

NIVEAU Tle A

Leçon 7 : SUITES NUMERIQUES

Discipline : Mathématiques

Classe : Tle A

Thème 2: FONCTIONS NUMERIQUES

Leçon 4: SUITES NUMERIQUES

Nombre de séance : 3

Situation d'apprentissage

TABLEAU DES HABILETÉS ET CONTENUS

HABILETES	CONTENUS
Connaitre	la définition d'une suite arithmétique la variation d'une suite arithmétique l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique la définition d'une suite géométrique Les variations d'une suite géométrique L'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison. La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique. - la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques. - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique. - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Déterminer	le sens de variation d'une suite arithmétique le sens de variation d'une suite géométrique
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n .
Traiter des situations	Faisant appel aux suites arithmétiques ou aux suites géométriques

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1^{ère} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours
Séance 1 : II- Suites arithmétiques 1- Définition 2- Propriété des suites arithmétiques 3- Démontrer qu'une suite est arithmétique 4- Somme des termes consécutifs

2^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite géométrique - l'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	- la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique.
Démontrer	qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n

Plan du cours
Séance 2 :

3^{ème} séance

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la variation d'une suite arithmétique - la variation d'une suite géométrique
Déterminer	le sens de variation d'une suite géométrique le sens de variation d'une suite arithmétique

Plan du cours Séance 3:
--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours

Séance 1 :

I- Généralités

1- Définition d'une suite numérique

2- Détermination d'une suite numérique

3- Représentation graphique d'une suite numérique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	Activité 1 1/ Calculer le loyer du magasin un an après 2/ Calculer le loyer du magasin 3ans après	Réponse attendue 1/ $M_1 = 600000 + 2000 = 602000$ f 2/ $M_3 = 604000 + 2000 = 606000$ f	I- Généralités 1- Définition d'une suite numérique On appelle une suite numérique toute fonction de $\mathbb{N}$ (ou d'une partie de $\mathbb{N}$) vers $\mathbb{R}$. $U: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ $n \mapsto U_n$ est une suite numérique notée (U_n) où $n \in \mathbb{N}$. (U_n) est appelé terme d'indice n ou terme général de la suite. 2- Détermination d'une suite numérique a- Suite définie par une formule explicite Propriété Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) de terme général $U_n = f(n)$ est dite définie par une formule explicite. Exemple $U_n = 3n + 5$ $V_n = \frac{2n-3}{4}$ b- Suite définie par une formule de récurrence Propriété Soit (U_n) une suite numérique. Si la suite (U_n) est définie par la donnée: - D'un terme (En général le 1er terme) - Et la relation $U_{n+1} = f(U_n)$
Développement 10 min		Activité 2 Combien le loyer coûtera dans 10ans ? Activité 3 Posons que le loyer initial est égal U_0 1/ Calculer U_1 en fonction de U_0 2/ Sachant que U_1 est le montant du loyer un an après, Calculer U_2 en fonction de U_0 3/ Calculer U_{10} en fonction U_0	Réponse attendue $M_3 = 604000 + 2000 = 606000$ f $M_{10} = 618000 + 2000 = 620000$ f Réponse attendue 1) $U_1 = U_0 + 2000$ 2) $U_2 = U_0 + 2(2000)$ 3) $U_{10} = U_0 + 10(2000)$	
Application 5 min		L'expression U_{10} est appelée terme d'une suite d'indice 10 Consigne : Si $n = 10$ et $r = 2000$ donner l'expression de U_n en fonction de U_0 , n et r Cette expression est l'expression d'une suite numérique Exercice d'Application On donne : $U_n = 2 + 4n$ Calculer U_5 ; U_6 ; U_7	Réponse attendue $U_n = U_0 + nr$ Réponse attendue $U_5 = 2 + 4 \times 5 = 22$ $U_6 = 2 + 4 \times 6 = 26$ $U_7 = 2 + 4 \times 7 = 30$	

