

NIVEAU T1e A2

Leçon 1 : LIMITES ET COMPLÉMENTS SUR LES DÉRIVÉS

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions numériques

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Nombre de séance : 6

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> - une asymptote verticale, - une asymptote horizontale, - une asymptote oblique.
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> - la limite d'une fonction polynôme en un point, - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie, - la limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - la limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$. - le théorème des valeurs intermédiaires, - la propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - la propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle, - la définition d'une asymptote oblique, - la définition d'une asymptote verticale, - la définition d'une asymptote horizontale, - la propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions - la propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions - la propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - la limite d'une fonction polynôme en un point. - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie, - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie, - la limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - la limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$. - la limite d'une fonction polynôme à l'infini - la limite d'une fonction rationnelle à l'infini - la limite d'une somme de deux fonctions - la limite d'un produit de deux fonctions - la limite d'un quotient de deux fonctions - la fonction dérivée d'une fonction polynôme - la fonction dérivée d'une fonction rationnelle - le sens de variation d'une fonction polynôme

	- le sens de variation d'une rationnelle
Interpréter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	- qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle - que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme ou rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
étudier	les variations d'une fonction polynôme ou rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme ou rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme ou rationnelle
Encadrer	- la solution d'une équation par dichotomie -la solution d'une équation par balayage
Résoudre *	- graphiquement les inéquations du type : $f(x) \geq 0$; $f(ax+b) \geq 0$, $(a; b) \neq (0 ; 0)$ étant donnée la courbe d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle f - algébriquement les inéquations du type : $f(x) \geq 0$; $f(ax+b) \geq 0$, $(a; b) \neq (0 ; 0)$ où f est une fonction rationnelle du type : $x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ ($d ; e) \neq (0 ; 0)$
Traiter une situation	faisant appel aux fonctions polynômes et fonctions rationnelles

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle,
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - La limite d'une fonction polynôme à l'infini - La limite d'une fonction rationnelle à l'infini

Plan du cours
<p>Séance 1 :</p> <p>I- Notion de limite</p> <p style="padding-left: 20px;">1- Limite d'une fonction en l'infini</p>

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.

Plan du cours
<p>Séance 2 :</p> <p style="padding-left: 20px;">2- Limite d'une fonction en un point x_0</p>

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - La limite d'une somme de deux fonctions - La limite d'un produit de deux fonctions - La limite d'un quotient de deux fonctions

Plan du cours
<p>Séance 3 :</p> <p style="padding-left: 20px;">3- Limites et opérations sur les fonctions</p>

4^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- La fonction dérivée d'une fonction polynôme - La fonction dérivée d'une fonction rationnelle - Le sens de variation d'une fonction polynôme - Le sens de variation d'une rationnelle
Etudier	les variations d'une fonction polynôme ou rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme ou rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme ou rationnelle

Plan du cours
Séance 4
II- Dérivation
1- Calculs de dérivées
2- Applications de la dérivation

5^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	- Une asymptote verticale - Une asymptote horizontale - Une asymptote oblique
Connaître	- La définition d'une asymptote oblique, - La définition d'une asymptote verticale, - La définition d'une asymptote horizontale,
Interpréter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	Qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle

Plan du cours
Séance 5:
III- Notion d'asymptote
1- Asymptotes parallèles aux axes du repère
2- Asymptote oblique

6^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	Le théorème des valeurs intermédiaires
Démontrer	Que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme ou rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
Encadrer	- la solution d'une équation par dichotomie -la solution d'une équation par balayage

Plan du cours
Séance 6:
IV- Continuité d'une fonction
1- Continuité sur un intervalle
2- Théorème des valeurs intermédiaires

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMÉRIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 1/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle,
Déterminer	- La limite d'une fonction polynôme à l'infini - La limite d'une fonction rationnelle à l'infini

Plan du cours

Séance 1

I- Notion de limite

1- Limite d'une fonction en l'infini

		<p><u>Exercice d'application</u> 2d page 26.</p> <p><u>Exercice de maison</u> 9 et 10 page 31</p>	<p><u>c- Limites en l'infini de fonctions élémentaires</u> Voir CIAM Tle A page 19.</p> <p><u>Propriété</u> Lorsqu'une fonction admet une limite en $+\infty$ (ou en $-\infty$), cette limite est unique.</p> <p><u>d- Limite en l'infini d'une fonction polynôme, d'une fonction rationnelle</u> * <u>Limite en l'infini du produit de fonctions</u> Voir tableau page 24 CIAM Tle A. * <u>Propriétés</u> - A l'infini, un polynôme a même limite que son monôme de plus haut degré. - A l'infini, une fraction rationnelle a même limite que le quotient des monômes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.</p>
--	--	---	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 2/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La limite d'une fonction polynôme en un point- La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie- La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$,- La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- La limite d'une fonction polynôme en un point- La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie- La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie- La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$,- La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.

Plan du cours

Séance 2 :

2- Limite d'une fonction en un point x_0

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite										
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$</p> <p>1- Déterminer D_f</p> <p>2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>1,99</td> <td>1,999</td> <td>2</td> <td>2,001</td> </tr> <tr> <td>x^2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	1,99	1,999	2	2,001	x^2						<p>2- Limite d'une fonction en un point x_0</p> <p>a-Limite finie Soit la fonction f d'ensemble de définition D_f et soit x_0 un nombre réel. Si $x_0 \in D_f$ alors $f(x)$ prend des valeurs de plus en plus proche de $f(x_0)$ lorsque x se rapproche de x_0. Alors on dit que $f(x)$ tend vers $f(x_0)$ lorsque x tend vers x_0 . On dit aussi que la limite en x_0 de $f(x)$ est $f(x_0)$. On écrit $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.</p> <p>Remarque Lorsque $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ on dit que f est continue en x_0.</p>
x		1,99	1,999	2	2,001									
x^2														
Développement 10 min	<p>3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs de plus en plus proche de 2 ?</p> <p>On dit que x^2 tend vers 4 lorsque x tend vers 2.</p>													
Application 5 min	Travail de groupe	<p>Activité Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x^2}$</p> <p>1- Déterminer D_g</p> <p>2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-0,001</td> <td>0</td> <td>0,001</td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{x^2}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs proches de 0 ?</p> <p>On dit que $\frac{1}{x^2}$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0.</p>	x	-0,001	0	0,001	$\frac{1}{x^2}$					<p>b- Limite infinie Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Lorsque x se rapproche de 0, $\frac{1}{x^2}$ prend des valeurs positives de plus en plus grandes. Alors on dit que $\frac{1}{x^2}$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0. On dit aussi que la limite en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est $+\infty$. On écrit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$.</p> <p>c- Propriété Lorsqu'une fonction admet une limite en x_0, cette limite est unique.</p>		
x	-0,001	0	0,001											
$\frac{1}{x^2}$														

Activité

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

1- Déterminer D_f

2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :

x	0	0,0001	0,001	0,01
$\frac{1}{x^2}$				

3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs proches de 0 ?

On dit que $\frac{1}{x}$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0 par valeurs positives ou bien la limite à droite en 0 de $\frac{1}{x}$ est $+\infty$.

Exercice d'application

2a, 2b et 2c page 26

Exercice de maison

11 et 14 page 31

d- Limite à gauche, limite à droite

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.

On constate que $\frac{1}{x}$ prend des valeurs positives de plus en plus grandes lorsque x se rapproche de zéro par valeur positives.

Alors on dit que $\frac{1}{x}$ **tend vers** $+\infty$

lorsque x **tend vers** 0 par valeurs positives.

On dit aussi que la limite à droite en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $+\infty$.

On écrit $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$.

Remarque

De même on a $\frac{1}{x}$ **tend vers** $-\infty$ lorsque x **tend vers** 0 par valeurs négatives ou la limite à gauche en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $-\infty$.

On écrit $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$.

Exemple

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x+1}.$$

On a $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\lim_{x \rightarrow > 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow > 0} \left(\frac{1}{x+1} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow < 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow < 0} \left(\frac{1}{x+1} \right) = -\infty$$

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 3/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions- La propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions- La propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- La limite d'une somme de deux fonctions- La limite d'un produit de deux fonctions- La limite d'un quotient de deux fonctions

Plan du cours

Séance 3 :

3- Limites et opérations sur les fonctions

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<u>Exercice d'application</u> 2e page 26		3- <u>Limites et opérations sur les fonctions</u> a- <u>Limite de la somme de deux fonctions</u> Voir tableau page 22 CIAM Tle A.
Développement 10 min				b- <u>Limite du produit de deux fonctions</u> Voir tableau page 22 CIAM Tle A. c- <u>Limite de l'inverse d'une fonction</u> Voir tableau page 23 CIAM Tle A.
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice de maison</u> 15 page 32.		d- <u>Limite du quotient de deux fonctions</u> Voir Méthode page 23 CIAM Tle A. e- <u>Limite de $x \mapsto u(ax + b)$</u> Voir Propriété page 24 CIAM Tle A.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 4/7

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- La fonction dérivée d'une fonction polynôme- La fonction dérivée d'une fonction rationnelle- Le sens de variation d'une fonction polynôme- Le sens de variation d'une rationnelle
Etudier	les variations d'une fonction polynôme où rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme où rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme où rationnelle

Plan du cours

Séance 4 :

II- Dérivation

1- Calculs de dérivées

2- Applications de la dérivation

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation		Le professeur rappelle les différentes notions sur le calcul de dérivées.		<p>II- Dérivation</p> <p>1- <u>Calculs de dérivées</u></p> <p>a- <u>Dérivées de fonctions élémentaires</u> Voir tableau page 26 CIAM Tle A.</p> <p>b- <u>Dérivées et opérations sur les fonctions</u> Voir tableau page 27 CIAM Tle A.</p> <p>c- <u>Dérivée de la fonction</u> $x \mapsto u(ax + b)$ Voir Propriété page 27 CIAM Tle A</p> <p>2- <u>Applications de la dérivation</u></p> <p>a- <u>Dérivée et tangente</u></p> <p><u>Propriété</u> Soit f une fonction, (C) sa représentation graphique et A un point de (C) d'abscisse x_0. Lorsque f est dérivable en x_0, une équation de la tangente en A à la courbe (C) est : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$</p> <p><u>Remarque</u> Lorsque $f'(x_0) = 0$, la tangente en A à (C) est parallèle à l'axe des abscisses.</p> <p>b- <u>Dérivée et sens de variation</u></p>
Développement 25 min	Travail de groupe	<p><u>Exercice d'application</u> 3d et 3e page 29</p> <p><u>Exercice de maison</u> 23 page 32 24 et 25 page 33</p>		
Application 10 min	Travail Individuel			

				<p><u>Propriété</u> Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I. . Si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I. . Si f' est négative sur I, alors f est décroissante sur I. . Si f' est nulle sur I, alors f est constante sur I.</p> <p>c- <u>Dérivée et extremum</u> <u>Propriété</u> Soit f une fonction dérivable sur un intervalle $]a ; b[$ et x_0 un élément de $]a ; b[$. Si f' s'annule et change de signe en x_0, alors f admet un extremum relatif en x_0.</p>
--	--	--	--	---

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 5/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	- Une asymptote verticale - Une asymptote horizontale - Une asymptote oblique
Connaître	- La définition d'une asymptote oblique, - La définition d'une asymptote verticale, - La définition d'une asymptote horizontale,
Interpreter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	Qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle

Plan du cours

Séance 5:

III- Notion d'asymptote

1- Asymptotes parallèles aux axes du repère

2- Asymptote oblique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation Développement 25 min Application 10 min	Travail de groupe Travail Individuel	<u>Présentation</u> Voir CIAM Tle A page 40 et 42. <u>Exercice d'application</u> 2b page 47.		<p>III- Notion d'asymptote</p> <p>1- Asymptotes parallèles aux axes du repère.</p> <p><u>Définitions</u> Soit f une fonction et (C) sa représentation graphique. - Lorsque f a une limite finie l en $+\infty$ ou en $-\infty$, on dit que la droite d'équation $y = l$ est asymptote à la courbe (C). - Lorsque f a une limite infinie à droite ou à gauche en x_0, on dit que la droite d'équation $x = x_0$, est asymptote à la courbe (C).</p> <p><u>Vocabulaire</u> Dans un repère orthogonal : - L'asymptote d'équation $y = l$ est appelée asymptote horizontale. - L'asymptote d'équation $x = x_0$ est appelée asymptote verticale.</p> <p>2- Asymptotes Obliques</p> <p><u>Définition</u> Soit f une fonction et (C) sa représentation graphique. Lorsqu'il existe une fonction affine $x \mapsto ax + b$, telle que la fonction $x \mapsto f(x) - (ax + b)$ a pour limite 0 en $+\infty$ ou en $-\infty$, on dit que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (C).</p> <p><u>Vocabulaire</u></p>

				L'asymptote d'équation $y = ax + b$ ($a \neq 0$) est appelée asymptote oblique .
--	--	--	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Limites et compléments sur les dérivés

Séance : 6/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	Le théorème des valeurs intermédiaires
Démontrer	Que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme ou rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
Encadrer	- La solution d'une équation par dichotomie - La solution d'une équation par balayage

Plan du cours

Séance 6:

IV- Continuité d'une fonction

1- Continuité sur un intervalle

2- Théorème des valeurs intermédiaires

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																								
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison																																										
Présentation Application 40 min	Travail Individuel Travail Individuel	<p>Exercice d'application</p> <p>On considère la fonction dérivable f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3$</p> <p>1- Calcule les limites de f aux bornes de D_f et dresse son tableau de variation.</p> <p>2- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet dans l'intervalle $]-\infty ; 0]$ une unique solution α comprise entre -0,88 et -0,87.</p> <p>3- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet une unique solution β dans $[0 ; 2]$.</p> <p>4- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet une unique solution γ dans $[2 ; +\infty[$.</p> <p>Justifie que $2,53 \leq \gamma \leq 2,54$</p>	<p>Réponse attendue</p> <p>1- On a $D_f = \mathbb{R}$ car $f(x)$ est un polynôme.</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -3x^2 + 6x$ $f'(x) = -3x(x - 2)$ <p>$f'(x) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 2$</p> <p>Tableau de signe de $f'(x)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-3x$</td> <td></td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$x - 2$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> </table> <p>$\forall x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[, f'(x) < 0$, donc f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]2 ; +\infty[$.</p> <p>$\forall x \in]0 ; 2[, f'(x) > 0$, donc f est strictement croissante sur $]0 ; 2[$.</p> <p>Tableau de variation de f</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>1</td> <td>$-\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-3</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>2- On a $f(-0,88) \approx 0,004$ et $f(-0,87) \approx -0,070$.</p> <p>f est dérivable est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et $f(-0,88) \times f(-0,87) < 0$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans $]-\infty ; 0]$ une unique</p>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$-3x$		$+$	$-$	$+$	$x - 2$		$-$	$-$	$+$	$f'(x)$		$-$	0	$-$	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$		$-$	0	$-$	$f(x)$	$+\infty$		1	$-\infty$			-3			<p>IV- Propriété des fonctions dérivables</p> <p>1- Image d'un intervalle</p> <p>Propriété 1 Si f est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors $f(K)$ est un intervalle.</p> <p>Propriété 2 Soit f une fonction définie sur un intervalle fermé $[a ; b]$. Si f est dérivable sur $[a ; b]$ alors $f([a ; b])$ est un intervalle fermé $[m ; M]$</p> <p>2- Théorème des valeurs intermédiaires</p> <p>a- Théorème Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K. Tout nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ a au moins un antécédent par f compris entre a et b.</p> <p>b- Calcul des zéros d'une fonction dérivable.</p> <p>Propriété a et b sont des nombres réels tels que $a < b$, f une fonction dérivable sur $[a ; b]$ et (E) l'équation $f(x) = 0$. * Si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires alors l'équation (E)</p>
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																																								
$-3x$		$+$	$-$	$+$																																								
$x - 2$		$-$	$-$	$+$																																								
$f'(x)$		$-$	0	$-$																																								
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																																								
$f'(x)$		$-$	0	$-$																																								
$f(x)$	$+\infty$		1	$-\infty$																																								
		-3																																										

