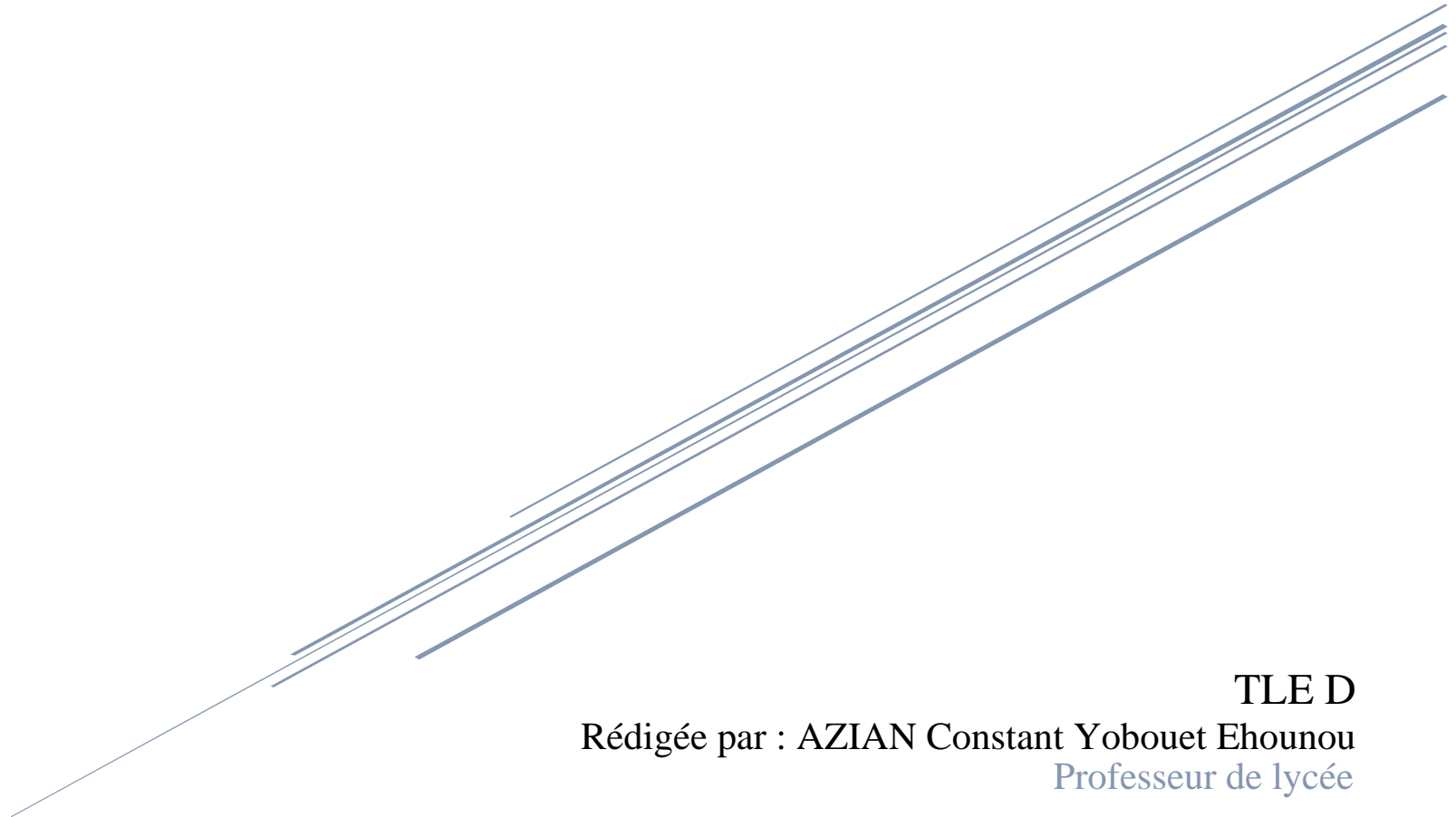


FICHE DE LEÇON

# NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN



**TLE D**

Rédigée par : AZIAN Constant Yobouet Ehounou  
Professeur de lycée

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : **NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN**

NOMBRE DES SEANCES : 8

DUREE D'UNE SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	<ul style="list-style-type: none"><li>- la définition d'une similitude directe</li><li>- les éléments caractéristiques d'une similitude directe</li><li>- les formules relatives à l'écriture complexe :<ul style="list-style-type: none"><li>• d'une translation</li><li>• d'une symétrie centrale</li><li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li><li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li><li>• d'une homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>\lambda</math></li><li>• d'une rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li><li>• d'une similitude directe</li></ul></li><li>- les caractérisations complexes :<ul style="list-style-type: none"><li>• des points alignés</li><li>• des triangles particuliers</li><li>• des points cocycliques</li><li>• d'un cercle</li><li>• d'une droite</li></ul></li></ul>
Reconnaître	<ul style="list-style-type: none"><li>-l'écriture complexe d'une :<ul style="list-style-type: none"><li>• translation</li><li>• symétrie centrale</li></ul></li></ul>

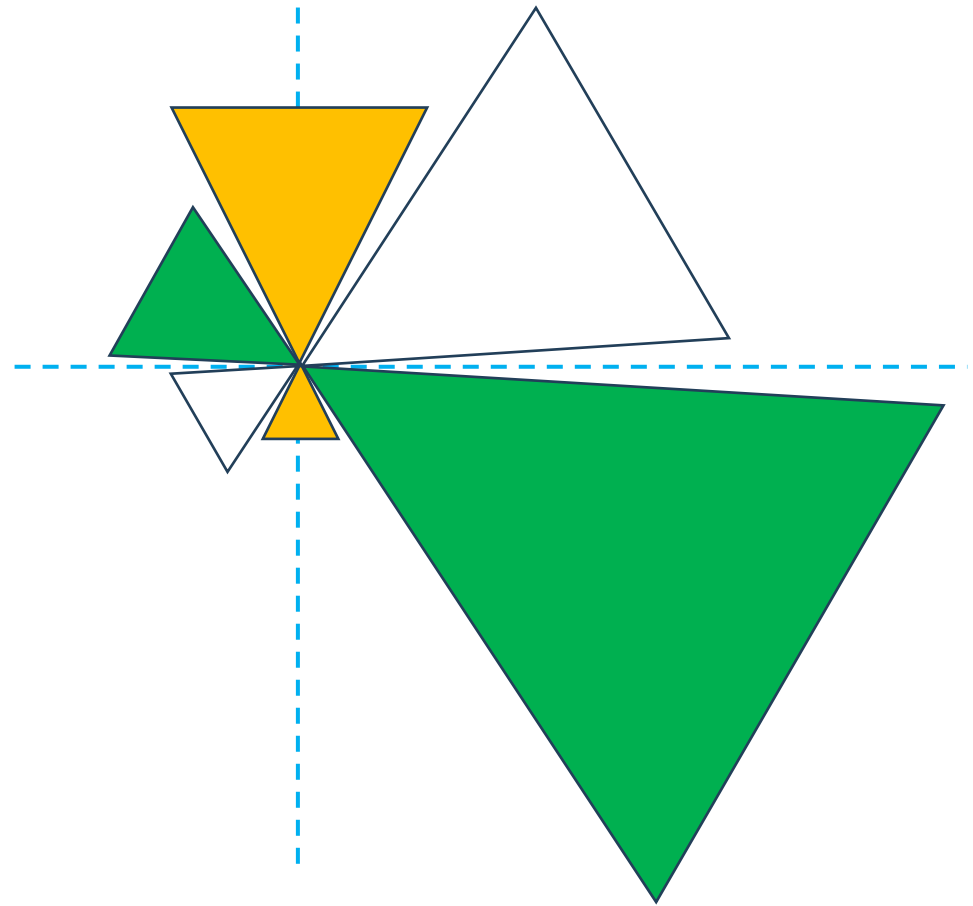
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'un des axes de coordonnées</li> <li>• homothétie</li> <li>• rotation</li> <li>• similitude directe</li> </ul>
Déterminer	<p>-l'écriture complexe d'une :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• translation</li> <li>• symétrie centrale</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li> <li>• homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>k</math></li> <li>• rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li> <li>• similitude directe</li> </ul> <p>-l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un angle, par une transformation dont on connaît l'écriture complexe</p> <p>-les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• translation</li> <li>• symétrie centrale</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à un axe du repère</li> <li>• homothétie</li> <li>• rotation</li> <li>• similitude directe</li> </ul> <p>- des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes</p> <p>- la nature d'un triangle, d'un quadrilatère en utilisant les caractérisations complexes</p>
Construire	<p>- l'image d'un point par une similitude directe</p> <p>- des lieux géométriques</p>
Démontrer	<p>- l'image d'un point par une similitude directe</p> <p>- des lieux géométriques</p>
Traiter une situation	faisant appel aux applications géométriques des nombres complexes

## SITUATION D'APPRENTISSAGE

Un artiste peintre fait une exposition au lycée moderne de Madinani. De passage devant le tableau ci-contre avec ses camarades, le chef d'une classe de terminale D demande à l'artiste la technique utilisée pour réaliser le tableau.

