FICHE DE LEÇON

LIMITES ET CONTINUITE

TLE D

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou
Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^LE^ D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

NOMBRE DES SEANCES : 12

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- les notions de branches paraboliques de direction celle de (OI) ou celle de (OJ) dans un repère (O, I, J) - une racine n-ième d'un nombre positif - une puissance d'exposant rationnel
Connaître	- la propriété relative à la limite d'une fonction composée - la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert - les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle - la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle - les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue : • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique - le théorème des valeurs intermédiaires - les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle - les méthodes de dichotomie et de balayage - les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels
Noter	- une racine n-ième d'un nombre positif $\left(\sqrt[n]{x}\ \ ou\ x^{\frac{1}{n}}\right)$ - une puissance d'exposant rationnel $\left(x^{\frac{p}{q}}\right)$
Déterminer	- la limite d'une fonction

	• en utilisant les limites de référence • en utilisant une expression conjuguée • en utilisant la définition d'un nombre dérivé • en utilisant les propriétés de comparaison (minorant, majorant et encadrement) - la limite d'une fonction composée - l'image d'un intervalle par une fonction continue • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique - une valeur approchée d'une solution d'une équation - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$ - la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible - un prolongement par continuité d'une fonction en un point
Représenter	- la courbe de la bijection réciproque d'une bijection dans un repère orthonormé - graphiquement des fonctions du type : • $x \mapsto \sqrt[n]{x} (n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}_+^*)$ • $x \mapsto x^r (r \in \mathbb{Q}, x \in \mathbb{R}_+^*)$
Interpréter	- graphiquement : • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty (resp\ -\infty)$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty (resp\ -\infty)$
Démontrer	- qu'une fonction f est une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J dans le cas où f est continue et strictement monotone sur I. - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = m$ (m réel) sur un intervalle I, f étant continue et strictement monotone sur I - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur un intervalle ouvert $]a; b[$, f étéant continue et strictement monotone sur $[a; b]$
Traiter une situation	- faisant appel aux limites et à la continuité d'une fonction

SITUATION D'APPRENTISSANGE

Lors d'un cours de biologie en T[LE]D le professeur de SVT a informé la classe qu'une étude sur l'évolution dans le temps de la population $\boldsymbol{p}$ à venir (en millier), à compter de cette année, d'une espèce d'abeille responsable de la pollinisation des fleurs des anacardiers dans le département de Madinani, est estimée par la formule : $\boldsymbol{p(t) = 780000} \times \boldsymbol{\frac{2t+1}{t^2+3}}$, où $\boldsymbol{t}$ désigne le nombre d'années qui s'écouleront depuis cette année.

Il ajoute que si on n'y prend garde, cette espèce disparaîtra.

Préoccupés par cette information, les élèves de la classe décident d'étudier la fonction p pour savoir s'il est possible d'estimer l'année où cette espèce pourrait disparaître si aucune mesure n'est prise.

PLAN DE LA LEÇON

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^LE D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE:1/12

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction • en utilisant les limites de référence

PLAN DE LA SEANCE

I. LIMITE

1. Limites de référence

Propriété

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Présentation *5 min*	-Lecture -Travail collectif	-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix. **Question pour faire ressortir les tâches :** Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?	-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lis à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent Attentivement. REPONSE ATTENDUE Les élèves de la classe décident d'étudier la fonction p.	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *25 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE</u> Soit n un nombre entier naturel non nul ; a et c des nombres réels. Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to a} c$; $\lim\limits_{x\to+\infty} c$; $\lim\limits_{x\to-\infty} c$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2n}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2n+1}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^n}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^n}$; $\lim\limits_{x\to0} \frac{1}{x^n}$ *Ces résultats font partie d'un ensemble de résultats appelés* ***limites de référence*** *à partir desquels nous effectuerons d'autres calculs de limites de fonctions.*	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $\lim\limits_{x\to a} c = c$; $\lim\limits_{x\to+\infty} c = c$; $\lim\limits_{x\to-\infty} c = c$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2n} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^{2n+1} = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^n} = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^n} = 0$; $\lim\limits_{x\to0} \frac{1}{x^n} = +\infty$	**I- LIMITE** **1. Limites de référence** **Propriété** • a et c étant des nombres réels, $\lim\limits_{x\to a} c = \lim\limits_{x\to+\infty} c = \lim\limits_{x\to-\infty} c = c$; • a étant un nombre réel et n un nombre entier naturel non nul, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = \begin{cases} +\infty \text{ si } n \text{ est pair} \\ -\infty \text{ si } n \text{ est impair} \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^n} = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ $\lim\limits_{x\to0} x^n = 0$; $\lim\limits_{x\to a} (x-a)^n = 0$ **Pour *n* pair** $\lim\limits_{x\to0} \frac{1}{x^n} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to a} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$ **Pour n impair** $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} \frac{1}{x^n} = -\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} \frac{1}{x^n} = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to a\\<}} \frac{1}{(x-a)^n} = -\infty$; $\lim\limits_{\substack{x\to a\\>}} \frac{1}{(x-a)^n} = +\infty$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 minutes*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule les limites suivantes : $a.\lim\limits_{\substack{x\to5\\<}}\dfrac{1}{x-5}$; $b.\lim\limits_{\substack{x\to5\\>}}\dfrac{1}{x-5}$ $c.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x}{\sin x}$; $d.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ $e.\lim\limits_{\substack{x\to-2\\<}}\dfrac{1}{(x+2)^5}$; $f.\lim\limits_{\substack{x\to3\\>}}\dfrac{1}{(x-3)^2}$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $a.\lim\limits_{\substack{x\to5\\<}}\dfrac{1}{x-5}=-\infty$ $b.\lim\limits_{\substack{x\to5\\>}}\dfrac{1}{x-5}=+\infty$ $c.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x}{\sin x}=3\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{\frac{\sin x}{x}}\right)$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x}{\sin x}=3\times1=3$ $d.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=1$ $e.\lim\limits_{\substack{x\to-2\\<}}\dfrac{1}{(x+2)^5}=-\infty$	On a : $\lim\limits_{x\to0}\sqrt{x}=0$; $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}=+\infty$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-1}{x}=0$ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x}{x}=1$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=1$ La limite d'une fonction polynôme en $+\infty$ ou en $-\infty$ est égale à la limite de son monôme de plus haut degré. La limite d'une fraction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$ est égale à la limite du quotient du monôme de plus haut degré du numérateur par celui du dénominateur.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> Calcule les limites suivantes : $a. \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{1-x}{2-x}$; $b. \lim\limits_{x \to 0} \frac{2\sin 3x}{6x}$ $c. \lim\limits_{x \to 0} \frac{x\cos x}{\sin x}$; $d. \lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{2x^2}$ $e. \lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} \frac{1}{(x+1)^7}$; $f. \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ >}} \frac{1}{(x-3)^2}$ $g. \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\pi}{4}$; $h. \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$	$f. \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ >}} \frac{1}{(x-3)^2} = +\infty$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^LE D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 2/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction en utilisant les limites de référence

PLAN DE LA SEANCE

2. Limite d'une restriction
   Propriété
3. Lien entre limite à gauche, limite à droite et limite d'une fonction en un point
   Propriété