		<p><u>Exercice d'application</u> Démontrer que l'équation $x^3 + x + 1 = 0$ a une seule solution x_0 appartenant à $] - 1 ; 0[$ et déterminer un encadrement de x_0 d'amplitude 0,01.</p> <p><u>Exercice de maison</u> 2 et 10 page 54</p>	<p>solution α comprise entre -0,88 et -0,87. 3- f est dérivable et strictement croissante sur $[0 ; 2]$ et $f(0) \times f(2) < 0$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans $[0 ; 2]$ une unique solution β. 4- f est dérivable et strictement décroissante sur $[2 ; +\infty[$. Et $0 \in f([2 ; +\infty[) =]-\infty ; 1]$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$ une unique solution γ. $f(2,53) \approx 0,008$ et $f(2,54) \approx -0,032$ $f(2,53) \times f(2,54) < 0$ d'où $2,53 < \gamma < 2,54$</p>	<p>admet au moins une solution dans $[a ; b]$. * Si de plus f est strictement monotone sur $[a ; b]$ alors l'équation (E) admet une unique solution dans $[a ; b]$.</p>
--	--	--	--	--

NIVEAU Tle A
Leçon 1: PROBABILITÉ

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : PROBABILITÉ

Nombre de séance : 2

Situation d'apprentissage

Un jeu-concours organisé à la kermesse de l'école consiste soit à :

1-lancer un dé parfait et noter le numéro de la face supérieure ou

2-lancer deux dés parfaits et faire la somme des numéros des deux faces supérieures.

On dit qu'on a le jackpot lorsqu'on a le plus grand nombre dans chaque cas (6 dans le premier cas et 12 dans le second). Le Jackpot donne droit à 10 000 F.

Les élèves de la classe de terminale A veulent trouver le cas où il y a plus de chance d'avoir le jack pot. Ils s'organisent pour déterminer la probabilité d'obtenir le jackpot dans chaque cas.

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> - la définition de la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité - le vocabulaire de la probabilité : <ul style="list-style-type: none"> • une éventualité • l'univers • un évènement • un évènement élémentaire • l'évènement impossible • l'évènement certain • deux évènements incompatibles • deux évènements contraires • l'évènement « A et B » • l'évènement « A ou B » - la propriété relative à la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contraire - la propriété relative à la probabilité de l'évènement « A ou B »
Ecrire	<ul style="list-style-type: none"> - un évènement comme intersection de deux évènements - un évènement comme réunion de deux évènements
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité - la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contraire - l'une des probabilités suivantes connaissant les trois autres : $P(A \cup B)$, $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$
Traiter une situation	Faisant appel à la probabilité

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILITÉS	CONTENUS	Plan du cours
Connaître	- le vocabulaire de la probabilité : <ul style="list-style-type: none"> • une éventualité • l'univers • un évènement • un évènement élémentaire • l'évènement impossible • l'évènement certain • deux évènements incompatibles • deux évènements contraires • l'évènement « A et B » • l'évènement « A ou B » 	Séance 1 : Plan du cours

2^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS	Plan du cours
Connaître	- la définition de la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité - la propriété relative à la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contraire - la propriété relative à la probabilité de l'évènement « A ou B »	Séance 2 : Plan du cours
Ecrire	- un évènement comme intersection de deux évènements - un évènement comme réunion de deux évènements	
Calculer	la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contraire l'une des probabilités suivantes connaissant les trois autres : $P(A \cup B)$, $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$ la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité	

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : Probabilité

Séance : 1/4 (1^{ère} partie)

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Dénombrement

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- le vocabulaire de la probabilité :<ul style="list-style-type: none">• une éventualité• l'univers• un évènement• un évènement élémentaire• l'évènement impossible• l'évènement certain• deux évènements incompatibles• deux évènements contraires• l'évènement « A et B »• l'évènement « A ou B »

Plan du cours

Séance 1 :

I- Consolidation des acquis sur le dénombrement

1- Cardinal d'un ensemble

2- P-liste d'un ensemble

3- Arrangement

4- Permutation

5- Combinaison

6- Méthode de dénombrement

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min				<p><u>I- Consolidation des acquis sur le dénombrement</u></p> <p><u>1- Cardinal d'un ensemble</u></p> <p>* Le cardinal d'un ensemble fini E, noté $card(E)$ est le nombre d'éléments de E.</p> <p>* L'ensemble vide, noté \emptyset, est fini et a pour cardinal zéro (0).</p> <p>* A et B étant deux parties non vides d'un ensemble fini E, on a :</p> $card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B)$ <p>* \bar{A} désignant le complémentaire de A dans E, on a :</p> $card(\bar{A}) = card(E) - card(A)$ <p><u>2- P-liste d'un ensemble</u></p> <p>* A et B étant deux ensembles. On appelle produit cartésien de A par B, noté $A \times B$ l'ensemble des couples (a, b) tels que $a \in A$ et $b \in B$.</p> <p>* Le produit cartésien de p ensembles E_1, E_2, \dots, E_p est l'ensemble des p-listes ou p-uplets (x_1, x_2, \dots, x_p) tels que $x_1 \in E_1, x_2 \in E_2, \dots, x_p \in E_p$.</p> <p>* Soit A et B deux ensembles finis On a $card(A \times B) = card(A) \times card(B)$</p> <p>* Le nombre de p-uplets ou p-listes d'un ensemble à n éléments est n^p. C'est-à-dire</p> $card(E^p) = [card(E)]^p = n^p$
Développement 10 min	Travail Individuel	Le professeur rappelle les différentes notions de dénombrement pour consolider les différents acquis.		
Application 5 min	Travail de groupe			

3- Arrangement

* E étant un ensemble à n éléments et p un nombre entier naturel non nul tel que $p \leq n$.

On appelle arrangement de p éléments de E tout p-uplet d'éléments de E deux à deux distincts (Pas de répétition d'un élément).

* Le nombre d'arrangements de p éléments d'un ensemble E à n éléments, noté A_n^p , est tel que :

$$A_n^p = n \times (n - 1) \times \dots \times (n - p + 1)$$

Remarque

Le nombre de facteurs du produit $n \times (n-1) \times \dots \times (n-p+1)$ est égal à p .

4- Permutations

* Soit E un ensemble à n éléments. On appelle permutation de E tout arrangement des n éléments de E.

* Le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments est $n!$ avec $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$

5- Combinaison

* Soit E un ensemble à n éléments et p un nombre entier naturel, tels que $p < n$.

On appelle combinaison de p éléments de E, toute partie de E ayant p éléments.

* Le nombre de combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments, noté C_n^p , est tels que :

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A2

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : Probabilité

Séance : 1/4 (2^{ème} partie)

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Dénombrement

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<p>- le vocabulaire de la probabilité :</p> <ul style="list-style-type: none">• une éventualité• l'univers• un évènement• un évènement élémentaire• l'évènement impossible• l'évènement certain• deux évènements incompatibles• deux évènements contraires• l'évènement « A et B »• l'évènement « A ou B »

Plan du cours

Séance 1 :

II- Notion de probabilité

1- Vocabulaire

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité On lance un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note le numéro de la face supérieure. 1- Enumérer tous les résultats possibles. 2- Peut-on prévoir, avant de lancer, le numéro qui apparaîtra ?</p>	<p>Réponse attendue 1- Les résultats possibles sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. 2- Non, on ne peut rien prévoir.</p>	<p>II- Notion de Probabilité 1- Vocabulaire a- Expérience aléatoire * Une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat est appelée expérience aléatoire ou épreuve. * Le résultat d'une expérience aléatoire est appelé éventualité, issue ou cas possible. * L'ensemble de toutes les éventualités est l'univers associé à l'expérience aléatoire. On le note Ω. Exemple : Les éventualités de l'expérience E qui consiste à lancer un dé de six faces et à noter le numéro de la face supérieure sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6. On note $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$</p>
Développement 10 min				
Application 5 min	Travail de groupe			

		<p><u>Exercice d'application</u> 1a et 1b page 129.</p> <p><u>Exercice de maison</u> 1 et 2 page 139.</p>		<p>* On appelle événement élémentaire tout événement composé d'un seul résultat. Exemple : A : "Obtenir le chiffre 2"</p> <p>* On appelle événement impossible tout événement qui ne peut être réalisé. Exemple : « Obtenir le chiffre 9 »</p> <p>* On appelle événement certain tout événement qui se réalise certainement.</p> <p>* On appelle événement $(A \text{ ou } B)$ la partie $A \cup B$ de Ω.</p> <p>* On appelle événement $(A \text{ et } B)$ la partie $A \cap B$ de Ω.</p> <p>* On appelle événement contraire de A, noté \bar{A}, le complémentaire de A dans Ω.</p> <p>* On dit que les événements A et B sont incompatibles (ou disjoints) lorsque l'évènement $(A \text{ et } B)$ est impossible c'est-à-dire $A \cap B = \emptyset$</p>
--	--	---	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : Probabilité

Séance : 2/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Dénombrement

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition de la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité- la propriété relative à la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contraire- la propriété relative à la probabilité de l'évènement « A ou B »
Ecrire	<ul style="list-style-type: none">- un évènement comme intersection de deux évènements- un évènement comme réunion de deux évènements
Calculer	<ul style="list-style-type: none">la probabilité d'un évènement connaissant la probabilité de l'évènement contrairel'une des probabilités suivantes connaissant les trois autres : $P(A \cup B)$, $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$la probabilité d'un évènement dans l'hypothèse d'équiprobabilité

Plan du cours

Séance 2 :

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p><u>Présentation</u> Lorsqu'on lance une pièce de monnaie parfaitement symétrique, chaque face a une chance sur deux d'apparaître. Dans ce cas on dit que la probabilité d'apparition d'une face est $\frac{1}{2}$.</p> <p>On parle alors de situation d'équiprobabilité car tous les événements élémentaires ont la même probabilité.</p>		<p>III- <u>Calculs de probabilités</u> 1- <u>Equiprobabilité des événements élémentaires</u> Soit une expérience aléatoire à n éventualités. On dit que cette expérience aléatoire a lieu dans une situation d'équiprobabilité lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité. Dans ce cas la probabilité d'un événement élémentaire est $:\frac{1}{n}$</p> <p><u>Remarque</u> Les situations d'équiprobabilité sont généralement suggérées par les expressions comme : « dé parfait » ; « dé non pipé » ; « pièce parfaite » ; « pièce parfaitement symétrique » ; « boules indiscernables au toucher » ; « cartes bien battues » ; « tirage au hasard ».</p> <p style="text-align: center;">2- <u>Probabilité d'un événement</u></p> <p>a- <u>Propriétés</u></p> <ul style="list-style-type: none"> * La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1. * La probabilité de l'événement certain est égale à 1. * La probabilité de l'événement impossible est égale à 0. * La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.
Développement 10 min				
Application 5 min				

		<p><u>Activité</u> On lance un dé non pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note le numéro de la face supérieure. Soit les événements suivants : A : « Obtenir le chiffre 1 » B : « Obtenir un nombre impair » 1- Déterminer le nombre de cas possible 2- Déterminer P(A) et P(B).</p> <p><u>Exercice d'application</u> 2a page 132 et 2b page 133</p> <p><u>Exercice de maison</u></p>		<p>La probabilité d'un événement A est notée P(A).</p> <p>b- Formule de LAPLACE Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est : $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorable à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$ C'est-à-dire $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$</p> <p>c- Événements contraires La somme des probabilités de deux événements contraires est égale à 1. $P(A) + P(\bar{A}) = 1$</p> <p>d- Réunions d'événements La probabilité de la réunion de deux événements est égale à la somme de leurs probabilités, diminuée de la probabilité de leur intersection. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p><u>Remarque</u> Si les événements A et B sont incompatibles, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$</p>
--	--	--	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : Probabilité

Séance : 3/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Dénombrement

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une variable aléatoire - la loi de probabilité
Déterminer	- la loi de probabilité d'une variable aléatoire

Plan du cours

Séance 3 : VARIABLE ALEATOIRE

1- Définition

2- Loi de probabilité

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite								
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité 1</p> <p>Une roue mobile autour d'un axe est partagée en dix secteurs de même aire coloriée en quatre zones comme l'indique la figure ci-contre.</p> <p>On tourne la roue, après immobilisation de celle-ci, on note la zone indiquée.</p> <p>1- Quel est l'univers de cette expérience aléatoire ?</p> <p>2- Détermine la probabilité des éventualités de cette expérience aléatoire.</p>	<p>Réponse attendue</p> <p>1- Les éventualités de cette expérience aléatoire sont : zone noire, zone rouge, zone blanche et zone grise. Donc l'univers associé à cette expérience aléatoire est $\Omega = \{N; G; B; R\}$</p> <p>2-</p> <p>$P(N)=0,1$ $P(G)=0,3$ $P(R)=0,2$ $P(B)=0,4$</p>	<p>IV- Variable aléatoire</p> <p>1- Définition</p> <p>Soit une expérience aléatoire à n éventualités.</p> <p>Lorsqu'à chaque éventualité e_i d'une expérience aléatoire, on associe un nombre réel x_i, on dit que l'on a défini une variable aléatoire numérique notée X.</p> <p>Remarque</p> <p>L'évènement « X prend la valeur x_i » est noté ($X=x_i$)</p> <p>2- Loi de probabilité</p> <p>- Lorsqu'à chaque valeur x_i prise par une variable aléatoire X, on associe la probabilité p_i de l'évènement ($X=x_i$), on dit que l'on a défini la loi de probabilité de la variable aléatoire X.</p> <p>- La loi de probabilité d'une variable aléatoire X peut être représentée par un tableau.</p>								
Développement 10 min		<p>Présentation</p> <p>Un joueur qui tourne la roue perd ou gagne une certaine somme d'argent suivant la règle de jeu ci-contre.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Zone repérée</th> <th>Gain algébrique</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>N</td> <td>1000 F</td> </tr> <tr> <td>R</td> <td>500 F</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>0 F</td> </tr> <tr> <td>G</td> <td>-500 F</td> </tr> </tbody> </table> <p>A chaque éventualité de l'univers on associe le gain algébrique du joueur.</p> <p>On dit que l'on a défini une variable aléatoire.</p> <p>La probabilité de chaque éventualité auquel l'on associe le gain défini la loi de probabilité de cette variable aléatoire.</p>	Zone repérée		Gain algébrique	N	1000 F	R	500 F	B	0 F	G
Zone repérée	Gain algébrique											
N	1000 F											
R	500 F											
B	0 F											
G	-500 F											
Application 5 min	Travail de groupe											

Détermine dans ce cas la loi de probabilité de X.