L'artiste leur répond : « cette technique s'appelle *l'abstraction géométrique*. Ce mouvement artistique utilise des formes géométriques pures, comme les cercles, les carrés et les triangles, pour créer des compositions non figuratives et bidimensionnelles. Des artistes cubistes comme Picasso ou Braque ont exploré cette méthode. Ce tableau est composé de triangles isocèles obtenus les uns à partir des autres par une similitude directe. »

Fascinés, ces élèves décident de faire des recherches sur les similitudes directes pour afin de réaliser des figures similaires à celle du tableau.



## PLAN DE LA LEÇON

- I. NOMBRES COMPLEXES ET CONFIGURATION DU PLAN
  1. Affixes et configuration
    - a. Affixe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment
    - b. Nombres complexes, distances et angles
    - c. Caractérisation d'ensembles de points
  2. Caractérisation et configurations
    - a. Caractérisation complexe de points alignés
    - b. Caractérisation complexe des triangles particuliers
    - c. Caractérisation complexe de l'angle droit
    - d. Caractérisation complexe de points cocycliques
- II. NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN
  1. Ecritures complexes des symétries
    - a. Symétrie par rapport aux axes d'un repère
    - b. Symétrie par rapport à un point
  2. Ecriture complexe d'une translation
  3. Ecriture complexe d'une homothétie
  4. Ecriture complexe d'une rotation
- III. SIMILITUDES DIRECTES DU PLAN
  1. Définition et propriétés
  2. Détermination d'une similitude directe
  3. Images de figures simples par une similitude directe

## HABILLETES, CONTENUS ET PLANS PAR SEANCE

### SEANCE1

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes
Construire	- des lieux géométriques
Démontrer	- des lieux géométriques

#### PLAN DE LA SEANCE1

- I. NOMBRES COMPLEXES ET CONFIGURATIONS DU PLAN
  1. Affixes et configuration
    - a. Affixe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment
    - b. Nombres complexes, distances et angles

### SEANCE2

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les caractérisations complexes : <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'un cercle</li> <li>• d'une droite</li> </ul>
Déterminer	- des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes
Construire	- des lieux géométriques
Démontrer	- des lieux géométriques

#### PLAN DE LA SEANCE2

- c. Caractérisation d'ensembles de points

### SEANCE3

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les caractérisations complexes : <ul style="list-style-type: none"> <li>• des points alignés</li> <li>• des triangles particuliers</li> </ul>
Déterminer	-la nature d'un triangle en utilisant les caractérisations complexes

#### PLAN DE LA SEANCE3

2. Caractérisation et configurations
  - a. Caractérisation complexe de points alignés
  - b. Caractérisation complexe des triangles particuliers

### SEANCE4

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- des points cocycliques
Déterminer	- la nature d'un triangle, d'un quadrilatère en utilisant les caractérisations complexes

#### PLAN DE LA SEANCE4

- c. Caractérisation complexe de l'angle droit
- d. Caractérisation complexe de points cocycliques

## SEANCE5

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'une translation</li> <li>• d'une symétrie centrale</li> <li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li> <li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li> </ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• translation</li> <li>• symétrie centrale</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'un des axes de coordonnées</li> </ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• translation</li> <li>• symétrie centrale</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li> </ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• translation</li> <li>• symétrie centrale</li> <li>• symétrie orthogonale par rapport à un axe du repère</li> </ul>

### PLAN DE LA SEANCE5

## II. NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN

### 1. Ecriture complexes des symétries

- a. Symétrie par rapport aux axes d'un repère
  - b. Symétrie par rapport à un point
2. Ecritures complexes des translations

## SEANCE6

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'une homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>\lambda</math></li> <li>• d'une rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li> </ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• homothétie</li> <li>• rotation</li> </ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>k</math></li> <li>• rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li> </ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"> <li>• homothétie</li> <li>• rotation</li> </ul>

### PLAN DE LA SENCE6

3. Ecriture complexe d'une homothétie
4. Ecriture complexe d'une rotation

## SEANCE7

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une similitude directe - les éléments caractéristiques d'une similitude directe - les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"><li>• d'une similitude directe</li></ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul>

### PLAN DE LA SEANCE7

#### III. SIMILITUDES DIRECTES DU PLAN

1. Définition et propriétés
2. Détermination d'une similitude directe

## SEANCE8

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	-l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un angle, par une transformation dont on connaît l'écriture complexe
Construire	- l'image d'un point par une similitude directe
Démontrer	- l'image d'un point par une similitude directe

### PLAN DE LA SEANCE8

3. Image de figures simples par une similitude directe

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 1/8

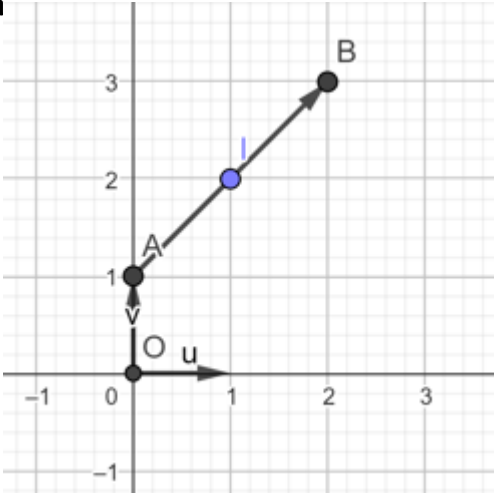
DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	- des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes
Construire	- des lieux géométriques
Démontrer	- des lieux géométriques

PLAN DE LA SEANCE

- I. NOMBRES COMPLEXES ET CONFIGURATION DU PLAN
  1. Affixes et configuration
    - a. Affixe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment
    - b. Nombres complexes, distances et angles

