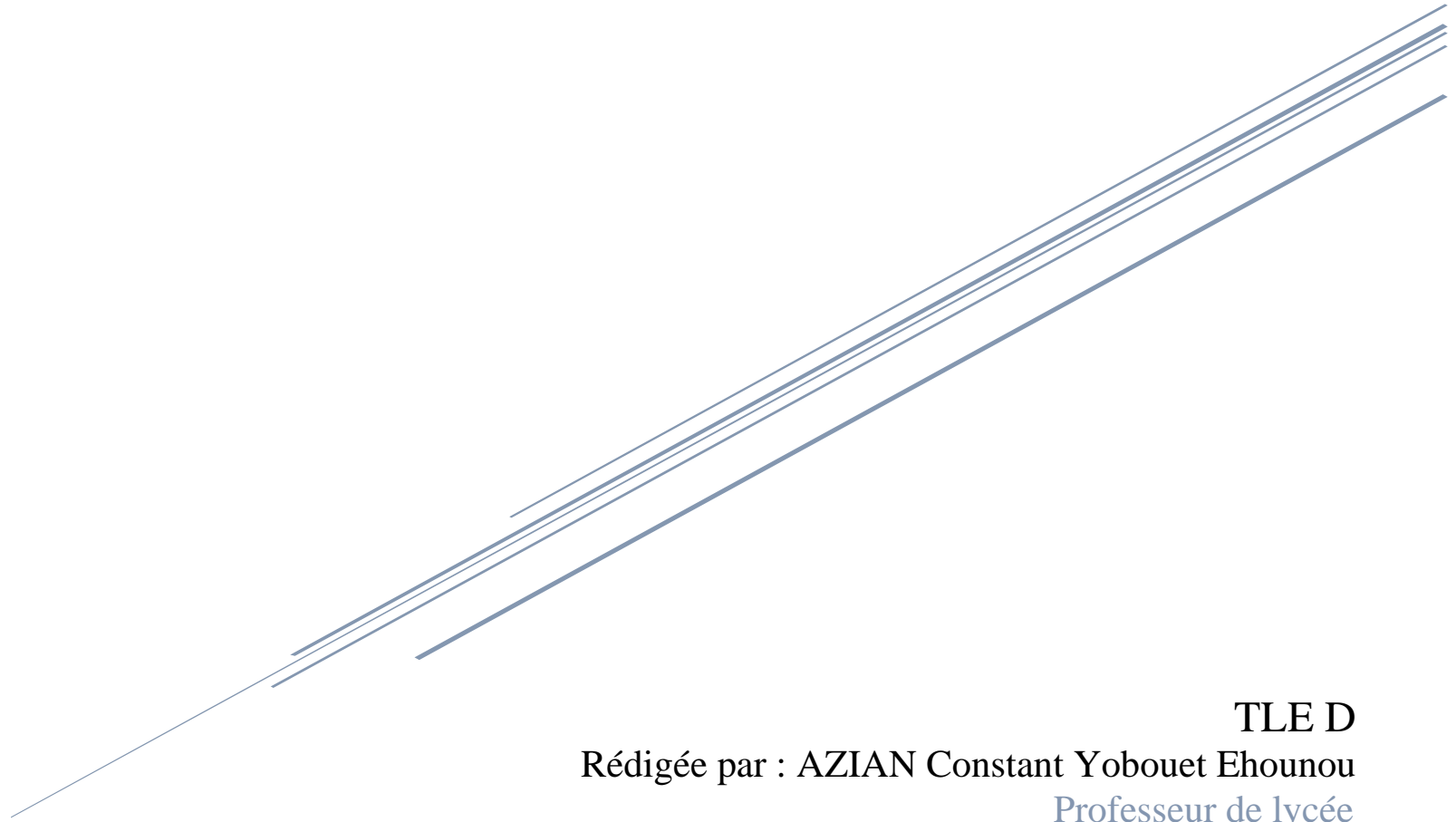


FICHE DE LEÇON

NOMBRES COMPLEXES



TLE D

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou

Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : **NOMBRES COMPLEXES**

NOMBRE DES SEANCES :11

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none">- La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe- La forme algébrique d'un nombre complexe- La forme trigonométrique d'un nombre complexe- La forme exponentielle d'un nombre complexe
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La définition du module, d'un argument d'un nombre complexe- Les propriétés relatives au module et un argument du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe- Les propriétés relatives à la somme, au produit et au quotient de deux nombres complexes- La définition du conjugué d'un nombre complexe- Les propriétés relatives au conjugué d'un nombre complexe- La propriété relative à l'égalité de deux nombres complexes- L'affixe d'un point, d'un vecteur- Le point image, le vecteur image d'un nombre complexe- La définition d'une racine carrée d'un nombre complexe- La définition d'une racine $n^{ième}$ d'un nombre complexe non nul- Les racines $n^{ième}$ de l'unité- La formule de Moivre- La formule d'Euler- Les caractérisations complexes d'un cercle, d'une droite, d'une demi-droite

Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - La forme algébrique, la forme trigonométrique d'un nombre complexe - La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe - Le conjugué d'un nombre complexe - Le module et un argument d'un nombre complexe non nul - Des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes - Les racines carrées d'un nombre complexe - Les racines $n^{i\text{ème}}$ d'un nombre complexe non nul
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - La somme, le produit et le quotient de deux nombres complexes - La puissance d'un nombre complexe
Linéariser	<ul style="list-style-type: none"> - Des puissances de $\cos x$ et $\sin x$
Résoudre	<ul style="list-style-type: none"> - Une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant - Une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes
Utiliser	<ul style="list-style-type: none"> - Les formules de Moivre et d'Euler pour transformer des produits en somme dans des expressions trigonométriques
Traiter une situation	<ul style="list-style-type: none"> - Faisant appel aux nombres complexes

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Des élèves d'une classe de terminale s'interroge sur ce qu'ils viennent de découvrir à l'exposition sur les journées mathématiques organisée par la Société Mathématique de Côte d'Ivoire (SMCI). Dans un stand sur les équations on peut lire : Au début du XVI^{ème} siècle, le mathématicien Scipione dal Ferro, propose une formule donnant une solution de l'équation du 3^{ème} degré $x^3 + px = q$.

$$x = \sqrt[3]{\frac{q - \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{q + \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2}}$$

A la fin du XVI^{ème} siècle, le mathématicien Bombelli applique cette formule à l'équation $x^3 - 15x = 4$. Il obtient littéralement : $x = \sqrt[3]{2 - 11\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{2 + 11\sqrt{-1}}$.

Les élèves sont intrigués par la notation $\sqrt{-1}$ car depuis la classe de troisième ils savent que la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas. Leur professeur de mathématique explique qu'en mathématique, lorsqu'une équation n'a pas de solutions dans un ensemble, une démarche naturelle (et historique) consiste à en chercher dans un ensemble plus grand. L'ensemble numérique le plus grand que l'on a rencontré est \mathbb{R} . Pourtant, l'équation $x^2 + 1 = 0$ n'a pas de solutions dans \mathbb{R} . Il faut donc envisager un autre ensemble noté \mathbb{C} contenant des nombres imaginaires. Les élèves décident d'en savoir davantage sur ce nouvel ensemble.

PLAN DE LA LEÇON

I. ETUDE ALGEBRIQUE

1. Notion de nombre complexe
 - a. Définition
Propriété et définition
 - b. Opérations dans \mathbb{C}
 - c. Propriété
 - d. Puissance entière d'un nombre complexe
2. Conjugué d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriété¹
 - c. Propriété²
3. Module d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriétés

II. REPRESENTATION GEOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur, point image d'un nombre complexe, vecteur image d'un nombre complexe.
2. Interprétation géométrique du module d'un nombre complexe

III. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE NON NUL

1. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul
 - a. Argument d'un nombre complexe non nul
Définition
Remarque
Propriété

- b. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul
 - c. Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul
Définition
Propriété
2. Formule de Moivre et applications
 - a. Formule de Moivre
Propriété
 - b. Formule d'Euler
Propriété
Remarque

IV. EQUATION DANS \mathbb{C}

A. RESOLUTION D'EQUATIONS DANS \mathbb{C}

1. Racine carrée d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Remarque
2. Equations du second degré
 - a. Propriété
 - b. Remarque

B. RACINE N^{IEME} D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Racine n^{ie}me d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriété¹
 - c. Propriété²
2. Racine n^{ie}me de l'unité
 - a. Définition
 - b. Remarques