Exercice d'application

Un joueur lance un dé cubique et homogène dont les faces sont numérotées de 1 à 6 puis après son immobilisation, on relève le numéro de la face supérieure.

- Lorsque le numéro relevé est 1 ; 2 ou 3 le joueur paye 1800 f au propriétaire du jeu.
- Lorsque le numéro relevé est 4 le joueur ne paye rien et ne reçoit rien.
- Lorsque le numéro relevé est 5 ou 6 le joueur reçoit 2700 du propriétaire du jeu.

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le gain du joueur à l'issue d'un lancer.

- 1) Déterminer les valeurs prises par X et leur probabilités respectives.
- 2) Donner la loi de probabilité de X.

Exercice de maison

2c et 2d page 133.

Réponse attendue

1- L'univers de cette expérience aléatoire est :

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Les valeurs prises par X sont :

$$X = -1800; 0; 2700.$$

$$X = -1800 = \{1; 2; 3\}$$

$$P(X = -1800) = P(1) + P(2) + P(3)$$

$$= 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$X = 0 = \{4\}$$

$$P(X = 0) = P(4) = \frac{1}{6}$$

$$X = 2700 = \{5; 6\}$$

$$P(X = 2700) = P(5) + P(6)$$

$$= 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

2- La loi de probabilité de X est :

x_i	-1800	0	2700
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Thème 1: Modélisation d'un phénomène aléatoire

Leçon 1 : Probabilité

Séance : 4/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Dénombrement

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- l'espérance mathématique, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire
Calculer	- l'espérance mathématique, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire

Plan du cours

Séance 3 : VARIABLE ALEATOIRE

3- Esperance mathématique d'une variable aléatoire

4- Variance et écart-type d'une variable aléatoire

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite														
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p><u>Exercice d'application 1</u> On lance deux fois de suite un dés cubique et homogène dont les faces sont numérotées de 1 à 6, puis on relève les numéros sur les faces supérieures. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la somme des deux nombres obtenus lorsqu'elle paire.</p> <p>1) Déterminer les valeurs prises par X et leur probabilités respectives. 2) Donner la loi de probabilité de X. 3) Calcule l'espérance mathématique de E(X) de X.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> 1. Soit Ω l'univers associé à cette expérience aléatoire. On $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ Les valeurs prises par X sont : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 et 12. $P(X=2) = \frac{1}{36}$ $P(X=4) = \frac{3}{36}$ $P(X=6) = \frac{5}{36}$ $P(X=8) = \frac{5}{36}$ $P(X=10) = \frac{3}{36}$ $P(X=12) = \frac{1}{36}$ 2- La loi de probabilité est :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X=x_i</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>P(X=x_i)</td> <td>$\frac{1}{18}$</td> <td>$\frac{3}{18}$</td> <td>$\frac{5}{18}$</td> <td>$\frac{5}{18}$</td> <td>$\frac{3}{18}$</td> <td>$\frac{1}{18}$</td> </tr> </table> <p>3. $E(X) = 2 \times \frac{1}{18} + 4 \times \frac{3}{18} + 6 \times \frac{5}{18} + 8 \times \frac{5}{18} + 10 \times \frac{3}{18} + 12 \times \frac{1}{18}$ $E(X) = \frac{2}{18} + \frac{12}{18} + \frac{30}{18} + \frac{40}{18} + \frac{30}{18} + \frac{12}{18}$ $E(X) = \frac{126}{18} = 7$</p>	X= x_i	2	4	6	8	10	12	P(X= x_i)	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$	<p>3- <u>Espérance mathématique d'une variable aléatoire</u> a) Définition Soit une expérience aléatoire à n éventualités. X étant une variable aléatoire prenant les valeurs x_1, x_2, \dots, x_n avec les probabilités respectives p_1, p_2, \dots, p_n, on appelle espérance mathématique de la variable aléatoire X le nombre réel noté E(X) définie par : $E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$</p> <p>b) <u>Interprétation de l'espérance mathématique</u> En terme de Jeu, si : $E(X) > 0$, alors le jeu est avantageux pour le joueur. $E(X) = 0$, alors le jeu est équitable. $E(X) < 0$, alors le jeu est désavantageux pour le joueur.</p>
X= x_i				2	4	6	8	10	12									
P(X= x_i)	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$												
Développement 10 min	Travail de groupe	<p><u>Exercice d'application 2</u> Considérons l'expérience précédente. Calcule la variance et l'écart-type de X.</p>	<p><u>Réponse attendue</u> * $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ Calculons $E(X^2)$ $E(X^2) = 4 \times \frac{1}{18} + 16 \times \frac{3}{18} + 36 \times \frac{5}{18} + 64 \times \frac{5}{18} + 100 \times \frac{3}{18} + 144 \times \frac{1}{18}$</p>															
Application 5 min				<p>2- <u>Variance et Ecart-type.</u> a) <u>Variance</u> Soit une expérience aléatoire à n éventualités. X étant une variable aléatoire prenant les valeurs x_1, x_2, \dots, x_n avec les probabilités respectives p_1, p_2, \dots, p_n, on appelle Variance de la variable aléatoire X le</p>														

Exercice de maison

Voir fiche d'exercices.

$$E(X^2) = \frac{4}{18} + \frac{48}{18} + \frac{180}{18} + \frac{320}{18} + \frac{300}{18} + \frac{144}{18}$$

$$E(X^2) = \frac{996}{18} = \frac{166}{3}$$

$$\text{Donc } V(X) = \frac{166}{3} - 49 = \frac{166-147}{3} = \frac{19}{3}$$

$$* \sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{19}{3}} = \frac{\sqrt{57}}{3}$$

nombre réel noté $V(X)$ définie par :

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Avec

$$E(X^2) = x^2_1 p_1 + x^2_2 p_2 + \dots + x^2_n p_n$$

b) Ecart-typeOn appelle **Ecart-type** de la **variable aléatoire X** le nombre réel noté $\sigma(X)$ définie par :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

NIVEAU Tle A

Leçon 2: PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 1: FONCTIONS

Leçon 2 : PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Nombre de séance :

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Identifier	
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> -La définition d'une primitive ; -Les primitives des fonctions de référence ; -Les primitives des fonctions du type : $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \frac{a}{cx+d}$; $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$; -Les primitives des fonctions du type : $x \mapsto e^x$; $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$; -La définition de l'intégrale d'une fonction continue ; -L'interprétation graphique d'une intégrale.
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> -Les primitives d'une fonction en utilisant les primitives des fonctions de référence ; -La primitive qui prend une valeur donnée en un point donné d'une fonction ; -Les primitives des fonctions du type : <ul style="list-style-type: none"> • $au + bv, (a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; • $u' \times u^m, (m \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> -Une intégrale en utilisant les primitives des fonctions référence ; -L'aire d'une partie du plan limitée par : <ul style="list-style-type: none"> • La courbe représentative d'une fonction, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$; • Les courbes représentatives de deux fonctions et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$;
Traiter une situation	<ul style="list-style-type: none"> -Faisant intervenir les primitives et le calcul intégral.

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	- La définition d'une primitive ; - Les primitives des fonctions de référence
Déterminer	- Les primitives d'une fonction en utilisant les primitives des fonctions de référence ;

Plan du cours
Séance 1 : Primitives
1- Définition
2- Propriétés
3- Primitives des fonctions usuelles

2^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Déterminer	- La primitive qui prend une valeur donnée en un point donné d'une fonction - Les primitives des fonctions du type : <ul style="list-style-type: none"> • $au' + bv'$, $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; • $u' \times u^m$, $(m \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$

Plan du cours
Séance 2 :
4- Opérations sur les primitives
5- Propriété

3^{ème} Séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	- La définition de l'intégrale d'une fonction continue - L'interprétation graphique d'une intégrale.
Calculer	Une intégrale en utilisant les primitives des fonctions référence

Plan du cours
Séance 3 : Intégrale d'une fonction dérivable
1- Définition et notation
2- Propriétés
3- Interprétation graphique d'une intégrale

4^{ème} Séance

HABILITÉS	CONTENUS
Calculer	L'aire d'une partie du plan limitée par : <ul style="list-style-type: none"> • La courbe représentative d'une fonction, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$; • Les courbes représentatives de deux fonctions et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$;

Plan du cours
Séance 4 :

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 1: FONCTIONS

Leçon 2 : PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Séance : 1/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions, Dérivées d'une fonction

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La définition d'une primitive ;- Les primitives des fonctions de référence- Les primitives des fonctions du type : $x \mapsto \frac{1}{x}$; $x \mapsto \frac{a}{cx+d}$; $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$- Les primitives des fonctions du type : $x \mapsto e^x$; $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- Les primitives d'une fonction en utilisant les primitives des fonctions de référence ;

Plan du cours

Séance 1 : Primitives

1- Définition

2- Propriété

3- Primitives des fonctions usuelles

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 5$ 1- Détermine l'ensemble de définition de f. 2- Calcule la dérivée f' de f.</p>	<p>Réponse attendue 1- $D_f = \mathbb{R}$, car f est un polynôme. 2- Pour tout $x \in D_f$, on a : $f'(x) = 12x^2 - 4x + 1$</p>	<p>I- PRIMITIVES 1- Définition Soit f une fonction définie sur un intervalle K. On appelle primitive de f sur K, toute fonction F dérivable sur K telle que : f est la dérivée de F c'est-à-dire que $\forall x \in K, F'(x) = f(x)$.</p> <p>Exemple Considérons les fonctions f, g et h de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par : $f(x) = 3x^2$; $g(x) = x^3$ et $h(x) = x^3 + 1$ On a $D_f = D_g = D_h = \mathbb{R}$ * $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = 3x^2 = f(x)$ Donc g est une primitive de f sur \mathbb{R} * $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) = 3x^2 = f(x)$ Donc h est une primitive de f sur \mathbb{R}</p>
Développement 10 min		<p>On dit que f est une primitive de f'.</p> <p>Exercice d'application Soit les fonctions f et g définies par $F(x) = \frac{2x-5}{3x-3}$ et $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ Démontrer que F est une primitive de f sur $]1; +\infty[$.</p>	<p>Réponse attendue On a $D_f = D_F = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Pour tout $x \in]1; +\infty[$; $F'(x) = \frac{2(-3) - 3(-5)}{(3x-3)^2}$$F'(x) = \frac{-6 + 15}{(3x-3)^2}$$F'(x) = \frac{9}{9(x-1)^2}$$F'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} = f(x)$ D'où F est une primitive de f sur $]1; +\infty[$</p>	
Application 5 min	Travail de groupe			<p>2- Propriétés Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et K un intervalle de son ensemble de définition. - Si f est dérivable sur K, alors f admet une primitive sur K. - Si F est une primitive de la fonction f sur K alors pour tout nombre réel c, la fonction $x \mapsto F(x) + c$ est une primitive de f sur K.</p>

Exercice d'application

On considère une fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} .

Trouve, dans chaque cas, une primitive F de f sur l'intervalle K .

a) $f(x) = 5$ et $K = \mathbb{R}$

b) $f(x) = x$ et $K = \mathbb{R}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ et $K =]0 ; +\infty[$

d) $f(x) = x^2$ et $K = \mathbb{R}$

Exercice de maison

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives sur \mathbb{R} de la fonction f .

a) $f(x) = x^3 + x^2 + 3$

b) $f(x) = \frac{5}{x^2}$

c) $f(x) = \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$

d) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^5}$

Réponse attendue

a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$F(x) = 5x + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

c) Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$,

$$F(x) = \frac{-1}{2x^2} + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

d) Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c \quad (c \in \mathbb{R})$$

3- Primitive des fonctions élémentaires

Fonction f	Une primitive de f	Sur l'intervalle
$x \mapsto a$ ($a \in \mathbb{R}$)	$x \mapsto ax$	\mathbb{R}
$x \mapsto x^r$ ($r \in \mathbb{Q}$)	$x \mapsto \frac{1}{r+1}x^{r+1}$	\mathbb{R}
$x \mapsto \frac{1}{x^r}$ ($r \in \mathbb{Q} * \setminus \{1\}$)	$x \mapsto \frac{-1}{(r-1)x^{r-1}}$	$] -\infty ; 0[$ ou $] 0 ; +\infty[$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$	$x \mapsto 2\sqrt{x}$	$] 0 ; +\infty[$

NB :

Dans la recherche des primitives de f sur K , la constante c est maintenue.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 1: FONCTIONS

Leçon 2 : PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Séance : 2/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions, Dérivées d'une fonction

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- La primitive qui prend une valeur donnée en un point donné d'une fonction- Les primitives des fonctions du type :<ul style="list-style-type: none">• $au' + bv'$, $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$;• $u' \times u^m$, $(m \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$

Plan du cours

Séance 2 :