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<i>Présentation</i> 5 min	-Lecture -Travail collectif	-Donne l'énoncé de la situation d'apprentissage aux apprenants. -Demande aux apprenants de faire une lecture silencieuse de la situation. -Demande à un apprenant de lire à haute voix l'énoncé de la situation. -Lis l'énoncé de la situation d'apprentissage à haute voix.  <b>Question pour faire ressortir les tâches :</b> Qu'est-ce que les élèves décident de faire ?	-Les apprenants lisent silencieusement l'énoncé de la situation. -Un apprenant lis à haute voix l'énoncé de la situation. -Les apprenants écoutent Attentivement.  <u>REPONSE ATTENDUE</u> Les élèves décident de faire des recherches sur les similitudes directes pour construire des figures.	
<i>Développement</i> 25 min	-Travail individuel	<u>ACTIVITE</u> Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . 1. Soit A et B deux points d'affixes respectives $z_A = i$ et $z_B = 2 + 3i$ ; I est le milieu du segment [AB]. a. Place les points A et B dans le plan muni du repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . b. Compare $z_{\overline{AB}}$ et $z_B - z_A$ . c. Compare $z_I$ , l'affixe du point I et $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$ . d. Compare AB et $ z_B - z_A $ .	<u>REPONSES ATTENDUES</u> <b>1.a</b> 	<u>I. NOMBRES COMPLEXES ET CONFIGURATION DU PLAN</u> 1. <u>Affixes et configuration</u> a. <u>Affixe d'un vecteur, affixe du milieu d'un segment</u> <u>Propriété</u> Soit A et B deux points du plan d'affixes respectives $z_A$ et $z_B$ . ○ $z_{\overline{AB}} = z_B - z_A$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p>e. Compare <math>\arg(z_B - z_A)</math> et <math>\text{mes}(\vec{u}, \overrightarrow{AB})</math>.</p> <p>2. Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq D</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>.</p> <p>a. En utilisant la relation de Chasles, justifie que :</p> $\widehat{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})} = \widehat{(\vec{u}, \overrightarrow{AC})} - \widehat{(\vec{u}, \overrightarrow{AB})}.$ $\widehat{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})} = \widehat{(\vec{u}, \overrightarrow{CD})} - \widehat{(\vec{u}, \overrightarrow{AB})}.$ <p>b. Dédus-en que :</p> $\text{mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$	<p>b. <math>z_{\overrightarrow{AB}} = 2 + 2i</math>  <math>z_B - z_A = 2 + 3i - i</math>  <math>z_B - z_A = 2 + 2i</math>  <math>z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A</math></p> <p>c. <math>z_I = 1 + 2i</math>  <math>\frac{z_A + z_B}{2} = \frac{i + 2 + 3i}{2}</math>  <math>z_I = \frac{2 + 4i}{2}</math>  <math>z_I = 1 + 2i</math>  <math>\frac{z_A + z_B}{2} = z_I.</math></p> <p>d. En utilisant la propriété de Pythagore on obtient :  <math>AB = 2\sqrt{2}.</math>  <math> z_B - z_A  =  2 + 2i </math>  <math> z_B - z_A  = \sqrt{2^2 + 2^2}</math>  <math> z_B - z_A  = 2\sqrt{2}</math>  <math> z_B - z_A  = AB.</math></p> <p>e.  <math>\text{mes}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})</math>  <math>z_B - z_A = 2 + 2i</math>          Soit <math>\theta</math> un argument de <math>z_B - z_A</math>.  <math display="block">\begin{cases} \cos \theta = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}</math></p>	<p>o I étant le milieu de [AB], on a :</p> $z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$ <p>b. <u>Nombres complexes, distances et angles</u>  <u>Propriété</u></p> <p>Soit A, B, C et D quatre points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq D</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>o <math>AB =  z_B - z_A </math></li> <li>o <math>\text{mes}(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = \arg(z_B - z_A) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></li> <li>o <math>\text{mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></li> <li>o <math>\text{mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></li> </ul>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
			<p>On en déduit que :</p> $\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\arg(z_B - z_A) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\vec{u}, \vec{AB}) = \arg(z_B - z_A) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p><b>2.a.</b></p> $(\vec{AB}, \vec{AC}) = (\vec{AB}, \vec{u}) + (\vec{u}, \vec{AC})$ $(\vec{AB}, \vec{AC}) = -(\vec{u}, \vec{AB}) + (\vec{u}, \vec{AC})$ $(\vec{AB}, \vec{AC}) = (\vec{u}, \vec{AC}) - (\vec{u}, \vec{AB})$ $(\vec{AB}, \vec{CD}) = (\vec{AB}, \vec{u}) + (\vec{u}, \vec{CD})$ $(\vec{AB}, \vec{AC}) = -(\vec{u}, \vec{AB}) + (\vec{u}, \vec{CD})$ $(\vec{AB}, \vec{AC}) = (\vec{u}, \vec{CD}) - (\vec{u}, \vec{AB})$ <p><b>b.</b></p> $\text{mes}(\vec{AB}, \vec{AC}) = \text{mes}(\vec{u}, \vec{AC}) - \text{mes}(\vec{u}, \vec{AB})$ $\text{mes}(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg(z_C - z_A) - \arg(z_B - z_A) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 20 minutes</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE FIXATION</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B, C et D quatre points du plan d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math> tels que :</p> <p><math>z_A = 7 - i, z_B = 3 + 3i</math>  <math>z_C = -1 - i, z_D = 3 - 5i</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Détermine : <math>z_{\overline{AB}}</math>.</li> <li>Calcule <math>z_I</math> (I milieu de [AD]).</li> <li>Calcule AB.</li> <li>Détermine <math>\text{mes}(\vec{u}, \overline{AB})</math>.</li> <li>Détermine <math>\text{mes}(\overline{BC}, \overline{BD})</math>.</li> </ol>	$\text{mes}(\overline{AB}, \overline{CD}) = \text{mes}(\vec{u}, \overline{CD}) - \text{mes}(\vec{u}, \overline{AB})$ $\text{mes}(\overline{AB}, \overline{CD}) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\overline{AB}, \overline{AC}) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ <p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li> <math>z_{\overline{AB}} = z_B - z_A</math>  <math>z_{\overline{AB}} = 3 + 3i - 7 + i</math>  <math>z_{\overline{AB}} = -4 + 4i</math> </li> <li> <math>z_I = \frac{z_A + z_D}{2}</math>  <math>z_I = \frac{7 - i + 3 - 5i}{2}</math>  <math>z_I = \frac{10 - 6i}{2}</math>  <math>z_I = 5 - 3i</math> </li> <li> <math>AB =  z_B - z_A </math>  <math>AB =  3 + 3i - 7 + i </math>  <math>AB =  -4 + 4i </math>  <math>AB = 4\sqrt{2}</math> </li> </ol>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u> N°1, N°2, N°3 et N°4page 220 Pyramide T<sup>LE</sup> D</p>	<p>4.</p> $\text{mes}(\vec{u}, \widehat{AB}) = \arg(z_B - z_A) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\vec{u}, \widehat{AB}) = \arg(-4 + 4i) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\text{mes}(\vec{u}, \widehat{AB}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p>5.</p> $\text{mes}(\widehat{BC}, \widehat{BD}) = \arg\left(\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}\right) + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{3 - 5i - 3 - 3i}{-1 - i - 3 - 3i}$ $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{-8i}{-4 - 4i}$ $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{2i}{1 + i}$ $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{2i(1 - i)}{2}$ $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = 1 + i$ $\text{mes}(\widehat{BC}, \widehat{BD}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 2/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les caractérisations complexes : <ul style="list-style-type: none"><li>• d'un cercle</li><li>• d'une droite</li></ul>
Déterminer	- des lieux géométriques à l'aide des nombres complexes
Construire	- des lieux géométriques
Démontrer	- des lieux géométriques

PLAN DE LA SEANCE

c. Caractérisation d'ensembles de points

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>15 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail en groupes</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p><u>ACTIVITE</u></p> <p>Soient A et B deux points distincts du plan d'affixes respectives <math>z_A</math> et <math>z_B</math>. Détermine l'ensemble des points M d'affixe <math>z</math> du plan tels que :</p> <p>a. <math> z - z_A  =  z - z_B </math></p> <p>b. <math> z - z_A  = r, r \in \mathbb{R}_+^*</math></p> <p>c. <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>d. <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi,</math> <math>k \in \mathbb{Z}</math></p>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p><b>a.</b> <math> z - z_A  =  z - z_B  \Leftrightarrow MA = MB</math> L'ensemble des point M du plan tels que <math>MA = MB</math> est la médiatrice du segment [AB]. L'ensemble des points M d'affixe <math>z</math> du plan tels que : <math> z - z_A  =  z - z_B </math> est la médiatrice du segment [AB].</p> <p><b>b.</b> Posons : <math>z = x + iy, z_A = a + a'i</math> avec <math>x, y, a</math> et <math>a'</math> des réels. <math> z - z_A  = r \Leftrightarrow</math> <math>\sqrt{(x - a)^2 + (y - a')^2} = r \Leftrightarrow</math> <math>(x - a)^2 + (y - a')^2 = r^2</math> L'ensemble des points M d'affixe <math>z</math> du plan tels que : <math> z - z_A  = r, r \in \mathbb{R}_+^*</math> est le cercle de centre A et de rayon <math>r</math>.</p> <p><b>c.</b> <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = k\pi \Leftrightarrow</math> <math>\text{mes}\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right) = 0</math> ou</p>	<p><b>c. Caractérisation d'ensembles de points</b></p> <p>Soient A et B deux points distincts du plan d'affixes respectives <math>z_A</math> et <math>z_B</math>. L'ensemble des points M d'affixe <math>z</math> du plan tels que : <math> z - z_A  =  z - z_B </math> est la médiatrice du segment [AB]. <math> z - z_A  = r, r \in \mathbb{R}_+^*</math> est le cercle de centre A et de rayon <math>r</math>. <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}</math> est la droite (AB) privée des points A et B. <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi,</math> <math>k \in \mathbb{Z}</math>, est le cercle de diamètre [AB] privée des points A et B.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> On considère les points A(1; 1), B(0; -2), C(-1; -1) et D(0; -1). Dans chaque cas, détermine l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant la condition donnée :</p>	<p>mes(<math>\widehat{MA, MB}</math>) = <math>\pi</math> ou mes(<math>\widehat{MA, MB}</math>) = <math>-\pi</math> A, B et C sont alignés. L'ensemble des points M d'affixe z du plan tels que : <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = k\pi, k \in \mathbb{Z}</math> est la droite (AB) privée des points A et B.</p> <p><b>d.</b> <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow</math> <math>\text{mes}(\widehat{MA, MB}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi</math> M appartient au cercle de diamètre [AB]. L'ensemble des points M d'affixe z du plan tels que : <math>\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,</math> <math>k \in \mathbb{Z}</math> est le cercle de diamètre [AB] privée des points A et B.</p> <p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1. <math> 2z + 2 + 2i  = 4</math> <math>2 z + 1 + i  = 4</math> <math> z - (-1 - i)  = 2</math> <math> z - z_c  = 2</math> L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant</p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math> 2z + 2 + 2i  = 4</math></li> <li>2. <math> z - 1 - i  = 1</math></li> <li>3. <math> z - 1 - i  =  z + 2i </math></li> <li>4. <math> z + i  =  z + 1 + i </math></li> </ol>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p><math> 2z + 2 + 2i  = 4</math> est le cercle de centre C et de rayon 2.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. <math> z - 1 - i  = 1</math>  <math> z - (1 + i)  = 1</math>  <math> z - z_A  = 1</math>  L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant <math> z - 1 - i  = 1</math> est le cercle de centre A et de rayon 1.</li> <li>3. <math> z - 1 - i  =  z + 2i </math>  <math> z - (1 + i)  =  z - (-2i) </math>  <math> z - z_A  =  z - z_B </math>  L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant <math> z - 1 - i  =  z + 2i </math> est la médiatrice du segment [AB] privée des points A et B.</li> <li>4. <math> z + i  =  z + 1 + i </math>  <math> z - z_D  =  z - z_C </math>  L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant <math> z + i  =  z + 1 + i </math> est la Médiatrice du segment [DC] privée des points D et C.</li> </ol>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 3/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les caractérisations complexes : <ul style="list-style-type: none"><li>• des points alignés</li><li>• des triangles particuliers</li></ul>
Déterminer	-la nature d'un triangle en utilisant les caractérisations complexes

