

NIVEAU T1e A

Leçon 4: FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIENNE

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 3 : FONCTION EXPONENTIELLE NÉPÉRIEN

Nombre de séance : 6

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILETÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ -le résultat $e^0=1$ - les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne -Les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Noter	- la fonction exponentielle népérienne
Reconnaitre	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	- en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne - des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Résoudre	- des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.
déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax + b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$ $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Traiter une situation	Faisant appel à la fonction exponentielle népérienne

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne
Noter	la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 1 :
I- Définition et propriété
1- Définition et notation
2- Propriétés

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 2 :
II- Propriétés algébriques
1-Propriété fondamentale
2-Conséquences de la propriété fondamentale

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - le résultat $e^0=1$
Reconnaître	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours
Séance 3 :
III- Propriétés analytiques de la fonction ln
1- Calculs de limites
2- Dérivée et sens de variation
3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

4^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.

Plan du cours
Séance 4 :
IV- Résolutions d'équations et d'inéquations
1- Résolutions d'équations
2- Résolutions d'inéquations

5^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$; $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Calculer	des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$

Plan du cours

Séance 5 :

Etude de fonction comportant exp

Voir fiche de Travaux dirigés

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 1/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition de la fonction exponentielle népérienne - le signe de la fonction exponentielle népérienne
Noter	la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 1 :

I- Définition et propriété

1- Définition et notation

2- Propriétés

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	<u>Activité</u> Voir introduction CIAM Tle A page 64. De tout ce qui précède en tire les propriétés suivantes :		I- Définition et propriétés de la fonction exponentielle 1- Définition et notation On appelle fonction exponentielle népérienne, notée exp, l'application réciproque de la fonction logarithme népérien. Pour tout a élément de $\mathbb{R}$ et b élément de $]0; +\infty[$; $b = \exp(a)$ équivaut à $a = \ln b$ <u>Notation</u> Pour tout nombre réel x , $\exp(x) = e^x$ 2- Propriétés - L'ensemble de définition de la fonction $\exp(x)$ est $\mathbb{R}$. - $\begin{cases} b = e^a \\ a \in \mathbb{R} \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a = \ln b \\ b \in]0; +\infty[\end{cases}$ - Pour tout nombre réel a , on a : $e^a > 0$ - Pour tout nombre réel a , on a : $\ln(e^a) = a$ - Pour tout nombre réel a , on a : $e^{\ln a} = a$ <u>Exemple</u> $e^{\ln 5} = 5$; $e^{-\ln 2} = e^{\ln(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}$ $\ln(e^3) = 3 \ln e = 3$
Développement 10 min				
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice de maison</u> 14 page 73		

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 2/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Calculer	en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 2 :

II- Propriétés algébriques

1- Propriété fondamentale

2- Conséquences de la propriété fondamentale

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Di- dactique et Durée	Stratégie Pé- dagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																										
Présentation 10 min	Travail Indi- viduel	Activité Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.		II- Propriétés algébriques de la fonc- tion exponentielle 1- Propriété fondamentale Pour tous nombres réels a et b , on a : $e^{a+b} = e^a \times e^b$ Exemple : $e^{1+\ln 2} = e^1 \times e^{\ln 2} = 2e$ 2- Conséquence de la propriété fondamentale. Pour tous nombres réels a et b et pour tout nombre rationnel r , on a : (1) $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$ (2) $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ (3) $e^{ra} = (e^a)^r$ Exemple $e^{1-\ln 2} = e^1 \times e^{-\ln 2} = e \times e^{\ln(\frac{1}{2})} = \frac{e}{2}$																																										
Développe- ment 10 min		<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>$a + b$</td><td>e^a</td><td>e^b</td><td>e^{a+b}</td><td>$e^a \times e^b$</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> Que peut-on dire de e^{a+b} et $e^a \times e^b$? Exercice d'application 2a page 68.			a	b	$a + b$	e^a	e^b	e^{a+b}	$e^a \times e^b$	2	3						3	4						4	5						5	6						6	7					
a		b			$a + b$	e^a	e^b	e^{a+b}	$e^a \times e^b$																																					
2		3																																												
3		4																																												
4	5																																													
5	6																																													
6	7																																													
Application 5 min	Travail de groupe	Exercice de maison 15 à 17 page 73.																																												

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 3/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Résoudre	- des équations faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne. - des inéquations faisant intervenir fonction exponentielle népérienne.

