FICHE DE LEÇON

FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

TLE D

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou
Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

NOMBRE DES SEANCES :7

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction exponentielle népérienne - La définition d'une fonction exponentielle de base a $(a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$ - La définition d'une fonction puissance d'exposant réel non nul - Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne - La dérivée de la fonction exponentielle népérienne - Le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - La représentation graphique de la fonction exponentielle népérienne - Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle de base a $(a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$ - Les propriétés algébriques de la fonction puissance d'exposant réel non nul - L'allure de la courbe représentative de la fonction $\mapsto x^{\alpha}$, $\alpha \neq 0$ suivant que $\alpha < 1$ ou $\alpha > 1$ - Les limites référence de la fonction exponentielle népérienne - Les fonctions dérivées des fonctions du type $expou$ ou u^{α}, $\alpha \in \mathbb{R}^*$ - Les primitives des fonctions du type $u'e^{u}$ et $u'u^{m}$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ - Les propriétés relatives à la croissance comparée des fonctions logarithme népérienne, exponentielles et puissances
Noter	- La fonction exponentielle népérienne - Une fonction exponentielle de base a $(a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$ - Une fonction puissance d'exposant réel non nul
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir des fonctions exponentielles

Déterminer	- Les dérivées des fonctions du type $expou$ ou u^{α}, $\alpha \in \mathbb{R}^*$ - Les primitives des fonctions du type $u'e^{u}$ et $u'u^{m}$, $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$
Représenter	- Graphiquement les fonctions du type $expou$ ou u^{α}, $\alpha \in \mathbb{R}^*$ - graphiquement une fonction faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne - graphiquement une fonction faisant intervenir une fonction puissance d'exposant réel non nul
Utiliser	- les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne pour transformer une écriture - les limites de référence pour calculer d'autres limites - les limites sur la croissance comparée pour calculer d'autres limites
Etudier	- une fonction faisant intervenir la fonction exponentielle népérienne - une fonction faisant intervenir une fonction puissance d'exposant réel non nul
Traiter une situation	- Faisant appel aux fonctions exponentielles et puissances

SITUATION D'APPRENTISSANGE

Pour son premier stage pratique dans l'infirmerie de ton établissement, un étudiant en médecine reçoit un élève malade. Il lui donne un médicament qu'il prend immédiatement. La fonction qui modélise la masse M, en mg de ce médicament encore présent dans le sang, t heures après sa prise, est la fonction telle que : M(t) $=50e^{-0,75t}$.

L'étudiant affirme que la prochaine prise de ce médicament se fera lorsque le taux de présence dans le corps de la première prise est en dessous de 20%. L'élève malade veut savoir quand il pourra effectuer la prochaine prise. Pour cela il te sollicite.

Motivés pour la cause, les élèves de la classe s'organisent et décident de faire des recherches sur le comportement de cette fonction.

PLAN DE LA LEÇON

HABILETES, CONTENUS ET PLAN PAR SEANCE

SEANCE1

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction exponentielle népérienne - Le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne
Noter	- La fonction exponentielle népérienne

PLAN DE LA SEANCE1

I. FONCTION EXPONENTIELLE NEPERIENNE
   1. Définition-Propriétés algébriques
      a. Définition
         Notation
      b. Conséquences

SEANCE2

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Utiliser	- Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne pour transformer une écriture

PLAN DE LA SEANCE2

c. Propriétés algébriques

SEANCE3

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir des fonctions exponentielles

PLAN DE LA SEANCE3

d. Equations et inéquations

SEANCE4

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La dérivée de la fonction exponentielle népérienne - Le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - La représentation graphique de la fonction exponentielle népérienne - Les limites référence de la fonction exponentielle népérienne
Utiliser	- Les limites de référence pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE4

2. Etude de la fonction exponentielle
   a. Limites de référence
   b. Dérivée

SEANCE5

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$
Déterminer	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$