PLAN DE LA SEANCE

2. Caractérisation et configurations
  - a. Caractérisation complexe de points alignés
  - b. Caractérisation complexe des triangles particuliers

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail en groupes</p>	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE1</u></p> <p>Le plan est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B et C trois points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq A</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B</math> et <math>z_C</math>.</p> <p>1. Justifie que : A, B et C sont alignés <math>\Leftrightarrow</math>  <math display="block">\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>2. Déduis-en à quel ensemble appartient le rapport <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1. Montrons que A, B et C sont alignés <math>\Rightarrow</math> <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>Si A, B et C sont alignés alors <math>\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>.  Or <math>\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>Si A, B et C sont alignés alors <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>. (1)</p> <p>Montrons que si <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math> alors A, B et C sont alignés.  <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi</math> donc on a:  <math>\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math> donc A, B et C sont alignés (2).  D'après (1) et (2) A, B et C sont alignés équivaut à  <math display="block">\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math></p> <p>2.  <math display="block">\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math></p>	<p>2. <u>Caractérisation et configurations</u></p> <p>a. <u>Caractérisation complexe de points alignés</u>  <u>Propriété</u></p> <p>Soient A, B et C trois points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq A</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B</math> et <math>z_C</math>.  A, B et C sont alignés équivaut à <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*</math></p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 10 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B et C trois points d'affixes respectives <math>a, b</math> et <math>c</math>, telles que : <math>a = -3i, b = 1 - i</math> et <math>c = 2 + i</math>. Démontre que les points A, B et C sont alignés.</p>	<p>Soit <math>r</math> le module de <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}</math></p> $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = r(\cos k\pi + i \sin k\pi)$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = r \cos k\pi$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \pm r$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*$ <p><u>REPONSE ATTENDUE</u></p> $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{c - a}{b - a}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 + i + 3i}{1 - i + 3i}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 + 4i}{1 + 2i}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{(2 + 4i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 - 4i + 4i + 8}{1 + 4}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{10}{5}$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 2$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}^*.$ <p>Les points A, B et C sont alignés.</p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail en groupes</p>	<p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE2</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B et C trois points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq A</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B</math> et <math>z_C</math>.</p> <p><b>1.</b> Dans chacun des cas suivants</p> <p>a. Détermine <math>\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right </math></p> <p>b. Détermine <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)</math></p> <p>c. Déduis-en la forme exponentielle de <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}</math></p> <p>Cas1 : ABC est un triangle isocèle en A et <math>\text{mes}\hat{A} = \alpha</math> (<math>\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p>Cas2 : ABC est un triangle équilatéral.</p> <p><b>2.</b> ABC est un triangle rectangle en A.</p> <p>a. Détermine <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)</math></p> <p>b. Déduis à quel ensemble appartient le rapport <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}</math></p> <p><b>C.</b> Si ABC est un triangle rectangle et isocèle en A, détermine la forme algébrique</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p><b>A. Cas1 :</b> ABC est un triangle isocèle en A et <math>\text{mes}\hat{A} = \alpha</math> (<math>\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p>a. ABC est un triangle isocèle en A. <math>AB = AC \Leftrightarrow  z_B - z_A  =  z_C - z_A </math> <math>\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  = \frac{ z_C - z_A }{ z_B - z_A } = 1.</math></p> <p>b. <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>c. <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\alpha}</math></p> <p><b>Cas2 :</b> ABC est un triangle équilatéral.</p> <p>a. <math>AB = AC \Leftrightarrow  z_B - z_A  =  z_C - z_A </math> <math>\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  = \frac{ z_C - z_A }{ z_B - z_A } = 1.</math></p> <p>b. <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>c. <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}</math></p> <p><b>2. a.</b> <math>\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p>	<p>b. <u>Caractérisation complexe des triangles particuliers</u> <u>Propriété</u></p> <p>Soient A, B et C trois points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq A</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B</math> et <math>z_C</math>.</p> <p>ABC est un triangle isocèle en A équivaut à <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\theta}</math> (<math>\theta \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>)</p> <p>ABC est un triangle équilatéral équivaut à <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{i\frac{\pi}{3}}</math> ou <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = e^{-i\frac{\pi}{3}}</math></p> <p>ABC est un triangle rectangle en A équivaut à <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \alpha i</math> (<math>\alpha \in \mathbb{R}^*</math>)</p> <p>ABC est un triangle rectangle et isocèle en A équivaut à</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Évaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p>de : <math>\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}</math>.</p> <p><b>EXERCICE DE FIXATION</b> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Soient A, B et C trois points d'affixes respectives : <math>-1 + i</math>, <math>2i</math> et <math>2 - 2i</math> Démontre que ABC est un triangle rectangle en A.</li> <li>Soient E, F et G trois points d'affixes respectives : <math>1 + i</math>, <math>3 + 2i</math> et <math>-i</math> Détermine la nature du triangle EFG.</li> </ol>	<p><b>b.</b>  <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = r \left( \cos \left( \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right) \right)</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \pm ri, r \in \mathbb{R}^*</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*</math> <p><b>C.</b> ABC est un triangle rectangle et isocèle en A donc  <math display="block">\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  = 1</math> et  <math display="block">\arg \left( \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \pm i, (r = 1).</math></p> <p><b>REPONSES ATTENDUES</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 - 2i + 1 - i}{2i + 1 - i}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3 - 3i}{1 + i}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{(3 - 3i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3 - 3i - 3i - 3}{1 + 1}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-6i}{2}</math> </li> </ol> </p>	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i \text{ ou } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -i$

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u> N°10 et N°12 page 221 Pyramide T<sup>LE</sup> D</p>	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = -3i$ $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*$ <p>ABC est un triangle rectangle en A.</p> <p>2.</p> $\left  \frac{z_F - z_E}{z_G - z_E} \right  = \left  \frac{-1 - 1 - i}{3 + 2i - 1 - i} \right $ $\left  \frac{z_F - z_E}{z_G - z_E} \right  = \left  \frac{-2 - i}{2 + i} \right $ $\left  \frac{z_F - z_E}{z_G - z_E} \right  =  -1  \times \left  \frac{1 + i}{2 + i} \right $ $\left  \frac{z_F - z_E}{z_G - z_E} \right  = 1$ <p>EFG est un triangle isocèle en E.</p>	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 4/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- des points cocycliques
Déterminer	- la nature d'un triangle, d'un quadrilatère en utilisant les caractérisations complexes

PLAN DE LA SEANCE

- c. Caractérisation complexe de l'angle droit
- d. Caractérisation complexe de points cocycliques

