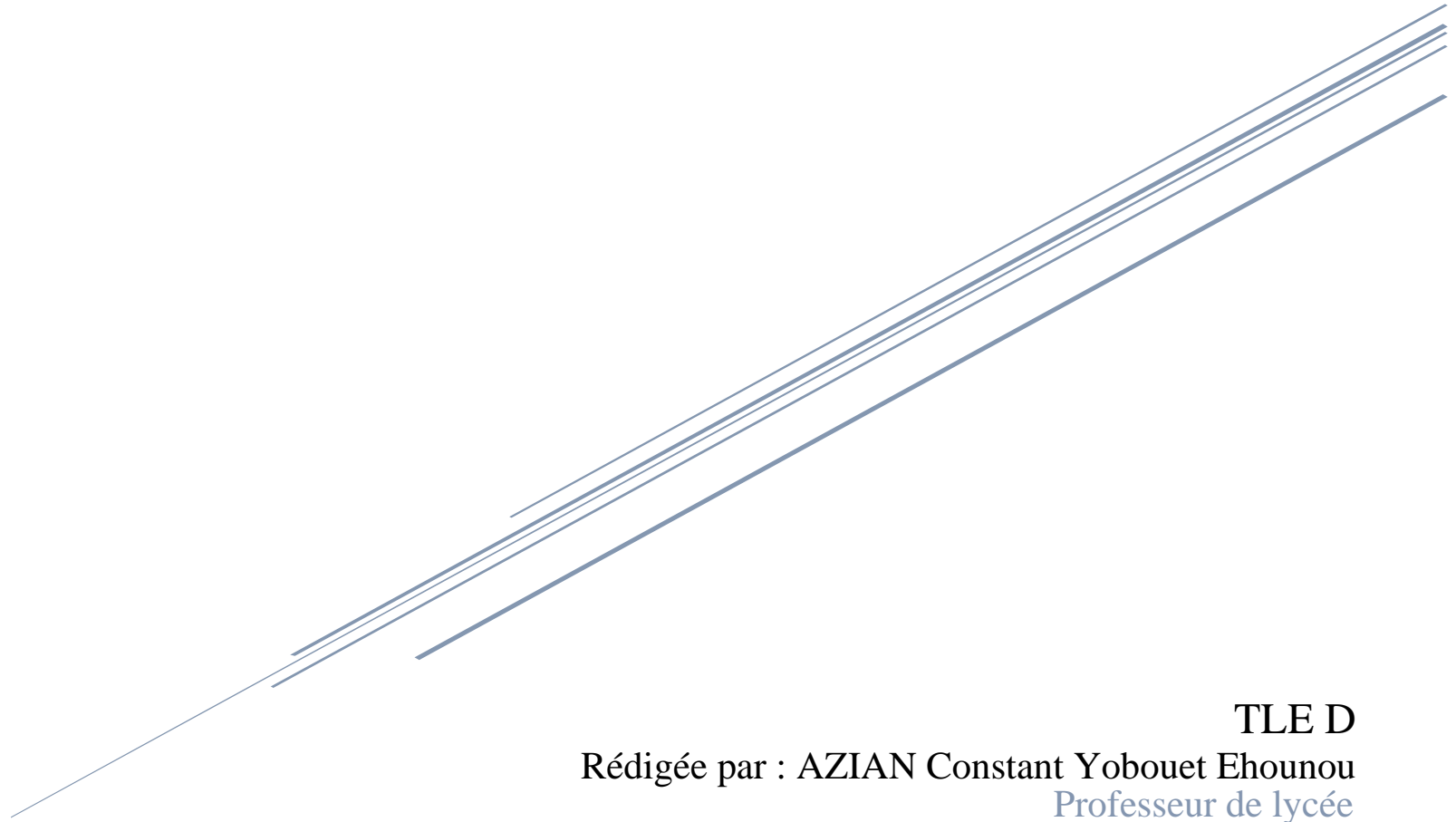


FICHE DE LEÇON

PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE



TLE D

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou

Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : **PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE**

NOMBRE DES SEANCES : 6

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition d'une probabilité conditionnelle- la définition d'une variable aléatoire- la définition d'une loi de probabilité- la définition d'une fonction de répartition- la définition de l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type- la définition d'un système complet d'évènement- la définition d'une épreuve de Bernoulli- la définition d'un schéma de Bernoulli- la définition de la loi binomiale de paramètres n et p- la propriété relative à l'espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$- la propriété relative à la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$- la formule des probabilités totales
Noter	<ul style="list-style-type: none">- une probabilité conditionnelle : $P(A/B)$ ou $P_A(B)$
Calculer	<ul style="list-style-type: none">- la probabilité d'un évènement- la probabilité d'un évènement en utilisant la formule des probabilités totales- la probabilité d'obtenir k succès dans une suite de n épreuves de Bernoulli ($0 \leq k \leq n$)- l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire donnée
Justifier	<ul style="list-style-type: none">- que deux évènements sont indépendants ou non
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- la loi de probabilité d'une variable aléatoire donnée

	- la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Construire	- un arbre pondéré - la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Traiter une situation	- faisant appel aux probabilités

SITUATION D'APPRENTISSAGE

L'éducateur du niveau terminal souhaite désigner au hasard, en classe de T^{LE}D1 du lycée moderne de Madinani, un représentant pour la tenue du discours des élèves à l'occasion de la cérémonie de réception des nouveaux élèves du lycée. Parmi les 46 élèves de cette classe, il y a :

- 20 filles
- 25 garçons
- Parmi les filles, il y a 10 redoublantes
- Parmi les garçons, il y a 15 élèves non redoublants

Informés, chacun des élèves de la T^{LE}D1 décide d'évaluer ses chances d'être choisi. Pour ce faire, ils cherchent à calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

- L'élève choisi est une fille et est redoublante.
- L'éducateur choisi une fille sachant qu'elle est non redoublante.
- L'éducateur choisi un garçon sachant qu'il est non redoublant.
- L'éducateur choisi un élève redoublant sachant que c'est un garçon.