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min		Correction de l'exercice de maison		
Développement *10 min*	-Travail en groupes	ACTIVITE Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = \frac{16-x^2}{4-x}$$ 1. Détermine la fonction g dont f est la restriction à l'intervalle à $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. 2. En déduis la limite de f en 4.	REPONSES ATTENDUES 1. $$f(x) = \frac{16-x^2}{4-x}$$ $\forall x \neq 3, f(x) = 4 + x$ On en déduis que $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ $x \mapsto 4 + x$ 2. $\lim_{x \to 4} 4 + x = 8$ On déduis que $\lim_{x \to 4} f(x) = 8$	2. Limite d'une restriction Propriété Soit g une fonction numérique, f la restriction de g à une partie H de son ensemble de définition et $\boldsymbol{\alpha}$ un nombre réel. On suppose qu'il existe un intervalle I contenant $\boldsymbol{\alpha}$ tel que I$\setminus \{\boldsymbol{\alpha}\}$ soit inclus dans H. Si g possède une limite $\boldsymbol{l}$ au point a, alors $\boldsymbol{l}$ est la limite de f au point $\boldsymbol{\alpha}$.
Evaluation *15 min*	-Travail individuel	EXERCICE DE FIXATION1 Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = \frac{1-x^2}{x-1}$$ Détermine la limite de f en 1.	REPONSES ATTENDUES $$f(x) = \frac{1-x^2}{x-1}$$ $\forall x \neq 1, f(x) = -x - 1$ f est la restriction à $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ de la fonction : $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ $x \mapsto -x - 1$ $\lim_{x \to 1} -x - 1 = -2$ On déduis que $\lim_{x \to 1} f(x) = -2$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				3. <u>Lien entre limite à gauche, limite à droite et limite d'une fonction en un point</u> <u>Propriété</u> Une fonction $\boldsymbol{f}$ définie en un point $\boldsymbol{\alpha}$ admet une limite en $\boldsymbol{\alpha}$ si et seulement si elle admet en $\boldsymbol{\alpha}$ une limite à gauche et une limite à droite égale à $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\alpha})$. Une fonction $\boldsymbol{f}$ non définie en un point $\boldsymbol{\alpha}$ admet une limite $\boldsymbol{l}$ en $\boldsymbol{\alpha}$ si et seulement si elle admet en $\boldsymbol{\alpha}$ une limite à gauche et une limite à droite égale à $\boldsymbol{l}$.
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION2</u> 1. Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;-1[, f(x) = x^2+3 \\ \forall x \in [-1;+\infty[; f(x) = x^3 \end{cases}$ f admet-t-elle une limite en -1 ? 2. Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty;-2[, f(x) = x^2+3 \\ \forall x \in [-2;+\infty[; f(x) = -2x+3 \end{cases}$ g admet-t-elle une limite en -2 ?	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ <}} f(x) = 4$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x) = -1$ $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ <}} f(x) \neq \lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ Donc f n'admet pas de limite en -1. 2. $\lim\limits_{\substack{x\to-2 \\ <}} f(x) = 7$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x) = 7$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXRCICE DE MAISON</u> N°3, N°4, N°6 et N°7 page 40 PYRAMIDE T LED	$\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x) = f(-2)$ Donc g admet une limite en -2.	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 3/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction • en utilisant les limites de référence

PLAN DE LA SEANCE

4. Limites et opérations sur les fonctions

   a. Limite de la somme de deux fonctions
      Propriété
   b. Limite du produit de deux fonctions
      Propriété
   c. Limite du quotient de deux fonctions
      Propriété

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>10 min

Développement
25 min</td>
<td>-Travail collectif

-Travail individuel</td>
<td>Correction des exercices de maison
<u>ACTIVITE</u>
Soit f et g des fonctions ; l et l' des nombres réels ; α un nombre réel, $+\infty$ ou $-\infty$.
Complète les tableaux ci-dessous : (Annexe)</td>
<td>

<u>REPONSES ATTENDUES</u>
Voir annexe</td>
<td>
4. <u>Limites et opérations sur les fonctions</u>
a. <u>Limite de la somme de deux fonctions</u>
<u>Propriété</u>
Soit f et g deux fonctions ; l et l' des nombres réels ; α un nombre réel, $+\infty$ ou $-\infty$.
<table>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$</td><td>$l$</td><td>$l$</td><td>$l$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$</td><td>$l'$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha}[f(x)+g(x)]$</td><td>$l+l'$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>FI</td></tr>
</table>
b. <u>Limite du produit de deux fonctions</u>
<u>Propriété</u>
Soit f et g deux fonctions ; l et l' des nombres réels ; α un nombre réel, $+\infty$ ou $-\infty$.
<table>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$</td><td>$l$</td><td>$l>0$</td><td>$l<0$</td><td>$l>0$</td><td>$l<0$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$</td><td>$l'$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$ ou $-\infty$</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to\alpha}[f(x)\times g(x)]$</td><td>$l\times l'$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>FI</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				c. Limite du quotient de deux fonctions

c. <u>Limite du quotient de deux fonctions</u>

<u>Propriété</u>

Soit f et g deux fonctions ; l et l' des nombres réels ; α un nombre réel, $+\infty$ ou $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$	l	l	$l>0$ ou $+\infty$	$l<0$ ou $-\infty$	$l>0$ ou $+\infty$	$l<0$ ou $-\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
$\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$	$l' \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	0 avec $g(x)>0$	0 avec $g(x)>0$	0 avec $g(x)<0$	0 avec $g(x)<0$	0	$l'>0$	$l'<0$	$l'>0$	$l'<0$	$+\infty$ ou $-\infty$
$\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{l}{l'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td>Evaluation
15 min</td><td>-Travail individuel</td><td><u>EXERCICE DE FIXATION</u>
Calcule les limites suivantes :
1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+2\sqrt{x}\right)$;
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+2\sqrt{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to-\infty}(-4x^3+9)$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)\left(\frac{x^3+x^2-1}{x^3-4}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)\left(\frac{x^2-1}{x^3-4}\right)$

<u>EXERCICES DE MAISON</u>
N°8, N°9 et N°10 page 40
PYRAMIDE T^{LE} D.</td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1.
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+2\sqrt{x}\right)=+\infty$
car $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 2\sqrt{x}=+\infty$

Calculons : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+2\sqrt{x}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty} -x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 2\sqrt{x}=+\infty$
Donc on ne peut pas conclure.

$\lim\limits_{x\to-\infty}(-4x^3+9)=+\infty$
car $\lim\limits_{x\to-\infty} -4x^3=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 9=9$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)\left(\frac{x^3+x^2-1}{x^3-4}\right)=-\infty$
car
$\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)=-\infty$
et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3+x^2-1}{x^3-4}\right)=1$

Calculons :
$\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)\left(\frac{x^2-1}{x^3-4}\right)$
$\lim\limits_{x\to+\infty}(-x^2+3x-7)=-\infty$ et
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^3-4}\right)=0$
Donc on ne peut pas conclure.</td><td></td></tr>
</table>

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 4/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la propriété relative à la limite d'une fonction composée
Déterminer	- la limite d'une fonction • en utilisant les limites de référence • en utilisant les propriétés de comparaison (minorant, majorant et encadrement) - la limite d'une fonction composée

PLAN DE LA SEANCE

5. Limite d'une fonction composée
   Propriété
   Conséquences
6. Limites et inégalités
   a. Passage à la limite dans une inégalité
      Propriété
   b. Limite par comparaison
      Propriétés

