FICHE DE LEÇON

FONCTIONS LOGARITHMES

TLE D

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou
Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

NOMBRE DES SEANCES : 5

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction logarithme népérien - La définition de la fonction logarithme décimal - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien - La dérivée de la fonction logarithme népérien - Le sens de variation de la fonction logarithme népérien - La représentation graphique de la fonction logarithme népérien - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal - Les limites de référence de la fonction logarithme népérien - Les fonctions dérivées des fonctions du type : $ln o u$, $ln o \|u\|$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$, où u est une fonction dérivable non nulle
Noter	- La fonction logarithme népérien - Une fonction logarithme décimal - Une fonction logarithme de base a ($a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$)
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir la fonction ln - Une équation de la forme $x^n = k$ ($k \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$) - Une inéquation d'inconnue n de la forme $q^n \geq a$ ou $q^n \leq a$ ($q \in \mathbb{R}_+^*, a \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$)
Déterminer	- Les fonctions dérivées des fonctions du type : $ln o u$, $ln o \|u\|$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$ où u est une fonction dérivable non nulle

Représenter	- Graphiquement les fonctions du type : $ln o u$, $ln o \|u\|$ - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien - graphiquement une fonction faisant intervenir une fonction puissance d'exposant réel non nul
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien pour transformer une écriture - les limites de référence pour calculer d'autres limites
Etudier	- une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien
Traiter une situation	- Faisant appel aux fonctions logarithmes

SITUATION D'APPRENTISSANGE

Lors d'une séance d'information avec les élèves du lycée moderne de Madinani, le directeur régional de l'agriculture a révélé que :
« en 2020, la superficie totale des champs de céréales dans sa zone était de 1000 000 de coton et celle des champs d'anacarde de 250 000 hectares. Depuis le 1er janvier 2021, les augmentations annuelles des superficies totales sont en moyenne de 11% pour les champs de céréales et de 40% pour les champs d'anacarde. »
Des élèves de T^{LE}D présents à cette séance s'inquiètent de la faible augmentation des superficies de champs de céréales depuis 2021.
Ils cherchent à déterminer l'année à partir de laquelle la superficie totale des champs d'anacarde sera supérieure à celle des champs de céréales pour sensibiliser les autorités sur une potentielle crise alimentaire.

PLAN DE LA LEÇON

I. FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

1. Définition
   Conséquence
2. Propriétés algébriques
   a. Propriété fondamentale
   b. Conséquences
3. Etude de la fonction ln
   a. Limites de référence
   b. Sens de variation
      Conséquence
   c. Courbe représentative
4. Equations et inéquations avec ln
   a. Propriétés
   b. Equations du type $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$
      Méthode
   c. Inéquations du type $\ln\big(u(x)\big) \leq \ln\big(v(x)\big)$
      Méthode
5. Logarithme népérien d'une fonction
6. Primitive d'une fonction du type : $x \to \frac{u'(x)}{u(x)}$

II. FONCTIONS LOGARITHMES DE BASE a

1. Définition
   Vocabulaire
   Remarque
2. Fonction logarithme décimale
   Conséquence

SEANCE1

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction logarithme népérien - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien
Noter	- La fonction logarithme népérien
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien pour transformer une écriture

PLAN DE LA SEANCE1

I. FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

1. Définition

   Conséquence

2. Propriétés algébriques

   a. Propriété fondamentale

   b. Conséquence

SEANCE2

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Le sens de variation de la fonction logarithme népérien - La représentation graphique de la fonction logarithme népérien - Les limites de référence de la fonction logarithme népérien
Utiliser	- les limites de référence pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE2

3. Etude de la fonction ln

   a. Limites de référence

   b. Sens de variation

      Conséquence

   c. Courbe représentative

SEANCE3

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir la fonction ln - Une équation de la forme $x^n = k$ ($k \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$) - Une inéquation d'inconnue n de la forme $q^n \geq a$ ou $q^n \leq a$ ($q \in \mathbb{R}_+^*, a \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$)

PLAN DE LA SEANCE3

4. Equations et inéquations avec ln

   a. Propriétés

   b. Equations du type $\ln(u(x)) = \ln(v(x))$

      Méthode

   c. Inéquations du type $\ln(u(x)) \leq \ln(v(x))$

      Méthode

SEANCE4

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les fonctions dérivées des fonctions du type : $\ln o u$, $\ln o\lvert u\rvert$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$, où u est une fonction dérivable non nulle
Déterminer	- Les fonctions dérivées des fonctions du type : $lnou$, $lno\lvert u\rvert$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$ où u est une fonction dérivable non nulle
Représenter	- Graphiquement les fonctions du type : $lnou$, $lno\lvert u\rvert$ - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien

PLAN DE LA SEANCE4

5. Logarithme népérien d'une fonction
6. Primitive d'une fonction du type :$x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$

SEANCE5

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction logarithme décimal - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal
Noter	- Une fonction logarithme décimal - Une fonction logarithme de base a $(a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$

PLAN DE LA SEANCE5

II. FONCTION LOGARITHME DE BASE a

1. Définition
   Vocabulaire
   Remarque
2. Fonction logarithme décimale
   Conséquence

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

SEANCE : 1/5

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction logarithme népérien - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien
Noter	- La fonction logarithme népérien
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien pour transformer une écriture

