + y = 1) \\ \times 1(4x + 3y = 7) \\ \hline -6x - 3y = -3 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$ <p><math>-2x = 4</math></p> $x = -2$ <p>On a : <math>2x + y = 1</math>  D'où : <math>2 \times (-2) + y = 1</math></p> $\begin{aligned} -4 + y &= 1 \\ y &= 1 + 4 \\ y &= 5 \end{aligned}$ <p>Donc le système a pour unique solution le couple <math>(-2; 5)</math></p> $\begin{cases} \times (-5)(x + y = 20) \\ \times 1(4x + 5y = 92) \\ \hline -5x - 5y = -100 \\ 4x + 5y = 92 \end{cases}$ <p><math>-x = -8</math></p> $x = 8$ <p>On a : <math>x + y = 20</math></p> $\begin{aligned} 8 + y &= 20 \\ y &= 20 - 8 \\ y &= 12 \end{aligned}$ <p>Donc le système a pour unique solution le couple <math>(8; 12)</math></p>	
Présentation Développement	II. <u>Inéquation du 1<sup>er</sup> degré dans IRXIR</u> 1. <u>Présentation</u>	<u>Activité</u> $x - y + 1 < 0$ est.....	<u>Réponse attendue</u> $x - y + 1 < 0$ est une inéquation du premier degré dans IRXIR	
Présentation Développement	2. <u>Recherche de solutions</u>	<u>Activité</u> Trouver des solutions de	<u>Réponse attendue</u> 1 <sup>er</sup> cas :	

		l'inéquation (I) : $x - y + 1 < 0$	<p>On a <math>x - y + 1 &lt; 0</math>  D'où <math>y &gt; x + 1</math>  Pour <math>x = 3</math>  On a <math>y &gt; 3 + 1</math>  D'où <math>y &gt; 4</math>  Donc <math>(3; 5), (3; 6), (3; 7), \dots</math> sont des solutions de (I) ayant 3 pour première composante.</p> <p>2<sup>ème</sup> cas :  On a <math>x - y + 1 &lt; 0</math>  D'où <math>x &lt; y - 1</math>  Pour <math>y = 8</math>  On a <math>x &lt; 8 - 1</math>  D'où <math>x &lt; 7</math>  Donc <math>(-10; 8), (1; 8), (6; 8), \dots</math> sont des solutions de (I) ayant 8 pour deuxième composante.</p>										
Présentation Développement	3. <u>Représentation graphique</u>	<u>Activité</u> Résous graphiquement l'inéquation (I) : $x - y + 1 < 0$	<p><u>Réponse attendue</u>  Soit (D) : <math>x - y + 1 = 0</math></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Les points <math>A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)</math> et <math>B\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)</math> sont des éléments de (D).</p> 		x	y	A	2	3	B	1	2	<p><u>Propriété</u>  Le plan est muni d'un repère. (D) est la droite d'équation <math>ax + by + c = 0</math>. La droite (D) partage le plan en trois parties :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Deux demi-plans de frontière (D)</li> <li>- La droite (D) ;</li> </ul> <p>Les couples de coordonnées des points d'un demi-plan vérifient : <math>ax + by + c &lt; 0</math>. Les couples de coordonnées des points de (D) vérifient : <math>ax + by + c = 0</math>.</p>
	x	y											
A	2	3											
B	1	2											

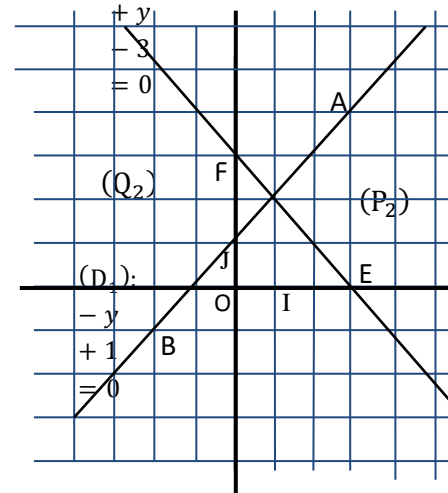


			<p>Déterminons la valeur de l'expression <math>(x - y + 1)</math> pour le couple <math>(0; 0)</math>.</p> <p>On a <math>0 - 0 + 1 = 1</math> or <math>1 &gt; 0</math> par conséquent le couple <math>(0; 0)</math> n'est pas solution de (I).</p> <p>Donc le demi-plan <math>(P_1)</math> de frontière (D) ne contenant pas le point O à l'exclusion de la droite (D), représente graphiquement l'ensemble des solutions de (I).</p>	<p>Les couples de coordonnées des points de l'autre demi-plan vérifient : <math>ax + by + c &gt; 0</math>.</p>															
Présentation Développement	<p>4. <u>Système de deux inéquations dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math></u></p> <p>a. <u>Présentation</u></p>	<p><u>Activité</u>  <math>\begin{cases} x - y + 1 &gt; 0 \\ x + y - 3 &lt; 0 \end{cases}</math> est .....</p>	<p><u>Réponse attendue</u>  <math>\begin{cases} x - y + 1 &gt; 0 \\ x + y - 3 &lt; 0 \end{cases}</math> est un système de deux inéquations dans <math>\mathbb{R} \times \mathbb{R}</math>.</p>																
Présentation Développement	<p>b. <u>Représentation graphique</u></p>	<p><u>Activité</u>  Représente graphiquement les solutions du système :  <math>\begin{cases} x - y + 1 &gt; 0 \\ x + y - 3 &lt; 0 \end{cases}</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u>  Soient <math>(D_1) : x - y + 1 = 0</math> et <math>(D_2) : x + y - 3 = 0</math> deux droites du plan. Représentons graphiquement les droites <math>(D_1)</math> et <math>(D_2)</math>.</p> <p>On a : <math>(D_1) : x - y + 1 = 0</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>-2</td> <td>-1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Les points <math>A \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}</math> et <math>B \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}</math> sont des éléments de <math>(D_1)</math></p> <p>On a : <math>(D_2) : x + y - 3 = 0</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>E</td> <td>3</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		x	y	A	3	4	B	-2	-1		x	y	E	3	0	
	x	y																	
A	3	4																	
B	-2	-1																	
	x	y																	
E	3	0																	

F	0	3
---	---	---

Les points  $E\binom{3}{0}$  et  $F\binom{0}{3}$  sont des éléments de  $(D_2)$

$(D_2)$ :



- Le demi-plan  $(P_2)$  de frontière  $(D_1)$  à l'exclusion de la droite  $(D_1)$  et contenant le point  $O$  est formé des points dont les coordonnées rendent positives l'expression  $(x - y + 1)$
- Le demi-plan  $(Q_2)$  de frontière  $(D_2)$  à l'exclusion de la droite  $(D_2)$  et contenant le point  $O$  est formé des points dont les coordonnées rendent négatives l'expression  $(x + y - 3)$
- L'intersection du demi-plan  $(P_2)$  à l'exclusion de la droite  $(D_1)$  et du demi-plan  $(Q_2)$  à l'exclusion de la droite  $(D_2)$  est la représentation graphique de l'ensemble des

			solutions du système.	
Présentation Développement	III. <u>Problème du 1<sup>er</sup> degré</u> 1. <u>Utilisation de système d'équation</u>	<u>Activité</u> Un paquet de biscuits « Bouba » coute 100 F et un paquet de biscuits « Cléo » coute 25 F. Madame Kouadio a acheté 15 paquets de biscuits « Bouba » et « Cléo » avec une somme de 1125 F. Combien de paquets de biscuits de chaque type a-t-elle acheté ?	<u>Réponse attendue</u> Choix des inconnues : Soient $x$ le nombre de paquets de biscuits « Bouba » et $y$ celui des paquets de biscuits « Cléo ». Mise en équation : La somme dépensée pour les paquets de biscuits « Bouba » est $100x$ La somme dépensée pour les paquets de biscuits « Cléo » est $25y$ D'où $100x + 25y = 1125$ Or $x + y = 15$ On a donc le système : $\begin{cases} x + y = 15 \\ 100x + 25y = 1125 \end{cases}$ Résolution On a $\begin{cases} x + y = 15 \\ 100x + 25y = 1125 \end{cases}$ $\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 15 \\ 4x + y = 45 \end{cases} \\ \times (-1) \begin{cases} x + y = 15 \\ 4x + y = 45 \end{cases} \\ \times 1 \begin{cases} -x - y = -15 \\ 4x + y = 45 \end{cases} \\ \hline 3x = 30 \\ x = \frac{30}{3} = 10 \end{array}$ On a $x + y = 15$ D'où $10 + y = 15$ $y = 15 - 10 = 5$ Conclusion : Madame Kouadio a acheté 10 paquets de biscuits « Bouba » et 5 paquets de biscuits « Cléo ».	

Présentation  
Développement

2. Utilisation de système d'inéquations

Activité

Trouve deux nombres entiers naturels différents de 0 dont la somme est plus petite que 9 et la différence plus grande que 4.

A l'aide d'un graphique, donne toutes les solutions possibles.

Réponse attendue

Choix des inconnues :

Soient  $x$  et  $y$  ces deux nombres entiers naturels tel que  $x < y$

On a  $x + y < 9$  et  $y - x > 4$

D'où le système  $\begin{cases} x + y < 9 \\ y - x > 4 \end{cases}$

Soient  $(D_1) : x + y - 9 = 0$  et  $(D_2) : y - x - 4 = 0$  deux droites du plan. Représentons graphiquement les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$ .