PLAN DE LA SEANCE5

3. Dérivée-primitives
   a. Dérivée de la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$
   b. Primitives de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$

SEANCE6

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$
Déterminer	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$

PLAN DE LA SEANCE6

II. FONCTIONS EXPONENTIELLES-FONCTIONS PUISSANCES

1. Fonction exponentielle de base a
   a. Définition
   b. Dérivée et sens de variation de la fonction exp_a Conséquence
   c. Limites de référence

SEANCE7

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition d'une fonction puissance d'exposant réel non nul - Les propriétés algébriques de la fonction puissance d'exposant réel non nul - L'allure de la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^{\alpha}$, $\alpha \neq 0$ suivant que $\alpha < 1$ ou $\alpha > 1$ - Les propriétés relatives à la croissance comparée des fonctions logarithme népérienne, exponentielles et puissances
Noter	- Une fonction puissance d'exposant réel non nul
Utiliser	- Les limites de référence pour calculer d'autres limites - Les limites sur la croissance comparée pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE7

2. Fonction puissance d'exposant α
   a. Définition
   b. Remarque
   c. Croissance comparée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 1/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition de la fonction exponentielle népérienne - Le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne
Noter	- La fonction exponentielle népérienne

PLAN DE LA SEANCE

I. FONCTION EXPONENTIELLE NEPERIENNE

1. Définition-Propriétés algébriques
   a. Définition
      Notation
   b. Conséquences

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Présentation *5 min*	-Lecture -Travail collectif	-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix. **Question pour faire ressortir les tâches :** Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?	-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lis à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent Attentivement. <u>REPONSE ATTENDUE</u> Les élèves décident de faire des recherches sur les fonctions de type : M(t) =$50e^{-0,75t}$.	
Développement *25 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE</u> 1. A l'aide de la calculatrice scientifique, effectue les calculs suivants : ln (e^8) ; $e^{\ln(8)}$, ln (e^x) ; $e^{\ln(x)}$ $(x > 0)$. 2. Dis ce que représente la fonction e^x pour la fonction ln (x). 3. A partir de l'ensemble de définition de la fonction lnx ,donne l'ensemble de définition de la fonction e^x.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $\ln(e^8) = 8$; $e^{\ln(8)} = 8$, $\ln(e^x) = x$; $e^{\ln(x)} = 8$. 2. La fonction e^x est la bijection réciproque de la fonction ln (x). 3. La fonction e^x est définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}_+$.	I. <u>FONCTION EXPONENTIELLE NEPERIENNE</u> 1. Définition-Propriétés algébriques a. Définition On appelle fonction exponentielle népérienne, notée exp, la bijection réciproque de la fonction logarithme népérien.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				<u>Notation</u> $exp: \mathbb{R} \mapsto]0;+\infty[$ $x \mapsto \exp(x)$ Pour tout nombre réel x, le nombre $\exp(x)$ se note également e^x : $\exp(x) = e^x$. b. Conséquences • La fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$. • Pour tout nombre réel x et pour tout nombre réel strictement positif y, on a : $e^x = y \Leftrightarrow x = lny$ • Pour tout réel x, $e^x > 0$. • $e^0 = 1$; $e^1 = e$ • Pour tout nombre réel $x \in]0;+\infty[$, on a : $e^{lnx} = x$. • Pour tout nombre réel y, on a : $\ln(e^y) = y$. • La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td>Evaluation
20 minutes</td><td>-Travail individuel</td><td><u>EXERCICE DE FIXATION</u>
Recopie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.
<table>
<tr><th>N°</th><th>Affirmations</th></tr>
<tr><td>1</td><td>L'ensemble de définition de la fonction exponentielle népérienne est $\mathbb{R}_+$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>La fonction exponentielle népérienne est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>La fonction exponentielle népérienne est la réciproque de la fonction $x \mapsto \frac{1}{2x}$ sur $]0;+\infty[$.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$lne^9 = ln9$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$e^{ln3} = 3$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$x = ln2 \Leftrightarrow e^x = 2$</td></tr>
</table></td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1. F
2. F
3. F
4. F
5. V
6. V</td><td></td></tr>
</table>

