COLLECTION PYRAMIDE

Guide du Professeur

Mathématiques

3e

CORRIGÉS DES EXERCICES

- Découverte des habiletés
- Des questions d'évaluation
- Mes séances d'exercices

MATÉRIALISEZ VOS IDÉES
JD Editions
L'Edition autrement

COLLECTION PYRAMIDE

Guide du Professeur

Mathématiques

3e

CORRIGÉS DES EXERCICES

- Découverte des habiletés
- Des questions d'évaluation
- Mes séances d'exercices

JD Éditions
21 B.P. 3636 Abidjan 21
Côte d'Ivoire

SOMMAIRE

	Pages
Leçon 1 : Calcul littéral	**5**
Leçon 2 : Propriétés de Thalès dans un triangle	**15**
Leçon 3 : Racines carrées	**29**
Leçon 4 : Triangle rectangle	**43**
Leçon 5 : Calcul numérique	**67**
Leçon 6 : Angles inscrits	**78**
Leçon 7 : Vecteurs	**89**
Leçon 8 : Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$	**99**
Leçon 9 : Coordonnées de vecteurs	**123**
Leçon 10 : Équations de droite	**141**
Leçon 11 : Statistique	**159**
Leçon 12 : Équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	**188**
Leçon 13 : Applications affines	**216**
Leçon 14 : Pyramides et cônes	**233**
Sujets d'examen	**250**

Ce document pourrait contenir des erreurs au fautes de frappes.
Prière les signaler à l'adresse : kyoussouphou@gmail.com

1 CALCUL LITTÉRAL

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où se déroule la scène décrite dans le texte ?	Dans un Lycée, dans le cadre du carrelage de la salle polyvalente
Circonstances	Quel est le problème auquel l'ONG ?	Les élèves étant sollicités pour l'expression des dimensions du bâtiment.
Tâche	Qu'est-ce que l'ONG a décidé pour répondre au problème auquel elle est confrontée ?	Devant cette difficulté, elle sollicite l'aide des élèves de 3$^{\text{ème}}$ qui tentent d'exprimer le périmètre et l'aire de la surface concernée en fonction de la variable x.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est d'établir la propriété relative à l'égalité de deux quotients.
- **Réponses aux questions**

1- a) $\frac{a \times \boldsymbol{d}}{bd} = \frac{c \times \boldsymbol{b}}{bd}$ b) On déduit de 1-a) l'égalité : $ad = bc$.

2- a) $ad - bc = 0$ et $\frac{ad - bc}{bd} = 0$. b) On déduit 2- a) l'égalité : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

NB :

- En multipliant chacun des membres de l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ par bd, on obtient : $ad = bc$.

- Réciproquement, en divisant chacun des membres de l'égalité $ad = bc$ par bd, on obtient : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

Ligne 1 ⟹ 1) ;	**Ligne 2 ⟹ 2 ;**	**Ligne 3⟹3) ;**	**Ligne 4 ⟹ 4)**

Exercice 2

$\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ équivaut à $x = \frac{3}{2}$; $\frac{5}{2} = \frac{25}{x}$ équivaut à $x = 10$

Activité 2

- L'objectif de cette activité est d'établir la règle relative à l'inverse de la puissance à exposant entier relatif d'un nombre non nul.
- **Réponses aux questions**

1-

a	a^{-2}	a^2	$\frac{1}{a^2}$
4	0,0625	16	0,0625

a	a^{-4}	a^4	$\frac{1}{a^4}$
2	0,0625	16	0,0625

a	a^{-5}	a^5	$\frac{1}{a^5}$
10	0,00001	100 000	0,00001

2- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 3

Ligne 1 ⟹ 1) ; Ligne 2 ⟹ 1) ; Ligne 3 ⟹ 2)

Exercice 4

Ligne 1 ⟹ 3) ; Ligne 2 ⟹ 1) ; Ligne 3 ⟹ 2)

Activité 3

- L'objectif de cette activité est d'établir les règles relatives aux puissances à exposant entier relatif d'un nombre.
- **Réponses aux questions**

1- a)

a	a^3	a^4	$a^3 \times a^4$	a^7
5	125	625	78125	78125

a	a^2	a^4	$a^2 \times a^4$	a^6
3	9	81	729	729

a	a^{-2}	a^6	$a^{-2} \times a^6$	a^4
2	0,25	64	16	16

b) $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

2. a)

a	b	$a \times b$	a^{-4}	b^{-4}	$a^{-4} \times b^{-4}$	$(a \times b)^{-4}$
2	5	10	0,0625	0,0016	0,0001	0,0001

a	b	$a \times b$	a^5	b^5	$a^5 \times b^5$	$(a \times b)^5$
4	2	8	1024	32	32768	32768

b) $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

3- a)

a	a^{-3}	$(a^{-3})^{-3}$	a^9
4	0,01562 5	262144	26214 4

a	a^4	$(a^4)^2$	a^8
5	625	390625	390625

a	a^{-1}	$(a^{-1})^2$	a^{-2}
2	0,5	0,25	0,25

b) $(a^m)^n = a^{mn}$.

4. a)

a	b	a^3	b^3	$\frac{a}{b}$	$(\frac{a}{b})^3$	$\frac{a^3}{b^3}$
25	5	15625	125	5	125	125

a	b	a^{-4}	b^{-4}	$\frac{a}{b}$	$(\frac{a}{b})^{-4}$	$\frac{a^{-4}}{b^{-4}}$
4	3	0,00390625	0,0625	2	0,0625	0,0625

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5

$a^{-8} \times a^2 = a^6$; $a^5 \times a^{-1} = a^4$; $(a^{14} \times a^{-2})^2 = a^{24}$; $(a^{-3})^5 = a^{-15}$; $(a^2)^7 = a^{14}$.

Exercice 6

$5^n \times 3^n = 15^n$; $(-3)^n \times 2^n = (-6)^n$; $\left(\frac{8}{3}\right)^n \times 3^n = 8^n$; $\left(\frac{36}{25}\right)^n \times \left(\frac{5}{72}\right)^n = 10^{-n}$

Activité 4

- L'objectif de cette activité est d'établir la propriété relative au produit nul.
- **Réponses aux questions**

1-

a	2	0	8	-6	0	5
b	14	0	2	0	4	3
$a \times b$	28	0	16	0	0	15

2- $a \times b = 0$ dans les cas ci-dessous:

1$^{\text{er}}$ cas : $a = 0$ et $b = 0$; 2$^{\text{ème}}$ cas : $a = -6$ et $b = 0$; 3$^{\text{ème}}$ cas : $a = 0$ et $b = 4$;

3- $a \times b = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 7

$A(x) = (x - 5)(2x + 6) = 0$ équivaut à $x = 5$ ou $x = -3$

$B(x) = (2x + 3)(2 - 6x) = 0$ équivaut à $x = -\frac{3}{2}$ ou $x = \frac{1}{3}$

Activité 5

- L'objectif de cette activité est d'établir la propriété relative aux nombres de même carré.
- **Réponses aux questions**

  1) On a : $a^2 = b^2$ équivaut à $a^2 - b^2 = 0$, en retranchant b^2 à chaque membre de l'égalité.

  Donc : $a^2 = b^2$ équivaut à $(a-b)(a+b) = 0$, après factorisation.

  2) D'après la propriété du produit nul, $(a-b)(a+b) = 0$ équivaut à $a = -b$ ou $a = b$.

  Donc : $a^2 = b^2$ équivaut à $a = -b$ ou $a = b$.
- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 8 : a) $x = -5$ ou $x = 5$; b) $x = -7$ ou $x = 7$; c) $x = -6$ ou $x = 6$.

Activité 6

- L'objectif de cette activité est d'identifier un monôme, un polynôme et une fraction rationnelle.
- **Réponses aux questions**

ax^n	Valeur de a	Valeur de n
$8x^{11}$	8	11
x	1	1
$\frac{x^8}{7}$	$\frac{1}{7}$	8
$25x^{12}$	25	12

ax^n	Valeur de a	Valeur de n
$3x^0$	3	0
$\frac{5}{13}x^{27}$	$\frac{5}{13}$	27
$-2x^2$	-2	2
$2x$	2	1

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 9 : 1-F ; 2-F ; 3-V ; 4-F ; 5-V ; 6-V ; 7-V ; 8-V ; 9-V

Activité 7

- L'objectif de cette activité est déterminer les valeurs de la variable pour lesquelles une fraction rationnelle existe.

- **Réponses aux questions**

  Pour chaque fraction ;

  1- le dénominateur est :

  a) $x^2 - 9$; b) $(x-2)(x+5)$; c) x.

  2- les valeurs de x pour lesquels le dénominateur est nul sont :

  a) $x = -3$ ou $x = 3$; b) $x = -5$ ou $x = 2$; c) $x = 0$.

  3- les valeurs de x pour lesquels le dénominateur est non nul sont :

  a) $x \neq -3$ et $x \neq 3$; b) $x \neq -5$ et $x \neq 2$; c) $x \neq 0$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 10

  A existe si et seulement si $x \neq 2$; B existe si et seulement si $x \neq -5$;

  C existe si et seulement si $x \neq -2$; D existe si et seulement si $x \neq \frac{2}{5}$

  Exercice 11

A existe si et seulement si $x \neq 2$ et $x \neq -\frac{2}{5}$; B existe si et seulement si $x \neq -4$ et $x \neq 4$;

C existe si et seulement si $x \neq 1$.

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

$8x - 6x + 7$

Question 2 : Exercice non résolu

$B = 64 + 18 - 20 + 14 = 76$

Question 3 : Exercice non résolu

$B = 3x^2 + 8x - 39.$

Question 4 : Exercice non résolu

$B = -6x^3 - 4x^2 + 20x + 5$

Question 5 : Exercice non résolu

$B = 2x^3 + 14x^2 + 26x + 8$

Question 6 : Exercice non résolu

$B = (-x+1)(-6x+4).$

Question 7 : Exercice non résolu

B existe si et seulement si $x \neq -4$ et $x \neq 4$

Lorsque B existe ; $B = \frac{2}{x+4}$

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1 :

$\frac{2x}{17} = \frac{2}{5}$ équivaut à $x = \frac{17}{5}$

La solution est $\frac{17}{5}$

$\frac{6}{8} = \frac{x}{2}$ équivaut à $x = \frac{3}{2}$

La solution est $\frac{3}{2}$

Exercice 2

a) $\frac{2x}{8} + \frac{x}{2} = \frac{3}{4}x$

b) $\frac{36x}{5} \times \frac{11}{7} = \frac{396}{35}x$

c) $\frac{\frac{5x}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{5x}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{x}{2}$.

Exercice 3

$4^{-5}x\,4^{6} = 4$; $(-7)^{15}x\,(-7)^{4} = (-7)^{19}$; $8^{3}x\,8^{12} = 8^{15}$; $6^{9}x\,6^{2} = 6^{11}$;

$\frac{1}{12^{2}} = 12^{-2}$; $\frac{1}{5^{-2}} = 5^{2}$; $\frac{1}{3^{-8}} = 3^{8}$; $\frac{1}{20^{7}} = 20^{-7}$; $((-3)^{2})^{4} = (-3)^{8}$;

$(6^{-8})^{4} = 6^{-32}$ $(14^{-5})^{-5} = 14^{25}$.

Exercice 4

$5^{3}x\,6^{3} = 30^{3}$; $(-7)^{5}x\,6^{5} = (-42)^{5}$; $11^{-2}x\,10^{-2} = 110^{-2}$; $\frac{14^{12}}{7^{12}} = 2^{12}$;

$\frac{5^{3}}{6^{3}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{3}$; $\frac{(-16)^{12}}{(-4)^{12}} = 4^{12}$.

Exercice 5

$2x = 0$ équivaut à $x = 0$; La solution est 0	$-8(x-7) = 0$ équivaut à $x = 7$; La solution est 7
$\frac{1}{5}\,x\,(3x-7) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = \frac{7}{3}$. Les solutions sont : 0 et $\frac{7}{3}$	

Exercice 6

$x(4x+5) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = \frac{-5}{4}$; Les solutions sont : 0 et $\frac{-5}{4}$	$(8x-24)(x-1) = 0$ équivaut à $x = 3$ ou $x = 1$; Les solutions sont : 1 et 3
$(1-2x)(x+5) = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{2}$ ou $x = -5$; Les solutions sont : -5 et $\frac{1}{2}$	

Exercice 7

$(2x)^{2} = 6^{2}$ équivaut à $x = 3$ ou $x = -3$; Les solutions sont : -3 et 3

$x^{2} = 7^{2}$ équivaut à $x = 7$ ou $x = -7$; Les solutions sont : -7 et 7

$(4x)^{2} = 4^{2}$ équivaut à $x = 1$ ou $x = -1$; Les solutions sont : -1 et 1

Exercice 8

$(2x-1)^2 = x^2$équivaut à $x = 1$ ou $x = \frac{1}{3}$; Les solutions sont : 1 et $\frac{1}{3}$

$(5x-2)^2 = 49$ équivaut à $x = \frac{9}{5}$ ou $x = -1$; Les solutions sont : -1 et $\frac{9}{5}$

$(3x-4)^2 = (x-1)^2$ équivaut à $x = 1$ ou $x = \frac{5}{4}$; Les solutions sont : 1 et $\frac{5}{4}$

Exercice 9

Un polynôme est **la somme** de plusieurs monômes et une fraction rationnelle est **le quotient** de deux polynômes.

Exercice 10

1) 2 est un monôme de degré 0 ; 2) x est un monôme de degré 1 ;
3) $x+1$ est un polynôme de degré 1

Exercice 11

Pour $x = 5, \mathrm{P} = 46$; pour $x = -1, \mathrm{P} = -8$ et pour $x = 10, \mathrm{P} = 146$

Exercice 12

Pour $x = 2, \mathrm{R} = -\frac{8}{21}$; pour $x = -2, \mathrm{R} = -\frac{12}{11}$ et pour $x = 1, \mathrm{R} = \frac{-3}{13}$

Exercice 13 : A= $10x^2 - 51x + 56$; B= $-36x^2 + 51x - 18$

Exercice 14 : A=$5x^2 + 12x + 8$; B= $16x^2 - 9$

Exercice 15 : A= $(x-2)(8x+1)$; B= $(x-6)(x+3)$

Exercice 16 : A=$(3x-8)(5x+6)$ **;** B= $(x-1)(x+11)$

Exercice 17

Pour $x \neq 0$ et $x \neq -5, R = \frac{-x+2}{5x+25}$; Pour $x \neq 2$ et $x \neq -5, Q = \frac{-x+2}{5x+25}$

Exercice 18

R existe si et seulement si

$x \neq 1$ et $x \neq -1$ et

Lorsque R existe, R

$= \dfrac{x+1}{x-1}$ et

Q existe si et seulement si

$x \neq 5$ et $x \neq -5$

Lorsque Q existe, Q

$= \dfrac{-3x+1}{x+5}$

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 19 : $A = \dfrac{a^{20}}{a^{-5}} = a^{25}$; $B = \dfrac{a^{20}}{2a^{-1}} = \dfrac{1}{2}a^{21}$

Exercice 20

$A = x^8 + 4x^5 + 14x^2 - x - 3$; $B = x^4 + 6x^2 - 9x + 3$;

$C = x^9 - x^8 - 7x^2 + 10x + 4$

Exercice 21 : $A = \dfrac{-x}{3}^2 + \dfrac{79}{20}x + \dfrac{27}{20}$; $B = 2x^2 + \dfrac{9}{2}x + \dfrac{13}{4}$

Exercice 22

$A = (2x + 46)(10x + 14)$; $B = (x + 5)(3x + 5)$;

$C = (x + 5)(x - 3)(x + 3)$

Exercice 23

$A = (3x + 5)(4x + 3)$; $B = -2(3x - 1)$; $C = (3x - 1)(11x + 8)$.

Exercice 24

1) A= $(x + 2)(-x - 4)$
2) $x = -2$ ou $x = -4$. Donc les solution sont : -2 et -4

Exercice 25

1) A= $(5x - 7)(x + 1)$
2) $x = \dfrac{7}{5}$ ou $x = -1$. Donc les solution sont : -1 et $\dfrac{7}{5}$

Exercice 26

1) A = $(5x - 1)^2$
2) B=$(5x - 5)(5x + 3)$
3) C =$(5x - 5)(5x + 3)$
4) $x = \dfrac{-3}{5}$ ou $x = 1$; donc : Les solutions sont $\dfrac{-3}{5}$ et 1

Exercice 27

1) P= $(4x+5)^2$ et Q = $(5-4x)(5+4x)$

2) R existe si et seulement si $x \neq \frac{5}{4}$ et $x \neq \frac{-5}{4}$

3) Lorsque R existe , $R = \frac{4x+5}{5-4x}$

Exercice 28

1) A = $(x+1)^2-(x-1)^2 = 4x$

2) 2021^2-2019^2= $(2020+1)^2-(2020-1)^2$;

Donc : 2021^2-2019^2= = 4x2020= 8080.

Exercice 29

1) Les nombres dont la somme de leur double et de leur carré est nul sont solutions de l'équation : x^2+2x = 0. Donc ces nombres sont : 0 et -2.

2) Les nombres cherchés sont solutions de l'équation : x^2-2x = 0. ces nombres sont : 0 et 2.

Exercice 30

L'aire de A est égale à l'airede B se traduit par l'équation : $\frac{(x+4)x}{2} = x^2$;

donc : $x = 4$.

Situation d'évaluation

Exercice 31

1) A = $(15-2x)(10-2x)$

2) $A = 4x^2-50x+150$ et $(2x-\frac{25}{2})^2-\frac{25}{4} = 4x^2-50x+150$

donc : $A = (2x-\frac{25}{2})^2-\frac{25}{4}$

3) $A = (2x-\frac{25}{2})^2-\frac{25}{4} = \frac{375}{4}$; d'où : $\left(2x-\frac{25}{2}\right)^2-100$ $= 0$; Après la résolution,

on obtient : $x = \frac{5}{4}$

Exercice 32

Le problème se traduit par l'équation : $20x^2 = 980$.

Donc, la base de ce vase a pour côté : $x = 7$ cm.

2 PROPRIÉTÉS DE THALÈS DANS UN TRIANGLE

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où se déroule la scène décrite dans le texte ?	A Tafiré dans le cadre de la construction de la case de M Coulibaly pour sauvegarder la récolte
Circonstances	Quel est le problème auquel est confronté l'élève Toh ?	Toh ne sait pas comment évaluer la hauteur de cette de la case.
Tâche	Qu'est-ce que Toh a décidé pour répondre au problème auquel il est confronté ?	Devant cette difficulté, il sollicite l'aide de son professeur qui leur demande de s'informer sur les propriétés de Thalès dans un triangle.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est d'établir la propriété de Thalès dans un triangle.
- **Réponses aux questions**

A/ 1) À l'aide de la règle graduée on a :

$AM = 1{,}8cm$; $AB = 3{,}6cm$; $AN = 4{,}8cm$; $AM' = 1{,}8cm$; $AC = 3{,}6cm$ et $AN' = 4{,}8cm$.

2) On a : $\frac{AM}{AB} = \frac{1{,}8}{3{,}6} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AM'}{AC} = \frac{1{,}8}{3{,}6} = \frac{1}{2}$; donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}$

On a : $\frac{AN}{AB} = \frac{4{,}8}{3{,}6} = \frac{4}{3}$ et $\frac{AN'}{AC} = \frac{4{,}8}{3{,}6} = \frac{4}{3}$; donc : $\frac{AN}{AB} = \frac{AN'}{AC}$

3) Si dans un triangle ABC, $M \in [AB)$ et $M' \in [AC)$ tels que la droite (MM') est parallèle à la droite (BC), support du troisième côté, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}$.

B/ 1) On a : $AQ = 1{,}5cm$; $AB = 3cm$; $AP = 1{,}5cm$; $AC = 3cm$.

2) On a : $\frac{AQ}{AB} = \frac{1{,}5}{3}$ et $\frac{AP}{AC} = \frac{1{,}5}{3}$; donc : $\frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AC}$

3) Si dans un triangle ABC, $Q \in [BA)$ et $P \in [CA)$ tels que la droite (QP) est parallèle à la droite (BC) support du troisième côté, alors $\frac{AQ}{AB} = \frac{AP}{AC}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 1

a) $\frac{LS}{LP} = \frac{LT}{LM}$ b) $LP = LS \times \frac{LM}{LT} = 3{,}75\ cm$.

Activité 2

- L'objectif de cette activité est d'établir la propriété réciproque de la propriété de Thalès.
- **Réponses aux questions**

1) On a : $\frac{PK}{PI} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ et $\frac{PF}{PT} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; donc : $\frac{PK}{PI} = \frac{PF}{PT}$

2) Les droites (KF) et (IT) semblent parallèles sur les figures 1 et 3.

3) Sur les figures 1 et 3, la position de K par rapport à P et I est la même que celle de F par rapport à P et T.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 2

LMD est un triangle ; R est un point appartenant au segment $[LM]$ et S est un point appartenant au segment $[LD]$; donc, la position de R par rapport à L et M est la même que celle de S par rapport à L et D.

De plus : : $\frac{LR}{LM} = \frac{LS}{LD}$ car $\frac{LR}{LM} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ et $\frac{LS}{LD} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

D'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, (RS)//(MD).

Activité 3

- L'objectif de cette activité est d'établir la conséquence de la propriété de Thalès.
- **Réponses aux questions**

1) $TL = 1{,}8cm$; $TC = 2{,}4cm$; $TP = 1{,}8cm$; $TI = 2{,}4cm$; $TV = 1{,}2cm$; $TU = 1{,}2cm$; $LP = 2{,}4cm$; $VU = 1{,}6cm$ et $CI = 3{,}3cm.$

2) On a : $\frac{TL}{TC} = \frac{1{,}8}{2{,}4} = \frac{3}{4}$ et $\frac{LP}{CI} = \frac{2{,}4}{3{,}2} = \frac{3}{4}$; donc : $\frac{TL}{TC} = \frac{LP}{CI}$.

$\frac{TP}{TI} = \frac{1{,}8}{2{,}4} = \frac{3}{4}$ et $\frac{LP}{CI} = \frac{3}{4}$; donc : $\frac{TP}{TI} = \frac{LP}{CI}$.

$\frac{TV}{TC} = \frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5$ et $\frac{VU}{CI} = \frac{1{,}6}{3{,}2} = 0{,}5$; donc : $\frac{TV}{TC} = \frac{VU}{CI}$.

$\frac{TU}{TI} = \frac{1{,}2}{2{,}4} = 0{,}5$ et $\frac{VU}{CI} = 0{,}5$; donc : $\frac{TU}{TI} = \frac{VU}{CI}$

3) $\frac{TL}{TC} = \frac{TP}{TI} = \frac{LP}{CI} = \frac{3}{4}$ et $\frac{TV}{TC} = \frac{TU}{TI} = \frac{VU}{CI} = 0{,}5.$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 3

Figure 1

PDC est un triangle
$I \in (PD)$; $R \in (PC)$ et $(RI)//(PD)$.
D'après la conséquence de la propriété de Thalès
$\frac{PI}{PD} = \frac{PR}{PC} = \frac{IR}{DC}$

Figure 2

LTA est un triangle
$S \in (LT)$; $J \in (LA)$ et $(SJ)//(TA)$.
D'après la conséquence de la propriété de Thalès
$\frac{LS}{LT} = \frac{LJ}{LA} = \frac{SJ}{TA}$

Figure 3

HQM est un triangle
$F \in (HM)$; $G \in (HQ)$ et $(FG)//(MQ)$.
D'après la conséquence de la propriété de Thalès
$\frac{HF}{HM} = \frac{HG}{HQ} = \frac{FG}{MQ}$

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de construire une quatrième proportionnelle à l'aide de la propriété de Thalès.
- **Réponses aux questions**

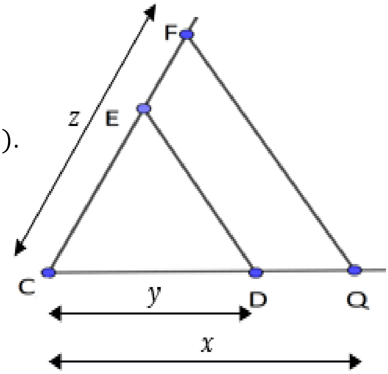
1) à 5) voir figure

6) CDE est un triangle,

$Q \in (CD)$; $F \in (CE)$ et $(QF)//(DE)$.

D'après la propriété de Thalès

$\frac{CQ}{CD} = \frac{CF}{CE}$; donc : $\frac{x}{y} = \frac{z}{CE}$



- **Corrigé de l'exercice de fixation**

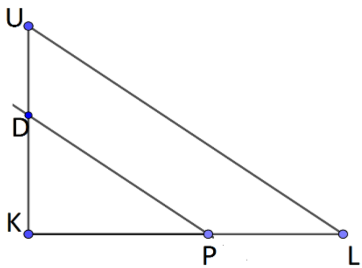
Exercice 4

-$[KL)$ et $[KU)$ sont deux demi-droites de même origine K tel que KL = 7 et KU = 5 ;

-P est un point de la demi-droite $[KL)$ tel que KP = 4.

- la parallèle à (LU) passant par P coupe (KU) en D.

En appliquant la propriété de Thalès au triangle KLU, on a : $\frac{KP}{KL} = \frac{KD}{KU}$. Donc : $KD = \frac{4 \times 5}{7}$



c'est-à- dire : $\frac{20}{7}$ est la quatrième proportionnelle de 7; 4 et 5.

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

NMP est un triangle ;

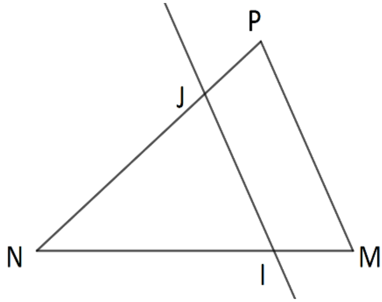
$I \in (NM)$; $J \in (NP)$ et $(MP) \mathbin{/\!/} (IJ)$.

D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

$\frac{NI}{NM} = \frac{NJ}{NP} = \frac{IJ}{MP}$

Comme : $\frac{NI}{NM} = \frac{3}{4}$; alors : $\frac{NJ}{NP} = \frac{3}{4}$ et $\frac{IJ}{MP} = \frac{3}{4}$.

Donc : $NI = 6$; $NJ = \frac{21}{4}$ et $IJ = \frac{15}{4}$



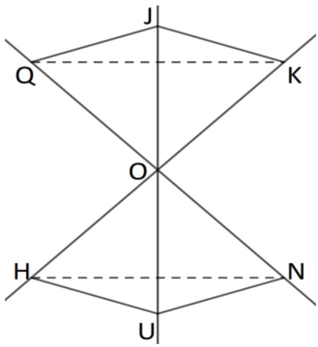
Question 2 : Exercice non résolu

Considérons le triangle OQJ,

N ∈(OQ) ; U ∈(OJ) et $(NU)//(QJ)$

D' après la propriété de Thalès $\frac{ON}{OQ} = \frac{OU}{OJ}$ (1)

De même, en appliquant la propriété de Thalès dans le triangle



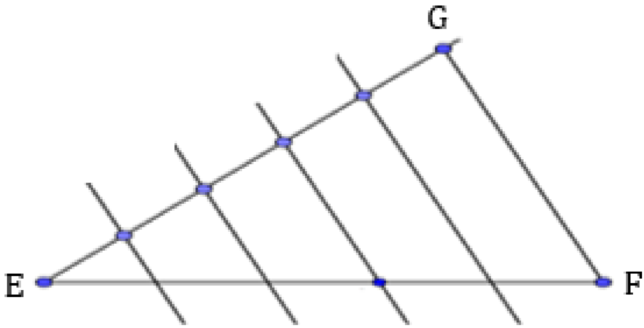
OKJ, on a : $\frac{OH}{OK} = \frac{OU}{OJ}$ (2). De (1) et (2), on a : $\frac{ON}{OQ} = \frac{OH}{OK}$.

Comme dans le triangle OQ K, la position de N par rapport à O et Q est la même que celle de H par rapport à O et K,

D'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès

(NH) // (QK).

Question 3 : Exercice non résolu



Programme de construction

- Trace un segment [EF] de longueur 13 cm
- Trace une demi-droite [EG) tel que EFG forme un triangle où G s'obtient à l'aide du compas en reportant 5 écarts de même longueur à partir de E sur [EG).
- Trace les parallèles à (FG) passant par les points qui partagent le segment [EG] en 5 segments de même longueur. Elles partagent également le segment [EF] en 5 segments de même longueur.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

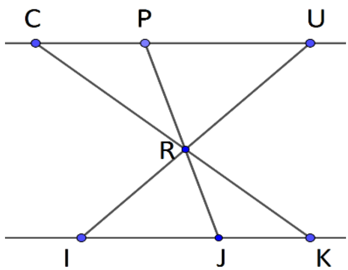
Exercice 1

Figure 1	Figure 2	Figure 3
$\frac{RL}{RJ} = \frac{RK}{RT}$	$\frac{DT}{DS} = \frac{DZ}{DG}$	$\frac{PU}{PE} = \frac{PL}{PM}$; $\frac{MP}{ML} = \frac{ME}{MA}$

Exercice 2 : 1- F ; 2- V ; 3- F ; 4-V.

Exercice 3 : a) 6

Exercice 4



RPC est un triangle ;

J est un point de (RP) ; K est un point de (RC)

D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

$\frac{RJ}{RP} = \frac{RK}{RC} = \frac{JK}{PC}$; d'où : $JK = PC \times \frac{RK}{RC} = 4{,}8cm$

Comme : $\frac{RJ}{RP} = \frac{PJ - PR}{RP} = \frac{6}{5}$; alors : $PJ = 6{,}6cm.$

RUC est un triangle ;

I est un point de (RU) ; K est un point de (RC).

D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

$\frac{RI}{RU} = \frac{RK}{RC} = \frac{IK}{UC}$; d'où : $\frac{RI}{UI - RI} = \frac{6}{5}$

Donc : $RI = \frac{54}{11}$

Exercice 5

On a : $\frac{KF}{KA} = \frac{9-3}{9} = \frac{2}{3}$ et $\frac{KR}{KJ} = \frac{9}{13,5} = \frac{2}{3}$; donc : $\frac{KF}{KA} = \frac{KR}{KJ}$

Exercice 6

LMP est un triangle

H ∈ (LM) ; G ∈ (LP) et (HG) // (MP)

D'après la propriété de Thalès, $\frac{LH}{LM} = \frac{LG}{LP}$

D'où : $LG = LP \times \frac{LH}{LM} = 4cm$

Exercice 7

OUH est un triangle,

T est un point de (OU) et D est un point de (OH) tels que (UH) // (TD).

D'après la propriété de Thalès et de sa conséquence, $\frac{OT}{OU} = \frac{OD}{OH} = \frac{TD}{UH}$.

D'où : $OT = OU \times \frac{TD}{UH} = \frac{9}{2}$ et $OH = OD \times \frac{UH}{TD} = 2$; donc : $OT = 4,5cm$ et $OH = 2cm$.

Exercice 8

On a : $\frac{PL}{PK} = \frac{1}{3}$ et $\frac{PM}{PD} = \frac{1}{3}$; d'où : $\frac{PL}{PK} = \frac{PM}{PD}$

De plus dans le triangle PKD, L est un point de $[PK]$ et M est un point de $[PD]$

Donc, d'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, $(LM)//(KD)$.

Exercice 9

I par rapport à T et R est la même que celle de P par rapport à T et S.

On a : $\frac{TI}{TR} = \frac{3}{5}$ et $\frac{TP}{TS} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{3}{5}$; d'où : $\frac{TI}{TR} = \frac{TP}{TS}$

Comme dans le triangle TRS, $I \in [TR]$; $P \in [TS]$ et $\frac{TI}{TR} = \frac{TP}{TS}$

Donc, d'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, $(PI)//(SR)$.

Exercice 10

TOH est un triangle, F est un point de (OT) et E est un point de (HT) , tel que la position de

F par rapport à O et T est la même que celle de E par rapport à H et T ;

de plus : $\frac{TF}{TO} = \frac{TE}{TH} = 3$

Donc, d'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès, $(FE)//(OH)$.

Exercice 11

En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès au triangle :

- PML tel que (TQ) et (ML) sont parallèles, on a : $\frac{PT}{PM} = \frac{PQ}{PL} = \frac{TQ}{ML}$.
- PML tel que (RS) et (ML) sont parallèles, on a : $\frac{PR}{PM} = \frac{PS}{PL} = \frac{RS}{ML}$.
- PRS tel que (TQ) et (RS) sont parallèles, on a : $\frac{PT}{PR} = \frac{PQ}{PS} = \frac{TQ}{RS}$.
- PQT tel que (QT) et (ML) sont parallèles, on a : $\frac{PM}{PT} = \frac{PL}{PQ} = \frac{ML}{TQ}$.
- PQT tel que (RS) et (QT) sont parallèles, on a : $\frac{PR}{PT} = \frac{PS}{PQ} = \frac{RS}{TQ}$.
- PRS tel que (ML) et (RS) sont parallèles, on a : $\frac{PM}{PR} = \frac{PL}{PS} = \frac{ML}{RS}$.