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min *Développement* *20 min*	-Travail en groupe -Travail individuel	Correction des exercices de maison ACTIVITE On donne les fonctions f et g de ℝ vers ℝ définies par : $f(x) = x - 1$ $g(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 3}$ 1. Détermine $gof(x)$ puis $\lim\limits_{x\to 5} gof(x)$. 2. a. Détermine $k \in \mathbb{R} \setminus \lim\limits_{x\to 5} f(x) = k$ b. Détermine $p \in \mathbb{R} \setminus \lim\limits_{x\to k} g(x) = p$ 3. Compare $\lim\limits_{x\to 5} gof(x)$ et $\lim\limits_{x\to k} g(x)$	REPONSES ATTENDUES 1. $gof(x) = g[f(x)]$ $gof(x) = g(x-1)$ $g(x) = \dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2+3}$ $\lim\limits_{x\to 5} gof(x) = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2+3}$ $\lim\limits_{x\to 5} gof(x) = \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{2(5-1)}{(5-1)^2+3}$ $\lim\limits_{x\to 5} gof(x) = \dfrac{8}{19}$ 2. a. $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = 4$ donc $k = 4$ b. $\lim\limits_{x\to 4} g(x) = \dfrac{8}{19} = p$ 3. $\lim\limits_{x\to 4} g(x) = \lim\limits_{x\to 5} gof(x)$	**5. <u>Limite d'une fonction composée</u>** **<u>Propriété</u>** f et g sont des fonctions, a, l et l' des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$. Si $\lim\limits_{x\to a} g(x) = l$ et $\lim\limits_{x\to l} f(x) = l'$ alors $\lim\limits_{x\to a} f\text{o}g(x) = l'$. **<u>Conséquences</u>** Soit f une fonction numérique, a un élément de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$, l est un nombre réel positif ou nul et l' un nombre réel. • Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = l$ alors $\lim\limits_{x\to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{l}$ • Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} \sqrt{f(x)} = +\infty$ • Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = l'$ alors $\lim\limits_{x\to a} \lvert f(x)\rvert = \lvert l'\rvert$ • Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} \lvert f(x)\rvert = +\infty$ • Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} \lvert f(x)\rvert = +\infty$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION1</u> Calcule les limites suivantes : $\lim_{x\mapsto 1} \sin \frac{\pi x^5}{x^2+1}$ $\lim_{x\mapsto +\infty} \sqrt{x^2-5x-2}$ $\lim_{x\mapsto -3} \lvert 8x-11 \rvert$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> Calculons : $\lim_{x\mapsto 1} \sin \frac{\pi x^5}{x^2+1}$ $\sin \frac{\pi x^5}{x^2+1}$ est la composée de la fonction $\frac{\pi x^5}{x^2+1}$ suivie de la fonction sinus. $\begin{cases} \lim_{x\to 1} \frac{\pi x^5}{x^2+1} = \frac{\pi}{2} \\ \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \sin x = 1 \end{cases}$ Donc $\lim_{x\mapsto 1} \sin \frac{\pi x^5}{x^2+1} = 1$ Calculons : $\lim_{x\mapsto +\infty} \sqrt{x^2-5x-2}$ $\lim_{x\mapsto +\infty} (x^2-5x-2) = +\infty$ Donc $\lim_{x\mapsto +\infty} \sqrt{x^2-5x-2} = +\infty$ Calculons : $\lim_{x\mapsto -3} \lvert 8x-11 \rvert$ $\lim_{x\mapsto -3} 8x-11 = -13$ Donc $\lim_{x\mapsto -3} \lvert 8x-11 \rvert = \lvert -13 \rvert$ $\lim_{x\mapsto -3} \lvert 8x-11 \rvert = 13$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				6. Limites et inégalités **a. Passage à la limite dans une inégalité** **Propriété** a est un élément de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$, f et g deux fonctions admettant des limites en a. Si $f \geq g$ alors $\lim_{x \mapsto a} f(x) \geq \lim_{x \mapsto a} g(x)$ **b. Limite par comparaison** **Propriétés** a et l sont des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$, f et g sont des fonctions. ❖ Si $f \geq g$ et $\lim_{x \mapsto a} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \mapsto a} f(x) = +\infty$ ❖ Si $f \leq g$ et $\lim_{x \mapsto a} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \mapsto a} f(x) = -\infty$ ❖ Si g$\leq f \leq h$ et $\lim_{x \mapsto a} g(x) = \lim_{x \mapsto a} h(x) = l$ alors $\lim_{x \mapsto a} f(x) = l$ ❖ S'il existe un nombre réel l, une fonction g et un intervalle $]A; +\infty[$ tels que : $\lim_{x \mapsto +\infty} g(x) = 0$ et $\forall x \in]A; +\infty[$, $\|f(x) - l\| = 0$ alors $\lim_{x \mapsto +\infty} f(x) = l$ (Des propriétés analogues existent lorsque x tend vers $-\infty$ ou lorsque x tend vers $x_0 (x_0 \in \mathbb{R})$).

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION2</u> Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x}$ $\lim\limits_{x\to\infty} (x^2 - x\cos x)$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> Calculons : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x}$ $-1 \leq \sin x \leq 1$ $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} -\frac{1}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ Calculons : $\lim\limits_{x\to\infty} (x^2 - x\cos x)$ $-1 \leq \cos x \leq 1$ $-x \leq x\cos x \leq x$ $x \leq -x\cos x \leq -x$ $x^2 + x \leq x^2 - x\cos x \leq x^2 - x$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 + x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 - x) = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to\infty} (x^2 - x\cos x) = +\infty$	
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°12 et N°13 page 40 PYRAMIDE T^{LE}D		

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		Calcule la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction f définie par : $f(x) = x + \sin x$. Calcule la limite en $+\infty$ de la fonction f définie par : $$f(x) = \frac{2x^3}{(1+x^3)\sqrt{1+x^4}}$$		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 5/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la propriété relative à la limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert

PLAN DE LA SEANCE

7. Limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert
   a. Propriété1
   b. Propriété2
   c. Propriété3
   d. Propriété4

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>10 min

Développement
25 min</td>
<td>-Travail en groupe

-Travail individuel</td>
<td>
Correction des exercices de maison

<u>ACTIVITE</u>
1. Soit f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$.
Mets une croix dans la case correspondante.
<table>
<tr><th></th><th></th><th>oui</th><th>non</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $+\infty$ à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $-\infty$ à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $-\infty$ à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $+\infty$ à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
</table>

2. Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$
Mets une croix dans la case correspondante.
<table>
<tr><th></th><th></th><th>oui</th><th>non</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $+\infty$ à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $-\infty$ à droite de a</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $-\infty$ à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $+\infty$ à gauche de b</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td><u>REPONSES ATTENDUES</u></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>
1. Soit f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$.
<table>
<tr><th></th><th></th><th>oui</th><th>non</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à gauche de b</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à gauche de b</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à droite de a</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à droite de a</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $+\infty$ à gauche de b</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $-\infty$ à gauche de b</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $-\infty$ à droite de a</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $+\infty$ à droite de a</td><td></td><td>✖</td></tr>
</table>
2. Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$
<table>
<tr><th></th><th></th><th>oui</th><th>non</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à droite de a</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à droite de a</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f admet une limite finie à gauche de b</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f admet une limite infinie à gauche de b</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non majorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $+\infty$ à droite de a</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $-\infty$ à droite de a</td><td></td><td>✖</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Si f est non minorée sur $]a;b[$ alors</td><td>f a pour limite $-\infty$ à gauche de b</td><td>✖</td><td></td></tr>
<tr><td>f a pour limite $+\infty$ à gauche de b</td><td></td><td>✖</td></tr>
</table>
</td><td></td></tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				7. <u>Limite d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert</u> **a. <u>Propriété1</u>** Soit f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. - Si f est majorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à gauche de b. - Si f est minorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à droite de a. **b. <u>Propriété2</u>** Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. - Si f est majorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à droite de a. - Si f est minorée sur $]a;b[$, alors f admet une limite finie à gauche de b. **c. <u>Propriété3</u>** Soit f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. - Si f est non majorée sur $]a;b[$, alors f admet pour limite $+\infty$ à gauche de b. - Si f est non minorée sur $]a;b[$, alors f admet pour limite $-\infty$ finie à droite de a. **d. <u>Propriété4</u>** Soit f une fonction décroissante sur un intervalle ouvert $]a;b[$. - Si f est non majorée sur $]a;b[$, alors f admet pour limite $+\infty$ à droite de a. - Si f est non minorée sur $]a;b[$, alors f admet pour limite $-\infty$ finie à gauche de b

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *15 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> La fonction tan est non majorée sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ et strictement croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$. Détermine la limite de la fonction tan à gauche de $\frac{\pi}{2}$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> La fonction tan est non majorée sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ et strictement croissante sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ donc la limite de la fonction tan à gauche de $\frac{\pi}{2}$ est $+\infty$.	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 6/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- la limite d'une fonction • en utilisant les limites de référence • en utilisant une expression conjuguée • en utilisant la définition d'un nombre dérivé

PLAN DE LA SEANCE

8. Calcul de limites et formes indéterminées
   a. Utilisation d'une factorisation
   b. Utilisation de l'expression conjuguée
   c. Utilisation de l'expression conjuguée et d'une factorisation
   d. Utilisation de la définition d'un nombre dérivé
   e. Le changement d'écriture