		<u>Activité</u> On pose $U_0 = 600000$ (montant initial) $U_1 = U_0 + 2000$ $U_2 = U_1 + 2000$ or $U_2 = U_{1+1} = U_1 + 2000$ Exprimer U_3 en fonction de U_2 et r Exprimer U_4 en fonction de U_3 et r Partant de là Déterminer l'expression de U_{n+1} en fonction U_n et r <u>Exercice d'Application</u> On donne: $U_0 = -2$ $U_{n+1} = U_n - 5$ Calculer U_1 ; U_2 ; U_3 <u>Activité</u> Le plan est muni du repère (O,I,J). Soit (U_n) la suite définie par $U_n = 2 - 3n$. 1- Soit (C_f) la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto 2 - 3x$. Construis (C_f). 2- Détermine $f(1)$; $f(2)$ et $f(3)$ 3- Place les points : $A(1 ; f(1))$; $B(2 ; f(2))$ et $C(3 ; f(3))$. Lorsqu'on projette orthogonalement sur l'axe des ordonnées les points A, B et C on obtient une représentation des trois premiers termes de la suite sur l'axe (OJ).	<u>Réponse attendue</u> $U_{2+1} = U_3 = U_2 + 2000$ $U_{3+1} = U_4 = U_3 + 2000$ <u>Réponse attendue</u> $U_{n+1} = U_n + r$ <u>Réponse attendue</u> $U_1 = -2 - 5 = -7$ $U_2 = -7 - 5 = -12$ $U_3 = -12 - 5 = -17$	Elle est dite définie par une formule de récurrence. <u>3- Représentations graphiques d'une suite numérique.</u> Une suite numérique est une fonction, donc elle peut être représentée graphiquement dans le plan muni d'un repère. Dans toute la suite (C_f) est la représentation graphique de la fonction f associée à la suite (U_n). <u>a- Suites définies par une formule explicite</u> <u>Méthode</u> - Représenter (C_f), la courbe représentative de la fonction f associée à la suite (U_n). - Déterminer graphiquement les termes de la suite. <u>b- Suites définies par une formule de récurrence.</u> <u>Méthode</u> - Représenter (C_f) la courbe de la fonction associée à la suite (U_n). - Représenter la droite (Δ) d'équation $y = x$. - Marquer le premier terme donné sur l'axe (OI). - Projeter ce premier terme verticalement sur (C_f). - Projeter le point obtenu horizontalement sur (Δ) - projeter enfin le nouveau point obtenu sur (OI). On obtient ainsi le second terme de la suite.
--	--	--	--	--

		<u>Exercice d'application</u> Représente graphiquement les 5 premiers termes de la suite (U_n) définie par : $U_n = 2n + 1$ <u>Exercice d'application</u> On donne $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 1 \end{cases}$ Détermine graphiquement les cinq premiers termes de (U_n). <u>Exercice de maison</u> On donne $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{2U_n} \end{cases}$ Détermine graphiquement les trois premiers termes de (U_n)		- Refaire ce même processus avec le second terme pour obtenir le troisième terme. - Et ainsi de suite....
--	--	--	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 1/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite arithmétique - l'expression du terme général d'une suite arithmétique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique
Calculer	- la raison d'une suite arithmétique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite arithmétique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Démontrer	qu'une suite est arithmétique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite arithmétique en fonction de n

Plan du cours

Séance 1 :