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>10 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>10 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail en groupes</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p><u>ACTIVITE1</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>.</p> <p>Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq D</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>.</p> <p>1. Justifie que <math>(AB) \perp (CD)</math> équivaut à <math>\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>2. Déduis-en à quel ensemble appartient le rapport <math>\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}</math>.</p>	<p><u>REPNSES ATTENDUES</u></p> <p>1. Si <math>(AB) \perp (CD)</math> alors</p> $\text{mes}(\widehat{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})}) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ <p>Si <math>\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math> alors <math>\text{mes}(\widehat{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>Donc <math>(AB) \perp (CD)</math>.</p> <p>Conclusion :</p> <p><math>(AB) \perp (CD)</math> équivaut à <math>\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>2. Soit <math>r</math> le module du rapport <math>\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}</math>.</p> $\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} = r \left( \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) \right)$ $\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} = \pm ri$ $\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*.$	<p>c. <u>Caractérisation de l'angle droit</u></p> <p>Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq D</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>.</p> <p>La droite (AB) est perpendiculaire à la droite (CD) équivaut à <math>\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*</math></p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 10 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B et C trois points d'affixes respectives <math>a, b</math> et <math>c</math>, telles que : <math>a = 3 - i, b = 2i</math> et <math>c = 2 - 2i</math>. Démontre que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.</p>	<p><u>REPONSE ATTENDUE</u>  <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{2 - 2i - 3 + i}{2i - 3 + i}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-1 - i}{-3 + 3i}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{(-1 - i)(-3 - 3i)}{(-3 + 3i)(-3 - 3i)}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3 + 3i + 3i - 3}{9 + 9}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{6i}{18}</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{3}i</math> <math display="block">\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in i\mathbb{R}^*</math> <p>Les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.</p> </p>	
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail en groupes</p>	<p><u>ACTIVITE2</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que <math>A \neq B</math> et <math>C \neq D</math> d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>. On rappelle que les points A, B, C et D sont cocycliques si et seulement si A, B et C sont non alignés et</p>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. Si  <math display="block">\text{mes}(\widehat{CA, CA}) = \text{mes}(\widehat{CA, CA}) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math> alors  <math display="block">\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) = \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math> <math display="block">\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) - \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \text{ (a)}</math> </p>	<p>d. <u>Caractérisation complexe de points cocycliques</u> Soient A, B, C et D quatre points deux à deux distincts d'affixes respectives <math>z_A, z_B, z_C</math> et <math>z_D</math>. Les points A, B, C et D sont cocycliques équivaut à  <math display="block">\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} : \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D} \in \mathbb{R}^*.</math> </p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p> <math>\text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) = \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            1. Justifie que  <math>\text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) = \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            équivaut à  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) - \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            2. Justifie que :  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} : \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            3. Déduis à quel ensemble appartient le quotient  <math>\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} : \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}</math> </p>	<p>           Si  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) - \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            alors  <math>\text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) - \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) = +k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>  <math>\text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) = \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math> (b)            D'après (a) et (b)  <math>\text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) = \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CA}}) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            équivaut à  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) - \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            2.  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right) - \arg\left(\frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            équivaut à  <math>\arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} : \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D}\right) = k\pi, (k \in \mathbb{Z})</math>            3.  <math>\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} : \frac{z_B - z_D}{z_A - z_D} \in \mathbb{R}^*</math> </p>	



DISCIPLINE : MATHÉMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPÉTENCE3

THÈME1 : GÉOMÉTRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GÉOMÉTRIE DU PLAN

SEANCE : 5/8

DURÉE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATÉRIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"><li>• d'une translation</li><li>• d'une symétrie centrale</li><li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li><li>• de la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li></ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• translation</li><li>• symétrie centrale</li><li>• symétrie orthogonale par rapport à l'un des axes de coordonnées</li></ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• translation</li><li>• symétrie centrale</li><li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des abscisses</li><li>• symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées</li></ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• translation</li><li>• symétrie centrale</li><li>• symétrie orthogonale par rapport à un axe du repère</li></ul>

## PLAN DE LA SEANCE

### II. NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN

1. Ecritures complexes des symétries
  - a. Symétrie par rapport aux axes d'un repère
  - b. Symétrie par rapport à un point
2. Ecriture complexe d'une translation

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>15 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>20 min</p>	<p>-Travail en groupes</p> <p>-Travail en groupes</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p><b>ACTIVITE</b></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{i}, \vec{j})</math>. Soient <math>a, a', b, b', \alpha</math> et <math>\beta</math> des nombres réels non nuls ; <math>M</math> et <math>\Omega</math> des points d'affixes respectives <math>z</math> et <math>\omega</math> ; <math>\vec{u}</math> un vecteur non nul d'affixe <math>m</math>.</p> <p>On pose :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>z = a + ib; \omega = a' + ib'</math> et <math>m = \alpha + i\beta</math></li> <li>▪ <math>M_1</math> l'image de <math>M</math> par la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{u})</math>.</li> <li>▪ <math>M_2</math> l'image de <math>M</math> par la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{v})</math>.</li> <li>▪ <math>M_3</math> l'image de <math>M</math> par la symétrie centrale de centre <math>O</math>.</li> <li>▪ <math>M_4</math> l'image de <math>M</math> par la symétrie centrale de centre <math>\Omega</math>.</li> <li>▪ <math>M_5</math> l'image de <math>M</math> par la translation de vecteur <math>\vec{u}</math>.</li> </ul>	<p><b>REPONSES ATTENDUES</b></p> <p>1.</p>	<p><b>II. NOMBRES COMPLEXES ET TRANSFORMATIONS DU PLAN</b></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>.</p> <p>1. <u>Écritures complexes des symétries</u></p> <p><math>M</math> et <math>M'</math> sont deux points d'affixes respectives <math>z</math> et <math>z'</math>.</p> <p>a. <u>Symétrie par rapport aux axes d'un repère</u></p> <p><u>Propriété</u></p> <p><math>M'</math> est l'image de <math>M</math> par la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{u})</math> si et seulement si <math>z' = \bar{z}</math>.</p> <p>On dit aussi que l'écriture complexe de la symétrie orthogonale d'axe <math>(OI)</math> est : <math>z' = \bar{z}</math> où <math>\vec{OI} = \vec{u}</math></p> <p><math>M'</math> est l'image de <math>M</math> par la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{v})</math> si et seulement si</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Place le point <math>M</math> et <math>\Omega</math> dans le plan.</li> <li>2. Construis le point <math>M_1</math> et exprime son affixe <math>z_1</math> en fonction de <math>\bar{z}</math>.</li> <li>3. Construis le point <math>M_2</math> et exprime son affixe <math>z_2</math> en fonction de <math>\bar{z}</math>.</li> <li>4. Construis le point <math>M_3</math> et exprime son affixe <math>z_3</math> en fonction de <math>z</math>.</li> <li>5. Construis le point <math>M_4</math> et exprime son affixe <math>z_4</math> en fonction de <math>z</math> et <math>\omega</math>.</li> <li>6. Construis le point <math>M_5</math> et exprime son affixe <math>z_5</math> en fonction de <math>z</math> et <math>m</math>.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. <math>z_1 = a - ib</math> <math>z_1 = \bar{z}</math></li> <li>3. <math>z_2 = -a + ib</math> <math>z_2 = -(a - ib)</math> <math>z_2 = -\bar{z}</math></li> <li>4. <math>z_3 = -a - ib</math> <math>z_3 = -(a + ib)</math> <math>z_3 = -z</math></li> <li>5. <math>z_4 = (2a' - a) + i(2b' - b)</math> <math>z_4 = -(a + ib) + 2(a' + ib')</math> <math>z_4 = -z + 2\omega</math></li> <li>6. <math>z_5 = (a + \alpha) + i(b + \beta)</math> <math>z_5 = (a + ib) + (\alpha + i\beta)</math> <math>z_5 = z + m</math></li> </ol>	<p><math>z' = -\bar{z}</math>.</p> <p>On dit aussi que l'écriture complexe de la <i>symétrie orthogonale d'axe (OJ)</i> est : <math>z' = -\bar{z}</math> où <math>\vec{OJ} = \vec{v}</math></p> <p>b. <u>Symétrie par rapport à un point</u> <u>Propriété</u></p> <p><math>M'</math> est l'image de <math>M</math> par la <i>symétrie centrale de centre O</i> si et seulement si <math>z' = -z</math>.</p> <p>On dit aussi que l'écriture complexe de la symétrie centrale de centre <math>O</math> est : <math>z' = -z</math>.</p> <p><math>M'</math> est l'image de <math>M</math> par la <i>symétrie centrale de centre <math>\Omega</math></i> d'affixe <math>\omega</math> si et seulement si <math>z' = -z + 2\omega</math>.</p> <p>On dit aussi que l'écriture complexe de la symétrie centrale de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> est : <math>z' = -z + 2\omega</math></p> <p>2. <u>Écriture complexe d'une translation</u> <u>Propriété</u></p> <p><math>M</math> et <math>M'</math> sont deux points d'affixes respectives <math>z</math> et <math>z'</math>. L'écriture complexe d'une</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Evaluation</i> 20 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><u>EXERCICE DE FIXATION</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. M est un point du plan d'affixe <math>z = 1 + 2i</math>. Détermine l'affixe de l'image du point A par :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{u})</math>.</li> <li>la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, \vec{v})</math>.</li> <li>la symétrie centrale de centre O.</li> <li>la symétrie centrale de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>-1 - i</math>.</li> <li>la translation de vecteur <math>\vec{w}</math> d'affixe <math>b = -2 - i</math>.</li> </ol>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>L'écriture complexe de la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, I)</math> est : <math>z' = \bar{z}</math>.  <math>z_1 = \bar{z}</math>  <math>z_1 = \overline{1 - 2i}</math>  <math>z_1 = 1 - 2i</math></li> <li>L'écriture complexe de la symétrie orthogonale d'axe <math>(O, J)</math> est : <math>z' = -\bar{z}</math>.  <math>z_2 = -\bar{z}</math>  <math>z_2 = \overline{-1 - 2i}</math>  <math>z_2 = -(1 - 2i)</math>  <math>z_2 = -1 + 2i</math></li> <li>L'écriture complexe de la symétrie centrale de centre O est : <math>z' = -z</math>.  <math>z_3 = -z</math>  <math>z_3 = -(1 + 2i)</math>  <math>z_3 = -1 + 2i</math></li> <li>L'écriture complexe de la symétrie centrale de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> est : <math>z' = -z + 2\omega</math>.  <math>z_4 = -z + 2(-1 - i)</math>  <math>z_4 = -(1 + 2i) + 2(-1 - i)</math></li> </ol>	<p>transformation du plan est celle d'une translation de vecteur <math>\vec{w}</math> d'affixe <math>b</math> si et seulement si <math>z' = z + b</math>.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p style="text-align: center;"><u>EXERCICE DE MAISON</u>  N°19 page 221  N°22, N°23 et N°24 page 222  Pyramide T<sup>LE</sup> D</p>	$z_4 = -1 - 2i - 2 - 2i$ $z_4 = -3 - 4i$ <p>e. L'écriture complexe de la translation de vecteur <math>\vec{w}</math> d'affixe <math>b</math> est : <math>z' = z + b</math>.</p> $z_5 = z + (-2 - i)$ $z_5 = (1 + 2i) + (-2 - i)$ $z_5 = 1 + 2i - 2 - i$ $z_5 = -1 + i$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 6/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"><li>• d'une homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>\lambda</math></li><li>• d'une rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li></ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• homothétie</li><li>• rotation</li></ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>k</math></li><li>• rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math></li></ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• homothétie</li><li>• rotation</li></ul>