HABILETES, CONTENUS ET PLANS PAR SEANCE

SEANCE1

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none"> - La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe - La forme algébrique d'un nombre complexe
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - Les propriétés relatives à la somme, au produit et au quotient de deux nombres complexes
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - La somme, le produit et le quotient de deux nombres complexes

PLAN DE LA SEANCE1

I. ETUDE ALGEBRIQUE

1. Notion de nombre complexe
 - a. Définition
Propriété et définition
 - b. Opérations dans \mathbb{C}

SEANCE2

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La propriété relative à l'égalité de deux nombres complexes
Calculer	<ul style="list-style-type: none"> - La puissance d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE2

- c. Propriété
- d. Puissance entière d'un nombre complexe

SEANCE3

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La définition du conjugué d'un nombre complexe - Les propriétés relatives au conjugué d'un nombre complexe
Déterminer	<ul style="list-style-type: none"> - Le conjugué d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE3

2. Conjugué d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriété¹
 - c. Propriété²

SEANCE4

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - La définition du module d'un nombre complexe - Les propriétés relatives au module du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe

3. Module d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriétés

SEANCE5

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"> - L'affixe d'un point, d'un vecteur - Le point image, le vecteur image d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE5

II. REPRESENTATION GEOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur, point image d'un nombre complexe, vecteur image d'un nombre complexe.
2. Interprétation géométrique du module d'un nombre complexe

SEANCE6

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- La forme trigonométrique d'un nombre complexe
Connaître	- La définition d'un argument d'un nombre complexe - Les propriétés relatives au module et un argument du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe
Déterminer	- Le module et un argument d'un nombre complexe non nul - La forme trigonométrique d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE6

III. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE NON NUL

1. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul
 - a. Argument d'un ombre complexe non nul
 - Définition
 - Remarque
 - Propriété
 - b. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul

SEANCE7

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- La forme exponentielle d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE7

- c. Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul
 - Définition
 - Propriété

SEANCES8

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La formule de Moivre - La formule d'Euler
Linéariser	- Des puissances de $\cos x$ et $\sin x$
Utiliser	- Les formules de Moivre et d'Euler pour transformer des produits en somme dans des expressions trigonométriques

PLAN DE LA SEANCE8

2. Formule de Moivre et applications
 - a. Formule de Moivre
 - Propriété
 - b. Formule d'Euler
 - Propriété
 - Remarque

SEANCE9

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition d'une racine carrée d'un nombre complexe
Déterminer	- Les racines carrées d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE9

IV. EQUATION DANS \mathbb{C}

A. RESOLUTION D'EQUATIONS DANS \mathbb{C}

1. Racine carrée d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Remarque

SEANCE10

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	<ul style="list-style-type: none">- Une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant- Une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes

PLAN DE LA SEANCE10

2. Equations du second degré
 - a. Propriété
 - b. Remarque

SEANCE11

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	<ul style="list-style-type: none">- Une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant- Une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes

PLAN DE LA SEANCE11

B. RACINE N^{IEME} D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Racine n^{ième} d'un nombre complexe
 - a. Définition

- b. Propriété1
 - c. Propriété2
2. Racine n^{ième} de l'unité
 - a. Définition
 - b. Remarques

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 1/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	<ul style="list-style-type: none">- La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe- La forme algébrique d'un nombre complexe
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- Les propriétés relatives à la somme, au produit et au quotient de deux nombres complexes
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- La partie réelle, la partie imaginaire d'un nombre complexe
Calculer	<ul style="list-style-type: none">- La somme, le produit et le quotient de deux nombres complexes

PLAN DE LA SEANCE

I. ETUDE ALGEBRIQUE

1. Notion de nombre complexe

a. Définition

Propriété et définition

b. Opérations dans \mathbb{C}

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<i>Présentation</i> 5 min	-Lecture -Travail collectif	-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix. Question pour faire ressortir les tâches : Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?	-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lis à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent Attentivement. <u>REPONSE ATTENDUE</u> Les élèves décident d'en savoir d'avantage sur l'ensemble \mathbb{C} .	
<i>Développement</i> 20 min	-Travail individuel	<u>ACTIVITE1</u> On donne les nombres z_1, z_2 et z_3 ci-dessous écrits sous la forme $a + ib$: $z_1 = 2 + 5i$ $z_2 = -3i$ $z_3 = 6$ 1. Pour chacun des nombres z_1, z_2 et z_3 , indique la valeur de a et celle de b . 2. Indique l'ensemble auquel appartiennent a et b .	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 4. $z_1 = 2 + 5i$ $a = 2$ et $b = 5$ $z_2 = -3i$ $a = 0$ et $b = -3$ $z_3 = 6$ $a = 6$ et $b = 0$ 5. Les nombres a et b appartiennent à \mathbb{R} .	I. <u>ETUDE ALGEBRIQUE</u> 6. <u>Notion de nombre complexe</u> a. <u>Définition</u> On appelle nombre complexe tout nombre de la forme $a + ib$ où $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ et $i^2 = -1$. L'ensemble des nombres complexes se note \mathbb{C} .

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p><i>Les nombres qui s'écrivent sous la forme $z = a + ib$ où a et b sont des nombres réels sont appelés nombres complexes.</i></p> <p>$i^2 = -1$</p> <p><i>L'ensemble des nombres complexes se note \mathbb{C}.</i></p> <p><i>L'écriture $z = a + ib$ est appelée forme algébrique de z. a désigne la partie réelle ($a = \text{Re}(z)$) et b est la partie imaginaire ($b = \text{Im}(z)$).</i></p> <p><i>Lorsque $b = 0$, z est un nombre réel ;</i></p> <p><i>Lorsque $a = 0$, z est un nombre complexe imaginaire pur.</i></p> <p><i>L'ensemble des nombres réels imaginaires purs est noté $i\mathbb{R}$.</i></p> <p style="text-align: center;">$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$</p>		<p style="text-align: center;"><u>Propriété et définition</u></p> <p>Tout nombre complexe z s'écrit de façon unique sous la forme $z = a + ib$.</p> <p>La forme $a + ib$ est appelée forme algébrique du nombre complexe.</p> <p>Le nombre réel a est appelé la partie réelle du nombre complexe z ; on note :</p> <p style="text-align: center;">$a = \text{Re}(z)$</p> <p>Le nombre réel b est appelé la partie imaginaire du nombre complexe z ; on note :</p> <p style="text-align: center;">$b = \text{Im}(z)$</p> <p>Un nombre complexe dont la partie réelle est nulle est un nombre complexe imaginaire pur.</p> <p>L'ensemble des nombres complexes imaginaires purs est l'ensemble noté $i\mathbb{R}$.</p> <p>Un nombre complexe dont la partie imaginaire est nulle est un nombre réel.</p> <p>On a : $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ et $i\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$</p> <p>Le seul nombre complexe à la fois réel et imaginaire pur est le nombre nul 0.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE2</u></p> <p>Soient $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ deux nombres complexes donnés. Calcule :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $z + z'$ 2) $z \times z'$ 3) $\frac{1}{z}$ 4) $\frac{z}{z'}$ 	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $z + z' = a + ib + a' + ib'$ $z + z' = (a + a') + i(b + b')$ 2) $zz' = (a + ib)(a' + ib')$ $zz' = aa' + iab' + ia'b - bb'$ $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$ 3) $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+ib}$ $\frac{1}{z} = \frac{a - ib}{(a + ib)(a - ib)}$ $\frac{1}{z} = \frac{a - ib}{a^2 + b^2}$ $\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i \frac{b}{a^2 + b^2}$ 4) $\frac{z}{z'} = \frac{a+ib}{a'-ib'} = z \times \frac{1}{z'}$ $\frac{z}{z'} = \frac{(a + ib)(a' + ib')}{(a' - ib')(a' + ib')}$ $\frac{z}{z'} = \frac{aa' + iab' + ia'b - bb'}{a'^2 + b'^2}$ $\frac{z}{z'} = \frac{aa' - bb'}{a'^2 + b'^2} + i \frac{ab' + a'b}{a'^2 + b'^2}$ 	<p style="text-align: center;">b. <u>Opérations dans \mathbb{C}</u></p> <p>Soient $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ deux nombres complexes donnés. $z + z' = (a + a') + (b + b'i)$ $zz' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$</p> <p>Pour tout nombre complexe non nul, $(a; b) \neq (0; 0)$ et $\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i \frac{b}{a^2 + b^2}$</p> <p>Soient z et z' deux nombres complexes tels que $z \neq 0$; $\frac{z}{z'} = z \times \frac{1}{z'}$</p>