AZIAN CONSTANT YOBOUET EHOUNOU----- PL MATHS----- 0757925098-----constantyobouet67@gmail.com

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE2 : 2/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne
Utiliser	- Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle népérienne pour transformer une écriture

PLAN DE LA SEANCE

c. Propriétés algébriques

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>Développement
25 min</td>
<td>-Travail en groupes</td>
<td>ACTIVITE
A l'aide des propriétés de la fonction logarithme népérien, compare les expressions suivantes :
1. $e^a \times e^b$ et e^{a+b}
2. e^{-b} et $\frac{1}{e^b}$
3. $\frac{e^a}{e^b}$ et e^{a-b}
4. $(e^a)^r$ et $e^{a\times r}$</td>
<td>REPONSES ATTENDUES
1. $\ln(e^a \times e^b) = lne^a + lne^b$
$\ln(e^a \times e^b) = a + b$
$\ln\left(e^{a+b)}\right) = a + b$
On en déduit que :
$e^a \times e^b = e^{a+b}$

2. $\ln e^{-b} = -b$
$\ln\left(\frac{1}{e^b}\right) = -lne^b = -b$
On en déduit que
$e^{-b} = \frac{1}{e^b}$
3. $ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right) = lne^a - lne^b$
$ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right) = a - b$
$lne^{a-b} = a - b$
On en déduit que
$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
4.
$\ln\,(e^a)^r = \ln\,(e^a \times e^a \ldots \times e^a)$
$\ln(e^a)^r = \ln e^a + lne^a + \cdots + lne^a$
$\ln(e^a)^r = \mathrm{a} + \mathrm{a} + \cdots + \mathrm{a}$
$\ln\,(e^a)^r = \mathrm{a} \times \mathrm{r}$
$lne^{a\times r} = a \times r$
On en déduit que $(e^a)^r = e^{a\times r}$</td>
<td>c. <u>Propriétés algébriques</u>
Pour tous nombres réel a et b Et pour tout nombre rationnel r, on a :
$e^a \times e^b = e^{a+b}$
$e^{-b} = \frac{1}{e^b}$
$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
$(e^a)^r = e^{a\times r}$</td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *25 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Ecris sous la forme e^{a}, où a est un nombre réel, les nombres réels suivants : a) $\frac{e^9}{e^5}$ b) $(e^{-3})^2 \times e^8$ c) $\frac{e^{11} \times e^{-7}}{e^5}$ d) $\frac{e^{2+ln5}}{e^{3+ln5}}$		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 3/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	- Des équations ou inéquations faisant intervenir des fonctions exponentielles