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *25 min*	-Travail collectif	<u>ACTIVITE</u> Calcule les limites suivantes : 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-x^2)$ 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$ 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)$ 4. $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$ 5. $$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x^3}$$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **1**. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-x^2)=\lim\limits_{x\to+\infty}x(1-x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x)=-\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-x^2)=-\infty$ **2**. $$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$$ $$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}$$ $$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}$$ $$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)=+\infty$$ d'où $$\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}=0$$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)=0$ 3. $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)$$ $$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)\left(\sqrt{x^2-5x+7}-x\right)}{\sqrt{x^2-5x+7}-x}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(-5x+7)}{\sqrt{x^2-5x+7}-x}$$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(-5+\frac{7}{x}\right)}{\lvert x\rvert\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^2}}-x}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(-5+\frac{7}{x}\right)}{-x\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^2}}-x}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(-5+\frac{7}{x}\right)}{-x(\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^2}}+1)}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{5-\frac{7}{x}}{\sqrt{1-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^2}}+1}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+7}+x\right)=\frac{5}{2}$$ **4**. Calculons : $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$ La fonction racine carrée est dérivable en 1 et on a : $$f'(0)=\lim_{h\to0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$$ $$f'(0)=\lim_{h\to0}\frac{\sqrt{h+1}-1}{h}$$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{h+1}-1)(\sqrt{h+1}+1)}{h(\sqrt{h+1}+1)}$$ $$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{h+1}+1)}$$ $$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{(\sqrt{h+1}+1)}=\frac{1}{2}$$ donc $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}=\frac{1}{2}$$ **5**. Calculons : $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x^3}$$ $$\frac{\sin x}{x^3}=\frac{1}{x^2}\times\frac{\sin x}{x}$$ $$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=+\infty$$ $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$ donc $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x^3}=+\infty$$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule les limites suivantes : 1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x+7}{\sqrt{x^3-3x-4}}$ 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)$ 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)$ 4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x)^2-1}{x-\frac{\pi}{2}}$ 5. $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin\sqrt{x}}{x}$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x+7}{\sqrt{x^3-3x-4}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\left(2+\frac{7}{x}\right)}{x\sqrt{x-\frac{3}{x^2}-\frac{4}{x^3}}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x+7}{\sqrt{x^3-3x-4}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\left(2+\frac{7}{x}\right)}{\sqrt{x-\frac{3}{x^2}-\frac{4}{x^3}}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2+\frac{7}{x}\right)=2$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x-\frac{3}{x^2}-\frac{4}{x^3}}=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x+7}{\sqrt{x^3-3x-4}} = 0$ 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)}{\sqrt{x^2+4}+x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4}{\sqrt{x^2+4}+x} = 0$ 3. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)$ $= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)\left(\sqrt{x^2+x+6}-x\right)}{\sqrt{x^2+x+6}-x}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+6}{\sqrt{x^2+x+6}-x}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{6}{x}\right)}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{6}{x}}-x}$$ $$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+6}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{-1-\frac{6}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{6}{x}}+1}=-\frac{1}{2}$$ 4. $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x)^2-1}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x-1)(\sin x+1)}{x-\frac{\pi}{2}}$$ $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x)^2-1}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x-1)}{x-\frac{\pi}{2}}\times\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x+1)$$ $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x-1)}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x-\sin\frac{\pi}{2}}{x-\frac{\pi}{2}}=sin'\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\frac{\pi}{2}=0$$ $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x+1)=2$$ donc $$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x)^2-1}{x-\frac{\pi}{2}}=0$$ 5. $$\lim_{x\to0}\frac{\sin\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{x}}\times\frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=+\infty$$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE :7/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- un prolongement par continuité d'une fonction en un point

PLAN DE LA SEANCE

II. CONTINUITE
1. Continuité en un point
   a. Définition
   b. Propriété
2. Prolongement par continuité
   Propriété et définition
3. Continuité sur un intervalle
   Définition

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *25 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE</u> Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$ 1. Détermine D_f. 2. Calcule puis compare $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ et $f(0)$. *$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0)$: on dit que la fonction f est continue en 0.* *La fonction h définie par:* $h(x) = \begin{cases} f(x) \text{ si } x \in \mathbb{R}\setminus\{2\} \\ 4 \text{ si } x = 2 \end{cases}$ *est continue en 2 et est le prolongement par continuité de f en 2.*	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $D_f = \mathbb{R}\setminus\{2\}$ 2. $$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{x^2-4}{x-2}$$ $$\lim_{x\to 0} f(x) = 2$$ $$f(0) = 2$$ $$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$	**II. <u>CONTINUITE</u>** **1. <u>Continuité en un point</u>** **a. <u>Définition</u>** f est une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant a. f est continue en a si et seulement si elle admet en a une limite égale à $f(a)$. **b. <u>Propriété</u>** Toute fonction qui est somme, produit ou quotient de fonctions de références est continue en tout élément de son ensemble de définition. **2. <u>Prolongement par continuité</u>** **<u>Propriété et définition</u>** Soit f une fonction et a un nombre réel n'appartenant pas à l'ensemble de définition D_f de f. On suppose que f admet une limite finie l en a. La fonction g définie par : $g(x) = \begin{cases} f(x) \text{ si } x \in D_f\setminus\{a\} \\ l \text{ si } x = a \end{cases}$ est continue en a. Elle est appelée le prolongement par continuité de f en a.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *15 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> 1. Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $$f(x)=\frac{\cos x-1}{x}$$ Détermine h, le prolongement par continuité de la fonction f en 0. 2. Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $$g(x)=\frac{1-x^2}{x-1}$$ Détermine p, le prolongement par continuité de la fonction g en 1. <u>EXERCICES DE MAISON</u> N°24, N°25 et N°26 page 42 PYRAMIDE T[LE]D	<u>REPONSE ATTENDUES</u> 1. $$f(x)=\frac{\cos x-1}{x}$$ $$D_f=\mathbb{R}\setminus\{0\}$$ $$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x}=1$$ $$h(x)=\begin{cases}\frac{\cos x-1}{x}\ si\ x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\\ 1\ si\ x=0\end{cases}$$ 2. $$g(x)=\frac{1-x^2}{x-1}$$ $$D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$$ $$g(x)=-1-x\ \ \forall x\neq 1$$ $$\lim_{x\to 1}g(x)=-2$$ $$p(x)=\begin{cases}-1-x\ si\ x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}\\ -2\ \ si\ x=1\end{cases}$$	**3. <u>Continuité sur un intervalle</u>** **<u>Définition</u>** On dit qu'une fonction est continue sur un intervalle I si elle est continue en tout point de I.

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 8/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

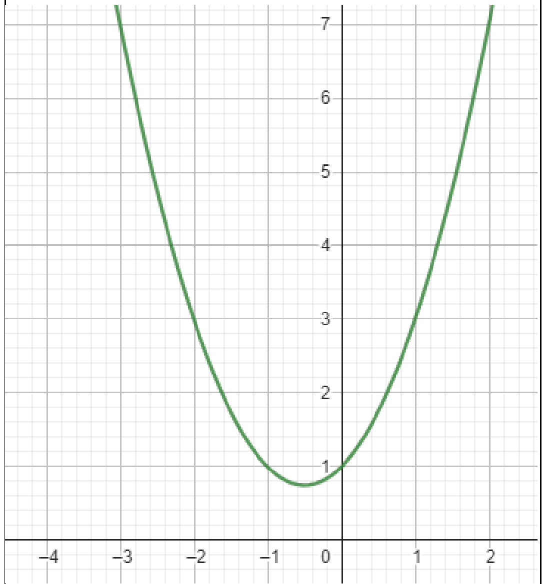
MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les propriétés relatives aux opérations sur les fonctions continues sur un intervalle - la propriété relative à la composée de deux fonctions continues sur un intervalle - les propriétés relatives à l'image d'un intervalle par une fonction continue : • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique
Déterminer	- l'image d'un intervalle par une fonction continue • en utilisant son tableau de variation • en utilisant une méthode algébrique

PLAN DE LA SEANCE

4. Opérations sur les fonctions continues
   Propriété
5. Image d'un intervalle par une fonction continue
   a. Propriété1
   b. Propriété2
6. Continuité d'une fonction composée
   Propriété