PLAN DE LA SEANCE

I. FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

1. Définition

   Conséquence

2. Propriétés algébriques

   a. Propriété fondamentale

   b. Conséquences

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Présentation *5 min*	-Lecture -Travail collectif	-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix. **Question pour faire ressortir les tâches :** Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?	-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lis à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent Attentivement. <u>REPONSE ATTENDUE</u> Ils cherchent à déterminer l'année à partir de laquelle la superficie totale des champs d'anacarde sera supérieure à celle des champs de céréales.	
Développement *5 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE1</u> Démontre que la fonction $x \to \frac{1}{x}$ admet des primitives sur $]0;+\infty[$. *Nous intéressons ici à la primitive de la fonction inverse qui prend la valeur **0** en **1**.* *Elle s'appelle la fonction logarithme népérien et se note* **ln**.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> La fonction $x \to \frac{1}{x}$ est continue sur $]0;+\infty[$ donc elle admet des primitives sur $]0;+\infty[$.	I. <u>FONCTION LOGARITHME NEPERIEN</u> 1. <u>Définition</u> La fonction logarithme népérien, notée **ln**, est la primitive de la fonction $x \to \frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$, qui prend la valeur 0 en 1.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *20 min*	-Travail en groupe	*Pour tout $x > 0$ on écrira le plus souvent* $\mathbf{ln}\,\boldsymbol{x}$ *au lieu de* $\mathbf{ln}(\boldsymbol{x})$. <u>ACTIVITE2</u> 1. $\forall a \in]0;+\infty[$, soit la fonction f définie de $]0;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(ax)$. a. Démontre que f est une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction $\begin{matrix} \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{1}{x} \end{matrix}$ b. Déduis-en que : $f(x) = \ln x + c$ c. Calcule $f(1)$ et déduis-en la valeur de c. 2.En déduire que : $\forall a \in]0;+\infty[$, $\forall b \in]0;+\infty[$, a. $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$ b. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ c. $\ln(a_1 \times a_2 \times ... \times a_n) = \ln(a_1) + \ln(a_2) + \cdots + \ln(a_n)$ d. $\ln(a^r) = r \ln a, \forall r \in \mathbb{Q}$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **1**.Considérons la fonction f définie de $]0;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(ax)$. f est la composée de la fonction g définie de $]0;+\infty[$ vers $]0;+\infty[$ par : $g(x) = ax$ et de la fonction ln définie de $]0;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$. La fonction g et la fonction ln sont dérivables sur $]0;+\infty[$ donc f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on a : $\forall x \in]0;+\infty[, g'(x) = a$ $\forall x \in]0;+\infty[, (ln)'(x) = \frac{1}{x}$ Par suite : $f'(x) = (ax)' \times (ln)'(ax)$ $f'(x) = a \times \frac{1}{ax}$ $f'(x) = \frac{1}{x}$ On en déduit que la fonction f est une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction	<u>Conséquences</u> ○ La fonction ln est définie, continue et dérivable sur $]0;+\infty[$. ○ $\forall x \in]0;+\infty[$, $(ln)'(x) = \frac{1}{x}$; $\ln 1 = 0$. 2. <u>Propriétés algébriques</u> a. <u>Propriété fondamentale</u> $\forall a \in]0;+\infty[, \forall b \in]0;+\infty[$, $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. b. <u>Conséquences</u> $\forall a \in]0;+\infty[, \forall b \in]0;+\infty[$, on a : o $\ln(a^r) = r \ln a, \forall r \in \mathbb{Q}$. En particulier : $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln a$. o $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ o $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$ Pour tous nombres strictement positifs $a_1, a_2, \ldots, a_n$, et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\ln(a_1 \times a_2 \times ... \times a_n) = \ln(a_1) + \ln(a_2) + \cdots + \ln(a_n)$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$\mathbb{R}^* \mapsto \mathbb{R}^*$ $x \mapsto \frac{1}{x}$ Par conséquent, il existe un nombre réel c telle que : $f(x) = \ln x + c$ $\begin{cases} f(1) = c \\ f(1) = \ln a \end{cases}$ On en déduit que : $c = \ln a$ D'où $\forall a \in]0;+\infty[$, $\forall b \in]0;+\infty[$, $\ln(ax) = \ln a + \ln x$. **2.a**. $\forall b \in]0;+\infty[$, $b \times \frac{1}{b} = 1$ $\ln\left(b \times \frac{1}{b}\right) = \ln 1$ $\ln b + \ln\left(\frac{1}{b}\right) = 0$ $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$ **b**.$\forall a \in]0;+\infty[$, $\forall b \in]0;+\infty[$, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a + \ln\left(\frac{1}{b}\right)$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			c.Soit a, b et c trois nombres réels strictement positifs. $abc = (ab)c$ $\ln(abc) = \ln(ab) + \ln c$ $\ln(abc) = \ln a + \ln b + \ln c$ Ainsi, Pour tous nombres strictement positifs a_1, a_2,…, a_n, et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\ln(a_1 \times a_2 \times ... \times a_n) =$ $\ln(a_1) + \ln(a_2) + \cdots + \ln(a_n)$ **d**.Montrons que $\forall a \in]0;+\infty[$, $\ln(a^r) = r \ln a , \forall r \in \mathbb{Q}$ <u>r est un nombre entier relatif</u> <u>1er Cas</u> : $n \in \mathbb{N}$ $\ln(a^n) = n \ln a$ <u>2e Cas</u> : $n \in \mathbb{Z}^-$ alors $-n \in \mathbb{N}$ $\ln(a^n) = \ln\left(\frac{1}{a^{-n}}\right)$ $\ln(a^n) = -\ln(a^{-n})$ $\ln(a^n) = -(-n)\ln a$ $\ln(a^n) = \text{n}\ln a$ D’où $\forall a \in]0;+\infty[, \forall n \in \mathbb{Z}$ $\ln(a^n) = n \ln a$ <u>r est un nombre rationnel</u> 1e Cas : Soit $n \in \mathbb{N}^*$ Considérons le nombre réel $a^{\frac{1}{n}}$ Posons $b = a^{\frac{1}{n}}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$\forall a \in \mathbb{R}_+^*, \forall b \in \mathbb{R}_+^*$ $b = a^{\frac{1}{n}} \Leftrightarrow b^n = a$ $b^n = a$ $n \ln b = \ln a$ $\ln b = \frac{1}{n} \ln a$ D'où $\forall a \in \mathbb{R}_+^*, \forall b \in \mathbb{R}_+^*, \ln a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \ln a$ En particulier $\forall a \in \mathbb{R}_+^*, \ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2} \ln a$ <u>2e Cas $r \in \mathbb{Q}^* \setminus \mathbb{Z}$</u> Il existe un nombre entier relatif p et un nombre entier naturel q tels que $r = \frac{p}{q}$ $a^r = a^{\frac{p}{q}}$ $a^r = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$ $\ln a^r = p \ln a^{\frac{1}{q}}$ $\ln a^r = \frac{p}{q} \ln a$ $\ln a^r = r \ln a$ D'où $\forall a \in]0; +\infty[, \forall r \in \mathbb{Q}$ $\ln(a^r) = r \ln a$	