Plan du cours

Séance 4 :

IV- Résolutions d'équations et d'inéquations

1- Résolutions d'équations

2- Résolutions d'inéquations

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		
Présentation		<u>Exercice d'application</u> 2c et 2d page 68.		IV- Résolutions d'équations et d'inéquations 1- Résolutions d'équation a) Equations du type $e^{u(x)} = a$ <u>Exemple 1</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : (E): $e^{x-3} = 4$ Résolution de (E) $e^{x-3} = 4$ $\ln(e^{x-3}) = \ln 4$ $x - 3 = \ln 4$ $x = 3 + \ln 4$ $S_{(E)} = \{3 + \ln 4\}$ <u>Exemple 2</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : (E): $e^{x+6} = -3$ Résolution de (E) $S_{(E)} = \emptyset$ car pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x > 0$
Développement 25 min	Travail de groupe	<u>Exercice de maison</u> 19, 20 et 23 page 74		b) Equations du type polynomiale <u>Exemple 1</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : (E): $3e^x + 5 - \frac{2}{e^x} = 0$
Application 10 min	Travail Individuel			

				Résolution de (E) Soit V l'ensemble de validité. $V = \mathbb{R}$. Comme pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x > 0$, alors en multipliant chaque membre de (E) par e^x, on obtient : (E) : $3(e^x)^2 + 5e^x - 2 = 0$ Posons $X = e^x$ Alors on a (E') : $3X^2 + 5X - 2 = 0$ La résolution de (E') donne : $X = -2$ ou $X = \frac{1}{3}$ Ce qui donne $e^x = -2$ ou $e^x = \frac{1}{3}$ Ainsi $S_{(E)} = \{-\ln 3\}$ car $e^x = -2$ n'a pas de solution. 1- Résolutions d'inéquation a) Inéquations du type $e^{u(x)} > a$ Exemple 1 Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : (I) : $e^{x-3} > 4$ Résolution de (E) $e^{x-3} > 4$ $\ln(e^{x-3}) > \ln 4$ $x - 3 > \ln 4$ $x > 3 + \ln 4$ $S_{(I)} =]3 + \ln 4 ; +\infty[$ Exemple 2 Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : (I) : $e^{x+6} < -3$ Résolution de (I) $S_{(E)} = \emptyset$ car pour tout $x \in \mathbb{R}, e^x > 0$
--	--	--	--	---

b) Equations du type polynomiale

Exemple 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation :

$$(E): 3e^x + 5 - \frac{2}{e^x} > 0$$

Résolution de (I)

Soit V l'ensemble de validité.

$$V = \mathbb{R}.$$

Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$,
alors en multipliant chaque membre
de (I) par e^x , on obtient :

$$(I) : 3(e^x)^2 + 5e^x - 2 > 0$$

$$\text{Posons } X = e^x$$

$$\text{Alors on a } (I') : 3X^2 + 5X - 2 = 0$$

La résolution de (I') donne :

$$X < -2 \text{ ou } X > \frac{1}{3}$$

Ce qui donne

$$e^x < -2 \text{ ou } e^x > \frac{1}{3}$$

Ainsi $S_{(E)} =] -\ln 3 ; +\infty[$ car $e^x < -2$ n'a pas de solution.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 3 : Fonction exponentielle népérienne

Séance : 4/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- les résultats suivants : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ - la dérivée de la fonction exponentielle népérienne - le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - le résultat $e^0=1$
Reconnaître	- La courbe de la fonction exponentielle népérienne

Plan du cours

Séance 3 :