4- Opérations sur les primitives

5- Propriété

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite												
<p>Présentation</p> <p style="text-align: center;">10 min</p> <p>Développement</p> <p style="text-align: center;">10 min</p> <p>Application</p> <p style="text-align: center;">5 min</p>	<p style="text-align: center;">Travail Individuel</p> <p style="text-align: center;">Travail de groupe</p>	<p><u>Exercice d'application</u> On donne la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R}. Trouve une primitive de f sur K dans chacun des cas suivants :</p> <p>1- $K = \mathbb{R}$ $f: x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$</p> <p>2- $K = \mathbb{R}$ $f: x \mapsto x(x^2 + 1)^5$</p> <p>3- $K =]0; +\infty[$ $f: x \mapsto \frac{2}{(2x+1)^2}$</p> <p><u>Exercice d'application</u> On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$ a) Trouve une primitive F de la fonction f sur \mathbb{R}. b) Trouve la primitive F de la fonction f sur \mathbb{R} telle que $F(1) = 0$</p>	<p><u>Réponse attendue</u></p> <p>1- Posons $u(x) = 1 + x^2$. On a $u'(x) = 2x$. Donc $f(x) = \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ D'où $F(x) = \sqrt{1+x^2} + c ; (c \in \mathbb{R})$</p> <p>2- Posons $u(x) = x^2 + 1$ On a $u'(x) = 2x$ Donc $f(x) = \frac{1}{2}(2x)(x^2 + 1)^5 = \frac{1}{2}u'(x)(u(x))^5$ D'où $F(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5+1} (x^2 + 1)^{5+1} + c ; (c \in \mathbb{R})$ $F(x) = \frac{1}{12} (x^2 + 1)^6 + c ; (c \in \mathbb{R})$</p> <p>3- Posons $u(x) = 2x + 1$ On a $u'(x) = 2$ Donc $f(x) = \frac{2}{(2x+1)^2} = \frac{u'(x)}{(u(x))^2}$ D'où $F(x) = \frac{-1}{2x+1} + c ; (c \in \mathbb{R})$</p> <p><u>Réponse attendue</u> a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $F(x) = 3\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + 3x + c ; (c \in \mathbb{R})$ $F(x) = x^3 - x^2 + 3x + c ; (c \in \mathbb{R})$ b) On a $F(1) = 0$ donc $F(1) = 1^3 - 1^2 + 3 + c = 0$ $F(1) = 3 + c = 0$ d'où $c = -3$ Ainsi pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $F(x) = x^3 - x^2 + 3x - 3$</p>	<p>4- Opérations sur les primitives u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle K.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Fonction f</th> <th style="width: 50%;">Une primitive de f</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">$au'(x)$ ($a \in \mathbb{R}^*$)</td> <td style="text-align: center;">$au(x) + c$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$u'(x) + v'(x)$</td> <td style="text-align: center;">$u(x) + v(x) + c$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$u'(x) \times u^r(x)$ ($r \in \mathbb{Q}$)</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{u'}{u^r}$ ($r \in \mathbb{Q}^* \setminus \{1\}$) et u ne s'annule pas sur K.</td> <td style="text-align: center;">$\frac{-1}{(r-1)u^{r-1}} + c$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{u'}{\sqrt{u}}$ u est strictement positif sur K.</td> <td style="text-align: center;">$2\sqrt{u}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>5- Propriété Soit f une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et K un intervalle de son ensemble de définition. Si f admet une primitive sur K alors il existe une unique primitive F de f qui prend en un nombre réel x_0 de K la valeur $y_0 = F(x_0) ; (y_0 \in \mathbb{R})$</p>	Fonction f	Une primitive de f	$au'(x)$ ($a \in \mathbb{R}^*$)	$au(x) + c$	$u'(x) + v'(x)$	$u(x) + v(x) + c$	$u'(x) \times u^r(x)$ ($r \in \mathbb{Q}$)	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$	$\frac{u'}{u^r}$ ($r \in \mathbb{Q}^* \setminus \{1\}$) et u ne s'annule pas sur K.	$\frac{-1}{(r-1)u^{r-1}} + c$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$ u est strictement positif sur K.	$2\sqrt{u}$
Fonction f	Une primitive de f															
$au'(x)$ ($a \in \mathbb{R}^*$)	$au(x) + c$															
$u'(x) + v'(x)$	$u(x) + v(x) + c$															
$u'(x) \times u^r(x)$ ($r \in \mathbb{Q}$)	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$															
$\frac{u'}{u^r}$ ($r \in \mathbb{Q}^* \setminus \{1\}$) et u ne s'annule pas sur K.	$\frac{-1}{(r-1)u^{r-1}} + c$															
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$ u est strictement positif sur K.	$2\sqrt{u}$															

Exercice de maison

1- Dans chacun des cas suivants, détermine les primitives sur K de la fonction f .

a- $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ K= $]0 ; +\infty[$

b- $f(x) = x^2(3x^3 - 1)^4$ K= \mathbb{R}

c- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

2- Dans chacun des cas suivants, détermine pour la fonction définie ci-dessous, la primitive sur l'intervalle K qui prend la valeur y_0 en x_0 .

a) $f(x) = (x - 1)^4$ $x_0 = 2$;
 $y_0 = 0$ et K= $]0 ; +\infty[$.

b) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^3}$ $x_0 = 0$;
 $y_0 = 0$ et K= $] -\infty ; 1[$.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 1: FONCTIONS

Leçon 2 : PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Séance : 3/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions, Dérivées d'une fonction

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La définition de l'intégrale d'une fonction continue - L'interprétation graphique d'une intégrale.
Calculer	Une intégrale en utilisant les primitives des fonctions référence

Plan du cours

Séance 3 : Intégrale d'une fonction dérivable

1- Définition et notation

2- Propriétés

3- Interprétation graphique d'une intégrale

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Exercice d'application Calcule les intégrales suivantes :</p> <p>a) $\int_0^3 (-x^2 + 4x + 1)dx$</p> <p>b) $\int_{-1}^2 \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} du$</p>	<p>Réponse attendue</p> <p>a) $\int_0^3 (-x^2 + 4x + 1)dx =$ $\left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + x\right]_0^3 =$ $(-\frac{1}{3}3^3 + 2(3)^2 + 3 + \frac{1}{3}0^3 - 2(0)^2 - 0 =$ $9 + 18 + 3 = 30$</p> <p>b) $\int_{-1}^2 \frac{u}{\sqrt{1+u^2}} du =$ $\left[\sqrt{1+u^2}\right]_{-1}^2 =$ $(\sqrt{1+2^2} - \sqrt{1+(-1)^2}) =$ $\sqrt{5} - \sqrt{2}$</p>	<p>II- Intégrale d'une fonction dérivable 1- Définition et Notation Définition Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, F une primitive de f sur K, a et b des éléments de K. On appelle intégrale de a à b de f le nombre réel $F(b) - F(a)$. Il est indépendant du choix de la primitive F de f. Notation On la note :</p> $\int_a^b f(x)dx$ <p>Et on lit : Intégrale de a à b de f ou somme de a à b de $f(x)dx$. Remarque * $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f sur K. * Les nombres a et b sont appelés les bornes de l'intégrale. * On peut remplacer x par n'importe quelle variable, sauf par a et b : $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy = \int_a^b f(u)du...$ La variable x est appelée variable muette. Exemples $\int_0^2 tdt = \left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^2 = \frac{1}{2}(2^2 - 0^2) = 2$ $\int_1^2 3x^2dx = [x^3]_1^2 = (2^3 - 1^3) = 7$</p>
Développement 10 min				
Application 5 min				

Exercice de maison

Calcule chacune des intégrales suivantes :

$$1) \int_2^3 \left(x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$2) \int_0^1 (2x - 5)(x^2 + 5x + 1) dx$$

$$3) \int_{-3}^0 \frac{x+3}{(x^2+6x-1)^3} dx$$

$$4) \int_0^1 \left(2x - 1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$$

2- Propriétés

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K et a et b deux éléments de K .

$$* \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$* \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

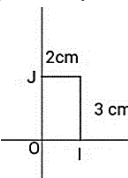
* La fonction F définie par $F(x) = \int_a^x f(x) dx$ est la primitive de f sur K qui s'annule en a .

3- Interprétation graphique d'une intégrale

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O ; I ; J)$.

Propriétés

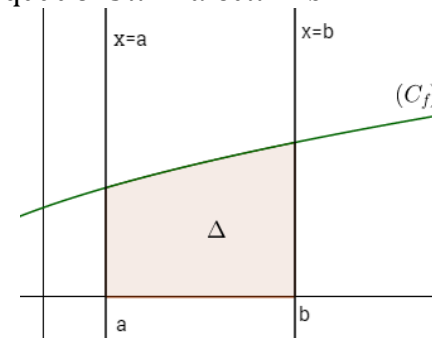
* On appelle unité d'aire noté ua , l'aire du rectangle construit sur OIJ .



* Lorsque l'unité graphique sur chaque axe du repère est exprimée en cm, en m, ..., l'unité graphique d'aire s'exprime en cm^2 , en m^2 ...

* f est une fonction dérivable et positive sur un intervalle $[a ; b]$ tel que $a < b$, et (C_f) la représentation graphique de f .

$\int_a^b f(x) dx$ est l'aire de la partie du plan délimitée par : (C_f) , (OI) , les droites d'équations $x = a$ et $x = b$



$$M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

$$\text{Aire de } \Delta = \int_a^b f(x) dx \times ua$$

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 1: FONCTIONS

Leçon 2 : PRIMITIVES ET CALCUL INTEGRAL

Séance : 4/4

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions, Dérivées d'une fonction

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Calculer	L'aire d'une partie du plan limitée par : <ul style="list-style-type: none">• La courbe représentative d'une fonction, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$;• Les courbes représentatives de deux fonctions et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$;

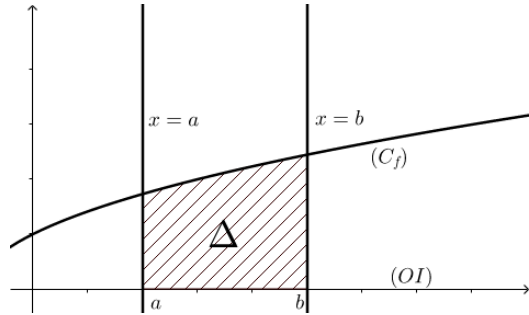
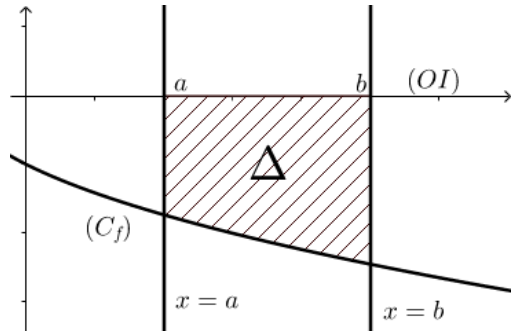
Plan du cours

Séance 4 : Calcul d'aire

1- Domaine compris entre une courbe et l'axe des abscisses

2- Domaine compris entre deux courbes

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Exercice d'application</p> <p>Le plan est muni du repère orthonormé $(O ; I ; J)$. L'unité graphique est égale à 2 cm. On considère la droite (D) d'équation $y = -x - 1$, la courbe (C) d'équation $y = x^2 + x - 4$.</p> <p>1- Détermine les points d'intersection de (D) et (C).</p> <p>2- Calcule en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (D), (C) et les droites d'équations $x = -3$ et $x = 1$.</p>		<p>III- Calcul d'aires</p> <p>1- Domaine compris entre une courbe et l'axe des abscisses.</p> <p>Soit f la fonction de courbe représentative (C_f) et A l'aire du domaine du plan délimité par (C_f), la droite (OI) et les droites d'équations respectives : $x = a$ et $x = b$.</p> <p>a) Cas où (C_f) est au dessus de (OI) sur $[a ; b]$ (f est positive)</p>  <p style="text-align: center;">$M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$</p> <p style="text-align: center;">Aire de $\Delta = \int_a^b f(x) dx \times ua$</p> <p>b) Cas où (C_f) est en dessous de (OI) sur $[a ; b]$ (f est négative)</p> 
Développement 10 min				Travail de groupe
Application 5 min				

Exercice de maison

$$M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq 0 \end{cases}$$

Aire de $\Delta = \int_a^b -f(x)dx \times ua$

2-Domaine compris entre deux courbes

Soit f et g deux fonctions de courbe représentative respectives (Cf) et (Cg) et A l'aire du domaine du plan délimitée par (Cf), (Cg) et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$.

* Lorsque (Cf) est au dessus de (Cg) sur $[a ; b]$ ($f(x) \geq g(x)$)

Aire de $\Delta = \int_a^b (f(x) - g(x))dx \times ua$

* Lorsque (Cf) est en dessous de (Cg) sur $[a ; b]$ ($f(x) \leq g(x)$)

Aire de $\Delta = \int_a^b (g(x) - f(x))dx \times ua$

NIVEAU Tle A
Leçon 3: FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 3 : FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Nombre de séance : 6

Situation d'apprentissage

Le médico-scolaire de ta commune organise une campagne de dépistage de la fièvre typhoïde dans ton établissement. Après avoir examiné n élèves pris au hasard, le médecin chef affirme que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde dans cet établissement est de $1 - (0,325)^n$.

Afin de sensibiliser davantage les élèves contre cette maladie, le chef de l'établissement veut connaître le nombre minimum d'élèves tel que la probabilité d'avoir au moins un élève non atteint de la fièvre typhoïde soit supérieur à 0,98. Il sollicite ta classe. Après plusieurs essais infructueux avec la calculatrice, vous posez le problème à votre professeur de Mathématique qui vous demande d'utiliser les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien.

Curieux, chaque élève de la classe décide de s'informer sur la fonction logarithme népérien.

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> - la définition de la fonction logarithme népérien - le signe de la fonction logarithme népérien sur : $] 0 ; 1 [$; $] 1 ; +\infty [$ - la dérivée de la fonction logarithme népérien - le sens de variation de la fonction logarithme népérien - la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$ - le nombre e - une valeur approchée du nombre e - les résultats $\ln e = 1$ et $\ln 1 = 0$ - les Propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien - les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
Noter	- le logarithme népérien
Reconnaitre	- la courbe de la fonction logarithme népérien
Calculer	- en utilisant les propriétés algébriques de la fonction \ln
Résoudre	<ul style="list-style-type: none"> - des équations faisant intervenir \ln. - des inéquations faisant intervenir \ln.
Déterminer	- la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$

	- des limites d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Traiter une situation	Faisant appel à la fonction logarithme népérien

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction logarithme népérien - le signe de la fonction logarithme népérien sur : $]0 ; 1[$; $]1 ; +\infty[$
Noter	le logarithme népérien

Plan du cours
Séance 1 :
I- Définition et propriété
1- Définition et notation
2- Propriétés

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les Propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction \ln

Plan du cours
Séance 2 :
II- Propriétés algébriques
1-Propriété fondamentale
2-Conséquences de la propriété fondamentale

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

	- la dérivée de la fonction logarithme népérien - le sens de variation de la fonction logarithme népérien
Reconnaître	la courbe de la fonction logarithme népérien

Plan du cours
Séance 3 :
III- Propriétés analytiques de la fonction ln
1- Calculs de limites
2- Dérivée et sens de variation

4^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
connaître	- le nombre e - une valeur approchée du nombre e - le résultat $\ln e = 1$

Plan du cours
Séance 4 :
3- Conséquences de la stricte croissance de ln
4- Définition et Propriétés

5^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir ln. - des inéquations faisant intervenir ln.