Exercice 12

1) On a : $ZQ = \frac{1}{2}ZT$ et $ZG = \frac{1}{2}ZE$; donc : $\frac{ZQ}{ZT} = \frac{ZG}{ZE}$

2) En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Thalès au triangle ZTE, on a : $(QG)//(ZE)$.

Exercice 13

On a : $\frac{AV}{AT} = \frac{AU}{AC} = \frac{2}{3}$ et dans le triangle ATC, $V \in [AT]$ et $U \in [AC]$

Donc : d'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès $(VU)//(TC)$.

De plus en appliquant la conséquence de la propriété de Thalès au triangle ATC, on a : $VU = \frac{2}{3}TC$.

Exercice 14

BAC est un triangle,

D est un point du segment $[BA]$; S est un point du segment $[BC]$ et (DS) et (BC) sont parallèles. D'après la conséquence de la propriété de Thalès,

$\frac{BD}{BA} = \frac{BS}{BC} = \frac{DS}{AC}$; d'où : $DS = \frac{BS}{BC} \times AC$. Donc : $DS = \frac{24}{5} = 4,8$.

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 15

1) $\frac{QI}{QO} = \frac{QJ}{QP} = \frac{2}{3}$

2) Les droites (IJ) et (PO) ne sont parallèles ; car, la position de I par rapport à O et Q n'est pas la même que celle de J par rapport à Q et P.

Exercice 16

1) On a : $\frac{ET}{EF} = \frac{EV}{EG} = \frac{2}{3}$.

En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Thalès au triangle EFG, on obtient (TV) parallèle à (FG).

2) (TV) et (FG) étant parallèles, en appliquant la conséquence de la propriété de Thalès dans

le triangle EFG, On a : $TV = 4{,}95 \times \frac{10}{15} \approx 3{,}3cm$.

Exercice 17

• On a : $KJ = KM - JM = 4{,}8cm$.

• En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès au triangle JHM, on obtient :

$KT = HM \times \frac{JK}{JM} = 5{,}12$ et $HT = \frac{10{,}8}{4{,}8} \times JT = 18cm$.

Exercice 18

1) On a : $M \in [LC]$, d'où : $MC = LC - LM$. Donc : $\frac{MC}{ML} = \frac{LC - ML}{ML} = \frac{1}{3}$.

2) MLP tel que (DC) est parallèle (LP), en appliquant la propriété de Thalès,

On obtient : $\frac{MD}{MP} = \frac{MC}{ML} = \frac{1}{3}$.

3) $MD = \frac{1}{3}MP = 2{,}5$.

4) Dans le triangle LIC, $P \in (LI)$; $M \in (LC)$ et la position de P par rapport à L et I est la même que celle de M par rapport à L et C.

De plus : $\frac{LI}{LP} = \frac{LC}{LM} = \frac{4}{3}$.

D'après la propriété réciproque de la propriété de Thalès les droites (MP) et (CI) sont parallèles.

Exercice 19

1) En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès au triangle TDR

On a : $\frac{TK}{TR} = \frac{TP}{TD} = \frac{KP}{RD}$; d'où : $TR = TK \times \frac{RD}{KP} = 3TK$

2) On a : $TK = \frac{14}{3} \approx 4{,}67cm$

Exercice 20

On a : $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{4}$.

En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Thalès au triangle ABC,
On obtient : (EF) // (BC).

Exercice 21

En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès au triangle IJK,

On a : $LM = JK \times \frac{IM}{IK} = 6cm$.

Exercice22

La conséquence de la propriété de Thalès appliquée au triangle OQP, donne : $PQ = 6cm$.

Exercice 23

- La propriété de Thalès appliquée au triangle PID où (LJ) // (PI) donne : $DI = 2DJ$ (1).

  Or : $J \in [DI]$; d'où : J est le milieu de $[DI]$. Par conséquent : $DJ = JI$ (2).
- La conséquence de la propriété de Thalès appliquée au triangle PID où (RK) // (PD) donne : $DI = 2RI$ (3).

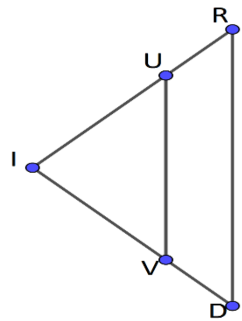
Des égalités (1) ; (2) et (3), on obtient le résultat demandé ; c'est-à-dire : $RI = IJ = JD$.

Exercice 24

1) et 2) voir figure

3) On a : $\frac{IU}{IR} = \frac{IV}{ID} = \frac{2}{3}$.

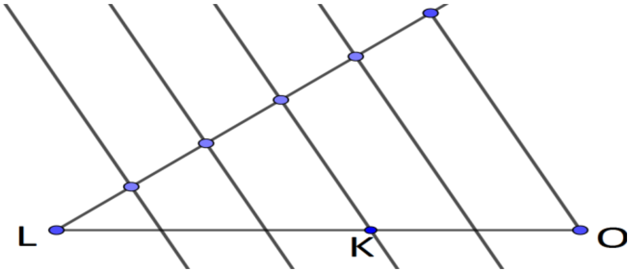
En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Thalès au triangle RID, on obtient (UV) // (DR).



Exercice 25

On a : $\frac{OZ}{OQ} = \frac{OS}{OP} = \frac{5}{7}$. La propriété réciproque de la propriété de Thalès appliquée au triangle OQP, donne : $(ZS)//(QP)$.

Exercice 26



Programme de construction

• Trace un segment [LO] de longueur 7 cm.

• Trace une demi-droite [LE) tel que LEO forme un triangle où E s'obtient à l'aide du compas en reportant 5 écarts de même longueur à partir de L sur [LE).

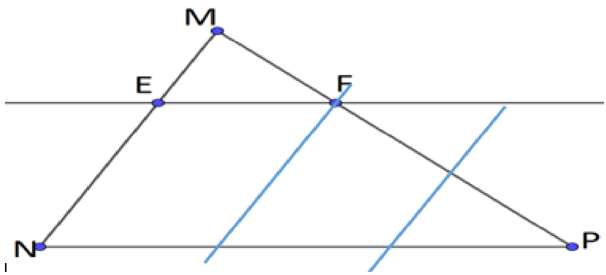
• Trace les parallèles à (OE) passant par les points qui partagent le segment [OE] en 5 segments de même longueur. Elles partagent également le segment [LO] en 5 segments de même longueur.

• Le point K est situé à la troisième division du segment [LO] à partir du point L

On obtient ainsi : $LK = \frac{3}{5}LO$.

Exercice 27

1) et 2)



3) La conséquence de la propriété de Thalès appliquée au triangle PNM où (EF) // (PN) donne : $EF = 3$

Exercice28

En appliquant la propriété de Thalès successivement au triangle IKN où (MO) // (KN) et au

triangle ILN où (JO) // (LN), on obtient : $\frac{IM}{IK} = \frac{IJ}{IL} = \frac{IO}{IN}$.

Exercice 29

• La propriété de Thalès appliquée au triangle TSI où (VK) // (SI) donne : $TK \times TS = TV \times TI$ (1) ;

• La propriété de Thalès appliquée au triangle TRK où (RK) // (SJ) donne : $TK \times TS = TR \times TJ$ (2).

Des égalités (1) et (2) on déduit que : $\frac{TV}{TR} = \frac{TJ}{TI}$.

En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Thalès au triangle TRI, on obtient : (VJ) // (RI).

Exercice 30

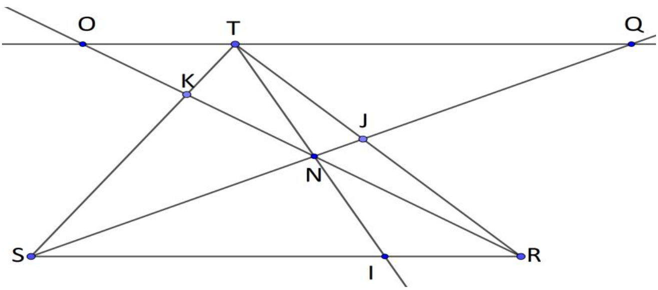
Pour les questions 1) et 2) ;

L'application de la conséquence de la propriété de Thalès successivement au triangle TDH où $(DH) // (II')$ et au triangle PCH où $(CH) // (II')$,

donne les résultats : $\frac{TI}{TD} = \frac{II'}{HD}$ et $\frac{PI}{PC} = \frac{II'}{CH}$.

2) On a : $\frac{TD}{TI} \times \frac{PI}{PC} = \frac{HD}{II'} \times \frac{II'}{CH} = \frac{HD}{CH}$; donc : $\frac{TD}{TI} \times \frac{PI}{PC} \times \frac{HC}{HD} = 1$

Exercice 31



1) • NTO est un triangle ; I ∈(NT) ; R ∈(NO) et $(IR)//(TO)$.

d' après la conséquence de la propriété de Thalès, $\frac{NI}{NT} = \frac{NR}{NO} = \frac{IR}{TO}$; (1)

• De même l'application de la conséquence de la propriété de Thalès au triangle NTQ où

$(SI)//(TQ)$; donne : $\frac{NI}{NT} = \frac{NS}{NQ} = \frac{IS}{TQ}$; (2)

Des égalités (1) et (2), on a : $\frac{NI}{NT} = \frac{SI}{QT} = \frac{IR}{TO}$

2) L'application de la conséquence de la propriété de Thalès successivement au triangle JTQ où $(RS) // (QT)$ et au triangle RSK où $(SR) // (TO)$, permet d'obtenir les résultats :

$\frac{JR}{JT} = \frac{RS}{TQ}$ et $\frac{KT}{KS} = \frac{TO}{SR}$.

3) On a : $\frac{SI}{IR} \times \frac{RJ}{JT} \times \frac{TK}{KS} = \frac{QT}{TO} \times \frac{RS}{TQ} \times \frac{TO}{RS} = 1$.

Exercice 32

L'application de la conséquence de la propriété de Thalès successivement au triangle CDI où

$(DI)\ //\ (KP)$ et au triangle CKI où $(KI)\ //\ (UP)$, permet d'obtenir : $\frac{CK}{CD} = \frac{CU}{CK}$.

d'où le résultat demandé : $CK^2 = CU \times CD$.

Situation d'évaluation

Exercice 33

BAI est un triangle ; P est un point de (BA) ;

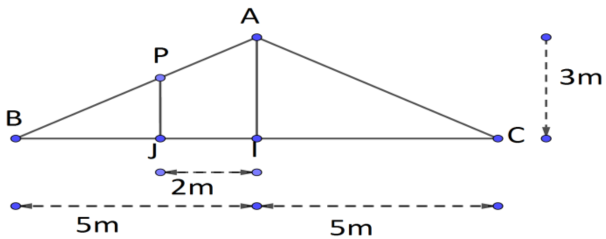
J est un point de (BI) et (PJ)//(AI) ;

d'après la conséquence de la propriété de

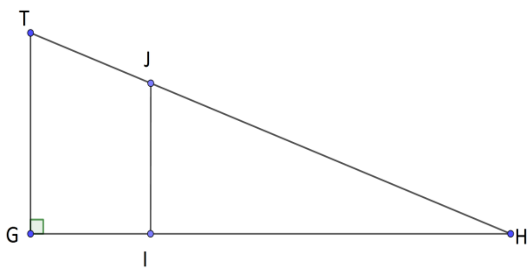
Thalès ; $\frac{BP}{BA} = \frac{BJ}{BI} = \frac{PJ}{AI}$

D'où : $PJ = AI \times \frac{BJ}{BI} = AI \times \frac{BI - IJ}{BI}$.

Donc la longueur de cette barre est : 1,8m



Exercice 34



1) Par définition la pente d'un parcourt est le rapport de la dénivellation sur la distance parcourue à l'horizontale correspondante.

Dans le cas de notre exercice la pente est : $p = \frac{IJ}{IH} = \frac{GT}{GH}$.

Calculons IJ

On a : $p = \frac{IJ}{IH}$; d'où : $IJ = p \times IH$ avec $p = 20\% = 0,2$ et $IH = 245m$.

Donc : $JI = 0,2 \times 245 = 49m$.

Calculons GT

GHT est un triangle ; I ∈(HG) ; J ∈(HT) et (IJ)//(GT) ;

d'après la conséquence de la propriété de Thalès ; $\frac{HJ}{HT} = \frac{HI}{HG} = \frac{IJ}{GT}$.

On en déduit que : $TG = IJ \times \frac{HT}{HJ} = 49 \times \frac{300}{250}$. Donc : $TG = 58,8m$.

2) Par définition, $p = \frac{GT}{GH}$; d'où : $GH = \frac{GT}{p} = \frac{58,8}{0,2}$. Donc : $GH = 294m$.

3 RACINES CARRÉES

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	Au collège moderne de Tofla ; pendant l'année scolaire.
Circonstances	Indique pour quelles raisons le président de la coopérative te sollicite. Quel est le problème auquel le président de la coopérative est confronté ?	Le président de la coopérative éprouve des difficultés pour déterminer la longueur du côté d'une parcelle.
Tâche	Qu'avez-vous décidé de faire, tes camarades et toi pour répondre à la préoccupation du président?	Mes camarades et moi avons décidé de faire des recherches sur les racines carrées pour répondre à la préoccupation du président.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est d'identifier la racine carrée d'un nombre positif.
- **Réponses aux questions**

Complétons le tableau et le texte ci-dessous :

Nombre	-3	-2	-1	0	1	2	3
Nombre élevé au carré	9	4	1	0	1	4	9

Le nombre positif dont le carré est 4 est 2. Ce nombre est appelé la racine carrée de 4. on note $\sqrt{4} = 2$.

La racine carrée de 9 est 3. On note $\sqrt{9} = 3$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1 : 1 – A ; 2 – B ; 3 – B ; 4 – C et 5 – A

Exercice 2

a) $\sqrt{\mathbf{121}} = 11$ b) $\sqrt{0{,}01} = \mathbf{0{,}1}$ c) $\sqrt{\mathbf{13}^2} = 13$

d) **impossible** e) $(\sqrt{\pi})^2 = \boldsymbol{\pi}$ f) $\sqrt{\mathbf{0}} = 0$

Exercice 3 : Comme : $x > 0$ alors $x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt{7}$.

Activité 2

- L'objectif de cette activité est d'identifier des nombres irrationnels et l'ensemble des nombres réels.
- **Réponses aux questions**

Les nombres rationnels sont : $\frac{3}{4}$; 0 ; 2021 et $-11{,}33$.

Les nombres qui ne sont pas des nombres rationnels sont : $-2\sqrt{3}$; π et $\sqrt{19}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 4

$-\sqrt{64} \notin \mathbb{N}$; $-\sqrt{13} \notin \mathbb{Q}$; $-\frac{27}{9} \in \mathbb{R}$

$3\pi \notin \mathbb{Q}$; $\frac{\sqrt{2}}{3} \in \mathbb{R}$; $\frac{\sqrt{9}}{3} \in \mathbb{Q}$

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de montrer que pour deux nombres réels positifs a et b,

on a : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.

- **Réponses aux questions**

  a) Complétons les égalités suivantes :

  - $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} \times \sqrt{b})(\sqrt{a} \times \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = a \times b.$
  - $(\sqrt{a \times b})^2 = a \times b$

  b) On en déduit que : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 5 : 1 – B ; 2 – A et 3 – A

  Exercice 6

  a) $\sqrt{16} \times \sqrt{49} = 4 \times 7 = 28.$

  b) $\sqrt{27} \times \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9.$

  c) $\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}.$

  d) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}.$

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de montrer que pour deux nombres réels positifs a et b,

  avec b non nul, on a : $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}.$

- **Réponses aux questions**

  a) Complétons les égalités suivantes :

  - $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right) \times \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right) = \dfrac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \dfrac{a}{b}$
  - $\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)^2 = \dfrac{a}{b}$

  b) On en déduit que : $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 7 : 1 – Vrai ; 2 – Faux ; 3 – Faux et 4 – Faux.

  Exercice 8

$a)$ $\sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$; b) $\sqrt{\dfrac{45}{15}} = \sqrt{\dfrac{9}{3}} = \sqrt{3}$;

c) $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{0{,}1}} = \sqrt{\dfrac{10}{0{,}1}} = \sqrt{100} = 10$; d) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\dfrac{21}{7}} = \sqrt{3}$

Activité 5

- L'objectif de cette activité est de montrer que pour deux nombres réels positifs a et b ;
  on a : $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$; avec $a > b$,
- **Réponses aux questions**
  1- a) Complétons les égalités suivantes :
  - $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$
  - $\left(\sqrt{a+b}\right)^2 = a+b$

  b) On en déduit que : $\sqrt{a}+\sqrt{b} > \sqrt{a+b}$; donc : $\sqrt{a}+\sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$.

2- a) Complétons les égalités suivantes :
  - $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a+b-2\sqrt{ab}$
  - $(\sqrt{a-b})^2 = a-b$

  b) $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 - \left(\sqrt{a-b}\right)^2 = 2\left(b-\sqrt{ab}\right)$

  or $a > b$ d'où a$b > b^2$**.** Il en résulte que : $b-\sqrt{ab} < 0$

  par suite : $\sqrt{a}-\sqrt{b} < \sqrt{a-b}$; donc : $\sqrt{a}-\sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$.
- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 9 **:** 1 – Faux ; 2 – Vrai ; 3 – Faux ; 4 – Faux.

Activité 6

- L'objectif de cette activité est de montrer que pour un nombre réel strictement positif a et pour un nombre entier relatif non nul n, on a : $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ et $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$.
- **Réponses aux questions**

1^er cas : lorsque l'exposant est un nombre pair	2^ème cas : lorsque l'exposant est un nombre impair
On sait que : $\sqrt{a^2} = a$ et : $a^{2n} = a^{n\times 2} = (a^n)^2$ D'où : $\sqrt{a^{2n}} = \sqrt{(a^n)^2} = a^n$	On sait que : $\sqrt{a^3} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{a} = a\sqrt{a}$. Et : $a^{2n+1} = a^{2n} \times a = (a^n)^2 \times a$ D'où : $\sqrt{a^{2n+1}} = \sqrt{(a^n)^2} \times \sqrt{a} = a^n \times \sqrt{a}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 10

  $\sqrt{5^8} = \sqrt{5^{2\times 4}} = 5^4 = 625$

  $\sqrt{3^{11}} = \sqrt{3^{2\times 5+1}} = 3^5\sqrt{3} = 243\sqrt{3}$

  $\sqrt{16807} = \sqrt{7^5} = \sqrt{7^{2\times 2+1}} = 7^2\sqrt{7} = 49\sqrt{7}$

Activité 7

- L'objectif de cette activité est d'identifier la valeur absolue d'un nombre réel.
- **Réponses aux questions**

Abscisse a du Mobile M	-5	$-\sqrt{10}$	$-1{,}5$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{5}{4}$	$\sqrt{10}$	5
Distance à zéro de a	5	$\sqrt{10}$	$1{,}5$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{5}{4}$	$\sqrt{10}$	5

La distance à zéro de -5 est 5. On dit que la valeur absolue de -5 est 5.
On note $|-5| = 5$.

La valeur absolue de $\frac{5}{4}$ est $\frac{5}{4}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 11

1 - la valeur absolue ; 2 - l'opposé de ce nombre ; 3 - ce nombre lui-même ; 4 - positive

Exercice 12

$a)\ \left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$; b) $|-2\sqrt{7}| = 2\sqrt{7}$; c) $|0{,}25| = 0{,}25$; d) $|\pi - 4| = -\pi + 4$

Activité 8

- L'objectif de cette activité est de montrer que pour tout nombre réel $\boldsymbol{a}$, on a :$\sqrt{\boldsymbol{a}^2} = |\boldsymbol{a}|$.
- **Réponses aux questions**

1)

		Lorsque a est positif			Lorsque a est négatif		
Ligne 1	a	1	2	3	-1	-2	-3
Ligne 2	a^2	**1**	**4**	**9**	**1**	**4**	**9**
Ligne 3	$\sqrt{a^2}$	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
Ligne 4	$\lvert a\rvert$	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**

2) Lorsque a est positif, $\sqrt{a^2} = \boldsymbol{a}$ et lorsque a est négatif, $\sqrt{a^2} = -\boldsymbol{a}$

3) On en déduit que : $\sqrt{a^2} = |a|$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 13 **:** $\sqrt{(-13)^2} = |-13| = 13$ et $\sqrt{(\pi - 1)^2} = |\pi - 1| = \pi - 1$.

Activité 9

- L'objectif de cette activité est d'écrire un quotient sans radical au dénominateur.
- **Réponses aux questions**

On a : $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = (\sqrt{3})^2 - 1^2 = 2$.

Effectuons les calculs suivants :

$$A = \frac{(\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}+5\sqrt{3}+5}{2} = \frac{8+6\sqrt{3}}{2} = 4+3\sqrt{3}$$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 14

L'expression conjuguée de $3-2\sqrt{5}$ est $3+2\sqrt{5}$.

L'expression conjuguée de $\sqrt{8}+\sqrt{11}$ est $\sqrt{8}-\sqrt{11}$.

L'expression conjuguée de $-4\sqrt{7}$ est $4\sqrt{7}$.

Exercice 15

$$A = \frac{3}{\sqrt{5}+2} = \frac{3(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \frac{3\sqrt{5}-6}{(\sqrt{5})^2-2^2} = 3\sqrt{5}-6$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$C = \frac{\sqrt{2}+3}{2-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+3)(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}+6+3\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= 2\sqrt{2}+\sqrt{6}+6+3\sqrt{3}$$

.

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

$\sqrt{108} = \sqrt{36\times3} = \sqrt{36}\times\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ et $\sqrt{98} = \sqrt{49\times2} = \sqrt{49}\times\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.

Question 2 : Exercice non résolu

$B = \sqrt{125}-3\sqrt{20}-\sqrt{180}$

$B = 5\sqrt{5}-3\times2\sqrt{5}-6\sqrt{5}$

$B = -7\sqrt{5}$

Question 3 : Exercice non résolu

$C = (2\sqrt{6}+3)(2\sqrt{6}-3)$ et $D = (2\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}+5)$

$C = (2\sqrt{6})^2-3^2$

$D = 2\sqrt{6}+10\sqrt{3}-\sqrt{2}-5$

$C = 15$

Question 4 : Exercice non résolu

$C = x^2-4x\sqrt{5}+20$ et $D = 3-2x^2$

$C = x^2-2\times x\times2\sqrt{5}+(2\sqrt{5})^2$

$C = (x-2\sqrt{5})^2$

$D = (\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}x)^2$

$D = (\sqrt{3}-\sqrt{2}x)(\sqrt{3}+\sqrt{2}x)$

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1 : 1 – Vrai ; 2 – Vrai ; 3 – Faux ; 4 – Faux ; 5 – Vrai.

Exercice 2

Les nombres égaux à 7 sont : $\sqrt{7^2}$ et $(-\sqrt{7})^2$.

Les nombres égaux à -7 sont : $-\sqrt{49}$, $-\sqrt{7^2}$ et $-(\sqrt{7})^2$

Exercice 3

1 – irrationnels ; 2 - entier naturel ; 3 – réels ; 4 - décimal relatif ; 5 - rationnel

Exercice 4

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\sqrt{6}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$
$-\dfrac{\sqrt{100}}{5}$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$
$\dfrac{\sqrt{16}}{3}$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$

Exercice 5 : 1 – Faux ; 2 – Faux ; 3 – Vrai ; 4 – Vrai.

Exercice 6

a) $\sqrt{8} \times \sqrt{18} = 12$; b) $\sqrt{25 \times 4} = 10$; c) $\sqrt{500} \times \sqrt{0,05} = 5$;

d) $\sqrt{8100} = 90$; e) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = 6$

Exercice 7 : 1 – B ; 2 – B ; 3 – A ; 4 – C.

Exercice 8

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{32}{2}} = 4$ b) $\sqrt{\dfrac{121}{100}} = \dfrac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = 1,1$ c) $\dfrac{\sqrt{4,9}}{\sqrt{0,1}} = \sqrt{\dfrac{4,9}{0,1}} = 7$

d) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\dfrac{8}{18}} = \dfrac{2}{3}$ e) $9 \times \sqrt{\dfrac{4}{81}} = 9 \times \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}} = 2$

Exercice 9 : 1 – B ; 2 – C ; 3 – B ; 4 – A.

Exercice 10

$A = \sqrt{1} + \sqrt{49} - \sqrt{16} = 1 + 7 - 4 = 4$

$B = \sqrt{25} - \sqrt{81} - 2\sqrt{9} = 5 - 9 - 2 \times 3 = -10$

$C = (\sqrt{11})^2 - \sqrt{5 - \sqrt{1}} = 11 - 2 = 9$

Exercice 11 : 1 – C ; 2 – B ; 3 – C.

Exercice 12

$\sqrt{5^7} = \sqrt{5^{2\times3+1}} = 125\sqrt{5}$; $\sqrt{2^{-6}} = \sqrt{2^{2\times(-3)}} = \dfrac{1}{8}$; $\sqrt{19^{-4}} = \sqrt{19^{2\times(-2)}} = \dfrac{1}{361}$

Exercice 13

$A = \sqrt{3^{2\times3} \times 7} = 3^3 \times \sqrt{7} = 27\sqrt{7}$;

$B = \sqrt{2 \times 5^{2\times4+1}} = \sqrt{2 \times 5 \times 5^{2\times4}} = 625\sqrt{10}$.

Exercice 14 : 1 – Faux ; 2 – Vrai ; 3 – Vrai ; 4 – Vrai.

Exercice 15

$|23| = 23$; $\left|-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}$ et $\left|1-\sqrt{2}\right| = -\left(1-\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}-1$.

Exercice 16

$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \left|1-\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}-1$;

$\sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} = \left|2\sqrt{2}-3\right| = -\left(2\sqrt{2}-3\right) = 3-2\sqrt{2}$;

$\sqrt{(3-\sqrt{6})^2} = \left|3-\sqrt{6}\right| = 3-\sqrt{6}$.

Exercice 17

$A = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - \sqrt{3} - 4\sqrt{2} = \sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 4\sqrt{2}$;

$B = \dfrac{1}{2}\sqrt{7} - \left(1-\sqrt{7}\right) - \dfrac{3}{2}\sqrt{7} = -1 + \left(\dfrac{1}{2} + 1 - \dfrac{3}{2}\right)\sqrt{7} = -1$

$C = 2\sqrt{11} - 3\sqrt{7} - 5\sqrt{11} = -3\sqrt{7} + (2-5)\sqrt{11} = -3\sqrt{7} - 3\sqrt{11}$.

Exercice 18

1) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ et $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$.

2) $A = 2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{300} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$.

Exercice 19

$A = -\sqrt{7}\left(\sqrt{7}-2\right) = -7 + 2\sqrt{7}$;

$B = 2\sqrt{3}\left(5-4\sqrt{3}\right) = -24 + 10\sqrt{3}$;

$C = \left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-3\right) = -1 - \sqrt{5}$.

Exercice 20

$A = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = 8 + 4\sqrt{3}$;

$B = (3\sqrt{5} - \sqrt{15})^2 = 60 - 30\sqrt{3}$;

$C = (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})^2 = 50$.

Exercice 21

$$B = \frac{-7}{2\sqrt{3}} = \frac{-7\sqrt{3}}{6} \qquad C = \frac{3}{\sqrt{7}+2} = \sqrt{7} - 2 \qquad D = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = -\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

Exercice 22

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 3 + \sqrt{6}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}-2} = \frac{\sqrt{30} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{6} - 6}{2}$$

$$C = \frac{3+2\sqrt{3}}{3-2\sqrt{3}} = -7 - 4\sqrt{3}$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6}$$

Exercice 23

$A = x\sqrt{3} - \sqrt{27} = \sqrt{3}(x - 3)$;

$B = 2x^2 - x\sqrt{2} = x\sqrt{2}(x\sqrt{2} - 1)$;

$C = 2(x^2 - 5) - (x - 3)\left(x - \sqrt{5}\right) = \left(x - \sqrt{5}\right)(x + 2\sqrt{5} + 3)$

Exercice 24

$A = 9x^2 - 13 = \left(3x - \sqrt{13}\right)(3x + \sqrt{13})$.

$B = 5x^2 - 14\sqrt{5}x + 49 = (x\sqrt{5} - 7)^2$.

$C = x^2 - 2 - \left(x - \sqrt{2}\right)\left(-2x + 3\sqrt{2}\right) = \left(x - \sqrt{2}\right)(3x - 2\sqrt{2})$.

Exercice 25

(E_1) : $x^2 = 23$

$x = \sqrt{23}$

La valeur de x est $\sqrt{23}$.

(E_2) : $x^2 = 32$

$x = 4\sqrt{2}$

La valeur de x est $4\sqrt{2}$.

(E_3) : $4x^2 = 11$

$$x = \sqrt{\frac{11}{4}}$$

La valeur de x est $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 26

ABC est un triangle. $I \in (AB)$ et $J \in (AC)$ et les droites (BC) et (IJ) sont parallèles.

D'après la propriété de Thalès $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$. Donc : $AC = \frac{AB \times AJ}{AI} = \sqrt{15}$

Exercice 27

$$A = \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{7}+2} = \frac{\sqrt{35}-2\sqrt{5}-3\sqrt{7}+6}{3} \qquad B = \frac{3\sqrt{7}+2\sqrt{5}}{3\sqrt{7}-2\sqrt{5}} = \frac{83+12\sqrt{35}}{43}$$

$$C = \frac{2}{4\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = -\frac{4\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{10} \qquad D = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{-5\sqrt{2}+\sqrt{5}}{3}$$

Exercice 28

$$A = \sqrt{\frac{32}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3} \qquad B = 2\sqrt{75} \times \sqrt{3} = 30 \qquad C = \frac{\sqrt{125}}{5} = \sqrt{5}$$

$$D = \frac{3\sqrt{45}}{6\sqrt{20}} = \frac{3}{4} \qquad E = \sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{24}{5}} = 2\sqrt{3} \qquad F = \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{44}}{\sqrt{5} \times \sqrt{33}} = 2$$

Exercice 29

$$A = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{8} = \sqrt{2} \qquad B = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$C = (\sqrt{5}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 = 14 \qquad D = \sqrt{\sqrt{9}+2\sqrt{2}} \times \sqrt{3-\sqrt{8}} = 1$$

Exercice 30

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{3^2 + 7^2 + (\sqrt{6})^2} = 1$$

$$B = (7\sqrt{5})^2 + 3\sqrt{196} - 5\sqrt{2} = 287 - 5\sqrt{2}$$

$$C = \frac{\sqrt{2^7 \times 3^4}}{\sqrt{9} \times \sqrt{32}} = 6$$

$$D = \sqrt{\frac{2\sqrt{5}-2}{7}} \times \sqrt{\frac{2\sqrt{5}+2}{7}} = \frac{4}{7}$$

$$E = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2021} \times (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2021} = 1$$

Exercice 31

1) Calculons son périmètre $\mathcal{P}$

$\mathcal{P} = 2(L+l) = 2\left(2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2}-3\right)$. Donc : $\mathcal{P} = \left(10\sqrt{2}-2\right)\,cm$

2) Justifions que $\mathcal{A} = 6\,cm^2$

$\mathcal{A} = L \times l = \left(2\sqrt{2}+2\right)\left(3\sqrt{2}-3\right)$. Donc : $\mathcal{A} = 6\,cm^2$.

Exercice 32

1) Ecrivons sous la forme $a + b\sqrt{2}$

$A = 3 + 5\sqrt{2}(3\sqrt{2} + 4) = 33 + 20\sqrt{2}$ et $B = (7\sqrt{2} - 4)^2 = 114 - 56\sqrt{2}$

2) Ecris C sous la forme $a + b\sqrt{3}$

$C = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) - 4\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = -5 + 4\sqrt{3}$

Exercice 33

$A = |1 - \sqrt{5}| + |2 - \sqrt{5}| + |3 - \sqrt{5}| = \sqrt{5}$

$B = |2 - \sqrt{3}| + |2 - \sqrt{6}| - 3 \times |-\sqrt{3}| = \sqrt{6} - 4\sqrt{3}$

Exercice 34

1) Développons et réduisons $(\sqrt{6} - 1)^2$ et $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

On a : $(\sqrt{6} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{6}$ et $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$

2) Simplifions A et B .