PLAN DE LA SEANCE

3. Ecriture complexe d'une homothétie
4. Ecriture complexe d'une rotation

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
15 min  <i>Développement</i> 10 min	-Travail en groupe  -Travail individuel	Correction des exercices de maison  <u>ACTIVITE1</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . Soit $M'(z')$ l'image de $M(z)$ par l'homothétie de centre $\Omega$ d'affixe $\omega$ et de rapport $k$ , ( $k \in \mathbb{R}^*$ ). 1. Détermine l'affixe de chacun des vecteurs $\overrightarrow{\Omega M'}$ et $k\overrightarrow{\Omega M}$ . 2. Justifie que : $z' - \omega = k(z - \omega)$ . 3. Déduis-en l'expression de $z'$ en fonction de $z$ . 4. Déduis-en l'expression de $z'$ en fonction de $z$ lorsque le centre de l'homothétie est le point O.	<u>REPONSES ATTENDUES</u> 1. $z_{\overrightarrow{\Omega M'}} = z_{M'} - z_{\Omega}$ $z_{\overrightarrow{\Omega M'}} = z' - \omega$ $z_{k\overrightarrow{\Omega M}} = kz_{\overrightarrow{\Omega M}}$ $z_{k\overrightarrow{\Omega M}} = k(z_M - z_{\Omega})$ $z_{k\overrightarrow{\Omega M}} = k(z - \omega)$ . 2. $M'(z')$ l'image de $M(z)$ par l'homothétie de centre $\Omega$ d'affixe $\omega$ et de rapport $k$ , ( $k \in \mathbb{R}^*$ ) donc $\overrightarrow{\Omega M'} = k\overrightarrow{\Omega M}$ $z_{\overrightarrow{\Omega M'}} = z_{k\overrightarrow{\Omega M}}$ $z' - \omega = k(z - \omega)$ . 3. $z' - \omega = k(z - \omega)$ $z' = k(z - \omega) + \omega$ $z' = kz - k\omega + \omega$ $z' = kz + (1 - k)\omega$ . 4. Si le centre de l'homothétie est le point O alors $\omega = 0$ . On obtient : $z' = kz$ .	3. <u>écriture complexe d'une homothétie</u> <u>Propriété</u> M et M' sont deux points du plan d'affixes respectives $z$ et $z'$ et $k$ un nombre réel non nul.  L'écriture complexe d'une transformation du plan est celle d'une homothétie de centre O et de rapport $k$ si et seulement si $z' = kz$ .  L'écriture complexe d'une transformation du plan est celle d'une homothétie de centre $\Omega$ d'affixe $\omega$ et de rapport $k$ si et seulement si $z' = kz + b$ où $b$ est un nombre complexe tel que : $b = \omega - k\omega$ .
<i>Évaluation</i> 10 min	-Travail individuel	<u>EXERCICE DE FIXATION</u> Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . M et M' sont deux points du plan d'affixes respectives $z$ et $z'$	<u>REPONSES ATTENDUES</u> $z' = 7z + 3 - i$ $f$ est sous la forme $z' = kz + b$ avec $k = 7$ et $b = 3 - i$ donc $f$ est une homothétie.	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Développement</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p>Soit <math>f</math> la transformation du plan qui à tout point <math>M</math> d'affixe <math>z</math> associe le point <math>M'</math> d'affixe <math>z'</math> tel que : <math>z' = 7z + 3 - i</math>. Justifie que <math>f</math> est une homothétie puis précise son rapport et son centre.</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE2</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soit <math>M'(z')</math> l'image de <math>M(z)</math> par la rotation de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> et d'angle orienté <math>\theta</math> (<math>\theta \in \mathbb{R}</math>)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcule les distances <math>\Omega M</math> et <math>\Omega M'</math>.</li> <li>2. Exprime <math>\arg\left(\frac{z' - \omega}{z - \omega}\right)</math> en fonction de <math>\theta</math>.</li> <li>3. Justifie que <math>\frac{z' - \omega}{z - \omega} = e^{i\theta}</math></li> <li>4. Déduis que :</li> </ol>	<p>Le rapport de l'homothétie <math>f</math> est : <math>k = 7</math>. On a : <math>b = (1 - k)\omega</math> On en déduit que :</p> $\omega = \frac{b}{1 - k}$ $\omega = \frac{3 - i}{1 - 7}$ $\omega = \frac{-6}{-6}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6}i$ <p><math>f</math> est l'homothétie de rapport 7 et de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> avec</p> $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6}i.$ <p style="text-align: center;"><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\Omega M =  z - \omega </math> <math>\Omega M' =  z' - \omega </math></li> <li>2. <math>M'</math> est l'image de <math>M</math> par la rotation de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> et d'angle orienté <math>\theta</math> donc <math>\Omega M = \Omega M'</math> et <math>\text{mes}(\widehat{\Omega M, \Omega M'}) = \theta</math>. <math>\text{mes}(\widehat{\Omega M, \Omega M'}) = \arg\left(\frac{z' - \omega}{z - \omega}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math> <math>\arg\left(\frac{z' - \omega}{z - \omega}\right) = \theta + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math></li> </ol>	<p style="text-align: center;">4. <u>Ecriture complexe d'une rotation</u> <u>Propriété</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. <math>M</math> et <math>M'</math> sont deux points du plan d'affixes respectives <math>z</math> et <math>z'</math>. L'écriture complexe d'une transformation du plan est celle d'une rotation de centre</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Évaluation</i> 10 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><math>z' = e^{i\theta} z + (1 - e^{i\theta})\omega</math></p> <p>5. Déduis-en l'écriture complexe de la rotation de centre le point O et d'angle orienté <math>\theta</math>.</p> <p><b>EXERCICE DE FIXATION</b></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. M et M' sont deux points du plan d'affixes respectives <math>z</math> et <math>z'</math>. Soit <math>f</math> la transformation du plan qui à tout point M d'affixe <math>z</math> associe le point M' d'affixe <math>z'</math> tel que :</p> $z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)z + 3i$ <p>Justifie que <math>f</math> est une rotation puis précise son angle et son centre.</p>	<p>3. <math> z - \omega  =  z' - \omega </math> donc</p> $\left \frac{z' - \omega}{z - \omega}\right  = 1$ $\frac{z' - \omega}{z - \omega} = \left \frac{z' - \omega}{z - \omega}\right  \times e^{i\theta}$ $\frac{z' - \omega}{z - \omega} = e^{i\theta}$ <p>4.</p> $\frac{z' - \omega}{z - \omega} = e^{i\theta} \text{ équivaut à}$ $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$ $z' = e^{i\theta}z - e^{i\theta}\omega + \omega$ $z' = e^{i\theta}z + (1 - e^{i\theta})\omega$ <p>5. <math>z' = e^{i\theta}z</math></p> <p><b>REPONSES ATTENDUES</b></p> $z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)z + 3i$ $z' = e^{i\frac{\pi}{6}}z + 3i$ <p><math>f</math> est sous la forme <math>z' = e^{i\theta}z + b</math> avec <math>b = 3i</math> donc <math>f</math> est une rotation. <math>b = (1 - e^{i\frac{\pi}{6}})\omega</math>. On en déduit que :</p> $\omega = \frac{b}{1 - e^{i\frac{\pi}{6}}}$ $\omega = \frac{3i}{1 - e^{i\frac{\pi}{6}}}$	<p>O et d'angle orienté de mesure <math>\theta</math> si et seulement si <math>z' = e^{i\theta}z</math>.</p> <p>L'écriture complexe d'une transformation du plan est celle d'une rotation de centre <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> et d'angle orienté de mesure <math>\theta</math> si et seulement si</p> $z' = e^{i\theta}z + b$ <p>où <math>b</math> est un nombre complexe tel que : <math>b = \omega - e^{i\theta}\omega</math>.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
	-Travail individuel	<p align="center"><u>EXERCICE DE MAISON</u> N°30, N°31, N°33 et N°34 page 222 Pyramide T<sup>LE</sup> D</p>	$\omega = \frac{3i}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)}$ $\omega = \frac{3i}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}$ $\omega = \frac{3i}{6i}$ $\omega = \frac{(2 - \sqrt{3}) + i}{6i[(2 - \sqrt{3}) - i]}$ $\omega = \frac{6 + 6(2 - \sqrt{3})i}{(2 - \sqrt{3})^2 + 1}$ $\omega = \frac{6 + 6(2 - \sqrt{3})i}{4 - 4\sqrt{3} + 3 + 1}$ $\omega = \frac{6 + 6(2 - \sqrt{3})i}{8 - 4\sqrt{3}}$ $\omega = \frac{3 + 3(2 - \sqrt{3})i}{4 - 2\sqrt{3}}$ $\omega = \frac{3}{4 - 2\sqrt{3}} + \frac{3(2 - \sqrt{3})}{4 - 2\sqrt{3}}i$ $\omega = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{2} + \frac{3}{2}i$	

DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 7/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Connaître	- la définition d'une similitude directe - les éléments caractéristiques d'une similitude directe - les formules relatives à l'écriture complexe : <ul style="list-style-type: none"><li>• d'une similitude directe</li></ul>
Reconnaître	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul>
Déterminer	-l'écriture complexe d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul> -les éléments caractéristiques, connaissant son écriture complexe, d'une : <ul style="list-style-type: none"><li>• similitude directe</li></ul>

PLAN DE LA SEANCE

### III. SIMILITUDES DIRECTES DU PLAN

1. Définition et propriétés
2. Détermination d'une similitude directe

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>20 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>25 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p style="text-align: center;"><u>ACTIVITE</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. On désigne par <math>\Omega</math> le point d'affixe <math>\omega</math>. Soit <math>r</math> la rotation de centre <math>\Omega</math> et d'angle orienté <math>\theta</math> et <math>h</math> l'homothétie de centre <math>\Omega</math> et de rapport <math>k, k \in \mathbb{R}^*</math>.</p> <p>1. a. Donne l'écriture complexe de <math>r</math>. b. Donne l'écriture complexe de <math>h</math>.</p> <p>2. a. Justifie que l'écriture complexe de <math>hor</math> est : <math>z \mapsto ke^{i\theta}(z - \omega) + \omega</math>. b. Dédus-en que l'écriture complexe de <math>hor</math> est sous la forme : <math>z' = az + b</math> où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres complexes à déterminer.</p>	<p style="text-align: center;"><u>REPNSES ATTENDUES</u></p> <p>1. a. L'écriture complexe de <math>r</math> est : <math>z' = e^{i\theta}z - e^{i\theta}\omega + \omega</math>. b. L'écriture complexe de <math>h</math> est : <math>z' = kz - k\omega + \omega</math>.</p> <p>2. a. <math>(hor)(z) = h[r(z)]</math> <math>(hor)(z) = kr(z) - k\omega + \omega</math> <math>(hor)(z) = k[e^{i\theta}z - e^{i\theta}\omega + \omega] - k\omega + \omega</math> <math>(hor)(z) = ke^{i\theta}z - ke^{i\theta}\omega + k\omega - k\omega + \omega</math> <math>(hor)(z) = ke^{i\theta}z - ke^{i\theta}\omega + \omega</math> L'écriture complexe de <math>hor</math> est : <math>z' = ke^{i\theta}(z - \omega) + \omega</math></p> <p>b. <math>z' = ke^{i\theta}(z - \omega) + \omega</math> L'écriture complexe de <math>hor</math> est sous la forme : <math>z' = az + b</math> où <math>a = ke^{i\theta}</math> et <math>b = \omega - ke^{i\theta}\omega</math>.</p>	<p>III. <u>SIMILITUDES DIRECTES DU PLAN</u></p> <p>1. <u>Définition et propriétés</u></p> <p>a. <u>Définition</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. <math>M</math> et <math>M'</math> sont deux points du plan et <math>k</math> un nombre réel strictement positif. On appelle similitude de rapport <math>k</math>, toute transformation du plan, telle que pour tous points <math>M</math> et <math>N</math> d'images respectives <math>M'</math> et <math>N'</math>, <math>M'N' = kMN</math>. On appelle similitude directe de rapport <math>k</math> toute similitude qui conserve l'orientation et les angles.</p> <p>b. <u>Propriétés</u></p> <p style="text-align: center;"><u>Propriété 1</u></p> <p>Toute similitude directe de rapport <math>k</math> est :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ soit une translation</li> <li>○ soit une rotation</li> </ul>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				<ul style="list-style-type: none"> <li>○ soit une homothétie</li> <li>○ soit la composée d'une rotation et d'une homothétie de rapport <math>k</math>.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><u>Propriété<sup>2</sup></u></p> <p>Toute similitude directe de rapport différent de 1 admet un point invariant appelé centre de la similitude.</p> <p style="text-align: center;"><u>Propriété<sup>3</sup></u></p> <p>Soit <math>S</math> une similitude de rapport <math>k</math> différent de 1 et de centre <math>\Omega</math>. Il existe une unique homothétie <math>H</math> de rapport <math>k</math> et de centre <math>\Omega</math> et une unique rotation <math>R</math> de centre <math>\Omega</math> et d'angle <math>\theta</math> telle que : <math>S=HoR= RoH</math>. L'angle de la rotation est appelé angle de la similitude.</p> <p style="text-align: center;">2. <u>Détermination d'une similitude directe</u></p> <p style="text-align: center;"><u>Propriété<sup>1</sup></u></p> <p>Si <math>S</math> est une similitude plane directe, alors il existe un unique couple <math>(a; b)</math> appartenant à <math>\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}</math>, tel que l'écriture complexe de <math>S</math> soit <math>z' = az + b</math>.</p>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
				<p>L'application du plan dans lui-même associé à l'application complexe qui à tout point M d'affixe <math>z</math> associe le point M' d'affixe <math>z'</math> telle que <math>z' = az + b</math> où <math>a \in \mathbb{C}^*</math> et <math>b \in \mathbb{C}</math> est une similitude plane directe.</p> <p><u>Propriété2</u></p> <p>Soit <math>z' = az + b</math> l'écriture complexe d'une similitude directe qui n'est pas une translation.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ son centre est le point <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega</math> tel que <math>\omega = a\omega + b</math> ou <math display="block">\omega = \frac{b}{1-a}</math></li> <li>○ son rapport est : <math>k =  a </math>.</li> <li>○ son angle est égal à <math>\text{Arg}(a)</math>.</li> </ul> <p><u>Détermination d'une transformation du plan dont on connaît l'écriture complexe.</u> (Voir tableau annexe)</p>