PLAN DE LA LEÇON

I. PROBABILITE CONDITIONNELLE

1. Définition
2. Conséquences
3. Evènements indépendants
 - a. Définition
 - b. Conséquence
 - c. Propriétés
4. Formule des probabilités totales
 - a. Partition d'un ensemble
 - b. Formule des probabilités totales

II. VARIABLE ALEATOIRE

1. a. Définition
- b. Notation et vocabulaire
2. Loi de probabilité d'une variable aléatoire
Définition

3. Fonction de répartition d'une variable aléatoire

- Définition
4. Espérance mathématique
Définition
5. Variance
Définition
6. Ecart-type

III. LOI BINOMIALE

1. Epreuve de Bernoulli
Définition
2. Schéma de Bernoulli
Définition
3. Loi binomiale
 - a. Définition
 - b. Propriété

HABILETES, CONTENUS ET PLANS PAR SEANCE

SEANCE1

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une probabilité conditionnelle
Noter	- une probabilité conditionnelle : $P(A/B)$ ou $P_A(B)$
Calculer	- la probabilité d'un évènement
Justifier	- que deux évènements sont indépendants ou non

PLAN DE LA SEANCE1

I. PROBABILITE CONDITIONNELLE

1. Définition
2. Conséquences
3. Evènements indépendants
 - a. Définition
 - b. Conséquence
 - c. Propriétés

SEANCE2

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'un système complet d'évènement - la formule des probabilités totales
Construire	- un arbre pondéré
Calculer	- la probabilité d'un évènement en utilisant la formule des probabilités totales

PLAN DE LA SEANCE2

4. Formule des probabilités totales
 - a. Partition d'un ensemble

b. Formule des probabilités totales

SEANCE3

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une variable aléatoire - la définition d'une loi de probabilité - la définition d'une fonction de répartition
Déterminer	- la loi de probabilité d'une variable aléatoire donnée - la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Construire	- la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée

PLAN DE LA SEANCE3

II. VARIABLE ALEATOIRE

- 1.a. Définition
- b. Notation et vocabulaire
2. Loi de probabilité d'une variable aléatoire
 Définition
3. Fonction de répartition d'une variable aléatoire
 Définition

SEANCE4

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition de l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type
Calculer	- l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire donnée

PLAN DE LA SEANCE4

4. Espérance mathématique
Définition
5. Variance
Définition
6. Ecart-type

SEANCE5

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition d'une épreuve de Bernoulli- la définition d'un schéma de Bernoulli
Calculer	<ul style="list-style-type: none">- la probabilité d'obtenir k succès dans une suite de n épreuves de Bernoulli ($0 \leq k \leq n$)

PLAN DE LA SEANCE5

III. LOI BINOMIALE

1. Epreuve de Bernoulli
Définition
2. Schéma de Bernoulli
Définition

SEANCE6

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition de la loi binomiale de paramètres n et p- la propriété relative à l'espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$- la propriété relative à la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$

3. Loi binomiale
 - a. Définition
 - b. Propriété

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 1/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une probabilité conditionnelle
Noter	- une probabilité conditionnelle : $P(A/B)$ ou $P_A(B)$
Calculer	- la probabilité d'un évènement
Justifier	- que deux évènements sont indépendants ou non