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min *Développement* *15 min*	-Travail collectif -Travail individuel	Correction des exercices de maison <u>ACTIVITE1</u> Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I et x et μ deux réels de I. 1. Justifie que la fonction $f+g$ est continue sur I. 2. Justifie que la fonction μf est continue sur I. 3. Justifie que la fonction $\|f\|$ est continue sur I. 4. Justifie que si g ne s'annule pas sur I, la fonction $\frac{f}{g}$ est continue sur I. 5. Justifie que si f est positive sur I, la fonction $\sqrt{f}$ est continue sur I.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **1**. $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ Or f et g sont continues sur I. Donc $f+g$ est continue sur I. **2**. $\mu f(x) = f(\mu x)$ Or f est une fonction continue sur I. Donc μf est continue sur I. 3. $\|f\|(x) = \|f(x)\|$ Or f est une fonction continue sur I. Donc $\|f\|$ est continue sur I car la fonction valeur absolue est continue sur $\mathbb{R}$. **4**. $$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$ Or f et g deux fonctions continues sur I. Donc $\frac{f}{g}$ est continue sur I. **5**. $\sqrt{f}(x) = \sqrt{f(x)}$ Or f est une fonction continue sur I. Donc $\sqrt{f}$ est continue sur I car la fonction racine carrée est continue sur $[0;+\infty[$.	4. <u>**Opérations sur les fonctions continues**</u> <u>**Propriété**</u> Soient f et g deux fonctions continues sur un intervalle I. • Les fonctions $f+g$; $f\times g$; αf ($\alpha \in \mathbb{R}$) et $\|f\|$ sont continues sur I. • Si g ne s'annule pas sur I, alors $\frac{1}{g}$ et $\frac{f}{g}$ sont continues sur I. • Si f est positive sur I, alors $\sqrt{f}$ est continue sur I.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION1</u> On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{x-1}$ Etudie la continuité de la fonction f sur son ensemble de définition.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 5 - x \geq 0 \; et \; x \neq 1\}$ $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 5 \; et \; x \neq 1\}$ $D_f =]-\infty; 1[\cup]1; 5]$ f est le quotient de la fonction continue $\sqrt{5-x}$ par la fonction continue $x - 1$. Donc pour $x - 1 \neq 0$, f est continue sur D_f. Par conséquent, f est continue sur $]-\infty; 1[\cup]1; 5]$.	
Développement *15 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE2</u> Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1} \; si \; x \neq 1 \\ f(1) = 3 \end{cases}$ 1. Représente graphiquement cette fonction dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). 2. Justifie que f est continue sur son ensemble de définition. 3. Pour chaque intervalle I ci-dessous, dis si f est continue sur I et trouve graphiquement l'image $f(I)$ de l'intervalle I par la fonction f.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. 	**5. <u>Image d'un intervalle par une fonction continue</u>** **a. <u>Propriété1</u>** Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ d'ensemble de définition D_f, I un intervalle inclus dans D_f, $f(I)$ l'image par f de l'intervalle I. Si f est continue sur I alors $f(I)$ est un intervalle. **b. <u>Propriété2</u>** a, b, l et L sont des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$ tel que $a < b$. f est une fonction telle que :

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		a. $I = [-2; -1]$ b. $I = [0; 1[$ c. $I =]1; 2]$ d. $I =]-3; -1[$	2. f est une fonction rationnelle donc elle est continue en chaque élément de son ensemble de définition. 3. Chacun des intervalle I est inclus dans l'ensemble de définition de la fonction f donc f est continue sur chacun des intervalle I. a. $I = [-2; -1]$; $f(I) = [3; 1]$ b. $I = [0; 1[$; $f(I) = [1; 3[$ c. $I =]1; 2]$; $f(I) =]3; 7]$ d. $I =]-3; -1[$; $f(I) =]7; 1[$	$\lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} f(x) = l \ et \ \lim\limits_{\substack{x \to b \\ <}} f(x) = L.$ • Si f est continue et strictement croissante sur $[a; b]$, alors $f([a; b]) = [f(a); f(b)]$ • Si f est continue et strictement croissante sur $]a; b[$, alors $f(]a; b[) =]l; L[$ • Si f est continue et strictement décroissante sur $[a; b]$, alors $f([a; b]) = [f(b); f(a)]$ • Si f est continue et strictement décroissante sur $]a; b[$, alors $f(]a; b[) =]L; l[$
Evaluation *5 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION2</u> Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Détermine l'image par f de chacun des intervalles suivants : $[0; 4]$; $[2; +\infty[$; $]-\infty; 1[$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $f([0; 4]) = [-3; 1]$ $f([2; +\infty[) = [-3; +\infty[$ $f(]-\infty; 1[) =]-4; +\infty[$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *15 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION3</u> Justifie que la fonction $$h : x \mapsto \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2+1}}$$ est continue sur $\mathbb{R}$. <u>EXERCICES DE MAISON</u> N°31 et N°32 page 42 N°33 et N°34 page 43 PYRAMIDE T[LE]D	<u>REPONSE ATTENDUE</u> Posons $h = gof$ avec $g : x \mapsto \sqrt{x}$ et $$f : x \mapsto \frac{x^2+2}{x^2+1}$$ La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$ et $f(\mathbb{R}) =]1;2[$. La fonction g est continue sur $[0;+\infty[$ et $]1;2[\subset [0;+\infty[$, donc la fonction h est continue sur $\mathbb{R}$.	**6. <u>Continuité d'une fonction composée</u>** **<u>Propriété</u>** Soit I un intervalle ; f et g deux fonctions. Si f est continue sur I et g est continue sur $f(I)$ alors gof est continue sur I.

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 9/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- le théorème des valeurs intermédiaires - les propriétés relatives aux fonctions continues et strictement monotones sur un intervalle
Déterminer	- le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$ - la formule explicite d'une bijection réciproque quand cela est possible
Démontrer	- qu'une fonction f est une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J dans le cas où f est continue et strictement monotone sur I. - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = m$ (m réel) sur un intervalle I, f étant continue et strictement monotone sur I - l'existence d'une unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur un intervalle ouvert $]a; b[$, f étéant continue et strictement monotone sur $[a; b]$

PLAN DE LA SEANCE

7. Théorème des valeurs intermédiaires
   a. Théorème
   b. Conséquences

8. Fonction continue et strictement monotone
   a. Propriété1
   b. Propriété2

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>

10 min

Développement

20 min

</td>
<td>

-Travail collectif

-Travail individuel

</td>
<td>

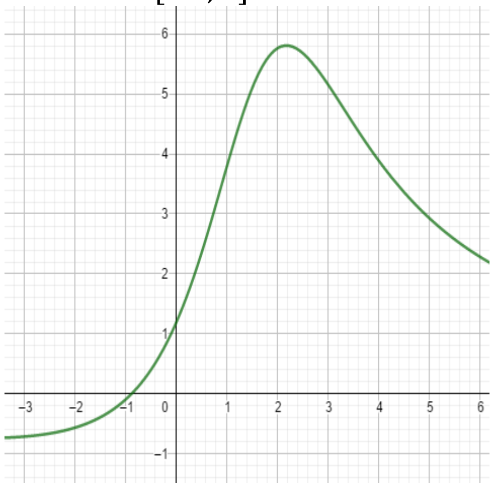
Correction des exercices de maison

<u>ACTIVITE</u>

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{8x+7}{x^2-3x+6}$$

La courbe ci-dessous est la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère (O, I, J) sur l'intervalle $[-3; 6]$.



Détermine graphiquement le nombre d'antécédant de chacun des éléments suivants par la fonction f :

a. 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5 sur l'intervalle $[-3; 6]$.

b. 0 ; 1 ; 2 ; 3 *et* 4 sur l'intervalle $[-2; 1]$.

</td>
<td>

<u>REPONSES ATTENDUES</u>

a. Sur l'intervalle $[-3; 6]$.

<table>
<tr><td>Elts</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Nbre d'ant.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>

b. Sur l'intervalle $[-2; 1]$.

<table>
<tr><td>Elts</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Nbre d'ant.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

c. Sur l'intervalle $[-3; 6]$.

<table>
<tr><td>Elts</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Nbre d'ant.</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

</td>
<td>

7. <u>Théorème des valeurs intermédiaires</u>

a. Théorème

Soit f une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux éléments de I.

Tout nombre réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ a au moins un antécédent par f compris entre a et b.

b. <u>Conséquences</u>

Soit $f: I \mapsto \mathbb{R}$ une fonction continue sur un intervalle I et a et b deux éléments de I tel que $a < b$.

Si $f(a) \times f(b) < 0$, c'est-à-dire si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors il existe $c \in [a; b]$ tel que $f(c) = 0$.