II- Suites arithmétiques

1- Définition

2- Propriété des suites arithmétiques

3- Démontrer qu'une suite est arithmétique

4- Somme des termes consécutifs

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	Activité Pour sa sortie détente, une entreprise de la place loue un autobus aux conditions suivantes : - Le prix de location du véhicule est de 20000f. - A chaque heure supplémentaire, elle paie une somme forfaitaire de 5000 f. On désigne par L_n le coût de location de l'autobus 1/ Calculer la somme à payer après 1h. 2/ Calculer la somme à payer après 2h. 3/ Exprime L_{n+1} en fonction de L_n Posons que le prix initial est égal L_0		II- Suites arithmétiques 1- Définition Soit (u_n) une suite numérique. * (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un nombre réel r tel que pour tout entier naturel n $u_{n+1} = u_n + r$ * Le nombre réel r est appelée raison de la suite (u_n). 2- Propriétés des suites arithmétiques Propriété 1 Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On a : pour tout nombre entier naturel n, $u_n = u_0 + nr$. Propriété 2 Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. On a : pour tous nombres entiers naturels n et k, $u_n = u_k + (n - k)r$. 3- Démontrer qu'une suite est arithmétique. Méthode Pour démontrer qu'une suite (u_n) est arithmétique, on peut utiliser l'un des procédés suivants. * Etablir que la différence de deux termes consécutifs est un nombre réel indépendant de n : $u_{n+1} - u_n = r$ * Ecrire u_n sous la forme $u_n = an + b$, où a et b sont deux nombres réels indépendants de n.
Développement 10 min				
Application 5 min	Travail de groupe	On dit que (L_n) est une suite arithmétique. Activité 1/ Calculer L_1 en fonction de L_0 2/Sachant que L_1 est le montant de location une heure après, Calculer L_2 en fonction de L_0 3/Calculer L_{10} en fonction L_0.		

		<u>Exercice d'application</u> 1a et 1b page 95. <u>Exercice de maison</u>		<u>4- Somme des termes consécutifs</u> <u>Propriété</u> La somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique est égale au produit par <i>n</i> de la demi-somme des termes externes. <u>Formule</u> $S = n \times \frac{\textit{premier terme} + \textit{dernier terme}}{2}$
--	--	---	--	--

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Classe : Tle A₂

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 2/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une suite géométrique - l'expression du terme général d'une suite géométrique en fonction d'un terme quelconque et de la raison - La formule relative à la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
Calculer	- la raison d'une suite géométrique connaissant deux termes quelconques - un terme d'une suite géométrique connaissant un autre terme et la raison - la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique.
Démontrer	qu'une suite est géométrique en utilisant la définition
Exprimer	le terme général u_n , d'une suite géométrique en fonction de n

Plan du cours

Séance 2 :

III- Suites géométriques

1- Définition

2- Propriétés des suites géométriques

3- Démontrer qu'une suite est géométrique

4- Somme des termes consécutifs

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail Individuel	Activité Monsieur Ouédraogo désire acheter un vélo qui coûtait 25000f en 2010. Le taux annuel d'inflation, à partir de 2010 est de 5%. 1/ Calcule le prix du vélo en 2011 et 2012. 2/ On désigne par P_n le prix du vélo au bout de n années. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n. On dit que (P_n) est une suite géométrique.		III- Suites géométriques 1- Définition Soit (u_n) une suite numérique. * u_n est une suite géométrique s'il existe un nombre réel q tel que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = qu_n$. * Le nombre réel q est appelé raison de la suite (u_n). 2- Propriétés des suites géométriques Propriété 1 Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On a : pour tout nombre entier naturel n, $u_n = u_0 q^n$ Propriété 2 Soit (u_n) une suite géométrique de raison q. On a : pour tous nombres entiers naturels n et k, $u_n = u_k q^{n-k}$ 3- Démontrer qu'une suite est géométrique. Méthode Pour démontrer qu'une suite (u_n) est géométrique, on peut utiliser l'un des procédés suivants. * Etablir que le quotient de deux termes consécutifs est un nombre réel indépendant de n : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ * Ecrire (u_n) sous la forme $u_n = ba^n$, où a et b sont deux nombres réels indépendants de n.
Développement 10 min		Activité Sachant que P_0 est le prix initial du vélo. 1/ Calculer P_1 en fonction de P_0 2/ Sachant que P_1 est le montant de location une heure après, Calculer P_2 en fonction de P_0 3/ Calculer P_{10} en fonction P_0.		
Application 5 min	Travail de groupe			