PLAN DE LA SEANCE

I. PROBABILITE CONDITIONNELLE

1. Définition
2. Conséquences
3. Evènements indépendants
 - a. Définition
 - b. Conséquence
 - c. Propriétés

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Présentation</i> 10 min</p>	<p>-Lecture -Travail en groupe</p>	<p>-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix.</p> <p>Question pour faire ressortir les tâches : Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?</p> <p>Dans la phrase ci-dessous, donne le rôle que joue l'expression en gras et en italique : L'éducateur choisit une fille sachant qu'elle est non redoublante.</p> <p><i>Déterminer la probabilité de certains événements à condition que d'autres événements soient réalisés s'appelle « la probabilité conditionnelle »</i></p>	<p>-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lit à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent attentivement.</p> <p><u>REPONSE ATTENDUE</u> Les élèves cherchent à déterminer leurs chances d'être choisis. Ils décident alors de calculer la probabilité de certains événements. L'expression en gras et en italique est une condition au choix de l'élève.</p>	<p>I. <u>PROBABILITE CONDITIONNELLE</u> 1. Définition Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. B est un événement de Ω de probabilité non nulle. L'application P_B qui à tout événement A de Ω associe le nombre réel $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ est une probabilité sur Ω.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 10 min</p>	-Travail individuel	<p>La probabilité qu'un évènement C se réalise sachant qu'un autre évènement D de probabilité non nulle est réalisé se note : $P(C/D)$ ou $P_D(C)$. Elle est définie par :</p> $P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)}$ <p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> En notant les évènements : A : « l'élève choisi est une fille » B : « l'élève choisi est redoublant » Donne une notation et la définition de chacun des évènements suivants :</p> <ol style="list-style-type: none"> « l'élève choisie est une fille et est redoublante ». « L'élève choisie est une fille sachant qu'elle est non redoublante ». « L'élève choisi est un garçon sachant qu'il est redoublant ». « L'élève choisi est un redoublant sachant que c'est garçon ». 	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> $P(A \cap B)$ $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$ $P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)}$ $P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$ 	<p>$P_B(A)$ est appelée probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé ou plus simplement la probabilité de A sachant B. On la note aussi $P(A/B)$</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 minutes</p>	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Soient deux évènements A et B de Ω de probabilités non nulles.</p> <ol style="list-style-type: none"> Supposons la réalisation de A n'influence pas la réalisation de B et inversement. Ecris $P_B(A)$ et $P_A(B)$ en fonction de $P(A)$ ou $P(B)$. A partir de la définition de $P_B(A)$ et $P_A(B)$, détermine deux expressions différentes $P(A \cap B)$. Détermine l'expression $P(A \cap B)$ dans le cas où la réalisation de A n'influence pas la réalisation de B et inversement. Résume la situation d'apprentissage par un schéma. 	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> $P_B(A) = P(A)$ $P_A(B) = P(B)$ $P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$ $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 	<p style="text-align: center;">2. <u>Conséquences</u></p> <p>Soit A et B deux évènements d'un univers Ω tels que $P(A) \neq 0$ et $P(A) \neq 0$. $P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$ $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$</p> <p style="text-align: center;">3. <u>Evènements indépendants</u></p> <p style="text-align: center;">a. <u>Définition</u></p> <p>Soit P une probabilité définie sur un univers Ω. Deux évènements A et B sont indépendants lorsque la réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre, c'est-à-dire $P_B(A) = P(A)$ et $P_A(B) = P(B)$.</p> <p style="text-align: center;">b. <u>Conséquence</u></p> <p>Deux évènements A et B sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.</p> <p style="text-align: center;">c. <u>Propriétés</u></p> <p>Si A et B sont deux évènements indépendants alors :</p> <p>\bar{A} et B sont indépendants ; A et \bar{B} sont indépendants ; \bar{A} et \bar{B} sont indépendants.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 minutes</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>1. A et B sont deux évènements tels que :</p> $P(A) = \frac{3}{4}; P(B) = \frac{2}{3};$ $P(A \cap B) = \frac{3}{5}$ <p>Calcule $P_B(A)$ et $P_A(B)$</p> <p>2. Soit E et F deux évènements tels que $P(F) = 0,67$ et $P_F(E) = 0,56$. Calcule $P(E \cap F)$.</p> <p>3. Dans le lancer d'un dé parfait, on considère les évènements suivants :</p> <p>A : « Obtenir un nombre pair » B : « Obtenir un multiple de 3 ». Justifie que les évènements A et B sont indépendants.</p>	<p><u>REponses ATTENDUES</u></p> <p>1.</p> $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $P_B(A) = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}}$ $P_B(A) = \frac{9}{10}$ $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ $P_A(B) = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{4}}$ $P_A(B) = \frac{4}{5}$ <p>2.</p> $P(E \cap F) = P_F(E) \times P(F)$ $P(E \cap F) = 0,56 \times 0,67$ $P(E \cap F) = 0,3752$ <p>3.</p> $P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{3}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ $P(A) \times P(B) = \frac{1}{6}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail en groupes	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u></p> <p>Une maladie atteint 3% d'une population. Dans ce qui suit, on appellera « <i>malade</i> » les individus atteints de cette maladie et « <i>bien portant</i> » ceux qui ne le sont pas. On dispose d'un test pour la détecter. Ce test donne les résultats suivants :</p> <p>Chez les individus malades, 95% de tests sont positifs. Chez les individus bien portant, 98% des tests sont négatifs.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Calculer la probabilité qu'un individu malade ait un test négatif. 2. Calculer la probabilité qu'un individu soit malade et ait un test négatif. 3. Calculer la probabilité qu'un individu ait un test positif sachant qu'il est malade. 4. Calculer la probabilité qu'un individu soit bien portant et ait un test positif. 	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ <p>Donc A et B sont indépendants.</p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 2/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

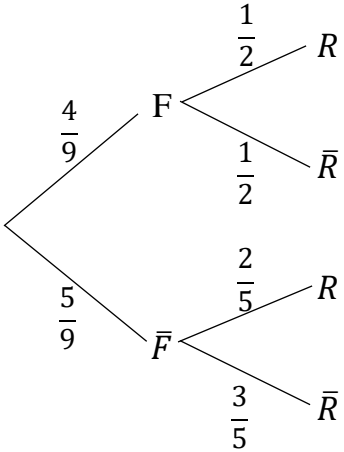
MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

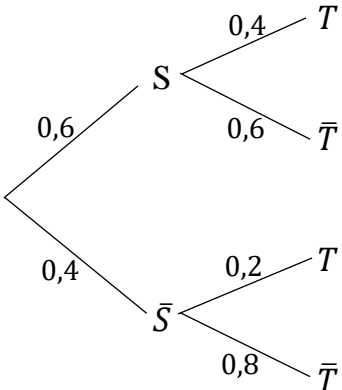
HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'un système complet d'évènement - la formule des probabilités totales
Construire	- un arbre pondéré
Calculer	- la probabilité d'un évènement en utilisant la formule des probabilités totales