On a :  $(D_1) : x + y - 9 = 0$

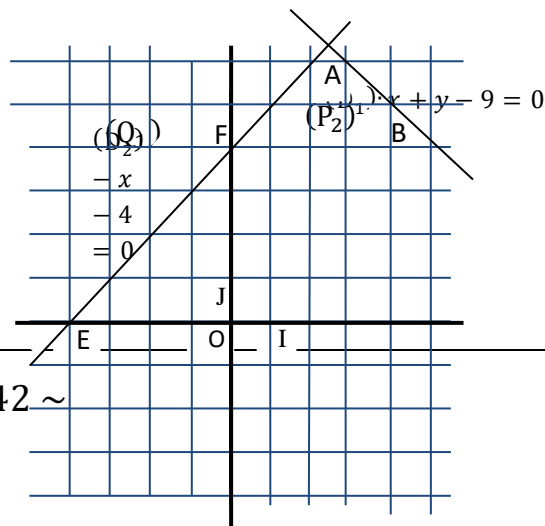
	$x$	$y$
A	3	6
B	4	5

Les points  $A\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$  et  $B\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$  sont des éléments de  $(D_1)$

On a :  $(D_2) : y - x - 4 = 0$

	$x$	$y$
E	0	4
F	-4	0

Les points  $E\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $F\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$  sont des éléments de  $(D_2)$



			<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le demi-plan (<math>P_2</math>) de frontière (<math>D_1</math>) à l'exclusion de la droite (<math>D_1</math>) et contenant le point O est formé des points dont les coordonnées rendent négatives l'expression <math>(x + y - 9)</math></li> <li>- Le demi-plan (<math>Q_1</math>) de frontière (<math>D_2</math>) à l'exclusion de la droite (<math>D_2</math>) et ne contenant pas le point O est formé des points dont les coordonnées rendent positives l'expression <math>(y - x - 4)</math></li> </ul> <p>L'intersection du demi-plan (<math>P_2</math>) à l'exclusion de la droite (<math>D_1</math>) et du demi-plan (<math>Q_1</math>) à l'exclusion de la droite (<math>D_2</math>) est la représentation graphique de l'ensemble des solutions du système.</p> <p>Par conséquent le couple de nombres entiers naturels (1; 6) est une solution du système car <math>6 + 1 = 7 &lt; 9</math> et <math>6 - 1 = 5 &gt; 4</math></p>	
--	--	--	--	--

### Exercices de la leçon

#### Exercice 1

Résous dans IRXIR chacun des systèmes d'équations suivants :

$$a) \begin{cases} 3x - 7y - 27 = 0 \\ 6x - 5y = 0 \end{cases}$$

#### Exercice 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

1. a) Représente la droite ( $D_1$ ) d'équation  $(D_1) : x + y + 8 = 0$
- b) Représente la droite ( $D_2$ ) d'équation  $(D_2) : x - y = 0$

Elle dénombre 29 pièces dont 6 pièces de 50 F et 2 pièces de 100 F pour un montant total de 8300 F.  
Dénombre les pièces de 500 F et les pièces de 200 F.

$$\begin{aligned} \text{b) } & \begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ -\frac{1}{2}x - y + \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \\ \text{c) } & \begin{cases} 4x + 3y + 10 = 0 \\ 12x + 9y - 1 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### Exercice 2

Résous dans IRXIR chacun des systèmes d'équations suivants :

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} \frac{5}{2}x - \frac{5}{3}y + 20 = 0 \\ \frac{7}{4}x - \frac{7}{2}y + 14 = 0 \end{cases} \\ \text{b) } & \begin{cases} \frac{x+1}{4} + \frac{y-4}{10} = -\frac{1}{6} \\ \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y + \frac{1}{2} = 0 \end{cases} \\ \text{c) } & \begin{cases} x - y = -2 \\ x\sqrt{5} + 3y\sqrt{5} = -7\sqrt{5} \end{cases} \\ \text{d) } & \begin{cases} 0,3x + 0,5y = 3 \\ -0,2x + 0,2y = 1,4 \end{cases} \end{aligned}$$

### Exercice 3

Soit l'inéquation (I) :  $5x - 2y + 1 < 0$ .

1. Trouve deux couples solutions de (I) de première composante  $-\frac{3}{5}$ .
2. Trouve deux couples solutions de (I) de deuxième composante 8.
3. Trouve un couple solution de (I) de première composante 1 et de deuxième composante inférieure à 4.

2. a) Représente graphiquement l'ensemble solution du système (S) :  $\begin{cases} x + y + 8 > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$   
 b) Trouve trois couples solution  $(x; y)$  de (S) tels que  $0 < x < 8$  et  $y > 0$

### exercice 5

Pour la fête d'anniversaire de son fils Mme Touré commande des bouteilles de jus de Bissap et de fruit de la passion.

Une bouteille de jus de Bissap revient à 500 F et celle du jus de passion revient à 800 F. Mme Touré ne veut pas dépenser plus de 3000 F pour ces jus.

1. Fais au moins trois propositions de nombre de bouteilles de chaque type de jus à Mme Touré.
2. Combien de bouteilles de jus de passion peut-elle espérer si elle veut exactement deux bouteilles de jus Bissap ?
3. Combien de bouteilles de jus de Bissap peut-elle espérer si elle veut exactement une bouteille de jus de passion ?

### Exercice 6

Moussa garde dans sa tirelire des pièces de 500 F, de 200 F, de 100 F et de 50 F.

A la fin du mois, elle fait le point de ce qu'elle a pu ainsi économiser.

### Exercice 7

Une troupe artistique propose au public deux types de spectacles : un concert et du théâtre. Les droits d'entrée pour les deux types de spectacles sont différents.

- Un client achète deux tickets pour un concert et quatre tickets pour une pièce de théâtre. Pour ce lot de tickets, il paie 5000 F.
- Un autre client achète trois tickets pour une pièce de théâtre et deux tickets pour un concert. Pour ce lot de tickets, il paie 4500 F.

Détermine le prix de chaque type de ticket.

### Exercice 8

Une pharmacie fait une première commande de 15 sirops et 10 tablettes d'un médicament de lutte contre le paludisme pour un montant de 12 650 F.

En fonction des désirs de la clientèle, la pharmacie passe une seconde commande de 10 sirops et 15 tablettes pour un montant de 13 350 F. Le pharmacien voulant ranger ces articles sur des étagères décide de marquer le prix de chacun.

Détermine le prix d'un sirop et le prix d'une tablette.

 **Fomesoutra.com**  
*ça soutra !*

APPLICATIONS AFFINES

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Organisations de données

**Leçon :** Applications Affines

**Séance 1/... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques :** stylos, crayon, règle graduée, équerre.

**Pré-requis :** équation de droite, calcul littérale, équations dans IRXIR.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"><li>- une application affine</li><li>- une application linéaire</li><li>- la représentation graphique d'une application affine ou linéaire</li></ul>
Connaître	<ul style="list-style-type: none"><li>- la propriété relative à la représentation graphique d'une application affine</li><li>- la propriété relative à la représentation graphique d'une application linéaire</li><li>- la propriété relative au sens de variation d'une application affine</li><li>- les propriétés de linéarité</li></ul>
Reconnaître	<ul style="list-style-type: none"><li>- une application affine</li><li>- une application linéaire</li><li>- la représentation graphique d'une application affine</li><li>- la représentation graphique d'une application linéaire</li><li>- la représentation graphique d'une application affine constante, croissante ou décroissante</li><li>- la représentation graphique d'une application linéaire constante, croissante ou décroissante</li></ul>
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"><li>- l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique</li><li>- graphiquement une image</li><li>- graphiquement le réel <math>a</math> tel que <math>f(a) = b</math> (où <math>f</math> est une application affine et <math>b</math> un nombre réel donné)</li><li>- une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images ;</li><li>- une application linéaire connaissant un nombre réel et son image</li><li>- le sens de variation d'une application affine</li><li>- l'application affine dont on connaît une équation de sa représentation graphique</li></ul>
Calculer	<ul style="list-style-type: none"><li>- l'image d'un nombre réel par une application affine</li></ul>

	- le nombre réel $a$ tel que $f(a) = b$ (où $f$ est une application affine et $b$ un nombre réel donné)
Représenter	<ul style="list-style-type: none"> <li>- graphiquement une application affine ou linéaire dont on connaît l'expression explicite</li> <li>- graphiquement une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images</li> <li>- graphiquement une application linéaire connaissant un nombre réel et son image</li> </ul>
Utiliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le sens de variation d'une application affine pour comparer les images de nombres</li> <li>- les propriétés de linéarité pour calculer l'image d'un nombre</li> </ul>
Traduire	une situation de proportionnalité par une application linéaire
Justifier	le sens de variation d'une application affine ou linéaire
Traiter une situation	faisant appel aux applications affines

**Exemple de situation d'apprentissage :**

Pour la kermesse organisée par les élèves de troisième du Collège Municipal de Man, le comité d'organisation décide de louer du matériel de sonorisation pour une journée. Il s'adresse à deux fournisseurs.

Le premier fournisseur propose deux tarifs différents:

*Tarif 1*


Le matériel est cédé pour 5 000 F CFA l'heure avec une caution de 10 000 F CFA.

*Tarif 2*

Le matériel est cédé à un prix forfaitaire de 50 000 F CFA pour le temps de la manifestation.

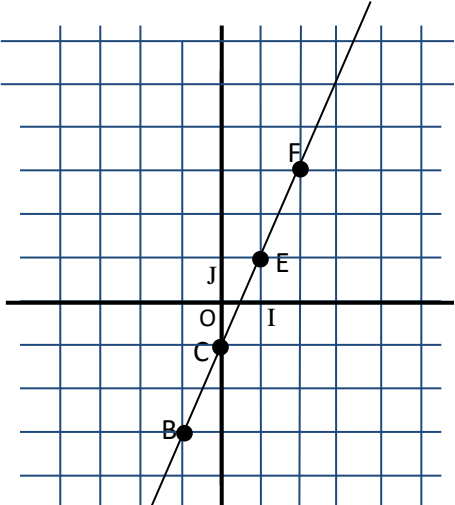
Le deuxième fournisseur propose un tarif unique : 7 000 F CFA l'heure pour le temps de la manifestation.

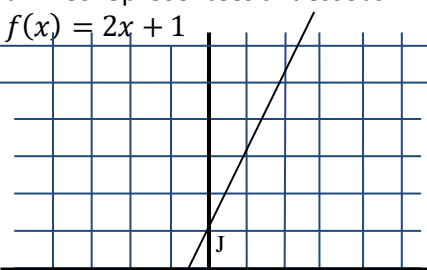
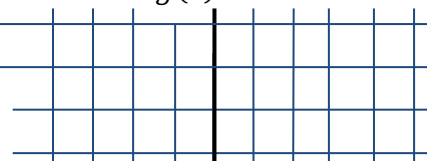
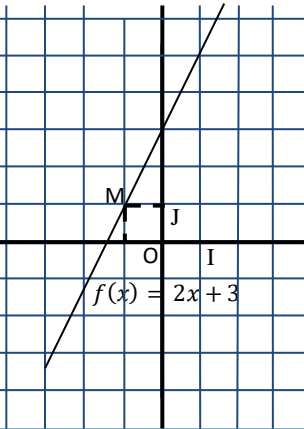
Vu ses moyens limités, le comité d'organisation veut choisir le tarif le plus avantageux selon la durée de la manifestation.