PLAN DE LA SEANCE

d. Equations et inéquations

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Développement *25 min*	-Travail individuel	<u>ACTIVITE</u> Soient a et b deux nombres réels. En utilisant le sens de variation de la fonction logarithme népérien et le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne, montre que : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$ et $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> Montrons que : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$ *Montrons que $\boldsymbol{e^a < e^b \Rightarrow a < b}$ $e^a > 0$ et $e^b > 0$. La fonction lnx est strictement croissante donc si $e^a < e^b$ alors $lne^a < lne^b$. D'où $a < b$. *Montrons que $\boldsymbol{a < b \Rightarrow e^a < e^b}$ La fonction e^x est une fonction strictement croissante donc si $a < b$ alors $e^a < e^b$. Conclusion : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$ Montrons que : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$ *Montrons que $\boldsymbol{e^a = e^b \Rightarrow a = b}$ Si $e^a = e^b\ alors\ lne^a = lne^b$ $e^a = e^b \Rightarrow a = b$ Si $a = b$ alors $e^a = e^b$. Conclusion : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$.	**d- <u>Equations et inéquations</u>** Pour tous nombres réels a et b on a : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$ et $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *25 min*	-Travail individuel -Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Résous dans $\mathbb{R}$ chacune les équations suivantes : 1) $e^{3x-4} = e^{x+2}$ 2) $e^{x+6} = 4$ 3) $e^{2x} - e^{x} - 2 = 0$ <u>EXERCICE DE MAISON</u> N°5 ;N°6 ;N°7 et N°8 page 191 PYRAMIDE T^{LE}D.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1) $e^{3x-4} = e^{x+2}$ V= $\mathbb{R}$ $e^{3x-4} = e^{x+2} \Leftrightarrow 3x - 4 = x + 2.$ $2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$ Comme $3 \in V$, $S_{\mathbb{R}} = \{3\}$ 2) $e^{x+6} = 4$, V= $\mathbb{R}$ $e^{x+6} = 4 \Leftrightarrow e^{x+6} = e^{ln4}$ $x + 6 = ln4 \Leftrightarrow x = -6 + ln4$ $-6 + ln4 \in V$, $S_{\mathbb{R}} = \{-6 + ln4\}$ 3) $e^{2x} - e^{x} - 2 = 0$, $V = \mathbb{R}$. $e^{2x} - e^{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow$ $(e^{x})^2 - e^{x} - 2 = 0$ Posons $X = e^{x}$; donc $X > 0$ L'équation devient : $X^2 - X - 2 = 0$ $\Delta = 1 + 8 = 3^2$ $X = \frac{1+3}{2}$ ou $X = \frac{1-3}{2}$ $X = 2$ ou $X = -1$(impossible car $X > 0$) $X = 2 \Leftrightarrow e^{x} = 2$ $e^{x} = 2 \Leftrightarrow x = ln2$ $ln2 \in V$, $S_{\mathbb{R}} = \{ln2\}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 4/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La dérivée de la fonction exponentielle népérienne - Le sens de variation de la fonction exponentielle népérienne - La représentation graphique de la fonction exponentielle népérienne - Les limites référence de la fonction exponentielle népérienne
Utiliser	- Les limites de référence pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE

2. <u>Etude de la fonction exponentielle</u>
   a- <u>Limites de référence</u>
   b- <u>Dérivée</u>

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td>10 min

Développement
15 min</td><td>-Travail collectif

-Travail individuel</td><td>Correction des exercices de maison

<u>ACTIVITE1</u>
On considère la fonction $x \mapsto e^x$
1. Donne l'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto e^x$ et l'image de ce ensemble par cette fonction.
2. Donne $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} e^x$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} e^x$.

$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} e^x = +\infty$ sont appelées des limites de référence de la fonction $x \mapsto e^x$.
Il y existe d'autres limites référence de la fonction $x \mapsto e^x$ qui sont :
$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} xe^x = 0$
$\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim\limits_{x\mapsto0} \frac{e^x-1}{x} = 1$</td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1. L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto e^x$ est $]-\infty; +\infty[$.
L'image de $]-\infty; +\infty[$ par la fonction $x \mapsto e^x$ est $]0; +\infty[$.
2. $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} e^x = +\infty$</td><td>2. <u>Etude de la fonction Exponentielle</u>
a. <u>Limites de référence</u>
$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} e^x = 0$;
$\lim\limits_{x\mapsto+\infty} e^x = +\infty$
$\lim\limits_{x\mapsto-\infty} xe^x = 0$
$\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim\limits_{x\mapsto0} \frac{e^x-1}{x} = 1$</td></tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule les limites suivantes : $\lim_{x\mapsto-\infty}(2x+5)e^{x}$ $\lim_{x\mapsto+\infty}x(1+e^{-x})$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $\lim_{x\mapsto-\infty}(2x+5)e^{x} = \lim_{x\mapsto-\infty}2xe^{x} + \lim_{x\mapsto-\infty}5e^{x}$ $\lim_{x\mapsto-\infty}(2x+5)e^{x}=0$ car $\begin{cases}\lim_{x\mapsto-\infty}2xe^{x}=0\\ \lim_{x\mapsto-\infty}5e^{x}\end{cases}$ $\lim_{x\mapsto+\infty}x(1+e^{-x}) = \lim_{x\mapsto+\infty}x\left(1+\frac{1}{e^{x}}\right)$ $\lim_{x\mapsto+\infty}x(1+e^{-x}) = \lim_{x\mapsto+\infty}x \times \lim_{x\mapsto+\infty}\left(1+\frac{1}{e^{x}}\right)$ $\lim_{x\mapsto+\infty}x(1+e^{-x})=+\infty$ car $\begin{cases}\lim_{x\mapsto+\infty}x=+\infty\\ \lim_{x\mapsto+\infty}\left(1+\frac{1}{e^{x}}\right)=1\end{cases}$	

