

NIVEAU Tle A2

Leçon 1 : ETUDE DE FONCTIONS POLYNOMES ET DE
FONCTIONS RATIONNELLES

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A_2

Thème 2: Fonctions numériques

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Nombre de séance : 6

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILETÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une asymptote verticale, - une asymptote horizontale, - une asymptote oblique.
Connaitre	- la limite d'une fonction polynôme en un point, - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie, - la limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - la limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$. - le théorème des valeurs intermédiaires, - la propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - la propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle, - la définition d'une asymptote oblique, - la définition d'une asymptote verticale, - la définition d'une asymptote horizontale, - la propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions - la propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions - la propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	- la limite d'une fonction polynôme en un point. - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie, - la limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie, - la limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - la limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$. - la limite d'une fonction polynôme à l'infini - la limite d'une fonction rationnelle à l'infini - la limite d'une somme de deux fonctions - la limite d'un produit de deux fonctions - la limite d'un quotient de deux fonctions - la fonction dérivée d'une fonction polynôme - la fonction dérivée d'une fonction rationnelle

	- le sens de variation d'une fonction polynôme - le sens de variation d'une rationnelle
Interpréter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	- qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle - que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme ou rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
étudier	les variations d'une fonction polynôme ou rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme ou rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme ou rationnelle
Encadrer	- la solution d'une équation par dichotomie - la solution d'une équation par balayage
Résoudre *	- graphiquement les inéquations du type : $f(x) \geq 0$; $f(ax+b) \geq 0$, $(a; b) \neq (0 ; 0)$ étant donnée la courbe d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle f - algébriquement les inéquations du type : $f(x) \geq 0$; $f(ax+b) \geq 0$, $(a; b) \neq (0 ; 0)$ où f est une fonction rationnelle du type : $x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ $(d; e) \neq (0 ; 0)$
Traiter une situation	faisant appel aux fonctions polynômes et fonctions rationnelles

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle,
Déterminer	- La limite d'une fonction polynôme à l'infini - La limite d'une fonction rationnelle à l'infini

Plan du cours

Séance 1 :

I- Notion de limite

1- Limite d'une fonction en l'infini

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.
Déterminer	- La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.

Plan du cours

Séance 2 :

2- Limite d'une fonction en un point x_0

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	- La limite d'une somme de deux fonctions - La limite d'un produit de deux fonctions - La limite d'un quotient de deux fonctions

Plan du cours

Séance 3 :

3- Limites et opérations sur les fonctions

4^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- La fonction dérivée d'une fonction polynôme - La fonction dérivée d'une fonction rationnelle - Le sens de variation d'une fonction polynôme - Le sens de variation d'une rationnelle
Etudier	les variations d'une fonction polynôme où rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme où rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme où rationnelle

Plan du cours

Séance 4

II- Dérivation

- 1- Calculs de dérivées
- 2- Applications de la dérivation

5^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	- Une asymptote verticale - Une asymptote horizontale - Une asymptote oblique
Connaître	- La définition d'une asymptote oblique, - La définition d'une asymptote verticale, - La définition d'une asymptote horizontale,
Interpreter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	Qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle

Plan du cours

Séance 5:

III- Notion d'asymptote

- 1- Asymptotes parallèles aux axes du repère
- 2- Asymptote oblique

6^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	Le théorème des valeurs intermédiaires
Démontrer	Que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme où rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
Encadrer	- la solution d'une équation par dichotomie

	-la solution d'une équation par balayage
--	--

Plan du cours

Séance 6:

IV- Continuité d'une fonction

1- Continuité sur un intervalle

2- Théorème des valeurs intermédiaires

Classe : Tle A₂

Discipline : MATHÉMATIQUES

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 1/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction polynôme, - La propriété relative à la limite à l'infini d'une fonction rationnelle,
Déterminer	- La limite d'une fonction polynôme à l'infini - La limite d'une fonction rationnelle à l'infini