Moment didactique	Plan du cours/Durée	Activité du professeur	Activité des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont appropriés la situation et</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	

		ont bien compris la tâche à réaliser NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre		
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-les apprenants cherchent individuellement</li> <li>-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins</li> </ul>	
Présentation Développement	<p>I. <u>Applications affines</u></p> <p>1) <u>Définition</u></p>	<p><u>Activité</u></p> <p>Etudie le tarif 1 du premier fournisseur.</p> <p>Soit <math>x</math> le nombre d'heures mises.</p> <p>Le tarif total en fonction de <math>x</math> en F CFA est : .....</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- On définit ainsi une correspondance <math>f</math> qui à chaque heure <math>x</math>, associe ..... montant</li> <li>- <math>5000x + 10000</math> est l'image de <math>x</math> par <math>f</math>. On</li> </ul>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Le tarif total en fonction de <math>x</math> et en F CFA est : <math>5000x + 10000</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- On définit ainsi une correspondance <math>f</math> qui à chaque heure <math>x</math>, associe <math>5000x + 10000</math> montant</li> <li>- <math>5000x + 10000</math> est l'image de <math>x</math> par <math>f</math>. On note : <math>f(x) = 5000x + 10000</math></li> <li>- <math>f(x)</math> est de la forme <math>+b(a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R})</math>. <math>f</math> est appelée application affine.</li> </ul>	<p><u>Définition</u></p> <p>On appelle application affine de coefficient <math>a</math> et de terme constant <math>b</math> la correspondance qui à chaque nombre réel <math>x</math> associe le nombre réel <math>ax + b</math>.</p> <p>On dit que l'application affine <math>f</math> est définie par : <math>f(x) = ax + b</math></p>

		<p>note : .....</p> <p>- <math>f(x)</math> est de la forme <math>+b(a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R})</math>. <math>f</math> est appelée .....</p>	
Application		<p><u>Exercice 1</u>  Parmi les applications suivantes ; indique les applications affines :  <math>f_1(x) = \frac{3}{2}x + 1</math> ; <math>f_2(x) = x^2 - 7</math> ;  <math>f_3(x) = \frac{1}{5x} - 1</math> ; <math>f_4(x) = \sqrt{3}(x - 2)</math> ; <math>f_5(x) = \frac{x}{6}</math> ;  <math>f_6(x) = -3</math> ; <math>f_7(x) = 4 - x</math> ; <math>f_8(x) = x</math>.</p> <p><u>Exercice 2</u>  Détermine l'expression de l'application affine <math>h</math> correspondant au tarif 2 du premier fournisseur dans la situation d'apprentissage.</p>	<p><u>Réponses attendues</u></p> <p><u>Exercice 1</u>  Les applications affines sont :  <math>f_1(x) = \frac{3}{2}x + 1</math> ; <math>f_4(x) = \sqrt{3}(x - 2)</math> ; <math>f_5(x) = \frac{x}{6}</math> ;  <math>f_6(x) = -3</math> ; <math>f_7(x) = 4 - x</math> ; <math>f_8(x) = x</math>.</p> <p><u>Exercice 2</u>  <math>h(x) = 50000</math></p>
Présentation Développement	2) <u>Calculs</u>	<p><u>Activité</u>  <math>g</math> est une application affine définie par : <math>g(x) = 2x - 3</math></p> <p>a) Calcule les images par <math>g</math> de : <math>-1</math> ; <math>0</math> ; <math>\frac{3}{2}</math></p> <p>b) Détermine les nombres <math>m</math> ; <math>n</math> et <math>p</math> tels que :  <math>g(m) = 0</math> ; <math>g(n) = \frac{1}{3}</math> ; <math>g(p) = -3,5</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>a) On a : <math>g(x) = 2x - 3</math>  D'où :  - <math>g(-1) = 2 \times (-1) - 3</math>  <math>g(-1) = -2 - 3 = -5</math>  - <math>g(0) = 2 \times 0 - 3</math>  <math>g(0) = -3</math>  - <math>g\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2} - 3</math>  <math>g\left(\frac{3}{2}\right) = 3 - 3 = 0</math></p> <p>b) On a : <math>g(x) = 2x - 3</math>  D'où :  - <math>g(m) = 0</math> équivaut à <math>2m - 3 = 0</math></p>

			<p>Donc <math>m = \frac{3}{2}</math></p> <p>- <math>g(n) = \frac{1}{3}</math> équivaut à <math>2n - 3 = \frac{1}{3}</math>  Equivaut à <math>2n = \frac{1}{3} + 3</math>  Equivaut à <math>2n = \frac{10}{3}</math>  Equivaut à <math>n = \frac{10}{3 \times 2} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2}</math>  Donc <math>n = \frac{5}{3}</math></p> <p>- <math>g(p) = -3,5</math> équivaut à <math>2p - 3 = -3,5</math>  Equivaut à <math>2p = -3,5 + 3</math>  Equivaut à <math>2p = -0,5 = -\frac{1}{2}</math>  Equivaut à <math>p = -\frac{1}{4}</math>  Donc <math>p = -0,25</math></p>																																					
Présentation Développement	3) <u>Représentation graphique</u>	<p><u>Activité</u> Soit <math>h(x) = 2x - 1</math> une fonction affine. Complète le tableau</p> <table border="1" data-bbox="674 855 1088 967"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>h(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pts</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Construis les points obtenus dans un repère orthonormé (O, I, J). Vérifie que les points sont alignés</p>	$x$	-2	-1	0	1	2	$h(x)$						Pts						<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1" data-bbox="1122 746 1715 884"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>h(x)</math></td> <td>-5</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Pts</td> <td>A <math>\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}</math></td> <td>B <math>\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}</math></td> <td>C <math>\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}</math></td> <td>E <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}</math></td> <td>F <math>\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}</math></td> </tr> </table> 	$x$	-2	-1	0	1	2	$h(x)$	-5	-3	-1	1	3	Pts	A $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$	B $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	C $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	E $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	F $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	<p><u>Définition</u> Le plan est muni d'un repère. A et B sont des ensembles de nombres réels. <math>f</math> est une application de A dans B. On appelle représentation graphique de l'application <math>f</math>, l'ensemble des points du plan de couple de coordonnées <math>(x, f(x))</math>, <math>x</math> étant un élément de A.</p> <p><u>Propriété</u> Le plan est muni du repère (O, I, J). <math>a</math> et <math>b</math> sont deux nombres réels</p>
$x$	-2	-1	0	1	2																																			
$h(x)$																																								
Pts																																								
$x$	-2	-1	0	1	2																																			
$h(x)$	-5	-3	-1	1	3																																			
Pts	A $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$	B $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$	C $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	E $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	F $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$																																			

				<p>donnés. <math>f</math> est l'application affine définie par : <math>f(x) = ax + b</math>. Elle a pour représentation graphique la droite d'équation : <math>y = ax + b</math></p>																																								
Présentation Développement	4) <u>Sens de variation</u>	<p><u>Activité</u>  <math>f, g</math> et <math>h</math> sont des fonctions affines représentées ci-dessous.  <math>f(x) = 2x + 1</math></p>  <p>Complète le tableau suivant :</p> <table border="1" data-bbox="672 941 1086 1021"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Compare : <math>-2 \dots \dots -1</math> et <math>f(-2) \dots \dots f(-1)</math>  Compare : <math>0 \dots \dots 1</math> et <math>f(0) \dots \dots f(1)</math>  .....  <math>g(x) = 2</math></p> 	$x$	-2	-1	0	1	$f(x)$					<p><u>Réponse attendue</u></p> <table border="1" data-bbox="1120 478 1545 550"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>Compare : <math>-2 &lt; -1</math> et <math>f(-2) &lt; f(-1)</math>  Compare : <math>0 &lt; 1</math> et <math>f(0) &lt; f(1)</math>  Deux nombres et leurs images sont rangés dans le même ordre. On dit que l'application affine <math>f</math> est croissante.</p> <table border="1" data-bbox="1120 774 1545 845"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Compare : <math>-1 &lt; 0</math> et <math>g(-1) = g(0)</math>  Compare : <math>1 &lt; 2</math> et <math>g(1) = g(2)</math>  Tous les nombres ont la même image. On dit que l'application affine <math>g</math> est constante.</p> <table border="1" data-bbox="1120 1029 1545 1101"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>h(x)</math></td> <td>5</td> <td>2</td> <td>-1</td> <td>-4</td> </tr> </table> <p>Compare : <math>-1 &lt; 0</math> et <math>h(-1) &gt; h(0)</math>  Compare : <math>1 &lt; 2</math> et <math>h(1) &gt; h(2)</math>  Deux nombres réels et leurs images sont rangés dans des ordres différents. On dit que l'application affine <math>h</math> est décroissante.</p>	$x$	-2	-1	0	1	$f(x)$	-3	-1	1	3	$x$	-1	0	1	2	$g(x)$	2	2	2	2	$x$	-1	0	1	2	$h(x)$	5	2	-1	-4	<p><u>Propriété</u>  <math>f</math> est l'application affine définie par : <math>f(x) = ax + b</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> est croissante lorsque <math>a &gt; 0</math></li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f</math> est constante lorsque <math>a = 0</math></li> </ul>
$x$	-2	-1	0	1																																								
$f(x)$																																												
$x$	-2	-1	0	1																																								
$f(x)$	-3	-1	1	3																																								
$x$	-1	0	1	2																																								
$g(x)$	2	2	2	2																																								
$x$	-1	0	1	2																																								
$h(x)$	5	2	-1	-4																																								

Complète le tableau suivant :

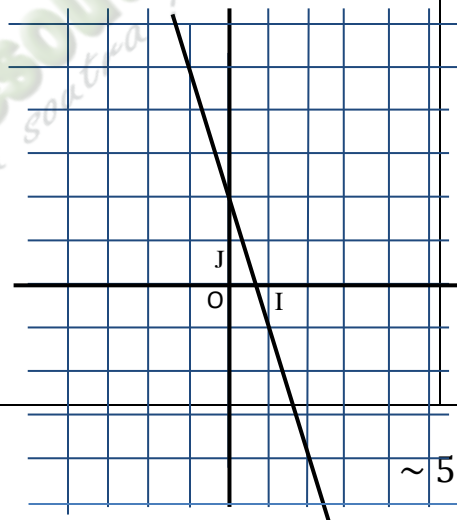
$x$	-1	0	1	2
$g(x)$				

Compare :  $-1 \dots 0$  et  
 $g(-1) \dots g(0)$

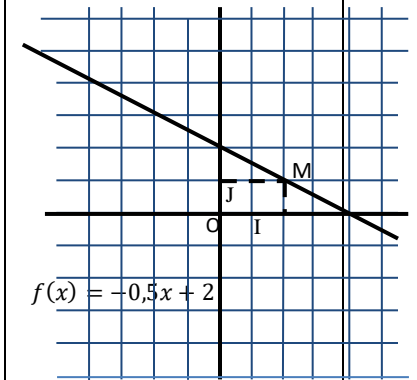
Compare :  $1 \dots 2$  et  
 $g(1) \dots g(2)$

.....