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE2 : 2/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La propriété relative à l'égalité de deux nombres complexes
Calculer	- La puissance d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

- c. Propriété
- d. Puissance entière d'un nombre complexe

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min	-Travail collectif	Correction des exercices de maison		
<i>Développement</i> 10 min	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE1</u></p> Soient $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ deux nombres complexes. Montre que : $z = z' \Leftrightarrow a = a' \text{ et } b = b'$	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> Montrons que : $z = z' \Rightarrow a = a' \text{ et } b = b'$ Tout nombre complexe s'écrit de façon unique sous la forme $x + iy$ où x et y sont des nombres réels. D'où $z = z' \Rightarrow a = a' \text{ et } b = b'$ Montrons que : $a = a' \text{ et } b = b' \Rightarrow z = z'$ $z = a + ib$ $z = a' + ib'$ $z = z'$ Conclusion : $z = z' \Leftrightarrow a = a' \text{ et } b = b'$	<p style="text-align: center;">c. <u>Propriété</u></p> Soient z et z' deux nombres complexes. $z = z' \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Re}(z')$ et $\operatorname{Im}(z) = \operatorname{Im}(z')$ $z = 0 \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z) = 0$ et $\operatorname{Im}(z) = 0$
<i>Évaluation</i> 5 min	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> Soient $z = a + 1 + i(2b - 3)$ et $z' = -4 + 5i$. Détermine les réels a et b pour que z et z' soient égaux.	<p style="text-align: center;"><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> $z = z' \Leftrightarrow a + 1 = -4$ et $2b - 3 = 5$ $z = z' \Leftrightarrow a = -5$ et $b = 4$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail en groupes</p>	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE2</u></p> <p>1. Calcule les nombres suivants : i^4, i^5, i^6 et i^7.</p> <p>2. Soient a et b deux nombres réels ; $z = a + ib$. Calcule : z^2, z^3, z^4.</p> <p><i>Pour tout nombre entier naturel n, on a :</i> $i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i,$ $i^{4n+2} = -1$ et $i^{4n+3} = -i.$</p> $(a + ib)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{5-k} (ib)^k$	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1. $i^4 = (i \times i) \times (i \times i)$ $i^4 = (-1) \times (-1)$ $i^4 = 1$</p> <p>$i^5 = i^4 \times i$ $i^5 = i$</p> <p>$i^6 = i^4 \times i^2$ $i^6 = -1$</p> <p>$i^7 = i^4 \times i^2 \times i$ $i^7 = -i$</p> <p>2. $z^2 = a^2 + 2iab + b^2$ $z^3 = a^3 + 3a^2ib + 3ai^2b^2 + i^3b^3$ $z^4 = a^4 + 3a^3ib + 3a^2i^2b^2 + i^3ab^3 + a^3ib + 3a^2i^2b^2 + 3ai^3b^3 + i^4b^4$ $z^4 = a^4 + 4a^3ib + 6a^2i^2b^2 + 4ai^3b^3 + i^4b^4$</p>	<p>d. <u>Puissance entière d'un nombre complexe</u></p> <p><i>Pour tout nombre entier naturel n, on a :</i> $i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i,$ $i^{4n+2} = -1$ et $i^{4n+3} = -i.$</p> $(a + ib)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{5-k} (ib)^k$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<i>Evaluation</i> 15 min	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> 1. Détermine la forme algébrique des nombres complexes suivants : i^{37} ; i^{2023} et i^{23574} 2. Détermine la forme algébrique du nombre complexe $(2 + i)^5$.	<u>REPNSES ATTENDUES</u> 1. $i^{37} = i^{4 \times 9 + 1} = i$ $i^{2023} = i^{4 \times 505 + 3} = -i$ $i^{23574} = i^{4 \times 5893 + 2} = -1$ 2. $(2 + i)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k 2^{5-k} i^k$ $(2 + i)^5 = 1 \times 2^5 + 5 \times 2^4 \times i + 10 \times 2^3 \times i^2 + 10 \times 2^2 \times i^3 + 5 \times 2 \times i^4 + i^5$ $(2 + i)^5 = 32 + 80i - 80 - 40i + 10 + i$ $(2 + i)^5 = -38 + 41i$	
	-Travail individuel	<u>EXERCICES DE MAISON</u> N°11 et N°12 page 166 Pyramide T ^{LE} D.		

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 3/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La définition du conjugué d'un nombre complexe- Les propriétés relatives au conjugué d'un nombre complexe
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- Le conjugué d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

2. Conjugué d'un nombre complexe

- a. Définition
- b. Propriété1
- c. Propriété2

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min	-Travail collectif	Correction des exercices de maison		
<i>Présentation</i> 10 min	-Travail collectif	Soit $z = a + ib$ un nombre complexe ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$). Le nombre complexe $\bar{z} = a - ib$ est appelé le nombre complexe conjugué de z .		2. <u>Conjugué d'un nombre complexe</u> a. <u>Définition</u> Soit un nombre complexe z tel que $z = a + ib$ où $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$. Le nombre complexe conjugué de z est le nombre complexe noté \bar{z} tel que $\bar{z} = a - ib$.
<i>Évaluation</i> 5 min	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Détermine le conjugué de chacun des nombres complexes suivants : $z_1 = 2 + 3i$ $z_2 = -1 - i$ $z_3 = 5i$ $z_4 = -11$ $z_5 = 1 - 4i$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $\bar{z}_1 = 2 - 3i$ $\bar{z}_2 = -1 + i$ $\bar{z}_3 = -5i$ $\bar{z}_4 = -11$ $\bar{z}_5 = 1 + 4i$	
<i>Développement</i> 15 min	-Travail en groupes	<u>ACTIVITE</u> Soient z et z' deux nombres complexes non nuls $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ (a, b, a' et b' sont des nombres réels). Montre que :	<u>REPONSES ATTENDUES</u> a) $\overline{\bar{z}} = a - ib$ $\overline{a + ib} = a + ib$ $\overline{\bar{z}} = z$ b) $\overline{z + z'} = \overline{(a + a') + i(b + b')}$ $\overline{z + z'} = a + a' - ib - ib'$	b. <u>Propriété1</u> Soit $(z; z') \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}$ (i) $\overline{\bar{z}} = z$ (ii) $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ $z + \bar{z} = 2\text{Re}(z);$ $z - \bar{z} = 2i\text{Im}(z)$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		$a) \bar{\bar{z}} = z$ $b) \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}';$ $z + \bar{z} = 2\text{Re}(z);$ $z - \bar{z} = 2i\text{Im}(z)$ $c) \overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$ $d) z \times \bar{z} = a^2 + b^2$	$\overline{z + z'} = (a - ib) + (a' - ib')$ $\frac{\overline{z + z'}}{z + z'} = \frac{\bar{z} + \bar{z}'}{z + z'}$ $z + \bar{z} = a + ib + a - ib$ $z + \bar{z} = 2a$ $z + \bar{z} = 2\text{Re}(z)$ $z - \bar{z} = a + ib - a + ib$ $z - \bar{z} = 2ib$ $c) \frac{\overline{z \times z'}}{z \times z'}$ $= \frac{(a + ib) \times (a' + ib')}{z \times z'}$ $= \frac{aa' + iab' + ia'b - bb'}{z \times z'}$ $= \frac{aa' - bb' + iab' + ia'b}{z \times z'}$ $\frac{\overline{z \times z'}}{z \times z'} = \frac{aa' - bb' - iab' - ia'b}{z \times z'}$ $\overline{z \times z'} = aa' - bb' - iab' - ia'b$ $\overline{z \times z'} = a(a' - ib') - ib(a' - ib')$ $\frac{\overline{z \times z'}}{z \times z'} = \frac{(a - ib)(a' - ib')}{z \times z'}$ $\frac{\overline{z \times z'}}{z \times z'} = \frac{\bar{z} \times \bar{z}'}{z \times z'}$ $d) z \times \bar{z} = (a + ib)(a - ib)$ $z \times \bar{z} = a^2 - (ib)^2$ $z \times \bar{z} = a^2 + b^2$	$(iii) \overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$ $\overline{z^n} = \bar{z}^n$ $(iv) \text{ Pour } z \neq 0,$ $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$ $(v) \text{ Pour } z = a + ib,$ $z \times \bar{z} = a^2 + b^2$ <p>c. <u>Propriété2</u> Soit $z \in \mathbb{C}^*$ (i) $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{Im}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = z$ (ii) $z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \text{Re}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = -z$</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 minutes</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Soient z et z' deux nombres complexes tels que : $z = 1 + 2i$ et $z' = 3 - 4i$. Détermine la forme algébrique des nombres suivants :</p> <p>a) $\overline{z + z'}$ b) $\overline{z \times z'}$ c) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}$</p>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>a) $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$ $\overline{z + z'} = 1 - 2i + 3 + 4i$ $\overline{z + z'} = 4 + 2i$</p> <p>b) $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$ $\overline{z \times z'} = (1 - 2i)(3 + 4i)$ $\overline{z \times z'} = 3 + 4i - 6i + 8$ $\overline{z \times z'} = 11 - 2i$</p> <p>c) $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{1 - 2i}{3 + 4i}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{(1 - 2i)(3 - 4i)}{(3 + 4i)(3 - 4i)}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{3 - 4i - 6i - 8}{3^2 + 4^2}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{-5 - 10i}{25}$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = -\frac{5}{25} - \frac{10}{25}i$ $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$</p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON8 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 4/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- La définition du module d'un nombre complexe- Les propriétés relatives au module du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe
Déterminer	<ul style="list-style-type: none">- Le module et un argument d'un nombre complexe non nul