Plan du cours
Séance 5 :
IV- Résolutions d'équations et d'inéquations
1- Résolutions d'équations
2- Résolutions d'inéquations

6^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Déterminer	- la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$

	- des limites d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$

Plan du cours
Séance 6: Etude de fonction comportant ln
 Voir fiche travaux dirigés

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction logarithme népérien

Séance : 1/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction logarithme népérien - le signe de la fonction logarithme népérien sur :] 0 ; 1 [;] 1 ; +∞ [
Noter	le logarithme népérien

Plan du cours

Séance 1 :

- II- Définition et propriété**
- 3- Définition et notation**
- 4- Propriétés**

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p><u>Activité</u> En utilisant la touche ln sur ta calculatrice complète le tableau suivant : Voir introduction CIAM Tle A page 58.</p>		<p><u>I- Définition et propriétés de la fonction ln</u> 1- Définition et notation On appelle fonction logarithme népérien, la fonction numérique définie sur $]0 ; +\infty[$ et s'annulant en 1.</p> <p>On note $ln :]0 ; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \ln x$</p>
Développement 10 min		<p>De tout ce qui précède en tire les propriétés suivantes :</p>		<p>2- Propriétés</p>

Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice d'application</u> 1a et 1b page 64. <u>Exercice de maison</u> 8 page 73	- L'ensemble de définition de la fonction \ln est $]0 ; +\infty[$. - $\ln 1 = 0$ - Pour tout $x \in]0 ; 1[$; $\ln x < 0$ et pour tout $x \in]1 ; +\infty[$; $\ln x > 0$.
--------------------------	-------------------	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction logarithme népérien

Séance : 2/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les Propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction \ln

Plan du cours

Séance 2 :

II- Propriétés algébriques

1- Propriété fondamentale

2- Conséquences de la propriété fondamentale

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																										
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>ab</th> <th>$\ln a$</th> <th>$\ln b$</th> <th>$\ln(ab)$</th> <th>$\ln a + \ln b$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	a	b	ab	$\ln a$	$\ln b$	$\ln(ab)$	$\ln a + \ln b$	2	3						3	4						4	5						5	6						6	7							<p>II- Propriétés algébriques de la fonction ln</p> <p>1- Propriété fondamentale Pour tous nombres réels a et b strictement positifs, on a : $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$</p> <p>Exemple : $\ln 21 = \ln(3 \times 7) = \ln 3 + \ln 7$ Pour tout x de $]0 ; +\infty[$, $\ln 5x = \ln 5 + \ln x$</p>
a		b	ab	$\ln a$	$\ln b$	$\ln(ab)$	$\ln a + \ln b$																																							
2	3																																													
3	4																																													
4	5																																													
5	6																																													
6	7																																													
Développement 10 min		<p>Que peut-on dire de $\ln(a \times b)$ et $\ln a + \ln b$?</p>		<p>2- Conséquence de la propriété fondamentale.</p>																																										

Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice d'application</u> 1 et 2 page 73. <u>Exercice de maison</u> 3 et 4 page 73.	Pour tous nombres réels a et b strictement positifs et tout entier relatif n , on a : (1) $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$ (2) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ (3) $\ln a^n = n \ln a$ (4) $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln a$ <u>Exemple</u> $\ln \frac{1}{3} = -\ln 3$ $\ln 9 = \ln 3^2 = 2 \ln 3$
--------------------------	-------------------	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 3: Fonctions Numériques

Leçon 2 : Fonction logarithme népérien

Séance : 3/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow >0} \ln x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ - la dérivée de la fonction logarithme népérien - le sens de variation de la fonction logarithme népérien - le nombre e - une valeur approchée du nombre e - les résultats $\ln e = 1$ et $\ln 1 = 0$
Reconnaître	la courbe de la fonction logarithme népérien

Plan du cours

Séance 3 :

III- Propriétés analytiques de la fonction ln

3- Calculs de limites

4- Dérivée et sens de variation

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	Présentation Voir CIAM Tle A page 60		III- Propriétés analytiques de la fonction ln. 1- Calculs de limites a- Limites aux bornes de l'ensemble de définition. $* \lim_{x \rightarrow >0} \ln x = 0$ $* \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ b- Limites de références $* \lim_{x \rightarrow >0} x \ln x = 0$ $* \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
Développement 10 min				
Application 5 min	Travail de groupe			2- Dérivée et sens de variation La fonction ln est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et sa dérivée est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$. On note $(\ln)'(x) = \frac{1}{x}$. On a pour tout x de $]0 ; +\infty[$, $\frac{1}{x} > 0$; donc la fonction ln est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.

Exercice d'application

1c page 64

Exercice de maison

9 page 73

Le tableau de variation de la fonction ln.

x	0	1	$+\infty$		
$\frac{1}{x}$		-	1	+	
$\ln x$			0		$+\infty$

Représentation graphique de la fonction ln

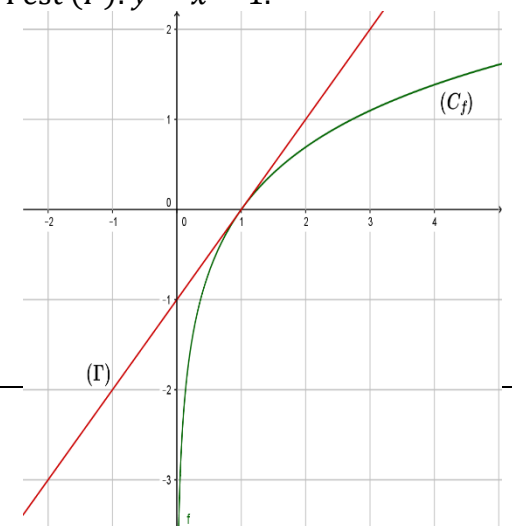
Le plan est muni du repère (O, I, J).
Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction ln.

Asymptote à (C_f).

On a $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$ donc (C_f) admet une asymptote d'équation $x = 0$, d'où la droite (OJ) est asymptote à (C_f).

Tangente à (C_f) au point I.

Une équation de la tangente à (C_f) en I est (Γ): $y = x - 1$.



--	--	--	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction logarithme népérien

Séance : 4/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - le nombre e - une valeur approchée du nombre e - le résultat $\ln e = 1$

Plan du cours

Séance 4 :

3- Conséquences de la stricte croissance de \ln

4- Définition et Propriétés

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																								
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison																										
Présentation Développement 25 min	Travail de groupe	<p>Activité Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>$\ln a$</th> <th>$\ln b$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>6</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Compare $\ln a$ et $\ln b$. Quelle remarque fais-tu ?</p>	a	b	$\ln a$	$\ln b$	2	3			3	4			4	5			5	6			6	7				<p>3- Conséquences de la stricte croissance de \ln Pour tous nombres réels a et b strictement positifs, on a :</p> <ul style="list-style-type: none"> * $\ln a = \ln b$ équivaut à $a = b$ * $\ln a < \ln b$ équivaut à $a < b$ <p>4- Définition et Propriétés a- Définition On appelle bijection de A dans B toute application de l'ensemble A dans l'ensemble B telle que chaque élément de B est l'image d'un seul et unique élément de A.</p>
a	b	$\ln a$	$\ln b$																									
2	3																											
3	4																											
4	5																											
5	6																											
6	7																											

<p>Application 10 min</p>	<p>Travail Individuel</p>	<p><u>Exercice d'application</u> 5 page 73</p> <p><u>Exercice de maison</u> 6 page 73</p>	<p>b- Propriétés La fonction \ln réalise une bijection de $]0 ; +\infty[$ dans \mathbb{R}. Ainsi pour tout nombre réel m, l'équation $\ln x = m$ admet une solution unique α strictement positive. En particulier l'équation $\ln x = 1$ admet une unique solution notée e. Le nombre réel e est la base du logarithme népérien.</p> <p>Remarque * Une valeur approchée du nombre e s'obtient avec la calculatrice et donne : $e = 2,718\ 281\ 828\ 456\dots$ * Pour tout nombre rationnel r, on a $\ln e^r = r \ln e = r$</p> <p>Exemple $\ln e^3 = 3 \ln e = 3$ $\ln \frac{1}{e^4} = -\ln e^4 = -4 \ln e = -4$ $\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2} \ln e = \frac{1}{2}$</p>
-------------------------------	-------------------------------	---	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction logarithme népérien

Séance : 5/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir \ln . - des inéquations faisant intervenir \ln .

Plan du cours

Séance 5 :

IV- Résolutions d'équations et d'inéquations

3- Résolutions d'équations

4- Résolutions d'inéquations

<p>Application 10 min</p>	<p>Travail Individuel</p>	<p><u>Exercice d'application</u> 1e page 64.</p> <p><u>Exercice de maison</u> 10 à 13 page 73</p>		<p>- Utiliser la propriété : « $\ln a = \ln b$ équivaut à $a = b$ » ; - Ne retenir que les nombres appartenant à l'ensemble D.</p> <p>2- Résolutions d'inéquations Voir exercice d'application.</p>
-------------------------------	-------------------------------	---	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction logarithme népérien

Séance : 6/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Déterminer	- la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$ - des limites d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + \ln x$; $x \mapsto ax + b - \ln x$; $x \mapsto \ln(ax^2 + bx + c)$

Plan du cours

Séance 6 :

Etude de fonction comportant ln

Voir fiche de travaux dirigés

NIVEAU T1e A

Leçon 3: FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIENNE

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 3 : FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIEN

Nombre de séance : 6

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ -le résultat $e^0=1$ - les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne -Les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Noter	- la fonction exponentielle népérienne
Reconnaître	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne - des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Résoudre	<ul style="list-style-type: none"> - des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.
déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax + b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Traiter une situation	Faisant appel à la fonction exponentielle népérienne

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne
Noter	la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 1 :
I- Définition et propriété
1- Définition et notation
2- Propriétés

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 2 :
II- Propriétés algébriques
1-Propriété fondamentale
2-Conséquences de la propriété fondamentale

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - le résultat $e^0=1$
Reconnaître	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 3 :
III- Propriétés analytiques de la fonction ln
1- Calculs de limites
2- Dérivée et sens de variation
3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

4^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.

Plan du cours
Séance 4 :
IV- Résolutions d'équations et d'inéquations
1- Résolutions d'équations
2- Résolutions d'inéquations

5^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$; $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Calculer	des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$

Plan du cours
Séance 5 : Etude de fonction comportant exp
Voir fiche de Travaux dirigés

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 1/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne
Noter	la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 1 :

I- Définition et propriété

1- Définition et notation

2- Propriétés

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	Activité Voir introduction CIAM Tle A page 64.		<p>I- Définition et propriétés de la fonction exponentielle</p> <p>1- Définition et notation</p> <p>On appelle fonction exponentielle népérienne, notée exp, l'application réciproque de la fonction logarithme népérien.</p> <p>Pour tout a élément de \mathbb{R} et b élément de $]0; +\infty[$; $b = \exp(a)$ équivaut à $a = \ln b$</p> <p>Notation</p> <p>Pour tout nombre réel x, $\exp(x) = e^x$</p> <p>2- Propriétés</p> <p>- L'ensemble de définition de la fonction $\exp(x)$ est \mathbb{R}.</p> <p>-</p> $\begin{cases} b = e^a \\ a \in \mathbb{R} \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a = \ln b \\ b \in]0; +\infty[\end{cases}$ <p>- Pour tout nombre réel a, on a : $e^a > 0$</p> <p>- Pour tout nombre réel a, on a : $\ln(e^a) = a$</p> <p>- Pour tout nombre réel a, on a : $e^{\ln a} = a$</p> <p>Exemple</p> $e^{\ln 5} = 5 ; e^{-\ln 2} = e^{\ln(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}$ $\ln(e^3) = 3 \ln e = 3$
Développement 10 min		De tout ce qui précède en tire les propriétés suivantes :		
Application 5 min	Travail de groupe	Exercice de maison 14 page 73		

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 2/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 2 :

II- Propriétés algébriques

1- Propriété fondamentale

2- Conséquences de la propriété fondamentale

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																										
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>$a + b$</th> <th>e^a</th> <th>e^b</th> <th>e^{a+b}</th> <th>$e^a \times e^b$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>7</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	a	b	$a + b$	e^a	e^b	e^{a+b}	$e^a \times e^b$	2	3						3	4						4	5						5	6						6	7							<p>II- Propriétés algébriques de la fonction exponentielle</p> <p>1- Propriété fondamentale Pour tous nombres réels a et b, on a : $e^{a+b} = e^a \times e^b$</p> <p>Exemple : $e^{1+\ln 2} = e^1 \times e^{\ln 2} = 2e$</p>
a		b	$a + b$	e^a	e^b	e^{a+b}	$e^a \times e^b$																																							
2	3																																													
3	4																																													
4	5																																													
5	6																																													
6	7																																													
Développement 10 min		<p>Que peut-on dire de e^{a+b} et $e^a \times e^b$?</p> <p>Exercice d'application 2a page 68.</p>		<p>2- Conséquence de la propriété fondamentale. Pour tous nombres réels a et b et pour tout nombre rationnel r, on a :</p> <p>(1) $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$ (2) $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ (3) $e^{ra} = (e^a)^r$</p>																																										
Application 5 min	Travail de groupe	<p>Exercice de maison 15 à 17 page 73.</p>		<p>Exemple $e^{1-\ln 2} = e^1 \times e^{-\ln 2} = e \times e^{\ln(\frac{1}{2})} = \frac{e}{2}$</p>																																										

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 3/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.

Plan du cours

Séance 4 :

IV- Résolutions d'équations et d'inéquations

1- Résolutions d'équations

2- Résolutions d'inéquations

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation		<u>Exercice d'application</u> 2c et 2d page 68.		IV- Résolutions d'équations et d'inéquations
Développement 25 min	Travail de groupe	<u>Exercice de maison</u> 19, 20 et 23 page 74		1- Résolutions d'équation a) Equations du type $e^{u(x)} = a$ Exemple 1 Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : (E): $e^{x-3} = 4$ Résolution de (E) $e^{x-3} = 4$ $\ln(e^{x-3}) = \ln 4$ $x - 3 = \ln 4$ $x = 3 + \ln 4$ $S_{(E)} = \{3 + \ln 4\}$ Exemple 2 Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : (E): $e^{x+6} = -3$ Résolution de (E) $S_{(E)} = \emptyset$ car pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x > 0$
Application 10 min	Travail Individuel			b) Equations du type polynomiale Exemple 1 Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : (E): $3e^x + 5 - \frac{2}{e^x} = 0$

Résolution de (E)
 Soit V l'ensemble de validité.
 $V = \mathbb{R}$.
 Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$,
 alors en multipliant chaque membre
 de (E) par e^x , on obtient :
 (E) : $3(e^x)^2 + 5e^x - 2 = 0$
 Posons $X = e^x$
 Alors on a (E') : $3X^2 + 5X - 2 = 0$
 La résolution de (E') donne :
 $X = -2$ ou $X = \frac{1}{3}$
 Ce qui donne
 $e^x = -2$ ou $e^x = \frac{1}{3}$
 Ainsi $S_{(E)} = \{-\ln 3\}$ car $e^x = -2$
 n'a pas de solution.