$A = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ et $B = \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{6} - 1$

Exercice 35

1) On a : $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ et $y = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$. D'où : $xy = \sqrt{121 - 72} = 7$

2) Calculons $(x + y)^2$

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 36$

3) Déduisons que $x + y$ est un nombre entier naturel

Comme $(x + y)^2 = 36$ alors $x + y = 6$.

Exercice 36

1) Ecrivons A et B sous la forme de $a + b\sqrt{2}$

On a : $A = 4 - (\sqrt{2} + 1)^2 = 1 - 2\sqrt{2}$ et $B = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 3) = -1 + 2\sqrt{2}$

2) Justifions que A et B sont opposés

$A + B = 1 - 2\sqrt{2} + -1 + 2\sqrt{2} = 0$; donc : A et B sont opposés.

Exercice 37

1) Démontrons que a et b sont inverses l'un de l'autre

$ab = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1$; donc : a et b sont inverses l'un de l'autre.

2) $\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{\sqrt{5} - 2} - \dfrac{1}{\sqrt{5} + 2} = 4$

3) Calculons X^2

$X^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{5} - 2$

Exercice 38

$x = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5$ et $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{6} = 5$; donc

: x et y sont égaux.

Exercice 39

1) On a : $E_c = \dfrac{mv^2}{2}$; d'où : $v^2 = \dfrac{2E_c}{m}$. Comme la vitesse est positive alors : v

$= \sqrt{\dfrac{2E_c}{m}}$.

2) On a : $v = \sqrt{\dfrac{2E_c}{m}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 0{,}25}{8}}$; donc : $v = 0{,}25\ m/s$

Exercice 40

1) On a : $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2$ car $2-\sqrt{5} < 0$

Et $\sqrt{11-6\sqrt{2}} = |3-\sqrt{2}| = 3-\sqrt{2}$ car $\left(3-\sqrt{2}\right)^2 = 11-6\sqrt{2}$ et $3-\sqrt{2} > 0$

2) $A = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}-3$

Et : $B = 3\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} + 2\sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2} - \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 0$

Exercice 41

1) Calculons A^2 puis B^2

$A^2 = (\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}})^2 = 2$ et $B^2 = \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 = 2$

2) $A^2 = B^2 = 2$ alors $A = B = \sqrt{2}$ car A et B sont tous deux positifs.

Exercice 42

1) $A^2 = (\sqrt{2}-3)^2 = 11-6\sqrt{2}$

2- a) $B = \dfrac{5\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 11-6\sqrt{2}$

b) $\sqrt{B} = \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 3-\sqrt{2}$

3) Déterminons la valeur de x

$\left(\sqrt{2}+1\right)x^2 - 5\sqrt{2} + 1 = 0$

$x^2 = \dfrac{5\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

$x^2 = 11-6\sqrt{2}$

D'après les questions précédentes ; $x = 3-\sqrt{2}$.

Exercice 43

1) Factorisons A

$A = x^2 - 7 + \left(x-\sqrt{7}\right)\left(x-2\sqrt{5}\right) = \left(x-\sqrt{7}\right)(2x+\sqrt{7}-2\sqrt{5})$

2) Déterminons les valeurs x pour lesquelles F existe

F existe si et seulement si $(x-\sqrt{5})(x-\sqrt{7}) \neq 0$

Ainsi : F existe si et seulement si $x \neq \sqrt{5}$ et $x \neq \sqrt{7}$.

3) Lorsque F existe ;

$F = \dfrac{2x+\sqrt{7}-2\sqrt{5}}{x-\sqrt{5}}$ après simplification par $x-\sqrt{7}$.

4) Calculons la valeur numérique de F pour $x = -\sqrt{7}$

Pour $x = -\sqrt{7}$; $F = \dfrac{\sqrt{7}+2\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \dfrac{17}{2} + \dfrac{3}{2}\sqrt{35}$

Exercice 44

1) Déterminons :

a) La longueur du côté AC

On a : $\mathcal{A}_{ACDE} = AC^2 = 2cm^2$; donc : $AC = \sqrt{2}cm$.

b) La longueur du côté AB

On a : $\mathcal{A}_{ABFG} = AB^2 = 8cm^2$; $AB = 2\sqrt{2}\ cm$.

2) Déduisons la distance BC

Le triangle ABC est rectangle en A, d'après la propriété de Pythagore

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8 + 2$. Donc : $BC = \sqrt{10}\ cm$.

Situation d'évaluation

Exercice 45

1) L'aire d'une parcelle est : $\mathcal{A} = \dfrac{2400}{3} = 800\ m^2$

2) Justifions que la longueur du côté d'une parcelle est de $20\sqrt{2}\ m$

Soit c le côté d'une parcelle. On sait que $\mathcal{A} = c^2 = 800$ d'où : $c = 20\sqrt{2}\ m$.

3) On a : $25^2 = 625$ et $(20\sqrt{2})^2 = 800$; d'où : $25 < 20\sqrt{2}$.

Donc le président avait raison de douter de l'entrepreneur.

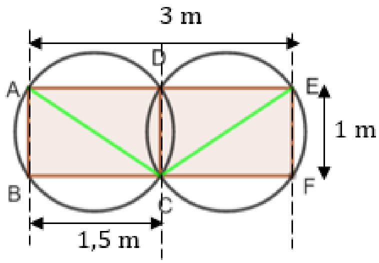
Exercice 46

1) Le diamètre minimal d'une nappe est la diagonale d'un rectangle de dimensions 1,5 m et 1 m.
En appliquant la propriété de Pythagore dans un des triangles rectangles formés par une diagonale et deux cotés consécutifs,

on a : $d = \sqrt{1^2 + 1{,}5^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}\ m.$

2) On a : $1{,}8^2 = 3{,}24$ et $\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 = 3{,}25$ d'où : $1{,}8 < \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Conclusion : la proposition des élèves de 3ième d'acheter des nappes dont le diamètre est supérieur à 1,8 m est correcte.



Exercice 47

1) $\mathcal{P} = 2(L + l) = 2(24 - \sqrt{5} + 7 - \sqrt{5})$; donc : $\mathcal{P} = (62 - 4\sqrt{5})\ m$

2) Le coût minimal de la clôture est : $C_{min} = 7000(62 - 4\sqrt{5}) = 434000 - 28000\sqrt{5}$

Donc : le coût minimal est de 371390f CFA

3) L'oncle de Yannis ne dispose pas de suffisamment d'argent pour réaliser son projet, car 370000f CFA < 371390f CFA.

4 TRIANGLE RECTANGLE

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur insistera sur la description des documents 1 et 2, afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	La scène se déroule à San-Pedro, dans une boulangerie.
Circonstance	Indique pour quelles raisons, le maçon sollicite son fils. Quel est le problème auquel le maçon est confronté ?	Le maçon éprouve des difficultés pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{TDS}$ et la longueur DS en vue de confectionner un coffrage pour la construction d'une rampe d'accès pour personnes à moblité réduite conforme à la norme.
Tâche	Que décide de faire le fils du maçon pour répondre à la préoccupation de son père ?	Le fils du maçon décide de s'associer à des amis de classe en vue d'effectuer des calculs dans le triangle rectangle.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des habiletés

Activité 1

- L'objectif de cette activité est de démontrer que dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.
- **Réponses aux questions**

On évalue de deux manières différentes l'aire S du grand carré ABCD :

1. a- On sait que les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

Dans le triangle ALI rectangle en A,

on a donc : $mes\widehat{AIL} + mes\widehat{ALI} = 90°$.

D'après la figure, on sait que : $\widehat{ALI} = \widehat{BIJ}$.

D'où : $mes\widehat{AIL} + mes\,\widehat{BIJ} = 90°$.

De plus $mes\widehat{LIJ} = 180° - (mes\widehat{AIL} + mes\,\widehat{BIJ}) = 180° - 90°$ car $I \in [AB]$,

donc : $mes\widehat{LIJ} = 90°$.

b- Comme un losange qui a un angle droit est un carré

Alors IJKL est un carré.

2. a- Aire S du grand carré en fonction de a et b.

$$S = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

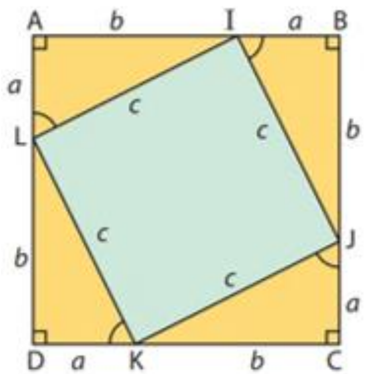
b- Aire S du grand carré en fonction de a ; b et c.

$$S = c^2 + 4 \times \frac{ab}{2} = c^2 + 2ab$$

c- Conclusion :

On a : $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$

Donc : $a^2 + b^2 = c^2$



- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

Exercice 1

- Le triangle AEF est rectangle en A, l'hypoténuse est [EF].
  Donc d'après la propriété de Pythagore ; $EF^2 = AE^2 + AF^2$.
- Le triangle MNP est rectangle en N. l'hypoténuse est [MP].
  Donc d'après la propriété de Pythagore ; $MP^2 = MN^2 + NP^2$.

Activité 2

- L'objectif de cette activité est de démonter qu'un triangle tel que le carré du plus grand côté est la somme des carrés des deux autres côtés, est un triangle rectangle.
- **Réponses aux questions**

1. On sait que : $(AD) \perp (AC)$. Le triangle ADC est donc un triangle rectangle en A.
   D'après la propriété de Pythagore, $CD^2 = AD^2 + AC^2$ or $AD = AB$.
   D'où : $CD^2 = AB^2 + AC^2$, comme : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
   Alors : $CD^2 = BC^2$.
2. On a : $CD = BC$ car $CD^2 = CB^2$ d'où C est équidistant de B et D.
   De même A est équidistant de B et D car $AD = AB$.
   Donc la droite (AC) est la médiatrice du segment [BD].

3. On a : (AC) est la médiatrice de [BD] signifie que B et D sont symétriques par rapport à (AC).
   Il en résulte que les triangles CAB et CAD sont symétriques par rapport à (AC).
   Par conséquent les triangles CAB et CAD sont superposables.
   Comme ABD est un triangle rectangle en A, alors ABC est aussi un triangle rectangle A.

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

Exercice 2 : 1-b ; 2-c et 3-a.

Exercice 3

a- $RS^2 = RT^2 + ST^2$ donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, RST est un
triangle rectangle en T.

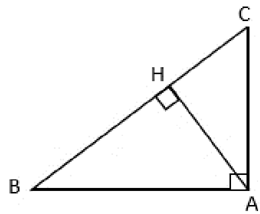
b- $GF^2 + EG^2 = EF^2$ donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, EFG est un
triangle rectangle en G.

c- On a : $JK^2 - KI^2 = IJ^2$ d'où $JK^2 = IJ^2 + KI^2$. Donc d'après la propriété réciproque de la
propriété de Pythagore, IJ K est un triangle rectangle en I.

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de démontrer que dans un triangle rectangle, le produit des longueurs des côtés de l'angle droit est égal au produit de la longueur de l'hypoténuse par la hauteur issue du sommet de l'angle droit.
- **Réponses aux questions**

1. a- Aire S du triangle ABC en fonction de AB et AC.
   ABC est un triangle rectangle en A ;
   Donc : $S = \frac{AB \times AC}{2}$.
   b- Aire S du triangle ABC en fonction de AH et BC.
   ABC est un triangle rectangle en A et AH est la hauteur relative à [BC] ;
   Donc : $S = \frac{AH \times BC}{2}$.



2. On a : $S = \frac{AB \times AC}{2}$ et $S = \frac{AH \times BC}{2}$.
   D'où : $\frac{AB \times AC}{2}$
   $= \frac{AH \times BC}{2}$; en multipliant par 2,

On obtient : AB ×AC = AH ×BC.

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

Exercice 4 : 1-V ; 2-F ; 3-V et 4-V

Activité 4

- L'objectif de cette activité est d'établir que dans les trois triangles ABC :

les rapports $\frac{AB}{AC}$; $\frac{BC}{AC}$ et $\frac{BC}{AB}$ ne dépendent que de l'angle $\widehat{BAC}$ de mesure 37°.

- Réponses aux questions :

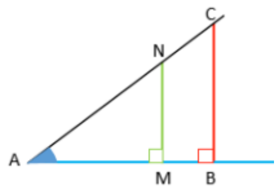
1.

	Figure 1	Figure 2	Figure 3
$\frac{AB}{AC}$	**0,8**	**0,8**	**0,8**
$\frac{BC}{AC}$	**0,6**	**0,6**	**0,6**
$\frac{BC}{AB}$	**0,7**	**0,7**	**0,7**

2.
Pour chaque triangle ABC rectangle en B ayant un angle aigu de mesure 37°, le rapport $\frac{AB}{AC}$ est d' environ 0,8 ; le rapport $\frac{BC}{AC}$ est d'environ 0,6 et le rapport $\frac{BC}{AB}$ est d'environ 0,7.

Activité 5

- L'objectif de cette activité est de définir le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu dans tringle rectangle.
- **Réponses aux questions**



1. Dans les triangles rectangles ABC et AMN,
   on a : mes $\widehat{BCA}$ $=$ mes $\widehat{MNA}$ $= 90° -$ mes $\widehat{BAC}$.
2. Les droites (BC) et (MN) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (AB).
   De plus $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$,
   D'après la conséquence de la propriété de Thalès,
   $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
3. On en déduit que :
   a. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; b. $\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ et c. $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$.
   Donc : a. $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN}$; b. $\frac{BC}{AC} = \frac{MN}{AN}$ et c. $\frac{BC}{AB} = \frac{MN}{AM}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

Soit EDP un triangle rectangle en E, l'hypoténuse est [PD] ;
$\cos\widehat{EDP} = \frac{ED}{PD}$; $\sin\widehat{EDP} = \frac{PE}{DP}$ et $\tan\widehat{EDP} = \frac{EP}{DE}$.

Activité 6

- L'objectif de cette activité est de démontrer que :
- La tangente d'un angle aigu est égale au quotient de son sinus par son cosinus.
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres réels strictement positifs, plus petit que 1.
- La somme du carré du cosinus et du carré du sinus est égale à 1.
- Quand deux angles sont complémentaires le cosinus de l'un est égal au sinus de l'autre.
- **Réponses aux questions**

1. ABC étant un triangle rectangle en C, l'hypoténuse est le côté [AB],
   par définition : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AB}$, $\sin\widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$ et $\tan\widehat{A} = \dfrac{BC}{AC}$.

2. On a : $\dfrac{\sin\widehat{A}}{\cos\widehat{A}} = \dfrac{\frac{BC}{AB}}{\frac{AC}{AB}} = \dfrac{BC}{AB} \times \dfrac{AB}{AC}$, après simplification $\dfrac{\sin\widehat{A}}{\cos\widehat{A}} = \dfrac{BC}{AC}$. Or $\tan\widehat{A} = \dfrac{BC}{AC}$.
   Donc : $\dfrac{\sin\widehat{A}}{\cos\widehat{A}} = \tan\widehat{A}$.

3. a- ABC étant un triangle rectangle en C, l'hypoténuse est le côté [AB].
   D'où : $0 < AC < AB$ et $0 < BC < AB$, en divisant par AB,
   On obtient : $0 < \dfrac{AC}{AB} < \dfrac{AB}{AB}$ et $0 < \dfrac{AC}{AB} < \dfrac{AB}{AB}$, d'où: $0 < \dfrac{AC}{AB} < 1$ et $0 < \dfrac{AC}{AB} < 1$.
   Comme : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AB}$ et $\sin\widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$
   Alors : $0 < \cos\widehat{A} < 1$ et $0 < \sin\widehat{A} < 1$.
   b– On a : $\cos\widehat{A} = \dfrac{AC}{AB}$ et $\sin\widehat{A} = \dfrac{BC}{AB}$.
   D'où : $(\cos\widehat{A})^2 + (\sin\widehat{A})^2 = \dfrac{AC^2}{AB^2} + \dfrac{BC^2}{AB^2} = \dfrac{AC^2 + BC^2}{AB^2}$.
   c- ABC est un triangle rectangle en C,
   d'après la propriété de Pythagore, $AC^2 + BC^2 = AB^2$.
   Comme : $(\cos\widehat{A})^2 + (\sin\widehat{A})^2 = \dfrac{AC^2 + BC^2}{AB^2}$, alors : $(\cos\widehat{A})^2 + (\sin\widehat{A})^2 = \dfrac{AB^2}{AB^2}$.
   Donc : $(\cos\widehat{A})^2 + (\sin\widehat{A})^2 = 1$.

4. a- ABC est un triangle rectangle en C, l'hypoténuse est le côté [AB],

par définition : $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{BA}$ et $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BA}$.

b– D'après la question 1. $\cos\widehat{A} = \frac{AC}{AB}$, $\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$,

d'où : $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{BA} = \sin\widehat{A}$ et $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BA} = \cos\widehat{A}$.

Comme les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont complémentaires,

On déduit que pour deux angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ complémentaires $\cos\widehat{A} = \sin\widehat{B}$ et $\sin\widehat{A} = \cos\widehat{B}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

Exercice 6 : 1-c ; 2-b ; 3-a ; 4-b et 5-c

Des questions d'évaluation

Question 1 : exercice non corrigé

SAR est triangle rectangle en S ;

D'après la propriété de Pythagore ; $RA^2 = SR^2 + SA^2$

Donc : $SR = \sqrt{RA^2 - SA^2} \approx 10{,}7$ cm.

Question 2 : exercice non corrigé

1. $(\sqrt{45})^2 = (3\sqrt{5})^2 = 6^2 + 3^2$; $3\sqrt{5}$ cm est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les

côtés de l'angle droit mesurent respectivement 6 cm et 3cm.

Figure : construire un triangle rectangle de côtés de l'angle droit 6 cm et 3 cm à l'aide de l'équerre.

2. $7^2 = (\sqrt{24})^2 + 5^2$; 7 cm est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 5 cm et $\sqrt{24}$ cm.

Figure : construire un triangle rectangle inscrit dans un cercle de diamètre 7cm dont un côté de l'angle

droit mesure 5cm, à l'aide du compas.

Question 3 : exercice non corrigé

DST est un triangle rectangle en D et [ED] est la hauteur relative à [ST].
On a : $ED \times ST = DS \times DT$;
Donc : $DE = 7{,}2$ cm

Question 4 : exercice non corrigé

A l'aide de la calculatrice on a : $\cos 68° \approx 0{,}37$; $\sin 45° \approx 0{,}71$ et $\tan 19° \approx 0{,}34$.

Question 5 : exercice non corrigé

EFG est un triangle rectangle en G ;
par définition, $\cos\widehat{FEG} = \frac{EG}{EF}$. Donc : $\cos\widehat{FEG} = \frac{3}{5}$;
$\widehat{FEG}$ est un angle aigu, on a: $\sin\widehat{FEG} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{FEG}} = \frac{4}{5}$ et $\tan\widehat{FEG} = \frac{\sin\widehat{FEG}}{\cos\widehat{FEG}}$
$= \frac{4}{3}$.

Question 6 : exercice non corrigé

MNO est un triangle rectangle en N ;
par définition, $\tan\widehat{M} = \frac{NO}{MN}$ et , $\sin\widehat{M} = \frac{NO}{OM}$.
Donc : $MN = \frac{5}{\tan 47°} = 4{,}7$ cm et $OM = \frac{5}{\sin 47°} = 6{,}8$ cm.

Question 7 : exercice non corrigé

DAM est un triangle rectangle en A ;
par définition, $\cos\widehat{ADM} = \frac{AD}{DM}$; $\sin\widehat{ADM} = \frac{MA}{DM}$; $\tan\widehat{ADM} = \frac{MA}{AD}$
$\cos\widehat{ADM} = \frac{2\sqrt{7}}{8}$; d'où : $0{,}6 < \cos\widehat{ADM} < 0{,}7$;
$\sin\widehat{ADM} = \frac{6}{8}$; d'où : $0{,}7 < \sin\widehat{ADM} < 0{,}8$;
$\tan\widehat{ADM} = \frac{6}{2\sqrt{7}}$; d'où : $1{,}1 < \tan\widehat{ADM} < 1{,}2$.

Question 8 : exercice non corrigé

1. $\text{mes}\widehat{A} = \cos^{-1}(0{,}635) \approx 51°$; $\text{mes}\widehat{B} = \sin^{-1}(0{,}809) \approx 54°$ et $\text{mes}\widehat{E} = \tan^{-1}(2{,}87) = 71°$.

2. $50° < \text{mes}\widehat{A} < 51°$; $53° < \text{mes}\widehat{B} < 54°$ et $70° < \text{mes}\widehat{E} < 71°$

Question 9 : exercice non corrigé

1. RST est un triangle rectangle en S ;

par définition : $\cos\widehat{T} = \frac{ST}{TR}$. Donc : $\cos\widehat{T} = \frac{6}{8} = 0{,}75$;

2. $0{,}7431 < \cos\widehat{T} < 0{,}7547$; donc : $41° < \text{mes}\widehat{T} < 42°$

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

La propriété de Pythagore s'obtient dans cet ordre : b ; d ; c ; e et a.

Exercice 2

$FM^2 = MA^2 + AF^2$ •	• Le triangle AFM est rectangle en M.
$AF^2 = MA^2 + MF^2$ •	• Le triangle AFM est rectangle en F.
$FA^2 + MF^2 = MA^2$ •	• Le triangle AFM est rectangle en A.

Exercice 3 :

EBL est un triangle est rectangle en L.

$EL^2 = \mathbf{EB^2 - LB^2}$; $LB^2 = \mathbf{EB^2 - EL^2}$ et $EB^2 = \mathbf{EL^2 + LB^2}$.

Exercice 4 :

$$OT = OC \times \sin 40° \ ; \ CO = \frac{8}{\cos 40°} \ ; \ OT = 8 \times \tan 40° \text{ et } OT \times \tan 50° = 8$$

Exercice 5

	4,62	2,13	4,53	5,51
L'arrondi au centième de NO est		X		
L'arrondi au centième de TU est				X
L'arrondi au centième de MO est			X	
L'arrondi au centième de TV est	X			

Exercice 6 : 1.V ; 2.F ; 3.F et 4.V

Exercice 7 : 1-b ; 2-a ; 3-c ; 4-a.

Exercice 8

Erreurs commises :

- Mamoudou n'a pas cité la propriété de Pythagore.
- Il a aussi oublié que dans un triangle rectangle, c'est le carré de l'hypoténuse qui est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Rédaction correcte :

Le triangle KML est rectangle en M. l'hypoténuse est [KL]. D'après la propriété de Pythagore :

$$KL^2 = KM^2 + ML^2$$
$$KL^2 = 6^2 + 4{,}5^2.$$

D'où : $KL = \sqrt{6^2 + 4{,}5^2}$.

Donc : : $KL = 7{,}5 \ cm$.

Attention !!!
Dans l'égalité de Pythagore, ce n'est pas le carré **du plus grand côté donné dans l'énoncé** qui est égal à la somme de carrés, mais le carré de l'hypoténuse.

Exercice 9

Affirmations	Réponses
Le triangle RST est rectangle en R	**V**
Le triangle RST est rectangle en T	**F**
Le triangle RST n'est pas rectangle en R	**F**
Dans le triangle RST, on a l'égalité : $ST^2 = RS^2 + RT^2$	**V**

Exercice 10

①-ⓑ ; ②-ⓓ ; ③-ⓔ ; ④-ⓒ ; ⑤-ⓐ.

Exercice 11

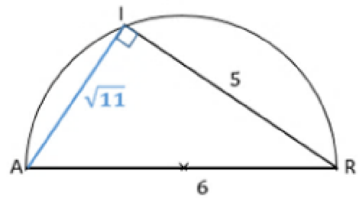
	ERM est un triangle rectangle en		
	E	R	M
MR	**17**	48	45
RE	15	**36**	**53**
ME	8	60	28

Exercice 12

1. Le raisonnement de Yébouet est incorrect car il a écrit l'égalité : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ avant de vérifier
   si elle est vraie et il ne cite pas la propriété qui lui permet de faire sa conclusion.
2. Proposition de solution :
   Dans le triangle ABC, [BC] est le plus long côté.
   On a : $BC^2 = 25^2 = 625$ et $AB^2 + AC^2 = 24^2 + 7^2 = 625$.
   Donc : $BC^2= AB^2 + AC^2$
   D'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 13

1. Construction

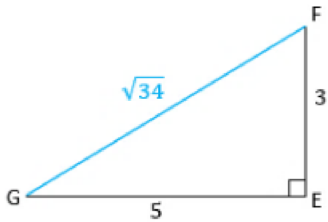


2. AIR est un triangle rectangle en I, [AR] est l'hypoténuse.

D'après la propriété de Pythagore,
$AR^2 = AI^2 + RI^2$.
D'où : $AI^2 = AR^2 - RI^2$
Soit : $AI^2 = 6^2 - 5^2 = 11$.
Donc : $AI = \sqrt{11}$ cm.

Exercice 14

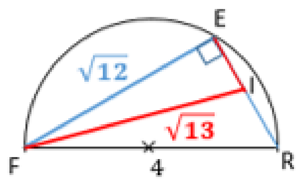
1.



2.
EFG est un triangle rectangle en E,
[FG] est l'hypoténuse.
D'après la propriété de Pythagore, $FG^2 = EF^2 + EG^2$.
D'où : $FG^2 = 3^2 + 5^2 = 34$.
Donc : $FG = \sqrt{34}$ cm.

Exercice 15

Construction



1. On a : $12 = 16 - 4$, d'où $4^2 = (\sqrt{12})^2 + 2^2$
D'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, 4 cm est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont RE = 2 cm et FE = $\sqrt{12}$ cm .
2. On a : $13 = 12 + 1$, d'où $(\sqrt{13})^2 = (\sqrt{12})^2 + 1^2$
Donc : $\sqrt{13}$ cm est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont EI = 1 cm et FE = $\sqrt{12}$ cm .

Exercice 16 : 1-B ; 2-A ; 3-A ; 4-C.

Exercice 17

	cosinus	sinus	tangente
$\frac{CD}{EC}$	$\widehat{ECD}$	$\widehat{CED}$	
$\frac{ED}{EC}$	$\widehat{CED}$	$\widehat{ECD}$	
$\frac{ED}{DC}$			$\widehat{ECD}$
$\frac{CD}{ED}$			$\widehat{CED}$

Exercice 18

SER est un triangle rectangle en E, [SR] est l'hypoténuse.

Par définition : $\cos \widehat{ESR} = \frac{ES}{SR} = \frac{2}{7,5}$; Donc : $\cos \widehat{ESR} = 0,267$.

SAR est un triangle rectangle en A, [SR] est l'hypoténuse.

Par définition : $\cos \widehat{ASR} = \frac{AS}{SR}$; $\sin \widehat{ASR} = \frac{AR}{SR}$ et $\tan \widehat{ASR} = \frac{AR}{SA}$

Donc : $\cos \widehat{ASR} = \frac{6}{7,5}$ =0,800 ; $\sin \widehat{ASR} = \frac{4,5}{7,5} = 0,600$ et $\tan \widehat{ASR} = \frac{4,5}{6} = 0,750$

Exercice 19

1. $\cos \widehat{PET} = \frac{1}{2}$ car $\cos \widehat{PET} = \frac{TE}{PE} = \frac{4}{8}$;

2. $\sin \widehat{PET} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ car $\cos^2 \widehat{PET} + \sin^2 \widehat{PET} = 1$, soit : $\sin \widehat{PET} = \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}}$;

3. $\tan \widehat{PET} = \sqrt{3}$ car $\tan \widehat{PET} = \frac{\sin \widehat{PET}}{\cos \widehat{PET}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$;

4. $\sin \widehat{EPT} = \frac{1}{2}$ car les angles $\widehat{EPT}$ et $\widehat{PET}$ sont complémentaires, $\sin \widehat{EPT} = \cos \widehat{PET}$.

Exercice 20

- Toutes les valeurs du tableau sont des valeurs possibles de $\tan a°$ car $\tan a° > 0$.
- Toutes les valeurs strictement plus petites que 1 sont des valeurs possibles de $\cos a°$ ou de $\sin a°$, car

$0 < \cos a° < 1$ et $0 < \sin a° < 1$

Exercice 21

a est la mesure en degré d'un angle aigu.
alors : $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
D'où : $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$; soit : $\sin^2 a = 1 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$. Donc : $\sin a = \frac{1}{3}$

Exercice 22

	6°	10°	32°	40°	73°
sinus	0,105	0,174	0,530	0,643	0,956
cosinus	0,995	0,985	0,848	0,766	0,292
tangente	0,105	0,176	0,625	0,839	3,271

Exercice 23

	Valeur de x
$\sin x = 0{,}5$	30°
$\cos x = 0{,}32$	71°
$\sin x = 0{,}3091$	18°
$\tan x = 1{,}86$	62°
$\cos x = 0{,}754$	41°
$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{4}$	23°

Exercice 24

1-b ; 2-c ; 3-a

Exercice 25

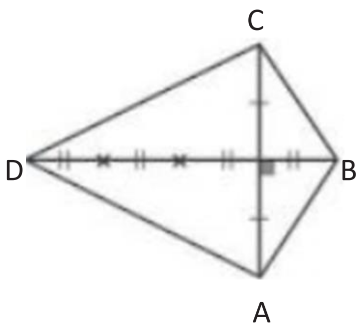
On a : $0{,}293 < 0{,}303 < 0{,}309$
D'où : $\sin 17° < a° < \sin 18°$
Donc : $17° < \text{mes}\,\widehat{E} < 18°$

On a : $0{,}798 < 0{,}800 < 0{,}809$
D'où : $\cos 37° < a° < \cos 36°$
Donc : $36° < \text{mes}\,\widehat{F} < 37°$

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 26

– ABC est un triangle isocèle en B car B est sur la médiatrice de [AC]. De même ADC est isocèle en D.
– La diagonale BD est subdivisée en 4 segments de même longueur que la hauteur du triangle ABC relative à [AC]. Si on nomme H l'intersection de (AC) et (BD), on a :
$\text{AH} = \dfrac{\text{AC}}{2} = 35\text{cm}$; $\text{BH} = \dfrac{\text{BD}}{4} = 25\text{cm}$ et $\text{DH} = \dfrac{3\text{BD}}{4} = 75\text{cm}$.
– En appliquant la propriété de Pythagore dans les triangles ABH et ADH rectangles en H, on obtient les résultats demandés :
$\text{AB} = 43{,}0\text{cm}$ et $\text{AD} = 82{,}8\text{cm}$.



Exercice 27

- Calculer KM en appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle KLM rectangle en M.
  On trouve : $\text{KM} = 2\text{cm}$
- Justifier que le triangle KMN est rectangle en K, en appliquant la propriété réciproque de la propriété de Pythagore puis conclure que (KN) // (LM).
  car on obtient : (KM) ⊥ (LM) et (KM) ⊥ (KN).

Exercice 28

1. En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle FEH rectangle en E, on trouve : $\text{FH} = 25\text{cm}$.
2. En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès dans le triangle FGH, on trouve : $\text{FG} = 15\text{cm}$.
3. En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Pythagore,
   On justifie que FHG est un triangle rectangle en G.
   Il en résulte que les droites (FG) et (GH) sont perpendiculaires.

Exercice 29

1. Sa largeur est : $l = \dfrac{74}{14,8} = 5\text{cm}$.

2. En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle formé par une diagonale et deux

côtés consécutifs, la longueur des diagonales au 10è près est 15,6cm.

Exercice 30

La surface de l'eau est horizontale et le mur est vertical.
Donc la situation se ramène au calcul de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont 3,5m et 1,15m.
Donc la longueur minimum de cette échelle arrondie au centimètre près est 368cm.

Exercice 31

La situation se ramène au calcul d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse est 6m et un côté de l'angle droit est 3,6m. En appliquant la propriété de Pythagore, l'autre côté de l'angle droit correspondant au mur mesure 4,8m.
Donc la hauteur à laquelle l'échelle a glissé le long du mur est : $6 - 4,8 = 1,2\text{m}$.

Exercice 32

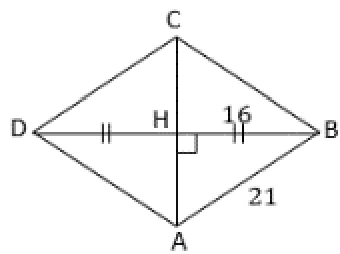
La situation se traduit par la figure ci-dessous :
Les diagonales d'un losange sont de supports perpendiculaires se coupent en leur milieu.
Désignons par ABCD le losange et par H le milieu des diagonales,
Alors on a : AB=21cm et BH=16cm.
On a : ABH est un triangle rectangle en H, en appliquant la

propriété de Pythagore, $AH \approx 13,6\text{cm}$.