PLAN DE LA SEANCE

3. Module d'un nombre complexe
 - a- Définition
 - b- Propriétés

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<i>Présentation</i> 10 min	-Travail collectif	Soit z un nombre complexe tel que $z = a + ib$. Le nombre réel positif $ z $ tel que $ z = \sqrt{a^2 + b^2}$ est appelé « le module du nombre complexe z ».		3. <u>Module d'un nombre complexe</u> a. <u>Définition</u> Le <i>module</i> d'un nombre complexe $z = a + ib$ est le nombre réel positif noté $ z $ tel que : $ z = \sqrt{a^2 + b^2}$. $ z = \sqrt{z \times \bar{z}}$
<i>Evaluation</i> 10 min	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Calcule le module de chacun des nombres complexes ci-dessous : $z = 2 - i$ $z_1 = -3 + 4i$ $z_2 = -5 - \sqrt{2}i$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $z = 2 - i$ $ z = \sqrt{2^2 + (-1)^2}$ $ z = \sqrt{4 + 1}$ $ z = \sqrt{5}$ $z_1 = -3 + 4i$ $ z_1 = \sqrt{(-3)^2 + 4^2}$ $ z_1 = \sqrt{9 + 16}$ $ z_1 = \sqrt{25}$ $ z_1 = 5$ $z_2 = -5 - \sqrt{2}i$ $ z_2 = \sqrt{(-5)^2 + (-\sqrt{2})^2}$ $ z_2 = \sqrt{25 + 2}$ $ z_2 = \sqrt{27}$ $ z_2 = 3\sqrt{3}$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail en groupes</p>	<p><u>ACTIVITE</u> Soit z et z' deux nombres complexes tels que : $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$. I. Détermine z : i. $b = 0$ ii. $a = 0$ II. Compare : a. \bar{z} et z b. $-z$ et z c. $z \times z'$ et $\bar{z} \times z'$ d. $\left \frac{1}{z}\right$ et $\frac{1}{ z }$</p>	<p><u>REponses ATTENDUES</u></p> <p>I. i. Si $b = 0$ alors $z = a$ $z = \sqrt{(a)^2} = a$ ii. Si $a = 0$ alors $z = ib$ $z = \sqrt{(b)^2} = b$</p> <p>II. a. $z = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\bar{z} = a - ib$ $\bar{z} = \sqrt{a^2 + (-b)^2}$ $\bar{z} = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\bar{z} = z$ b. $-z = -a - ib$ $-z = \sqrt{(-a)^2 + (-b)^2}$ $-z = \sqrt{a^2 + b^2}$ $-z = z$ c. $z \times z' = (aa' - bb') + i(ab' + a'b)$ $z \times z' = \sqrt{(aa' - bb')^2 + (ab' + a'b)^2}$ $z \times z'$ $= \sqrt{a^2 a'^2 - 2aa'bb' + b^2 b'^2 + a^2 b'^2 + 2aa'bb' + a'^2 b^2}$ $z \times z' = \sqrt{a^2 a'^2 + b^2 b'^2 + a^2 b'^2 + a'^2 b^2}$ $z \times z' = \sqrt{a^2(a'^2 + b'^2) + b^2(b'^2 + a'^2)}$ $z \times z' = \sqrt{(a^2 + b^2)(a'^2 + b'^2)}$ $z \times z' = \sqrt{a^2 + b^2} \times \sqrt{a'^2 + b'^2}$ $z \times z' = z \times z'$</p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p>On montre aussi que :</p> $ z^n = z ^n$ $\left \frac{z}{z'} \right = \frac{ z }{ z' }$ $ z + z' \leq z + z' $ <p>(Inégalité triangulaire)</p> $ z ^2 = z \times \bar{z}$ <p>EXERCICE DE FIXATION Détermine le module du nombre complexe z dans chacun des cas ci-dessous :</p> <ol style="list-style-type: none"> $z = (1 + 2i)(-2 + 3i)$ $z = (-3 + i) + (7 - 4i)$ $z = \frac{5 + 2i}{1 - 6i}$ $z = (2 + 2i)^3$ 	<p>d. Pour $z \neq 0$,</p> $\left \frac{1}{z} \right = \left \frac{1}{a + ib} \right $ $\left \frac{1}{z} \right = \left \frac{a - ib}{a^2 + b^2} \right $ $\left \frac{1}{z} \right = \frac{1}{a^2 + b^2} \times a - ib $ $\left \frac{1}{z} \right = \frac{1}{a^2 + b^2} \times \sqrt{a^2 + b^2}$ $\left \frac{1}{z} \right = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\left \frac{1}{z} \right = \frac{1}{ z }$ <p>REPONSES ATTENDUES</p> <ol style="list-style-type: none"> $z = (1 + 2i)(-2 + 3i)$ $z = 1 + 2i \times -2 + 3i$ z $= \sqrt{1^2 + 2^2} \times \sqrt{(-2)^2 + 3^2}$ $z = \sqrt{5} \times \sqrt{13}$ $z = \sqrt{65}$ 	<p>b. Propriétés</p> <p>Soit $(z, z') \in \mathbb{C} \times \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$.</p> <p>Si $z = a$, $a \in \mathbb{R}$ alors $z = a$</p> <p>Si $z = ib$, $b \in \mathbb{R}$ alors $z = b$</p> $ \bar{z} = -z = z ;$ $ z \times z' = z \times z' $ $ z^n = z ^n$ <p>Pour $z \neq 0$,</p> $\left \frac{1}{z} \right = \frac{1}{ z }$ $\left \frac{z'}{z} \right = \frac{ z' }{ z }$ $ z + z' \leq z + z' $ <p>(Inégalité triangulaire)</p> $ z ^2 = z \times \bar{z} = (\operatorname{Re}(z))^2 + (\operatorname{Im}(z))^2$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°20, N°21, N°22 et N°23 page 166 Pyramide T ^{LE} D	$2. z = (-3 + i) + (7 - 4i)$ $ z = 4 - 3i $ $ z = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$ $ z = \sqrt{25}$ $ z = 5$ $3. z = \frac{5 + 2i}{1 - 6i}$ $ z = \frac{ 5 + 2i }{ 1 - 6i }$ $ z = \frac{\sqrt{5^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + (-6)^2}}$ $ z = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{37}}$ $ z = \frac{\sqrt{1073}}{37}$ $4. z = (2 + 2i)^3$ $ z = 2 + 2i ^3$ $ z = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 5/11

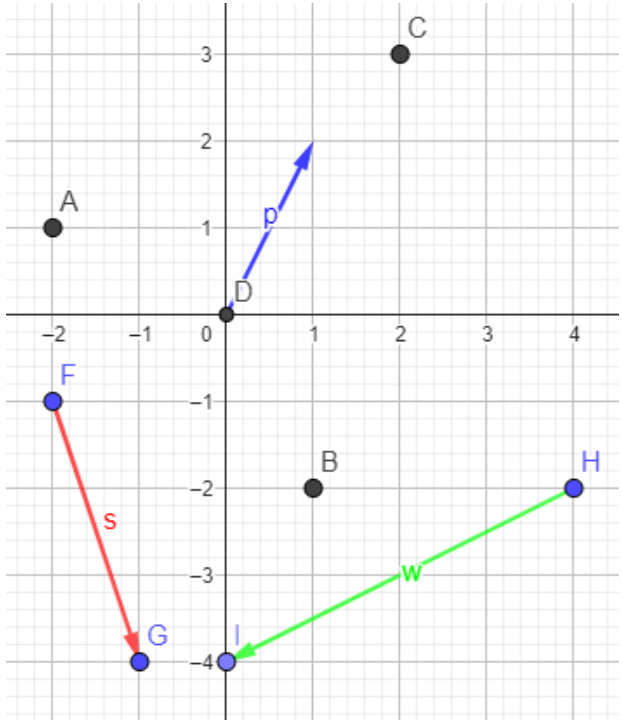
MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none">- L'affixe d'un point, d'un vecteur- Le point image, le vecteur image d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