1- Résolutions d'inéquation
a) Inéquations du type $e^{u(x)} > a$

Exemple 1

Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation :
 (I) : $e^{x-3} > 4$

Résolution de (E)
 $e^{x-3} > 4$
 $\ln(e^{x-3}) > \ln 4$
 $x - 3 > \ln 4$
 $x > 3 + \ln 4$
 $S_{(I)} =]3 + \ln 4 ; +\infty[$

Exemple 2

Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation :
 (I) : $e^{x+6} < -3$

Résolution de (I)
 $S_{(E)} = \emptyset$ car pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$

b) Equations du type polynomiale

Exemple 1

Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation :

$$(E): 3e^x + 5 - \frac{2}{e^x} > 0$$

Résolution de (I)

Soit V l'ensemble de validité.

$$V = \mathbb{R}.$$

Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$,
alors en multipliant chaque membre
de (I) par e^x , on obtient :

$$(I) : 3(e^x)^2 + 5e^x - 2 > 0$$

Posons $X = e^x$

$$\text{Alors on a } (I') : 3X^2 + 5X - 2 = 0$$

La résolution de (I') donne :

$$X < -2 \text{ ou } X > \frac{1}{3}$$

Ce qui donne

$$e^x < -2 \text{ ou } e^x > \frac{1}{3}$$

Ainsi $S_{(E)} =] - \ln 3 ; +\infty[$ car $e^x < -2$ n'a pas de solution.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 4/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - le résultat $e^0=1$
Reconnaître	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 3 :

III- Propriétés analytiques de la fonction exponentielle

1- Calculs de limites

2- Dérivée et sens de variation

3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

Représentation graphique de la fonction exponentielle

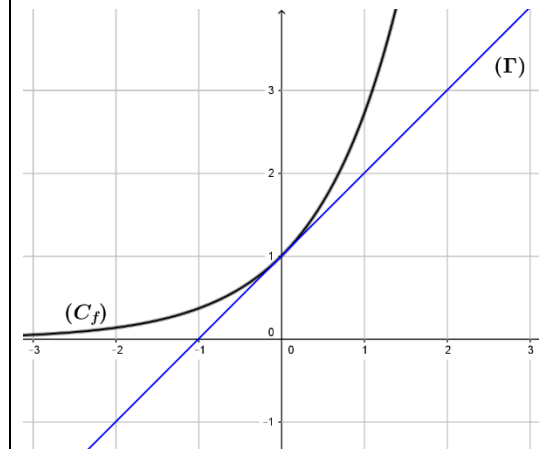
Le plan est muni du repère (O, I, J) .
Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction exponentielle.

Asymptote à (C_f) .

On a $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ donc (C_f) admet une asymptote d'équation $y = 0$, d'où la droite (OI) est asymptote à (C_f) .

Tangente à (C_f) au point I.

Une équation de la tangente à (C_f) en I est $(\Gamma): y = x + 1$.



3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

Pour tous nombres réels a et b , on a :

* $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$

* $e^a < e^b$ équivaut à $a < b$

Remarque

En particulier, pour tout nombre réel on a :

* $e^a = 1$ équivaut à $a = 0$

* $0 < e^a < 1$ équivaut à $a < 0$

* $e^a > 1$ équivaut à $a > 0$

Activité

Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.

a	b	$\ln a$	$\ln b$
2	3		
3	4		
4	5		
5	6		
6	7		

Compare $\ln a$ et $\ln b$.

Quelle remarque fais-tu ?

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 2 : Fonction logarithme népérien

Séance : 5/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$; $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Calculer	des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$

Plan du cours

Séance 5 :

Etude de fonction comportant exp

Voir fiche de Travaux dirigés

NIVEAU Tle A
Leçon : STATISTIQUES

Discipline : Mathématiques

Compétence 2

Classe : Tle A

Thème 2: Organisation et traitement de données

Leçon : STATISTIQUES

Nombre de séance :

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	- la définition du nuage de points d'une série statistique double - la définition du point moyen d'une série statistique double - une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal - une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Calculer	- les coordonnées du point moyen
Déterminer	- une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : <ul style="list-style-type: none">• à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement• à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement
Traiter une situation	Faisant appel à la statistique

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	la définition du nuage de points d'une série statistique double la définition du point moyen d'une série statistique double
Représenter	un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal
Calculer	les coordonnées du point moyen

Plan du cours
<p>Séance 1 :</p> <p>I- Série statistique à deux caractères</p> <p>1- Présentation</p> <p>2- Nuage de points</p> <p>3- Point moyen</p>

2^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : - à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement - à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement

Plan du cours
<p>Séance 2 :</p> <p>II- Ajustement linéaire</p> <p>1- Présentation</p> <p>2- Méthode de Mayer</p>

3^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées

Plan du cours
<p>Séance 2 :</p> <p>II- Ajustement linéaire</p> <p>1- Présentation</p> <p>2- Méthode des Moindres carrées</p>

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

Classe : Tle A2

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	la définition du nuage de points d'une série statistique double la définition du point moyen d'une série statistique double
Représenter	un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal
Calculer	les coordonnées du point moyen

Plan du cours

Séance 1 :

I- Série statistique à deux caractères

1-Présentation

2-Nuage de points

3-Point moyen

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																																																						
<p>Présentation</p> <p style="text-align: center;">10 min</p>	<p>Activité On a relevé le poids et la taille (en cm) de dix élèves. On a obtenu le tableau suivant :</p>	<p>Réponse attendue 1-</p>	<p>I- Séries statistiques à deux caractères 1- Présentation a- Séries statistiques doubles On a relevé le poids et la taille (en cm) de dix élèves ; on a obtenu le tableau suivant :</p>																																																																						
<p>Développement</p> <p style="text-align: center;">10 min</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>66</td></tr> <tr><td>Taille (y_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>70</td><td>70</td><td>65</td><td>66</td></tr> <tr><td>Taille (y_i)</td><td>169</td><td>168</td><td>163</td><td>163</td><td>169</td></tr> </table>	Poids (x_i)	63	63	65	66	66	Taille (y_i)	163	164	164	166	168	Poids (x_i)	63	70	70	65	66	Taille (y_i)	169	168	163	163	169	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr> <tr><td>Effectif</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td><td>169</td></tr> <tr><td>Effectif</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table>	Poids (x_i)	63	65	66	70	Effectif	3	2	3	2	Poids (x_i)	163	164	166	168	169	Effectif	3	2	1	2	2	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>66</td></tr> <tr><td>Taille (y_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td></tr> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>70</td><td>70</td><td>65</td><td>66</td></tr> <tr><td>Taille (y_i)</td><td>169</td><td>168</td><td>163</td><td>163</td><td>169</td></tr> </table>	Poids (x_i)	63	63	65	66	66	Taille (y_i)	163	164	164	166	168	Poids (x_i)	63	70	70	65	66	Taille (y_i)	169	168	163	163	169
Poids (x_i)	63	63	65	66	66																																																																				
Taille (y_i)	163	164	164	166	168																																																																				
Poids (x_i)	63	70	70	65	66																																																																				
Taille (y_i)	169	168	163	163	169																																																																				
Poids (x_i)	63	65	66	70																																																																					
Effectif	3	2	3	2																																																																					
Poids (x_i)	163	164	166	168	169																																																																				
Effectif	3	2	1	2	2																																																																				
Poids (x_i)	63	63	65	66	66																																																																				
Taille (y_i)	163	164	164	166	168																																																																				
Poids (x_i)	63	70	70	65	66																																																																				
Taille (y_i)	169	168	163	163	169																																																																				
<p>Application</p> <p style="text-align: center;">5 min</p>	<p>1- Avec ces données statistiques construis le tableau de la série poids et celui de la série taille. 2- Regroupe ces données obtenues dans un tableau à double entrée.</p>	<p>2-</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">Poids \ Taille</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr> <tr><td>163</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>164</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>166</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>168</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>169</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	Poids \ Taille	63	65	66	70	163	1	1	0	1	164	1	1	0	0	166	0	0	1	0	168	0	0	1	1	169	1	0	1	0	<p>A chaque couple ($x_i; y_i$) on associe un élève de poids x_i et de taille y_i. On définit ainsi une série statistique à deux caractères (ou série double).</p> <p>b- Séries statistiques marginales * Tableau à double entrée</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: center;">Poids \ Taille</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr> <tr><td>163</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>164</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>166</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>168</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>169</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	Poids \ Taille	63	65	66	70	163	1	1	0	1	164	1	1	0	0	166	0	0	1	0	168	0	0	1	1	169	1	0	1	0										
Poids \ Taille	63	65	66	70																																																																					
163	1	1	0	1																																																																					
164	1	1	0	0																																																																					
166	0	0	1	0																																																																					
168	0	0	1	1																																																																					
169	1	0	1	0																																																																					
Poids \ Taille	63	65	66	70																																																																					
163	1	1	0	1																																																																					
164	1	1	0	0																																																																					
166	0	0	1	0																																																																					
168	0	0	1	1																																																																					
169	1	0	1	0																																																																					
			<p>Il est possible, à partir d'un tableau à double entrée, de reconstituer les séries associées respectivement aux caractères poids et taille.</p>																																																																						

3- Dans le plan muni d'un repère orthogonal, représente les données statistiques obtenues dans la question 1.

4- En te servant de la question 1, calcule le poids moyen \bar{x}_G et la taille moyenne \bar{y}_G .

On définit ainsi le point moyen G de coordonnées $(x_G; y_G)$

Exercice de maison

3- Les apprenants exécutent

4-

On a

$$\bar{x}_G = \frac{3 \times 63 + 2 \times 65 + 3 \times 66 + 2 \times 70}{10} = \frac{657}{10} = 65,7$$

$$\bar{y}_G = \frac{3 \times 163 + 2 \times 164 + 166 + 2 \times 168 + 2 \times 169}{10} =$$

$$\frac{1657}{10} = 165,7$$

Il nous suffit de mettre en évidence d'une part les effectifs des modalités du caractère poids et d'autre part les effectifs des modalités du caractère taille. Ces effectifs apparaissent « **en marge** » du tableau à double entrée ; la série des poids et la série de la taille sont appelées **séries marginales de la série double**. On obtient ainsi le tableau des séries marginales :

Poids \ Taille	63	65	66	70	
163	1	1	0	1	3
164	1	1	0	0	2
166	0	0	1	0	1
168	0	0	1	1	2
169	1	0	1	0	2
	3	2	3	2	10

2- Nuage de point

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Représentons graphiquement les données en portant en abscisse les valeurs du caractère x et en ordonnée les valeurs du caractère y .

L'ensemble de ces points de coordonnées $(x_i; y_i)$ est appelé **nuage de points** associé à la série double

3- Point moyen d'un nuage de points

On appelle point moyen d'un nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$, le point G de coordonnées $(x_G; y_G)$ tels que x_G est la moyenne de la série de caractère x et y_G est la moyenne de la série de caractère y .

	19 et 21 page 122.		
--	--------------------	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Séance : 2/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : - à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement - à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

1-Présentation

2- Méthode de Mayer

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min		<p><u>Activité</u> En utilisant le nuage de points précédent, tracer la droite (D) passant par G et le plus près possible des points du nuage.</p>		<p>II- Ajustement linéaire 1- Présentation Le nuage de point a une forme qui se rapproche d'une droite. Faire un ajustement linéaire (ou affine) c'est déterminer une droite (D) passant le plus près possible des points du nuage.</p> <p>2- Méthode MAYER Pour déterminer la droite d'ajustement d'un nuage par la Méthode de MAYER, on peut :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Partager le nuage en deux sous-nuages disjoints E_1 et E_2 de même effectif, dans l'ordre où les points se présentent ; - Déterminer respectivement les points moyens G_1 et G_2 des sous-nuages E_1 et E_2. - Déterminer une équation de la droite (G_1G_2). <p>(G_1G_2) est la droite de Mayer ajustant le nuage des points de la série double.</p> <p><u>Exemple</u> Reprenant l'activité de la séance 1 et déterminons la droite d'ajustement par la méthode Mayer et faisons une estimation du taille d'un élève de poids 50 kg.</p>
Développement 10 min	Travail Individuel	<p>Cette droite (D) est appelée la droite d'ajustement linéaire.</p> <p><u>Activité</u> En reprenant l'activité de la séance 1. 1- Partager le nuage deux sous-nuages E_1 et E_2 de même effectif. 2- Déterminer les points moyens G_1 et G_2 des sous-nuages E_1 et E_2</p> <p>1^{ère} méthode 3- Tracer la droite (G_1G_2). 4- Que remarques-tu ?</p> <p>2^{ème} méthode 3- Détermine une équation de la droite (G_1G_2). 4- Le point G appartient-il à (G_1G_2) ?</p>		
Application 5 min	Travail de groupe	<p><u>Exercice d'application</u> 3a page 118.</p> <p><u>Exercice de maison</u> 15, 17 et 18 page 121 et 122</p>		

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Séance : 3/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

4- Méthode des moindres carrées

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p><u>Exercice d'application</u> En reprenant l'activité de la séance 1.</p> <p>1- Calcule $V(X)$, $V(Y)$ et $Cov(X,Y)$ 2- Trouver une équation de la droite de régression de Y en X et de X en Y.</p>		<p>II- Ajustement linéaire 4- Méthode des moindres carrés a- Variance et Covariance Soit \bar{x} la moyenne du caractère X et \bar{y} la moyenne du caractère Y.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variance <u>Variance de X.</u> $V(X) = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$ $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n} - \bar{x}^2$ <p><u>Variance de Y.</u> $V(Y) = \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2}{n} - \bar{y}^2$ $V(Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i)^2}{n} - \bar{y}^2$ </p> <ul style="list-style-type: none"> • Covariance On note $Cov(X; Y)$ et on lit covariance de X et Y. On a : $Cov(X; Y) = \frac{x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n}{n} - \bar{x}\bar{y}$ $Cov(X; Y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_iy_i}{n} - \bar{x}\bar{y}$
Développement 10 min				Travail de groupe
Application 5 min				

Remarque

La droite des moindres carrés passe par le point moyen G.

c- Coefficient de corrélation

On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractère (X ; Y), le nombre réel r défini par :

$$r = \frac{Cov(X; Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$$

d- Propriétés

- $r \in [-1 ; 1]$
- Si $0,87 \leq |r| \leq 1$, alors il y a une forte corrélation linéaire entre X et Y.
- Si $r = 1$ ou -1 alors les points du nuage sont parfaitement alignés.