8. <u>Fonction continue et strictement monotone</u>

a. <u>Propriété1</u>

</td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 min*	- Travail individuel	$c.$ 3 ; 4 et 5 $s$ur l'intervalle $[3; 6]$. <u>EXERCICE DE FIXATION</u> Soit la fonction $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ $x \mapsto x^2 + 3x - 2$ 1. Montre que f est continue sur $\mathbb{R}$. 2. Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $x_0 \in [0; 1]$. 3. Montre que f définie une bijection sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. f est un polynôme donc elle est continue sur $\mathbb{R}$. 2. f est continue sur $\mathbb{R}$. $[0; 1] \subset \mathbb{R}$ donc f est continue sur $[0; 1]$. $f(0) = -2$ et $f(1) = 2$ $f(0) \times f(1) < 0$ donc il existe un nombre réel $x_0 \in [0; 1]$ tel que $f(x) = 0$. 3. $f'(x) = 2x + 3$	Toute fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I détermine une bijection de I sur $f(I)$. **b. <u>Propriété2</u>** Soit f une bijection d'un intervalle I sur l'intervalle $f(I)$. Si f est continue et strictement monotone sur I, alors sa bijection réciproque f^{-1} est également continue et strictement monotone sur $f(I)$; de plus f et f^{-1} ont le même sens de variation.

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>4. Soit f^{-1} sa bijection réciproque. Détermine le sens de variation de f^{-1}.

<u>EXERCICES DE MAISON</u>
N°37 et N°38 page 43
PYRAMIDE T^{LE}D</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ $-\frac{3}{2}$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$2x+3$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $-\frac{17}{4}$ ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>
$\forall x \in \left]-\infty; -\frac{3}{2}\right[, f'(x) < 0$
$\forall x \in \left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[, f'(x) > 0$
donc f est décroissante sur $\left]-\infty; -\frac{3}{2}\right[$ et croissante sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.
f est continue et strictement croissante sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ donc f définit une bijection de $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ sur $\left]-\frac{17}{4}; +\infty\right[$

4. f est continue et strictement croissante sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$. On en déduit que :
f^{-1} est croissante sur $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$.</td><td></td></tr>
</table>

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 10/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les méthodes de dichotomie et de balayage
Déterminer	- une valeur approchée d'une solution d'une équation

PLAN DE LA SEANCE

9. Encadrer une solution α de l'équation $f(x) = 0$
   a. Méthode de balayage
   b. Méthode de dichotomie

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>10 min

Développement
35 min</td>
<td>-Travail en groupe
-Travail individuel</td>
<td>Correction des exercices de maison

<u>ACTIVITE</u>
Soit la fonction
$f: \left]-\frac{3}{2};+\infty\right[\mapsto \left]-\frac{17}{4};+\infty\right[$
$x \mapsto x^2+3x-2$
1. Justifie que f est une bijection.
2. Montre que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in [0;4]$.
3. Donne un encadrement de x_0 à 10^{-2} près :
a. En effectuant un balayage.
b. Par la méthode de dichotomie.</td>
<td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1. f est continue et strictement croissante sur $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$ et $f\left(\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[\right)=\left]-\frac{17}{4};+\infty\right[$ donc f réalise une bijection de $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$ sur $\left]-\frac{17}{4};+\infty\right[$.
2. $[0;4] \subset \left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$ donc f est continue et strictement croissante sur $[0;4]$. $f(0)=-2$ et $f(4)=26$ donc $f(0)\times f(4)<0$. On en déduit que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in [0;4]$.
3. a.
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
$\alpha \in [0;1]$.
<table>
<tr><td>x</td><td>0,1</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,4</td><td>0,5</td><td>0,6</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr>
</table>
$\alpha \in [0,5;0,6]$.
<table>
<tr><td>x</td><td>0,51</td><td>0,52</td><td>0,53</td><td>0,54</td><td>0,55</td><td>0,56</td><td>0,57</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr>
</table>
$\alpha \in [0,56;0,57]$.</td>
<td>9. <u>Encadrer une solution α de l'équation $f(x)=0$</u>
La méthode de balayage et la méthode de dichotomie sont des méthodes pour trouver une valeur approchée d'une solution α de l'équation $f(x)=0$ où la fonction f est continue et monotone sur l'intervalle $[a;b]$.

a. <u>Méthode de balayage</u>
On commence par balayer l'intervalle $[a;b]$ avec un pas de 1. C'est-à-dire qu'on calcule $f(a)$, $f(a+1)$, $f(a+2)$,…On s'arrête dès qu'on a trouvé deux entiers consécutifs n et $n+1$ pour lesquels $f(n)$ et $f(n+1)$ sont de signes contraires. On sait alors que $\alpha \in [n;n+1]$. On balaye ensuite l'intervalle $[n;n+1]$ avec</td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			b. $f(0)=-2 \;\; et\; f\left(\frac{0+4}{2}\right)=f(2)=8$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0};\mathbf{2}]$ $f(0)=-2 \;\; et\; f\left(\frac{0+2}{2}\right)=f(1)=2$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0};\mathbf{1}]$ $f(0)=-2 \;\; et\; f\left(\frac{0+1}{2}\right)=f(0{,}5)=-0{,}25$ donc $\alpha \in [\mathbf{0{,}5};\mathbf{1}]$ $f(0{,}5)=-025 \;\; et\; f\left(\frac{0{,}5+1}{2}\right)=f(0{,}75) = 0{,}8125$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0{,}5};\mathbf{0{,}75}]$ $f(0{,}5)=-025 \;\; et\; f\left(\frac{0{,}5+0{,}75}{2}\right) = f(0{,}625)=0{,}265$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0{,}5};\mathbf{0{,}625}]$ $f(0{,}5)=-025 \;\; et\; f\left(\frac{0{,}5+0{,}625}{2}\right) = f(0{,}5625)=0{,}0039$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0{,}5};\mathbf{0{,}5625}]$ $f(0{,}5)=-025 \;\; et\; f\left(\frac{0{,}5+0{,}5625}{2}\right) = f(0{,}53125)=-0{,}124$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0{,}53125};\mathbf{0{,}5625}]$ $f(0{,}53125) = -0{,}1240234375 \;\; et\; f\left(\frac{0{,}53125+0{,}5625}{2}\right) = f(0{,}546875)=-0{,}060$	un pas de 0,1. On calcule $f(n)$, $f(n+0{,}1)$, $f(n+0{,}2)$,… et on s'arrête dès qu'on a trouvé deux nombres de signes contraires ; et ainsi de suite. **a. <u>Méthode de dichotomie</u>** On calcule $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. Si $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ sont de signes contraires, alors $\alpha \in \left[a;\frac{a+b}{2}\right]$ Si $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ sont de même signe, alors $\alpha \in \left[\frac{a+b}{2};b\right]$ On répète cette méthode dans l'intervalle contenant α.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		EXERCICES DE MAISON EXERCICE1 Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 + x + 3$. 1.Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[-2;-1]$. 2.Donne un encadrement de α à 10^{-1} près par la méthode de dichotomie.	donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0,546875};\mathbf{0,5625}]$ $f(0{,}546875) = -0{,}060 \ \ et\ f\left(\frac{0{,}546875+0{,}5625}{2}\right) = f(0{,}5546875) = -0{,}28$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0,5546875};\mathbf{0,5625}]$ $f(0{,}5546875) = -0{,}28 \ \ et\ f\left(\frac{0{,}5546875+0{,}5625}{2}\right) = f(0{,}55859375) = -0{,}012$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0,55859375};\mathbf{0,5625}]$ $f(0{,}55859375) = -0{,}012 \ \ et\ f\left(\frac{0{,}55859375+0{,}5625}{2}\right) = f(0{,}560546875) = -0{,}004$ donc $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0,56054875};\mathbf{0,5625}]$ D'où $\boldsymbol{\alpha} \in [\mathbf{0,56};\mathbf{0,57}]$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<u>EXERCICE2</u> Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^3 - 3x + 3$. 1.Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β dans l'intervalle $[0; 1]$. 2. Donne un encadrement de β à 10^{-1} près par la méthode de balayage.		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 11/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- les notions de branches paraboliques de direction celle de (OI) ou celle de (OJ) dans un repère (O, I, J)
Interpréter	- graphiquement : • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty (resp\ -\infty)$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ • $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty (resp\ -\infty)$