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr>
<td>Développement
15 min</td>
<td>-Travail individuel</td>
<td><u>ACTIVITE2</u>
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$.
1. Calcule : $$\lim_{h\mapsto 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ En déduire $f'(x)$.
2. Dresse le tableau de variation de la fonction e^x.</td>
<td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
1.
$$\lim_{h\mapsto 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ $$= \lim_{h\mapsto 0} \frac{e^{x+h}-e^x}{h}$$ $$= \lim_{h\mapsto 0} \frac{e^x(e^h-1)}{h}$$ $$= e^x \times \lim_{h\mapsto 0} \frac{(e^h-1)}{h}$$ $\lim_{h\mapsto 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = e^x$.
On en déduit que $f'(x) = e^x$.

2. Tableau de variation
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(e^x)'$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>e^x</td><td>0 $\nearrow$ $+\infty$</td></tr>
</table></td>
<td>b. <u>Dérivée</u>
La fonction exponentielle népérienne est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée est : $x \mapsto e^x$.

c. <u>Tableau de variation</u>
La fonction exponentielle népérienne est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(e^x)'$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>e^x</td><td>0 $\nearrow$ $+\infty$</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>Evaluation
10 min</td>
<td>-Travail individuel</td>
<td><u>EXERCICE DE FIXATION</u>
Détermine la dérivée de chacune des fonctions suivantes :
$$f(x) = 3x(e^x - 1)$$ $$g(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$$</td>
<td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
$$f(x) = 3x(e^x - 1)$$ $$f'(x) = 3(e^x - 1) + 3xe^x$$ $$f'(x) = 3xe^x + 3e^x - 3$$ $$f'(x) = 3e^x(x+1) - 3$$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<u>EXERCICE DE MAISON</u> Calcule les limites suivantes : $\lim_{x\mapsto+\infty}(x-e^x+1)$ $\lim_{x\mapsto-\infty}(x-e^x+1)$ $\lim_{x\mapsto+\infty}\frac{e^x-x}{e^{2x}+1}$ $\lim_{x\mapsto+\infty}(xe^{1-x})$ $\lim_{x\mapsto-\infty}\frac{3-e^x}{1+2e^{2x}}$	$g(x)=\frac{1+e^x}{1-e^x}$ $g'(x)=\frac{e^x(1-e^x)+e^x(1+e^x)}{(1-e^x)^2}$ $g'(x)=\frac{e^x-(e^x)^2+e^x+(e^x)^2}{(1-e^x)^2}$ $g'(x)=\frac{2e^x}{(1-e^x)^2}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 5/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$
Déterminer	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$