NIVEAU Tle A
Leçon 4: SUITES NUMERIQUES

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 4: SUITES NUMERIQUES

Nombre de séance : 3

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	la définition d'une suite arithmétique la variation d'une suite arithmétique l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique la définition d'une suite géométrique Les variations d'une suite géométrique L'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison. La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique. - la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques. - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique. - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Déterminer	le sens de variation d'une suite arithmétique le sens de variation d'une suite géométrique
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n .
Traiter des situations	Faisant appel aux suites arithmétiques ou aux suites géométriques

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours
<p>Séance 1 :</p> <p>II- Suites arithmétiques</p> <p>1- Définition</p> <p>2- Propriété des suites arithmétiques</p> <p>3- Démontrer qu'une suite est arithmétique</p> <p>4- Somme des termes consécutifs</p>

2^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - la définition d'une suite géométrique - l'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique.
Démontrer	qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n

Plan du cours
<p>Séance 2 :</p>

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la variation d'une suite arithmétique - la variation d'une suite géométrique
Déterminer	le sens de variation d'une suite géométrique le sens de variation d'une suite arithmétique

Séance 3: Plan du cours
--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours

Séance 1 :

I- Généralités

1- Définition d'une suite numérique

2- Détermination d'une suite numérique

3- Représentation graphique d'une suite numérique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité 1 1/ Calculer le loyer du magasin un an après 2/ Calculer le loyer du magasin 3ans après</p>	<p>Réponse attendue 1/ $M_1 = 600000 + 2000 = 602000$ f 2/ $M_3 = 604000 + 2000 = 606000$ f</p>	<p>I- Généralités 1- Définition d'une suite numérique On appelle une suite numérique toute fonction de \mathbb{N} (ou d'une partie de \mathbb{N}) vers \mathbb{R}. $U: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ $n \mapsto U_n$ est une suite numérique notée (U_n) où $n \in \mathbb{N}$. (U_n) est appelé terme d'indice n ou terme général de la suite.</p> <p style="text-align: center;">2- Détermination d'une suite numérique</p> <p>a-Suite définie par une formule explicite Propriété Soit f une fonction définie sur \mathbb{R}_+. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) de terme général $U_n = f(n)$ est dite définie par une formule explicite. Exemple $U_n = 3n + 5$ $V_n = \frac{2n-3}{4}$</p> <p>b- Suite définie par une formule de récurrence Propriété Soit (U_n) une suite numérique. Si la suite (U_n) est définie par la donnée: - D'un terme (En général le 1er terme) - Et la relation $U_{n+1} = f(U_n)$</p>
Développement 10 min		<p>Activité 2 Combien le loyer coûtera dans 10ans ?</p> <p>Activité 3 Posons que le loyer initial est égal U_0 1/ Calculer U_1 en fonction de U_0 2/Sachant que U_1 est le montant du loyer un an après, Calculer U_2 en fonction de U_0 3/Calculer U_{10} en fonction U_0</p>	<p>Réponse attendue $M_3 = 604000 + 2000 = 606000$ f $M_{10} = 618000 + 2000 = 620000$ f</p> <p>Réponse attendue 1) $U_1 = U_0 + 2000$ 2) $U_2 = U_0 + 2(2000)$ 3) $U_{10} = U_0 + 10(2000)$</p>	
Application 5 min		Travail de groupe	<p>L'expression U_{10} est appelée terme d'une suite d'indice 10</p> <p>Consigne : Si $n = 10$ et $r = 2000$ donner l'expression de U_n en fonction de U_0, n et r Cette expression est l'expression d'une suite numérique</p> <p>Exercice d'Application On donne : $U_n = 2 + 4n$ Calculer U_5 ; U_6 ; U_7</p>	

		<p>Activité On pose $U_0 = 600000$ (montant initial) $U_1 = U_0 + 2000$ $U_2 = U_1 + 2000$ or $U_2 = U_{1+1} = U_1 + 2000$ Exprimer U_3 en fonction de U_2 et r Exprimer U_4 en fonction de U_3 et r</p> <p>Partant de là Déterminer l'expression de U_{n+1} en fonction U_n et r</p> <p>Exercice d'Application On donne: $U_0 = -2$ $U_{n+1} = U_n - 5$ Calculer U_1 ; U_2 ; U_3</p> <p>Activité Le plan est muni du repère (O, I, J). Soit (U_n) la suite définie par $U_n = 2 - 3n$. 1- Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 2 - 3x$. Construis (C_f). 2- Détermine $f(1)$; $f(2)$ et $f(3)$ 3- Place les points : $A(1 ; f(1))$; $B(2 ; f(2))$ et $C(3 ; f(3))$.</p> <p>Lorsqu'on projette orthogonalement sur l'axe des ordonnées les points A, B et C on obtient une représentation des</p>	<p>Réponse attendue $U_{2+1} = U_3 = U_2 + 2000$ $U_{3+1} = U_4 = U_3 + 2000$</p> <p>Réponse attendue $U_{n+1} = U_n + r$</p> <p>Réponse attendue $U_1 = -2 - 5 = -7$ $U_2 = -7 - 5 = -12$ $U_3 = -12 - 5 = -17$</p>	<p>Elle est dite définie par une formule de récurrence.</p> <p>3- Représentations graphiques d'une suite numérique. Une suite numérique est une fonction, donc elle peut être représentée graphiquement dans le plan muni d'un repère. Dans toute la suite (C_f) est la représentation graphique de la fonction f associée à la suite (U_n).</p> <p>a- Suites définies par une formule explicite Méthode</p> <ul style="list-style-type: none"> - Représenter (C_f), la courbe représentative de la fonction f associée à la suite (U_n). - Déterminer graphiquement les termes de la suite. <p>b- Suites définies par une formule de récurrence. Méthode</p> <ul style="list-style-type: none"> - Représenter (C_f) la courbe de la fonction associée à la suite (U_n). - Représenter la droite (Δ) d'équation $y = x$. - Marquer le premier terme donné sur l'axe (OI). - Projeter ce premier terme verticalement sur (C_f). - Projeter le point obtenu horizontalement sur (Δ) - projeter enfin le nouveau point obtenu sur (OI). On obtient ainsi le second terme de la suite.
--	--	--	---	---

		<p>trois premiers termes de la suite sur l'axe (OJ).</p> <p><u>Exercice d'application</u> Représente graphiquement les 5 premiers termes de la suite (U_n) définie par : $U_n = 2n + 1$</p> <p><u>Exercice d'application</u> On donne $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 1 \end{cases}$ Détermine graphiquement les cinq premiers termes de (U_n).</p> <p><u>Exercice de maison</u> On donne $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{2U_n} \end{cases}$ Détermine graphiquement les trois premiers termes de (U_n)</p>		<ul style="list-style-type: none"> - Refaire ce même processus avec le second terme pour obtenir le troisième terme. - Et ainsi de suite....
--	--	---	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours

Séance 1 :

II- Suites arithmétiques

1- Définition

2- Propriété des suites arithmétiques

3- Démontrer qu'une suite est arithmétique

4- Somme des termes consécutifs

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Pour sa sortir détente, une entreprise de la place loue un autobus aux conditions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Le prix de location du véhicule est de 20000f. - A chaque heure supplémentaire, elle paie une somme forfaitaire de 5000 f. <p>On désigne par L_n le coût de location de l'autobus</p> <p>1/ Calculer la somme à payer après 1h. 2/ Calculer la somme à payer après 2h. 3/ Exprime L_{n+1} en fonction de L_n</p> <p>Posons que le prix initial est égal L_0</p>		<p>II- Suites arithmétiques 1- Définition Soit (u_n) une suite numérique. * (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que pour tout entier naturel n $u_{n+1} = u_n + r$ * Le nombre réel r est appelée raison de la suite (u_n).</p> <p>2- Propriétés des suites arithmétiques Propriété 1 Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On a : pour tout nombre entier naturel n, $u_n = u_0 + nr$.</p> <p>Propriété 2 Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. On a : pour tous nombres entiers naturels n et k, $u_n = u_k + (n - k)r$.</p> <p>3- Démontrer qu'une suite est arithmétique. Méthode Pour démontrer qu'une suite (u_n) est arithmétique, on peut utiliser l'un des procédés suivants. * Etablir que la différence de deux termes consécutifs est un nombre réel indépendant de n : $u_{n+1} - u_n = r$</p>
Développement 10 min				
Application 5 min	Travail de groupe	<p>On dit que (L_n) est une suite arithmétique.</p> <p>Activité 1/ Calculer L_1 en fonction de L_0 2/Sachant que L_1 est le montant de location une heure après, Calculer L_2 en fonction de L_0 3/Calculer L_{10} en fonction L_0.</p>		

		<p><u>Exercice d'application</u> 1a et 1b page 95.</p> <p><u>Exercice de maison</u></p>	<p>* Ecrire u_n sous la forme $u_n = an + b$, où a et b sont deux nombres réels indépendants de n.</p> <p><u>4- Somme des termes consécutifs</u></p> <p><u>Propriété</u> La somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique est égale au produit par n de la demi-somme des termes externes.</p> <p><u>Formule</u> $S = n \times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$</p>
--	--	---	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 2/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite géométrique - l'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	- la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique.
Démontrer	qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n

Plan du cours

Séance 2 :

III- Suites géométriques

1- Définition

2- Propriétés des suites géométriques

3- Démontrer qu'une suite est géométrique

4- Somme des termes consécutifs

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<p>Activité Monsieur Ouédraogo désire acheter un vélo qui coûtait 25000f en 2010. Le taux annuel d'inflation, à partir de 2010 est de 5%.</p>		<p>III- Suites géométriques 1- Définition Soit (u_n) une suite numérique. * u_n est une suite géométrique s'il existe un nombre réel q tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = qu_n$. * Le nombre réel q est appelé raison de la suite (u_n).</p>
Développement 10 min		<p>1/ Calcule le prix du vélo en en 2011 et 2012. 2/ On désigne par P_n le prix du velo au bout de n années. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.</p> <p>On dit que (P_n) est une suite géométrique.</p>		
Application 5 min	Travail de groupe	<p>Activité Sachant que P_0 est le prix initial du vélo. 1/ Calculer P_1 en fonction de P_0 2/Sachant que P_1 est le montant de location une heure après, Calculer P_2 en fonction de P_0 3/Calculer P_{10} en fonction P_0.</p>		<p>2- Propriétés des suites géométriques Propriété 1 Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On a : pour tout nombre entier naturel n, $u_n = u_0q^n$</p> <p>Propriété 2 Soit (u_n) une suite géométrique de raison q. On a : pour tous nombres entiers naturels n et k, $u_n = u_kq^{n-k}$</p> <p>3- Démontrer qu'une suite est géométrique. Méthode Pour démontrer qu'une suite (u_n) est géométrique, on peut utiliser l'un des procédés suivants. * Etablir que le quotient de deux termes consécutifs est un nombre réel indépendant de n : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$</p>

		<p><u>Exercice d'application</u> 1c et 1d page 95</p> <p><u>Exercice de maison</u></p>	<p>* Ecrire (u_n) sous la forme $u_n = ba^n$, où a et b sont deux nombres réels indépendants de n.</p> <p>4- <u>Somme de termes consécutifs</u> Soit S la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme a et de raison q.</p> <p>* Si $q \neq 1$, alors $S = a \times \frac{1-q^n}{1-q}$</p> <p>* Si $q = 1$, $S = n \times a$</p>
--	--	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 3/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la variation d'une suite arithmétique - la variation d'une suite géométrique
Déterminer	le sens de variation d'une suite géométrique le sens de variation d'une suite arithmétique

Plan du cours

Séance 3 :

IV- Variation d'une suite numérique

- 1- Sens de variation d'une suite numérique
- 2- Déterminer le sens de variation d'une suite numérique
- 3- Sens de variation d'une suite arithmétique
- 4- Sens de variation d'une suite géométrique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation				<p>IV- <u>Variation d'une suite numérique</u> 1- <u>Sens de variation d'une suite numérique</u> a) <u>Propriété :</u> Soit (u_n) une suite numérique. * Si pour tout nombre entier n, $u_n \leq u_{n+1}$ (respectivement $u_n < u_{n+1}$) alors la suite (u_n) est croissante (respectivement strictement croissante). * Si pour tout nombre entier n, $u_n \geq u_{n+1}$ (respectivement $u_n > u_{n+1}$) alors la suite (u_n) est décroissante (respectivement strictement décroissante).</p> <p>b) <u>Vocabulaire</u> * Une suite est croissante (respectivement décroissante) à partir d'un certain rang s'il existe un entier naturel n_0 tel que : pour tout entier $n \geq n_0$, $u_n \leq u_{n+1}$ (respectivement $u_n \geq u_{n+1}$). * Une suite est monotone lorsqu'elle est soit croissante, soit décroissante * Une suite (u_n) est constante lorsqu'il existe un nombre réel c indépendant de n, tel que : pour tout entier naturel n, $u_n = c$. * Une suite est stationnaire si elle est constante à partir d'un certain rang.</p>
Développement 25 min	Travail de groupe			
Application 10 min	Travail Individuel			

2- Déterminer le sens de variation d'une suite numérique

Méthode

Pour étudier le sens de variation d'une suite définie par une formule explicite, on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Méthodes algébriques

Etudier le signe de $(u_{n+1} - u_n)$.

* Si $u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite (u_n) est croissante.

* Si $u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante.

Méthode fonctionnelle

Lorsque $u_n = f(n)$, étudier le sens de variation de la fonction f :

* Si f est croissante sur $[n_0 ; +\infty[$, alors la suite (u_n) est croissante à partir du rang n_0 .

* Si f est décroissante sur $[n_0 ; +\infty[$, alors la suite (u_n) est décroissante à partir du rang n_0 .

3- Sens de variation d'une suite arithmétique

Propriété

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r non nulle.

* Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est croissante.

* Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est décroissante.

4- Sens de variation d'une suite géométrique

Propriété

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q différente de 1.

* Si $q > 1$, alors la suite (u_n) est croissante.

* Si $q < 1$, alors la suite (u_n) est décroissante.

I- LIMITES

1 – Approche intuitive de la notion de limite

a. Limite d'une fonction en l'infini

▪ **Limite infinie**

Soit $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ avec $D_f = \dots\dots\dots$

On veut savoir le comportement de la fonction f lorsque « x prend des valeurs de plus en plus grandes ». Pour cela complétons le tableau suivant, à l'aide de la calculatrice :

x	1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000	10^7	10^9
f(x)									

On remarque que :

.....

On dit que :

.....

On note :

On lit :

▪ **Limite finie**

Soit $g(x) = \frac{3x-5}{x+4}$ avec $D_g = \dots\dots\dots$

On veut savoir le comportement de la fonction g lorsque « x prend des valeurs de plus en plus grandes ». Pour cela complétons le tableau suivant, à l'aide de la calculatrice :

x	1	10	100	1000	10.000	100.000	1.000.000	10^8	10^9
f(x)									

On remarque que :

.....

On note :

On lit :

Remarque

Lorsqu'une fonction admet une limite en l'infini, cette limite est unique.

b. Limite d'une fonction en x_0

▪ Limite infinie

Soit $h(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ avec $D_h = \dots\dots\dots$

Étudions le comportement de la fonction h lorsque « x prend des valeurs de plus en plus proches de 1 ». Pour cela complétons le tableau suivant, à l'aide de la calculatrice :

x	0,9	0,99	0,999	0,9999	1	1,0001	1,001	1,01	1,1
f(x)									

On remarque que :

.....

On note :

▪ Limite finie

Soit $k(x) = \frac{\sin x}{x}$ avec $D_k = \dots\dots\dots$

Étudions le comportement de la fonction k lorsque « x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 ». Pour cela complétons le tableau suivant, à l'aide de la calculatrice :

x	-1	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1	1
f(x)									

On remarque que :

.....

On note :

Remarque

Lorsqu'une fonction admet une limite en x_0 , cette limite est unique.

Propriété

Soit f une fonction définie en x_0 .

Si f admet une limite en x_0 , alors $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

2 – Limites de référence

a. Limite de fonctions élémentaires

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k; \quad \lim_{x \rightarrow a} x = a; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x = \pm\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^n = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = +\infty \text{ (si } n \text{ est pair);} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = -\infty \text{ (si } n \text{ est impair)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$$

b. Fonctions polynômes

La limite en l'infini d'un polynôme est égale à la limite en l'infini de son monôme de plus haut degré.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

Exercice 1 :

Soit : **f(x) = 7x³ + 4x² - 5x + 1** une fonction polynôme. Déterminer la limite de f en -∞.