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td>Evaluation
5 min</td><td>- Travail individuel</td><td><u>EXERCICE DE FIXATION1</u>
Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :
<table>
<tr><td>a.</td><td>La fonction ln est définie sur $]-\infty; 0[$</td></tr>
<tr><td>b.</td><td>La fonction ln est définie sur $]0; +\infty[$</td></tr>
<tr><td>c.</td><td>La fonction ln est dérivable sur $]0; +\infty[$</td></tr>
<tr><td>d.</td><td>La fonction ln est définie sur $]3; +\infty[$</td></tr>
<tr><td>e.</td><td>La fonction ln est définie sur $]1; 25[$</td></tr>
<tr><td>f.</td><td>La fonction ln est décroissante sur $]0; +\infty[$</td></tr>
<tr><td>g.</td><td>$\ln 1 = 1$</td></tr>
<tr><td>h.</td><td>$(ln)'(2) = 2$</td></tr>
<tr><td>i.</td><td>$(ln)'\left(\frac{1}{5}\right) = 5$</td></tr>
<tr><td>j.</td><td>$(ln)'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2}$</td></tr>
</table></td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
<table>
<tr><td>a.</td><td>La fonction ln est définie sur $]-\infty; 0[$</td><td>F</td></tr>
<tr><td>b.</td><td>La fonction ln est définie sur $]0; +\infty[$</td><td>V</td></tr>
<tr><td>c.</td><td>La fonction ln est dérivable sur $]0; +\infty[$</td><td>V</td></tr>
<tr><td>d.</td><td>La fonction ln est définie sur $]3; +\infty[$</td><td>V</td></tr>
<tr><td>e.</td><td>La fonction ln est définie sur $]1; 25[$</td><td>V</td></tr>
<tr><td>f.</td><td>La fonction ln est décroissante sur $]0; +\infty[$</td><td>F</td></tr>
<tr><td>g.</td><td>$\ln 1 = 1$</td><td>F</td></tr>
<tr><td>h.</td><td>$(ln)'(2) = 2$</td><td>F</td></tr>
<tr><td>i.</td><td>$(ln)'\left(\frac{1}{5}\right) = 5$</td><td>V</td></tr>
<tr><td>j.</td><td>$(ln)'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2}$</td><td>V</td></tr>
</table></td><td></td></tr>
<tr><td>15 min</td><td>-Travail individuel</td><td><u>EXERCICE DE FIXATION2</u>
1. Ecris les expressions suivantes sous la forme $\ln a$, a est un nombre réel positif.
a. $\ln 2 + \ln 5$
b. $\ln \sqrt{2} + \ln 2\sqrt{2}$</td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1.
a. $\ln 2 + \ln 5 = \ln(2 \times 5) = \ln 10$
b. $\ln \sqrt{2} + \ln 2\sqrt{2} = \ln(\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}) = \ln 4$
c. $\ln 9 + \ln \frac{1}{3} = \ln\left(9 \times \frac{1}{3}\right) = \ln 3$</td><td></td></tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	c. $\ln 9 + \ln \frac{1}{3}$ **2**. Ecris les expressions suivantes sous la forme $\ln a + \ln b$, où a et b sont des nombres réels strictement positifs. a. $\ln(3 \times 7)$ b. $\ln 5\sqrt{3}$ c. $\ln 2\pi$ **3**.Justifie que : $\ln(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 0$ **4**.On considère les nombres réels A, B et C tels que : $A = \ln 5 - \ln 15$ $B = 3\ln 3 - \ln 9$ $C = 2\ln 3 - \ln 6 + \ln \frac{4}{3}$ Ecris chacun de ces nombres sous la forme $\ln a$ où a est un nombre réel strictement positif. <u>EXERCICE DE MAISON</u> N°1 et N°2 page 132 Mon Livre de Mathématiques T^{LE}D Pyramides.	**2**. a. $\ln(3 \times 7) = \ln 3 + \ln 7$ b. $\ln 5\sqrt{3} = \ln 5 + \ln \sqrt{3}$ c. $\ln 2\pi = \ln 2 + \ln \pi$ **3**. $D = \ln(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ $D = \ln[(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})]$ $D = \ln(3 - 2)$ $D = \ln(1)$ $D = 0$ **4**. $A = \ln 5 - \ln 15 = \ln\left(\frac{5}{15}\right)$ $A = \ln\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln 3$ $B = 3\ln 3 - \ln 9 = \ln 3^3 - \ln 9$ $B = \ln \frac{27}{9} = \ln 3$ $C = 2\ln 3 - \ln 6 + \ln \frac{4}{3}$ $C = \ln \frac{9}{6} + \ln \frac{4}{3} = \ln \frac{3}{2} + \ln \frac{4}{3}$ $C = \ln\left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}\right) = \ln 2$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