DISCIPLINE : MATHEMATIQUES

NIVEAU : T<sup>LE</sup> D

COMPETENCE3

THEME1 : GEOMETRIE DU PLAN

LEÇON9 : NOMBRES COMPLEXES ET GEOMETRIE DU PLAN

SEANCE : 8/8

DUREE DE LA SEANCE : 55 minutes

MATERIELS DIDACTIQUES : Manuel

HABILETES	CONTENUS
Déterminer	-l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un angle, par une transformation dont on connait l'écriture complexe
Construire	- l'image d'un point par une similitude directe
Démontrer	- l'image d'un point par une similitude directe

PLAN DE LA SEANCE

3. Images de figures simples par une similitude directe

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p>20 min</p> <p><i>Développement</i></p> <p>20 min</p>	<p>-Travail en groupe</p> <p>-Travail individuel</p>	<p>Correction des exercices de maison</p> <p><u>ACTIVITE</u></p> <p>Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>. Soit <math>S</math> une similitude directe de rapport <math>k</math> qui n'est pas une translation.</p> <p>1. Sachant qu'on peut écrire <math>S = hor</math> ou <math>S = roh</math> où <math>h</math> est une homothétie et <math>r</math> une rotation, montre que :</p> <p>a. l'image d'une droite par une similitude <math>S</math> est une droite.</p> <p>b. l'image d'un segment <math>[AB]</math> par une similitude <math>S</math> est un segment <math>[A'B']</math> tel que : <math>A'B' = kAB</math>.</p> <p>c. l'image d'un cercle de rayon <math>r</math> par la similitude <math>S</math> est un cercle de rayon <math>kr</math>.</p> <p>d. Que la similitude <math>S</math> conserve le parallélisme, l'orthogonalité, le contact et le barycentre.</p> <p>2. Soit <math>S</math> la similitude directe d'écriture complexe :</p>	<p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p>1. a. <math>S = roh</math> . L'image d'une droite par une homothétie est une droite et . L'image d'une droite par une rotation est une droite donc l'image d'une droite par une similitude <math>S</math> est une droite.</p> <p>b. <math>S = roh</math> L'image d'un segment <math>[AB]</math> par homothétie de rapport <math>k</math> est un segment <math>[A'B']</math> tel que : <math>A'B' = kAB</math>. Or la rotation conserve la distance donc l'image d'un segment <math>[AB]</math> par une similitude <math>S</math> est un segment <math>[A'B']</math> tel que : <math>A'B' = kAB</math>.</p> <p>c. <math>S = roh</math> L'image d'un cercle de rayon <math>r</math> par homothétie de rapport <math>k</math> est un cercle de rayon <math>kr</math>. Or la rotation conserve la distance donc l'image d'un cercle de rayon <math>r</math> par la similitude <math>S</math> est un cercle de rayon <math>kr</math> .</p>	<p>3. <u>Images de figures simples par une similitude directe</u> <u>Propriété1</u></p> <p>Par une similitude directe, l'image :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ d'un segment est un segment,</li> <li>▪ d'une demi-droite est une demi droite,</li> <li>▪ d'une droite est une droite,</li> <li>▪ d'un cercle est un cercle,</li> </ul> <p><u>Propriété2</u></p> <p>Toute similitude directe de rapport <math>k</math> conserve :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ le parallélisme,</li> <li>▪ l'orthogonalité,</li> <li>▪ le contact,</li> <li>▪ le barycentre.</li> </ul>

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
<p><i>Évaluation</i> 15 min</p>	<p>-Travail individuel</p>	<p><math>z' = (1 + i)z + i</math> et <math>(D)</math> la droite d'équation :  <math>x + y - 1 = 0</math>.            Détermine une équation de la droite <math>(D')</math> image de la droite <math>(D)</math> par <math>S</math>.</p> <p><u>EXERCICE DE FIXATION</u>            Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math>.            1. Soit <math>S</math> la similitude directe d'écriture complexe :  <math>z' = -2iz</math>.            Soit <math>(D)</math> la droite d'équation :</p>	<p><b>d. <math>S = roh</math></b>            L'homothétie et la rotation conservent le parallélisme, l'orthogonalité, le contact et le barycentre donc la similitude <math>S</math> conserve le parallélisme, l'orthogonalité, le contact et le barycentre.</p> <p><b>2.</b>  <math>z = x + iy</math>  <math>x + y - 1 = 0</math> donc <math>y = 1 - x</math>  <math>z = x + (1 - x)i</math>  <math>z' = (1 + i)z + i</math>  <math>x' + iy' = (1 + i)[x + (1 - x)i] + i</math>  <math>x' + iy' = (1 + i)(x + i - xi) + i</math>  <math>x' + iy' = x + i - xi + ix - 1 + x + i</math>  <math>x' + iy' = 2x + 2i</math>  <math>\begin{cases} x' = 2x \\ y' = 2 \end{cases}</math>  <math>(D') : y = 2</math>.</p> <p><u>REPONSES ATTENDUES</u></p> <p><b>1.</b> <math>z = x + iy</math>  <math>x - y = 0 \Leftrightarrow y = x</math>  <math>z = x + ix</math>  <math>z' = -2iz</math>  <math>z' = -2i(x + ix)</math>  <math>z' = 2x - 2ix</math>  <math>x' + y' = 2x - 2ix</math></p>	

MOMENTS DIDACTIQUES ET DUREES	STRATEGIES PEDAGOGIQUES	ACTIVITES DU PROFESSEUR	ACTIVITES DES APPRENANTS	TRACE ECRITE
		<p><math>x - y = 0</math>. Détermine une équation de la droite (D'), image de (D) par S.</p> <p>2. Soit S' la similitude directe d'écriture complexe : <math>z' = 2(1 + i\sqrt{3})z + 3</math>. Soit (C) le cercle de centre O et de rayon <math>\frac{5}{4}</math>. Détermine une équation de (C') image de (C) par S'.</p>	<p><math>\begin{cases} x' = 2x \\ y' = -2x \end{cases} \Leftrightarrow y' = -x'</math> (D'): <math>y = -x</math>.</p> <p>2. <math>k =  2(1 + i\sqrt{3}) </math> <math>k = 4</math> Soit <math>\omega</math> l'affixe du centre du cercle (C'). On a : <math>\omega = 2(1 + i\sqrt{3}) \times 0 + 3</math> <math>\omega = 3</math> Soit <math>r</math> le rayon du cercle (C'). <math>r = 4 \times \frac{5}{4}</math> <math>r = 5</math> (C') est un cercle de rayon 5 et de centre le point <math>\Omega</math> d'affixe <math>\omega = 3</math>.</p>	

## BIBLIOGRAPHIE

Programmes éducatifs et guides d'exécution Mathématiques T<sup>LE</sup>D

Progressions annuelles

Mon livre de mathématiques T<sup>LE</sup>D Collection PYRAMIDE

Mon livre de mathématiques T<sup>LE</sup>D Collection CIAM/EDICEF

Les cahiers de la réussite T<sup>LE</sup> D Vallesse

Mon cahier d'habiletés Mathématiques T<sup>LE</sup> D JD Editions

[WWW.monecoleàlamaison.ci](http://WWW.monecoleàlamaison.ci)

<https://physiques-et-maths.fr>

❖ **Détermination d'une transformation du plan dont on connaît l'écriture complexe.**

Soit  $f$  une transformation du plan d'écriture complexe :  $z' = az + b$ , ( $a \in \mathbb{C}^*$  ;  $b \in \mathbb{C}$ )

<i>Nature et éléments caractéristiques de <math>f</math></i>		
$a \in \mathbb{R}^*$	$a = 1$	$f$ est la translation de vecteur $\vec{1}$ d'affixe $b$
	$a \neq 1$	$f$ est l'homothétie de centre le point $\Omega$ d'affixe $\frac{b}{1-a}$ et de rapport $a$ .
$a \in \mathbb{C}$ et $a \notin \mathbb{R}$	$ a  = 1$	$f$ est la rotation d'angle $\text{Arg}(a)$ et de centre le point $\Omega$ d'affixe $\frac{b}{1-a}$ .
	$ a  \neq 1$	$f$ est la similitude directe de rapport $ a $ , d'angle $\text{Arg}(a)$ et de centre le point $\Omega$ d'affixe $\frac{b}{1-a}$ .