.....

c. Fonctions rationnelles

La limite en l'infini d'une fonction rationnelle est égale à la limite en l'infini du quotient des monômes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_p x^p + a_{p-1} x^{p-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_q x^q + b_{q-1} x^{q-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_p x^p}{b_q x^q}$$

Exercice 2 :

Soit $g(x) = \frac{4x^3 - 3x^2 + 2x + 7}{5x^7 + 4x^5 - 7x^2 + 4}$ une fonction rationnelle. Déterminer la limite de g(x) en +∞.

.....

3- Opération sur les limites

a. Limite d'une somme

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	l	l	l	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)$

b. Limite d'un produit

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	l	l ($l > 0$)	l ($l > 0$)	l ($l < 0$)	l ($l < 0$)	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	l'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0
$\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x)$

c. Limite de l'inverse

$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	l'	0 avec $g(x) \geq 0$	0 avec $g(x) \leq 0$	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{g(x)}$

d. Limite du quotient de 2 fonctions

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	l	l	$-\infty$	$-\infty$	∞	0	0	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	l' ($l' \neq 0$)	$\pm\infty$	l' ($l' > 0$)	l' ($l' < 0$)	0	∞	0	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

Exercice 3 :

On donne les fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3 + \frac{1}{x^2 + 5}; \quad g(x) = (2x^4 + 5x^2 - 7)(-x^5 + 3x + 4); \quad h(x) = \frac{1}{1-x}$$

Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$;

4 – Limite d'une composée de fonctions

a. Cas général

Propriété :

Soient f et g des fonctions, a, l et l' des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$
 Si $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ et $\lim_{x \rightarrow l} f(x) = l'$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f \circ g(x) = l'$

Exercice 4 : Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} (-3x + 2)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Limite de la valeur absolue

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	l	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} f(x) $

c. Limite de la racine carrée

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$l \ (l \geq 0)$	$+\infty$
$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)}$

5 – Formes indéterminées

Ce sont les cas où l'on ne peut conclure.

On distingue 4 types de formes indéterminées : $+\infty + (-\infty)$; $0 \times (\pm\infty)$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

6 – Propriétés de comparaison

Propriété 1 : Majoration, minoration

Soit f une fonction.

- S'il existe une fonction g telle que $f \geq g$ sur un intervalle $]A; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$
alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- S'il existe une fonction g telle que $f \leq g$ sur un intervalle $]A; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

Propriété 2 : Encadrement : Théorème des gendarmes

Soit f une fonction.

S'il existe deux fonctions g et h telles que $g \leq f \leq h$ sur un intervalle $]A; +\infty[$
et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \ell$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

Exercice 5 : Encadrer $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$ par 2 fonctions polynômes et en déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 3 : Comparaison de limites

Soit f et g deux fonctions telles que $f \leq g$ sur un intervalle $]A; +\infty[$.

Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \ell'$ alors $\ell \leq \ell'$.

8 – Asymptotes

limite	interprétation
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	(D): d'équation $x = a$ est asymptote verticale à (C_f) .
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$	(D'): d'équation $y = b$ est asymptote horizontale à (C_f) en l'infini.
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$	(D''): d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à (C_f) en l'infini.

Exercice 16 : Soit $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x - 2}$. Calculer $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ et interpréter le résultat obtenu.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 17 : Soit $g(x) = \frac{6x + 1}{2x - 5}$. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et interpréter le résultat obtenu.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 18 : Soit $h(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$.

Montrer que la droite (D) d'équation : $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C_h) en $+\infty$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Propriétés

Propriété 1

Les fonctions suivantes sont continues en tout élément **a** de leur ensemble de définition.

$$x \mapsto |x| \quad ; \quad x \mapsto x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad ; \quad x \mapsto \cos x$$

$$x \mapsto \sqrt{x} \quad ; \quad x \mapsto \frac{1}{x^n} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad ; \quad x \mapsto \sin x$$

Propriété 2

Soient f et g deux fonctions continues en a.

✓ f + g, f × g, kf (k ∈ P), | f | sont continues en a.

✓ Si g (a) ≠ 0, alors $\frac{f}{g}$ est continue en a.

✓ Si f (a) ≥ 0 alors \sqrt{f} est continue en a.

c. Continuité à gauche, continuité à droite

Définition

Soit **a** ∈ P et f une fonction définie en a.

• f est continue à gauche en a $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

• f est continue à droite en a $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

Propriété

f est continue en a si et seulement si f est continue à gauche en a , à droite en a

et $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

Exercice 20 : $\begin{cases} \forall x \in] - \infty ; 2[, f(x) = 2x^2 - 4x + 4 \\ \forall x \in [2 ; + \infty [, f(x) = \frac{2x+3}{x-1} \end{cases}$ Etudier la continuité de f en 2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 – Prolongement par continuité en a

Exercice 21 : Soit f la fonction définie de \mathbb{P} vers \mathbb{P} par : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

1. Déterminer D_f
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Définition- Propriété

Soit f une fonction **NON définie en a** .

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ **existe et est finie**, on dit que f admet un prolongement par continuité en **a** .

Le prolongement de f par continuité en **a** est la fonction g définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} g(x) = f(x) \quad , \forall x \in D_f \\ g(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \end{array} \right.$$

La fonction g est continue en **a** .

Exercice 22 : $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

f admet – elle un prolongement par continuité en 0 ? Si oui, trouver ce prolongement.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 23 : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

f admet – elle un prolongement par continuité en 1 ? Si oui, trouver ce prolongement.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 24 : $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$.

f admet – elle un prolongement par continuité en 1 ? Si oui, trouver ce prolongement.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 – Interprétation graphique

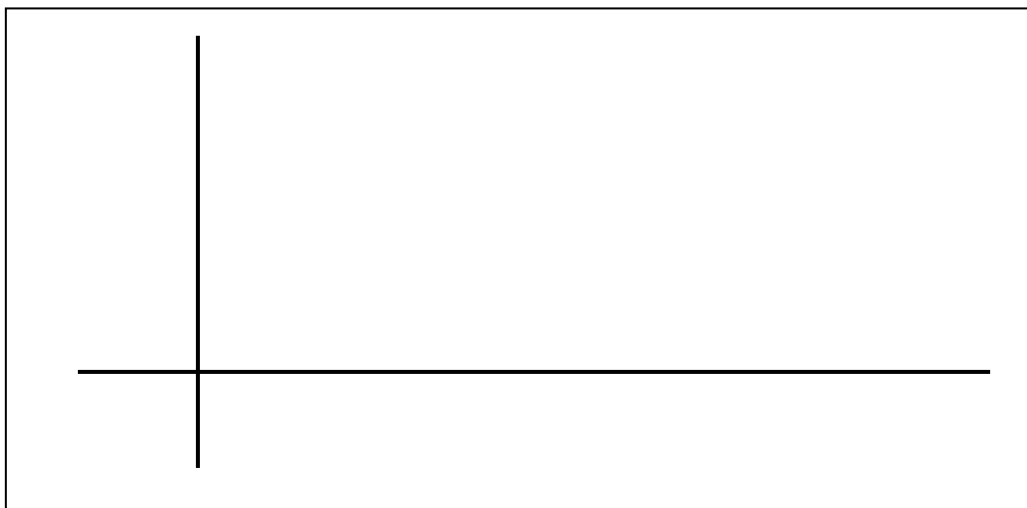
Soit f une fonction, (C) sa courbe représentative et A un point d'abscisse a .

a) Tangente

Si f est dérivable en a , alors (C) admet une tangente (T) au point A d'abscisse a .

Son coefficient directeur est $f'(a)$.

Illustration graphique

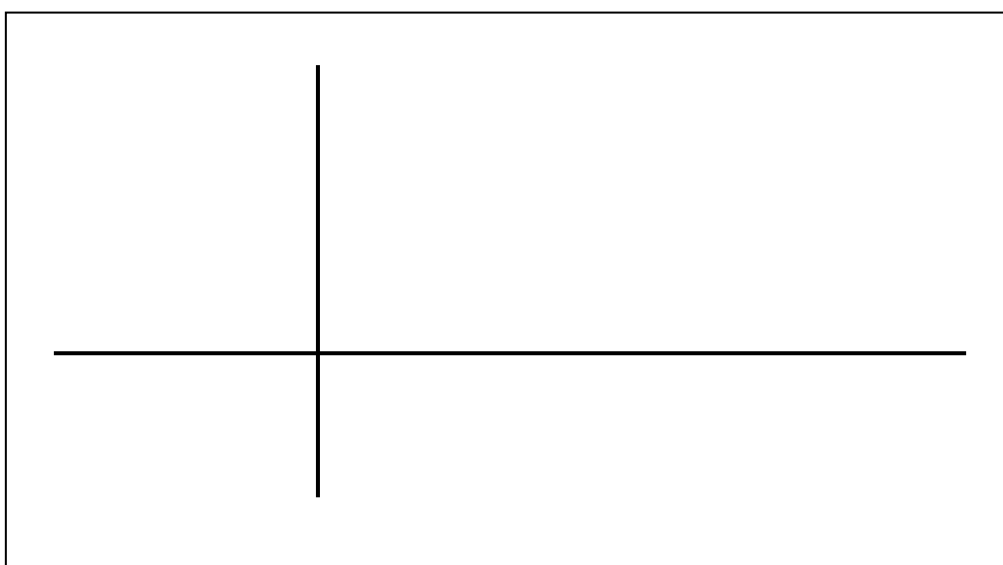


b) Tangente verticale

Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = +\infty$ ou $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$

Alors (C) admet une tangente verticale au point A d'abscisse a .

Illustration graphique



Exercice 2: Soit $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ et interpréter graphiquement le résultat.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3: Soit $f(x) = \sqrt{x}$.

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ et interpréter graphiquement le résultat.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 – Dérivée des fonctions élémentaires

Fonction f	Fonction f'	Ensemble de dérivabilité
$x \mapsto k$	$x \mapsto 0$	P
$x \mapsto ax$	$x \mapsto a$	P
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto \frac{-1}{x^2}$	$] -\infty, 0 [$ ou $] 0, +\infty [$
$x \mapsto x^r$	$x \mapsto r x^{r-1}$	P
$x \mapsto \frac{1}{x^r}$	$x \mapsto \frac{-r}{x^{r+1}}$	$] -\infty, 0 [$ ou $] 0, +\infty [$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$] 0, +\infty [$
$x \mapsto \sin x$	$x \mapsto \cos x$	P
$x \mapsto \cos x$	$x \mapsto -\sin x$	P
$x \mapsto \tan x$	$x \mapsto 1 + \tan^2 x$ $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x}$	$] \frac{-\pi}{2} + k\pi ; \frac{\pi}{2} + k\pi [, (k \in \mathbb{Z})$
$x \mapsto \cotan x$	$x \mapsto \frac{-1}{\sin^2 x}$	$] k\pi ; \pi + k\pi [, (k \in \mathbb{Z})$

3 – Opérations et composition sur les dérivées

fonction	dérivée
$f + g$	$f' + g'$
kf	kf'
$f \times g$	$f'g + g'f$
$\frac{1}{f}$	$\frac{-f'}{f^2}$
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - g'f}{g^2}$
$f \circ g$	$g' \times (f' \circ g)$
$\cos(f)$	$-f' \times \sin(f)$
$\sin(f)$	$f' \times \cos(f)$

Exercice 5 : Soit $g(x) = x^2 + 3x + 7$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....

Exercice 6 : Soit $g(x) = \frac{3x+4}{2x-7}$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....

Exercice 7 : Soit $g(x) = \cos(7x+2)$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....
.....

Exercice 8 : Soit $g(x) = \frac{x^2+9}{4x+7}$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....
.....

Exercice 9 : Soit $g(x) = \frac{1}{\cos x}$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....
.....

Exercice 10 : Soit $g(x) = (5x^2 + 7)(2x - 1)$. Déterminer $g'(x)$.

.....
.....
.....
.....

4 – Calcul de limites en utilisant le taux de variation

Propriété

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \in \square \quad \text{ALORS } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

Exercice 14: Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 15: Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 16: Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-5}-1}{x-2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

I- REDUCTION DE L'INTERVALLE D'ETUDE

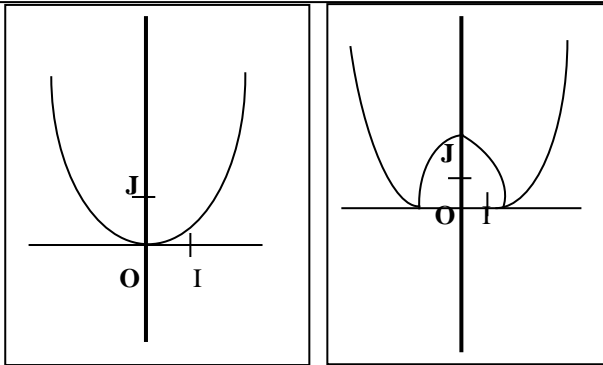
On considère une fonction f définie sur un ensemble D_f .

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J) .

1- Fonction Paire

$$f \text{ est paire} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D_f, -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$$

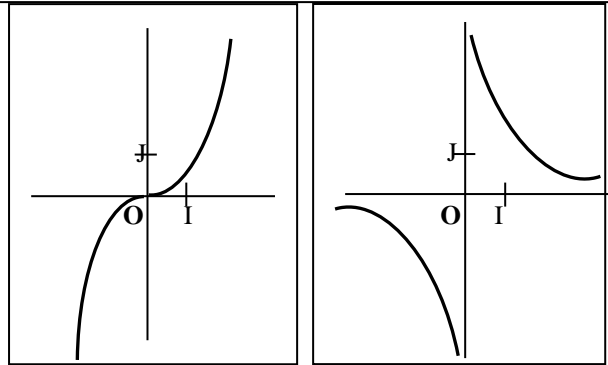
Propriété :
 (C_f) est symétrique par rapport à l'axe (OJ) .



2- Fonction Impaire

$$f \text{ est impaire} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D_f, -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

Propriété :
 (C_f) est symétrique par rapport à l'origine O du repère.



NB : Si la fonction f est paire ou impaire, on peut étudier f seulement sur $D_f \cap [0, +\infty[$

Remarque : De nombreuses fonctions ne sont ni paires, ni impaires.

Exercice 1 : Etudier la parité des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^2$

.....

2. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

.....

II- ELEMENTS DE SYMETRIE

On considère une fonction f définie sur un ensemble D .

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J) .

1- Axe de Symétrie

Pour montrer que la droite $(\Delta) : x = a$ est un axe de symétrie de (C_f) , on peut procéder comme suit :

1^{ère} Méthode

On montre que la fonction $g : x \rightarrow f(x+a)$ est paire.

2^{ème} Méthode

On montre que : $\forall x \in P, (a - x) \in D \Leftrightarrow (a + x) \in D$ et on vérifie que : $\forall x \in P, f(a+x) = f(a - x)$

Exercice : Soit $f(x) = (x - 2)^2 + 1$. Montrer que $(\Delta) : x = 2$ est axe de symétrie de (C_f) .

1^{ère} Méthode

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2^{ème} Méthode

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Tableau de valeur

Courbe représentative de g



Tableau de valeur

Courbe représentative de f



Tableau de valeur

Courbe représentative de h