SEANCE: 2/5

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Le sens de variation de la fonction logarithme népérien - La représentation graphique de la fonction logarithme népérien - Les limites de référence de la fonction logarithme népérien
Utiliser	- les limites de référence pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE

3. Etude de la fonction ln
   a. Limites de référence
   b. Sens de variation
      Conséquence
   c. Courbe représentative

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>10 min

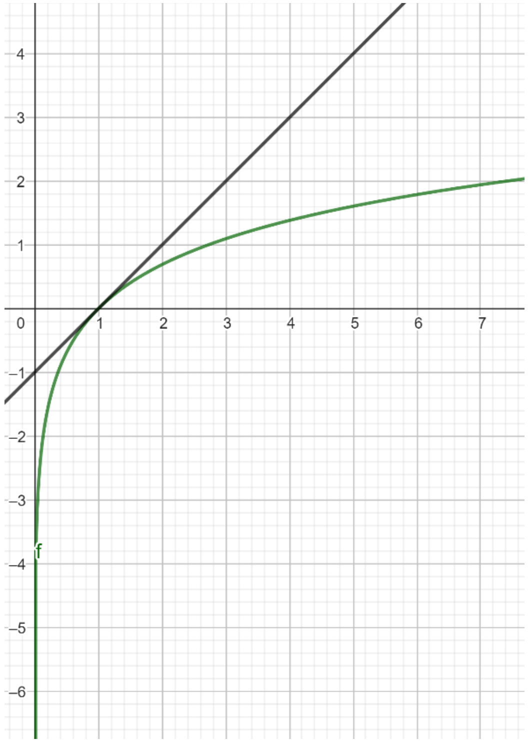
Développement
25 min</td>
<td>-Travail en groupe

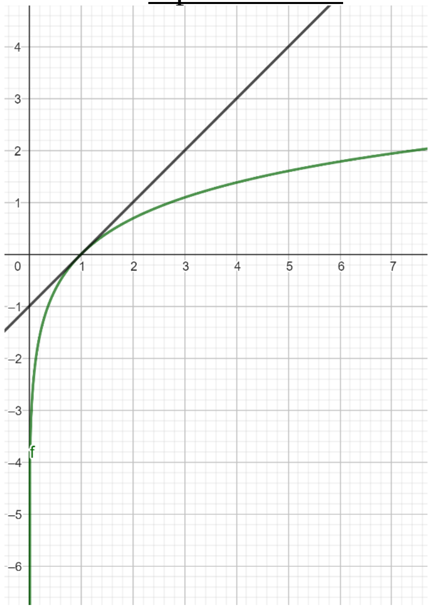
-Travail en groupes</td>
<td>Correction des exercices de maison

<u>ACTIVITE</u>
1. On admet que :
$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$.
Sachant que :
$\ln x = -\ln\left(\frac{1}{x}\right)$
Détermine : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \ln x$.
Interprète graphiquement ce résultat.
2. Détermine le sens de variation de la fonction ln et dresse son tableau de variation.
3. Déduis de ce qui précède, le signe de la fonction ln.
4. Démontre que l'équation $\ln x = 1$ admet une unique solution dans $]0;+\infty[$.
5. Soit (C) la courbe représentative de la fonction ln dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
a. Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
b. Trace (T) et la courbe (C).</td>
<td>

<u>REPONSES ATTENDUES</u>
1.
$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
Donc $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \ln x = -\infty$
La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction ln.
2.
$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$ $(\ln)'(x) = \frac{1}{x}$
$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$, $(\ln)'(x) > 0$ donc la fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(\ln)'(x)$</td><td>||</td><td>$+$</td><td>1</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$\ln x$</td><td>|| $-\infty$</td><td>↗</td><td>0</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
3.
$\forall x \in]0;1[, \ln x < 0$.
$\forall x \in]1;+\infty[, \ln x > 0$.
4.
La fonction ln est continue et</td>
<td>

3. <u>Etude de la fonction ln</u>
a. <u>Limites de référence</u>
o $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \ln x = -\infty$
o $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
o $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = 0$
o $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
o $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
o $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
b. <u>Sens de variation</u>
La fonction ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(\ln)'(x)$</td><td>||</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$\ln x$</td><td>|| $-\infty$</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>strictement croissante sur $]0;+\infty[$.
$\ln(]0;+\infty[) =]-\infty;+\infty[$ donc la fonction ln réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur $]-\infty;+\infty[$.
Or $1 \in]-\infty;+\infty[$ donc l'équation $\ln x = 1$ admet une unique solution dans $]0;+\infty[$.
5.
a. $(T): y = (\ln)'(1)(x-1) + \ln 1$
$(T): y = x - 1$
b.

</td><td><u>Conséquence</u>
La fonction ln est une bijection de $]0;+\infty[$ sur $\mathbb{R}$.
On appelle e (nombre d'Euler) l'unique nombre réel élément de $]0;+\infty[$ tel que $\ln e = 1$.
Une valeur approchée de e est : 2,718 281 828 456.