Donc la hauteur minimum à laquelle il soulève la voiture lorsque sa

diagonale horizontale mesure 32cm est

$AC = 2AH \approx 27,2\text{cm}$.



Exercice 33

En appliquant la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, on justifie que le triangle ABC est rectangle en C. En effet $AB^2 = AC^2 + BC^2$,
car $100^2 = 60^2 + 80^2 = 10000$.
L'apprenti maçon mérite les félicitations de son patron car son mur est effectivement vertical.

Exercice 34

1. En appliquant la propriété de Pythagore au triangle BAH rectangle en H, On trouve : $\mathrm{BH} = 3{,}6\mathrm{cm}$.
En appliquant la propriété de Pythagore au triangle BLH rectangle en H, On trouve : $\mathrm{BL} = 4{,}5\mathrm{cm}$.
2. Dans le triangle BAL, $\mathrm{LA} = 2{,}7 + 4{,}8 = 7{,}5\mathrm{cm}$; $\mathrm{BA} = 6\mathrm{cm}$ et $\mathrm{BL} = 4{,}5\mathrm{cm}$.
Le plus grand côté est [LA], $\mathrm{LA}^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$ et $\mathrm{BA}^2 + \mathrm{BL}^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 56{,}25$.
D'où : $\mathrm{LA}^2 = \mathrm{BA}^2 + \mathrm{BL}^2$.
Donc d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle BAL est rectangle en B.
3. Calcul de l'aire du triangle BAL :
Avec les côtés de l'angle droit : $aire = \frac{\mathrm{BA} \times \mathrm{BL}}{2} = \frac{6 \times 4{,}5}{2}$, donc : $aire = 13{,}5\ \mathrm{cm}^2$.
Avec la hauteur relative à lhypoténuse : $aire = \frac{\mathrm{BH} \times \mathrm{AL}}{2} = \frac{3{,}6 \times 7{,}5}{2}$, donc : $aire = 13{,}5\ \mathrm{cm}^2$.

Exercice 35 La spirale de Pythagore ou escargot de Pythagore

1. En appliquant la propriété de Pythagore à chacun des quatre triangles rectangles, les longueurs de leurs hypoténuses, du plus petit triangle au plus grand triangle sont
respectivement : $\sqrt{2}$ cm ; $\sqrt{3}$ cm ; 2 cm et $\sqrt{5}$ cm.
Il en résulte que l'aire du carré en rouge est : $(\sqrt{5}\ \mathrm{cm})^2 = 5\ \mathrm{cm}^2$, Car son côté est l'hypoténuse du plus grand des quatre triangles rectangles.
2. En continuant cette progression jusqu'à obtenir 9 triangles rectangles contigus dont les côtés de
l'angle droit du suivant sont : l'hypoténuse du précédent et 1 cm.
On obtient un segment de longueur $\sqrt{10}$ cm qui est l'hypoténuse de ce 9è triangle rectangle.

NB :
cette méthode utilise la propriété de Pythagore pour construire un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$.

Exercice 36

1. Calcule l'aire du triangle VOL.

- Calcul de la hauteur VH.

  VHL est un triangle rectangle en H

  D'après la propriété de Pythagore $LV^2 = LH^2 + HV^2$

  D'où : $VH^2 = VL^2 - LH^2$; $VH^2 = 6^2 - 5^2 = 11$. Donc : VH=$\sqrt{11}$cm.

- *Aire* du triangle VOL.

  VH est la hauteur issue de V relative [OL], l'aire de VOL est :

  $$Aire = \frac{VH \times OL}{2} = \frac{7,5 \times \sqrt{11}}{2} = 12,4\text{cm}^2.$$

2. Nature du triangle VOL.

Calcul de VO.

VOH est un triangle rectangle en H

D'après la propriété de Pythagore $OV^2 = OH^2 + HV^2$

D'où : $OV^2 = 2,5^2 + 11$; $OV^2 = 17,25$; donc $OV = \sqrt{17,25} \approx 4,2\text{cm}$

Ainsi dans le triangle VOL, le plus grand côte est [OL] car : $OL = 2,5 + 5 = 7,5\text{cm}$.

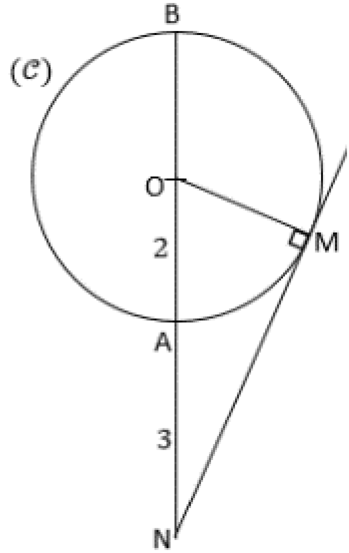
D'où : $OL^2 = 7,5^2 = 56,25$ et $OV^2 + VL^2 = 17,25 + 6^2 = 53,25$.

Comme : OL^2 n'est pas égale à $OV^2 + VL^2$, alors le triangle VOL n'est pas rectangle.

De plus les longueurs des côtés sont différents deux à deux, donc VOL est un triangle quelconque.

Exercice 37

1. MON est un triangle rectangle en M
D'après la propriété de Pythagore, $ON^2 = MN^2 + OM^2$
D'où : $MN^2 = ON^2 - OM^2$;
Donc : $MN^2 = (ON - OM)(ON + OM)$; après factorisation.
2. On a : M appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre [AB] et de centre O,
D'où : $AO = OB = OM$.
Comme les points N ; A ; O et B sont alignés tels que :
$A \in [NO]$ et $O \in [NB]$.
Alors : $NA = NO - OA = NO - OM$ et
$NB = NO + OB = NO + OM$.
Donc : $MN^2 = (ON - OM)(ON + OM) = NA \times NB$.
3. $21 = 3 \times 7$ en remarquant que $3 = 5 - 2$ et $7 = 5 + 2$;
on a: $21 = (5 - 2)(5 + 2)$.
Ainsi en choisissant : $AN = 3\text{cm}$ et $OA = 2\text{cm}$ pour que N ; A et O soient **alignés dans ce ordre**, la tangente au cercle de centre O de rayon OA passant par N coupe le cercle en un point M tel que $MN = \sqrt{21}\text{cm}$.



Exercice 38

DIX est un triangle rectangle en I.
Par définition : $\cos\widehat{IDX} = \dfrac{ID}{DX}$ et $\tan\widehat{IDX} = \dfrac{IX}{ID}$.
D'où : $DX = \dfrac{ID}{\cos\widehat{IDX}} = \dfrac{3{,}5}{\cos 43°}$ et $IX = ID \times \tan\widehat{IDX} = 3{,}5 \times \tan 43°$.
Donc : $DX \approx 4{,}8$ cm et $IX \approx 3{,}3$ cm.

Exercice 39

TOI est un triangle rectangle en T.
Par définition : $\cos\widehat{OIT} = \dfrac{TI}{OI}$ et $\sin\widehat{OIT} = \dfrac{TO}{OI}$.
D'où : $TO = OI \times \sin\widehat{OIT} = 5 \times \sin 60°$ et $TI = OI \times \cos\widehat{OIT} = 5 \times \cos 60°$.
Donc : $TO \approx 4{,}33$ cm et $TI \approx 2{,}50$ cm.

Exercice 40

1. La situation revient à déterminer la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle
connaissant la mesure d'un angle aigu et le côté adjacent à cet angle.

Dans le triangle SAH rectangle en H, $\tan\widehat{ASH} = \frac{AH}{SH}$

$D'où\ AH = SH \times \tan\widehat{ASH} = 30 \times \tan 35° \approx 21m.$

Donc la hauteur qui sépare la tête de Michel au sommet de l'arbre est environ 21 m.

2. Michel mesure 1,75m et la hauteur qui sépare la tête de Michel au sommet de l'arbre est
environ 21 m. Ainsi la hauteur h de l'arbre est : $h = AH + 1{,}75 \approx 22{,}75$ m.

Donc la hauteur h de l'arbre est environ 23 m.

Exercice 41

La situation revient à déterminer la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle connaissant la mesure d'un angle aigu et le côté opposé à cet angle.

Dans le triangle ABC rectangle en B, $\tan\widehat{BAC} = \frac{BC}{AB}$, d'où $AB = \frac{AC}{\tan\widehat{BAC}} = \frac{324}{\tan 18°}$

$\approx 997m.$

Donc le touriste se trouve à environ 997 m de la tour Eiffel.

Exercice 42 L'atterrissage d'un avion

La situation revient à déterminer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle connaissant la mesure d'un angle aigu et le côté adjacent à cet angle.

Dans le triangle ABC rectangle en A, $\cos\widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$, d'où $AB = \frac{AC}{\cos\widehat{BAC}} = \frac{2834}{\cos 18°}$

$\approx 2980m.$

Donc l'avion va parcourir environ 2980 m avant de toucher le sol.

Exercice 43

1. ABC est un triangle équilatéral et H est le pied de la hauteur issue de A,

   D'où ABH est un triangle rectangle en H.

   D'après la propriété de Pythagore, $AB^2 = AH^2 + HB^2$

   D'où : $AH^2 = AB^2 - HB^2$; $AB = BC = a$ et $HB = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.

   Soit : $AH^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$, donc : $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ cm.

2. a- ABH est triangle rectangle en H,

   Par définition : $\cos\widehat{BCA} = \frac{BH}{AB}$; $\sin\widehat{BCA} = \frac{AH}{AB}$ et $\tan\widehat{BCA} = \frac{AH}{BH}$.

   D'où : $\cos 60° = \frac{\frac{a}{2}}{a}$; $\sin 60° = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a}$ et $\tan 60° = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}$.

   Donc : $\cos 60° = \frac{1}{2}$; $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan 60° = \sqrt{3}$.

   b- Les angles de mesures 60° et 30° sont des angles complémentaires,

   D'où : $\cos 60° = \sin 30° = \frac{1}{2}$ et $\sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°}$

   $= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

   Donc : $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 30° = \frac{1}{2}$ et $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Exercice 44

1. ABC est triangle rectangle en B,

   D'après la propriété de Pythagore $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

   D'où : $AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$. Donc : $AC = a\sqrt{2}$ cm.

2. ABC est triangle rectangle en B,

   Par définition : $\cos\widehat{BCA} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}}$; $\sin\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{2}}$ et $\tan\widehat{BCA} = \frac{BC}{AB}$

   $= \frac{a}{a}$.

   Donc : $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\tan 45° = 1$.

Exercice 45

1. Dans le triangle ACH rectangle en H, on a : $mes\widehat{CAH} = 90° - mes\widehat{HCA}$

Or $H \in [CB]$, d'où : $mes\widehat{HCA} = mes\widehat{BCA}$.

Donc : $mes\widehat{CAH} = 90° - mes\widehat{BCA}$.

De même dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $mes\widehat{ABC} = 90° - mes\widehat{BCA}$

Or $H \in [BC]$, d'où : $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{ABH}$.

Donc : $mes\widehat{ABH} = 90° - mes\widehat{BCA}$.

Il en résulte que : $mes\widehat{ABH} = mes\widehat{CAH}$.

2. Dans le triangle ABH rectangle en H, on a : $\tan\widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$.

Dans le triangle ACH rectangle en H, on a : $\tan\widehat{CAH} = \frac{CH}{AH}$.

3. D'après la question 1, $mes\widehat{ABH} = mes\widehat{CAH}$ d'où $\tan\widehat{ABH} = \tan\widehat{CAH}$.

Et d'après la question 2, $\tan\widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$ et $\tan\widehat{CAH} = \frac{CH}{AH}$, on en déduis que

: $\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH}$.

Soit $AH^2 = BH \times CH = 5$. Donc : $AH = \sqrt{BH \times CH} = \sqrt{5}$ cm.

4. D'après les questions précédentes, dans un triangle ABC rectangle en A, où H est le pied de la

hauteur issue de A, relative à l'hypoténuse [BC], $AH = \sqrt{BH \times CH}$.

Donc pour construire un segment de longueur $\sqrt{7}$ cm, Il suffit de construire la figure de l'énoncé

en choisissant un point H sur l'hypoténuse tel que: BH = 7 cm et HC = 1 cm.

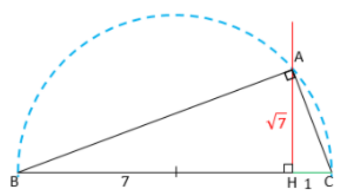
Programme de construction

- Construis un demi-cercle de diamètre 8 cm.
- Place un point H à 1 cm de l'une des extrémités du diamètre.
- Construis la perpendiculaire au support du diamètre passant par H, elle coupe le demi-cercle en un point A.
- On obtient un segment [AH] de longueur $\sqrt{7}$ cm

NB :

cette méthode utilise la définition de la tangente dans un triangle rectangle pour construire un segment de longueur $\sqrt{a}$, $a > 0$.

Construction



Exercice 46

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, $\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1,5}{1,8}$, donc : $\sin\widehat{BAC}$

$\approx 0,83.$

D'où : $\text{mes}\widehat{BAC} = \sin^{-1}\left(\frac{1,5}{1,8}\right) \approx 56,44°.$

2. On a : $\text{mes}\widehat{BAC} \approx 56,44°$, or $56,44° < 60°$ donc dans la situation actuelle de l'échelle, une personne qui essaie de grimper en haut de l'échelle va tomber avec l'échelle.

Exercice 47

1. Dans le triangle FAC rectangle en A, $\sin\widehat{FCA} = \frac{FA}{FC} = \frac{4,5}{7,5}$, donc : $\sin\widehat{FCA} = 0,6.$

Dans le triangle BEC rectangle en B, $\cos\widehat{BCE} = \frac{BC}{EC} = \frac{3}{4}$, donc : $\cos\widehat{BCE} = 0,75.$

2. a- On a : $\sin\widehat{FCA} = 0,6$ et $\sin 36° = 0,589$; $\sin 37° = 0,602.$

D'où : $0,589 < 0,6 < 0,602$, soit $\sin 36° < \sin\widehat{FCA} < \sin 37°$. Donc : $36° < \text{mes}\widehat{FCA} < 37°.$

De même : $\cos\widehat{BCE} = 0,75$ et $\cos 41° = 0,755$ et $\cos 42° = 0,743.$

D'où : $0,743 < 0,75 < 0,755$, soit $\cos 42° < \cos\widehat{BCE} < \cos 41°$. Donc : $41° < \text{mes}\widehat{BCE} < 42°.$

b- On a : $36° < \text{mes}\widehat{FCA} < 37°$ et $41° < \text{mes}\widehat{BCE} < 42°$,

D'où : $36° + 41° < \text{mes}\widehat{FCA} + \text{mes}\widehat{BCE} < 37° + 42°$, soit : $77° < \text{mes}\widehat{FCA} + \text{mes}\widehat{BCE} < 79°.$

Comme La somme des mesures en degré des angles $\widehat{FCA}$ et $\widehat{BCE}$ est un nombre entier naturel,

Alors : $\text{mes}\widehat{FCA} + \text{mes}\widehat{BCE} = 78°.$

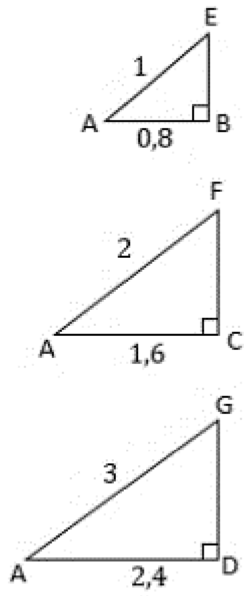
3. On a : $\text{mes}\widehat{FCA} + \text{mes}\widehat{BCE} + \text{mes}\widehat{FCE} = 78° + 102° = 180°$,

D'où les angles $\widehat{ACF}$, $\widehat{FCE}$ et $\widehat{ECB}$ forment un angle plat. Donc les points A ; C et B sont alignés.

Situation d'évaluation

Exercice 48 Des étagères

D'après l'énoncé, les segments [BE], [CF], [DG] sont verticaux tels que les points A, B, C, D ainsi que les points A, E, F, G sont alignés. On en déduit que les droites (BE), (CF) et (DG) sont parallèles et Comme [AD] est horizontal, On conclut que les triangles ABE, ACF et ADG sont rectangles respectivement en B, en C et en D.



- Calcul de BE

 ABE est un triangle rectangle en B, [AE] est l'hypoténuse.
 D'après, la propriété de Pythagore

$$AE^2 = AB^2 + BE^2$$

 D'où : $BE^2 = AE^2 - AB^2 =$
 $1 - 0,8^2$. Donc : BE $= 0,6$ cm.

- Calcul de CF et DG

 De même en appliquant la propriété de Pythagore dans les triangles rectangles ACF et ADG, on trouve : CF = 1,2 cm et DG = 1,8 cm.

Exercice 49 Les marathonniers

1. Soit x la mesure en degrés de l'angle que fait la route avec l'horizontale.
 La route a une pente de 17 %,

 D'où : $\tan x = \dfrac{17}{100} = 0{,}17$, soit : $x = \tan^{-1}(0{,}17)$, donc : $x \approx 10°$

2. La différence d'altitude, la route et l'horizontale forment un triangle rectangle dont l'hypoténuse est
 la route. Soit h la différence d'altitude en m ;

 On a : $\sin x = \dfrac{h}{210}$; soit : $h = 210 \times \sin x$. Donc : $h \approx 35\,m$.

5 CALCUL NUMÉRIQUE

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

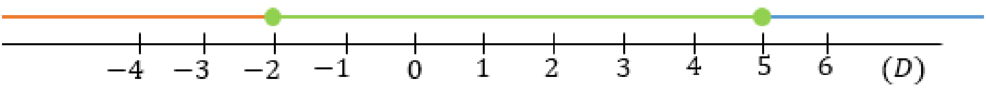
Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	A l'occasion de la fête du nouvel an, dans une classe de $3^{ème}$
Circonstances	Indique pour quelles raisons la mère sollicite sa fille ainée. Quel est le problème auquel la fille ainée est confrontée ?	La mère sollicite sa fille ainée pour l'aider à faire une meilleure répartition du budget des 350.000 F. La fille ainée élève ne sait pas comment résoudre ce problème.
Tâche	Que décident de faire les élèves de ta classe pour répondre à la préoccupation de la mère ?	Les élèves décident de faire des calculs pour lui faire des propositions.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des habiletés

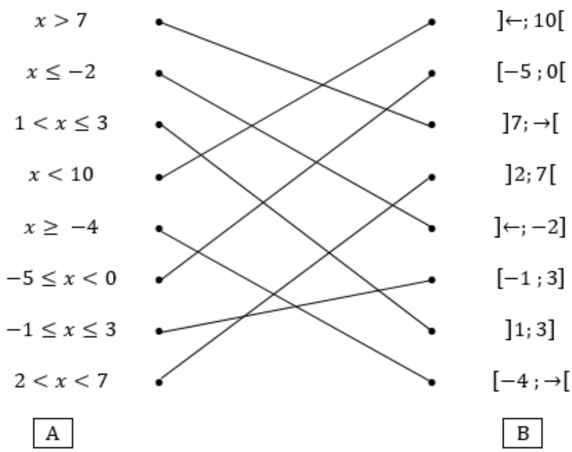
Activité 1

- L'objectif de cette activité est d'identifier un intervalle, traduire une inégalité par un intervalle puis traduire un intervalle par une inégalité
- **Réponses aux questions**

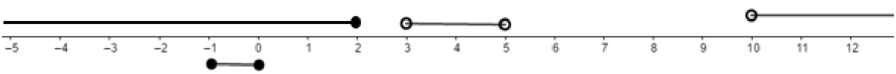


- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1



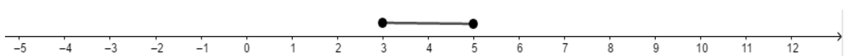
Exercice 2



Activité 2

- L'objectif de cette activité est de déterminer l'amplitude et le centre d'un intervalle.
- **Réponses aux questions**

1)



2) la distance entre le nombre 3 et 5 est 2.

3) le nombre qui est à égale distance des nombres 3 et 5 est 4.

$\frac{3+5}{2} = 4,$

donc le nombre qui est à égale distance des nombres 3 et 5 est égale à $\frac{3+5}{2}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 3 : 1-F 2-V 3-V 4-V

  Exercice 4

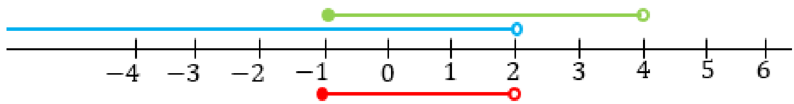
  Le centre de $I =]-3\,;6[$ est 1,5 et son amplitude est 9.

  Le centre de $J = [1; 5]$ est 2 et son amplitude est 4.

  Le centre $K =]-7\,;7[$ est 0 et son amplitude est 14.

  Activité 3

  - L'objectif de cette activité est de déterminer l'intersection de deux intervalles.
  - **Réponses aux questions**



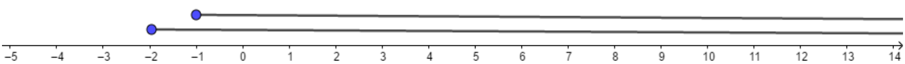
3- L'intervalle correspondant à la partie en rouge est $[-1; 2[$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5 : 1-D ; 2- A ; 3- C ; 4- B.

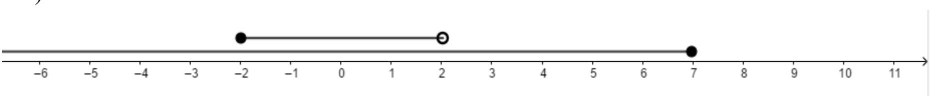
Exercice 6

a)



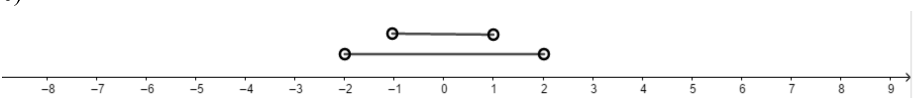
$[-2\,;\rightarrow[\ \cap\ [-1\,;\rightarrow[\ = [-1;\rightarrow[$.

b)



$]\leftarrow; 7] \cap [-2\,; 2[\ = [-2; 2[$.

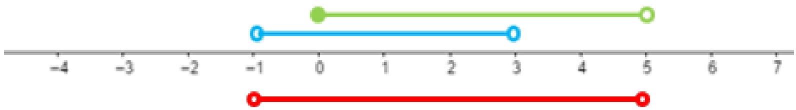
c)



$]-2; 2] \cap\ ]-1\,; 1[\ = \ ]-1; 1[$.

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de déterminer la réunion de de deux intervalles.
- **Réponses aux questions**



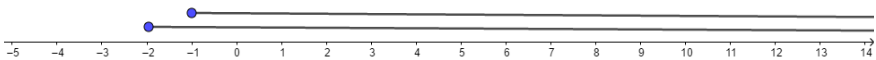
3- L'intervalle correspond à la partie en rouge est $]-1; 5[$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7 : 1-A ; 2-C ; 3- B ; 4- B

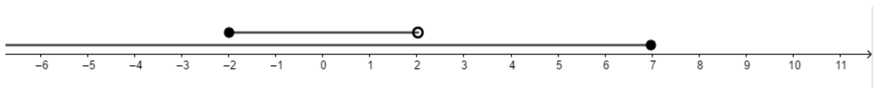
Exercice 8

a)



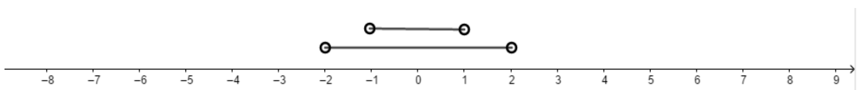
$$[-2;\ \rightarrow[\cup [-1; \rightarrow[= [-2; \rightarrow[$$

b)



$$]\leftarrow; 7] \cup [-2; 2[=]\leftarrow; 7]$$

c)



$$]-2; 2[\cup]-1; 1[=]-2 ; 2[$$

Activité 5

- L'objectif de cette activité est de comparer deux nombres réels en étudiant le signe de leur différence.
- **Réponses aux questions**
  1- $x - y = -10$
  2- $x - y < 0$
  3- $x - y < 0$ donc $x < y$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 9 : 1-V 2- F 3- F 4- F

Exercice 10 : 1[er] cas : a $> b$; 2[ème] cas : a $> b$

Activité 6

- L'objectif de cette activité est de comparer deux nombres réels positifs en comparant leurs carrés.
- **Réponses aux questions**

  1- $x^2 = 75$ et $y^2 = 63$.

  2- $x^2 > y^2$.

  3- $x + y > 0$.

  4- a) $x^2 - y^2 > 0$ et $x + y > 0$ d'où : $x - y > 0$.

  b) $x > y$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 11 : 1-F ; 2- V ; 3-F ; 4- F.

Exercice 12 : 1[er] cas : $x > y$; 2[ème] cas : $x > y$;3[ème] cas : $x < y$

Activité 7

- L'objectif de cette activité est de comparer deux nombres réels strictement positifs en comparant leurs inverses.
- **Réponses aux questions**

  1) $\frac{1}{a} = 10$ et $\frac{1}{b} = 5$

  2) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

  3) $a < b$.

  4- a) On a : $0 < a < b$, d'où : $a \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b} < b \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$ équivaut à $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

  b) De même : $a > b > 0$ équivaut à $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 13 : 1- C ; 2 – A ; 3- B ; 4-B.

  Exercice 14 : 1[er] cas : a $> b$; 2[ème] cas : a $< b$; 3[ème] cas : a $< b$.

Activité 8

- L'objectif de cette activité est de trouver un encadrement d'un nombre réel par deux nombres consécutifs.
- **Réponses aux questions**

  1) $3 < \sqrt{14} < 4$; 2) $3{,}7 < \sqrt{14} < 3{,}8$; 3) $3{,}74 < \sqrt{14} < 3{,}75$; 4) $3{,}741 < \sqrt{14} < 3{,}742$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 15 : 1- F 2- V 3- F 4- F.

Exercice 16 :

1) $2 < y < 3$; 2) $2{,}4 < y < 2{,}5$; 3) $2{,}44 < y < 2{,}45$; 4) $2{,}449 < y < 2{,}450$.

Activité 9

- Le but de cette activité est de connaitre les inégalités liées à l'addition.
- **Réponses aux questions**

  1) $a < b$ et $c < d$.

  2-a) $a + c = 5$ et $b + d = 11$.

  2-b) $a + c < b + d$.

  Corrigé de l'exercice de fixation

  Exercice 17 : 1er cas : $x < y$; 2ème cas : $x > y$.

Activité 10

- Le but de cette activité est de connaitre les inégalités liées à la multiplication.
- **Réponses aux questions**

  1- $a < b$ et $c < d$.

  2-a) $a \times c = 6$ et $b \times d = 20$.

  b) $a \times c < b \times d$.

  Corrigé de l'exercice de fixation

  Exercice 18 : 1er cas : $t > z$; 2ème cas : $t < z$

Activité 11

- L'objectif de cette activité est d'encadrer la somme puis la différence de deux nombres réels connaissant l'encadrement de chacun d'eux.
- **Réponses aux questions**

1. On a : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$.

   D'où : $1{,}414 + 2{,}645 < \sqrt{2} + \sqrt{7} < 1{,}415 + 2{,}646$.

   Donc : $4{,}059 < \sqrt{2} + \sqrt{7} < 4{,}061$.

2. a) $-2{,}646 < -\sqrt{7} < -2{,}645$.

   b) $-1{,}232 < \sqrt{2} + \left(-\sqrt{7}\right) < -1{,}230$.

   c) $-1{,}232 < \sqrt{2} - \sqrt{7} < -1{,}230$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 19 : $5{,}75 < a + b < 5{,}77$.

Exercice 20 : $-0{,}823 < y - x < -0{,}821$

Activité 12

- L'objectif de cette activité est d'encadrer le produit et le quotient de deux nombres réels connaissant l'encadrement de chacun d'eux.
- **Réponses aux questions**

  1) $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

  Donc : $1{,}414 \times 1{,}732 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1{,}415 \times 1{,}733$

  D'où : $2{,}449048 < \sqrt{6} < 2{,}452195$.

  2- a) $0{,}370 < \dfrac{1}{\sqrt{7}} < 0{,}384$

  b) $0{,}518 < \sqrt{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{7}} < 0{,}576$

  c) $0{,}518 < \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} < 0{,}576$

- **Corrigé des exercices de fixation**

  Exercice 21 : $7{,}0022 < \pi\sqrt{5} < 7{,}056$

  Exercice 22 : $0{,}707 < \dfrac{\sqrt{5}}{\pi} < 0{,}713$

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

L'amplitude de l'intervalle J est 4.

Le centre de l'intervalle J est – 5.

Question 2 : Exercice non résolu

$\mathrm{K} \cap \mathrm{L} = \,]-5; 3]$.

Question 3 : Exercice non résolu

$\mathrm{T} \cup \mathrm{V} = [-10; 4[$

Question 4 : Exercice non résolu

1er cas : $x < y$; 2ème cas : $x > b$; 3ème cas : $a > b$.

Question 5 : Exercice non résolu

1) On a : $-2{,}65 < a < -2{,}64$ et $0{,}32 < b < 0{,}33$; d'où : $-2{,}33 < a + b < -2{,}31$.

2) On a : $1{,}731 < a < 1{,}732$ et $-4{,}567 < b < -4{,}566$; d'où : $6{,}297 < a - b < 6{,}299$.

Question 6 : Exercice non résolu

1) On a : $7{,}31 < a < 7{,}32$ et $0{,}11 < b < 0{,}12$; d'où : $0{,}8041 < ab < 0{,}8784$

2) On a : $0{,}341 < a < 0{,}342$ et $2{,}01 < b < 2{,}02$; d'où : $5{,}877 < \dfrac{b}{a} < 5{,}924$.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1 : 1- B ; 2- A ; 3- C ; 4- D ; 5- A ; 6- C ; 7- D.

Exercice 2 : 1-B ; 2- A ; 3- C ; 4- B ; 5- B ; 6- A.

Exercice 3

$I = \,]-2\,;3]$. Le centre de I est 0,5 et son amplitude est 5.

$J = [0; 4]$. Le centre de J est 2 et son amplitude est 4.

$K = \,]-5;\ -6[$. Le centre de K est -5 ,5 et son amplitude est 1.

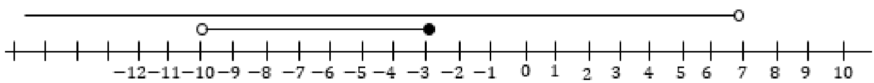
Exercice 4 : 1-F ; 2-F ; 3-V ; 4 – V

Exercice 5

1er cas :

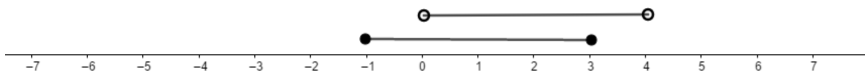
$$I \cup J = \,]-5;\ \rightarrow[$$

2^{ième} cas :



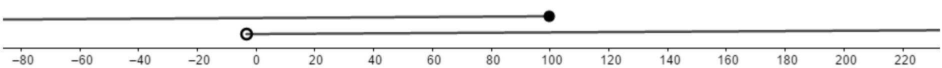
$$I \cup J = \,]\leftarrow;\ 7[$$

3^{ième} cas :



$$I \cup J = [-1; 4[$$

4^{ième} cas :



$$I \cup J = \,]\leftarrow;\ \rightarrow[$$

Exercice 6

1er cas : $I = \,]\leftarrow;\ 3[$; $J = [-1\,; 4[$; $I \cap J = [-1; 3[$ et $I \cup J = \,]\leftarrow;\ 4[$

2ème cas : $I = [-3; 2[$; $J = [0\,; 5[$; $I \cap J = [0; 2[$ et $I \cup J = [-3; 5[$

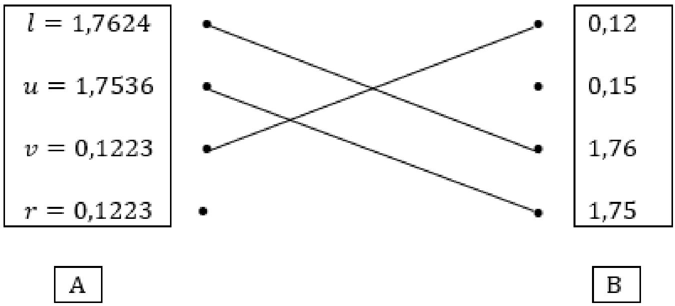
Exercice 7 : 1- F ; 2- F ; 3-V ; 4- F .

Exercice 8 : 1^{er} cas : $x > y$; $2^{ème}$ cas : $x > y$; $3^{ème}$ cas : $x < y$; $4^{ème}$ cas : $x < y$.