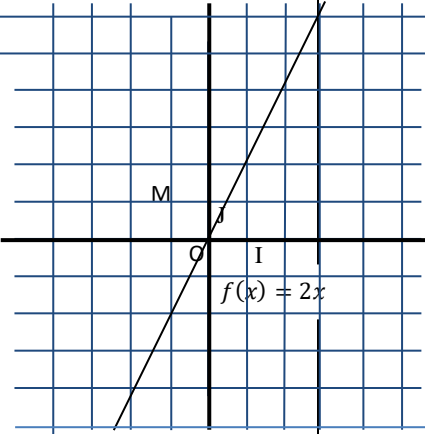
$$h(x) = -3x + 2$$



- $f$  est décroissante lorsque  $a < 0$



		<p>Complète le tableau suivant :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>h(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Compare : <math>-1 \dots \dots 0</math> et <math>h(-1) \dots \dots h(0)</math>  Compare : <math>1 \dots \dots 2</math> et <math>h(1) \dots \dots h(2)</math>  .....</p>	$x$	-1	0	1	2	$h(x)$						
$x$	-1	0	1	2										
$h(x)$														
Application		<p><u>Exercice</u>  Les applications affines suivantes sont-elles croissantes, décroissantes ou constantes ? Justifie.</p> $f(x) = \frac{2}{5}x + 3$ $g(x) = 5 - 2x$ $h(x) = \frac{x\sqrt{2}}{-3}$ $j(x) = -7$ $k(x) = -\sqrt{3}(1 - x)$	<p><u>Réponse attendue</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>f(x) = \frac{2}{5}x + 3a = \frac{2}{5}</math> d'où <math>a &gt; 0</math> donc <math>f</math> est croissante</li> <li>- <math>g(x) = 5 - 2xa = -2</math> d'où <math>a &lt; 0</math> donc <math>g</math> est décroissante</li> <li>- <math>h(x) = \frac{x\sqrt{2}}{-3}a = -\frac{\sqrt{2}}{3}</math> d'où <math>a &lt; 0</math> donc <math>h</math> est décroissante</li> <li>- <math>j(x) = -7a = 0</math> donc <math>j</math> est constante</li> <li>- <math>k(x) = -\sqrt{3}(1 - x)a = \sqrt{3}</math> d'où <math>a &gt; 0</math> donc <math>k</math> est croissante</li> </ul>											
Présentation Développement	<p>II. <u>Applications linéaires</u>  1. <u>Définition</u></p>	<p><u>Activité</u>  Etudie le tarif du deuxième fournisseur.  Soit <math>x</math> le nombre d'heures mises.  Le tarif total en fonction de <math>x</math> et en F CFA est : .....  Soit <math>f</math> une application affine définie par : <math>f(x) = 7000x</math>. Le terme constant de <math>f</math> est .....</p>	<p><u>Réponse attendue</u>  Le tarif total en fonction de <math>x</math> et en F CFA est : <math>7000x</math>  Soit <math>f</math> une application affine définie par : <math>f(x) = 7000x</math>. Le terme constant de <math>f</math> est 0  <math>f</math> est appelée <i>application linéaire</i></p>	<p><u>Définition</u>  On appelle application linéaire, une application affine définie par : <math>f(x) = ax, a</math> étant un nombre réel.  <u>Remarque</u>  L'application linéaire définie par <math>f(x) = ax</math></p>										

		<p><math>f</math> est appelée .....</p>		<p>étant une application affine, sa représentation graphique est donc la droite d'équation <math>y = ax</math>.</p> <p>Cette droite passe par l'origine du repère. L'ordonnée du point d'abscisse 1 de cette droite est le coefficient directeur <math>a</math>.</p> 																												
Présentation Développement	2. <u>Propriété</u>	<p><u>Activité</u></p> <p><math>f</math> est une application linéaire telle que <math>f(x) = 4x</math>. Complète le tableau suivant :</p> <table border="1" data-bbox="674 1198 1084 1273"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>5</td> <td>8</td> <td>24</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>On a : <math>5 + 8 = 13</math> selon le tableau  <math>f(5) + f(8) = \dots</math></p> <p>On a : <math>8 \times 3 = 24</math> selon le tableau</p>	$x$	5	8	24	13	15	18	$f(x)$							<p><u>réponse attendue</u></p> <p>tableau suivant :</p> <table border="1" data-bbox="1122 1126 1693 1201"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>5</td> <td>8</td> <td>24</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>20</td> <td>32</td> <td>96</td> <td>52</td> <td>60</td> <td>72</td> </tr> </table> <p><math>f(5) + f(8) = f(13)</math>  <math>3 \times f(8) = f(24)</math></p>	$x$	5	8	24	13	15	18	$f(x)$	20	32	96	52	60	72	<p><u>Propriété</u></p> <p>On peut traduire une situation et les propriétés de proportionnalité par :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>f(x) = ax</math></li> <li>- <math>f(u + v) = f(u) + f(v)</math></li> <li>- <math>f(ku) = kf(u)</math></li> </ul>
$x$	5	8	24	13	15	18																										
$f(x)$																																
$x$	5	8	24	13	15	18																										
$f(x)$	20	32	96	52	60	72																										

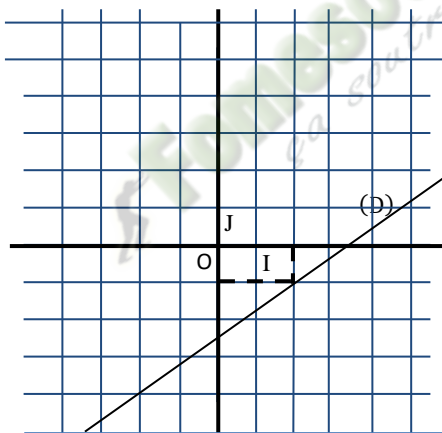
		$3 \times f(8) = \dots$	
Application		<p><u>Exercice</u>  <math>g</math> est une application linéaire telle que <math>g(3) = 6</math>.  Sans déterminer le coefficient de <math>g</math>, calcule : <math>g(12)</math>; <math>g(15)</math> et <math>g(-3)</math>.</p>	<p><u>Réponse attendue</u>  On a : <math>g(3) = 6</math>.  D'où :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>g(12) = g(4 \times 3) = 4 \times g(3) = 4 \times 6 = 24</math>.</li> <li>- <math>g(15) = g(12 + 3) = g(12) + g(3) = 24 + 6 = 30</math>.</li> <li>- <math>g(-3) = -g(3) = -6</math>.</li> </ul>

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

$f$  est une application affine. (D) est sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J)

- 1) Détermine le sens de variation de  $f$ .
- 2) Identifie à partir de la représentation graphique les images des nombres 0 et 2.
- 3) Détermine l'expression de l'image de  $x$  par  $f$  sous la forme  $ax + b$ .



### Exercice 4

$k$  est une application affine telle que :  $k(-6) = 4$  et  $k(2) = 0$ .

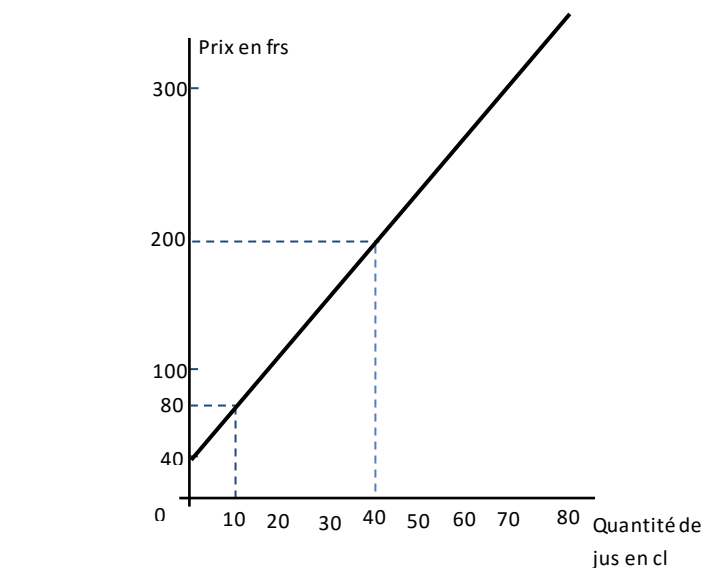
- 1) Détermine le sens de variation de  $k$ .
- 2) Range les nombres réels suivants dans l'ordre croissant :  $k(-6)$ ;  $k(\sqrt{2})$ ;  $k(\sqrt{3})$ ;  $k(\sqrt{2} + 1)$ ;  $k(0)$ ;  $k(\frac{3}{2})$ .
- 3) Représente graphiquement  $k$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

### Exercice 5

Le prix à payer pour un trajet en taxi comprend une prise en charge fixe et une somme proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus.

Monsieur N'DIAMOI a payé 1350F pour un parcours de 20 km.

Monsieur BAMBA a payé 2850F pour un trajet de 45 km.



### Exercice 8

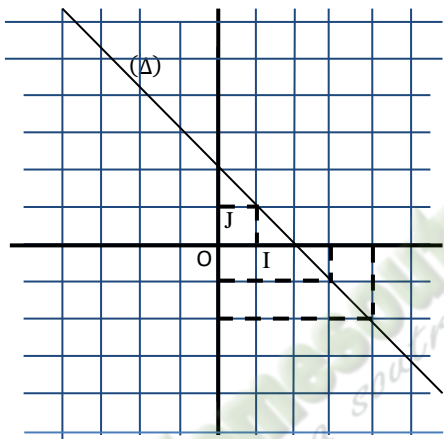
Après le décès de leur père, Koffi, Konan et Affoué ont hérité d'une somme d'argent de 3 000 000 F. afin d'éviter les conflits que pourrait



### Exercice 2

$g$  est une application affine représentée par la droite  $(\Delta)$  sur la figure ci-dessous.