Plan du cours

Séance 1

I- Notion de limite

1- Limite d'une fonction en l'infini

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite										
Présentation 10 min	Travail Individuel	<u>Activité</u> Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 1$ 1- Déterminer D_f 2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :		<u>I- Notion de limite</u> <u>1- Limite d'une fonction en l'infini</u> <u>a- Limite infinie</u> Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$. Lorsque x prend de grandes valeurs positives, x^2 est un grand nombre positif. Alors on dit que x^2 tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$. On dit aussi que la limite en $+\infty$ de $x \mapsto x^2$ est $+\infty$. On écrit $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$.										
Développement 10 min		<table border="1"><tr><td>x</td><td>10</td><td>10^2</td><td>10^3</td><td>10^4</td><td>10^5</td></tr><tr><td>$x^2 + 1$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 3- Que remarque-t-on lorsque x prend de grandes valeurs positives ? On dit que $x^2 + 1$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$.		x	10	10^2	10^3	10^4	10^5	$x^2 + 1$				
x	10	10^2	10^3	10^4	10^5									
$x^2 + 1$														
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Activité</u> Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x+1}$ 1- Déterminer D_g 2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :		<u>b- Limite finie</u> Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x}$. Lorsque x prend de grandes valeurs positives, $\frac{1}{x}$ se rapproche de la valeur 0. Alors on dit que $\frac{1}{x}$ tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$. On dit aussi que la limite en $+\infty$ de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est 0.										
		<table border="1"><tr><td>x</td><td>10</td><td>10^2</td><td>10^3</td><td>10^4</td><td>10^5</td></tr></table>	x	10	10^2	10^3	10^4	10^5						
x	10	10^2	10^3	10^4	10^5									

		<table><tr><td>$\frac{1}{x+1}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 3- Que remarque-t-on lorsque x prend de grandes valeurs positives ? On dit que $\frac{1}{x+1}$ tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$. <u>Exercice d'application</u> 2d page 26. <u>Exercice de maison</u> 9 et 10 page 31	$\frac{1}{x+1}$							On écrit $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$. <u>Remarque</u> De même on a $\frac{1}{x}$ tend vers 0 lorsque x tend vers $+\infty$ ou la limite en $+\infty$ de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est 0. On écrit $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$. <u>c- Limites en l'infini de fonctions élémentaires</u> Voir CIAM Tle A page 19. <u>Propriété</u> Lorsqu'une fonction admet une limite en $+\infty$ (ou en $-\infty$), cette limite est unique. <u>d- Limite en l'infini d'une fonction polynôme, d'une fonction rationnelle</u> <u>* Limite en l'infini du produit de fonctions</u> Voir tableau page 24 CIAM Tle A. <u>* Propriétés</u> - A l'infini, un polynôme a même limite que son monôme de plus haut degré. - A l'infini, une fraction rationnelle a même limite que le quotient des monômes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.
$\frac{1}{x+1}$										

Discipline : MATHÉMATIQUES

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 2/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.
Déterminer	- La limite d'une fonction polynôme en un point - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle est définie - La limite d'une fonction rationnelle en un point où elle n'est pas définie - La limite à gauche en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$, - La limite à droite en a de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x-a}$.

Plan du cours

Séance 2 :