Exercice 9 : 1-C ; 2- B ; 3- A

Exercice 10 : 1-F ; 2-V ; 3- V ; 4-F ; 5- V.

Exercice 11



Exercice 12 : 1) $-4 < a < -3$; 2) $0{,}2 < b < 0{,}3$;

3) $1{,}46 < c < 1{,}47$; 4) $-0{,}135 < d < -0{,}134$

Exercice 13 : 1-V ; 2- F ; 3-V ; 4- V.

Exercice 14 : $4{,}42 < a + b < 4{,}43$.

Exercice 15 : $-0{,}820 < \sqrt{7} - 2\sqrt{3} < -0{,}818$

Exercice 16 : $8 < xy < 9$

Exercice 17 : $2{,}2 < \dfrac{\pi}{\sqrt{2}} < 2{,}3$

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 18

1) $x - y = \dfrac{1}{5} - 2\sqrt{\pi} + \dfrac{3 + 20\sqrt{\pi}}{10}$, donc : $x - y = \dfrac{1}{2}$

2) $x - y > 0$, donc $x > y$

Exercice 19

1- a) $x \geq -3$; b) $x < 1$

2-a) $[-3\,;\, \rightarrow[$; b) $]\leftarrow;\, 1[$.

3- L'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est :$[-3\,;\, 1[$.

Exercice 20 : 1) $4 \leq a^2 \leq 9$; 2) $8 \leq a^2 + b^2 \leq 34$;
3) $-1 \leq a^2 - b \leq 7$

Exercice 21

1) $x - y = 3 + 2\sqrt{5} - 3 - 3\sqrt{2}$; donc $x - y = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

2-a) $2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} > 0$; donc : $x > y$.

Exercice 22

1) $\left(2 + \sqrt{5}\right)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$; donc : A= $\left(2 + \sqrt{5}\right)^2$

$\left(3 + \sqrt{7}\right)^2 = 16 + 6\sqrt{7}$; donc : B = $\left(3 + \sqrt{7}\right)^2$

2-a) $\sqrt{A} = 2 + \sqrt{5}$ et $\sqrt{B} = 3 + \sqrt{7}$

b) $\sqrt{A} < \sqrt{B}$.

3) A $<$ B.

Exercice 23

1) $x = \dfrac{3\sqrt{3} + 7\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ et $y = \dfrac{1}{3\sqrt{3}} + \dfrac{1}{7\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{63}$

2) $x > y$

Exercice 24 : $7{,}13 < \mathcal{A} < 7{,}52$

Exercice 25

1-a) $3 > 2\sqrt{2}$

b) $3 - 2\sqrt{2} > 0$

2-a) $a - b = -1 + 5\sqrt{2} + 4 - 7\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$

b) $a - b > 0$; donc : $a > b$

3) $0{,}054 < t < 0{,}055$

Exercice 26 : 1) $24{,}8 < \mathcal{P} < 38{,}4$; 2) $49{,}6 < \mathcal{A} < 115{,}2$

Exercice 27

1) $xy = \dfrac{\sqrt{2} - 1}{2} \times 2\left(4\sqrt{2} + 3\right) = 5 - \sqrt{2}$

2) $3{,}58 < xy < 3{,}59$

Exercice 28

1) $\dfrac{1}{A} = \dfrac{3}{2 + \sqrt{7}} = -2 + \sqrt{7}$

2) $0{,}64 < \dfrac{1}{A} < 0{,}65$

3) $1{,}5 < A < 1{,}6$

Exercice 29

1) $A \times B = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \times \dfrac{\sqrt{5}+1}{2} = 1$; donc : A et B sont inverses l'un de l'autre.

2-a) $1{,}618 < B < 1{,}6185$

b) $0{,}617 < A < 0{,}618$

Exercice 30

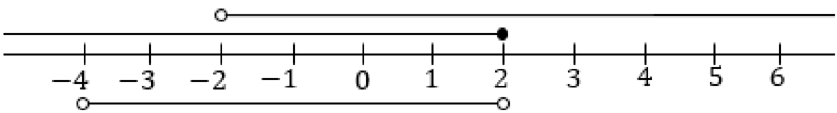
1) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}-1} = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$; donc : $\dfrac{a}{b} = c$

2) $6{,}595 < \dfrac{a}{b} < 6{,}598$

Situation d'évaluation

Exercice 31

Je représente sur une droite graduée les différents intervalles



Les nombres vérifiant à la fois ces trois conditions appartiennent à l'intervalle $]-2\,;2\,[$.

Comme : $-4 \notin\ ]-2\,;2\,[$; $1 \in\ ]-2\,;2\,[$; $0 \in\ ]-2\,;2\,[$ et $5 \notin\ ]-2\,;2\,[$

Alors : seuls APKOUE et DJAHA sont les candidats qui participeront au concours.

Exercice 32

1) $7{,}97 < A < 41{,}472$.

2) $26\,582{,}5 < S < 33177{,}6$.

3) Monsieur KOUMBA pourra effectuer les travaux car :

$26\,582{,}5 < S < 33177{,}6 < 35.000$.

6 ANGLES INSCRITS

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	A Daloa, dans le cadre de la confection d'une table par Monsieur KOFFI, menuisier.
Circonstances	Indique pour quelles raisons Monsieur KOFI sollicite son fils Quel est le problème auquel le père de KOFFI est confronté ?	Le père de KOFFI lui demande De lui expliquer le design de l'œuvre à réaliser.
Tâche	Qu'a décidé de faire KOFFI pour répondre à la préoccupation de son papa ?	De faire des recherches sur les angles inscrits afin de mieux s'outiller pour répondre à la préoccupation de son père.

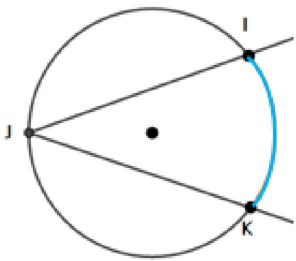
Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

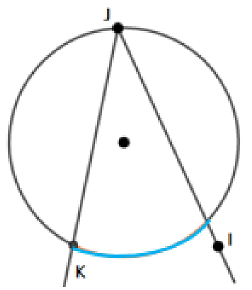
Découverte des habiletés

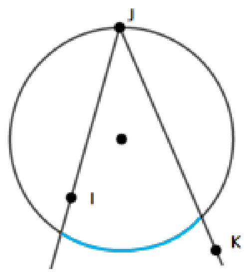
Activité 1

- L'objectif de cette activité est de définir un angle inscrit.
- **Réponses aux questions**
  1) Figure 2 ; Figure 4 ; Figure 5.
  2) Reproduction des figures

Figure 2 Figure 4 Figure 5







- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 1 : 1 –V ; 2- F ; 3- F ; 4- V ; 5-F.

Activité 2

- L'objectif de cette activité est de déterminer la relation entre la mesure d'un angle aigu inscrit et celle de l'angle au centre associé.
- **Réponses aux questions**
  1) $\widehat{PNQ}$est un angle inscrit ; $\widehat{POQ}$ est un angle au centre.
  2) a) $\widehat{PNQ}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{PQ}$; $\widehat{POQ}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{PQ}$

     b) Mesures trouvées …

     c) $mes\widehat{PNQ} = \dfrac{1}{2}\, mes\ \widehat{POQ}$.
- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 2 : 1-F ; 2- V ; 3- F

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de déterminer la relation entre des Angles inscrits interceptant le même arc.

- **Réponses aux questions**
  1. mes$\widehat{AMB} = x$ et mes$\widehat{ANB} = x$
  2. mes$\widehat{AMB}$ = mes$\widehat{ANB}$
  3. mes$\widehat{AMB}$ = mes$\widehat{ANB}$; car, les angles interceptent le même arc de cercle.
- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 3 : 1-F ; 2-V ; 3- V

Des questions d'évaluation

Question 1 : exercice non corrigé

Démontrons que mes$\widehat{GIJ}$ = 90°.

Les angles $\widehat{IGJ}$ et $\widehat{IHJ}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{IJ}$; donc mes$\widehat{IGJ}$= mes$\widehat{IHJ}$ = 62°

La somme des mesures des angles d'un triangle fait 180° ; mes$\widehat{GIJ}$+ mes$\widehat{IJG}$ +mes$\widehat{IGJ}$=180°.

mes$\widehat{GIJ}$ + 28° + 62° = 180°, d'où : mes$\widehat{GIJ}$ + 90° = 180°. Donc : mes$\widehat{GIJ}$ = 90°.

Question 2 : exercice non corrigé

1) Citons deux angles inscrits qui interceptent l'arc $\overset{\frown}{AC}$ qui contient B.
   Les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{APC}$ interceptent l'arc $\overset{\frown}{AC}$
2) Citons deux angles inscrits qui interceptent l'arc $\overset{\frown}{BD}$ qui contient A.
   Les angles $\widehat{DCB}$ et $\widehat{DPB}$ interceptent l'arc $\overset{\frown}{DB}$
3) Déduisons que mes $\widehat{DPB}$ = mes$\widehat{APC}$.
   - $\widehat{ADC}$ et $\widehat{APC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$ donc mes $\widehat{ADC}$= mes $\widehat{APC}$.
   - $\widehat{DCB}$ et $\widehat{DPB}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{DB}$ donc mes $\widehat{DCB}$= mes $\widehat{DPB}$.

   Or le trapèze ABCD est un trapèze isocèle en de bases [AB] et [CD].

D'où : mes $\widehat{ADC}$ = mes $\widehat{DCB}$, comme mes $\widehat{ADC}$= mes $\widehat{APC}$ et mes $\widehat{DCB}$= mes $\widehat{DPB}$

Alors : mes $\widehat{APC}$ = mes $\widehat{DPB}$.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

Angles	Inscrit (oui /non)	Arc intercepté	Angle au centre associé
$\widehat{EDF}$	oui	$\overset{\frown}{EF}$	$\widehat{FOE}$
$\widehat{ADE}$	oui	$\overset{\frown}{EC}$	$\widehat{EOC}$
$\widehat{DAF}$	non		
$\widehat{BFA}$	oui	$\overset{\frown}{BE}$	$\widehat{BOE}$
$\widehat{ACB}$	non		

Exercice 2 : 1 – b ; 2 – c ; 3- c

Exercice 3 : 1 F ; 2 V ; 3 F ; 4- V

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 4

Calculons la mesure des angles $\widehat{NMP}$ et $\widehat{MPN}$

1- $mes\ \widehat{NMP} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{NHP}$; donc $mes\ \widehat{NMP} = 44°$

$mes\ \widehat{MPN} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{MHN}$; donc $mes\ \widehat{MPN} = 50°$

2- Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{MNP}$.

$mes\ \widehat{MNP}$= $180° - (44° + 50°) = 86°$.

Exercice 5

1- Calculons la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

$\widehat{AOB}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AEB}$.

$mes\ \widehat{AEB} = \frac{1}{2} \times mes\ \widehat{AOB}$; $mes\ \widehat{AOB} = 2 \times mes\ \widehat{AEB} = 60°$

2- Montrons que le triangle AOB est équilatéral.

OA = OB = r donc AOB est un triangle isocèle en O.

mes$\widehat{AOB}$ = 60° donc le triangle AOB est équilatéral.

Exercice 6

1- Relation entre les mesures des angles :

a) $\widehat{MOC}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{MBC}$.

Donc : $mes\ \widehat{MBC} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{MOC}$

b) $\widehat{MOA}$ est un angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{MBA}$.

Donc : $mes\ \widehat{MBA} = \frac{1}{2} mes \widehat{MOA}$

c) Déduisons-en la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ en fonction de mes $\widehat{AOC}$.

$$mes\widehat{ABC} = mes\widehat{MBA} + mes\ \widehat{MBC} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{AOC}$$

2-a) Comparons mes $\widehat{BAM}$et mes $\widehat{BCM}$.

$\widehat{BAM}$ et $\widehat{BCM}$ sont deux angles inscrits qui interceptent deux arcs de même longueur.

Alors mes $\widehat{BAM}$ = mes $\widehat{BCM}$.

b) Les triangles ABM et MCB sont inscrits dans le cercle de diamètre [BM].

Donc ABM et MBC sont des triangles rectangles respectivement en A et en C.

Exercice 7

1. Justifie que les triangles AOB, AOM et BOM sont isocèles.
   OA=OB = OM
   Les triangles AOB, AOM et BOM sont isocèles en O.
2. Exprimons la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$.
   $mes\ \widehat{AOB} = 180° - 2mes\ \widehat{OAB}$

3.a. Exprimons la somme des angles du triangle AMB en fonction de α, β et γ.
   mes$\widehat{AMB}$+ mes$\widehat{MBA}$ + mes$\widehat{BAM} = 2(\alpha + \beta + \gamma)$

b. $2(\alpha + \beta + \gamma)$= 180°, donc : $2\alpha = 180° - 2\beta - 2\gamma$

c. Déduisons du 3.b et du 2, L'expression de mes$\widehat{AOB}$ en fonction β et γ.
   mes$\widehat{AOB} = 2\alpha = 2(\beta + \gamma)$.

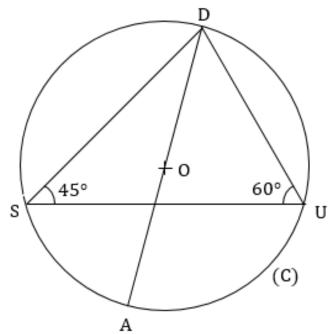
Exercice 8

Calculons la mesure de chaque angle du triangle FGI.

mes$\widehat{IFG}$ = 65° ; mes$\widehat{IGF}$ = 40°; mes$\widehat{GIF}$ = 75°

Exercice 9

1. Voir figure
2. Montrons que mes $\widehat{UOD}$= 90°
   $\widehat{USD}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{UOD}$.
   Donc : $mes\widehat{USD} = \frac{1}{2}\ mes\widehat{UOD}$
   $mes\widehat{UOD} = 2mes\widehat{USD} = 90°$
3. a) Calculons mes $\widehat{SAD}$
   $\widehat{SUD}$ et $\widehat{SAD}$ sont des angles inscrits qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{SD}$.
   Donc : mes$\widehat{SUD}$=mes $\widehat{SAD}$ = 60°
   b) Montrons que (SU) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DSA}$.



S ∈ ($\mathcal{C}$) et [AD] diamètre de ($\mathcal{C}$). Alors mes$\widehat{ASD}$ = 90°. Puisque mes$\widehat{USD}$ = 45° alors mes$\widehat{ASU}$= 90° − 45° = 45°.
mes$\widehat{ASU}$ = mes$\widehat{USD}$ = 45° donc la droite (SU) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DSA}$.

Exercice 10

1. la nature du triangle ABC.
   B ∈ ($\mathcal{C}$) et [AC] est un diamètre du cercle ($\mathcal{C}$) donc le triangle ABC est rectangle en B.
2. Valeur exacte de la distance BC.
   ABC est un triangle rectangle en B, donc la propriété de Pythagore donne :
   <u>BC = $5\sqrt{3}$</u>
3. Calculons mesure $\widehat{ACB}$
   $sin\,\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, donc $mes\,\widehat{ACB} = 30°$
4. a) Calculons mes$\widehat{HOC}$.
   mes $\widehat{HOC}$ = 60° ($\widehat{CAB}$ et $\widehat{HOC}$ sont des angles correspondants).
   b) Déduisons mes$\widehat{DEC}$ et mes$\widehat{DEA}$
   mes$\widehat{DEC}$ = 30° et mes$\widehat{DEA}$ = 60°

Exercice 11

Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{DGF}$.
mes$\widehat{DGF}$ = 64°.

Exercice 12

- Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{IOK}$.
  L'angle inscrit $\widehat{IJK}$ est associé à l'angle au centre $\widehat{IOK}$.
  $mes\widehat{IJK} = \frac{1}{2}\,mes\widehat{IOK}$: $mes\widehat{IOK} = 2 \times mes\widehat{IJK} = 2\,x\,65° = 130°$
- Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{JIK}$
  L'angle inscrit $\widehat{JIK}$ est associé à l'angle au centre $\widehat{IOK}$.
  $mes\widehat{JIK} = \frac{1}{2}\,mes\widehat{IOK} = \frac{1}{2} \times 110° = 55°$

Exercice 13

- Calcul de la mesure $\widehat{CDS}$.
  L'angle au centre $\widehat{COS}$ est associé à l'angle inscrit $\widehat{CDS}$; d'où : $mes\widehat{CDS}$
  $$= \frac{1}{2}\,mes\widehat{COS}$$
  Donc : $mes\widehat{CDS} = \frac{1}{2}\,x\,100° = 50°$
- Calcul de la mesure $\widehat{DRS}$.
  mes$\widehat{DCS}$= 40° or mes $\widehat{DRS}$ = mes $\widehat{DCS}$ car les angles $\widehat{DCS}$ et $\widehat{DRS}$ interceptent l'arc $\overset{\frown}{DS}$

Exercice 14

mes$\widehat{IRS}$ = 70° car c'est un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle inscrit $\widehat{IHS}$

mes$\widehat{PRS}$+ mes $\widehat{RSP}$+ mes $\widehat{RPS}$ = 180°

mes$\widehat{RPS}$ = 180° - mes $\widehat{PRS}$- mes $\widehat{RSP}$ = 180° - 70° - 30° = 80°. Les angles $\widehat{HPI}$ et $\widehat{RPS}$ sont opposés par le sommet donc mes $\widehat{RSP}$= mes $\widehat{HPI}$ =80°.

Exercice 15

Justifions que mes$\widehat{ABE}$= 20°.

Les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{EFB}$sont des angles inscrits dans le cercles ($\mathcal{C}$) et qui interceptent le même arc $\widehat{BE}$ donc mes$\widehat{EFB}$ = mes$\widehat{EAB}$ = 70°.

E ∈ ($\mathcal{C}$) de centre O. [AB] est diamètre du cercle ($\mathcal{C}$) donc le triangle ABE est rectangle en E.

Le triangle ABE est rectangle en E donc les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABE}$ sont complémentaires. Ainsi $mes\widehat{ABE} = 90° - 70° = 20°$

Exercice 16

Justifions que $2x + y = 180°$.

$mes\widehat{FOC} = 2mes\ \widehat{FEC} = 2x$ et $mes\widehat{FOD} = y$, or $mes\ \widehat{FOC} + mes\widehat{FOD} = 180°$

Donc : $2x$+y =180°.

Exercice 17

Démontrons que mes$\widehat{RIA}$=mes$\widehat{LIN}$.

$mes\widehat{LIN} = \frac{1}{2}mes\widehat{LON}$ et $mes\widehat{RIA} = \frac{1}{2}mes\widehat{ROA}$

or mes$\widehat{LON}$ = mes$\widehat{ROA}$ car les angles $\widehat{LON}$ et $\widehat{ROA}$ sont opposés par le sommet.

Donc : mes$\widehat{RIA}$=mes$\widehat{LIN}$.

Exercice 18

1- Démontrons que :mes$\widehat{AEJ}$ = mes$\widehat{EJS}$ =mes$\widehat{ASJ}$ = mes$\widehat{EAS}$

mes $\widehat{AEJ}$ = mes $\widehat{ASJ}$ car les angles $\widehat{ASJ}$ et $\widehat{AEJ}$ interceptent le même arc $\widehat{AJ}$

mes$\widehat{AEJ}$ = mes$\widehat{EJS}$ car les angles $\widehat{AEJ}$et $\widehat{EJS}$ sont deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante.

mes $\widehat{ASJ}$ = mes $\widehat{EAS}$ car les angles $\widehat{ASJ}$et $\widehat{EAS}$ sont deux angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante.

Donc mes $\widehat{AEJ}$ = mes $\widehat{EAS}$ = mes $\widehat{ASJ}$= mes $\widehat{EJS}$.

2- Déterminons la nature des triangles EAU et JUS.

- Le triangle EAU.

  mes$\widehat{AEU}$ =mes $\widehat{EAU}$ donc le triangle EAU est isocèle en U.

- Le triangle JUS.

  mes$\widehat{ASJ}$ =mes $\widehat{EJS}$ donc le triangle JUS est isocèle en U.

Exercice 19

mes $\widehat{DOC}$= 2mes $\widehat{DFC}$; donc mes $\widehat{DOC}$ = 60° .
Le triangle ODE est un triangle équilatéral.

Exercice 20

mes $\widehat{ABC}$= mes $\widehat{AMC}$ car les angles$\widehat{ABC}$ et $\widehat{AMC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$.
mes $\widehat{BMA}$ = mes $\widehat{BCA}$ car les angles$\widehat{BMA}$ et $\widehat{BCA}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
Or dans le triangle ABC, mes $\widehat{ABC}$ = mes $\widehat{BCA}$; donc mes $\widehat{BMA}$= mes $\widehat{AMC}$.
Donc : la droite (AM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BMC}$.

Exercice 21

$mes\ \widehat{RAU}\ =\ \dfrac{1}{2}\ mes\ \widehat{ROU}\ et\ mes\ \widehat{TAS}\ \ =\ \dfrac{1}{2} mes\ \widehat{TO'S}.$
Or les angles $\widehat{RAU}$ et $\widehat{TAS}$ sont opposés par le sommet ; alors mes $\widehat{ROU}$ = mes $\widehat{TO'S}$.
mes $\widehat{RAU}$ = mes $\widehat{RBU}$ et mes $\widehat{TAS}$ = mes $\widehat{TBS}$; donc mes $\widehat{RBU}$ = mes $\widehat{TBS}$.
Or mes $\widehat{UBT}$ = mes $\widehat{UBR}$ + mes $\widehat{RBT}$ et mes $\widehat{RBS}$ = mes $\widehat{RBT}$ + mes $\widehat{TBS}$
Conclusion : mes $\widehat{UBT}$ = mes $\widehat{RBS}$

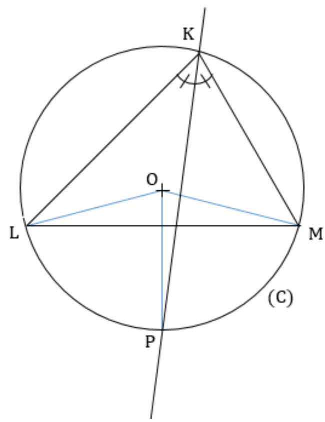
Exercice 22

1- OA = OB = O'A = O'B ; donc OAO'B est un losange.

2- $mes\ \widehat{AIB}\ =\ \dfrac{1}{2}\ mes\ \widehat{AOB}\ et\ mes\ \widehat{AJB}\ =\ \dfrac{1}{2} mes\widehat{AO'B}.$
Or on a mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{AO'B}$ car OAO'B est un losange. Donc mes $\widehat{AIB}$ = mes$\widehat{AJB}$.

3- Le triangle IJB est isocèle en B.

Exercice 23



1- Voir figure

2- a) mes $\widehat{MKP}$ = mes $\widehat{PKL}$ car la droite (KP) est la bissectrice de l'angle $\widehat{LKM}$.
$mes\ \widehat{MKP} = \dfrac{1}{2}\ mes\ \widehat{MOP}$ et $mes\ \widehat{PKL}$
$= \dfrac{1}{2}\ mes\ \widehat{POL},$
D'où : $mes\ \widehat{MOP} = mes\ \widehat{POL}.$
Conclusion : la droite (OP) est la bissectrice de l'angle $\widehat{LOM}$.
b) LOM est un triangle isocèle en O.

c) mes $\widehat{LMP}$ = mes $\widehat{MKP}$ car les angles $\widehat{LMP}$ et $\widehat{MKP}$ interceptent l'arc $\widehat{MP}$ et mes $\widehat{MLP}$ = mes $\widehat{PKL}$ car les angles $\widehat{MLP}$ et $\widehat{PKL}$ interceptent l'arc $\widehat{PL}$.

Comme : mes $\widehat{MKP}$ = mes $\widehat{PKL}$, alors mes $\widehat{LMP}$ = mes $\widehat{MLP}$

Conclusion : le triangle LMP est isocèle en P.

3- Si KLM est un triangle rectangle en K, [LM] devient un diamètre de (C) alors LMP est un triangle rectangle en P.

Exercice 24

1) ED = EC donc le triangle ECD est isocèle en E. Or la droite (EF) médiatrice du segment [CD] est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{CED}$.

Conclusion mes $\widehat{DEF}$ = mes$\widehat{FEC}$.

2) $mes\ \widehat{CBF} = \frac{1}{2}\ mes\ \widehat{FEC}\ et\ mes\ \widehat{FBD} = \frac{1}{2} mes \widehat{FED}$.

Donc mes $\widehat{CBF}$= mes $\widehat{FBD}$

Conclusion : la droite (BF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBD}$.

Exercice 25

$mes\ \widehat{CAB} = \frac{1}{2}\ mes\ \widehat{COB}\ et\ mes\ \widehat{NMP} = \frac{1}{2} mes\ \widehat{PON}$.

Or mes $\widehat{COB}$ = mes $\widehat{NOP}$, donc : mes $\widehat{CAB}$= mes $\widehat{NMP}$

Exercice 26

1) Comparons les mesures des angles des triangles AHC et ABD.
Le triangle ABD est rectangle en B ; Alors mes $\widehat{ABD}$ = 90°.
De plus on a : mes $\widehat{AHC}$ = 90° alors mes $\widehat{ABD}$ = mes $\widehat{AHC}$.
Les angles inscrits $\widehat{BDA}$ et $\widehat{HCA}$ interceptent le même arc $\widehat{AB}$, donc : mes$\widehat{BDA}$ = mes $\widehat{HCA}$. On en déduit que : mes $\widehat{BAD}$ = mes $\widehat{HAC}$.

2) Démontrons que la droite (AE) est bissectrice de l'angle $\widehat{DAH}$.
(AE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, d'où mes $\widehat{BAE}$ = mes $\widehat{EAC}$.
Comme : mes $\widehat{BAE}$ = mes $\widehat{BAD}$ + mes $\widehat{DAE}$; mes $\widehat{EAC}$ = mes $\widehat{EAH}$ + mes $\widehat{HAC}$ et
mes $\widehat{BAD}$ = mes $\widehat{HAC}$. Donc mes $\widehat{DAE}$ = mes $\widehat{EAH}$.
Conclusion : La droite (AE) est bissectrice de l'angle $\widehat{DAH}$.

Exercice 27

1) Considérons les triangles ABI et ACJ respectivement rectangles en I et J. On a : mes $\widehat{AIB}$ = mes $\widehat{AJB}$ = 90° et mes $\widehat{BAC}$= mes $\widehat{BAI}$ = mes $\widehat{CAJ}$.

Alors : mes $\widehat{ABI}$ = mes $\widehat{ACJ}$.

Or mes $\widehat{ABI}$= mes $\widehat{ABN}$ et mes $\widehat{ACJ}$= mes $\widehat{ACP}$.

Donc : mes $\widehat{ABN}$= mes $\widehat{ACP}$

2) Justifions que (AM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{PMN}$.

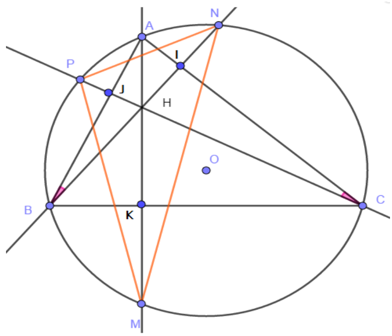
mes $\widehat{PMA}$ = mes $\widehat{PCA}$ car les angles $\widehat{PMA}$ et $\widehat{PCA}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{PA}$.

mes $\widehat{AMN}$ = mes $\widehat{ABN}$ car les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABN}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AN}$.

d'après la question 1) mes $\widehat{ABN}$= mes $\widehat{ACP}$

Donc : mes $\widehat{PMA}$=mes $\widehat{AMN}$

Conclusion : (AM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{PMN}$.



Exercice 28

Dans le triangle MAD rectangle en D, l'angle $\widehat{AMD}$ est complémentaire à l'angle $\widehat{BAM}$.

Dans le triangle MAB rectangle en M, l'angle $\widehat{ABM}$ est complémentaire à l'angle $\widehat{BAM}$.

D'où : $mes\widehat{AMH} = mes\widehat{AMD} = mes\ \widehat{ABM}$, avec $H \in [MD)$.

De plus : $mes\widehat{MAH} = mes\ \widehat{MAC} = \frac{1}{2}\ mes\ \widehat{MOC}$ et $mes\widehat{ABM} = \frac{1}{2}\ mes\ \widehat{MOA}$.

Comme : $mes\ \widehat{MOC} = mes\ \widehat{MOA}$, alors $mes\ \widehat{MAH} = mes\widehat{AMH} = mes\widehat{ABM}$.

Conclusion : AMH est triangle isocèle en H.

Situation d'évaluation

Exercice 29

Les angles $\widehat{OMO'}$ et $\widehat{OA_1O'}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{OO'}$ alors mes$\widehat{OMO'}$= mes$\widehat{OA_1O'}$.

Donc l'angle de tir de Messi est le même que celui de son coéquipier 1. D'où il ne peut lui donner la balle pour tirer au but.

Par contre l'angle au centre $\widehat{OA_2O'}$ et l'angle inscrit $\widehat{OMO'}$ sont associés.

Alors mes $\widehat{OA_2O'}$= 2 mes $\widehat{OMO'}$.

L'angle de tir du coéquipier 2 est deux fois plus grand que celui de Messi et du coéquipier 1.

Donc l'entraineur a raison en disant que Messi a pris la meilleur décision en donnant la balle au coéquipier 2 plutôt qu'au coéquipier 1.

Exercice 30

- O_1 est équidistant des points M_1, M_2, M_3, M_4, A et B.
  Donc les points M_1, M_2, M_3, M_4, A et B appartiennent au cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre O_1.
- O_2 est équidistant des points N_1, N_2, N_3 A et B.
  Donc les points N_1, N_2, N_3, A et B appartiennent au cercle $(\mathcal{C}_2)$ de centre O_2..
- Les angles inscrits $\widehat{AM_1B}$, $\widehat{AM_2B}$, $\widehat{AM_3B}$, $\widehat{AM_4B}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
  Donc mes $\widehat{AM_1B}$ = mes $\widehat{AM_2B}$ = mes $\widehat{AM_3B}$ = mes $\widehat{AM_4B}$.
- Les angles inscrits $\widehat{AN_1B}$, $\widehat{AN_2B}$, $\widehat{AN_3B}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AB}$.
  Donc mes $\widehat{AN_1B}$ = mes $\widehat{AN_2B}$ = mes$\widehat{AN_3B}$.
  Conclusion : L'affirmation de Yao est juste.

7 VECTEURS

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	De quoi parle la situation ?	-Un entrainement de rugby -Cadre sportif et interdisciplinaire
Circonstances	Quels sont les problèmes auxquels sont confrontés les élèves dans cette situation ?	-Un joueur de rugby face à deux adversaires. -Forces en présence modélisées par des vecteurs ; -Déterminer le représentant de la somme de plusieurs vecteurs.
Tâche	Qu'est-ce que les élèves de cette classe ont décidé de faire?	Utiliser les connaissances sur les vecteurs pour savoir si le joueur J_1 pourra avancer face à ses adversaires.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

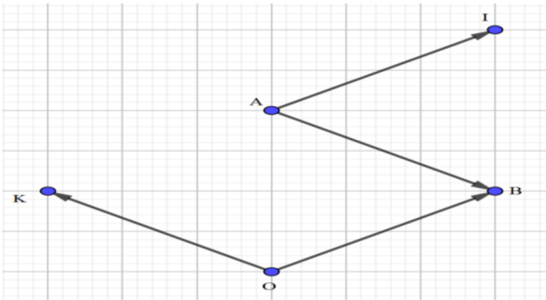
Découverte des habiletés

Activité 1

- Cette activité a pour objectif d'identifier et de représenter la différence de deux vecteurs.

- **Réponses aux questions**

-Construction des points I et K. On a :
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OK} = -\overrightarrow{AB}$.



2-a) $\overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$

$\overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{BA}$, d'après la relation de Chasles.

b) Comme : $\overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OK}$, alors $\overrightarrow{OA} + (-\overrightarrow{OB}) = \overrightarrow{OK}$.

Cette relation vectorielle s'écrit simplement **:** $\boldsymbol{\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OK}}$

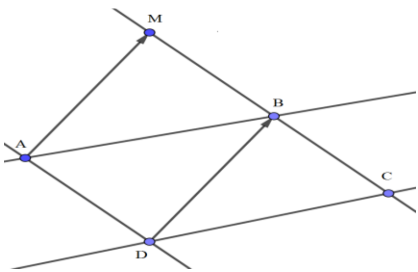
- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

A, B et C sont des points du plan.