II. REPRESENTATION GEOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur, point image d'un nombre complexe, vecteur image d'un nombre complexe.
2. Interprétation géométrique du module d'un nombre complexe

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>20 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Sur la figure ci-dessous, (O, \vec{u}, \vec{v}) est un repère orthonormé direct, A, B et T sont des points du plan ; \vec{w}, \vec{s} et \vec{p} sont des vecteurs du plan.</p>  <p>Détermine les coordonnées des point A, B et C ainsi que les coordonnées des vecteurs \vec{w}, \vec{s} et \vec{p} dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}).</p>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>A(-2; 1)</p> <p>B(1; -2)</p> <p>C(2; 3)</p> <p>$\vec{w}(-4; -2)$</p> <p>$\vec{s}(1; -3)$</p> <p>$\vec{p}(1; 2)$</p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p>(O, \vec{u}, \vec{v}) est appelé « le plan complexe ».</p> <p>(O, \vec{u}) est appelé l'axe réel.</p> <p>(O, \vec{v}) est appelé l'axe imaginaire.</p> <p>Aux points $A(-2; 1)$, $B(1; -2)$ et $C(2; 3)$ on peut associer respectivement des nombres complexes z_A, z_B et z_C tels que :</p> <p>$z_A = -2 + i$; $z_B = 1 - 2i$ et $z_C = 2 + 3i$</p> <p>z_A, z_B et z_C sont appelés les affixes respectives des points A, B et C. On note</p> <p>$A(-2; 1)$ se note $A(z_A)$</p> <p>$B(1; -2)$ se note $B(z_B)$</p> <p>$C(2; 3)$ se note $C(z_C)$</p> <p>De même :</p> <p>Aux vecteurs $\vec{w}(-4; -2)$; $\vec{s}(1; -3)$ et $\vec{p}(1; 2)$ on peut associer respectivement des nombres complexes $z_{\vec{w}}$, $z_{\vec{s}}$ et $z_{\vec{p}}$ tels que :</p> <p>$z_{\vec{w}} = -4 - 2i$; $z_{\vec{s}} = 1 - 3i$ et $z_{\vec{p}} = 1 + 2i$</p> <p>$z_{\vec{w}}$, $z_{\vec{s}}$ et $z_{\vec{p}}$ sont appelés les affixes respectives des vecteurs \vec{w}, \vec{s} et \vec{p} $z_2 = z_B$; $z_3 = z_C$.</p>		<p>II. REPRESENTATION GEOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE.</p> <p>1. <u>Plan complexe, affixe d'un point, affixe d'un vecteur, point image d'un nombre complexe, vecteur image d'un nombre complexe.</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}). On l'appelle aussi plan complexe.</p> <p>A tout nombre complexe $z = x + iy$ on associe le point $(x; y)$ du plan. Réciproquement à tout point $A(a; b)$ du plan on associe le nombre complexe $z_0 = a + ib$.</p> <p>On établit ainsi une bijection entre \mathbb{C} et \mathcal{P} (plan). Le nombre complexe $z = x + iy$ est appelé affixe du point M. On note z_M.</p> <p>Le point $(x; y)$ est le point image du nombre complexe $z = x + iy$. On note $M(z)$.</p> <p>On associe également à chaque vecteur $\vec{w}(a; b)$ du plan le nombre complexe $z = a + ib$ appelé affixe du vecteur \vec{w}. On note $z_{\vec{w}} = a + bi$. Le vecteur $\vec{w}(a; b)$ est le vecteur image du nombre complexe $a + ib$.</p> <p>(O, \vec{u}) est appelé l'axe réel.</p> <p>(O, \vec{v}) est appelé l'axe imaginaire.</p> <p>Soit \vec{w} et \vec{w}' deux vecteurs du plan, M et M' deux points du plan et $k \in \mathbb{R}$.</p> <p>$z_{\vec{w} + \vec{w}'} = z_{\vec{w}} + z_{\vec{w}'}$; $z_{\vec{MM}'}$ = $z_{M'}$ - z_M, et $z_{k\vec{w}} = k \times z_{\vec{w}}$.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE																																																		
<p><i>Evaluation</i> 20 min</p>	-Travail individuel	<p>EXERCICE DE FIXATION Complète les tableaux ci-dessous :</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th>Eléments géométriques</th> <th>Affixes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A(-5; 3)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>B(1; 7)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\vec{u}(-2; 9)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>\vec{AB}</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombres complexes</th> <th>Points images</th> <th>Vecteurs images</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$2 + i$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$-4i$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$1 - 3i$</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Eléments géométriques	Affixes	A(-5; 3)		B(1; 7)		$\vec{u}(-2; 9)$		\vec{AB}		Nombres complexes	Points images	Vecteurs images	$2 + i$			$-4i$			3			$1 - 3i$			<p>REPONSES ATTENDUES</p> <table border="1" style="margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th>Eléments géométriques</th> <th>Affixes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A(-5; 3)</td> <td>$z = -5 + 3i$</td> </tr> <tr> <td>B(1; 7)</td> <td>$z' = 1 + 7i$</td> </tr> <tr> <td>$\vec{u}(-2; 9)$</td> <td>$z_1 = -2 + 9i$</td> </tr> <tr> <td>\vec{AB}</td> <td>$z_2 = 6 + 4i$</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombres complexes</th> <th>Points images</th> <th>Vecteurs images</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$2 + i$</td> <td>I(2; 1)</td> <td>$\vec{u}(2; 1)$</td> </tr> <tr> <td>$-4i$</td> <td>J(0; -4)</td> <td>$\vec{v}(0; -4)$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>K(3; 0)</td> <td>$\vec{w}(3; 0)$</td> </tr> <tr> <td>$1 - 3i$</td> <td>L(1; -3)</td> <td>$\vec{f}(1; -3)$</td> </tr> </tbody> </table>	Eléments géométriques	Affixes	A(-5; 3)	$z = -5 + 3i$	B(1; 7)	$z' = 1 + 7i$	$\vec{u}(-2; 9)$	$z_1 = -2 + 9i$	\vec{AB}	$z_2 = 6 + 4i$	Nombres complexes	Points images	Vecteurs images	$2 + i$	I(2; 1)	$\vec{u}(2; 1)$	$-4i$	J(0; -4)	$\vec{v}(0; -4)$	3	K(3; 0)	$\vec{w}(3; 0)$	$1 - 3i$	L(1; -3)	$\vec{f}(1; -3)$	<p>2. <u>Interprétation géométrique du module d'un nombre complexe</u></p> <p>z est un nombre complexe de point image M. Le point M et le vecteur \vec{OM} ont le même affixe $\ \vec{OM}\ = OM = z$. On en déduit que le module d'un nombre complexe z d'image M est la distance entre les points O et M. $z_{MM'} = z_{M'} - z_M = MM'$.</p>
Eléments géométriques	Affixes																																																					
A(-5; 3)																																																						
B(1; 7)																																																						
$\vec{u}(-2; 9)$																																																						
\vec{AB}																																																						
Nombres complexes	Points images	Vecteurs images																																																				
$2 + i$																																																						
$-4i$																																																						
3																																																						
$1 - 3i$																																																						
Eléments géométriques	Affixes																																																					
A(-5; 3)	$z = -5 + 3i$																																																					
B(1; 7)	$z' = 1 + 7i$																																																					
$\vec{u}(-2; 9)$	$z_1 = -2 + 9i$																																																					
\vec{AB}	$z_2 = 6 + 4i$																																																					
Nombres complexes	Points images	Vecteurs images																																																				
$2 + i$	I(2; 1)	$\vec{u}(2; 1)$																																																				
$-4i$	J(0; -4)	$\vec{v}(0; -4)$																																																				
3	K(3; 0)	$\vec{w}(3; 0)$																																																				
$1 - 3i$	L(1; -3)	$\vec{f}(1; -3)$																																																				

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 6/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- La forme trigonométrique d'un nombre complexe
Connaître	- La définition d'un argument d'un nombre complexe - Les propriétés relatives au module et un argument du produit, de l'inverse, du quotient et de la puissance entière d'un nombre complexe
Déterminer	- Le module et un argument d'un nombre complexe non nul - La forme trigonométrique d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

III. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE NON NUL

1. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul

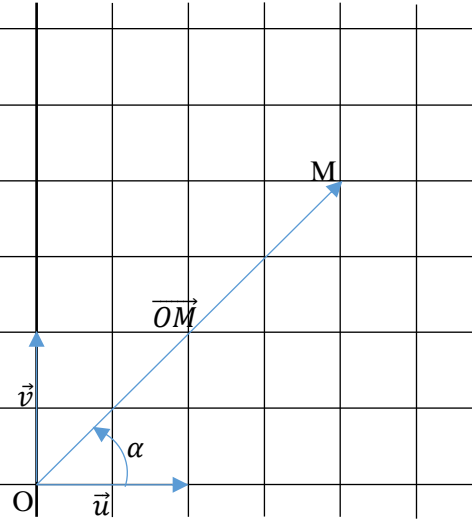
a. Argument d'un nombre complexe non nul

Définition

Remarque

Propriété

b. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 25 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>On donne la figure ci-dessous :</p>  <p>1. Détermine $\alpha = \text{Mes}(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$.</p> <p>2. Détermine l'affixe $z = z_{\overrightarrow{OM}}$ du vecteur \overrightarrow{OM}.</p> <p>3. Compare $\cos \alpha$ et $\frac{\text{Re}(z)}{ z }$ puis $\sin \alpha$ et $\frac{\text{Im}(z)}{ z }$.</p> <p>4. Compare $z (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ et z.</p> <p>α est appelé un argument de z. $z (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ est la forme trigonométrique de z.</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPOSES ATTENDUES</u></p> <p>1. $\alpha = \frac{\pi}{4}$</p> <p>2. $z = 2 + 2i$</p> <p>3. $z = \sqrt{2^2 + 2^2}$ $z = 2\sqrt{2}$</p> $\frac{\text{Re}(z)}{ z } = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \alpha$ $\frac{\text{Im}(z)}{ z } = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \alpha$ <p>4.</p> $ z (\cos \alpha + i \sin \alpha) = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $ z (\cos \alpha + i \sin \alpha) = 2 + 2i = z$	<p>III. FORME TRIGONOMETRIQUE D'UN NOMBRE COMPLEXE</p> <p>1. <u>Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul</u></p> <p>a. <u>Argument d'un nombre complexe</u> <u>Définition</u></p> <p>Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$, soit $z \in \mathbb{C}^*$ d'image M.</p> <p>Un argument du nombre complexe z est la mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$.</p> <p>Soit α une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$ alors</p> $\arg(z) = \alpha + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$ <p>Si $z = a + ib, (a; b) \neq (0; 0)$ et $\alpha = \arg(z)$ alors on a :</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{a}{a^2 + b^2} \\ \sin \alpha = \frac{b}{a^2 + b^2} \end{cases}$ <p>Si $a \neq 0$ alors</p> $\tan \alpha = \frac{b}{a}$ <p><u>Remarque</u> Tout nombre complexe non nul z admet un unique argument appartenant à l'intervalle $]-\pi; \pi]$ appelé argument principal et noté $Arg(z)$.</p> <p><u>Propriété</u> Soient $(z; z') \in (\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*)$, $n \in \mathbb{N}$.</p> $arg\left(\frac{1}{z}\right) = arg(\bar{z}) = -arg(z) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $arg(z \times z') = arg(z) + arg(z') + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $arg(z^n) = n \cdot arg(z) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $arg\left(\frac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z') + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p style="text-align: center;"><i>Evaluation</i> 25 min</p>	<p style="text-align: center;">-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>1. Détermine un argument du nombre complexe z puis la forme trigonométrique de z dans chacun des cas suivants :</p> <p>a. $z = \sqrt{3} + i$ b. $z = 1 - \sqrt{3}i$ c. $z = 1 + i$</p> <p>2. Détermine un argument du nombre complexe z puis la forme trigonométrique de z dans chacun des cas suivants :</p> <p>a. $z = (\sqrt{3} + i)(1 + i)$</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1) $z = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}$ $z = 2$</p> <p>Soit θ un argument de z. On a :</p> $\begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta = \frac{1}{2} \end{cases}$ <p>On en déduit que</p> $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	<p>b. <u>Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul</u></p> <p>Soit $z = a + ib$ un nombre complexe non nul ; $r = z$ et θ un argument de z.</p> <p>z s'écrit de façon unique sous la forme</p> $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ <p>Cette écriture est appelée la forme trigonométrique du nombre complexe z.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		b. $z = \frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}$ c. $z = (\sqrt{3} + i)^5$	2) $ z = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ $ z = 2$ Soit β un argument de z . On a : $\begin{cases} \cos \beta = \frac{1}{2} \\ \sin \beta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ On en déduit que $\beta = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $z = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$ 3) $ z = \sqrt{1^2 + 1^2}$ $ z = \sqrt{2}$ Soit γ un argument de z . On a : $\begin{cases} \cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ On en déduit que $\gamma = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $z = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u> N°31, N°33, N°34, N°36 et N°37 page 167 et 168 Pyramide T^{LED}.</p>	<p>2.a. Soit φ un argument de z. $\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $\varphi = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ </p> <p>b. Soit δ un argument de z. $\delta = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $\delta = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ </p> <p>c. Soit ω un argument de z. $\omega = 5 \times \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $\omega = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ </p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 7/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Identifier	- La forme exponentielle d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

- c. Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul
 - Définition
 - Propriété

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>20 min</p>	-Travail individuel	<p>Correction de l'exercice de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>On a : $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ z est un nombre complexe de module r et dont un argument est α.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Donne la forme trigonométrique de z. 2. Ecris z sous la forme $ke^{i\theta}$. <p><i>L'écriture $z = re^{i\alpha}$ est appelée la forme exponentielle de z.</i></p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La forme trigonométrique de z est $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$. 2. $z = re^{i\alpha}$. 	<p>c. <u>Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul</u></p> <p style="text-align: center;"><u>Définition</u></p> <p>On pose : $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ Soit z un nombre complexe non nul de module r et d'argument θ. On appelle forme exponentielle de z l'écriture $z = re^{i\theta}$.</p> <p style="text-align: center;"><u>Propriété</u></p> <p>Soient $z = re^{i\theta}$ et $z' = r'e^{i\alpha}$ deux nombres complexes non nuls.</p> <ol style="list-style-type: none"> (i) $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} r = r' \\ \theta = \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ (ii) $\bar{z} = e^{-i\theta} ; \frac{1}{z} = \frac{1}{r} e^{-i\theta}$. (iii) $z' \times z = rr'e^{i(\theta+\alpha)}$. (iv) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $z^n = r^n e^{in\theta}$. (v) $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'} e^{i(\theta-\alpha)}$
<p><i>Évaluation</i></p> <p>20 min</p>	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>Détermine la forme exponentielle de chacun des nombres complexes z suivants :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $z = 1 + i$ 2. $z = 1 + i\sqrt{3}$ 	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $z = 1 + i$ $z = \sqrt{1^2 + 1^2}$ $z = \sqrt{2}$ Soit θ un argument de z. 	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p>3. $z = (1 + i)(1 + i\sqrt{3})$</p> <p>4. $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$</p> <p>EXERCICE DE MAISON N°38 et N°39 page 168 Pyramide T^{LE} D</p>	$\begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ <p>On en déduit que $\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</p> $z = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ <p>2. $z = 1 + \sqrt{3}i$</p> $ z = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ $ z = 2$ <p>Soit θ un argument de z.</p> $\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ <p>On en déduit que $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</p> $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ <p>3. $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) \right)$</p> $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{7\pi}{12} \right) \right)$ <p>4. $z = \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \right)$</p> $z = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} \right) \right)$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 8/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La formule de Moivre - La formule d'Euler
Linéariser	- Des puissances de $\cos x$ et $\sin x$
Utiliser	- Les formules de Moivre et d'Euler pour transformer des produits en somme dans des expressions trigonométriques