- 1) Indique le sens de variation de  $g$ .
- 2) Détermine à partir de la représentation graphique :
  - a) Les images par  $g$  des nombres réels 1 ; 0 et 3
  - b) Les nombres réels qui ont pour images par  $g$  -2 ; 1 et 3
- 3) Détermine l'expression de l'image de  $x$  par  $g$  sous la forme  $ax + b$ .



### Exercice 3

$h$  est une application affine définie par :  
 $h(x) = (\sqrt{2} + 3)x + 1$

- 1) Justifie que  $h$  est croissante.
- 2) Compare sans les calculer  $h(3)$  et  $h(\sqrt{11})$

- 1) Détermine le montant de la prise en charge et le prix du kilomètre parcouru.
- 2) Détermine le prix pour un parcours de 35,5 km.
- 3) Détermine le nombre de kilomètre parcourus pour celui qui paie 1380F.

### Exercice 6

$f$  est une application linéaire et  $p$  et  $q$  sont deux nombres réels non nuls tels que  $f(p) = 2$  et  $f(q) = 5$ .

Démontre que  $f(q + 2p) = 9$ .

### Exercice 7

En vue de lutter contre la pauvreté, une maman décide de fabriquer et de commercialiser du jus de tamarin « bissap » dans son quartier.

Au prix du jus de tamarin, elle ajoute un montant fixe pour l'emballage (boite) quelle que soit la quantité de jus. Un client très curieux souhaite connaître le prix de l'emballage.

Le diagramme suivant représente le prix de vente des boites de jus en fonction des quantités de jus.

1. Détermine l'expression de l'application affine  $f$  à partir de la représentation graphique ci-dessous.
2. Dédus le prix de vente de 80 cl de jus, puis la quantité de jus correspondant à 280 F.
3. Détermine le montant de l'emballage.

engendrer le partage de cette somme, il leur est suggéré de faire un partage proportionnellement à leur âges. Ils ont respectivement 22 ans, 20 ans et 18 ans. Chacun des enfants souhaite donc connaître la somme qui lui revient.

- 1) Détermine les deux grandeurs proportionnelles.
- 2) Soit  $f$  l'application linéaire par laquelle cette situation est traduite. Détermine l'expression de l'image de  $x$  par  $f$  sous la forme  $ax$ .
- 3) Calcule la part de chaque enfant.

 Fomesoutra.com  
*ça soutra !*

## PYRAMIDES ET CONES

**Classe :** 3<sup>ème</sup>

**Thème :** Configurations de l'espace

**Leçon :** Pyramides et cônes

**Séance 1/ ... :**

**Durée d'une séance :** 55min

**Supports didactiques:** stylos, crayon, règle graduée, équerre, compas, rapporteur.

**Pré-requis :** Calcul littéral, propriétés de Pythagore, propriétés de Thalès, trigonométrie, les propriétés sur les triangles isocèles, équilatéraux et les cercles, les formules des aires et des volumes de certaines figures géométriques.

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"><li>- une pyramide régulière</li><li>- un cône de révolution</li><li>- un patron d'une pyramide régulière</li><li>- le patron d'un cône de révolution</li><li>- le sommet d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution</li><li>- les faces d'une pyramide régulière</li><li>- la base d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution</li><li>- une arête d'une pyramide régulière</li><li>- la hauteur d'une pyramide régulière</li><li>- la hauteur d'un cône de révolution</li><li>- l'angle de développement d'un cône de révolution</li><li>- le tronc d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution</li><li>- une génératrice d'un cône de révolution</li><li>- l'apothème</li></ul>
Connaître	<ul style="list-style-type: none"><li>- la formule du volume d'une pyramide régulière</li><li>- la formule de l'aire latérale d'une pyramide régulière</li><li>- la formule du volume d'un cône de révolution</li><li>- la formule de l'aire latérale d'un cône de révolution</li><li>- la relation entre la longueur d'une génératrice, l'angle de développement et le périmètre de la base d'un cône</li><li>- les propriétés de réduction</li></ul>
Décrire	<ul style="list-style-type: none"><li>- une pyramide régulière</li><li>- un cône de révolution</li></ul>



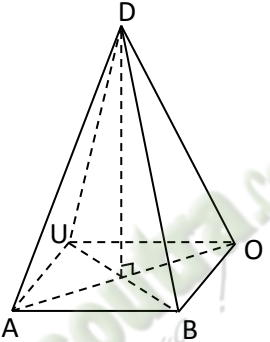
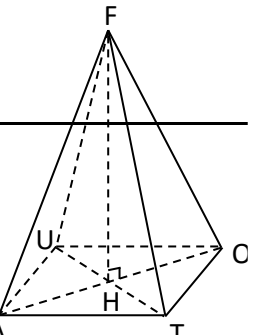
Construire	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un patron de pyramide régulière</li> <li>- un patron de cône de révolution</li> </ul>
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>- un cône de révolution</li> <li>- une pyramide régulière</li> </ul>
Extraire	une figure plane d'une représentation d'un cône de révolution ou d'une pyramide régulière
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> <li>- le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'une pyramide régulière</li> <li>- le volume, l'aire latérale et l'aire totale d'un cône de révolution</li> <li>- des aires de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution</li> <li>- des volumes de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution</li> <li>- le coefficient de réduction</li> </ul>
Traiter une situation	faisant appel aux pyramides régulières ou à des cônes de révolution

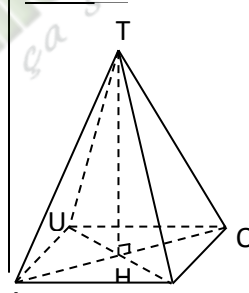

### Exemple de situation d'apprentissage :

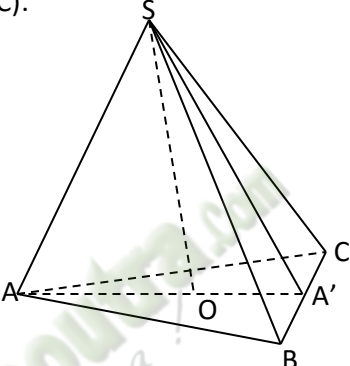
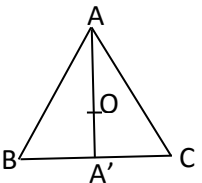
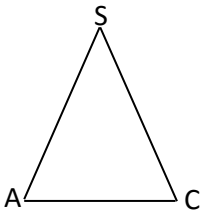
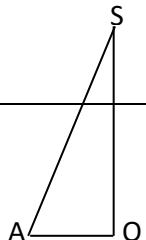
A la première séance du cours de géométrie sur les pyramides et cônes, le professeur de mathématique d'une classe de troisième du Collège Municipal de Man dépose sur la table un objet en forme de pyramide. Il leur demande de décrire ce solide.

Les élèves observent le solide puis écrivent toutes les informations justes le concernant.

Moment didactique	Plan du cours/durée	Activité du professeur	Activité des apprenants	Trace écrite
Présentation		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je distribue l'énoncé de la situation d'apprentissage aux élèves</li> <li>- Je demande à chaque élève de lire l'énoncé de la situation</li> <li>- Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation</li> <li>- Je m'assure que les apprenants se sont approprié la situation et ont bien compris la tâche à réaliser</li> <li>NB : J'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-L'apprenant choisi lit à haute voix l'énoncé de la situation.</li> <li>- Les apprenants s'approprient la situation d'apprentissage.</li> </ul>	
Développement		<ul style="list-style-type: none"> <li>- J'accorde un temps de recherches</li> <li>- J'observe le travail des apprenants</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-les apprenants cherchent individuellement</li> </ul>	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Je repère les apprenants qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler</li> <li>- Je suis les échanges entre les apprenants</li> <li>- J'apprécie le travail de chaque apprenant</li> <li>- J'envoie un apprenant dont le travail est exploitable au tableau</li> <li>- Je demande aux apprenants de se prononcer sur la production de l'apprenant qui est au tableau.</li> </ul>	-Ils confrontent leurs résultats à ceux de leurs voisins	
Présentation Développement	<p>1. <u>Pyramides et cônes</u></p> <p>1) <u>Pyramides</u></p>	<p><u>Activité</u></p>  <p>Sur la figure ci-contre DABOU est une .....</p> <p>D est le .....</p> <p>Le polygone ABOU est la .....</p> <p>Les segments [AD], [BD], [OD], [UD], [AB], [BO], [OU] et [UA] sont les .....</p> <p>Les triangles DAB, DBO, DOU et DAU sont les .....</p>	<p><u>Réponse attendues</u></p> <p>Sur la figure ci-contre DABOU est une <i>pyramide</i></p> <p>D est le <i>sommet</i></p> <p>Le polygone ABOU est la <i>base</i></p> <p>Les segments [AD], [BD], [OD], [UD], [AB], [BO], [OU] et [UA] sont les <i>arêtes</i></p> <p>Les triangles DAB, DBO, DOU et DAU sont les <i>faces latérales</i></p>	
Présentation Développement	<p>2) <u>Hauteur d'une pyramide</u></p>	<p><u>Activité</u></p>  <p>Sur la figure ci-contre ; la droite (FH) est ..... à la droite (AO) et à la droite (TU).</p> <p>Elle est donc perpendiculaire au plan .....</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>Sur la figure ci-contre ; la droite (FH) est <i>perpendiculaire</i> à la droite (AO) et à la droite (TU).</p> <p>Elle est donc perpendiculaire au plan .....</p>	<p><u>Définition</u></p> <p>On appelle hauteur d'une pyramide, la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.</p>