PLAN DE LA SEANCE

4. Formule des probabilités totales
 - a. Partition d'un ensemble
 - b. Formule des probabilités totales

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>15 min</p>	-Travail en groupes	<p>Correction de l'exercice de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE1</u></p> <p>Soient les ensembles A, B, C, D et E tel que :</p> $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \sigma, \theta, \vartheta, \mu, \pi, \rho\}$ $B = \{\alpha, \beta\}; C = \{\gamma, \delta, \varepsilon\};$ $D = \{\sigma\}; E = \{\theta, \vartheta, \mu, \pi, \rho\}.$ <p>Détermine les ensembles suivants :</p> <p>a. $B \cap C; B \cap D; B \cap E;$ $C \cap D; C \cap E; D \cap E.$</p> <p>b. $B \cup C \cup D \cup E.$</p> <p><i>Les ensembles B, C, D et E sont des parties de l'ensemble A qui sont deux à deux disjoints et dont la réunion est égale l'ensemble A.</i></p> <p><i>On dit alors que les ensembles B, C, D et E forment une partition de l'ensemble A.</i></p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>a. $B \cap C = \phi; B \cap D = \phi;$ $B \cap E = \phi; C \cap D = \phi;$ $C \cap E = \phi; D \cap E = \phi.$</p> <p>b. $B \cup C \cup D \cup E = \{\alpha, \beta\} \cup$ $\{\gamma, \delta, \varepsilon\} \cup \{\sigma\} \cup$ $\{\theta, \vartheta, \mu, \pi, \rho\}$ $B \cup C \cup D \cup$ $E = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \sigma, \theta, \vartheta, \mu, \pi, \rho\}$ $B \cup C \cup D \cup E = A$</p>	<p>4. <u>Formule des probabilités totales</u></p> <p>a. <u>Partition d'un ensemble</u></p> <p>Soit Ω un ensemble non vide et B_1, B_2, \dots, B_n des parties de Ω tel que n est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.</p> <p>B_1, B_2, \dots, B_n forment une partition de l'ensemble Ω signifie que B_1, B_2, \dots, B_n sont deux à deux disjoints et $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n = \Omega$.</p>
<p><i>Évaluation</i></p> <p>5 min</p>	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION1</u></p> <p>Soit l'ensemble H tel que :</p> $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ <p>On donne trois ensembles non vides A, B et C tels que :</p> $A = \{1; 2; 3\}; B = \{4; 5; 6\}$ et	<p style="text-align: center;"><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> $A \cap B = \phi; A \cap C = \phi;$ $B \cap C = \phi \text{ et}$ $A \cup B \cup C = \{1; 2; 3\} \cup \{4; 5; 6\} \cup C = \{7; 8\}.$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	-Travail en groupe	<p>$C = \{7; 8\}$. Justifie les ensembles A, B et C forment une partition de l'ensemble H.</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE2</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Représente la situation d'apprentissage par un arbre de probabilité. 2. Détermine la probabilité qu'un élève choisi au hasard soit redoublant. 3. Détermine la probabilité qu'un élève choisi au hasard soit non redoublant. 	<p>$A \cup B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ $A \cup B \cup C = H$. A, B et C sont deux à deux disjoints et $A \cup B \cup C = H$ donc A, B et C forment une partition de l'ensemble H.</p> <p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <div style="text-align: center;">  </div> 2. $P(R) = P(R \cap F) + P(R \cap \bar{F})$ $P(R) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{9}$ $P(R) = \frac{4}{9}$ 3. $P(R) = P(\bar{R} \cap F) + P(\bar{R} \cap \bar{F})$ 	<p style="text-align: center;">b. <u>Formule des probabilités totales</u></p> <p>Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à deux. B_1, B_2, \dots, B_n forment une partition d'un univers Ω telle que la probabilité de chaque évènement $B_i (1 \leq i \leq n)$ soit non nulle.</p> <p>Pour tout évènement A de Ω, $P(A) = P(A \cap B_1) + \dots + P(A \cap B_n)$</p> <p>Pour tout $i (1 \leq i \leq n)$, $P(A \cap B_i) = P_{B_i}(A) \times P(B_i)$</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<i>Evaluation</i> 10 min	-Travail individuel	<p align="center"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>Dans un magasin de vêtement, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un short et d'un T-shirt.</p> <ul style="list-style-type: none"> - La probabilité qu'il achète un short est 0,6. - La probabilité pour qu'il achète un T-shirt quand il a acheté un short est 0,4. - La probabilité pour qu'il achète un T-shirt quand il n'a pas acheté de short est de 0,2. <p>On désigne par S l'évènement : « le client achète un short » et par T l'évènement : « le client achète un T-shirt ».</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Dresse l'arbre de choix. 2) Détermine la probabilité pour qu'il achète un short et un T-shirt. 3) Détermine la probabilité pour qu'il achète un T-shirt. 	$P(R) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{5} \times \frac{5}{9}$ $P(R) = \frac{5}{9}$ <p align="center"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1.</p>  <pre> graph LR Root(()) --- 0,6 S((S)) Root --- 0,4 Sbar((S̄)) S --- 0,4 T1((T)) S --- 0,6 Tbar1((T̄)) Sbar --- 0,2 T2((T)) Sbar --- 0,8 Tbar2((T̄)) </pre> <p>2.</p> $P(S \cap T) = 0,6 \times 0,4$ $P(S \cap T) = 0,24$ <p>3.</p> $P(T) = P(T \cap S) + P(T \cap \bar{S})$ $P(T) = 0,24 + 0,2 \times 0,4$ $P(T) = 0,24 + 0,2 \times 0,4$ $P(T) = 0,32$	
	-Travail individuel	<p align="center"><u>EXERCICES DE MAISON</u></p> <p>N°3 et N°5 page 69 Pyramide T^{LE}D</p>		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 3/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

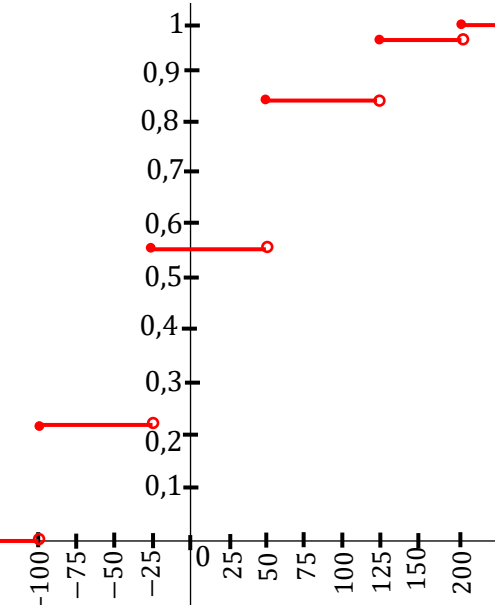
HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition d'une variable aléatoire- la définition d'une loi de probabilité- la définition d'une fonction de répartition
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- la loi de probabilité d'une variable aléatoire donnée- la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée
Construire	<ul style="list-style-type: none">- la fonction de répartition d'une variable aléatoire donnée

PLAN DE LA SEANCE

II. VARIABLE ALEATOIRE

1. a. Définition
b. Notation et vocabulaire
2. Loi de probabilité d'une variable aléatoire
Définition
3. Fonction de répartition d'une variable aléatoire
Définition