1-a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \boldsymbol{\overrightarrow{CB}}$

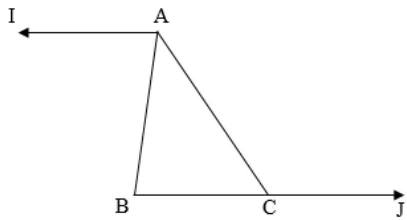
b) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{\overrightarrow{CA}}$



2) Construction du point M tel que: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ ou $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$ ou $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DB}$.

Exercice 2

Construction des points I et J tels que :
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.



Activité 2

- Cette activité a pour objectif d'identifier le produit d'un vecteur par un nombre ; de connaitre les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel et de construire un point M tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ où k est un nombre réel non nul.

- **Réponses aux questions**

1-a)$\overrightarrow{AK}$ +$\overrightarrow{KB}$ =$\overrightarrow{\text{AB}}$ d'après la relation de Chasles.
b) $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{AK}$ +$\overrightarrow{KB}$ et $\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{AK}$, donc : $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{AK}$ +$\overrightarrow{AK}$.

2 a) La longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à 2AK
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}$ ont même direction et même sens.
b) La longueur du vecteur $\overrightarrow{AL}$ est égale à 2AK.
Les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{AK}$ ont même direction et sont de sens contraires.

3) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE}$, donc : $\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AE}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 3

$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DJ},\ \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{JI} = -3\overrightarrow{AB}.$$

Exercice 4

$$\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{OI}, \qquad \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{OI}, \qquad \overrightarrow{AD} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}.$$

Activité 3

- Cette activité a pour objectif d'identifier des vecteurs colinéaires ; de connaitre la propriété de vecteurs de même direction et de démontrer la colinéarité de deux vecteurs.
- **Réponses aux questions**

1) Les vecteurs de même direction que $\overrightarrow{OR}$ sont : $\boldsymbol{\overrightarrow{ST}}$, $\boldsymbol{\overrightarrow{TE}}$

2) Comme $(OR)//(ET)$ et $OR = ET$ alors $ORTE$ est un parallélogramme.

Donc **les vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{EO}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{RT}}$ ont la même direction.**

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5

1) Dans le triangle ABC, I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Alors $(IJ)//(BC)$ d'après la propriété de la droite des milieux. Donc un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{IJ}$ est : $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$.

2) De même, un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ est : $\boldsymbol{\overrightarrow{IK}}$.

Exercice 6

<table>
<tr><td colspan="2">Deux vecteurs égaux sont colinéaires.</td><td>Vrai</td></tr>
<tr><td colspan="2">Deux vecteurs opposés sont colinéaires.</td><td>Vrai</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ABCD est un parallélogramme,</td><td>$\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.</td><td>Faux</td></tr>
<tr><td>$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires.</td><td>Vrai</td></tr>
</table>

Activité 4

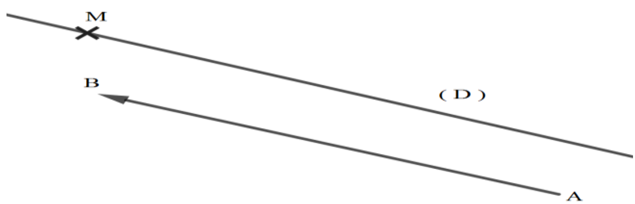
- Cette activité a pour objectif d'identifier des vecteurs directeurs d'une droite et, de démontrer un parallélisme de droites et l'alignement de points.
- **Réponse à la question**

  Trois vecteurs qui ont pour direction la droite (AD) sont : $\overrightarrow{\mathbf{CB}}$ **,** $\overrightarrow{\mathbf{AD}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{EF}}$**.**
- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7 **:** Le vecteur directeur de la droite (Δ) est $\boldsymbol{\overrightarrow{EF}}$ **.**

Exercice 8

Construction de la droite (D) passant par le point M dont un vecteur directeur est $\overrightarrow{AB}$.



Activité 5

- Cette activité a pour objectif d'identifier des vecteurs orthogonaux.
- **Réponses aux questions**

1) Un vecteur directeur de la droite (D) est : $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$.
2) Un vecteur directeur de la droite (Δ) est : $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
3) « Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ sont les vecteurs directeurs respectifs de deux droites perpendiculaires ».

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

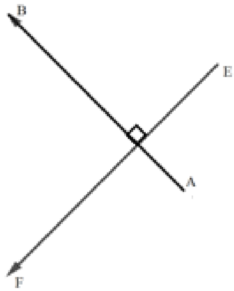
Exercice 9

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC}$ ne sont pas des vecteurs orthogonaux.

Les vecteurs orthogonaux au vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$.

Exercice 10

Construction d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$orthogonal au vecteur $\overrightarrow{EF}$



Des questions d'évaluation

Question 1 : exercice non corrigé

1) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BO}$
2) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB}$
3) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD}$

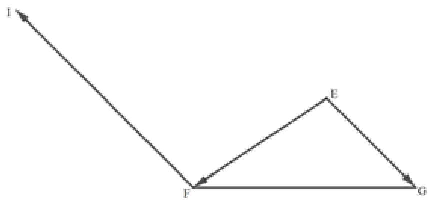
Question 2 : exercice non corrigé

On a : $\overrightarrow{EI} = \overrightarrow{EF} - 2\overrightarrow{EG}$

d'où : $\overrightarrow{EI} - \overrightarrow{EF} = -2\overrightarrow{EG}$;

Donc : $\overrightarrow{FI} = -2\overrightarrow{EG}$.

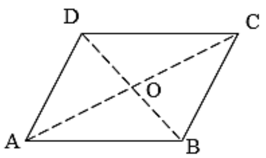
Construction du point I.



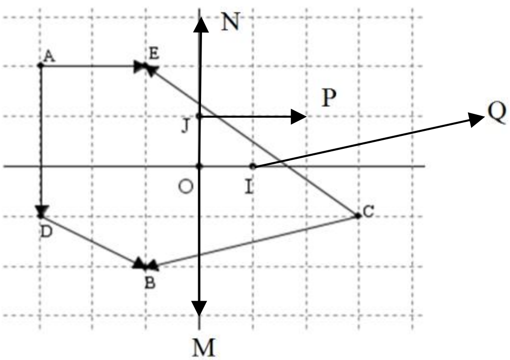
Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

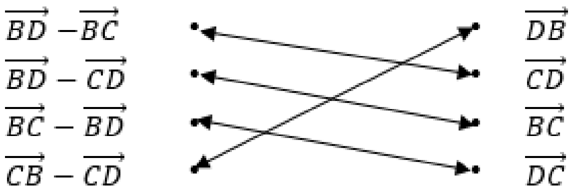
		Vrai/Faux
Le quadrilatère ABCD ci-dessous est un parallélogramme de centre O. 	Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux	**Faux**
	Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont égaux	**Vrai**
	Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont opposés	**Vrai**
	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$	**Faux**
	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$	**Vrai**
	$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$	**Vrai**
	$\overrightarrow{AB}+\vec{0}=\overrightarrow{AO}$	**Faux**

Exercice 2



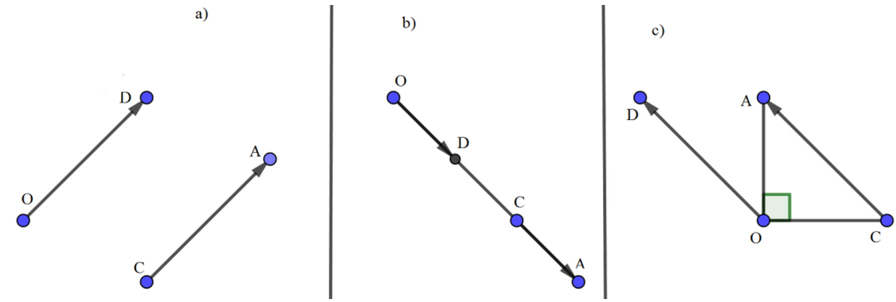
Exercice 3

B, C et D sont trois points du plan.



Exercice 4

L'égalité $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}$ permet d'écrire $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CA}$



Exercice 5

a) $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$; c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$;

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$; d) $\overrightarrow{\boldsymbol{EB}} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EA}$.

Exercice 6

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$; b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \mathbf{2}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$; c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

Exercice 7

a) $\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$;

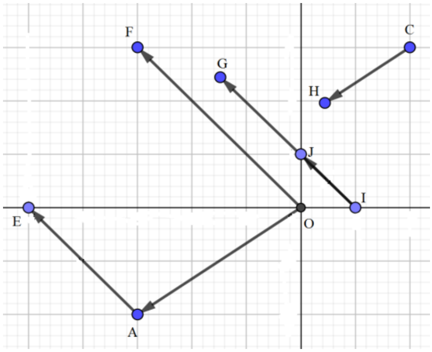
b) $2(\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$;

c) $-(-2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}) - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \mathbf{2}\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}$.

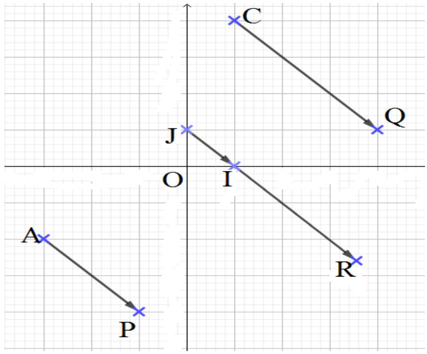
Exercice 8

$\overrightarrow{AB} = -5\,\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{CB} = \frac{7}{5}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{BD}$

Exercice 9



Exercice 10



Exercice 11

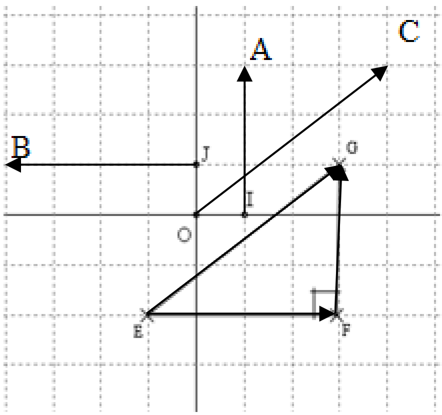
1-Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HE}$ sont colinéaires ;

2-Les vecteurs $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux ;

3-Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.

Exercice 12

1/



2/ $\overrightarrow{JB}$ et $\overrightarrow{JA}$ sont orthogonaux.

Exercice 13 : Deux vecteurs colinéaires sont: $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{GH}}$**.**

Exercice 14 : Le vecteur $\overrightarrow{AH}$ est un vecteur directeur de la droite (L) dans le cas C-).

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 15

a)$\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DC} = \boldsymbol{\overrightarrow{OC}}$;

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{EB} = \boldsymbol{\overrightarrow{AO}}$

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DF} = \boldsymbol{\overrightarrow{FC}}$;

d)$\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{FC} = \boldsymbol{\overrightarrow{OB}}$ **;**

e) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AB} = \boldsymbol{\vec{0}}$**.**

Exercice 16

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FO} = \boldsymbol{\vec{0}}$ **;**

b) $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{FO} = \boldsymbol{\overrightarrow{FO}}$**.**

Exercice 17

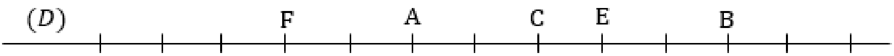
1-a) $\overrightarrow{RO} = \mathbf{2}\overrightarrow{RI}$;

b) $\overrightarrow{LI} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\overrightarrow{OE}$

2) On a : $\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{SE} = \boldsymbol{\vec{0}}$**.**

Exercice 18

1)



2) On a : $\overrightarrow{AF} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

D'où : $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AC} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

$= \vec{0}$; donc A est le milieu du segment [CF].

Exercice 19

On a $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$.

Comme ABCD est un parallélogramme, on a $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

Donc : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD}$.

Exercice 20

I milieu de [AB] alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; d'où : $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

J milieu de [BC] alors $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{JC}$; d'où : $\overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{JC} = \vec{0}$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB}\right) + \left(\overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{JC}\right) = \vec{0}$; donc : $(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{JB}) - (\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{CJ}) = \vec{0}$.

Exercice 21

On a : $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Or : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BE}$

D'où : $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{BE}$

Comme ABCD est un parallélogramme, on a : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Il en résulte que : $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{EC}$.

Par conséquent : Les points C, E et F sont alignés.

Exercice 22

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.

1) On a : $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$;

2) $\overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Exercice 23

BLEH est un parallélogramme car I milieu commun de [BE] et [LH], d'où : $\overrightarrow{BL} = \overrightarrow{HE} = 2\overrightarrow{AB}$ .Comme $\overrightarrow{AL}$= $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{BL}$, il s'en suit que : , $\overrightarrow{AL}$ =3$\overrightarrow{AB}$

Situation d'évaluation

Exercice 24

Ravitailler l'avion espion au point F, en passant par les points B et C sans changer de direction signifie que les points B ; C et F sont alignés.

Examinons la possibilité que les points B ; C et F soient alignés.

ABCD est un parallélogramme , on a : $AD = BC$. D'où : $DE = 2BC = 2AD$.

De plus : les points A, D et E sont alignés, donc : $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{AD}$.

Or $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ car les quadrilatères ABCD et CDEF sont des parallélogrammes.

Il en résulte que : $\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{BC}$. Par conséquent : les points B ; C et F soient alignés.

Donc il est possible de ravitailler l'avion espion au point F, en passant par les points B et C sans changer de direction. Le contrôleur aérien n'a donc pas raison.

8 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R}$

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où se déroule la scène ?	Au club karaté du lycée.
Circonstances	Indique pour quelles raisons le père sollicite son fils. Quel est le problème auquel le fils est confronté ?	Le père sollicite son fils pour lui indiquer le nombre minimum de séances pour lequel le tarif 1 soit plus avantageux que le tarif 2. Le fils ne sait pas comment résoudre ce problème.
Tâche	Qu'est-ce que les élèves de ta classe décident de faire pour répondre à la préoccupation du père ?	Les élèves de ta classe décident de s'informer sur les équations et inéquations pour répondre à la préoccupation du père.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est de renforcer les acquis des apprenants sur la résolution des équations du type : $ax + b = 0$, a et b étant deux nombres réels.
- **Réponses aux questions**
  1. a) La solution de l'équation $x + 3 = 0$ est -3.
     b) La solution de l'équation $-2x - 7 = 1$ est $\frac{8}{-2}$.
     c) La solution de l'équation $5x = 0$ est $\frac{0}{5}$.
     d) La solution de l'équation $-7x = 35$ est $\frac{35}{-7}$.

  La forme générale de la solution de l'équation $ax + b = 0$, pour a non nul est $\frac{-b}{a}$.

  2. a) Pour tout nombre réel x, $0x + 8 = 0 + 8 = 8$ et comme $8 \neq 0$, alors il n'existe pas de nombre x qui vérifie l'égalité $0x + 8 = 0$.
     b) L'ensemble des solutions de l'équation $0x + 8 = 0$ est l'ensemble vide ($\emptyset$).
     On note : S= $\emptyset$.
  3. a) Cinq nombres solutions de l'équation $0x = 0$ sont : -7 ; -1 ; 0 ; 4 ; 17.
     b) Il est impossible de trouver des nombres qui ne sont pas solutions de l'équation $0x = 0$.
     c) Tout nombre réel est solution de l'équation $0x = 0$.
     d) L'ensemble des solutions de l'équation $0x = 0$ est l'ensemble $\mathbb{R}$.
     On note : $S = \mathbb{R}$.
- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

a) $-2x - 3 = 0$ équivaut à : $x = \frac{-3}{2}$. La solution est $\frac{-3}{2}$.

b) $5x + 52 = 0$ équivaut à : $x = -\frac{52}{5}$. La solution est $-\frac{52}{5}$.

c) $13x - 12 = 0$ équivaut à : $x = \frac{12}{13}$. La solution est $\frac{12}{13}$.

d) $-4x + 34 = 34$ équivaut à : $x = 0$. La solution est 0.

e) $0x + 1 = 0$ équivaut à : 1
$= 0.$ Ce qui est impossible. L'ensemble solution est $\emptyset$.

f) $0x = 0$ équivaut à : 0
$= 0.$ Ce qui est toujours vrai. L'ensemble solution est $\mathbb{R}$

Exercice 2 : 1-c ; 2-a ; 3- c ; 4- c ; 5-c

Activité 2

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du type : $ax + b = cx + d$ en utilisant les propriétés des égalités.
- **Réponses aux questions**

1. a) $5x - 7 = 3x - 15$ équivaut à $5x - 7 - 3x + 7 = 3x - 15 - 3x + 7$
$5x - 7 = 3x - 15$ équivaut à $2x = -8$
b) $x = -4$
c) On vérifie que : $5 \times (-4) - 7 = 3 \times (-4) - 15 = -27.$

2 a) Si $a = b$, alors $a - c = b - c$. Le but est d'éliminer $3x$ dans le second membre.
b) Etape 2 , étape 4 et étape 5: simplifications des équations par regroupement et réduction des sommes
Etape 3 : élimination du nombre -7 dans le premier membre (utilisation de la propriété : Si $a = b$, alors $a + c = b + c$.) ;
c) Si $a = b$, alors $a \div c = b \div c$ $(c \neq 0)$ ou Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$ $(c \neq 0)$.
Le but est d'éliminer le coefficient 2 dans $2x$.
d) Etape 7 : vérification ; Etape 8 : solution

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 3 :

1-F ; 2-V ; 3- F ; 4- V.

Exercice 4 :

(E_1) : $-5x + 2 = -x - 13$ alors $x = \frac{15}{4}$. La solution est : $\frac{15}{4}$.

(E_2) : $\frac{4}{3}t - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}t + \frac{3}{2}$ alors $t = \frac{11}{4}$. La solution est : $\frac{11}{4}$.

(E_3) : $\frac{y+3}{5} = \frac{y-1}{4}$ alors $y = 17$. La solution est : 17.

(E_4) : $z = 4 + z\sqrt{5}$ alors $z = -\sqrt{5} - 1$. La solution est : $-\sqrt{5} - 1$.

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du type : $(ax+b)(cx+d) = 0$ avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$.

- **Réponses aux questions**

  1. a) $(-2x+3)(x-1) = -2x^2 + 2x + 3x - 3 = -2x^2 + 5x - 3$.

     b) Non, parce qu'elle n'est pas du type $ax + b = 0$.

  2.a) $m \times p = 0 \Leftrightarrow m = 0$ *ou* $p = 0$.

     b) $(-2x+3)(x-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0$ ou $x - 1 = 0$.

     c) Les solutions de l'équation (E): $(-2x+3)(x-1) = 0$ sont : $\frac{3}{2}$ et 1

  3. $(ax+b)(cx+d) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$. Pour $a \neq 0$ et $c \neq 0$,

     les solutions de l'équation $(ax+b)(cx+d) = 0$ sont : $-\frac{b}{a}$ et $-\frac{d}{c}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5 : 1-B ; 2-D ; 3- B

Exercice 6 :

(E_1) : $(-5x+2)(-x-13) = 0$ alors $x = \frac{2}{5}$ ou $x = -13$. Les solutions sont : $\frac{2}{5}$ et -13

(E_2) : $\frac{4}{3}x\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$ alors $x = 0$ ou $x = \frac{1}{3}$. Les solutions sont : 0 et $\frac{1}{3}$.

(E_3) : $(5-x)(5+x) = 0$ alors $x = 5$ *ou* $x = -5$. Les solutions sont : 5 et -5.

(E_4) : $(3+x)(3+x) = 0$ alors $x = -3$. La solution (double) est : -3.

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations du type : $x^2 = a$.où a est un nombre réel donné.
- **Réponses aux questions**

1. a) Non, car le carré d'un nombre est nombre positif et -25 est un nombre négatif.
 b) Non, car le carré d'un nombre est toujours un nombre positif.

2.a) Oui, car 0 est un nombre positif.
 b) La solution de l'équation $x^2 = 0$ est 0.

3.a) (E) : $x^2 = a$.avec $a > 0$, d'où $a = (\sqrt{a})^2$et (E) devient (E') : $x^2 = (\sqrt{a})^2$.
 Donc (E) se ramène à (F) : $x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$.
 b) $x^2 - (\sqrt{a})^2 = (x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a})$ d'où (F) $\Leftrightarrow x - \sqrt{a} = 0$ ou $x + \sqrt{a} = 0$.
 Les solutions de (F) sont : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
 c) (E) et (F) ont les mêmes solutions donc les solutions de (E) sont : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7: Les affirmations vraies sont les affirmations 2 et 3.

Exercice 8:

(E_1) :$x^2 = 4$ alors $x = 2$ ou $x = -2$. Les solutions de (E_1) sont : 2 et -2
(E_2) : $x^2 = -9$ alors (E_2) n'admet pas de solution. L'ensemble des solutions est $\emptyset$
(E_3) : $x^2 = 7$ alors $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$. Les solutions de (E_3) sont : $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$
(E_4) : $y^2 + \sqrt{3} = 0$ alors (E_4) n'admet pas de solution. L'ensemble des solutions est $\emptyset$
(E_5) : $t^2 = 0$ alors $t = 0$. La solution de (E_5) est :0
(E_6) : $3z^2 - 12 = 0$ alors $z = 2$ ou $z = -2$. Les solutions de (E_6) sont : 2 et -2
(E_7) :$x^2 = 0{,}49$ alors $x = 0{,}7$ ou $x = -0{,}7$. Les solutions de (E_7) sont : 0,7 et $-0{,}7$
(E_8) : $5y^2 + 80 = 0$ alors (E_8) n'admet pas de solution. L'ensemble des solutions est $\emptyset$.

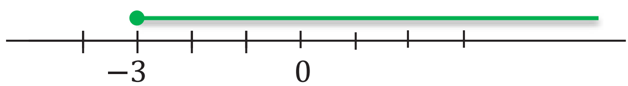
Activité 5

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations de chacun des types : $ax + b \leq 0, ax + b < 0, ax + b \geq 0$, $ax + b > 0$ (en utilisant les propriétés des inégalités) et, de donner l'ensemble des solutions de l'inéquation sous la forme d'une représentation graphique ou d'un intervalle.
- **Réponses aux questions**

1. En utilisant de façon judicieuse les propriétés des inégalités, on obtient $x \geq -3$.
2. Les nombres qui sont solutions de (I) :

$$-2{,}5\ ;\ 1\ ;\ 0\ ;\ 3\ ;\ -2{,}99\ ;\ -\sqrt{3}\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ 2022.$$

3.a) Représentation graphique :



b) L'ensemble des solutions de (I) est l'intervalle $[-3; \rightarrow[$.

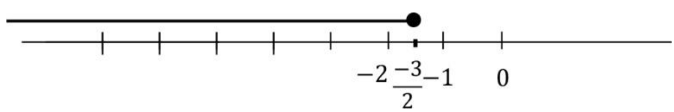
- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 9 : 1-V ; 2-F ; 3-V ; 4-F.

Exercice 10 :

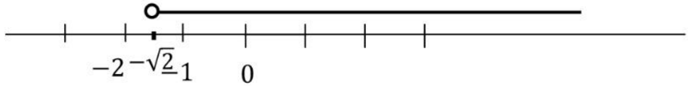
a) $-2x - 3 \geq 0$ alors : $x \leq -\frac{3}{2}$. L'ensemble des solutions est : $]\leftarrow; -\frac{3}{2}]$

Représentation graphique :



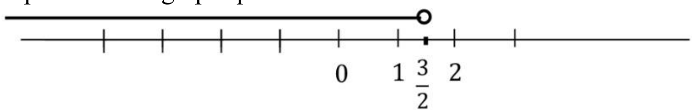
$b)$ $5x + 5\sqrt{2} > 0$ alors $x > -\sqrt{2}$. L'ensemble des solutions est : $]-\sqrt{2}; \rightarrow[$

Représentation graphique :



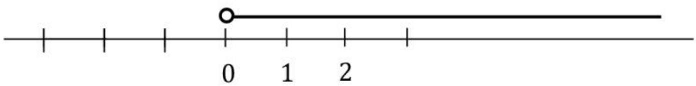
c) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} < 0$ alors : $x < \frac{3}{2}$. L'ensemble des solutions est : $] \leftarrow ; \frac{3}{2}[$
.

Représentation graphique :



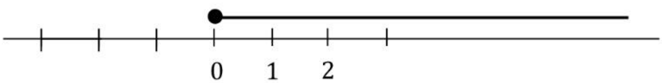
d) $-3x < 0$ alors : $x > 0$. L'ensemble des solutions est : $]0; \rightarrow[$.

Représentation graphique :



e) $-\,4x + \frac{\sqrt{3}}{4} \leq \frac{\sqrt{3}}{4}$ alors : $x \geq 0$. L'ensemble des solutions est : $[0 ;$
$\rightarrow [$.

Représentation graphique :



Activité 6

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations de chacun des types : $ax + b \leq\ cx + d$; $ax + b <\ cx + d$; $ax + b \geq\ cx + d$; $ax + b >\ cx + d$
(en utilisant les propriétés des inégalités) et, de donner l'ensemble des solutions de l'inéquation sous la forme d'une représentation graphique ou d'un intervalle.
- **Réponses aux questions**
1. En utilisant de façon judicieuse les propriétés des inégalités pour transformer l'inéquation(I) : $x + 3 > 3x - 15$, on obtient l'inéquation (J) : $x < 9$.

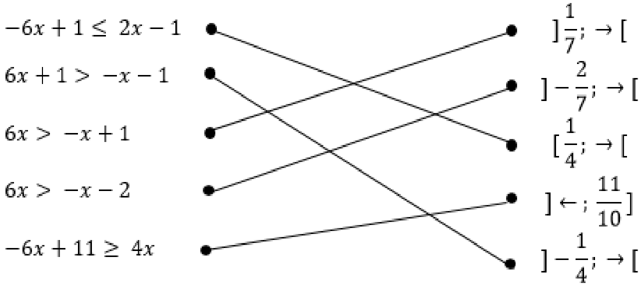
2. L'ensemble des solutions de (J) est l'intervalle $]\leftarrow; 9[$.

3.a) (I) et (J) ont le même ensemble des solutions. Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est $]\leftarrow; 9[$.

b) Représentation graphique :

Corrigé des exercices de fixation

Exercice 11



Exercice 12 :

(I_1) : $-5x - 2 \leq -x + 14$ alors $x \geq -4$. L'ensemble des solutions est : $[-4\,; \rightarrow[$

(I_2) : $\frac{4}{3}t - \frac{1}{3} \geq \frac{2t}{3} + \frac{3}{2}$ alors $t \geq \frac{11}{4}$. L'ensemble des solutions est :

$[\frac{11}{4}\,; \rightarrow[$

(I_3) : $z > 4 + z\sqrt{5}$ alors $z < -\sqrt{5} - 1$. L'ensemble des solutions est :

$]\leftarrow; -\sqrt{5} - 1[$

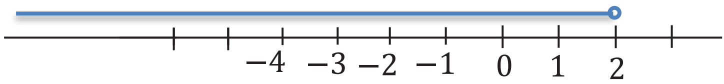
Activité 7

- L'objectif de cette activité est de résoudre dans $\mathbb{R}$ un système de deux inéquations du premier degré et de donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.

- **Réponses aux questions**

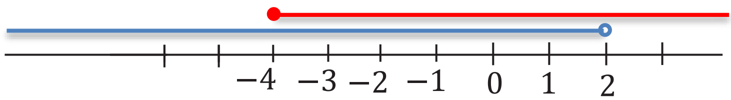
1. L'ensemble des solutions de (I_1) : $x + 3 > 3x - 1$ est $]\leftarrow ; 2[$.

Représentation graphique :



2. L'ensemble des solutions de (I_2) : $-5x - 2 \leq -x + 14$ est : $[-4 ; \rightarrow[$.

Représentation graphique :



3. L'ensemble des solutions communs aux inéquations (I_1) et (I_2) est : $[-4 ; 2[$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 13 : 1-B ; 2-A ; 3- A ; 4- C ; 5-B

Exercice 14 :

On a : (S) :$\begin{cases} 3x - 8 \leq -2 \\ 5 - x \leq 5 \end{cases}$ équivaut à : (S) :$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$. L'ensemble des solutions est : [0 ;2].

On a : (T) :$\begin{cases} -x - 4 > -5 \\ 1 - 2x \leq -5 + x \end{cases}$ équivaut à : (S) :$\begin{cases} x < 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$. L'ensemble des solutions est : $\emptyset$

On a : (U) :$\begin{cases} 2x - 5 \leq 7 + 6x \\ -4x + 11 \leq -4 - x \end{cases}$ équivaut à : (S) :$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \geq 5 \end{cases}$. Donc : la solution est : [5 ;→[

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

a) $7x(1-2x)=0$ équivaut à : $x=0$ *ou* $x=\frac{1}{2}$. Les solutions sont : 0 et $\frac{1}{2}$.

b) $(5x-1)(1-5x)=0$ équivaut à : $x=\frac{1}{5}$ ou $x=\frac{1}{5}$. La solution est $\frac{1}{5}$.

c) $(5x-4)^2=0$ équivaut à : $x=\frac{4}{5}$. La solution est $\frac{4}{5}$

d) $(9x+1)(9x+1)=0$ équivaut à : $x=-\frac{1}{9}$. La solution est $-\frac{1}{9}$

e) $(2x-4)(3-x)(7x+21)=0$ équivaut à : $x=2$ ou $x=3$ ou $=-3$.

Les solutions sont 2 ; 3 et -3.

Question 2 : Exercice non résolu

1.a) Les solutions sont : $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.

b) Les solutions sont : $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.

c) La solution est : $\emptyset$

2. $x^2=a$ équivaut à : $x=\sqrt{a}$ ou $x=-\sqrt{a}$. Or $-\sqrt{19}$ est la solution.

D'où $x=-\sqrt{19}$.

Donc $a=19$

Question 3 : Exercice non résolu

(I) : $\begin{cases} 2x+8\geq 5+x \\ 2x+5\geq 7x+20 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x\geq -3 \\ x\leq -3 \end{cases}$. Donc la solution est : -3

(J) : $\begin{cases} -5+3x<6+x \\ -3+2x>5+x \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x<\frac{11}{2} \\ x>8 \end{cases}$. Donc L'ensemble des solutions est : $\emptyset$

Question 4

Exercice 1 non résolu

Déterminons le prix d'un arbrisseau.

Désignons par x le prix d'un arbrisseau.

On a l'équation suivante : $15x-5000=12x+17500$

Soit $x=7500$. Donc un arbrisseau coûte 7500 FCFA.

Exercice 2 non résolu

Désignons par x le nombre de film à regarder.

On a l'inéquation suivante : $1400x + 16200 < 3200x$

Soit $x > 9$. Donc il faudra regarder au moins 10 films pour que le site 1 soit plus bénéfique.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $2x + 3 = 0$ alors $x = -\frac{3}{2}$. La solution est : $-\frac{3}{2}$.

b) $\frac{2y}{3} = -4$ alors $y = -6$. La solution est : -6.

c) $\frac{-3z+1}{5} = 0$ alors $z = \frac{1}{3}$. La solution est : $\frac{1}{3}$.

d) $2(x-1) = -3$ alors $x = -\frac{1}{2}$. La solution est : $-\frac{1}{2}$.

e) $\frac{5}{3}x = \frac{4}{9}$ alors $x = \frac{4}{15}$. La solution est : $\frac{4}{15}$.

Exercice 2

Corrigeons les erreurs de Plipli

a) $3x = 7$ alors $x = \frac{7}{3}$. La solution est : $\frac{7}{3}$.

b) $-4x = 0$ alors $x = 0$. La solution est :0.

c) $5x = 0$ alors $x = 0$. La solution est :0.

d) $2 = x$ alors $x = 2$. La solution est :2.

Exercice 3 : 1-C ; 2-B ; 4-A.

3- l'équation $-x = -x$ est vraie pour tout nombre réel x.

donc l'ensemble des solutions est ℝ

NB : Le tableau ne contient pas cette proposition de solution.

Exercice 4 :

a) $\frac{1}{3}x + 3 = \frac{1}{2}x$ alors $x = 18.$ La solution est : 18

b) $0{,}4x + 1 = 0{,}7x - 2$ alors $x = 10.$ La solution est : 10.

c) $\frac{-3x+1}{3} = \frac{2x-1}{2}$ alors $x = \frac{5}{12}$ La solution est : $\frac{5}{12}$.

d) $-4 + x\sqrt{5} = x$ alors $x = \sqrt{5} + 1$. La solution est : $\sqrt{5} + 1$

Exercice 5 : 1- Faux ; 2- Faux ; 3- Faux ; 4- Faux ; 5- Vrai.

Exercice 6

(E_1) :$(x+1)(x-8) = 0$ alors $x = -1$ ou $x = 8$. Les solutions sont -1 et 8.