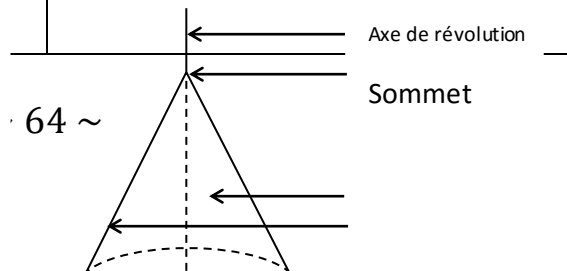
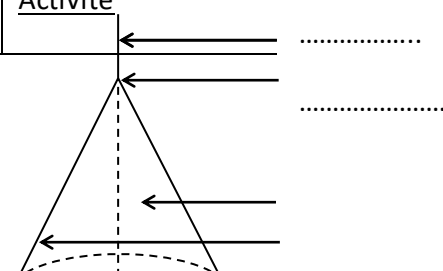
			(ATO). La droite (FH) est la <i>hauteur de la pyramide FATOU</i>									
		Au plan (ATO). La droite (FH) est la .....										
Présentation Développement	3) <u>Pyramide régulière</u> a. <u>Définition</u>			<u>Définition</u> On dit qu'une pyramide est régulière lorsque: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sa base est un polygone régulier,</li> <li>- Ses faces latérales sont des triangles isocèles.</li> </ul>								
Présentation Développement	b. <u>Volume d'une pyramide – aire latérale d'une pyramide régulière</u>			<u>Règles</u> On admet les formules : <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td><math>\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h</math></td> <td><math>A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\mathcal{V}</math> : volume de la pyramide</td> <td>A : aire latérale</td> </tr> <tr> <td><math>\mathcal{B}</math> : aire de la base</td> <td>a : apothème (hauteur d'une face latérale)</td> </tr> <tr> <td><math>h</math> : la hauteur de la pyramide</td> <td><math>\mathcal{P}</math> : périmètre de la base.</td> </tr> </table>	$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$	$A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}$	$\mathcal{V}$ : volume de la pyramide	A : aire latérale	$\mathcal{B}$ : aire de la base	a : apothème (hauteur d'une face latérale)	$h$ : la hauteur de la pyramide	$\mathcal{P}$ : périmètre de la base.
$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$	$A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}$											
$\mathcal{V}$ : volume de la pyramide	A : aire latérale											
$\mathcal{B}$ : aire de la base	a : apothème (hauteur d'une face latérale)											
$h$ : la hauteur de la pyramide	$\mathcal{P}$ : périmètre de la base.											
Application	<p><u>Exercice</u></p>  <p>TABOU est une pyramide régulière à base carré tel que AB = 4cm et TH = 5cm</p>		<u>Réponse attendue</u> On a $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$ $\mathcal{V}$ : volume de la pyramide $\mathcal{B}$ : aire de la base $h$ : la hauteur de la pyramide calculons $\mathcal{B}$ $\mathcal{B} = 4 \times AB = 4 \times 4 = 16\text{cm}^2$ On a $h = TH = 5\text{cm}$	 <p>CE MATHS LM3</p>								

		volume $v$ de la pyramide TABOU	Donc $V = \frac{16 \times 5}{3} \approx 26,67 \text{cm}^3$	
Présentation Développement	c. <u>Hauteur d'une pyramide régulière</u>			<u>Remarque</u> La hauteur d'une pyramide régulière passe par le centre du cercle circonscrit à sa base.
Application		<p><u>Exercice</u> L'unité de longueur est le centimètre SABC est une pyramide régulière de base ABC telle que <math>AB = 4</math> et <math>SA = 6</math>. [SO] est la hauteur de cette pyramide. A' est le point d'intersection de (AO) et (BC).</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>Quelle est la nature des triangles ABC, SAC et SOA ?</li> <li>Dessine en dimension réelle : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Le triangle ABC et marque les points A' et O ;</li> <li>- Le triangle SAC ;</li> <li>- Le triangle SOA.</li> </ul> </li> <li>Calcule AA'.</li> <li>Calcule la hauteur et l'apothème de cette pyramide.</li> </ol>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>ABC est un triangle est un triangle équilatéral, SAC est un triangle isocèle en S et SOA est un triangle rectangle en O.</li> <li>Dessin du triangle ABC en dimensions réelles :</li> </ol>  <p>Dessin du triangle SAC en dimensions réelles :</p>  <p>Dessin du triangle SOA en dimensions réelles :</p> 	

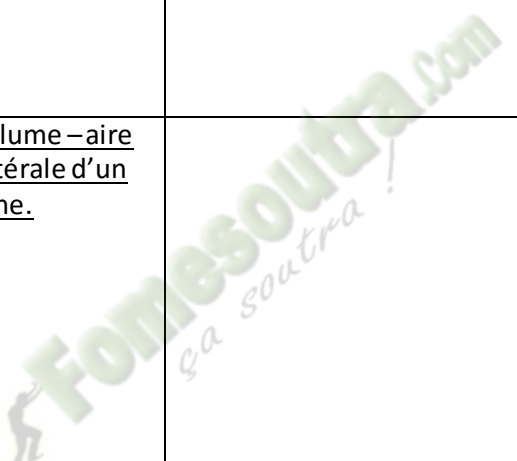
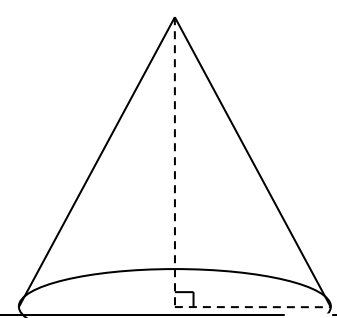
		<p>5. Calcule l'aire latérale et le volume de cette pyramide.</p>	<p>3. Considérons le triangle AA'B rectangle en A'.  D'après la propriété de Pythagore :  <math>AA'^2 + BA'^2 = AB^2</math> d'où <math>AA'^2 = AB^2 - BA'^2</math>.  On a <math>AB = 4</math> et <math>BA' = 2</math> car A' est le milieu de [BC].  Par conséquent <math>AA'^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12</math>.  Donc <math>AA' = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}</math>.</p> <p>4. Considérons le triangle SOA rectangle en O.  D'après la propriété de Pythagore :  <math>SO^2 + OA^2 = AS^2</math> d'où <math>SO^2 = AS^2 - OA^2</math>.  Calculons OA. [AA'] est une médiane du triangle et O son centre de gravité d'où <math>OA = \frac{2}{3} AA'</math>  Donc <math>OA = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}</math>. On a <math>AS = 6</math>  D'où <math>SO^2 = 6^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 6^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2 = 36 - \frac{16}{3} = \frac{92}{3}</math>  Donc <math>SO = \sqrt{\frac{92}{3}} = \frac{\sqrt{92}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{23}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{69}}{3}</math>.  La hauteur de cette pyramide est</p>	
--	--	---	--	--

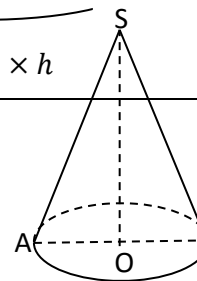
			<p><math>\frac{2\sqrt{69}}{3}</math></p> <p>Considérons le triangle SBA' rectangle en A'.</p> <p>D'après la propriété de Pythagore : <math>SA'^2 + BA'^2 = SB^2</math> d'où <math>SA'^2 = SB^2 - BA'^2</math>.</p> <p>Par conséquent <math>SA'^2 = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32</math>.</p> <p>Donc <math>SA' = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}</math></p> <p>L'apothème de cette pyramide est <math>4\sqrt{2}</math></p> <p>5. Calculons l'aire latérale A de cette pyramide.</p> <p>On a : <math>A = \frac{Pa}{2}</math>. Avec P : le périmètre de la base et a : l'apothème</p> <p>On a : <math>P = 3 \times AB = 3 \times 4 = 12</math> et <math>a = SA' = 4\sqrt{2}</math></p> <p>Donc <math>A = \frac{12 \times 4\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ cm}^2</math></p> <p>Calculons le volume V de cette pyramide.</p> <p><math>V = \frac{Bh}{3}</math>. Avec B : l'aire de la base et h : la hauteur de la pyramide.</p> <p>On a : <math>B = \frac{BC \times AA'}{2} = \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2</math> et <math>h = SO = \frac{2\sqrt{69}}{3}</math></p> <p>Donc <math>V = \frac{4\sqrt{3} \times \frac{2\sqrt{69}}{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3} \times 2\sqrt{23 \times 3}}{3} = \frac{8\sqrt{23}}{3} \text{ cm}^3</math></p>	
--	--	--	--	--

Présentation Développement	4. <u>Cône de révolution</u>	Activité		
-------------------------------	------------------------------	----------	--	--



64 ~

		←				
Présentation Développement	5. <u>Hauteur d'un cône</u>			<p><u>Définition</u> On appelle hauteur d'un cône la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.</p> <p><u>Propriété</u> La base d'un cône de révolution est un cercle, son axe est la hauteur du cône.</p>		
Présentation Développement	6. <u>Volume – aire latérale d'un cône.</u>			<p><u>Règle</u></p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h</math> <p><math>\mathcal{V}</math> : volume du cône <math>\mathcal{B}</math> : aire de la base <math>h</math> : la hauteur du cône</p> </td> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}</math> <p><math>A</math> : aire latérale <math>a</math> : génératrice <math>\mathcal{P}</math> : périmètre de la base.</p> </td> </tr> </table>	$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$ <p><math>\mathcal{V}</math> : volume du cône <math>\mathcal{B}</math> : aire de la base <math>h</math> : la hauteur du cône</p>	$A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}$ <p><math>A</math> : aire latérale <math>a</math> : génératrice <math>\mathcal{P}</math> : périmètre de la base.</p>
$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$ <p><math>\mathcal{V}</math> : volume du cône <math>\mathcal{B}</math> : aire de la base <math>h</math> : la hauteur du cône</p>	$A = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}$ <p><math>A</math> : aire latérale <math>a</math> : génératrice <math>\mathcal{P}</math> : périmètre de la base.</p>					
Application		<p><u>Exercice</u> Calcule le volume d'un cône de révolution sachant que le périmètre du</p>	<p><u>Réponse attendue</u> <math display="block">\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h</math></p>			



cerle de base est 44 cm et qu'une génératrice mesure 25 cm ( $\pi = \frac{22}{7}$ )

$\mathcal{V}$  : volume du cône

$\mathcal{B}$  : aire de la base

$h$  : la hauteur du cône

calculons  $\mathcal{B}$

on a  $\mathcal{B} = \pi r^2$

on sait que le périmètre  $P = 2\pi r$

d'où  $r = \frac{P}{2\pi} = \frac{44}{2 \times \frac{22}{7}} = 7$

par conséquent  $\mathcal{B} = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$   
cm<sup>2</sup>

calculons  $h$

considérons le triangle SOA rectangle

en O. D'après la propriété de

Pythagore  $SA^2 = AO^2 + OS^2$

$$OS^2 = SA^2 - AO^2$$

$$OS^2 = 25^2 - 7^2 = 576$$

$$OS = \sqrt{576} = 24$$

Donc  $h = 24$  car  $h = OS$

Par conséquent  $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 154 \times 24$

Donc  $\mathcal{V} = 1232$  cm<sup>3</sup>

Corrigé de l'exercice dirigé

➤ Considérons le cône obtenu à partir du secteur C1 :