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE												
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail en groupe</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Une urne contient 2 boules blanches, 3 boules vertes et 5 boules rouges. Un jeu consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de l'urne. On gagne 100F par boules blanche tirée, 25F par boule verte et on perd 50F par boule rouge.</p> <p>1. Soit Ω l'univers associé au jeu. Donne l'ensemble de toutes les éventualités de Ω.</p> <p>2. Soit X l'application de Ω dans \mathbb{R} qui, à chaque éventualité associe le gain (algébrique) correspondant. Détermine $X(\Omega)$, l'ensemble des valeurs possibles prises par X.</p> <p>3. Soit x_i un élément de $X(\Omega)$. Détermine l'application qui à toute valeur x_i prise par X associe $p_i = P(X = x_i)$. On supposera $x_1 < x_2 < \dots < x_n$</p> <p>4. Représente graphiquement l'application $F : \mathbb{R} \mapsto [0 ; 1]$ $x \mapsto p(X \leq x)$</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPNSES ATTENDUES</u></p> <p>1. $\{B; B\}; \{B; V\}; \{B; R\}; \{V; V\}; \{V; R\}; \{R; R\}$.</p> <p>2. $X(\Omega) = \{-100; -25; 50; 125; 200\}$</p> <p>3.</p> $P(X = -100) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{10}{45}$ $P(X = -25) = \frac{C_5^1 \times C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{15}{45}$ $P(X = 50) = \frac{C_3^2 + C_2^1 \times C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{13}{45}$ $P(X = 125) = \frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$ $P(X = 200) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-100</td> <td>-25</td> <td>50</td> <td>125</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>$\frac{10}{45}$</td> <td>$\frac{15}{45}$</td> <td>$\frac{13}{45}$</td> <td>$\frac{6}{45}$</td> <td>$\frac{1}{45}$</td> </tr> </table> <p>4. $x \in]-\infty; -100[, F(x) = 0$ $x \in]-100; -25[, F(x) = \frac{10}{45}$</p>	x_i	-100	-25	50	125	200	p_i	$\frac{10}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	<p style="text-align: center;">II. <u>VARIABLE ALEATOIRE</u></p> <p style="text-align: center;">1. a. <u>Définition</u></p> <p>On appelle <i>variable aléatoire</i> X sur un univers Ω, toute application de Ω vers \mathbb{R}.</p> <p>Lorsque à chaque éventualité d'une expérience aléatoire, on associe un nombre réel x_i (valeur prise par X), on dit que l'on a défini une variable aléatoire.</p> <p style="text-align: center;">b. <u>Notation et vocabulaire</u></p> <p>L'ensemble de toutes les valeurs prises par X notée $X(\Omega)$ est appelée <i>univers image</i> de Ω par X.</p> <p>L'évènement de Ω noté $[X = k]$ est l'ensemble des éléments ω de Ω tel que $X(\omega) = k$.</p> <p>L'évènement de Ω noté $[X < k]$ est l'ensemble des éléments $\omega \in \Omega$ tel que $X(\omega) < k$.</p>
x_i	-100	-25	50	125	200											
p_i	$\frac{10}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$											

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE										
		<p>C'est-à-dire :</p> $x \in]-\infty; x_1[, F(x) = 0$ $x \in [x_1; x_2[, F(x) = p_1$ $x \in [x_2; x_3[, F(x) = p_1 + p_2$ $x \in [x_i; x_{i+1}[, F(x) = p_1 + p_2 + \dots + p_i$ <p>.....</p> $x \in [x_n; +\infty[, F(x) = 1$ <p><i>Lorsque à chaque éventualité d'une expérience aléatoire, on associe un nombre réel x_i (valeur prise par X), on dit que l'on a défini une variable aléatoire.</i></p> <p><i>L'ensemble de toutes les valeurs prises par X notée $X(\Omega)$ est appelée univers image de Ω par X.</i></p> <p><i>L'application qui, à tout x_i de $X(\Omega)$ associe $P([X = x_i])$ est la loi de probabilité de X.</i></p> <p><i>L'application F est la fonction de répartition de X.</i></p>	$x \in [-25; 50[, F(x) = \frac{25}{45}$ $x \in [50; 125[, F(x) = \frac{38}{45}$ $x \in [125; 200[, F(x) = \frac{44}{45}$ $x \in [200; +\infty[, F(x) = 1$ 	<p>2. <u>Loi de probabilité d'une variable aléatoire</u></p> <p>Définition</p> <p>X est une variable aléatoire définie sur l'univers Ω d'une expérience aléatoire. On appelle loi de probabilité de X (ou distribution de X), l'application qui à chaque valeur x_i prise par X associe la probabilité de l'évènement ($X = x_i$).</p> <p>La loi de probabilité d'une variable aléatoire X peut être présentée par un tableau.</p> <table border="1" data-bbox="1691 845 2161 933"> <thead> <tr> <th>x_i</th> <th>x_1</th> <th>x_2</th> <th>...</th> <th>x_n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>p_1</td> <td>p_2</td> <td>...</td> <td>p_n</td> </tr> </tbody> </table> <p>On a : $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$</p> <p>3. <u>Fonction de répartition d'une variable aléatoire</u></p> <p>Définition</p> <p>X est une variable aléatoire définie sur l'univers Ω d'une expérience aléatoire. $\{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ l'ensemble des valeurs prises par X.</p>	x_i	x_1	x_2	...	x_n	$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n
x_i	x_1	x_2	...	x_n										
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n										