PLAN DE LA SEANCE

3. DERIVEES – PRIMITIVES
   a. Dérivée de la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$
   b. Primitive de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Présentation *5 min*	-Travail en groupe	*Soit u une fonction dérivable sur un intervalle K de $\mathbb{R}$, alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur K et $\forall x \in K$, on a :* $(e^{u})'(x) = u'(x)e^{u(x)}$.		**3. <u>DERIVEES – PRIMITIVES</u>** **a. <u>Dérivée de la fonction</u>** <u>$\boldsymbol{x \mapsto e^{u(x)}}$</u> Soit u une fonction dérivable sur un intervalle K de $\mathbb{R}$, alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur K. Pout tout x élément de K on a : $\boldsymbol{(e^{u})'(x) = u'(x)e^{u(x)}}$
Evaluation *20 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION1</u> Calcule les dérivées sur $\mathbb{R}$ des fonctions suivantes : $f(x) = e^{1-3x}$ $g(x) = x^2e^{-x}$ $h(x) = e^{3cosx}$ $l(x) = e^{2x^3+5x+4}$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $f'(x) = -3e^{1-3x}$ $g'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$ $g'(x) = xe^{-x}(2-x)$ $h'(x) = -3\sin(x)e^{cosx}$ $l'(x) = (6x^2+5)e^{2x^3+5x+4}$	
Présentation *5 min*	-Travail collectif	*Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K alors la fonction : $x \mapsto u'(x) \times e^{u(x)}$ a pour primitives sur K , les fonctions : $x \mapsto e^{u(x)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$*		**b. <u>Primitive de la fonction $\boldsymbol{x \mapsto u'(x)e^{u(x)}}$</u>** Si u est une fonction dérivable sur un intervalle K alors la fonction : $x \mapsto u'(x) \times e^{u(x)}$ a pour primitives sur K , les fonctions : $x \mapsto e^{u(x)} + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 min*	-Travail individuel -Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION2</u> Détermine sur $\mathbb{R}$ les primitives de chacune des fonctions suivantes : $f(x) = e^x$; $g(x) = cos3xe^{sin3x}$; $i(x) = xe^{x^2}$ <u>EXERCICES DE MAISON</u> N°11 ; N°12 et N°13 page 191.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $f(x) = e^x$ $f(x) = 1e^x$ $f(x) = x'e^x$ Les primitives de la fonction f telle que $f(x) = e^x$ sont les fonctions F telles que : $\mathrm{F}(x) = e^x + \propto$ $(\propto \in \mathbb{R})$. $g(x) = cos3xe^{sin3x}$ $g(x) = \frac{1}{3}(3cosxe^{sin3x})$ $g(x) = \frac{1}{3}((sin3x)'e^{sin3x})$ Les primitives de la fonction g telle que $g(x) = cos2xe^{sin2x}$ sont les fonctions G telles que : $G(x) = \frac{1}{3}e^{sin2x} + \beta$ $(\beta \in \mathbb{R})$ $i(x) = xe^{x^2}$ $i(x) = \frac{1}{2} \times 2xe^{x^2}$ $i(x) = \frac{1}{2} \times (x^2)'e^{x^2}$ Les primitives de la fonction i telle que $i(x) = xe^{x^2}$ sont les fonctions I telles que : $I(x) = e^{x^2} + \theta$ $(\theta \in \mathbb{R})$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 6/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$
Déterminer	- Les primitives des fonctions du type $u'e^u$ et $u'u^m$

PLAN DE LA SEANCE

II. FONCTIONS EXPONENTIELLES – FONCTIONS PUISSANCES

1. Fonction exponentielle de base a
   a. Définition
   b. Dérivée et sens de variation de la fonction exp_a
      Conséquence
   c. Limites de référence

<table>
<tr><th>MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES</th><th>STRATEGIES PEDAGOGIQUES</th><th>ACTIVITES DU PROFESSEUR</th><th>ACTIVITES DES APPRENANTS</th><th>TRACE ECRITE</th></tr>
<tr><td>10 min

Développement
15 min</td><td>-Travail collectif

-Travail individuel</td><td>Correction des exercices de maison.