Calculons  $r_1$ , le rayon de la base

Le périmètre  $P_1$  de la base est

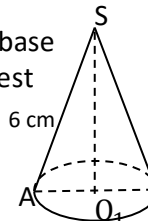
$$P_1 = 2\pi r_1 \quad 6 \text{ cm}$$

D'où  $r_1 = \frac{P_1}{2\pi}$

Soit  $r$  le rayon du disque

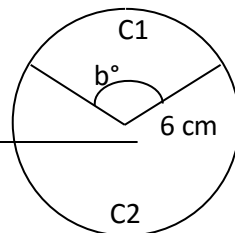
On a  $P_1 = \frac{b^\circ \pi}{180^\circ} \times r =$

$$\frac{120^\circ \times 3,14 \times 6}{180^\circ} = 12,56 \text{ cm}$$



Exercice dirigé

La figure ci-dessous représente les patrons des surfaces latérales de deux cônes de révolution découpés dans un disque de rayon 6 cm. Calcule le rayon de la base, la hauteur et le volume de chaque cône obtenu sachant que  $b^\circ = 120^\circ$  ( $\pi = 3,14$ )



CE MATHS LM3

$$\text{Donc } r_1 = \frac{12,56}{2 \times 3,14} = 2 \text{ cm}$$

Calculons  $h_1$  la hauteur de la base

Considérons le triangle  $SO_1A$  rectangle en  $O_1$ . D'après la propriété de Pythagore

$$SA^2 = O_1S^2 + O_1A^2$$

$$O_1S^2 = SA^2 - O_1A^2$$

$$O_1S^2 = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$$

$$O_1S = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{Donc } h_1 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Calculons le volume  $\mathcal{V}_1$  du cône

On a  $\mathcal{V}_1 = \frac{\mathcal{B}_1 \times h_1}{3}$  avec  $\mathcal{B}_1$  : aire de la base

Calculons  $\mathcal{B}_1$

$$\text{On a } \mathcal{B}_1 = \pi r_1^2 = 3,14 \times 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2$$

$$\text{Donc } \mathcal{V}_1 = \frac{12,56 \times 4\sqrt{2}}{3} \approx 23,68 \text{ cm}^3$$

➤ Considérons le cône obtenu à partir du secteur C2 :

Calculons  $r_2$ , le rayon de la base

Le périmètre  $P_2$  de la base est

$$P_2 = 2\pi r_2$$

$$\text{D'où } r_2 = \frac{P_2}{2\pi}$$

On a  $P_2 = P - P_1$  avec

$P$  le périmètre du disque

$$P_2 = 2\pi r - P_1 = 2 \times 3,14 \times 6 - 12,56 = 25,12 \text{ cm}$$

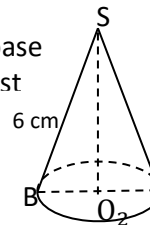
$$\text{Donc } r_2 = \frac{25,12}{2 \times 3,14} = 4 \text{ cm}$$

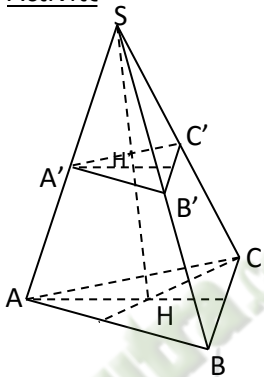
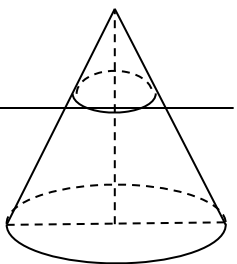
Calculons  $h_2$  la hauteur de la base

Considérons le triangle  $SO_2A$  rectangle en  $O_2$ . D'après la propriété de Pythagore

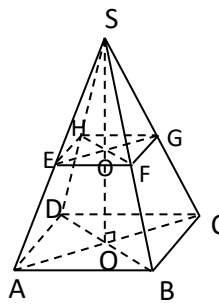
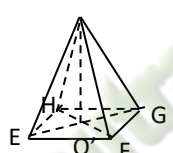
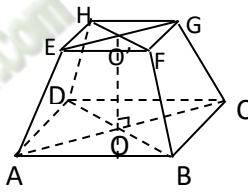
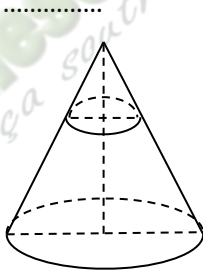
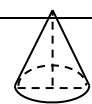
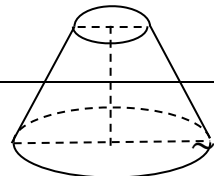
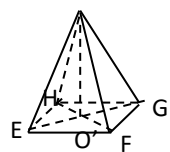
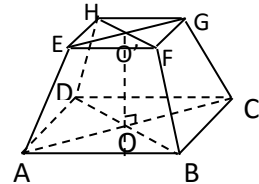

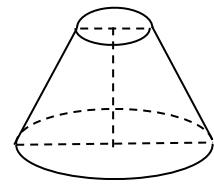
$$SB^2 = O_2S^2 + O_2B^2$$

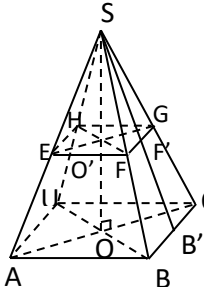
$$O_2S^2 = SB^2 - O_2B^2$$



			$O_2S^2 = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$ $O_2S = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ <p>Donc <math>h_2 = 2\sqrt{5}</math> cm  Calculons le volume <math>\mathcal{V}_2</math> du cône  On a <math>\mathcal{V}_2 = \frac{\mathcal{B}_2 \times h_2}{3}</math> avec <math>\mathcal{B}_2</math>: aire de la base  Calculons <math>\mathcal{B}_2</math>  On a <math>\mathcal{B}_2 = \pi r_2^2 = 3,14 \times 4^2 = 50,24</math> cm<sup>2</sup>  Donc <math>\mathcal{V}_2 = \frac{50,24 \times 2\sqrt{5}}{3} \approx 74,89</math> cm<sup>3</sup></p>	
Présentation Développement	II. <u>Sections planes</u> 1) <u>Section d'une pyramide régulière par un plan</u>	<p><u>Activité</u></p>  <p>Sur la figure ci-contre, <math>SABC</math> est une pyramide régulière à base triangulaire. On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan de la base <math>(ABC)</math></p> <p>Ce plan coupe les arêtes <math>[SA]</math>; <math>[SB]</math> et <math>[SC]</math> et la hauteur <math>[SH]</math> en <math>A'</math>, <math>B'</math>, <math>C'</math> et <math>H'</math>.  On a alors <math>(A'B') \dots \dots</math>; <math>(A'C') \dots \dots</math>; <math>(C'B') \dots \dots</math>  Le triangle <math>A'B'C'</math> est appelé <math>\dots \dots \dots</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>On a alors <math>(A'B') \parallel (AB)</math>; <math>(A'C') \parallel (AC)</math>; <math>(C'B') \parallel (CB)</math>  Le triangle <math>A'B'C'</math> est appelé <i>section plane</i></p>	<p><u>Propriété</u></p> <p>La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que cette base ; les côtés de ces polygones sont parallèles deux à deux.</p>
Présentation Développement	2) <u>Section d'un cône de révolution par un plan</u>	<p><u>Activité</u></p>  <p>Quelle est la section obtenue en coupant le cône de révolution par un plan parallèle au plan de base <math>\dots \dots \dots</math></p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p><i>Un cercle</i></p>	<p><u>Propriété</u></p> <p>La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un cercle.</p>



Présentation Développement	3) <u>Propriétés de réduction</u> a) <u>présentation</u>	<p><u>Activité</u></p>  <p>SABCD est une pyramide régulière à base ABCD. La section EFGH de la pyramide par un plan parallèle à sa base met en évidence deux figures</p>   <p>.....</p>  <p>.....</p> <p>La section de ce cône de révolution ci-contre met en évidence deux solides. Lesquels ?</p>  	<p><u>Réponse attendue</u></p>  <p>Pyramide réduite ou petite pyramide</p>  <p>Tronc de pyramide</p>  <p>Cône réduit ou petite cône</p>  <p>Tronc de cône</p>	

		<p>.....</p> <p>.....</p>		
<p>Présentation Développement</p>	<p>4) <u>Propriétés</u></p>	<p><u>Activité</u></p>  <p>Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide régulière à base carrée. On la sectionne par un plan parallèle à sa base.</p> <p>On donne : <math>AB = 12</math>; <math>SA = 10</math>; <math>SO = 2\sqrt{7}</math> et <math>SE = 8</math>. L'unité de longueur est le centimètre</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Calcule : <math>\frac{SE}{SA} = \dots</math>; <math>\frac{SF}{SB} = \dots</math>; <math>\frac{SG}{SC} = \dots</math>; <math>\frac{SH}{SD} = \dots</math></li> </ol> <p>Remarque : les dimensions des pyramides SABCD et SEFGH sont dans un rapport de .....appelé.....</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Calcule l'apothème <math>SB'</math> de la pyramide SABCD .....</li> <li>En déduire l'apothème <math>SF'</math> de la petite pyramide et le côté EF de la section .....</li> </ol>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{SE}{SA} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}</math>; <math>\frac{SF}{SB} = \frac{4}{5}</math>; <math>\frac{SG}{SC} = \frac{4}{5}</math>; <math>\frac{SH}{SD} = \frac{4}{5}</math> Remarque : les dimensions des pyramides SABCD et SEFGH sont dans un rapport de <math>\frac{4}{5}</math> appelé coefficient de réduction.</li> <li>Considérons le triangle <math>SBB'</math> rectangle en <math>B'</math>. D'après la propriété de Pythagore :  <math display="block">SB^2 = SB'^2 + BB'^2</math> <math display="block">SB'^2 = SB^2 - BB'^2</math> <math display="block">SB'^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64</math> <math display="block">SB' = \sqrt{64} = 8</math> </li> <li>On a <math>\frac{SF'}{SB'} = \frac{4}{5}</math> D'où <math>SF' = \frac{4}{5} \times SB' = \frac{4}{5} \times 8 = \frac{32}{5}</math>  <math display="block">\frac{EF}{AB} = \frac{4}{5}</math> D'où <math>EF = \frac{4}{5} \times AB = \frac{4}{5} \times 12 = \frac{48}{5}</math> </li> <li><math>\mathcal{A} = \frac{\mathcal{P} \times a}{2}</math>  <math>a</math> : apothème de la grande pyramide  <math>\mathcal{P}</math> : périmètre de la base de la grande pyramide.  <math display="block">\mathcal{P} = 4 \times AB = 4 \times 12 = 48</math> <math display="block">a = SB' = 8</math> <math display="block">\mathcal{A} = \frac{48 \times 8}{2} = 192 \text{ cm}^2</math> </li> </ol>	<p><u>Propriété</u></p> <p>➤ Lorsqu'on coupe une pyramide régulière par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de cette pyramide. Si l'échelle de la réduction est égale au nombre <math>k</math>, alors :</p> $\frac{\text{aires de la pyramide réduite}}{\text{aires homologues de la pyramide}} = k^2;$ $\frac{\text{volume de la pyramide réduite}}{\text{volume de la pyramide}} = k^3;$ <p>➤ Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base, on obtient une réduction de ce cône. Si l'échelle de la réduction est égale au nombre <math>k</math>, alors :</p> $\frac{\text{aires du cône réduit}}{\text{aires homologues du cône}} = k^2;$ $\frac{\text{volume du cône réduit}}{\text{volume du cône}} = k^3;$

