

NIVEAU Tle A
Leçon 6 : STATISTIQUES

Discipline : Mathématiques

Compétence 2

Classe : Tle A

Thème 2: Organisation et traitement de données

Leçon : STATISTIQUES

Nombre de séance :

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILETÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	- la définition du nuage de points d'une série statistique double - la définition du point moyen d'une série statistique double - une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal - une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Calculer	- les coordonnées du point moyen
Déterminer	- une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : • à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement • à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement
Traiter une situation	Faisant appel à la statistique

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Connaître	la définition du nuage de points d'une série statistique double la définition du point moyen d'une série statistique double
Représenter	un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal
Calculer	les coordonnées du point moyen

Plan du cours

Séance 1 :

I- Série statistique à deux caractères

1- Présentation

2- Nuage de points

3- Point moyen

2^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : - à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement - à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

1- Présentation

2- Méthode de Mayer

3^{ème} séance

HABILITÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

1- Présentation

2- Méthode des Moindres carrées

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	la définition du nuage de points d'une série statistique double la définition du point moyen d'une série statistique double
Représenter	un nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal
Calculer	les coordonnées du point moyen

Plan du cours

Séance 1 :

I- Série statistique à deux caractères

1-Présentation

2-Nuage de points

3-Point moyen

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																																												
Présentation 10 min	Activité On a relevé le poids et la taille (en cm) de dix élèves. On a obtenu le tableau suivant : <table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>66</td></tr><tr><td>Taille (y_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td></tr></table>	Poids (x_i)	63	63	65	66	66	Taille (y_i)	163	164	164	166	168	Réponse attendue 1- <table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr><tr><td>Effectif</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>	Poids (x_i)	63	65	66	70	Effectif	3	2	3	2	I- Séries statistiques à deux caractères 1- Présentation a- Séries statistiques doubles On a relevé le poids et la taille (en cm) de dix élèves ; on a obtenu le tableau suivant : <table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>66</td></tr><tr><td>Taille (y_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td></tr></table>	Poids (x_i)	63	63	65	66	66	Taille (y_i)	163	164	164	166	168																										
Poids (x_i)	63	63	65	66	66																																																										
Taille (y_i)	163	164	164	166	168																																																										
Poids (x_i)	63	65	66	70																																																											
Effectif	3	2	3	2																																																											
Poids (x_i)	63	63	65	66	66																																																										
Taille (y_i)	163	164	164	166	168																																																										
Développement 10 min	<table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>70</td><td>70</td><td>65</td><td>66</td></tr><tr><td>Taille (y_i)</td><td>169</td><td>168</td><td>163</td><td>163</td><td>169</td></tr></table>	Poids (x_i)	63	70	70	65	66	Taille (y_i)	169	168	163	163	169	<table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>163</td><td>164</td><td>166</td><td>168</td><td>169</td></tr><tr><td>Effectif</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr></table>	Poids (x_i)	163	164	166	168	169	Effectif	3	2	1	2	2	<table><tr><td>Poids (x_i)</td><td>63</td><td>70</td><td>70</td><td>65</td><td>66</td></tr><tr><td>Taille (y_i)</td><td>169</td><td>168</td><td>163</td><td>163</td><td>169</td></tr></table>	Poids (x_i)	63	70	70	65	66	Taille (y_i)	169	168	163	163	169																								
Poids (x_i)	63	70	70	65	66																																																										
Taille (y_i)	169	168	163	163	169																																																										
Poids (x_i)	163	164	166	168	169																																																										
Effectif	3	2	1	2	2																																																										
Poids (x_i)	63	70	70	65	66																																																										
Taille (y_i)	169	168	163	163	169																																																										
Application 5 min	1- Avec ces données statistiques construis le tableau de la série poids et celui de la série taille. 2- Regroupe ces données obtenues dans un tableau à double entrée.	2- <table><tr><td>Poids \ Taille</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr><tr><td>163</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>164</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>166</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>168</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>169</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	Poids \ Taille	63	65	66	70	163	1	1	0	1	164	1	1	0	0	166	0	0	1	0	168	0	0	1	1	169	1	0	1	0	A chaque couple ($x_i; y_i$) on associe un élève de poids x_i et de taille y_i. On définit ainsi une série statistique à deux caractères (ou série double). b- Séries statistiques marginales * Tableau à double entrée <table><tr><td>Poids \ Taille</td><td>63</td><td>65</td><td>66</td><td>70</td></tr><tr><td>163</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>164</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>166</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>168</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>169</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table> Il est possible, à partir d'un tableau à double entrée, de reconstituer les séries associées respectivement aux caractères poids et taille.	Poids \ Taille	63	65	66	70	163	1	1	0	1	164	1	1	0	0	166	0	0	1	0	168	0	0	1	1	169	1	0	1	0
Poids \ Taille	63	65	66	70																																																											
163	1	1	0	1																																																											
164	1	1	0	0																																																											
166	0	0	1	0																																																											
168	0	0	1	1																																																											
169	1	0	1	0																																																											
Poids \ Taille	63	65	66	70																																																											
163	1	1	0	1																																																											
164	1	1	0	0																																																											
166	0	0	1	0																																																											
168	0	0	1	1																																																											
169	1	0	1	0																																																											