c. <u>Courbe représentative</u>

</td></tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule les limites suivantes : a. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x(2-\ln x)$ b. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\ln x}{1+x}$ c. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\ln x}{x-1}$ d. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2\ln x}{1+x}$ e. $\lim\limits_{x\to +\infty} (3x-1-\ln x)$ f. $\lim\limits_{x\to 0} x^4\ln x$ g. $\lim\limits_{x\to +\infty} x\ln\left(1+\dfrac{3}{x}\right)$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **a**. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x(2-\ln x)$ $= \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} 2x - x\ln x$ $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} 2x = 0 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = 0 \end{cases}$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x(2-\ln x) = 0$ **b**. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\ln x}{1+x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{1+x} \times x\ln x$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{1+x} = 1 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = 0 \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\ln x}{1+x} = 0$ **c**. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\ln x}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} x \times \dfrac{\ln x}{x-1}$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1 \\ \lim\limits_{x\to 1} x = 1 \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x\ln x}{x-1} = 1$ **d**. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2\ln x}{1+x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2}{1+x} . \ln x$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2}{1+x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to +\infty} \ln x = +\infty \end{cases}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°9 et N°10 page 132, N°11 page 133 Mon Livre de Mathématiques T^{LE}D Pyramides.	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2 \ln x}{1+x} = +\infty$ **e**. $\lim\limits_{x\to+\infty} (3x - 1 - \ln x) =$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(3 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right)$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} 3 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = 3 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (3x - 1 - \ln x) = +\infty$ **f**. $\lim\limits_{x\to 0} x^4 \ln x = \lim\limits_{x\to 0} x^3 . x \ln x$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} x^3 = 0 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} x \ln x = 0 \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to 0} x^4 \ln x = 0$ **g**. $\lim\limits_{x\to+\infty} x \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right) =$ $\lim\limits_{x\to+\infty} 3 \times \frac{x}{3} . \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right) =$ $\lim\limits_{x\to+\infty} 3 \times \frac{\ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)}{\frac{3}{x}} =$ $\lim\limits_{u\to 0} 3 \frac{\ln 1 + u}{u} = 3$ $avec\ u = \frac{3}{x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right) = 3$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

SEANCE: 3/5

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir la fonction ln - Une équation de la forme $x^n = k$ ($k \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$) - Une inéquation d'inconnue n de la forme $q^n \geq a$ ou $q^n \leq a$ ($q \in \mathbb{R}_+^*, a \in \mathbb{R}_+^*, n \in \mathbb{N}^*$)

PLAN DE LA SEANCE

4. Equations et inéquations avec ln
   a. Propriétés
   b. Equations du type $\ln(u(x)) = \ln(v(x))$
      Méthode
   c. Inéquations du type $\ln(u(x)) \leq \ln(v(x))$
      Méthode