PLAN DE LA SEANCE

III. ETUDE D'UNE BRANCHE INFINIE

1. Asymptote
   a. Asymptote parallèle à l'un des axes
      Définition
   b. Asymptote non parallèle à l'un des axes
      Définition
2. Branches paraboliques-Direction asymptotique

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min *Développement* *10 min*	-Travail en groupe -Travail individuel	Correction des exercices de maison ACTIVITE1 Le plan est mini d'un repère (O, I, J) 1. Soit la fonction f définie sur $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{4x+1}{x-3}$ Calcule chacune des limites suivantes : a. $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ b. $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ c. $\lim_{\substack{x\to3\\<}} f(x)$ d. $\lim_{\substack{x\to3\\>}} f(x)$ 2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{x^3-3x^2+5x-7}{x^2+2}$ Soit (D) la droite d'équation : $y = x-3$ et (C) la courbe de g. Calcule la limite suivante : $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-3)]$.	REPONSES ATTENDUES 1. a. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{4x+1}{x-3}$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 4$ b. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{4x+1}{x-3}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 4$ c. $\lim_{\substack{x\to3\\<}} f(x) = \lim_{\substack{x\to3\\<}} \frac{4x+1}{x-3}$ $\lim_{\substack{x\to3\\<}} f(x) = -\infty$ d. $\lim_{\substack{x\to3\\>}} f(x) = \lim_{\substack{x\to3\\>}} \frac{4x+1}{x-3}$ $\lim_{\substack{x\to3\\>}} f(x) = +\infty$ 2. $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-3)]$ $= \lim_{x\to+\infty}[(x-3) + \frac{3x-1}{x^2+2} - (x-3)]$	**III. ETUDE D'UNE BRANCHE INFINIE** **1. Asymptote** **a. Asymptote parallèle à l'un des axes** **Définition** Soit f une fonction de courbe représentative (C) dans le plan muni d'un repère (O, I, J). On dit que la droite d'équation $y = l$ est une asymptote à la courbe (C) lorsque la fonction f a une limite finie l en $-\infty$ ou en $+\infty$. On dit que la droite d'équation $x = x_0$ est une asymptote à la courbe (C) lorsque la fonction f admet une limite infinie à droite ou à gauche au point x_0. **b. Asymptote non parallèle à l'un des axes** **Définition** Soit f une fonction de courbe

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 4$ *on dit que la droite d'équation* $y = 4$ *est une asymptote à la courbe* (C) *en* $-\infty$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 4$ *on dit que la droite d'équation* $y = 4$ *est une asymptote à la courbe* (C) *en* $+\infty$. $\lim\limits_{\substack{x\to3\\<}} f(x) = -\infty$ *ou* $\lim\limits_{\substack{x\to3\\>}} f(x) = +\infty$ *on dit que la droite d'équation* $x = 3$ *est une asymptote à la courbe* (C). $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x-3)] = 0$ *on dit que la droite d'équation* $y = x - 3$ *est une asymptote à la courbe* (C) *en* $+\infty$.	$\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x-3)]$ $= \lim\limits_{x\to+\infty} [\frac{3x-1}{x^2+2}]$ $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x-3)] = 0$	représentative (C) dans le plan muni d'un repère (O, I, J). Lorsque $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$, on dit que la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$ ou en $-\infty$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION1</u> Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par : $$f(x)=\frac{x+3}{x+1}$$ $$g(x)=x+2-\frac{1}{2x+5}$$ 1. Calcule : $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ et interprète graphiquement le résultat. 2. Montre que la droite (L) d'équation : $y=x+2$ est une asymptote à la courbe représentative de g en $+\infty$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $$\lim_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)=\lim_{\substack{x\to-1\\ >}}\frac{x+3}{x+1}$$ $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)=+\infty$ donc la droite d'équation $x=-1$ est une asymptote à la courbe représentative de f. 2. $$\lim_{x\to+\infty}[g(x)-(x+2)]$$ $$=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{2x+5}$$ $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-(x+2)]=0$ donc la droite (L) d'équation : $y=x+2$ est une asymptote à la courbe représentative de g en $+\infty$.	
Développement *15 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE2</u> Soit f une fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de représentation graphique (C) dans le plan muni d'un repère (O, I, J). On suppose que f a une limite infinie en $+\infty$ ou en $-\infty$. On pose : $$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$: • $a=+\infty$ ou $a=-\infty$ • $a=0$ • a est un nombre réel non nul • a n'existe pas	**2. <u>Branches paraboliques-Direction asymptotique</u>** Le plan muni d'un repère (O, I, J). Soit f une fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ de représentation graphique (C) dans le plan muni du repère (O, I, J).

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		Donne les valeurs possibles de a. *Lorsque $a=+\infty$ ou $a=-\infty$ (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ).* *Lorsque $a=0$ ou (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OI).* *Lorsque a est un nombre réel non nul, on calcule b tel que $b=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-ax]$:* • *Si b est un nombre réel alors la droite d'équation $y=ax+b$ est asymptote à (C).* • *Si b= $+\infty$ ou b= $-\infty$ alors (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite d'équation $y=ax$.* • *Si b n'existe pas alors n'a pas d'asymptote ni de branche parabolique ; elle admet une direction asymptotique ; celle de la droite d'équation $y=ax$.*		On suppose que f a une limite infinie en $+\infty$ ou en $-\infty$. On pose : $$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$$ $$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-ax]=b$$ Lorsque $\boldsymbol{a}=+\infty$ ou $\boldsymbol{a}=-\infty$ (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ). Lorsque $\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$ (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OI). Lorsque a est un nombre réel non nul, on calcule b : • Si ***b* est un nombre réel** alors la droite d'équation $y=ax+b$ est asymptote à (C). • Si ***b*= $+\infty$ ou *b*= $-\infty$** alors (C) admet une branche parabolique de direction celle de la droite d'équation $y=ax$.

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>

Evaluation

10 min

</td>
<td>

-Travail individuel

</td>
<td>

Lorsque a n'existe pas, (C) n'a pas d'asymptote, ni de branche parabolique, ni de direction asymptotique.

<u>EXERCICE DE FIXATION2</u>

<table>
<tr><th>CAS</th><th>$f(x)$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\frac{2}{x}+3x^3$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$-2\sqrt{x}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$-2x-\frac{1}{x^2}$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$5x+\sqrt{x}$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$2x+\sin x$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$\frac{\pi x}{3}+x\cos x$</td></tr>
</table>

Dans chacun des cas ci-dessus :

a. Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b.

Calcule

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$$

c. Interprète ces résultats.

</td>
<td>

<u>REPONSES ATTENDUES</u>

1.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

$$et\ \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$$

La courbe de f admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ) en $+\infty$.

2.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$$

$$et\ \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$$

La courbe de f admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OI) en $+\infty$

</td>
<td>

- Si **b n'existe pas** alors n'a pas d'asymptote ni de branche parabolique ; elle admet une direction asymptotique ; celle de la droite d'équation $y=ax$.

Lorsque a n'existe pas, (C) n'a pas d'asymptote, ni de branche parabolique, ni de direction asymptotique.