		<u>Exercice d'application</u> 1c et 1d page 95 <u>Exercice de maison</u>		4- <u>Somme de termes consécutifs</u> Soit S la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme a et de raison q. * Si $q \neq 1$, alors $S = a \times \frac{1-q^n}{1-q}$ * Si $q = 1$, $S = n \times a$
--	--	--	--	---

Discipline : MATHÉMATIQUES

Compétence 1

Thème 2: Fonctions Numériques

Leçon 4 : Suites numériques

Séance : 3/3

Durée de la séance : 55 min

Supports didactiques: Calculatrice, Manuel.

Prérequis : Fonctions

Classe : Tle A₂

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	- la variation d'une suite arithmétique - la variation d'une suite géométrique
Déterminer	- le sens de variation d'une suite géométrique - le sens de variation d'une suite arithmétique

Plan du cours

Séance 3 :

IV- Variation d'une suite numérique

- 1- Sens de variation d'une suite numérique
- 2- Déterminer le sens de variation d'une suite numérique
- 3- Sens de variation d'une suite arithmétique
- 4- Sens de variation d'une suite géométrique

DEROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didac- tique et Durée	Stratégie Pé- dagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
10 min		Je fais corriger l'exercice de maison		

Présentation				IV- <u>Variation d'une suite numérique</u> 1- <u>Sens de variation d'une suite numérique</u> a) <u>Propriété :</u> Soit (u_n) une suite numérique. * Si pour tout nombre entier n, $u_n \leq u_{n+1}$ (respectivement $u_n < u_{n+1}$) alors la suite (u_n) est croissante (respectivement strictement croissante). * Si pour tout nombre entier n, $u_n \geq u_{n+1}$ (respectivement $u_n > u_{n+1}$) alors la suite (u_n) est décroissante (respectivement strictement décroissante). b) <u>Vocabulaire</u> * Une suite est croissante (respectivement décroissante) à partir d'un certain rang s'il existe un entier naturel n_0 tel que : pour tout entier $n \geq n_0$, $u_n \leq u_{n+1}$ (respectivement $u_n \geq u_{n+1}$). * Une suite est monotone lorsqu'elle est soit croissante, soit décroissante * Une suite (u_n) est constante lorsqu'il existe un nombre réel c indépendant de n, tel que : pour tout entier naturel n, $u_n = c$. * Une suite est stationnaire si elle est constante à partir d'un certain rang. 2- <u>Déterminer le sens de variation d'une suite numérique</u> <u>Méthode</u> Pour étudier le sens de variation d'une suite définie par une formule explicite,
Développement 25 min	Travail de groupe			
Application 10 min	Travail Individuel			

				on peut utiliser l'une des méthodes suivantes : <u>Méthodes algébriques</u> Etudier le signe de $(u_{n+1} - u_n)$. * Si $u_{n+1} - u_n > 0$ alors la suite (u_n) est croissante. * Si $u_{n+1} - u_n < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante. <u>Méthode fonctionnelle</u> Lorsque $u_n = f(n)$, étudier le sens de variation de la fonction f : * Si f est croissante sur $[n_0 ; +\infty[$, alors la suite (u_n) est croissante à partir du rang n_0. * Si f est décroissante sur $[n_0 ; +\infty[$, alors la suite (u_n) est décroissante à partir du rang n_0. 3- Sens de variation d'une suite arithmétique <u>Propriété</u> Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r non nulle. * Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est croissante. * Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est décroissante. 4- Sens de variation d'une suite géométrique <u>Propriété</u> Soit (u_n) une suite géométrique de raison q différente de 1.
--	--	--	--	---

				* Si $q > 1$, alors la suite (u_n) est croissante. * Si $q < 1$, alors la suite (u_n) est décroissante.
--	--	--	--	---