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE								
<p><i>Évaluation</i> 15 min</p>	-Travail individuel	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Un sac contient 5 jetons Rouges et 2 jetons blancs tous indiscernables au toucher. Un jeu consiste à tirer au hasard un jeton du sac. Si le jeton est Rouge, le jeu s'arrête ; sinon on tire un second jeton sans remettre le premier dans le sac. La mise est de 50F. Le tirage d'un jeton blanc rapporte 200F, tandis que celui d'un jeton Rouge ne rapporte rien. Soit X la variable aléatoire réelle qui, à chaque jeu associe le gain algébrique du joueur.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Donne les valeurs possibles de X. 2) Déterminer la loi de probabilité de X. 	<p><u>REPNSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Les éventualités de Ω sont : $\{R\}; \{B; B\}; \{B; R\}$ $X(\Omega)=\{-50; 150; 350\}$ 2. $P(X = -50) = \frac{C_5^1}{C_7^1} = \frac{5}{7}$ $P(X = 150) = \frac{C_2^1 \times C_5^1}{C_7^1 \times C_6^1} = \frac{10}{42}$ $P(X = 350) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{C_7^1 \times C_6^1} = \frac{2}{42}$ <table border="1"> <thead> <tr> <th>x_i</th> <th>-50</th> <th>150</th> <th>350</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{30}{42}$</td> <td>$\frac{10}{42}$</td> <td>$\frac{2}{42}$</td> </tr> </tbody> </table> 3. $x < -50, F(x) = 0$ $-50 \leq x < 150, F(x) = \frac{30}{42}$ 	x_i	-50	150	350	$P(X = x_i)$	$\frac{30}{42}$	$\frac{10}{42}$	$\frac{2}{42}$	<p>On appelle fonction de répartition de X l'application F de \mathbb{R} vers $[0; 1]$ définie par : $F(x) = P(X \leq x)$.</p> <p>On a :</p> $\begin{cases} \text{Pour } x < x_1, F(x) = 0 \\ \text{Pour } x_i \leq x < x_{i+1}, \\ F(x) = F(x_{i-1}) + P(X = x_i) \\ \text{Pour } x_n \leq x, F(x) = 1 \end{cases}$
x_i	-50	150	350									
$P(X = x_i)$	$\frac{30}{42}$	$\frac{10}{42}$	$\frac{2}{42}$									

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	3) Déterminer la fonction de répartition de X puis représente la graphiquement. <u>EXERCICE DE MAISON</u> N°11 ; N°12 et 13 page 70 N°14 et N°16 page 71 Pyramide T ^{LED}	$150 \leq x < 350, F(x) = \frac{40}{42}$ $350 \leq x, F(x) = 1$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 4/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition de l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type
Calculer	- l'espérance mathématique, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire donnée

PLAN DE LA SEANCE

4. Espérance mathématique
Définition
5. Variance
Définition
6. Ecart-type

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE								
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Le tableau ci-dessous représente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-50</td> <td>150</td> <td>350</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>$\frac{30}{42}$</td> <td>$\frac{10}{42}$</td> <td>$\frac{2}{42}$</td> </tr> </table> <p>Calcule :</p> <p>1. $E(X)$ tel que :</p> $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3$ <p>2. $V(X)$ tel que :</p> $V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + p_3(x_3 - E(X))^2$ <p>3. $\sigma(X)$ tel que :</p> $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$	x_i	-50	150	350	p_i	$\frac{30}{42}$	$\frac{10}{42}$	$\frac{2}{42}$	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1.</p> $E(X) = -50 \times \frac{30}{42} + 150 \times \frac{10}{42} + 350 \times \frac{2}{42}$ $E(X) = \frac{2}{42} (-50 \times 15 + 150 \times 5 + 350)$ $E(X) = \frac{350}{21}$ $E(X) = \frac{50}{3}$ $E(X) = 16,67$ <p>2.</p> $V(X) = \frac{30}{42} \left(-50 - \frac{50}{3}\right)^2 + \frac{10}{42} \left(150 - \frac{50}{3}\right)^2 + \frac{2}{42} \left(350 - \frac{50}{3}\right)^2$ $V(X) = \frac{1}{21} \left(15 \left(-\frac{200}{3}\right)^2 + \frac{5}{21} \left(\frac{400}{3}\right)^2 + \frac{1}{21} \left(\frac{1000}{3}\right)^2\right)$	<p>4. <u>Espérance mathématique</u></p> <p><u>Définition</u></p> <p>Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n$, avec les probabilités respectives $p_1 ; p_2 ; \dots ; p_n$.</p> <p>On appelle espérance mathématique de X, le nombre réel noté $E(X)$ défini par :</p> $E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$ $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$ <p>5. <u>Variance</u></p> <p><u>Définition</u></p> <p>Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n$, avec les probabilités respectives $p_1 ; p_2 ; \dots ; p_n$ et $E(X)$ l'espérance mathématique de X.</p> <p>On appelle variance de X le</p>
x_i	-50	150	350									
p_i	$\frac{30}{42}$	$\frac{10}{42}$	$\frac{2}{42}$									

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p>$E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ sont respectivement appelées espérance mathématique de X, variance de X et écart-type.</p> <p>En termes de jeu, $E(X)$ est le gain moyen qu'un joueur peut espérer s'il y joue un très grand nombre de fois.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Lorsque $E(X) > 0$, le jeu est avantageux pour le joueur (ou favorable au joueur). ➤ Lorsque $E(X) < 0$, le jeu est désavantageux pour le joueur (ou défavorable au joueur). En moyenne, le joueur perd de l'argent à chaque essai ➤ Lorsque $E(X) = 0$, le jeu est équitable. 	$V(X) = \frac{200^2}{21 \times 9} (15 + 20 + 25)$ $V(X) = \frac{40000}{189} \times 60$ $V(X) = 12698,41$ <p>3.</p> $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ $\sigma(X) = \sqrt{12698,41}$ $\sigma(X) = 112,69$	<p>nombre réel positif noté $V(X)$ défini par:</p> $V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2$ $V(X) = \sum_{i=1}^n p_i(x_i - E(X))^2$ <p><u>Autre expression de la variance</u></p> $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ $= (p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + \dots + p_nx_n^2)$ <p>6. <u>Ecart-type</u></p> <p>Soit X une variable aléatoire de variance $V(X)$. On appelle écart-type de X le nombre réel positif noté $\sigma(X)$ défini par : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE												
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	-Travail individuel	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Le tableau ci-dessous donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.</p> <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>-100</td> <td>-25</td> <td>50</td> <td>125</td> <td>200</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>$\frac{10}{45}$</td> <td>$\frac{15}{45}$</td> <td>$\frac{13}{45}$</td> <td>$\frac{6}{45}$</td> <td>$\frac{1}{45}$</td> </tr> </table> <p>a. Calcule l'espérance mathématique de X. b. Calcule la variance de la variable aléatoire X. c. Calcule l'écart-type de la variable aléatoire X.</p>	x_i	-100	-25	50	125	200	p_i	$\frac{10}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>a.</p> $E(X) = \frac{1}{45} (-100 \times 10 - 25 \times 15 + 50 \times 13 + 125 \times 6 + 200)$ $E(X) = \frac{1}{45} (-1000 - 375 + 650 + 750 + 200)$ $E(X) = 5$ <p>b.</p> $V(X) = \frac{1}{45} [10(-105)^2 + 15(-30)^2 + 13(45)^2 + 6(120)^2 + 195^2]$ $V(X) = \frac{1}{45} [110250 + 13500 + 26325 + 86400 + 38025]$ $V(X) = \frac{274500}{45}$ $V(X) = 6100$ <p>c.</p> $\sigma(X) = \sqrt{6100}$ $\sigma(X) = 78,102$	
x_i	-100	-25	50	125	200											
p_i	$\frac{10}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$											