</td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			3. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ $et \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -2$ $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) + 2x] = 0$ La droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à la courbe de la fonction f. 4. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ $et \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 5$ $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - 5x] = +\infty$ La courbe de f admet une branche parabolique de direction celle de la droite d'équation $y = 5x$. 5. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ $et \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - 2x] = \lim\limits_{x\to+\infty} \sin x$ Or la fonction ***sin*** n'a pas de limite à l'infini. Donc la courbe de f n'a pas d'asymptote, ni de branche parabolique. Elle admet une direction asymptotique, celle de la droite d'équation $y = 2x$.	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°43 et N°44 page 43 N°48 et N°49 page 44 PYRAMIDE T^{LE}D	6. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ $et \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\pi}{3} + \cos x\right)$ $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x\to+\infty} \sin x$ Or la fonction ***cos*** n'a pas de limite à l'infini. Donc $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ n'existe pas. Donc la courbe de f n'a pas d'asymptote, ni de branche parabolique ni de direction asymptotique.	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON1 : LIMITES ET CONTINUITE

SEANCE : 12/12

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- une racine n-ième d'un nombre positif - une puissance d'exposant rationnel
Connaître	- les propriétés relatives aux puissances d'exposants rationnels
Noter	- une racine n-ième d'un nombre positif $\left(\sqrt[n]{x}\ \ ou\ x^{\frac{1}{n}}\right)$ - une puissance d'exposant rationnel $\left(x^{\frac{p}{q}}\right)$
Représenter	- graphiquement des fonctions du type : • $x \mapsto \sqrt[n]{x}(n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}_+^*)$ • $x \mapsto x^r(r \in \mathbb{Q}, x \in \mathbb{R}_+^*)$

PLAN DE LA SEANCE

IV. FONCTION PUISSANCE D'EXPOSANT RATIONNEL
  1. Fonction racine *n-ième*
     a. Définition
     b. Notation
     c. Remarque
  2. Fonction puissance d'exposant rationnel
     a. Définition
     b. Notation
  3. Propriétés

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min *Développement* *15 min*	-Travail en groupe -Travail individuel	Correction des exercices de maison <u>ACTIVITE</u> n est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. Soit la fonction : $f_n: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^n$ 1. Montre que f_n est bijective. 2. Détermine f_n^{-1}. *La fonction* $f_n: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^n$ *est appelée la fonction puissance.* *Lorsque r est un nombre rationnel non nul et différent de 1, $x \mapsto x^r$ est appelée fonction puissance d'exposant rationnel.* *La bijection réciproque de la fonction puissance est la fonction :* $f_n^{-1}: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$ *est la fonction racine n-ième.* *La fonction racine n-ième se note aussi* $x \mapsto \sqrt[n]{x}$.	 <u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $f_n'(x) = nx^{n-1}$ $f_n'(x) \geq 0$ donc f_n est continue et strictement croissante sur $[0;+\infty[$. De plus $f_n([0;+\infty[) = [0;+\infty[$ Donc f_n réalise une bijection de $\mathbb{R}^+$ sur $\mathbb{R}^+$. 2. Soit $a \in \mathbb{R}^+$ tel que : $f_n(x) = a$ $x^n = a \Leftrightarrow (x^n)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}$ $x = a^{\frac{1}{n}}$ $f_n^{-1}: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$	 **IV. <u>FONCTION PUISSANCE D'EXPOSANT RATIONNEL</u>** **1. <u>Fonction racine *n-ième*</u>** ***a.* <u>Définition</u>** On appelle fonction racine n^{ième} $(n \in \mathbb{N}^{*} \setminus \{1\})$; la bijection réciproque de la bijection définie sur $[0;+\infty[$ par : $x \to x^n$. Cette bijection réciproque est : $x \to \sqrt[n]{x}$. $\forall x \mathbb{R}^+, x^n = y \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{y}$. ***b.* <u>Notation</u>** L'image de tout nombre positif par la fonction racine n^{ième} se note : $\sqrt[n]{x}$ ou $x^{\frac{1}{n}}$ ***c.* <u>Remarque</u>** Soient $f_n: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ et $x \mapsto x^n$ $g_n: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^{\frac{1}{n}}$ Les courbes représentatives de f_n et g_n dans le plan muni d'un

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				repère orthonormé sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$. **2. <u>Fonction puissance d'exposant rationnel</u>** **a. <u>Définition</u>** r étant un nombre rationnel non nul et différent de 1, on appelle fonction puissance d'exposant r, la fonction : $\mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$ $x \mapsto x^r$ **b. <u>Notation</u>** En posant : $r = \frac{p}{q}$ on a : $x^{\frac{p}{q}} = (x^p)^{\frac{1}{q}}$ $x^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{x^p}$ **c. <u>Propriétés</u>** u et v étant deux nombres rationnels non nuls, x et y des nombres réels strictement positifs $x^u \times y^u = (xy)^u$ $(x^u)^v = x^{uv}$ $x^u \times x^v = x^{u+v}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *15 min*	-Travail en groupes	ACTIVITE2 a et b étant deux nombres réels positifs, m et n deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 2. Montre que : a. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ b. Si $b \neq 0$ alors $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ c. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}$ d. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ e. $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[m\times n]{a^{m+n}}$	REPONSES ATTENDUES **a**. Montrons que : $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ Posons : $x = \sqrt[n]{a}$ et y= $\sqrt[n]{b}$ $x^n = a$ et $y^n = b$ $(xy)^n = ab$ $x^n y^n = ab$ $xy = \sqrt[n]{ab}$ D'où $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ **b**. Montrons que : si $b \neq 0$ alors $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ Posons : $x = \sqrt[n]{a}$ et y= $\sqrt[n]{b}$ $x^n = a$ et $y^n = b$ $\frac{x^n}{y^n} = \frac{a}{b}$ $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{a}{b}$ $\frac{x}{y} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ D'où	$\frac{x^u}{y^u} = \left(\frac{x}{y}\right)^u$ $\frac{x^u}{x^v} = x^{u-v}$ **3. Propriétés** a et b étant deux nombres réels positifs, m et n deux nombres entiers naturels supérieurs ou égaux à 2. • $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ou $a^{\frac{1}{n}} \times b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}}$ • Si $b \neq 0$ alors $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ou $\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$ • $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}$ ou $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{m\times n}}$ • $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ ou

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ **c**. Montrons que : $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}$ Posons : $x = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ $x^m = \sqrt[n]{a}$ $(x^m)^n = a$ $x^{mn} = a$ $x = \sqrt[mn]{a}$ D'où $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\times n]{a}$ d. Montrons que : $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ Posons : $x = \sqrt[n]{a}$ $x = a^{\frac{1}{n}}$ $x^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m$ $x^m = a^{\frac{1}{n}\times m}$ $x^m = a^{m\times\frac{1}{n}}$ $x^m = \sqrt[n]{a^m}$ D'où $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ **e**. Montrons que : $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[m\times n]{a^{m+n}}$ $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{m}} \times a^{\frac{1}{n}}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$ • $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[m\times n]{a^{m+n}}$ ou $a^{\frac{1}{m}} \times a^{\frac{1}{n}} = (a^{m+n})^{\frac{1}{m\times n}}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Simplifie : 1. $\sqrt[3]{5^4} \times \sqrt{5^4}$ 2. $\sqrt[3]{3^4} \times \sqrt{3^2}$ 3. $\dfrac{3^{\frac{3}{2}} \times 2^{-\frac{7}{6}}}{2^{-\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{3}}}$ 4. $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} \times \sqrt[5]{5^7}$	$\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$ $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = a^{\frac{m+n}{mn}}$ $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = a^{(m+n)\times\frac{1}{mn}}$ $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = (a^{m+n})^{\frac{1}{mn}}$ D'où $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[m\times n]{a^{m+n}}$ <u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $\sqrt[3]{5^4} \times \sqrt{5^4} = 5\sqrt[3]{5} \times 25$ $\sqrt[3]{5^4} \times \sqrt{5^4} = 125\sqrt[3]{5}$ 2. $\sqrt[3]{3^4} \times \sqrt{3^2} = 3\sqrt[3]{3} \times 3$ $\sqrt[3]{3^4} \times \sqrt{3^2} = 9\sqrt[3]{3}$ 3. $\dfrac{3^{\frac{3}{2}} \times 2^{-\frac{7}{6}}}{2^{-\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{3}{2}-\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{7}{6}+\frac{1}{4}}$ $\dfrac{3^{\frac{3}{2}} \times 6^{-\frac{7}{6}}}{2^{-\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{3}}} = 3^{\frac{7}{6}} \times 2^{-\frac{11}{12}}$ $\dfrac{3^{\frac{3}{2}} \times 6^{-\frac{7}{6}}}{2^{-\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{3\sqrt[6]{3}}{\sqrt[12]{2}}$ 4.	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°52, N°53 et N°54 Page 44 PYRAMIDE T^LE^D	$\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} \times \sqrt[5]{5^7} = 2^{\frac{6}{15}} \times 5\sqrt[5]{5^2}$ $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{6}{5}} \times \sqrt[5]{5^7} = 5\sqrt[15]{2} \times \sqrt[5]{5^2}$	

BIBLIOGRAPHIE

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection PYRAMIDE

Livre de mathématiques T^{LE}D Editions Vallesse

Livre de mathématiques T^{LE}D CIAM

WWW.monecoleàlamaison.ci

https://physiques-et-maths.fr