III- Propriétés analytiques de la fonction exponentielle

1- Calculs de limites

2- Dérivée et sens de variation

3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Di- dactique et Durée	Stratégie Pédago- gique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite									
Présentation 10 min	Travail Individuel	<u>Présentation</u> Voir CIAM Tle A page 66		III- Propriétés analytiques de la fonction ln. 1- Calculs de limites a- Limites aux bornes de l'ensemble de définition. $\star \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ $\star \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ b- Limites de références $\ast \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ $\star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$									
Développement 10 min				2- Dérivée et sens de variation La fonction exponentielle népérienne est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est égale à sa dérivée c'est-à-dire $(\exp)'(x) = e^x$ On note $(e^x)' = e^x$. On a pour tout nombre réel x , $e^x > 0$; donc la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. <u>Le tableau de variation de la fonction exponentielle.</u> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$(e^x)'$</td><td>+</td><td>1</td><td>+</td></tr><tr><td>e^x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$(e^x)'$	+	1	+	e^x
x	$-\infty$	0	$+\infty$										
$(e^x)'$	+	1	+										
e^x	0	1	$+\infty$										
Application 5 min	Travail de groupe	<u>Exercice d'application</u> 2b page 68											

Activité

Complète le tableau suivant à l'aide de ta calculatrice.

a	b	$\ln a$	$\ln b$
2	3		
3	4		
4	5		
5	6		
6	7		

Compare $\ln a$ et $\ln b$.

Quelle remarque fais-tu ?

Représentation graphique de la fonction exponentielle

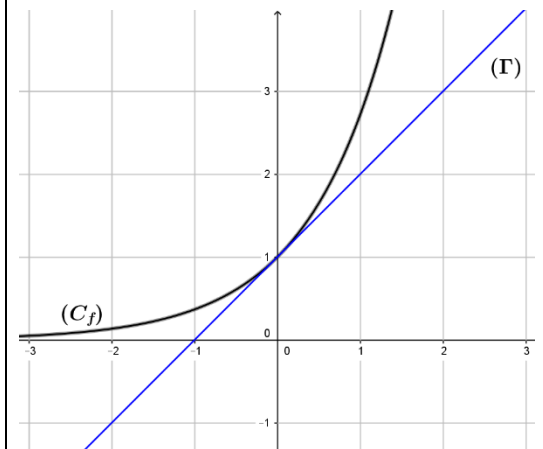
Le plan est muni du repère (O, I, J) .
Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction exponentielle.

Asymptote à (C_f) .

On a $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ donc (C_f) admet une asymptote d'équation $y = 0$, d'où la droite (OI) est asymptote à (C_f) .

Tangente à (C_f) au point I.

Une équation de la tangente à (C_f) en I est $(\Gamma): y = x + 1$.



3- Conséquences de la stricte croissance de exp.

Pour tous nombres réels a et b , on a :

* $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$

* $e^a < e^b$ équivaut à $a < b$

Remarque

En particulier, pour tout nombre réel on a :

* $e^a = 1$ équivaut à $a = 0$

* $0 < e^a < 1$ équivaut à $a < 0$

* $e^a > 1$ équivaut à $a > 0$

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 2 : Fonction logarithme népérien

Séance : 5/5

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la dérivée d'une fonction de type : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$; $x \mapsto \exp(ax^2 + bx + c)$ - les propriétés relatives aux limites de fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Calculer	des limites de fonction comportant la fonction exponentielle népérienne
Déterminer	la fonction dérivée d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Etudier	Les variations d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$ en utilisant le signe de la fonction dérivée
Dresser	Le tableau de variation d'une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$
Représenter	graphiquement une fonction de chacun des types : $x \mapsto ax + b + e^x$; $x \mapsto ax + b - e^x$; $x \mapsto (ax + b)e^x$; $x \mapsto \frac{e^x}{ax+b}$

Plan du cours

Séance 5 :

Etude de fonction comportant exp

Voir fiche de Travaux dirigés