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p align="center"><u>EXERCICE DE MAISON</u></p> <p>Un test consiste à répondre à 5 questions par oui ou par non. Chaque réponse juste est notée 4 points et chaque réponse fausse est notée -2 points.</p> <p>Un candidat répond au hasard à chacune de ces questions, c-à-d que la réponse « oui » et la réponse « non » ont la même probabilité.</p> <p>Soient X et Y les variables aléatoires suivantes :</p> <p>X : nombre de réponses exactes Y : note obtenue c-à-d le plus grand des deux nombres 0 et S, S désignant la somme des 5 notes obtenues par le candidat.</p> <p>1.a. Donner la loi de probabilité de X. Calculer son espérance mathématique et sa variance . b. Calculer $p(X \geq 4)$</p> <p>2.a. Justifier que les valeurs prises par Y sont 0 ; 2 ; 8 ; 14 et 20. b. Déterminer sa loi de probabilité. c. Calculer son espérance mathématique et sa variance.</p>		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 5/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une épreuve de Bernoulli - la définition d'un schéma de Bernoulli
Calculer	- la probabilité d'obtenir k succès dans une suite de n épreuves de Bernoulli ($0 \leq k \leq n$)

PLAN DE LA SEANCE

III. LOI BINOMIALE

1. Epreuve de Bernoulli
Définition
2. Schéma de Bernoulli
Définition

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction de l'exercice de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Dans une urne non transparente on dispose de 6 disques indiscernables au toucher portant chacun l'une des lettres suivantes : A ; B ; C ; D ; E et F.</p> <p>Un jeu consiste à choisir au hasard l'un des disques puis on le remet dans l'urne et on répète 4 fois de suite l'expérience.</p> <p>On s'intéresse au choix du disque portant l'inscription A.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Donne le nombre d'issues possibles de cette expérience aléatoire. 2. Détermine la probabilité d'obtenir le disque portant la lettre A à l'issue d'un choix. 3. Donne le nombre de fois que le joueur répète l'expérience aléatoire à l'identique. <p><i>Une expérience aléatoire qui ne conduit exclusivement à deux issues possibles est appelée expérience de Bernoulli.</i></p>	<p><u>REponses ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. On obtient la lettre A ou on n'obtient pas la lettre A. Donc on a deux issues. 2. Tous les 6 disques dans l'urne on la même chance d'être tiré. Nous sommes dans un cas d'équiprobabilité. Donc $P(A) = \frac{1}{6}$ 3. Le joueur répète 5 fois l'expérience aléatoire à l'identique. 	<p>III. <u>LOI BINOMIALE</u></p> <p>1. <u>Epreuve de Bernoulli</u> <u>Définition</u></p> <p>On appelle <i>épreuve de Bernoulli</i>, toute expérience aléatoire ne conduisant qu'à deux éventualités. L'un est appelé « succès » et l'autre « échec ».</p> <p>Lorsqu'on a une épreuve de Bernoulli, si on note p la probabilité du succès, alors celle de l'échec est 1 – p.</p> <p>2. <u>Schéma de Bernoulli</u> <u>Définition</u></p> <p>On appelle <i>schéma de Bernoulli</i> une suite de <i>n</i> épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Le nombre n d'épreuves et la probabilité p du succès sont appelés <i>paramètres</i> du schéma de Bernoulli.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><i>L'une est appelée succès noté S et l'autre est appelée échec noté \bar{S}. Une expérience qui consiste à répéter n fois de suite une épreuve de Bernoulli de façon indépendante est appelée schéma de Bernoulli.</i></p> <p><i>La probabilité p du succès est appelée paramètre de l'épreuve de Bernoulli.</i></p> <p><i>La probabilité p du succès et n sont appelés paramètres du schéma de Bernoulli.</i></p> <p><i>Dans notre activité nous avons 5 répétitions d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{6}$.</i></p> <p><i>On a donc un schéma de Bernoulli de paramètre 5 et $\frac{1}{6}$.</i></p> <p>EXERCICE DE FIXATION</p> <p>On lance 10 fois de suite un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse à l'apparition d'un multiple de 3 sur la face supérieure. Justifie qu'on a un schéma de Bernoulli dont tu préciseras les paramètres.</p>	<p>REPONSES ATTENDUES</p> <p>Le lancer de ce dé conduit à deux éventualités exclusives : « obtenir un multiple de 3 » avec une probabilité de $\frac{1}{3}$ et « ne pas obtenir un multiple de 3 » avec une</p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			<p>probabilité de $\frac{2}{3}$. On a une épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{3}$. Cette épreuve de Bernoulli est répétée successivement et de façon indépendante 10 fois. On a donc un schéma de Bernoulli de paramètres 10 et $\frac{1}{3}$.</p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE2

THEME2 : MODELISATION D'UN PHENOMENE ALEATOIRE

LEÇON2 : PROBABILITE CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALEATOIRE

SEANCE : 6/6

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- la définition de la loi binomiale de paramètres n et p- la propriété relative à l'espérance mathématique d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$- la propriété relative à la variance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale $B(n, p)$