2- Limite d'une fonction en un point x_0

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Di- dactique et Durée	Stratégie Pé- dagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite										
Présentation 10 min	Travail Indi- viduel	<u>Activité</u> Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$ 1- Déterminer D_f 2- A l'aide de la calculatrice com- pléter le tableau suivant : <table border="1"><tr><td>x</td><td>1,99</td><td>1,999</td><td>2</td><td>2,001</td></tr><tr><td>x^2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs de plus en plus proche de 2 ? On dit que x^2 tend vers 4 lorsque x tend vers 2.	x	1,99	1,999	2	2,001	x^2						2- <u>Limite d'une fonction en un point</u> <u>x_0</u> a-<u>Limite finie</u> Soit la fonction f d'ensemble de défi- nition D_f et soit x_0 un nombre réel. Si $x_0 \in D_f$ alors $f(x)$ prend des va- leurs de plus en plus proche de $f(x_0)$ lorsque x se rapproche de x_0 . Alors on dit que $f(x)$ tend vers $f(x_0)$ lorsque x tend vers x_0 . On dit aussi que la limite en x_0 de $f(x)$ est $f(x_0)$. On écrit $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. <u>Remarque</u> Lorsque $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ on dit que f est continue en x_0 .
x			1,99	1,999	2	2,001								
x^2														
Développement 10 min	b- <u>Limite infinie</u> Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x^2}$. Lorsque x se rapproche de 0, $\frac{1}{x^2}$ prend des valeurs positives de plus en plus grandes. Alors on dit que $\frac{1}{x^2}$ tend vers $+\infty$ lors- que x tend vers 0.													
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Activité</u> Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x^2}$ 1- Déterminer D_g 2- A l'aide de la calculatrice com- pléter le tableau suivant :												

x	-0,001	0	0,001
$\frac{1}{x^2}$			

3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs proches de 0 ?

On dit que $\frac{1}{x^2}$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0.

Activité

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.

1- Déterminer D_f

2- A l'aide de la calculatrice compléter le tableau suivant :

x	0	0,0001	0,001	0,01
$\frac{1}{x^2}$				

3- Que remarque-t-on lorsque x prend des valeurs proches de 0 ?

On dit que $\frac{1}{x}$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers 0 par valeurs positives ou bien la limite à droite en 0 de $\frac{1}{x}$ est $+\infty$.

Exercice d'application

2a, 2b et 2c page 26

On dit aussi que la limite en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ est $+\infty$.

On écrit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$.

c- Propriété

Lorsqu'une fonction admet une limite en x_0 , cette limite est unique.

d- Limite à gauche, limite à droite

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$.

On constate que $\frac{1}{x}$ prend des valeurs positives de plus en plus grandes lorsque x se rapproche de zéro par valeur positives.

Alors on dit que $\frac{1}{x}$ **tend vers** $+\infty$ lorsque x **tend vers 0** par valeurs positives.

On dit aussi que la limite à droite en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $+\infty$.

On écrit $\lim_{x \rightarrow > 0} \frac{1}{x} = +\infty$.

Remarque

De même on a $\frac{1}{x}$ **tend vers** $-\infty$ lorsque x **tend vers 0** par valeurs négatives ou la limite à gauche en 0 de $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $-\infty$.

On écrit $\lim_{x \rightarrow < 0} \frac{1}{x} = -\infty$.

Exemple

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{x+1}.$$

On a $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\lim_{x \rightarrow > 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow > 0} \left(\frac{1}{x+1} \right) = +\infty$$

		<u>Exercice de maison</u> 11 et 14 page 31		$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x+1} \right) = -\infty$
--	--	---	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 3/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à la limite d'une somme de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un produit de deux fonctions - La propriété relative à la limite d'un quotient de deux fonctions
Déterminer	- La limite d'une somme de deux fonctions - La limite d'un produit de deux fonctions - La limite d'un quotient de deux fonctions

Plan du cours

Séance 3 :

3- Limites et opérations sur les fonctions

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<u>Exercice d'application</u> 2e page 26		3- <u>Limites et opérations sur les fonctions</u> a- <u>Limite de la somme de deux fonctions</u> Voir tableau page 22 CIAM Tle A.
Développement 10 min				b- <u>Limite du produit de deux fonctions</u> Voir tableau page 22 CIAM Tle A. c- <u>Limite de l'inverse d'une fonction</u> Voir tableau page 23 CIAM Tle A.
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice de maison</u> 15 page 32.		d- <u>Limite du quotient de deux fonctions</u> Voir Méthode page 23 CIAM Tle A. e- <u>Limite de $x \mapsto u(ax + b)$</u> Voir Propriété page 24 CIAM Tle A.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 4/7