<u>ACTIVITE1</u>
Soit a un nombre réel strictement positif.
On donne la fonction f telle que $f(x) = a^x$.
Ecris f sous la forme e^β où β est un nombre réel.
Déduis-en le signe de a^x.

$e^{x\ln a}$ est appelée fonction exponentielle de base a.
On note $exp_a(x) = a^x = e^{xlna}$.</td><td><u>REPONSES ATTENDUES</u>
$f(x) = a^x$
$f(x) = e^{\ln a^x}$
$f(x) = e^{\mathrm{x}\ln a}$

On en déduis que $a^x > 0$.</td><td>II. <u>FONCTIONS EXPONENTIELLES – FONCTIONS PUISSANCES</u>
<u>Fonction exponentielle de base a</u>
a. <u>Définition</u>
Soit a un nombre réel strictement positif.
On appelle fonction exponentielle de base a, notée exp_a, la fonction $x \mapsto a^x$ et définie sur $\mathbb{R}$ par :
$exp_a(x) = a^x = e^{xlna}$.

Remarques
• Pour tout nombre réel strictement positif x, $a^x > 0$.
• La fonction exponentielle de base 1 est la fonction constante $x \mapsto 1$.
• La fonction exponentielle de base e est la fonction</td></tr>
</table>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *5 min* *Développement* *10 min*	-Travail individuel -Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION1</u> Ecris sous forme $e^{u(x)}$ les fonctions suivantes : 2^x ; 7^x ; 23^x . <u>ACTIVITE2</u> On donne la fonction $f : x \mapsto a^x$. 1. Détermine f'. 2. Donne le signe de $f'(x)$ puis le sens de variation de f suivant les valeurs prises par a.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $2^x = e^{xln2}$; $7^x = e^{xln7}$; $23^x = e^{xln23}$. <u>REPONSE ATTENDUE</u> 1. $f(x) = a^x$ $f(x) = a^x = e^{xlna}$ $f'(x) = (a^x)' = (e^{xlna})'$ $f'(x) = lnae^{xlna}$ $f'(x) = lna \times a^x$ 2. Si $0 < a < 1$, $\ln(a) < 0$ donc $f'(x) < 0$.f est strictement croissante. Si $a > 1$, $\ln(a) > 0$ donc $f'(x) > 0$. f est strictement décroissante.	exponentielle népérienne. **b. <u>Dérivée et sens de variation de la fonction exp_a.</u>** **<u>Propriété</u>** • Pour tout nombre réel strictement positif et différent de 1, la fonction exp_a est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout nombre réel x on a : $exp_a'(x) = \ln(a)a^x$ • Si $0 < a < 1$, $\ln(a) < 0$ alors la fonction exp_a est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. • Si $a > 1$, $\ln(a) > 0$ alors la fonction exp_a est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *10 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION2</u> Résous les équations et inéquations suivantes : 1. $3^{-x+1} = 3^{2x-5}$ 2. $2^{5x} < 16^{3x+7}$ 3. $(0{,}7)^{x-2} < (0{,}7)^{-3x+1}$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $3^{-x+1} = 3^{2x-5}$ $3^{-x+1} = 3^{2x-5} \Leftrightarrow -x+1 = 2x-5 \Leftrightarrow -3x = -6 \Leftrightarrow x = 2$ $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$ 2. $2^{5x} < 16^{x+2}$ $2^{5x} < 16^{x+2} \Leftrightarrow 2^{5x} < (2^4)^{x+2} \Leftrightarrow 2^{5x} < 2^{4x+8} \Leftrightarrow$	**<u>Conséquence</u>** Pour tout nombre réel strictement positif a et pour tous nombres réels x et y, on a : ❖ $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ ❖ Si $0 < a < 1$, alors $a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$. ❖ Si $a > 1$, alors $a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$. **c. <u>Limites de référence</u>** ○ Si $0 < a < 1$, alors $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} a^x = 0$ et $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} a^x = +\infty$. ○ Si $a > 1$, alors $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} a^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \mapsto -\infty} a^x = 0$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> Détermine le sens de variation des fonctions définies par : $f(x) = -2 \times 1,3^x$ $g(x) = 8,7 \times 0,92^x$ $h(x) = 0,6 \times 2,39^x$ $l(x) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{7}{8}\right)^x$ $i(x) = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^x$	$5x < 4x + 8 \Leftrightarrow x < 8.$ $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 8[$ 3. $(0,7)^{x-2} < (0,7)^{-3x+1} \Leftrightarrow x - 2 > -3x + 1 \Leftrightarrow 4x > 3 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$ $S_{\mathbb{R}} = \left]\frac{3}{4}; +\infty\right[$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME2 : FONCTIONS