3- Dans le plan muni d'un repère orthogonal, représente les données statistiques obtenues dans la question 1.

4- En te servant de la question 1, calcule le poids moyen $\bar{x}_G$ et la taille moyenne $\bar{y}_G$.

On définit ainsi le point moyen G de coordonnées $(x_G; y_G)$

Exercice de maison
19 et 21 page 122.

3- Les apprenants exécutent

4-
On a

$$\bar{x}_G = \frac{3 \times 63 + 2 \times 65 + 3 \times 66 + 2 \times 70}{10} = \frac{657}{10} = 65,7$$

$$\bar{y}_G = \frac{3 \times 163 + 2 \times 164 + 166 + 2 \times 168 + 2 \times 169}{10} = \frac{1657}{10} = 165,7$$

Il nous suffit de mettre en évidence d'une part les effectifs des modalités du caractère poids et d'autre part les effectifs des modalités du caractère taille.

Ces effectifs apparaissent « **en marge** » du tableau à double entrée ; la série des poids et la série de la taille sont appelées **séries marginales de la série double**.

On obtient ainsi le tableau des séries marginales :

Poids \ Taille	63	65	66	70	
163	1	1	0	1	3
164	1	1	0	0	2
166	0	0	1	0	1
168	0	0	1	1	2
169	1	0	1	0	2
	3	2	3	2	10

2- Nuage de point

Le plan est muni d'un repère orthogonal. Représentons graphiquement les données en portant en abscisse les valeurs du caractère x et en ordonnée les valeurs du caractère y . L'ensemble de ces points de coordonnées $(x_i; y_i)$ est appelé **nuage de points** associé à la série double

3- Point moyen d'un nuage de points

On appelle point moyen d'un nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$, le point G de coordonnées $(x_G; y_G)$ tels que x_G est la moyenne de la série de caractère x et y_G est la moyenne de la série de caractère y .

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Classe : Tle A₂

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Séance : 2/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

HABILETÉS	CONTENUS
Identifier	Une droite d'ajustement linéaire
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode de Mayer
Représenter	- une droite d'ajustement de Y en fonction de X - une droite d'ajustement de X en fonction de Y
Estimer	La valeur de l'un des caractères connaissant la valeur correspondante de l'autre caractère : - à l'aide d'une équation d'une droite d'ajustement - à l'aide de la représentation graphique d'une droite d'ajustement

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

1-Présentation

2- Méthode de Mayer

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
----------------------------	-----------------------	-------------------------	--------------------------	--------------