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- La fonction dérivée d'une fonction polynôme - La fonction dérivée d'une fonction rationnelle - Le sens de variation d'une fonction polynôme - Le sens de variation d'une rationnelle
Etudier	les variations d'une fonction polynôme où rationnelle en utilisant le signe de sa fonction dérivée
Dresser	le tableau de variation d'une fonction polynôme où rationnelle
Représenter	graphiquement une fonction polynôme où rationnelle

Plan du cours

Séance 4 :

II- Dérivation

1- Calculs de dérivées

2- Applications de la dérivation

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Di- dactique et Durée	Stratégie Pé- dagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation	Travail de groupe	Le professeur rappelle les diffé- rentes notions sur le calcul de dérivées. <		

Application 10 min	Travail Individuel	<u>Exercice de maison</u> 23 page 32 24 et 25 page 33	Lorsque f est dérivable en x_0, une équation de la tangente en A à la courbe (C) est : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ <u>Remarque</u> Lorsque $f'(x_0) = 0$, la tangente en A à (C) est parallèle à l'axe des abscisses. b- <u>Dérivée et sens de variation</u> <u>Propriété</u> Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I. . Si f' est positive sur I, alors f est croissante sur I. . Si f' est négative sur I, alors f décroissante sur I. . Si f' est nulle sur I, alors f est constante sur I. c- <u>Dérivée et extremum</u> <u>Propriété</u> Soit f une fonction dérivable sur un intervalle $]a ; b[$ et x_0 un élément de $]a ; b[$. Si f' s'annule et change de signe en x_0, alors f admet un extremum relatif en x_0.
-----------------------	-----------------------	---	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 5/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	- Une asymptote verticale - Une asymptote horizontale - Une asymptote oblique
Connaître	- La définition d'une asymptote oblique, - La définition d'une asymptote verticale, - La définition d'une asymptote horizontale,
Interpreter	graphiquement chacune des limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (ax + b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (ax + b) = 0$.
Démontrer	Qu'une droite dont une équation est donnée est asymptote à la courbe représentative d'une fonction rationnelle

Plan du cours

Séance 5:

III- Notion d'asymptote

1- Asymptotes parallèles aux axes du repère

2- Asymptote oblique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation Développement 25 min	Travail de groupe	<u>Présentation</u> Voir CIAM Tle A page 40 et 42.		III- Notion d'asymptote 1- Asymptotes parallèles aux axes du repère. <u>Définitions</u> Soit f une fonction et (C) sa représentation graphique. - Lorsque f a une limite finie l en $+\infty$ ou en $-\infty$, on dit que la droite d'équation $y = l$ est asymptote à la courbe (C) . - Lorsque f a une limite infinie à droite ou à gauche en x_0 , on dit que la droite d'équation $x = x_0$, est asymptote à la courbe (C) . <u>Vocabulaire</u> Dans un repère orthogonal : - L'asymptote d'équation $y = l$ est appelée asymptote horizontale . - L'asymptote d'équation $x = x_0$ est appelée asymptote verticale . 2- Asymptotes Obliques
Application 10 min	Travail Individuel	<u>Exercice d'application</u> 2b page 47.		

				<u>Définition</u> Soit f une fonction et (C) sa représentation graphique. Lorsqu'il existe une fonction affine $x \mapsto ax + b$, telle que la fonction $x \mapsto f(x) - (ax + b)$ a pour limite 0 en $+\infty$ ou en $-\infty$, on dit que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (C). <u>Vocabulaire</u> L'asymptote d'équation $y = ax + b$ ($a \neq 0$) est appelée asymptote oblique.
--	--	--	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Classe : Tle A₂

Thème 2: FONCTIONS NUMÉRIQUES

Leçon 1 : Étude de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles

Séance : 6/6

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	Le théorème des valeurs intermédiaires
Démontrer	Que l'équation $f(x)=0$, où f est une fonction polynôme ou rationnelle, admet une solution unique sur un intervalle borné en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires
Encadrer	- La solution d'une équation par dichotomie - La solution d'une équation par balayage

Plan du cours

Séance 6:

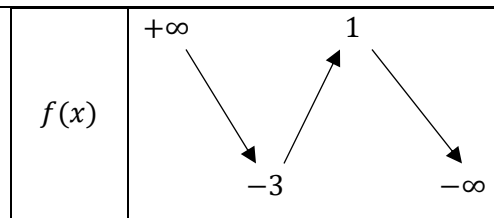
IV- Continuité d'une fonction

1- Continuité sur un intervalle

2- Théorème des valeurs intermédiaires

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																														
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison																																
Présentation	Travail Individuel	Exercice d'application On considère la fonction dérivable f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3$ 1- Calcule les limites de f aux bornes de D_f et dresse son tableau de variation. 2- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet dans l'intervalle $]-\infty ; 0]$ une unique solution α comprise entre -0,88 et -0,87. 3- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet une unique solution β dans $[0 ; 2]$. 4- Démontre que l'équation $f(x) = 0$, admet une unique solution γ dans $[2 ; +\infty[$. Justifie que $2,53 \leq \gamma \leq 2,54$	Réponse attendue 1- On a $D_f = \mathbb{R}$ car $f(x)$ est un polynôme. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \text{ car } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -3x^2 + 6x$ $f'(x) = -3x(x - 2)$ $f'(x) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 2$ <u>Tableau de signe de $f'(x)$</u> <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$-3x$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>$x - 2$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table> $\forall x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[, f'(x) < 0$, donc f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]2 ; +\infty[$. $\forall x \in]0 ; 2[, f'(x) > 0$, donc f est strictement croissante sur $]0 ; 2[$. <u>Tableau de variation de f</u> <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$-3x$		+	0	-	$x - 2$		-	0	+	$f'(x)$		-	0	+	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$		-	0	+	IV- Propriété des fonctions dérivables 1- Image d'un intervalle Propriété 1 Si f est une fonction dérivable sur un intervalle K, alors $f(K)$ est un intervalle. Propriété 2 Soit f une fonction définie sur un intervalle fermé $[a ; b]$. Si f est dérivable sur $[a ; b]$ alors $f([a ; b])$ est un intervalle fermé $[m ; M]$ 2- Théorème des valeurs intermédiaires a- Théorème Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K. Tout nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ a au moins un antécédent par f compris entre a et b.
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																														
$-3x$		+	0	-																														
$x - 2$		-	0	+																														
$f'(x)$		-	0	+																														
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																														
$f'(x)$		-	0	+																														
Application	Travail Individuel																																	
40 min																																		



2- On a $f(-0,88) \approx 0,004$ et $f(-0,87) \approx -0,070$.
 f est dérivable et strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et $f(-0,88) \times f(-0,87) < 0$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans $]-\infty ; 0]$ une unique solution α comprise entre -0,88 et -0,87.

3- f est dérivable et strictement croissante sur $[0 ; 2]$ et $f(0) \times f(2) < 0$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans $[0 ; 2]$ une unique solution β .

4- f est dérivable et strictement décroissante sur $[2 ; +\infty[$. Et $0 \in f([2 ; +\infty[) =]-\infty ; 1]$. D'où l'équation $f(x) = 0$, admet dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$ une unique solution γ .
 $f(2,53) \approx 0,008$ et $f(2,54) \approx -0,032$
 $f(2,53) \times f(2,54) < 0$ d'où $2,53 < \gamma < 2,54$

Exercice d'application

Démontrer que l'équation $x^3 + x + 1 = 0$ a une seule solution x_0 appartenant à $] -1 ; 0[$ et déterminer un encadrement de x_0 d'amplitude 0,01.

Exercice de maison

2 et 10 page 54

b- Calcul des zéros d'une fonction dérivable.

Propriété

a et b sont des nombres réels tels que $a < b$, f une fonction dérivable sur $[a ; b]$ et (E) l'équation $f(x) = 0$.

* Si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires alors l'équation (E) admet au moins une solution dans $[a ; b]$.

* Si de plus f est strictement monotone sur $[a ; b]$ alors l'équation (E) admet une unique solution dans $[a ; b]$.