LEÇON6 : FONCTIONS EXPONENTIELLES ET FONCTIONS PUISSANCES

SEANCE : 7/7

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition d'une fonction puissance d'exposant réel non nul - Les propriétés algébriques de la fonction puissance d'exposant réel non nul - L'allure de la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^{\alpha}$, $\alpha \neq 0$ suivant que $\alpha < 1$ ou $\alpha > 1$ - Les propriétés relatives à la croissance comparée des fonctions logarithme népérienne, exponentielles et puissances
Noter	- Une fonction puissance d'exposant réel non nul
Utiliser	- Les limites de référence pour calculer d'autres limites - Les limites sur la croissance comparée pour calculer d'autres limites

PLAN DE LA SEANCE

2. Fonction puissance d'exposant α

a. Définition

b. Remarque

c. Croissance comparée

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min *Développement* *20 min*	 -Travail individuel	Correction de l'exercice de maison ACTIVITE Soit α un nombre réel non nul. On considère la fonction f telle que : $f(x) = x^{\alpha}$ 1. Ecris $f(x)$ sous forme exponentielle. 2. Donne l'ensemble de définition de la fonction f. *x^{α} est appelée fonction puissance d'exposant α.*	 REPONSES ATTENDUES 1. $f(x) = x^{\alpha}$ $f(x) = e^{lnx^{\alpha}}$ $f(x) = e^{\alpha lnx}$ 2. $e^{\alpha lnx} > 0$ donc f est définie sur $]0;+\infty[$.	 2. **Fonction puissance d'exposant α** a. **Définition** Soit α un nombre réel non nul. On appelle fonction puissance d'exposant α, la fonction $x \mapsto x^{\alpha}$. Cette fonction est définies sur $]0;+\infty[$ par $x^{\alpha} = e^{\alpha lnx}$. b. **Remarque** Les règles de calculs sur les puissances d'exposants rationnels s'appliquent pour ces fonctions puissances d'exposants réels. c. **Croissances comparées** **Propriété** Soit α un nombre réel strictement positif, on a : $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{\ln x}{x^{\alpha}} = 0$ $\lim\limits_{\substack{x \mapsto 0 \\ >}} x^{\alpha} \ln x = 0$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
Evaluation *20 min*	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{\ln x}{x^7}$ $\lim\limits_{\substack{x\mapsto 0\\ >}} x^3 \ln x$ $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{e^x}{x^5}$ $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} x^6 e^{-x}$		$\lim\limits_{x\mapsto+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} x^\alpha e^{-x} = 0$

BIBLIOGRAPHIE

Programmes éducatifs et guides d'exécution Mathématiques T^LE^D

Progressions annuelles

Mon livre de mathématiques T^LE^D Collection PYRAMIDE

Mon livre de mathématiques T^LE^D Collection CIAM/EDICEF

Les cahiers de la réussite T^LE^ D Vallesse

Mon cahier d'habiletés Mathématiques T^LE^ D JD Editions

WWW.monecoleàlamaison.ci

https://physiques-et-maths.fr