PLAN DE LA SEANCE

2. Formule de Moivre et applications
 - a. Formule de Moivre
Propriété
 - b. Formule d'Euler
Propriété
Remarque

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>10 min</p>	<p>-Travail collectif</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Soit $\theta \in \mathbb{R}$. On donne : $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ Montre que pour tout $n \in \mathbb{Z}$ on a : $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$</p> <p><i>L'égalité : $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$ est appelée la formule de Moivre.</i></p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = e^{in\theta}$ $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$	<p style="text-align: center;">2. <u>Formule de Moivre et applications</u></p> <p style="text-align: center;">a. <u>Formule de Moivre</u> <u>Propriété</u></p> <p>Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et pour tout $n \in \mathbb{Z}$ On a : $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$ Cette propriété s'appelle la formule de Moivre.</p>
<p><i>Évaluation</i></p> <p>10 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>Ecris sous forme trigonométrique le nombre complexe z tel que :</p> $z = (1 + i\sqrt{3})^2$	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> $ z = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ $ z = 2$ <p>Soit θ un argument de z</p> $\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ <p>On en déduit que :</p> $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $z = \left[2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \right]^2$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Présentation</i> 5 min</p>	-Travail collectif		$z = 4 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ $z = 4 \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ $z = -2 + 2i\sqrt{3}$	<p>b. <u>Formule d'Euler</u> <u>Propriété</u> Soit $\theta \in \mathbb{R}$ et pour tout $n \in \mathbb{Z}$</p> $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ <p>De façon générale :</p> $\cos(n\theta) = \frac{e^{in\theta} + e^{-in\theta}}{2}$ $\sin(n\theta) = \frac{e^{in\theta} - e^{-in\theta}}{2i}$ <p><u>Remarque</u> Les formules d'Euler permet de linéariser des expressions du type $\cos^n(x)$ ou $\sin^n(x)$.</p>
<p><i>Évaluation</i> 15 min</p>	-Travail en groupes	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Soit α un nombre réel et n un nombre entier relatif. Exprime $\cos^4(\alpha)$ en fonction $\cos n\alpha$ et $\sin n\alpha$.</p>	<p><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> $\cos^4(\alpha) = \left(\frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \right)^4$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha})^4$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°43 ; N°44 et N°45 page 168 Pyramide T ^{LED}	$\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} \sum_{k=0}^4 C_4^k (e^{i\alpha})^k (e^{-i\alpha})^{4-k}$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} (e^{-4i\alpha} + 4e^{i\alpha} e^{-3i\alpha} + 6e^{2i\alpha} e^{-2i\alpha} + 3e^{3i\alpha} e^{-i\alpha} + e^{4i\alpha})$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} [(e^{4i\alpha} + e^{-4i\alpha}) + (4e^{2i\alpha} + 4e^{-2i\alpha}) + 6]$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} [(e^{4i\alpha} + e^{-4i\alpha}) + 4(e^{2i\alpha} + e^{-2i\alpha}) + 6]$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{16} (2 \cos 4\alpha + 8 \cos 2\alpha + 6)$ $\cos^4(\alpha) = \frac{1}{8} \cos 4\alpha + \frac{1}{2} \cos 2\alpha + \frac{3}{8}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 9/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- La définition d'une racine carrée d'un nombre complexe
Déterminer	- Les racines carrées d'un nombre complexe

PLAN DE LA SEANCE

IV. EQUATION DANS \mathbb{C}

A. RESOLUTION D'EQUATIONS DANS \mathbb{C}

1. Racine carrée d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Remarque

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>20 min</p>	<p>-Travail collectif</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Soit $z = x + iy$ et $z_0 = a + ib$ deux nombres complexes non nuls. Explicite l'équation : $z^2 = z_0$</p> <p><i>Le nombre complexe z est appelé la racine carrée du nombre complexe z_0.</i></p>	<p style="text-align: center;"><u>REPNSES ATTENDUES</u></p> <p>$z^2 = z_0 \Leftrightarrow (x + iy)^2 = a + ib$ et $x + iy ^2 = z_0$ $\Leftrightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = a + ib$ et $x^2 + y^2 = z_0$ $\Leftrightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = a + ib$ et $x^2 + y^2 = z_0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = z_0 \\ x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$	<p>IV. <u>EQUATIONS DANS \mathbb{C}</u></p> <p style="text-align: center;">3. <u>RESOLUTION D'EQUATIONS DANS \mathbb{C}</u></p> <p>1. <u>Racine carrée d'un nombre complexe</u></p> <p>a. <u>Définition</u></p> <p>Soit un nombre complexe z_0. On appelle racine carrée du nombre complexe z_0 tout nombre complexe z tel que $z^2 = z_0$.</p> <p style="text-align: center;"><u>Méthode</u></p> <p>Soit $z = x + iy$; $z^2 = z_0 \Leftrightarrow$</p> $\begin{cases} x^2 + y^2 = z_0 & (1) \\ x^2 - y^2 = \text{Re}(z_0) & (2) \\ 2xy = \text{Im}(z_0) & (3) \end{cases}$ <p>b. <u>Remarques</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Tout nombre complexe non nul admet deux racines carrées opposées. - Si $z_0 \in \mathbb{R}$ avec $z_0 > 0$ alors les racines carrées de z_0 sont : $-\sqrt{z_0}$ et $\sqrt{z_0}$.

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p style="text-align: center;"><i>Evaluation</i> 20 min</p>	<p style="text-align: center;">-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Détermine les racines carrées de chacun des nombres complexes suivants :</p> <p style="text-align: center;">1) $z_0 = 5$ 2) $z_0 = -1$ 3) $z_0 = 3 - 4i$</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1) $z_0 = 5$ $z_0 \in \mathbb{R}$ et $z_0 > 0$ donc les racines carrées de z_0 sont $-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$.</p> <p>2) $z_0 = -1$ $z_0 \in \mathbb{R}$ et $z_0 < 0$ donc les racines carrées de z_0 sont $-i\sqrt{1}$ et $i\sqrt{1}$. Les racines carrées de z_0 sont $-i$ et i.</p> <p>3) $z_0 = 3 - 4i$ $z_0 = \sqrt{3^2 + 4^2}$ $z_0 = 5$ Soit $z = x + iy$ une racine carrée de z_0. On a : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 & (1) \\ x^2 - y^2 = 3 & (2) \\ 2xy = -4 & (3) \end{cases}$ (1) + (2) entraîne $2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$ D'après (3) : $2xy = -4 \Leftrightarrow xy = -2$ donc x et y sont de signes contraires.</p>	<p>- Si $z_0 \in \mathbb{R}$ avec $z_0 < 0$ alors les racines carrées de z_0 sont $-i\sqrt{-z_0}$ et $i\sqrt{-z_0}$.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u></p> <p>Calcule les racines carrées des nombres suivants :</p> $z_1 = i; \quad z_2 = 1 + i;$ $z_3 = -1 - i; \quad z_4 = 3 + 4i;$ $z_5 = 1 + i\sqrt{3}.$	<p>Si $x = 2$ alors $y = -1$ Si $x = -2$ alors $y = 1$ Les racines carrées de z_0 sont : $z = 2 - i$ et $z' = -2 + i$.</p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 10/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	<ul style="list-style-type: none">- Une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant- Une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes