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min	-Travail en groupe	Correction des exercices de maison		
Développement *5 min*	-Travail en groupes	<u>ACTIVITE</u> Soient a et b deux nombres réels strictement positifs. En te basant sur le sens de variation de la fonction ln, complète les pointillés ci-dessous par les signes $<, >$ ou $=$. $a = b \Leftrightarrow \ln a \ldots \ln b$ $a < b \Leftrightarrow \ln a \ldots \ln b$ $a > b \Leftrightarrow \ln a \ldots \ln b$ $a > 1 \Leftrightarrow \ln a \ldots 0$ $0 < a < 1 \Leftrightarrow \ln a \ldots 0$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> La fonction ln est continue et strictement croissante sur $]0; +\infty[$. $a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$ $a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b$ $a > b \Leftrightarrow \ln a > \ln b$ $a > 1 \Leftrightarrow \ln a > 0$ $0 < a < 1 \Leftrightarrow \ln a < 0$	4. <u>Equations et inéquations avec ln</u> a. <u>Propriétés</u> Pour tous nombres réels a et b strictement positifs. ○ $a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$ ○ $a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b$ ○ $a > b \Leftrightarrow \ln a > \ln b$ ○ $a > 1 \Leftrightarrow \ln a > 0$ ○ $0 < a < 1 \Leftrightarrow \ln a < 0$ ○ $a \leq b \Leftrightarrow \ln a \leq \ln b$ ○ $a \geq b \Leftrightarrow \ln a \geq \ln b$ ○ $a \geq 1 \Leftrightarrow \ln a \geq 0$ ○ $0 < a \leq 1 \Leftrightarrow \ln a \leq 0$
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> 1. Compare : $\ln 8$ et $\ln 6$; $\ln\sqrt{5}$ et $\ln 3$; $\ln 2\sqrt{5}$ et $\ln 7$ 2. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : a. $\ln x = \ln 3$ b. $\ln x = 2$ c. $2\ln x = \ln 16$ d. $\ln x \leq \ln 5$ e. $\ln x > 7$ f. $(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = 0$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $\ln 8 > \ln 6$; $\ln\sqrt{5} < \ln 3$; $\ln 2\sqrt{5} < \ln 27$. 2. a. $\ln x = \ln 3 \Leftrightarrow \boldsymbol{x = 3}$ b. $\ln x = 2 \Leftrightarrow \ln x = 2\ln e$ $\ln x = 2 \Leftrightarrow \ln x = \ln e^2$ $\boldsymbol{x = e^2}$ c. $2\ln x = 2\ln 4 \Leftrightarrow \ln x = \ln 4$ $\boldsymbol{x = 4}$ d. $\ln x \leq \ln 5 \Leftrightarrow x \leq 5$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$\boldsymbol{x \in]0;5]}$ e. $\ln x > 7 \Leftrightarrow \ln x > 7\ln e$ $\ln x > \ln e^7$ $x > e^7$ $\boldsymbol{x \in]0;e^7[}$ f. $(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = 0$ Posons : $X = \ln x$ L'équation devient : $X^2 - 2X + 1 = 0$ $(X-1)^2 = 0 \Leftrightarrow X = 1$ $\ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$	
Développement *5 min*	-Travail en groupe	<u>ACTIVITE2</u> Soient u et v deux fonctions réelles. 1. Détermine l'ensemble de définition des fonctions de type : $\ln\big(u(x)\big)$. 2. Détermine l'ensemble de validité de l'équation $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$ et de l'inéquation $\ln\big(u(x)\big) < \ln\big(v(x)\big)$. 3. Propose une méthode de résolution de : a. l'équation $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$ b. l'inéquation $\ln\big(u(x)\big) < \ln\big(v(x)\big)$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. L'ensemble de définition des fonctions $\ln\big(u(x)\big)$ est : $\{x \in \mathbb{R}/x \in D_u\ et\ u(x) > 0\}$ 2. L'ensemble de validité de l'équation $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$ et de l'inéquation $\ln\big(u(x)\big) < \ln\big(v(x)\big)$ est $\left\{\begin{matrix} x \in \mathbb{R}/x \in D_u, x \in D_v \\ et\ u(x) > 0\ et\ v(x) > 0 \end{matrix}\right\}$ 3. Méthode : d. On détermine l'ensemble de validité E_v de l'équation ;	e. <u>Equations du type $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$</u> <u>Méthode</u> Pour résoudre une équation (E) de type $\ln\big(u(x)\big) = \ln\big(v(x)\big)$, on peut procéder comme suit : ▪ On détermine l'ensemble de validité E_v de l'équation (E). Sur E_v, (E) est équivalente à l'équation (E'): $u(x) = v(x)$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			On résout l'équation $u(x) = v(x)$ sur l'ensemble de validité. f. On détermine l'ensemble de validité E_v de l'inéquation ; On résout l'inéquation $u(x) \leq v(x)$ sur l'ensemble de validité.	▪ Les solutions de (E) sont donc les solutions de (E') sur E_v . c. <u>Inéquations du type $\ln(u(x)) \leq \ln(v(x))$</u> <u>Méthode</u> Pour résoudre une inéquation (I) de type $\ln(u(x)) \leq \ln(v(x))$, on peut procéder comme suit : ▪ On détermine l'ensemble de validité E_v de l'équation (I). Sur E_v, (I) est équivalente à l'équation (I'): $u(x) \leq v(x)$. ▪ Les solutions de (I) sont donc les solutions de (I') sur E_v .
Evaluation *15 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations et inéquations suivantes : a. $\ln(2-x) = \ln(x+5)$ b. $\ln(x-3) = 2$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **a**. $\ln(2-x) = \ln(x+5)$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/2-x>0 \ et\ x+5>0\}$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/x<2 \ et\ x>-5\}$ $E_v =]-5;2[$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		c. $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ d. $\ln(2-x) \leq \ln(x+5)$ e. $\ln(x-3) > 2$ f. $(\ln x)^2 + \ln x - 6 < 0$	$\forall x \in E_v, \ln(2-x) = \ln(x+5)$ équivaut à $2 - x = x + 5$ $2x = -3$ $x = -\frac{3}{2}$ $-\frac{3}{2} \in E_v \; donc \; S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **b**. $\ln(x-3) = 2$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/x - 3 > 0\}$ $E_v = \{x \in \mathbb{R} / \; x > 3\}$ $E_v =]3; +\infty[$ $\forall x \in E_v, \ln(x-3) = 2 \Leftrightarrow$ $x - 3 = e^2$ $x = 3 + e^2$ $3 + e^2 \in E_v \; donc \; S_{\mathbb{R}} = \{3 + e^2\}$ **c**. $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/x > 0\}$ $E_v =]0; +\infty[$ $\forall x \in E_v$, en posant $X = \ln x$ $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0 \Leftrightarrow$ $X^2 + X - 6 = 0$ $X = -3$ ou $X = 2$ $\ln x = -3$ ou $\ln x = 2$ $x = e^{-3}$ ou $x = e^2$ $e^{-3} \in E_v$ et $e^2 \in E_v$ donc $S_{\mathbb{R}} = \{e^{-3}; e^2\}$ **d**. $\ln(2-x) \leq \ln(x+5)$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°3, N°6 et N°7 page 132 Mon Livre de Mathématiques T[LE]D Pyramides.	$E_v =]-5;2[$ $\forall x \in E_v, \ln(2-x) \leq \ln(x+5)$ équivaut à $2 - x \leq x + 5$ $2x \leq -3$ $x \leq -\frac{3}{2}$ $S_{\mathbb{R}} = \left]-5;-\frac{3}{2}\right]$ **e**. $\ln(x-3) > 2$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/x - 3 > 0\}$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}\ /\ x > 3\}$ $E_v =]3;+\infty[$ $\forall x \in E_v, \ln(x-3) > 2 \Leftrightarrow$ $x - 3 > e^2$ $x > 3 + e^2$ $S_{\mathbb{R}} =]3 + e^2;+\infty[$ **f**. $(\ln x)^2 + \ln x - 6 < 0$ $E_v = \{x \in \mathbb{R}/x > 0\}$ $E_v =]0;+\infty[$ $\forall x \in E_v$, en posant $X = \ln x$ $(\ln x)^2 + \ln x - 6 < 0 \Leftrightarrow$ $X^2 + X - 6 < 0$ $X = -3$ ou $X = 2$ $-3 < X < 2$ $-3 < \ln x < 2$ $e^{-3} < x < e^2$ $S_{\mathbb{R}} =]e^{-3};e^2[$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T[LE] D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

SEANCE : 4/5

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les fonctions dérivées des fonctions du type : $\ln o u$, $\ln o\|u\|$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$, où u est une fonction dérivable non nulle
Déterminer	- Les fonctions dérivées des fonctions du type : $lnou$, $lno\|u\|$ - Les primitives des fonctions du type : $\frac{u'}{u}$ où u est une fonction dérivable non nulle
Représenter	- Graphiquement les fonctions du type : $lnou$, $lno\|u\|$ - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction logarithme népérien