(E_2) : $(5x-3)(6+x) = 0$ alors $x = \frac{3}{5}$ ou $x = -6.$ Les solutions sont -6 et $\frac{3}{5}$

(E_3) : $\left(\frac{7}{5} - x\right)\left(x - \frac{7}{5}\right) = 0$ alors $x = \frac{7}{5}.$ La solution est $\frac{7}{5}.$

(E_4) : $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$ alors $x = \frac{11}{8}$ ou x

$= -\frac{7}{3}.$ Les solutions sont $-\frac{7}{3}$ et $\frac{11}{8}.$

(E_5) : $3x\left(2x - \sqrt{2}\right) = 0$ alors $x = 0$ ou $x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$ Les solutions sont 0 et $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 7 : 1-c ; 2-c ; 3-a .

Exercice 8

(E_1) :$x^2 = 1$ alors $x = 1$ ou $x = -1$. Les solutions sont -1 et 1.
(E_2) :$x^2 = -36$; Impossible. La solution est :$\emptyset$
(E_3) :$x^2 = 23$ alors $x = \sqrt{23}$ ou $x = -\sqrt{23}$. Les solutions sont $-\sqrt{23}$ et $\sqrt{23}$
(E_4) :$x^2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ alors $x = 0$. La solution est 0.

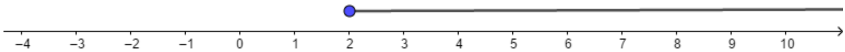
Exercice 9 : 1-b ; 2-d
Exercice 10 : 1-c ; 2-b.

Exercice 11 : 1-C ; 2-B ; 3-C ; 4-B ;5-A

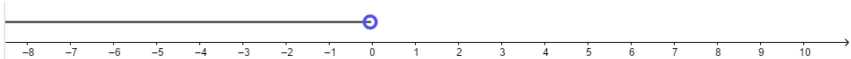
Exercice 12 : a-4 ; b-2 ; c-1 ; d-3.

Exercice 13

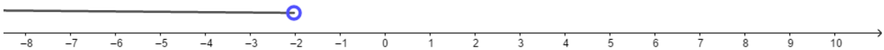
a) $3x - 4 \geq 2$ alors : $x \geq 2$. L'ensemble des solutions est : [2 ;→[



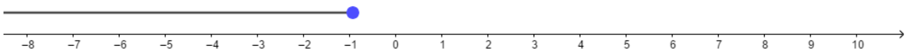
b) $-4x + 1 > 1$ alors $x < 0$. L'ensemble des solutions est :] ←;0[



c) $\frac{3}{2}x < -3$ alors : $x < -2$. L'ensemble des solutions est :] ← ; −2[.



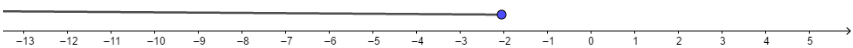
d) $12 \leq 9 - 3x$ alors $x \leq -1$. L'ensemble des solutions est :] ←;−1]



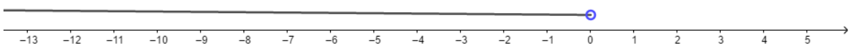
e) $-\frac{x}{3} \leq \frac{1}{4}$ alors : $x \geq -\frac{3}{4}$. L'ensemble des solutions est : $[-\frac{3}{4}$; → [

Exercice 14

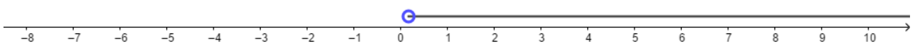
a) $-3x + 7 \geq 9 - 2x$ alors : $x \leq -2$. L'ensemble des solutions est :]←; −2]



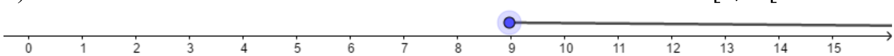
b) $-4x + 1 > 1 - x$ alors : $x < 0$. L'ensemble des solutions est :]←; 0[



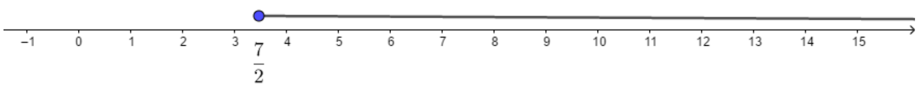
c) $-\frac{3}{2}x - 1 < -3 + x$ alors : $x > \frac{4}{5}$. L'ensemble des solutions est : $]\frac{4}{5}$; → [



d) $3x + 7 \leq 4x - 2$ alors :$x \geq 9$. L'ensemble des solutions est : [9; →[



e) $3(x + 2) \leq 5x - 1$ alors : $x \geq \frac{7}{2}$. L'ensemble des solutions est : $[\frac{7}{2}$; → [

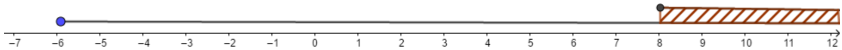


Exercice 15

1-V ; 2- F ; 3- V ; 4-V.

Exercice 16

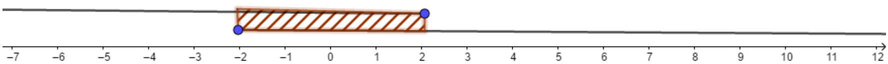
a) $\begin{cases} 3x - 5 \leq 5x + 7 \\ 4x + 7 \geq 3x + 15 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq 8 \end{cases}$.



b) Donc l'ensemble des solutions est : $[8; \rightarrow[$

Exercice 17

(S_1) : $\begin{cases} 3x - 8 \leq -2 \\ -x \leq 2 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$.



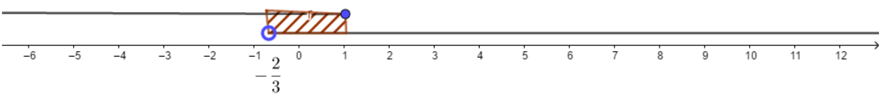
L'ensemble des solutions est : $[-2; 2]$

(S_2) : $\begin{cases} 2x - 3 > x + 5 \\ -5 + 3x \leq 6 + x \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x > 8 \\ x \leq \dfrac{11}{2} \end{cases}$

.

L'ensemble des solutions est : $\emptyset$

(S_3) : $\begin{cases} x + 4 \geq 3x + 2 \\ 2x - 3 < 5x - 1 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -\dfrac{2}{3} \end{cases}$



.

L'ensemble des solutions est : $]-\frac{2}{3}; 1]$

Exercice 18

1-b) et d) ; 2-d)

Exercice 19

1-d) ; 2-d)

Exercices de renforcement /Approfondissement

Exercice 20

(E_1) : $(5x-6)-(-x+8)=0$ alors $x=\frac{7}{3}$. La solution est : $\frac{7}{3}$.
(E_2) : $2(x-3)+3(x-1)=2x-3$ alors $x=2$. La solution est : 2.
(E_3) : $2\left(\frac{2}{3}x+5\right)+2(x+5)=130$ alors $x=33$. La solution est : 33.
(E_4) : $\frac{3x-4}{5}-\frac{3x-1}{2}=\frac{3}{4}x+1$ alors $x=-\frac{26}{33}$. La solution est : $-\frac{26}{33}$.
(E_5) : $\frac{3(x-4)}{5}-\frac{4-x}{6}=\frac{12x+7}{30}$ alors $x=9$. La solution est : 9.
(E_6) : $x+2=x\sqrt{2}$ alors $x=2(1+\sqrt{2})$. La solution est : $2(1+\sqrt{2})$.

Exercice 21

(E_1) : Les solutions sont : $\frac{1}{2}$ et 6.
(E_2) : Les solutions sont : 0 ; $-\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{3}$.
(E_3) : Les solutions sont : $\frac{15}{2}$ et -2.
(E_4) : Les solutions sont : -1 et 4.
(E_5) : Les solutions sont : $-\frac{1}{3}$ et 6.

Exercice 22

a) $x^2+64=0$; Impossible . La solution est :$\emptyset$
b) $x^2+4=85$ alors :$x=-9$ ou $x=9$. Les solutions sont : -9 et 9.
c) $3y^2=15$ alors : $y=-\sqrt{5}$ ou $y=\sqrt{5}$. Les solutions sont : $-\sqrt{5}$ et $\sqrt{5}$.
d) $x^2=\frac{9}{4}$ équivaut à : $x=-\frac{3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$. Les solutions sont : $-\frac{3}{2}$ et $\frac{3}{2}$
e) $x^2-\frac{23}{9}=-\frac{7}{9}$ alors : $x=-\frac{4}{3}$ ou $x=\frac{4}{3}$. Les solutions sont : $-\frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3}$.
f) $z^2+\sqrt{153}=3\sqrt{17}+4$ alors : $z=-2$ ou $z=2$. Les solutions sont : -2 et 2.
g) $x^2-10x+25=0$ alors : $x=5$. La solution est 5.
h) $x^2-4+3(2-x)=0$ alors : $x=1$ ou $x=2$. Les solutions sont : 1 et 2.

Exercice 23

1. $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$
2. On a : $E\in[AC]$ donc : $AE=AC-EC=6-x$.

3. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ d'où $6x = 50{,}4 - 8{,}4x$. Donc $x = AD = 3{,}5\ cm$

4. $BC = DE \times \frac{AC}{AE}$; $Soit\ BC = 2{,}4\ cm$.

Exercice 24

1- On a : 0 ; 1 et 2.

2- x désigne le plus petit de ces nombres, alors :
$x(x+1)(x+2) = 0$ équivaut à : $x = 0$ ou $x = -1$ ou $x = -2$.

- Si $x = -2$ alors ces nombres sont : $-2, -1$ et 0.
- Si $x = -1$ alors ces nombres sont : $-1{,}0$ et 1
- Si $x = 0$ alors ces nombres sont : 0,1 et 2.

Exercice 25

A= $(3-x)(4-x) + (x-3)(1-2x)$

1- A= $-x^2 + 9$.
2- A =$(3-x)(3+x)$
3- A= 0 alors : $x = 3$ ou $x = -3$. Les solutions sont -3 et 3.
4- Pour $x = 2\sqrt{2}$, on a : A =1.

Exercice 26

$$B = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2} - x^2}$$

1- On a : $\left(1-\sqrt{2}\right)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$.
2- $3 - 2\sqrt{2} - x^2 = 0$ alors : $x = 1 - \sqrt{2}$ ou $x = -1 + \sqrt{2}$.
3- Bexiste si et seulement si $3 - 2\sqrt{2} - x^2 \neq 0$
alors B existe pour $x \neq 1 - \sqrt{2}$ et $x \neq -1 + \sqrt{2}$.

Exercice 27

Déterminons le prix de ce ballon.

Soit x le nombre d'élèves et y le prix du ballon. On a :

- $300x = y$
- $(x-3) \times 375 = y$

En résolvant le système par la méthode de combinaison ou de substitution on obtient : $x = 15$ et $y = 300 \times 15 = 4500$. Le prix du ballon est : 4500 FCFA.

Exercice 28

On a : Samira :$400x + 1500$ et Zoua : $600x + 700$

Il s'agit de résoudre l'inéquation : $400x + 1500 < 600x + 700$

Soit $x > 4$.

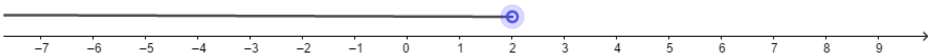
Zoua gagne davantage que Samira si chacun vend plus de 4 articles.

Exercice 29

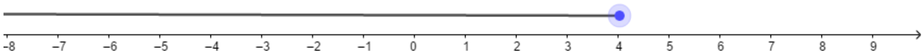
1. Les paires d'inéquations sont : (I_1) et (I_5) ; (I_2) et (I_6) ; (I_3) et (I_4).
2. Résolution des inéquations :
   - Pour (I_1) et (I_5) : $x > 3$ alors :L'ensemble des solutions est $]3; \rightarrow[$
   - Pour (I_2) et (I_6) : $x < -2$ alors :L'ensemble des solutions est $]\leftarrow; -2[$
   - Pour (I_3) et (I_4) : $x < 3$ alors :L'ensemble des solutions est $]\leftarrow; 3[$

Exercice 30

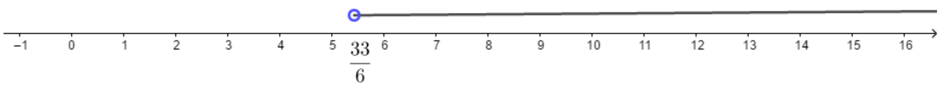
(I_1): $5x + 1 < 11$ alors $S_{\mathrm{IR}} =]\leftarrow; 2[$



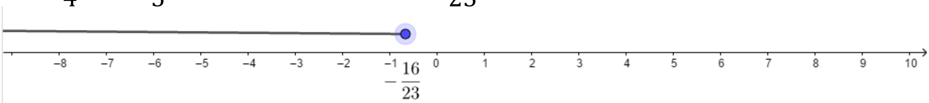
(I_2): $4x + 1 \geq 5x - 3$ alors $S_{\mathrm{IR}} =]\leftarrow; 4]$



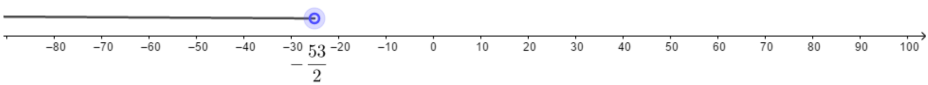
(I_3): $7 + 2(3 - x) < 4(x - 5)$ alors $S_{IR} =]\frac{33}{6}; \rightarrow[$



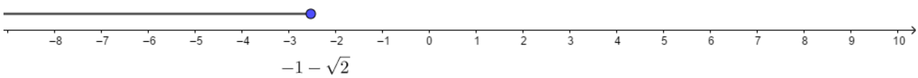
(I_4): $\frac{3x}{4} \leq \frac{3x-4}{5} - x$ alors $S_{IR} =]\leftarrow; -\frac{16}{23}[$



(I_5): $\frac{1}{5}(x - 1) - \frac{1}{3}(x + 1) > 3$ alors $S_{IR} =]\leftarrow; -\frac{53}{2}[$



(I_6): $x + 2 \geq x\sqrt{2} + 3$alors $S_{\mathrm{IR}} =]\leftarrow; -1 - \sqrt{2}]$



Exercice 31

On donne l'inéquation (I) : $3x - 8 \geq 8x + 7$.

1. Vérification :
   - On a : $3 \times (-5) - 8 = -23$ et $8 \times (-5) + 7 = -37$. Comme $-23 \geq -37$ alors -5 est solution de (I).
   - On a : $3 \times (0) - 8 = -8$ et $8 \times (0) + 7 = 7$. Comme $-8 < 7$ alors 0 n'est pas solution de (I).
   - On a : $3 \times (-3) - 8 = -17$ et $8 \times (-3) + 7 = -17$. Comme $-17 \geq -17$ alors -3 est solution de (I).

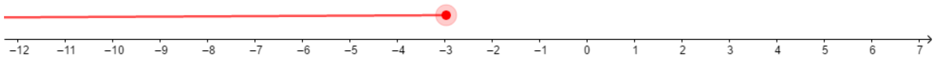
- On a : $3 \times (1) - 8 = -5$ et $8 \times (1) + 7 = 15$. Comme $-5 < 15$ alors 1 n'est pas solution de (I).
- On a : $3 \times (-2) - 8 = -14$ et $8 \times (-2) + 7 = -9$. Comme $-14 < -9$ alors -2 n'est pas solution de (I).

Finalement seuls -5 et -3 sont solutions de (I) .

2.a) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I).

On a : $3x - 8 \geq 8x + 7$ alors $x \leq -3$. Donc $S_{\mathrm{IR}} =]\leftarrow; -3]$

b. Représentons, en rouge, sur une droite graduée l'ensemble des solutions de (I).



c) Citons tous les nombres entiers négatifs strictement plus grand que -7 qui sont solutions de (I).

Ce sont : -6 ; -5 ;-4 et -3.

Exercice 32

On donne l'inéquation (I) : $(x-1)(x+2) - 4 \leq x^2 + 3x$.

1. Justifions que 0 est solution de cette inéquation.

On a : $(0-1)(0+2) - 4 = -6$ et $0^2 + 3 \times (0) = 0$. Et $-6 < 0$. Donc 0 est solution de (I).

2. Développons $(x-1)(x+2)$, puis résous l'inéquation (I).

$$(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$$

On a : $(x-1)(x+2) - 4 \leq x^2 + 3x$; Soit : $x \geq -3$. Donc : $S_{\mathrm{IR}} = [-3; \rightarrow [$

3. Déterminons les nombres entiers négatifs solution de (I).

On a : $-3; -2$ et -1.

Exercice 33

1. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_1): $4 - (5x+7) \geq 3(x-5)$.

   On a : $4 - (5x+7) \geq 3(x-5)$ alors $x \leq \frac{3}{2}$. Donc : $S_{IR} =]\leftarrow; \frac{3}{2}]$

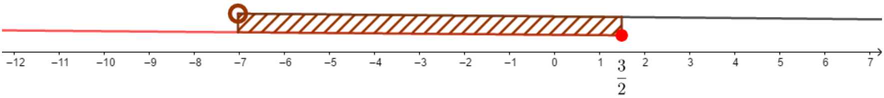
2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_2): $3 - (4x+7) < 3(x+15)$.

   On a : $3 - (4x+7) < 3(x+15)$ alors $x > -7$. Donc : $S_{\mathrm{IR}} =]-7; \rightarrow [$

3. On donne le système d'inéquations suivant :

   $(S)\begin{cases} 4 - (5x+7) \geq 3(x-5) \\ 3 - (4x+7) < 3(x+15) \end{cases}$

   a) Représentons sur une droite graduée l'ensemble des solutions du système (S).



b) Déduis-en l'ensemble des solutions du système (S) sous la forme d'un intervalle.

$$S_{\mathrm{IR}} =]-7;\frac{3}{2}]$$

Exercice 34

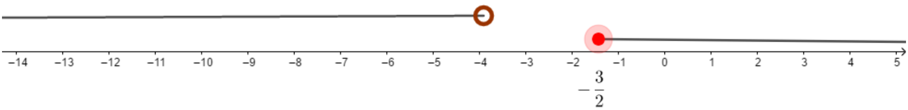
Résolvons dans $\mathbb{R}$ les systèmes d'inéquations suivants :

Soit $(S_1)\begin{cases} 3+2x \geq 0 \ \ (I_1) \\ 4+x < 0 \ \ (I_2) \end{cases}$

On a : $3+2x \geq 0 \ \ (I_1)$ alors : $x \geq -\frac{3}{2}$. Donc $S_1 = [-\frac{3}{2};\rightarrow[$

On a : $4+x < 0 \ \ (I_2)$ alors : $x < -4$. Donc $S_2 =]\leftarrow;-4[$

Par suite :

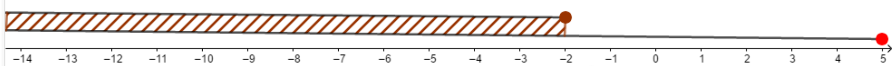


Donc la solution de (S_1) est : $S_{\mathrm{IR}} = \{\ \ \}$

Soit (S_2): $\begin{cases} 1 \geq x+3 \ (I_1) \\ 3x-1 \leq 2x+4 \ (I_2) \end{cases}$;

- On a : $1 \geq x+3 \ \ (I_1)$ alors : $x \leq -2$. Donc $S_1 = [\leftarrow;-2]$
- On a : $3x-1 \leq 2x+4 \ \ (I_2)$ alors : $x \leq 5$. Donc $S_2 =]\leftarrow;5]$

Par suite :

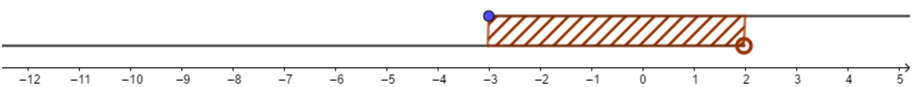


Donc : $S_{\mathrm{IR}} =]\leftarrow;-2]$

Soit $(S_3)\begin{cases} 4x+1 \geq 3x-2 \ (I_1) \\ 2x-3 > 3x-5 \ (I_2) \end{cases}$;

- On a : $4x+1 \geq 3x-2 \ \ (I_1)$ alors : $x \geq -3$. Donc $S_1 = [-3;\rightarrow[$
- On a : $2x-3 > 3x-5 \ \ (I_2)$ alors : $x < 2$. Donc $S_2 =]\leftarrow;2[$

Par suite :



Donc : $S_{IR} = [-3; 2[$.

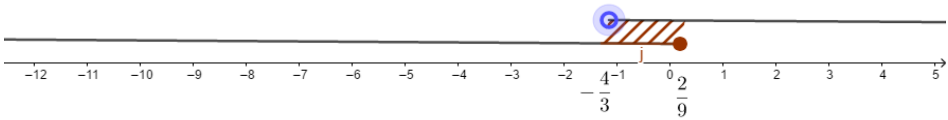
$$Soit\ (S_4) \begin{cases} -3x + \frac{2}{3} \geq 0\ (I_1) \\ -\frac{1}{4}x + 2 > 1 - x\ (I_2) \end{cases}$$

On a : $-3x + \frac{2}{3} \geq 0\ (I_1)$alors : $x \leq \frac{2}{9}$. Donc : $S_1 =] \leftarrow; \frac{2}{9}]$

On a : $-\frac{1}{4}x + 2 > 1 - x\ (I_2)$alors : $x > -\frac{4}{3}$.

Donc : $S_2 =] -\frac{4}{3}; \rightarrow [$

Par suite :



Donc : $S_{IR} =] -\frac{4}{3}; \frac{2}{9}]$.

Exercice 35

ABCD est un carré et M est un point appartenant au segment $[AB]$.

1. Donnons un encadrement de x.

M ∈ [AB] or AB = 10 avec $x = AM$ donc : $0 \leq x \leq 10$.

2.a) Justifions que l'aire A , en cm^2, du triangle MED est égale à : A $= -4x + 50$.

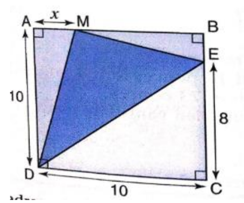
On a : Aire MED = Aire ABCD – (Aire AMD + Aire MEB + Aire ECD)

Aire ABCD = $10^2 = 100\ cm^2$

$$Aire\ AMD = \frac{AD \times AM}{2} = \frac{10 \times x}{2} = 5x\ cm^2$$

$$Aire\ MEB = \frac{MB \times BE}{2} = \frac{(10 - x) \times 2}{2} = (10 - x)\ cm^2$$

$$Aire\ ECD = \frac{EC \times CD}{2} = \frac{10 \times 8}{2} = 40\ cm^2$$



Après calcul on obtient : Aire MED = $50 - 4x$. Donc A $= -4x + 50\ cm^2$.

2.b) Détermine les valeurs de x pour lesquelles l'aire du triangle MED est inférieure ou égale au quart de l'aire du carré.

$Aire\ MED \leq \frac{1}{4}\ Aire\ ABCD$ équivaut à : $50 - 4x \leq \frac{1}{4} \times 100$. Soit $x \geq \frac{25}{4}$

Autrement dit : $x \in [\frac{25}{4}; 10]$

Exercice 36

Soit x le nombre d'amies de Affoua qui recevront ses marmites.
On a : $45 = 3x + r$ avec $r \leq 3$ et $r < 5$.

Il s'agit de résoudre l'inéquation : $45 - 3x < 5$. Soit $x > \frac{40}{3}$. Ainsi : $x > 13{,}333$.

Pour $x = 14$, Affoua pourra garder 3 marmites.

Exercice 37

1. Soit x la quantité à produire pour la vente
   Pour 110 glaces produites les dépenses s'élèvent à 7500f.

Pour x glaces produites les dépenses s'élèverons à $\frac{7500}{110}x$ et les récettes à $100x$
   en supposant que toute la production sera écoulée,
   On a : Bénéfice $=$ Recette $-$ dépenses $= 100x - \frac{7500}{110}x$
   Le nombre de glace à vendre pour obtenir un bénéfice supérieur à 12500 se traduit par
   l'inéquation : $\frac{350}{11}x > 12500$.

2. L'inéquation $\frac{350}{11}x > 12500$ *équivaut* à $x > \frac{2750}{7}$. Soit $x > 392{,}857$
   Donc $x = 393$ glaces. Elle doit produire au moins 393 glaces.

Exercice 38

1.a) Justifie que l'existence d'un tel triangle se traduit par le système d'inéquations suivant :

On a : les longueurs étant strictement positives d'où : $a > 0$, $2\sqrt{2}a > 0$ et $3a - 1 > 0$.

Donc : $a > 0$ *et* $a > \frac{1}{3}$.

De plus, $2\sqrt{2}a$ est le côté le plus long, on a : $2\sqrt{2}a > 3a - 1$ équivaut à : $a < 3 + 2\sqrt{2}$.

D'autre part, dans un triangle, la somme des longueurs de deux cotés est toujours plus grand que la longueur d'un côté.

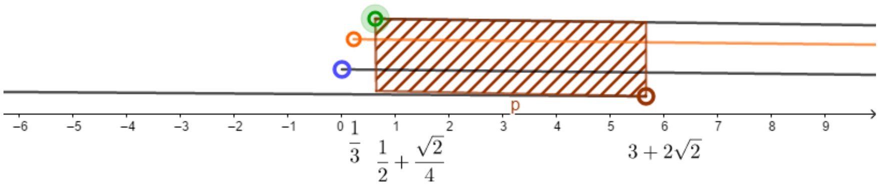
Donc on A : $a + 3a - 1 > 2\sqrt{2}\,a$ *équivaut* à $a > \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

L'existence d'un tel triangle se traduit par le système :

$$(S)\begin{cases} a > \frac{1}{3} \\ a < 3 + 2\sqrt{2} \\ a > \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

b) Résous dans $\mathbb{R}$ le système (S).

On a :



Donc: $S\ =\ ]\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4};3+2\sqrt{2}[$

2. On pose :$x=(3a-1)^2-7a^2$.

$x=0$ équivaut à : $(3a-1)^2-7a^2=0$.

Soit : $\left(3a-1-\sqrt{7}a\right)\left(3a-1+\sqrt{7}a\right)=0$

On obtient : $a=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}\ ou\ a=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$.

Donc : $S_{IR}=\left\{\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\ ;\ \dfrac{3+\sqrt{7}}{2}\right\}$

3. Si le triangle est rectangle d'après la propriété de Pythagore : $a^2+(3a-1)^2=(2\sqrt{2}a)^2$

Soit $2a^2-6a+1=0$ or $x=(3a-1)^2-7a^2=2a^2-6a+1$.

Comme les solution de l'équation $x=0$ sont $\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$ et $\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$.

Alors le triangle est rectangle pour $a=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$ ou $a=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$ or a

$$\in\ ]\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4};3+2\sqrt{2}[$$

Donc le triangle est rectangle pour $a=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$

Exercice 39

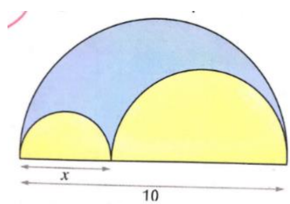
1. Résolvons dans ℝ l'équation (E) : $x^2+(10-x)^2=100$.

On a : $x^2+(10-x)^2=100$. équivaut à

$x(x-10)=0$

Donc $S_{\text{IR}}=\{0\ ;10\}$

2.



Aire totale est : $S\ =\dfrac{R^2\pi}{2}=\dfrac{5^2\times\pi}{2}=\dfrac{25\pi}{2}$

Aire surface jaune 1 : $S_1=\dfrac{x^2\pi}{8}$

Aire surface jaune 2 : $S_2 = \dfrac{(10-x)^2\pi}{8}$

Par suite la somme des aires des surfaces en jaune est : $S_1 + S_2$

$= \dfrac{\pi}{8}(x^2 + (10-x)^2)$.

L'aire de la surface en bleue est égale à la somme des aires des surfaces en jaune se traduit par l'équation : $S = 2(S_1 + S_2)$

Soit : $\dfrac{\pi}{4}(x^2 + (10-x)^2) = \dfrac{25\pi}{2}$ équivaut à $(5-x)^2 = 0$

Donc l'aire de la surface en bleue est égale à la somme des aires des surfaces en jaune pour $x = 5$.

Exercice 40

1. Justifions que : $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$.

On a : $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ et $(x-y)^2 + 4xy = x^2 + 2xy + y^2$

Donc $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$.

2.a) Calculons le demi-périmètre du champ.

On a : $(\mathrm{L} + l)^2 = (\mathrm{L} - l)^2 + 4\mathrm{L} \times \mathrm{l}$ avec $\mathrm{L} = l + 23$ et $Aire = \mathrm{L} \times l = 420$

D'où: $(\mathrm{L} + l)^2 = 23^2 + 4 \times 420$. Soit $\mathrm{L} + l = \sqrt{2209} = 47$.

Donc : le demi-périmètre du champ est de 47m.

b. Les dimensions du champ.

On a : $\mathrm{L} = l + 23$ et $\mathrm{L} + l = 47$ d'où : $2l + 23 = 47$. Donc : $l = 12\mathrm{m}$ et $\mathrm{L} = 35\mathrm{m}$.

Situations d'évaluation

Exercice 41

Soit x le nombre de séances :

- Tarif 1 : $500x + 25000$
- Tarif 2 : $1000x + 15000$

Le tarif 1 est plus avantageux que le tarif 2 se traduit par l'inéquation :

$500x + 25000 < 1000x + 15000$

Après résolution on obtient : $x > 20$.

Donc le nombre minimum de séances pour que le tarif 1 soit plus avantageux que le tarif 2 est 21 séances.

Exercice 42

Soit x le nombre de personnes présentes à la conférence,.

Le nombre de personnes dont l'âge est compris entre 20 ans et 30 ans est : $\dfrac{1}{4}x$.

Le nombre de personnes ayant moins de 20 ans est : $\dfrac{1}{3}x$

Le nombre total de personnes est : $\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{3}x + 50$

On obtient l'équation : $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + 50 = x$. D'où : $x = 120$.
Ainsi : il y avait 120 personnes à cette conférence. L'affirmation de l'élève est donc correcte.

Exercice 43

1. Le volume du tronc du cône est : $V - V' = \frac{\pi \times 5^2 \times 12}{3} - \frac{\pi \times (2{,}5)^2 \times 6}{3}$
$= 87{,}5\pi\ m^3$
Le volume du cylindre est : $125\pi\ m^3$
Le volume du château d'eau est $212{,}5\pi\ m^3$
2. Le volume limite est $127{,}5\pi\ m^3$
3. La hauteur d'eau correspondant à ce seuil critique est 19, 2 m.

Exercice 44

- Traduisons la phrase « La somme d'un entier, de son double et de son triple est supérieur à 100. » par une inéquation.

Soit x cet entier recherché.
On a : $x + 2x + 3x > 100$. (1)

- Traduisons la phrase « Le plus grand de ces trois entiers est inférieur à 67 » par une inéquation.
  On a : $3x < 67$. (2)

Résolvons (1) : On obtient : $x > \frac{50}{3}$.
Résolvons (2) : On obtient : $x < \frac{67}{3}$. On déduit : $\frac{50}{3} < x < \frac{67}{3}$
Ainsi Kyanporon doit être sélectionné car elle a répondu juste.

Exercice 45

Traduisons la situation à l'aide d'une équation : $(2x + 1)^2 - 49 = 0$.
Résolvons cette équation : $(2x + 1)^2 - 49 = 0$ équivaut à : $(2x + 1)^2 - 7^2 = 0$
Soit : $(2x - 6)(2x + 8) = 0$; On obtient $x = 3$ ou $x = -4$.
Les solutions de cette équation sont : 3 et -4.

9 COORDONNÉES DE VECTEURS

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où et quand se déroule la scène ?	Dans une salle de classe de troisième d'un lycée après la découverte d'une figure codée
Circonstances	Quel est le problème auquel les élèves sont confrontés ?	Reconnaitre deux droites perpendiculaires, parallèles sans utiliser les instruments de géométrie.
Tâche	Qu'ont-ils décidé de faire pour répondre à leur préoccupation ?	Les élèves ont décidé de s'informer sur les critères d'orthogonalité et de colinéarité de deux vecteurs connaissant leurs coordonnées.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour les amener à faire la synthèse de la situation puis il annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est de déterminer les coordonnées d'un vecteur dont on a construit un représentant.