PLAN DE LA SEANCE

2. Equations du second degré
 - a. Propriété
 - b. Remarque

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
10 min	-Travail collectif	Correction de l'exercice de maison		
<i>Présentation</i> 10 min	-Travail collectif	<p>Soit z un nombre complexe ; Soit a, b et c des nombres complexes tel que $a \neq 0$.</p> <p>Soit $\Delta = b^2 - 4ac$ un nombre complexe.</p> <p>Si δ est une racine carrée de Δ alors l'équation $az^2 + bz + c = 0$ a pour solutions les nombres complexes</p> $z_1 = \frac{-b - \delta}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \delta}{2a}$		<p>2. <u>Equations du second degré</u></p> <p><u>Propriété</u></p> <p>Soit a, b et c des nombres complexes avec $a \neq 0$.</p> <p>Soit $\Delta = b^2 - 4ac$.</p> <p>Si δ est une racine carrée de Δ, alors les solutions de l'équation $az^2 + bz + c = 0$ sont :</p> $z_1 = \frac{-b - \delta}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \delta}{2a}$ <p><u>Remarque</u></p> <p>Soit a, b et c des nombres réels avec $a \neq 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ alors l'équation $az^2 + bz + c = 0$ a deux solutions complexes conjuguées.</p> <p>Pour résoudre une équation du second degré dans \mathbb{C}, on n'a pas besoin de déterminer les deux racines carrées de Δ.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 30 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Résous dans \mathbb{C} les équations suivantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $z^2 + z + 1 = 0$ 2. $4z^2 - 2z + 1 = 0$ 3. $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ 4. $z^3 + 3z - 2i = 0$ 	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $z^2 + z + 1 = 0$ $\Delta = -3$ donc $\delta_1 = -i\sqrt{3}$ et $\delta_2 = i\sqrt{3}$ $z_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$ $z_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ $S_{\mathbb{C}} = \left\{ \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}; \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right\}$ 2. $4z^2 - 2z + 1 = 0$ $\Delta = -12$ donc $\delta_1 = -2i\sqrt{3}$ et $\delta_2 = 2i\sqrt{3}$ $z_1 = \frac{2 - 2i\sqrt{3}}{2} \text{ et } z_2 = \frac{2 + 2i\sqrt{3}}{2}$ $S_{\mathbb{C}} = \{1 - i\sqrt{3}; 1 + i\sqrt{3}\}$ 3. $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ $\Delta = (1 + 2i)^2 - 4(i - 1)$ $\Delta = 1 + 4i - 4 - 4i + 4$ $\Delta = 1$ $\Delta = 1$ donc $\delta_1 = -i$ et $\delta_2 = i$ $z_1 = \frac{1 + 2i - i}{2} \text{ et } z_2 = \frac{1 + 2i + i}{2}$ $z_1 = \frac{1 + i}{2} \text{ et } z_2 = \frac{1 + 3i}{2}$ 	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE MAISON</u> N°52 page 169 Pyramide T ^{LE} D	$S_{\mathbb{C}} = \left\{ \frac{1+i}{2}; \frac{1+3i}{2} \right\}$ <p>4. $z^3 + 3z - 2i = 0$ Soit $p(z) = z^3 + 3z - 2i$ $p(i) = i^3 + 3i - 2i = -i + i = 0$ i est une racine de p $p(z) = (z - i)(az^2 + bz + c)$ $p(z) = az^3 + bz^2 + cz - iaz^2 - ibz - ic$ $p(z) = az^3 + (b - ia)z^2 + (c - ib)z - ic$ Par identification :</p> $\begin{cases} a = 1 \\ b - ia = 0 \\ c - ib = 3 \\ -ic = -2i \end{cases}$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = i \\ c = 2 \end{cases}$ $p(z) = (z - i)(z^2 + iz + 2)$ Soit l'équation $z^2 + iz + 2 = 0$ $\Delta = i^2 - 8$ $\Delta = -9$ $\Delta = -9$ donc $\delta_1 = -3i$ et $\delta_2 = 3i$ $z_1 = \frac{-i - 3i}{2} \text{ et } z_2 = \frac{-i + 3i}{2}$ $z_1 = -2i \text{ et } z_2 = i$ $S_{\mathbb{C}} = \{-2i; i\}$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE} D

COMPETENCE1

THEME1 : CALCULS ALGEBRIQUES

LEÇON7 : NOMBRES COMPLEXES

SEANCE : 11/11

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Résoudre	<ul style="list-style-type: none">- Une équation du second degré à coefficients complexes ainsi que des équations s'y ramenant- Une équation se ramenant du second degré à coefficients complexes

PLAN DE LA SEANCE

B. RACINE N^{IEME} D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Racine n^{ième} d'un nombre complexe
 - a. Définition
 - b. Propriété1
 - c. Propriété2
2. Racine n^{ième} de l'unité
 - a. Définition
 - b. Remarques

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail collectif</p> <p>-Travail en groupes</p>	<p>Correction de l'exercice de maison.</p> <p>ACTIVITE</p> <p>Soit $z_0 = a + ib$ un nombre complexe non nul ; soit θ un argument de z_0. Soit $z = x + iy$ un nombre complexe tel que $\text{Arg}(z) = \alpha$ et $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 2$.</p> <p>1. Trouve un système d'équations équivalent à l'équation $z^n = z_0$.</p> <p>2. Trouve un système d'équations équivalent à l'équation $z^n = 1$.</p> <p><i>On appelle racine $n^{\text{ième}}$ de z_0 tout nombre complexe z tel que $z^n = z_0$.</i></p> <p><i>On appelle racine $n^{\text{ième}}$ de 1 tout nombre complexe z tel que $z^n = 1$.</i></p>	<p>REPONSES ATTENDUES</p> <p>1. $z_0 = z_0 (\cos \theta + i \sin \theta)$ $z = z (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ $z^n = z ^n(\cos(n\alpha) + i \sin(n\alpha))$ $z^n = z_0$ équivaut à</p> $\begin{cases} z ^n = z_0 \\ n\alpha = \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} z ^n = z_0 \\ \alpha = \frac{\theta + 2k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} z = \sqrt[n]{ z_0 } \\ \alpha = \frac{\theta + 2k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ <p>2. $1 = 1(\cos 0 + i \sin 0)$ $z^n = z ^n(\cos(n\alpha) + i \sin(n\alpha))$ $z^n = 1$ équivaut à</p> $\begin{cases} z ^n = 1 \\ n\alpha = 0 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} z = \sqrt[n]{1} \\ \alpha = \frac{2k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} z = 1 \\ \alpha = \frac{2k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	<p>2. RACINE $n^{\text{ième}}$ D'UN NOMBRE COMPLEXE</p> <p>1. Racine $n^{\text{ième}}$ d'un nombre complexe</p> <p>a. Définition</p> <p>Soit un nombre complexe $z_0 \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 2$. On appelle racine $n^{\text{ième}}$ de tout nombre complexe z tel que $z^n = z_0$.</p> <p>b. Propriété1</p> <p>Soit $Z_0 = Re^{i\theta}$; les racines $n^{\text{ième}}$ de Z_0 sont</p> $z_k = \sqrt[n]{R} \times e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}}$ avec $k \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}$ <p>c. Propriété2</p> <p>Les racines $n^{\text{ième}}$ d'un nombre complexe sont les affixes des sommets d'un polygone régulier de n côtés inscrit dans un cercle de rayon $\sqrt[n]{R}$.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				<p>2. <u>Racine $n^{\text{ième}}$ de l'unité</u></p> <p>a. <u>Définition</u></p> <p>Une racine $n^{\text{ième}}$ de l'unité est une solution dans \mathbb{C} de l'équation : $z^n = 1$. Les racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité sont :</p> $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}} = \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n}$ <p>avec $k \in \{0; 1; 2; \dots; n - 1\}$</p> <p>b. <u>Remarques</u></p> <p>Les images des racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité sont les sommets d'un n polygone régulier inscrit dans un cercle trigonométrique.</p> <p>Si $z_k \neq 1$ est une racine $n^{\text{ième}}$ de l'unité alors $\bar{z}_k = z_{n-k}$.</p> <p>Si $z_0 \neq 1$ est une racine $n^{\text{ième}}$ de l'unité alors les racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité sont : $z_k = z_0^k$ avec $k \in \{0; 1; 2; \dots; n - 1\}$</p> <p>Si $z_k, k \in \{0; 1; 2; \dots; n - 1\}$ sont les racines $n^{\text{ième}}$ de l'unité alors</p> $\sum_{k=0}^n z_k = 0$ <p>Si z_0 est une racine $n^{\text{ième}}$ de Z_0 alors les racines $n^{\text{ième}}$ de Z_0 sont $z_k = z_0 e^{i\frac{2k\pi}{n}}$ avec $k \in \{0; 1; 2; \dots; n - 1\}$.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Soit $Z = 8(1 + i\sqrt{3})$ Détermine les racines quatrième de Z. 2. Détermine les racines quatrième de 1. 	<p><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $Z = 16$ Soit θ un argument de Z. $\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $Z = 16 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ <p>Soit $z = \rho(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ $z^n = \rho^n(\cos n\alpha + i \sin n\alpha)$ $z^4 = \rho^4(\cos 4\alpha + i \sin 4\alpha)$ $\begin{cases} \rho^4 = 16 \\ 4\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\begin{cases} \rho = 2 \\ \alpha = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $z = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} \right) \right)$ <p>Pour $k = 0$, $z_0 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ Pour $k = 1$, $z_1 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$ Pour $k = 2$, $z_2 = 2 \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right)$ Pour $k = 3$, $z_3 = 2 \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) \right)$</p> </p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			$2. z^4 = 1$ $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{4}}, k \in \{0; 1; 2; 3\}$ $z_0 = 1$ $z_1 = i$ $z_2 = -1$ $z_3 = -i$	

BLIOGRAPHIE

Programmes éducatifs et guides d'exécution Mathématiques T^{LE}D

Progressions annuelles

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection PYRAMIDE

Mon livre de mathématiques T^{LE}D Collection CIAM/EDICEF

Les cahiers de la réussite T^{LE} D Vallesse

Mon cahier d'habiletés Mathématiques T^{LE} D JD Editions

WWW.monecoleàlamaison.ci

<https://physiques-et-maths.fr>