PLAN DE LA SEANCE

5. Logarithme népérien d'une fonction
6. Primitive d'une fonction du type : $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min	-Travail en groupe	Correction des exercices de maison		
Développement *25 min*	-Travail en groupes	<u>ACTIVITE</u> 1. Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I. a. Justifie que ln$o u$ est dérivable sur I. b. Justifie que $(\ln o u)' = \frac{u'}{u}$. 2. Soit v une fonction dérivable sur un intervalle J. On suppose que v ne s'annule pas sur J. a. Détermine le plus grand sous-ensemble J sur lequel ln$o\|v\|$ est dérivable. b. Justifie que $(\ln o\|v\|)' = \frac{v'}{v}$. c. Déduis des questions précédentes les primitives des fonctions $\frac{v'}{v}$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. a. ln$o u$ est la composée de deux fonctions dérivables sur I donc ln$o u$ est dérivable sur I. b. $(\ln o u)' = u'(\ln)'(u)$ $(\ln o u)' = u' \times \frac{1}{u}$ $(\ln o u)' = \frac{u'}{u}$ 2.a. Le plus grand ensemble sur lequel ln$o\|v\|$ est dérivable sur est $\mathbb{R}^*$ b. Si v est strictement positive sur $\mathbb{R}^*$, on a : $(\ln o\|v\|)' = (\ln o v)' = v'(\ln)'(v)$ $(\ln o\|v\|)' = v' \times \frac{1}{v}$ $(\ln o u)' = \frac{v'}{v}$ Si v est strictement négative sur $\mathbb{R}^*$, on a : $(\ln o\|v\|)' = \left(\ln o(-v)\right)'$ $(\ln o\|v\|)' = -v'(\ln)'(-v)$ $(\ln o\|v\|)' = -v' \times \frac{1}{-v}$	5. <u>Logarithme népérien d'une fonction</u> Soit u une fonction numérique d'ensemble de définition D_u. - L'ensemble de définition de la fonction ln$o u$ est : $\{x \in \mathbb{R} / x \in D_u \; et \; u(x) > 0\}$ - Si u est dérivable et strictement positive sur un intervalle I, alors la fonction ln$o u$ est dérivable sur I et on a : $\forall x \in I, (\ln o u)'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ - La fonction ln$o\|u\|$ est dérivable sur tout intervalle I où la fonction u est dérivable et s'annule pas et on a : $\forall x \in I, (\ln o\|u\|)'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$(\ln o\lvert v\rvert)' = \frac{v'}{v}$ 3. Les primitives des fonctions $\frac{v'}{v}$ Sont les fonctions de la forme $\ln o\lvert v\rvert + c$ où $c \in \mathbb{R}$.	6. <u>Primitive d'une fonction du type</u> $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ Si u est une fonction dérivable et ne s'annule pas sur un intervalle I, alors la fonction $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ a pour primitives sur I les fonctions $x \mapsto \ln(u(x)) + c, c \in \mathbb{R}$.
Evaluation *25 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> **1**. Dans chacun des cas suivants, calcule la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I considéré : a $f(x) = \ln(3x^2 - 7x + 5)$ $I = \mathbb{R}$ b $f(x) = \ln\lvert 2 - x\rvert$ $I =]-\infty; 2[$ c $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$ $I =]-1; 3[$ d $f(x) = \ln\sqrt{2x^2 - 1}$ $I = \left]-\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right[$ **2**. Détermine sur l'ensemble K les primitives de chacune des fonctions suivantes :	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **1**. a $f(x) = \ln(3x^2 - 7x + 5)$ $f'(x) = \frac{6x - 7}{3x^2 - 7x + 5}$ b $f(x) = \ln\lvert 2 - x\rvert$ $f'(x) = \frac{-1}{2 - x}$ c $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x+1}\right)$ $f'(x) = \frac{-4}{(x+1)(3-x)}$ d $f(x) = \ln\sqrt{2x^2 - 1}$ $f'(x) = \frac{2x}{2x^2 - 1}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	a $f(x) = -\frac{2}{x}$; $K =]0;+\infty[$ b $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$; $K = \left]-\frac{\pi}{2};0\right[$ c $f(x) = \frac{3}{2-x}$; $K =]-\infty;2[$ d $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$; $K = \mathbb{R}$ <u>EXERCICE DE MAISON</u> N°12 à N°15 page 133 Mon Livre de Mathématiques T[LE]D Pyramides.	**2**. a $f(x) = -\frac{2}{x}$ $F(x) = -2\ln x + c, c \in \mathbb{R}$ b $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ $F(x) = \ln\lvert\sin x\rvert + c, c \in \mathbb{R}$ $F(x) = \ln(-\sin x) + c, c \in \mathbb{R}$ c $f(x) = \frac{3}{2-x}$ $F(x) = -3\ln\lvert 2-x\rvert + c,$ $c \in \mathbb{R}$ $F(x) = -3\ln(2-x) + c,$ $c \in \mathbb{R}$ d $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$ $F(x) = \ln(x^2-x+1) + c,$ $c \in \mathbb{R}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON5 : FONCTIONS LOGARITHMES

SEANCE : 5/5

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction logarithme décimal - Les propriétés algébriques de la fonction logarithme décimal
Noter	- Une fonction logarithme décimal - Une fonction logarithme de base a ($a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$)