PLAN DE LA SEANCE

3. Loi binomiale
 - a. Définition
 - b. Propriété

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 30 min</p>	-Travail en groupes	<p align="center"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Dans une urne non transparente on dispose de 6 disques indiscernables au toucher portant chacun l'une des lettres suivantes : A ; B ; C ; D ; E et F. Un jeu consiste à choisir au hasard l'un des disques puis on le remet dans l'urne. Au total, on répète 5 fois de suite l'expérience. On s'intéresse au choix du disque portant l'inscription A. Soit X la variable aléatoire qui à chaque éventualité associe le nombre de succès et p la probabilité du succès.</p> <ol style="list-style-type: none"> Détermine p. Détermine l'ensemble des valeurs prises par X. Détermine et compare <ol style="list-style-type: none"> $P(X = 2)$ et $C_5^2 p^2 (1 - p)^3$ $P(X = 3)$ et $C_5^3 p^3 (1 - p)^2$ Détermine la loi de probabilité de X. Détermine et compare : 	<p align="center"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> $p = \frac{1}{6}$ L'ensemble des valeurs prises par X est $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. a. Les différentes possibilités sont : $AA\bar{A}\bar{A}\bar{A}$; $A\bar{A}A\bar{A}\bar{A}$; $A\bar{A}\bar{A}A\bar{A}$; $A\bar{A}\bar{A}\bar{A}A$; $\bar{A}A\bar{A}\bar{A}\bar{A}$; $\bar{A}\bar{A}A\bar{A}\bar{A}$; $\bar{A}\bar{A}\bar{A}A\bar{A}$; $\bar{A}\bar{A}\bar{A}\bar{A}A$. $P(X = 2) = 10 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3$ $C_5^2 p^2 (1 - p)^3 = 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3$ $P(X = 2) = C_5^2 p^2 (1 - p)^3$ b. Les différentes possibilités sont : $AAA\bar{A}\bar{A}$; $AA\bar{A}A\bar{A}$; $AA\bar{A}\bar{A}A$; $A\bar{A}AAA$; $A\bar{A}\bar{A}AA$; $A\bar{A}\bar{A}\bar{A}A$; $\bar{A}AAA\bar{A}$; $\bar{A}AA\bar{A}\bar{A}$ et $\bar{A}\bar{A}AAA$. $P(X = 3) = 10 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2$ $C_5^3 p^3 (1 - p)^2 = 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2$ $P(X = 3) = C_5^3 p^3 (1 - p)^2$ 	<p align="center">3. <u>Loi binomiale</u></p> <p align="center">a. <u>Définition</u></p> <p>Soit E un schéma de Bernoulli à n épreuves. Pour une épreuve, on note p la probabilité du succès et q ($q = 1 - p$) celle de l'échec. Soit X la variable aléatoire qui à chaque éventualité de E associe le nombre k de succès ($0 \leq k \leq n$). On a :</p> <ul style="list-style-type: none"> L'ensemble des valeurs prises par X est : $\{0; 1; \dots; n\}$. La probabilité d'obtenir exactement k succès au cours des n épreuves est : $P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$ <p>La loi de probabilité de X est appelée loi binomiale de paramètre n et p. On la note : $B(n; p)$.</p> <p align="center">b. <u>Propriété</u></p> <p>Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binomiale de paramètres n et p.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE														
		a. $E(X)$ et np b. $V(X)$ et $np(1 - p)$ $1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^5 \times \left(\frac{5}{6}\right)^0$	4. <table border="1" data-bbox="1077 240 1783 368"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>$\frac{3125}{7776}$</td> <td>$\frac{3125}{7776}$</td> <td>$\frac{1250}{7776}$</td> <td>$\frac{250}{7776}$</td> <td>$\frac{25}{7776}$</td> <td>$\frac{1}{7776}$</td> </tr> </table> 5.a. $E(X) = \frac{6480}{7776}$ $E(X) = \frac{5}{6}$ $np = 5 \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ $E(X) = np$ b. $V(X) = \frac{10800}{7776} - \frac{25}{36}$ $V(X) = \frac{25}{18} - \frac{25}{36}$ $V(X) = \frac{25}{36}$ $np(1 - p) = 5 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$ $V(X) = np(1 - p)$	x_i	0	1	2	3	4	5	p_i	$\frac{3125}{7776}$	$\frac{3125}{7776}$	$\frac{1250}{7776}$	$\frac{250}{7776}$	$\frac{25}{7776}$	$\frac{1}{7776}$	On a : $E(X) = np$ $V(X) = np(1 - p)$.
x_i	0	1	2	3	4	5												
p_i	$\frac{3125}{7776}$	$\frac{3125}{7776}$	$\frac{1250}{7776}$	$\frac{250}{7776}$	$\frac{25}{7776}$	$\frac{1}{7776}$												

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><i>X est la variable aléatoire qui à chaque éventualité associe le nombre $k(0 \leq k \leq n)$ de succès et p la probabilité du succès. La loi de probabilité de X est appelée loi binomiale de paramètres n et p. On la note : $B(n ; p)$ $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ ($q = 1 - p$)</i></p> <p>EXERCICE DE FIXATION</p> <p><i>X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = \frac{1}{3}$. Calcule :</i></p> <ol style="list-style-type: none"> $E(X)$ $V(X)$ $\sigma(X)$ 	<p>REPONSES ATTENDUES</p> <p>a. $E(X) = np$</p> $E(X) = 4 \times \frac{1}{3}$ $E(X) = \frac{4}{3}$ <p>b.</p> $V(X) = np(1 - p)$ $V(X) = 5 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$ $V(X) = \frac{10}{9}$ <p>c. $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$</p> $\sigma(X) = \frac{\sqrt{10}}{3}$	

BIBLIOGRAPHIE

Programmes éducatifs et guides d'exécution Mathématiques T^{LE}D

Progressions annuelles

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection PYRAMIDE

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection CIAM/EDICEF

Les cahiers de la réussite T^{LE} D Vallesse

Mon cahier d'habiletés Mathématiques T^{LE} D JD Editions

WWW.monecoleàlamaison.ci

<https://physiques-et-maths.fr>