4. Calcule les aires latérales respectives  $\mathcal{A}$  de la grande pyramide et  $\mathcal{A}'$  de la petite pyramide .....
5. Calcule le rapport  $\frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$
6. Calcule la hauteur  $SO'$  de la petite pyramide SEFGH .....
7. Calcule les volumes  $\mathcal{V}$  de la grande pyramide SABCD et  $\mathcal{V}'$  de la petite pyramide SEFGH .....
8. Calcule le rapport  $\frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}$

$$\mathcal{A}' = \frac{\mathcal{P}' \times a'}{2}$$

$a'$  : apothème de la petite pyramide  
 $\mathcal{P}'$  : périmètre de la base de la petite pyramide.

$$\mathcal{P}' = 4 \times EF = 4 \times \frac{48}{5} = \frac{192}{5}$$

$$a' = SF' = \frac{32}{5}$$

$$\mathcal{A}' = \frac{\frac{192}{5} \times \frac{32}{5}}{2} = \frac{6144}{25} = \frac{6144}{25 \times 2}$$

$$\frac{3072}{25} \text{ cm}^2$$

$$5. \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}} = \frac{\frac{3072}{25}}{192} = \frac{3072}{192 \times 25} = \frac{192 \times 16}{192 \times 25} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$6. \text{ On a } \frac{SO'}{SO} = \frac{4}{5}$$

$$\text{D'où } SO' = \frac{4}{5} \times SO = \frac{4}{5} \times 2\sqrt{7} = \frac{8\sqrt{7}}{5}$$

$$7. \mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$$

$\mathcal{B}$  : aire de la base de la grande pyramide

$h$  : la hauteur de la grande pyramide

$$\mathcal{B} = AB^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$$

$$h = SO = 2\sqrt{7}$$

$$\text{Donc } \mathcal{V} = \frac{1}{3} \times 144 \times 2\sqrt{7} =$$

$$96\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{V}' = \frac{1}{3} \times \mathcal{B}' \times h'$$

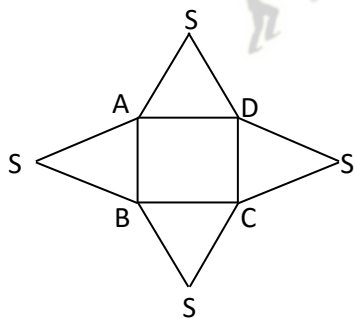
			<p><math>B'</math> : aire de la base de la petite pyramide  <math>h'</math> : la hauteur de la petite pyramide</p> $B' = EF^2 = \left(\frac{48}{5}\right)^2 = \frac{2304}{25} \text{ cm}^2$ $h' = SO' = \frac{8\sqrt{7}}{5}$ <p>Donc <math>V' = \frac{\frac{2304}{25} \times \frac{8\sqrt{7}}{5}}{3} = \frac{18432\sqrt{7}}{125} = \frac{6144\sqrt{7}}{125} \text{ cm}^3</math></p> <p>8. <math>\frac{V'}{V} = \frac{\frac{6144\sqrt{7}}{125}}{96\sqrt{7}} = \frac{6144\sqrt{7}}{125 \times 96\sqrt{7}} = \frac{64 \times 96}{125 \times 96} = \frac{64}{125} = \left(\frac{4}{5}\right)^3</math></p>	
--	--	--	---	--

## Exercices de la leçon

### Exercice 1

La figure ci-dessous représente le patron d'une pyramide régulière à base carrée.  $SB = 4$ ,  $AB = 2$ .

1. Démontre que la hauteur de cette pyramide mesure  $\sqrt{14}$
2. Calcule le volume de cette pyramide. (Arrondis le résultat au centième près)



### Exercice 4

Pour fabriquer un chapeau chinois qui a la forme d'un cône de révolution, on découpe le patron de ce chapeau dans un disque de rayon 12 cm. (voir figure ci-dessous)

1. Calcule l'aire du tissu utilisé pour la fabrication de ce chapeau.
2. Démontre que la base du chapeau a un rayon de 9 cm.
3. Calcule :
  - a) La hauteur de ce chapeau,
  - b) Le volume de ce chapeau,

### Exercice 6

En vue d'assurer un enterrement digne du rang de son défunt père, un riche planteur décide de construire un caveau en forme de pyramide régulière de base carrée (figure ci-dessous).

Il décide de revêtir chacune des faces triangulaires avec des plaques de verre et la base à l'aide de carreaux.

Pour l'achat de plaques de verre et des carreaux, il sollicite un maçon qualifié à cet effet pour lui établir un devis. Le mètre carré de plaques de verre coûte 6000 frs. Le mètre carré de carreaux coûte 5000 frs.

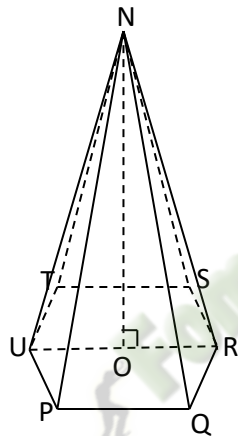
### Exercice 2

NPQRSTU est une pyramide régulière de sommet N et de base l'hexagone régulier PQRSTU de centre O.

l'unité de longueur est le centimètre.

On donne  $OU = 4$  et  $NO = 6$ .

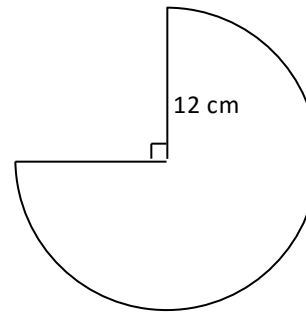
1. Démontre que OUT est équilatéral.
2. Dessine en grandeur réelle la base de cette pyramide.
3. Calcule :
  - a) L'aire de cette base.
  - b) Le volume de cette pyramide.



### Exercice 3

La figure ci-contre, qui n'est pas en grandeur réelle, représente un

On prendra 3 comme valeur approchée de  $\pi$ .

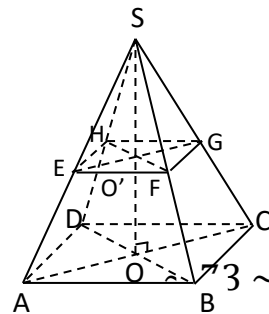


### Exercice 5

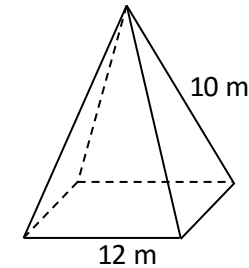
Un flacon de parfum a la forme d'une pyramide régulière de base carrée, sectionnée par un plan parallèle à la base.

La partie supérieure (la petite pyramide) est le couvercle et la partie inférieure contient le parfum. (Figure ci-dessous). On donne :  $AB = OO' = 6$  cm et  $SO = 2$  cm

1. a) Calcule le volume de la pyramide SABCD  
b) Déduis-en le volume du couvercle
2. Quelle quantité de parfum, en cl, ce flacon peut-il contenir ?
3. Le modèle grand format de ce flacon est un agrandissement à l'échelle 3. Quelle quantité de parfum peut-il contenir ?



1. Construis un patron de cette pyramide (1 cm représente 2 m).
2. Calcule l'apothème puis l'aire latérale de ce caveau.
3. Détermine le coût de ce devis.



### Exercice 7

Pour la vente de farine de maïs dans sa boutique au quartier, Monsieur YEO utilise comme instrument de mesure un récipient dont la forme est un tronc de cône de révolution (comme l'indique la figure ci-dessous).

Dans le mois, il vend en moyenne 6000 fois le contenu de ce récipient quand il est rempli à ras bord. Il veut faire ses prévisions pour les mois avenir mais ne connaît pas la quantité de farine vendue dans le mois.

1. Justifie que  $SO' = \frac{rh}{R-r}$  avec  $h = OO'$ ,  $R =$  rayon du cercle de base et  $r =$  rayon du cercle réduit.
2. Développe puis réduis l'expression  $(R-r)(R^2 + rR + r^2)$ .
3. Démontre que le volume de ce récipient

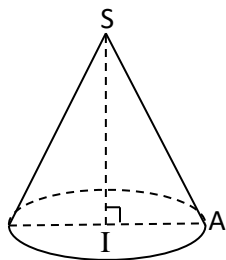


cône de révolution de sommet S et de hauteur [SI].

On donne :  $SI = 4\sqrt{3}$  cm et

$SA = 8$  cm. On prend 3 comme valeur approchée de  $\pi$ .

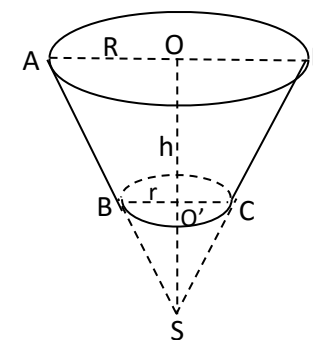
1. Démontre que le rayon de ce cône vaut 4 cm.
2. Calcule :
  - a) Le volume de ce cône
  - b) L'aire latérale de ce cône



peut s'écrire :  $\frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + rR)$ .

4. On donne :  $R = 20$  cm ;  $r = 10$  cm et  $h = 10\sqrt{3}$  cm.

Calcule, en kg, la quantité de farine vendue dans le mois par Monsieur YEO.



*Fomesoutra.com*  
*ça soutra !*



CE MATHS LM3