PLAN DE LA SEANCE

II. FONCTIONS LOGARITHMES DE BASE a

1. Définition
   Vocabulaire
   Remarque
2. Fonction logarithme décimale
   Conséquence

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
15 min *Développement* *15 min*	-Travail en groupe -Travail en groupes	Correction des exercices de maison <u>ACTIVITE</u> Soit k un nombre réel non nul et a un nombre réel strictement positif différent de 1. On considère la fonction : $f_k: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ $x \mapsto k \ln x$ Détermine la fonction f_k correspondant à la valeur de k telle que : 1) $f_k(e) = 1$ 2) $f_k(10) = 1$ 3) $f_k(a) = 1$ *La fonction* $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln x$ *est appelée* ***fonction logarithme de base*** $\boldsymbol{e}$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1) $f_k(e) = 1 \Leftrightarrow k \ln e = 1$ $k = 1$ La fonction correspondante est : $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ $x \mapsto \ln x$ 2) $f_k(10) = 1 \Leftrightarrow k \ln 10 = 1$ $k = \frac{1}{\ln 10}$ La fonction correspondante est : $g: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ $x \mapsto \frac{1}{\ln 10} \times \ln x$ 3) $f_k(a) = 1 \Leftrightarrow k \ln a = 1$ $k = \frac{1}{\ln a}$ La fonction correspondante est : $h: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ $x \mapsto \frac{1}{\ln a} \times \ln x$	II. <u>FONCTIONS LOGARITHMES DE BASE a</u> 1. <u>Définition</u> On appelle fonction logarithme de base a, $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$, la fonction notée $\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}}$ et définie sur $]0; +\infty[$ par : $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$ <u>Vocabulaire</u> La fonction logarithme de base 10 est la fonction logarithme décimal. La fonction logarithme de base 2 est la fonction logarithme binaire. La fonction logarithme de base e est la fonction logarithme népérien. <u>Remarque</u> La fonction $\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}}$ a les mêmes

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		La fonction $\begin{aligned} g: \mathbb{R}_+^* &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{\ln x}{\ln 10} \end{aligned}$ *est appelée* ***fonction logarithme de base*** $\mathbf{10}$ *ou* ***logarithme décimal*** *notée* **log .** *Comme* $\ln 10$ *est un nombre positif, la fonction logarithme décimal possède des propriétés algébriques analogues à celles de la fonction* ln. *La fonction* $\begin{aligned} h: \mathbb{R}_+^* &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{\ln x}{\ln a} \end{aligned}$ *est appelée* ***fonction logarithme de base*** $\boldsymbol{a}$ *notée* $\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}}$**.** *la fonction logarithme de base* a *possède des propriétés algébriques analogues à celles de la fonction* ln		propriétés algébriques que la ln. 2. <u>Fonction logarithme décimale</u> On appelle fonction logarithme décimal, la fonction notée log et définie sur $]0;+\infty[$ par : $$\log(x) = \frac{\ln x}{\ln 10}$$ <u>Conséquences</u> $\log(1) = 0, \log(10) = 1$ $\forall n \in \mathbb{Q}, \log 10^n = n$ Si $10^n \leq a \leq 10^{n+1}$, alors $n \leq \log a \leq n+1$.
Evaluation *20 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> 1. Ecris sous la forme $\log_a(b)$ a. $\log_2(4) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right)$ b. $\log_3(9) - \log_3(27)$ c. $\log_4(5) + 2\log_4(8)$ 2. Calcule chacun des nombres suivants sans utiliser la calculatrice	<u>REPONSES ATTENDUES</u> **1.a.** $\log_2(4) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2(4) - \log_2(2)$ $\log_2(4) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2\left(\frac{4}{2}\right)$ $\log_2(4) + \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2(2)$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		a. $\log(1000)$ b. $\log(0{,}000001)$ c. $\log(\sqrt{10000000})$ d. $\log(8)+\log(125)$ e. $\log_8(2)$ f. $\log_2(256)$ g. $\log_5\left(\frac{1}{625}\right)$	**b**. $\log_3(9)-\log_3(27)=\log_3\left(\frac{27}{9}\right)$ $\log_3(9)-\log_3(27)=\log_3(3)$ **c**. $\log_4(5)+2\log_4(8)$ $=\log_4(5)+\log_4(64)$ $\log_4(5)+2\log_4(8)=\log_4(5\times 64)$ $\log_4(5)+2\log_4(8)=\log_4(320)$ **2.a**. $\log(1000)=\log 10^3$ $\log(1000)=3\log 10$ $\log(1000)=3$ **b**. $\log(0{,}000001)=\log 10^{-6}$ $\log(0{,}000001)=-6\times\log 10$ $\log(0{,}000001)=-6$ **c**. $\log(\sqrt{10000000})=\log 10^{\frac{7}{2}}$ $\log(\sqrt{10000000})=\frac{7}{2}\times\log 10$ $\log(\sqrt{10000000})=\frac{7}{2}$ **d**. $\log(8)+\log(125)=\log(8\times 125)$ $\log(8)+\log(125)=\log(1000)$ $\log(8)+\log(125)=\log 10^3$ $\log(8)+\log(125)=3\log 10$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$\log(8) + \log(125) = 3$ **f.** $\log_8(2) = \frac{\ln 2}{\ln 8}$ $\log_8(2) = \frac{\ln 2}{\ln 2^3}$ $\log_8(2) = \frac{\ln 2}{3\ln 2}$ $\log_8(2) = \frac{1}{3}$ **g.** $\log_5\left(\frac{1}{625}\right) = -\log_5(625)$ $\log_5\left(\frac{1}{625}\right) = -\log_5(5^4)$ $\log_5\left(\frac{1}{625}\right) = -4\log_5(5)$ $\log_5\left(\frac{1}{625}\right) = -4$	

BIBLIOGRAPHIE

Programmes éducatifs et guides d'exécution Mathématiques T^{LE}D

Progressions annuelles

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection PYRAMIDE

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection CIAM/EDICEF

Les cahiers de la réussite T^{LE} D Vallesse

Mon cahier d'habiletés Mathématiques T^{LE} D JD Editions

WWW.monecoleàlamaison.ci

https://physiques-et-maths.fr