Présentation		<u>Activité</u> En utilisant le nuage de points précédent, tracer la droite (D) passant par G et le plus près possible des points du nuage.		<u>II- Ajustement linéaire</u> <u>1- Présentation</u> Le nuage de point a une forme qui se rapproche d'une droite. Faire un ajustement linéaire (ou affine) c'est déterminer une droite (D) passant le plus près possible des points du nuage.
Développement	Travail Individuel	Cette droite (D) est appelée la droite d'ajustement linéaire.		
Application	Travail de groupe	<u>Activité</u> En reprenant l'activité de la séance 1. 1- Partager le nuage deux sous-nuages E_1 et E_2 de même effectif. 2- Déterminer les points moyens G_1 et G_2 des sous-nuages E_1 et E_2 1^{ère} méthode 3- Tracer la droite (G_1G_2). 4- Que remarques-tu ? 2^{ème} méthode 3- Détermine une équation de la droite (G_1G_2). 4- Le point G appartient-il à (G_1G_2) ? <u>Exercice d'application</u> 3a page 118. <u>Exercice de maison</u> 15, 17 et 18 page 121 et 122		<u>2- Méthode MAYER</u> Pour déterminer la droite d'ajustement d'un nuage par la Méthode de MAYER, on peut : - Partager le nuage en deux sous-nuages disjoints E_1 et E_2 de même effectif, dans l'ordre où les points se présentent ; - Déterminer respectivement les points moyens G_1 et G_2 des sous-nuages E_1 et E_2. - Déterminer une équation de la droite (G_1G_2). (G_1G_2) est la droite de Mayer ajustant le nuage des points de la série double. <u>Exemple</u> Reprenant l'activité de la séance 1 et déterminons la droite d'ajustement par la méthode Mayer et faisons une estimation du taille d'un élève de poids 50 kg.

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 2

Thème 2: Organisation et traitements de données

Leçon : Statistiques

Classe : Tle A2

Séance : 3/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Equation de droite

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	une équation de la droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées
Déterminer	une équation d'une droite d'ajustement linéaire par la méthode des Moindres carrées

Plan du cours

Séance 2 :

II- Ajustement linéaire

4- Méthode des moindres carrées

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
----------------------------	-----------------------	-------------------------	--------------------------	--------------

Présentation		<u>Exercice d'application</u> En reprenant l'activité de la séance 1. 1- Calcule $V(X)$, $V(Y)$ et $Cov(X,Y)$ 2- Trouver une équation de la droite de régression de Y en X et de X en Y.		II- Ajustement linéaire 4- Méthode des moindres carrés a- <u>Variance et Covariance</u> Soit $\bar{x}$ la moyenne du caractère X et $\bar{y}$ la moyenne du caractère Y. • <u>Variance</u> <u>Variance de X.</u> $V(X) = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$ $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n} - \bar{x}^2$ <u>Variance de Y.</u> $V(Y) = \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2}{n} - \bar{y}^2$ $V(Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i)^2}{n} - \bar{y}^2$ • <u>Covariance</u> On note $Cov(X; Y)$ et on lit covariance de X et Y. On a : $Cov(X; Y) = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n}{n} - \bar{x} \bar{y}$ $Cov(X; Y) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}$ b- <u>Droite des moindres carrés</u> Le plan étant muni d'un repère orthogonal. La droite des moindres carrés est une droite qui passe le plus proche possible de tous les points du nuage. Elle a pour équation : $y = ax + b$ avec $a = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)}$. Cette droite est la droite des moindres carrés de Y en fonction de X. <u>Remarque</u> La droite des moindres carrés passe par le point moyen G.
10 min				
Développement	Travail Individuel			
10 min				
Application	Travail de groupe			
5 min				

				c- Coefficient de corrélation On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractère (X ; Y), le nombre réel r défini par : $r = \frac{Cov(X;Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$ d- Propriétés - $r \in [-1 ; 1]$ - Si $0,87 \leq r \leq 1$, alors il y a une forte corrélation linéaire entre X et Y. - Si $r = 1$ ou -1 alors les points du nuage sont parfaitement alignés.
--	--	--	--	--