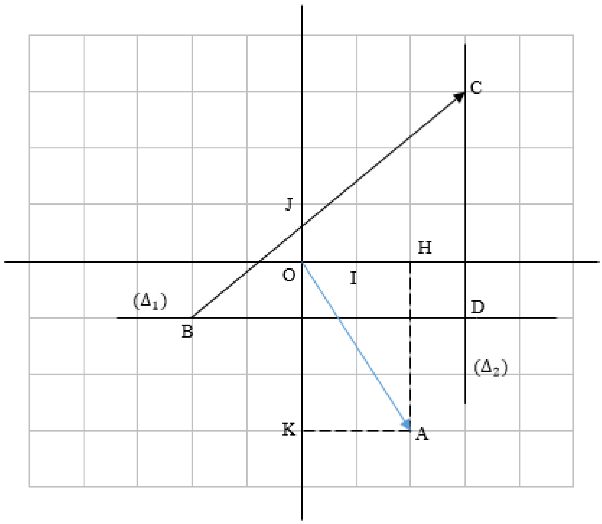
- **Réponses aux questions**

1. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA}$ d'après l'égalité de Chasles, or $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{OK}$ d'où $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$
2. a) $\overrightarrow{OH} = 2\overrightarrow{OI}$
   b) $\overrightarrow{OK} = -3\overrightarrow{OJ}$

3. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK} = 2\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$

4.a) Traçons (Δ_1) puis (Δ_2).

b) Marquons le point D.



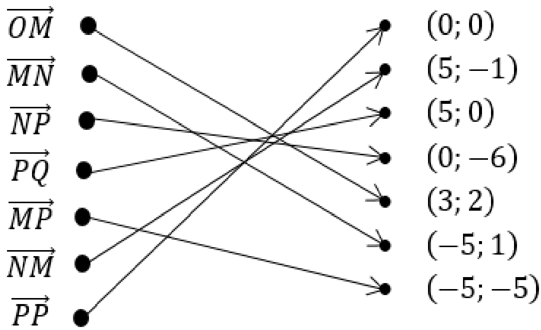
5.a) $\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{OI} = x\overrightarrow{OI}$ donc $x = 5$.

b) $\overrightarrow{DC} = 4\overrightarrow{OJ} = y\overrightarrow{OJ}$ donc $y = 4$

6. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = 5\,\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 1



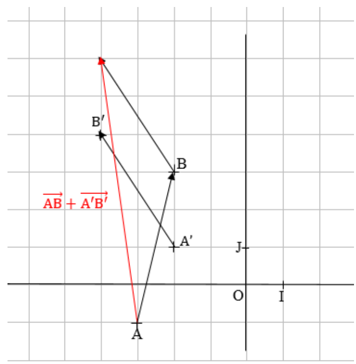
Activité 2

- L'objectif de cette activité est de déterminer les coordonnées d'une somme de deux vecteurs.

- **Réponses aux questions**

1. a) Représentant du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}$

   b) On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$



2.a) On a :$1 - 2 = -1$

b) La somme des deux premiers termes des couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ est égal au premier terme du couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}$

3.a) On a : $4 + 3 = 7$.

b) La somme des deux seconds termes des couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ est égal au second terme du couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}$.

4. Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ alors $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$

5. Le plan étant muni d'un repère (O, I, J), on a :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB} = x\,\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{A'B'} = x'\,\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}$

Par la suite : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'} = (x + x')\,\overrightarrow{OI} + (y + y')\overrightarrow{OJ}$

Donc : $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 2

$a)\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$; $b)\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-3\\-9\end{pmatrix}$; $c)\ \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$.

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de déterminer les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel.
- **Réponses aux questions**

1.a) Construisons un représentant de $-3\overrightarrow{AB}$

b) On a : $-3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$.

2.a) $2 \times (-3) = -6$.

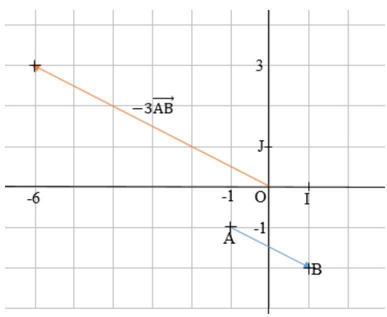
b) Ce produit est égal au premier terme du couple de coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{AB}$.

3.a) $3 \times (-3) = -9$

b) Ce produit est égal au deuxième terme du couple de coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{AB}$.

4. Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ alors $-3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3x\\-3y\end{pmatrix}$.

1.a)



5. $\overrightarrow{AB} = x\,\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

$-3\overrightarrow{AB} = -3x\,\overrightarrow{OI} - 3y\overrightarrow{OJ}$

Donc : $-3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3x\\-3y\end{pmatrix}$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 3

  a) $\frac{1}{4}\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\times(-1)\\\frac{1}{4}\times 4\end{pmatrix}$ alors $\frac{1}{4}\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-\frac{1}{4}\\1\end{pmatrix}$

  b) $-2\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-2\times\frac{1}{2}\\-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$ alors $-2\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-1\\-\sqrt{3}\end{pmatrix}$

  c) $-\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-(-1)\\-4\end{pmatrix}$ alors $-\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de connaitre la propriété relative à la condition de colinéarité de deux vecteurs à partir de leurs coordonnées.

- **Réponses aux questions**

1. Vérifions que $(AB)//(A'B')$ à l'aide de nos instruments de géométrie.

2. On a : $-2\times(-1)-\frac{1}{2}\times 4 = 2-2 = 0$

3. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires équivaut à : $xy' - yx' = 0$

4. Le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

   On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ d'où : $\overrightarrow{AB} = x\,\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

   $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ d'où : $\overrightarrow{A'B'} = x'\,\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}$

   Comme $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ sont colinéaires, alors il existe un nombre réel k non nul tel que : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$.

D'où : $x'\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ} = k(x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ})$.

Par identification : $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

Par suite en substituant x' et y' respectivement par kx et ky dans :

$xy' - yx'$,

on obtient : $xy' - yx' = kxy - kxy = 0$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 4

Les deux vecteurs colinéaires sont $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Car : $9 \times (-1) - 3(-3) = -9 + 9 = 0$.

Activité 5

- L'objectif de cette activité est de connaitre la propriété relative à la condition d'orthogonalité de deux vecteurs à partir de leurs coordonnées.

- **Réponses aux questions**

1. Représentons les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$.
2. Vérifions si $(AB) \perp (A'B')$ à l'aide de nos instruments de géométrie.
3. On a : $3 \times (-8) + 4 \times 6 = -24 + 24 = 0$.
4. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à : $xx' + yy' = 0$
5. Soient $M(x\,;y)$ et $N(x'\,;y')$ deux points du repère (O,I,J) tels que :

   $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{A'B'}$.

   On a : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{A'B'}$ équivaut à OMN est un triangle rectangle en O.

   D'après la propriété de Pythagore $MN^2 = OM^2 + ON^2$.

   Comme : $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ON}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$

   Alors : $OM^2 = x^2 + y^2$; $ON^2 = x'^2 + y'^2$ et $MN^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$.

   Ainsi : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{A'B'}$ équivaut à $(x - x')^2 + (y - y')^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2$

   En définitive après développement réduction :

   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux équivaut à $xx' + yy' = 0$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 5

Les vecteurs $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\\ -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\ 2\sqrt{2}\end{pmatrix}$ sont les deux vecteurs orthogonaux car :

$\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2 + 2\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}-\sqrt{2} = 0$

Activité 6

- L'objectif de cette activité est de calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées de deux points.

- **Réponses aux questions**

1. On a : $A(3\ ;\ -1)$ et $B(-2\ ;\ -4)$; donc : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\ -3\end{pmatrix}$

2.a) $x_B - x_A = -2-3 = -5$

$y_B - y_A = -4+1 = -3$

b) Le premier terme du couple de coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ est égal à : $x_B - x_A$.

c) Le deuxième terme du couple de coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ est égal à : $y_B - y_A$.

3. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix}$

4. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{AB} = x_B\overrightarrow{OI} + y_B\overrightarrow{OJ} - (x_A\overrightarrow{OI} + y_A\overrightarrow{OJ}) = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$

Donc : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix}$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 6

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1+4\\ -2-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\ -5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-4-0\\ 3-0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-4\\ 3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-1-0\\ -2-0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}0-1\\1-0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-4-1\\3-0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IA}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{JB}\begin{pmatrix}-1-0\\-2-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{JB}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

Activité 7

- L'objectif de cette activité est calculer les coordonnées du milieu d'un segment

- **Réponses aux questions**

1. $K\begin{pmatrix}0,5\\2,5\end{pmatrix}$

2. $a)$ $\dfrac{x_B+x_A}{2}=\dfrac{2-1}{2}=\dfrac{1}{2}=0,5$

$\dfrac{y_B+y_A}{2}=\dfrac{3+2}{2}=\dfrac{5}{2}=2,5$

$b)$ $x_K=\dfrac{x_B+x_A}{2}$

$c)$ $y_K=\dfrac{y_B+y_A}{2}$

3. Si K est le milieu de [AB] avec $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ alors $K\left(\dfrac{x_B+x_A}{2}\ ;\ \dfrac{y_B+y_A}{2}\right)$.

4. K est le milieu de $[AB]$ d'où $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{KB}$ or $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}x_K-x_A\\y_K-y_A\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{KB}\begin{pmatrix}x_K-x_B\\y_K-y_B\end{pmatrix}$

D'où : $\begin{cases}x_K-x_A=x_B-x_K\\y_K-y_A=y_B-y_K\end{cases}$, Soit : $\begin{cases}x_K=\dfrac{x_B+x_A}{2}\\y_K=\dfrac{y_B+y_A}{2}\end{cases}$

Donc : $K\left(\dfrac{y_B+y_A}{2}\ ;\ \dfrac{x_B+x_A}{2}\right)$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 7

K est le milieu de $[AB]$ d'où : $\begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

On a : : $\begin{cases} x_K = \dfrac{-3-5}{2} = -4 \\ y_K = \dfrac{2+\frac{3}{2}}{2} = \dfrac{7}{4} \end{cases}$, Donc $K(-4 \,;\, \frac{7}{4})$.

L est le milieu de $[IA]$ d'où : $\begin{cases} x_L = \dfrac{1-3}{2} = -1 \\ y_L = \dfrac{0+2}{2} = 1 \end{cases}$, Donc : $L(-1\,;1)$.

M est le milieu de [JB] d'où : $\begin{cases} x_M = \dfrac{0-5}{2} = -\dfrac{5}{2} \\ y_M = \dfrac{1+\frac{3}{2}}{2} = \dfrac{5}{4} \end{cases}$, Donc : $M(-\frac{5}{2} \,;\, \frac{5}{4})$.

<u>Activité 8</u>

- L'objectif de cette activité est de calculer la distance de deux points.

- **Réponses aux questions**

1. Par construction, les points C et A ont la même abscisse d'où : $(AC)//(OJ)$.
   De même C a la même ordonnée que B, d'où : $(BC)//(OI)$.
   Or $(OI) \perp (OJ)$. D'où $(BC) \perp (AC)$. Donc le triangle ABC est rectangle en C.
2. BC = 5 et AC = 2.
3. ABC est un triangle rectangle en C.
   D'après la propriété de Pythagore $AB^2 = BC^2 + AC^2 = 5^2 + 2^2$. Donc : AB = $\sqrt{29}$.
4. a) $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{29}$. D'où : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = AB$.
   b) Si $A(x_A \,;\, y_A\,)$ et $B(x_B \,;\, y_B\,)$ alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
5. ABC est un triangle rectangle en C
   D'après la propriété de Pythagore $AB^2 = BC^2 + AC^2$

Par construction, $BC = x_B - x_C = x_B - x_A$ et $AC = y_A - y_C = y_A - y_B$
D'où : $BC^2 + AC^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$.
Donc : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

NB : Les calculs de la question 5 sont toujours vrais dans un repère orthonormé dont les axes sont les directions des supports des côtés du triangle rectangle.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 8

$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\right)^2 + (-1-2)^2}$. Donc : $EF = \sqrt{10}$.

De même : $OE = \frac{\sqrt{41}}{2}$; $IE = \frac{\sqrt{65}}{2}$ et $JF = \frac{5}{2}$.

Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non résolu

On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-1-1\\-1+2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}5-1\\-4+2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$.

Comme : $-2 \times (-2) - 1 \times 4 = 0$. Alors $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires.
Par conséquent, les points E, F et G sont alignés.

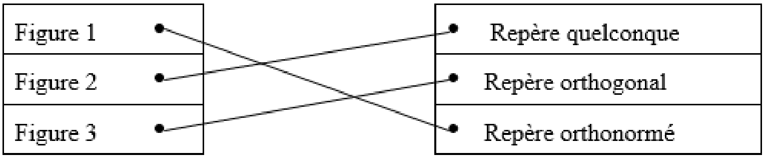
Question 2 : Exercice non résolu
Pour que les droites (PR) et (ST) soient parallèles, il faudrait que : $5k - 3(-2) = 0$.
D'où : $k = -\frac{6}{5}$.

Question 3 : Exercice non résolu
Pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ soient orthogonaux, il faudrait que :
$x \times 3 + (-1)(x+1) = 0$. Soit $x = \frac{1}{2}$.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1



Exercice 2

Un repère (O,I,J) est formé de deux axes sécants. La droite (OI) est appelée axe des abscisses et la droite (OJ) est appelée l'axe des ordonnées. Le point O est appelé l'origine du repère (O, I, J). Lorsque les axes sont perpendiculaires, le repère est dit orthogonal. Si de plus, les unités sont les mêmes, le repère est dit orthonormé.

Exercice 3 :

$a)\ M\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$; b) $M\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$; c) $M\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$; d) $M\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

Exercice 4 : 1.c ; 2.b ; 3.a ; 4.c.

Exercice 5 : $x = 3$ et $y = -4$.

Exercice 6 : EFGH est un parallélogramme : $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$

donc : $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}3\\-8\end{pmatrix}$.

Exercice 7

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1\\9\end{pmatrix}$; $b)\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $c)\ \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-7\\-5\end{pmatrix}$

Exercice 8

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$

Exercice 9

$4\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}$; $-\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$; $\frac{2}{5}\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ -1 \end{pmatrix}$

Exercice 10

$\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$

Exercice 11

Comme $3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 1 \times (-2) = 0$ alors $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Exercice 12

Pour que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ soient colinéaires, il faudrait que :
$4(a+1) - (-a+2)(-3) = 0$. Soit $a = -10$.

Exercice 13

Les deux vecteurs orthogonaux sont $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TU}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ car : $-\frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 = 0$

Exercice 14

les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux signifie que $-\frac{5}{4}x + \frac{1}{3} \times 3 = 0$. Donc : $x = \frac{4}{5}$.

Exercice 15

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1{,}9 \\ 9{,}01 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\left(-\frac{11}{5} ; \frac{17}{2}\right)$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -0{,}3 \\ 0{,}51 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OA}(2; -9)$; $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} -0{,}9 \\ 0{,}01 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{JC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

Exercice 16

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x_N + 1 \\ y_N - 2 \end{pmatrix}$ or $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ d'où : $\begin{cases} x_N + 1 = -3 \\ y_N - 2 = -2 \end{cases}$. Soit $\begin{cases} x_N = -4 \\ y_N = 0 \end{cases}$. Donc : $N(-4 ; 0)$

Exercice 17

$$\begin{cases} x_M = \dfrac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}}{2} \\ y_M = \dfrac{-3 + \frac{1}{2}}{2} \end{cases}$$, Donc : $M\left(-\frac{1}{8} ; -\frac{5}{4}\right)$.

Exercice 18

$$\begin{cases} x_I = 1 = \dfrac{0 + x_P}{2} \\ y_I = 0 = \dfrac{1 + y_P}{2} \end{cases}, \text{Donc : } P\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Exercice 19

$UV = \sqrt{(10-7)^2 + (-6+2)^2} = 5$; $OV = 2\sqrt{34}$ et $JV = \sqrt{149}$

Exercice 20

$AB = \sqrt{(4+1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{29}$.

Exercices de renforcement /Approfondissement

Exercice 21

1.a) Construisons le point Q.

b) $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} x_Q + 4 \\ y_Q - 4 \end{pmatrix}$ or $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

d'où : $\begin{cases} x_Q + 4 = 3 \\ y_Q - 4 = -5 \end{cases}$ Soit $\begin{cases} x_Q = -1 \\ y_Q = -1 \end{cases}$.

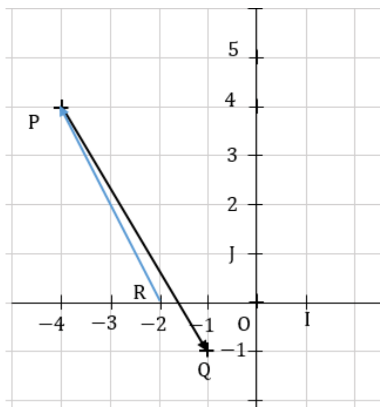
Donc : $Q(-1\ ;\ -1)$.

2.a) Construisons le point R..

b) $\overrightarrow{RP}\begin{pmatrix} -4 - x_R \\ 4 - y_R \end{pmatrix}$ or $\overrightarrow{RP}\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

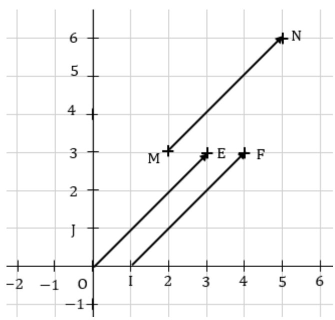
d'où : $\begin{cases} -4 - x_R = -2 \\ 4 - y_R = 4 \end{cases}$ Soit $\begin{cases} x_R = -2 \\ y_R = 0 \end{cases}$.

Donc : $R(-2\ ;\ 0)$.



Exercice 22

1. Représentons le vecteur $\overrightarrow{MN}$. Voir figure
2. Construisons le point E. Voir figure.
3. Construisons le point F. Voir figure.



Exercice 23

1. MATH étant un parallélogramme, $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{HT}$.

D'où : $\begin{pmatrix} -2-3 \\ 2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-x_H \\ 3-y_H \end{pmatrix}$. Soit : $H(1\,;6)$.

2. C est le centre du parallélogramme MATH,

D'où C est le milieu de $[MT]$. On a : $C\left(-\frac{1}{2}\,;4\right)$.

3. $N = S_T(A)$. D'où T est le milieu de $[AN]$. Soit $N(-6\,;4)$.

4. T étant le milieu de [AN] on a : $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{TN}$ et $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{MH}$, d'où : $\overrightarrow{TN} = \overrightarrow{MH}$.

Donc TNHM est un parallélogramme.

Il s'en suit que les diagonales [MN] et [HT] ont le même milieu P.

On déduit : $P(-1{,}5\,;4{,}5)$.

Exercice 24

$\overrightarrow{OP_1}\binom{4}{y}$ et $\overrightarrow{OP_2}\binom{x}{2}$.

a) $\overrightarrow{OP_1}$ et $\overrightarrow{OP_2}$ sont colinéaires équivaut à $8 - xy = 0$. Soit $xy = 8$.

Pour $x = 1$ alors $y = 8$	ou	Pour $x = -1$ alors $y = -8$
Pour $x = 2$ alors $y = 4$	ou	Pour $x = -2$ alors $y = -4$
Pour $x = 4$ alors $y = 2$	ou	Pour $x = -4$ alors $y = -2$
Pour $x = 8$ alors $y = 1$	ou	Pour $x = -8$ alors $y = -1$

b) $\overrightarrow{OP_1}$ et $\overrightarrow{OP_2}$ sont orthogonaux équivaut à $4x + 2y = 0$. Soit $y = -2x$.

Pour $x = 1$ alors $y = -2$	ou	Pour $x = -1$ alors $y = 2$
Pour $x = 2$ alors $y = -4$	ou	Pour $x = -2$ alors $y = 4$
Pour $x = 3$ alors $y = -6$	ou	Pour $x = -3$ alors $y = 6$
Pour $x = 4$ alors $y = -8$	ou	Pour $x = -4$ alors $y = 8$

NB : Pour la question a), on choisira quatre valeurs entières de x et y parmi les 8 cas possibles. Cependant, pour la b) on a une infinité de cas possibles parmi lesquels,
on choisira quatre (en tenant compte de la condition $y = -2x$)

Exercice 25

$R\binom{0}{y_R}$ et $T\binom{x_T}{0}$ d'où $\overrightarrow{RT}\binom{x_T}{-y_R}$ et $\overrightarrow{ER}\binom{1}{y_R+1}$; $\overrightarrow{ET}\binom{x_T+1}{1}$; $\overrightarrow{EF}\binom{4}{2}$.

$\overrightarrow{ER} \perp \overrightarrow{EF}$ équivaut à $1 \times 4 + 2(y_R + 1) = 0$, d'où : $y_R = -3$. Donc : $\overrightarrow{ER}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

De même : $\overrightarrow{ET}\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 26

1ère méthode :

$\overrightarrow{PU}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$. Comme $-2 \times 4 + (-2) \times (-4) = -8 + 8 = 0$ alors $\overrightarrow{PU} \perp \overrightarrow{PR}$.

Donc le triangle PUR est rectangle en P.

2ème méthode :

$PU^2 = (-4+2)^2 + (2-4)^2 = 8$; $PR^2 = (2+2)^2 + (0-4)^2 = 32$;
$UR^2 = (2+4)^2 + (0-2)^2 = 40$.

Comme : $UR^2 = PU^2 + PR^2$ alors d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore , le triangle PUR est rectangle en P

2.a) Le centre K du cercle (C) est le milieu de l'hypoténuse [UR] du triangle rectangle PUR. D'où K est le milieu de [UR]. On déduit : $K(-1\,;1)$.

b) $P = 2\pi r = \pi d$ et $\mathcal{A} = \pi r^2$ avec $d = UR = 2\sqrt{10}$.

Donc : $P = 6\sqrt{10}$ cm et $\mathcal{A} = 30$ cm^2.

Exercice 27

1. $\overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où : $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. Donc MQPN est alors un parallélogramme.

Par suite : ses diagonales [MP] et [NQ] ont le même milieu.

2. $MP = NQ = 4\sqrt{5}$.

3. $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NQ}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$. Comme $4 \times 8 + 8(-4) = 0$. Donc $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{NQ}$.

4. on a : MNPQ est un parallélogramme et $MP = NQ$, d'où MNPQ est un rectangle.

De plus : $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{NQ}$ (les supports de ses diagonales sont perpendiculaires).

Donc le quadrilatère MNPQ est un carré.

Exercice 28

1. Soit : L' est le milieu de $[HS]$ donc $L'(0\,;\,-1)$.

G étant le centre de gravité du triangle LHS alors :

2. $\overrightarrow{LG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{LL'}$ donc $\overrightarrow{LG}\begin{pmatrix} -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ or $\overrightarrow{LG}\begin{pmatrix} x_G - 3\sqrt{3} \\ y_G + 1 + 3\sqrt{3} \end{pmatrix}$. Alors : $G\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

3. $LH = LS = HS = 6\sqrt{2}$.
4. Comme $LH = LS = HS$ alors le triangle LHS est équilatéral.

Exercice 29

1. On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix}10{,}4\\5{,}2\end{pmatrix}$.

Comme : $4 \times 5{,}2 - 2 \times 10{,}4 = 0$ alors $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$ sont colinéaires. (1)

De plus $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}5{,}4\\-2{,}8\end{pmatrix}$.

Comme $-1 \times (-2{,}8) + 6 \times 5{,}4 = 35{,}2$
$\neq 0$ alors $\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{FG}$ ne sont pas colinéaires. (2)

De (1) et (2), il résulte que : EFGH est un trapèze. De plus : $EH = FG = \sqrt{37}$.
Donc EFGH est un trapèze isocèle.

2. On a : $\overrightarrow{MR}\begin{pmatrix}-10\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$.

Comme : $-10 \times (-2) + 4 \times (-5) = 0$ alors $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NP}$ sont colinéaires. (1)

De plus : $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RP}\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$.

Comme $2 \times (-3) - 7 \times (-5) = 29$
$\neq 0$ alors $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{RP}$ ne sont pas colinéaires. (2)

De (1) et (2), il résulte que : MNPR est un trapèze.

Par ailleurs : $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MR}\begin{pmatrix}-10\\-4\end{pmatrix}$.

Comme : $-10 \times 2 + (-4) \times (-5) = 0$ alors $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont orthogonaux. (3)

En définitive : MNPR est un trapèze rectangle.

Exercice 30

1. On a : $T(0\,;0)$; $R(1;0)$ et $F(0\,;1)$, d'où $B\left(\frac{1}{2};0\right)$; $A\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$; $\overrightarrow{FB}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TA}\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

2. On a : $\overrightarrow{FB}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{TA}\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$. Comme : $\frac{1}{2} \times 1 - 1 \times \frac{1}{2} = 0$. Alors : $\overrightarrow{FB} \perp \overrightarrow{TA}$

Exercice 31

Considérons le repère (N, N', L').
On a : $N(0; 0)$, $N'(1; 0)$ et $L'(0; 1)$.
L' est le milieu de [MN] donc : $M(0; 2)$

N' est le milieu de [ML] d'où $\overrightarrow{NL} = 2\overrightarrow{NN'} - 2\overrightarrow{NL'}$. Donc : $L(2;-2)$.

Par suite : $\overrightarrow{NL}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{LM}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MM'}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GN'}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MG}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\-2\end{pmatrix}$

avec $M'(1;-1)$ et $G(\frac{2}{3};0)$;

Exercice 32

1. M$(0; y_M)$, I$(1; 0)$ et A$(2; -3)$; $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires d'où : $y_M = 3$.
   Donc : M$(0; 3)$.
2. B$(x_B; 0)$, A$(2; -3)$. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires d'où : $x_B = -1$. Donc B$(-1; 0)$.
3. $C(0; y_C), A(2;-3)\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont orthogonaux d'où : $y_C = -\frac{11}{3}$.

Donc : $B(0; -\frac{11}{3})$.

Situations d'évaluation

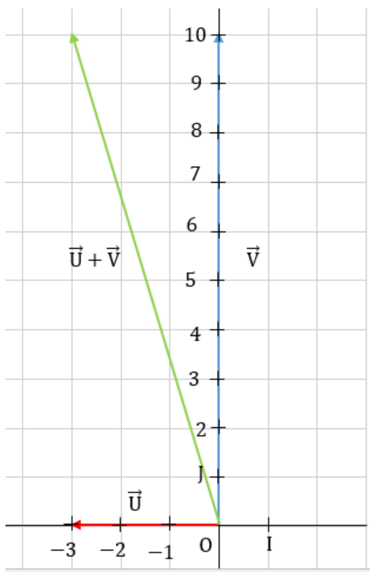
Exercice 33:

1. Représentons les vecteurs $\vec{V}\begin{pmatrix}0\\10\end{pmatrix}$, $\vec{U}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{V}+\vec{U}$. (Voir figure).

2. La direction du bateau est perpendiculaire à celle du courant d'eau car $\vec{V} \perp \vec{U}$.

3. $a)$ $\vec{V}+\vec{U}\begin{pmatrix}-3\\10\end{pmatrix}$

   b) Soient : P, H et K les points tels que :
   $\overrightarrow{OH}=\vec{V}$, $\overrightarrow{OK} = \vec{U}$ et $\overrightarrow{OP} = \vec{V}+\vec{U} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$ alors $\overrightarrow{OP}$ est la vitesse de déplacement du bateau. Comme $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{OK}$,
   En appliquant la propriété de Pythagore au triangle OHP rectangle en H,
   on obtient : $OP = \sqrt{109}\ km/h$.
   Donc en 1heure la distance parcourue par le bateau est $\sqrt{109}\ km$ soit environ $10{,}44\ km$.



Exercice 34 :

1. $A(0\,;0)\,;B(1\,;0)\,;\ D(0\,;1)\,;I\left(\frac{1}{2};1\right)$ et $J(1\,;\frac{1}{2})$.

2. a) $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

b) On a : $\frac{1}{2}\times 1+1\times\left(-\frac{1}{2}\right)=0\ d'o$ù $\overrightarrow{AI}\ et\ \overrightarrow{DJ}$ sont orthogonaux. Donc : (AI) $\perp (DJ)$.

3. $a)$ $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$.

b) $\frac{1}{2}\times(-1)+\frac{1}{2}\times 1=0$ d'où $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont colinéaires. Donc : $(IJ)//(BD)$.

10 ÉQUATIONS DE DROITE

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	Au marché dans le cadre d'une activité commerciale.
Circonstance	Indique pour quelles raisons ta tante te sollicite. Quel est le problème auquel ta tante est confrontée ?	La tante fait plusieurs calculs fastidieux sans pouvoir satisfaire la commande du client et elle ne sait ce qu'il faut faire.
Tâche	Qu'avez-vous décidé de faire, tes camarades et toi pour répondre à la préoccupation de ta tante ?	Les camarades et moi avons décidé de trouver une méthode performante basée sur une équation de droite pour déterminer plusieurs possibilités.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est la mise en place d'une équation d'une droite
- **Réponses aux questions**

1. Pour trouver des couples solutions de (E), on donne des valeurs arbitraires à x puis on calcule y ou bien on donne des valeurs arbitraires à y et on calcule x.

   Exemples

   – Pour $x = 0$, on a : $2 \times 0 - y + 3 = 0$ d'où : $y = 3$ et le couple $(0; 3)$ est solution de (E).

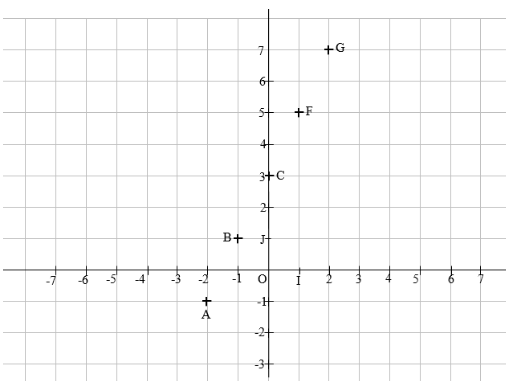
   – Pour $y = 5$, on a : $2x - 5 + 3 = 0$ d'où : $x = 1$ et le couple $(1; 5)$ est solution de (E).

   Donc deux couples solutions de (E) sont : $(0; 3)$ et $(1; 5)$

2. Plaçons dans le plan muni du repère (O, I, J) cinq (5) points dont les couples de coordonnées sont solutions de (E):

   $A(-2; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(0; 3)$, $F(1; 5)$ et $G(2; 7)$.

	A	B	C	F	G
x	-2	-1	0	1	2
y	-1	1	3	5	7



3. Les points A, B, C, F et G semblent alignés.

Justifions que : A, B et C sont alignés

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ d'où $1 \times 4 - 2 \times 2 = 0$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires , par conséquentes points A, B et C sont alignés et comme leurs coordonnées vérifient l'équation : $2x - y + 3 = 0$;

On dit qu'ils appartiennent à une même droite : la droite (D) d'équation : $2x - y + 3 = 0$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 1

1) Vrai ; 2) Vrai ; 3) Faux ; 4) Vrai ; 5) Faux.

Activité 2

- L'objectif de cette activité est de déterminer une équation d'une droite passant par deux points distincts.
- **Réponses aux questions**

1. $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x+2\\y-3\end{pmatrix}$

3. On considère $M(x;y)$ un point du plan.

M appartient à la droite (EF) équivaut à $\overrightarrow{EM}$ *et* $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.

Comme : $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x+2\\y-3\end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

Alors : $M \in (EF)$ équivaut à $1 \times (x+2) - 3 \times (y-3) = 0$

$M \in (EF)$ équivaut à $x - 3y + 11 = 0$

Donc : $x - 3y + 11 = 0$ est une équation de la droite (EF).

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 2

La (AB) a pour équation $7x + 6y + 4 = 0$.

Activité 3

- L'objectif de cette activité est de déterminer une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée.
- **Réponses aux questions**

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

2. $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x+1\\y-4\end{pmatrix}$.

On considère : $M(x;y)$ un point de la droite (D) passant par C et parallèle à la droite (AB).

Alors : M appartient à la droite (D) équivaut à $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

On a : $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x+1\\y-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

$M \in (D)$ équivaut à $3 \times (x+1) - 1 \times (y-4) = 0$

$M \in (D)$ équivaut à $3x - y + 7 = 0$

Donc : $3x - y + 7 = 0$ est une équation de la droite (D).

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 3

La droite (D) a pour équation $2x - 5y - 10 = 0$

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de déterminer une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée.
- **Réponses aux questions**

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix}x+4\\y+2\end{pmatrix}$

3. On considère : $M(x;y)$ un point de la droite (Δ) passant par C et perpendiculaire à (AB).

Alors : M appartient à la droite (Δ) équivaut à $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux..

On a : $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x+4 \\ y+2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$M \in (\Delta) \text{ équivaut à } 1 \times (x+4) + 3 \times (y+2) = 0$$

Donc : $x + 3y + 10 = 0$ est une équation de la droite (Δ).

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 4

La droite (Δ) a pour équation $2x + y - 2 = 0$.

Activité 5

- L'objectif de cette activité est de calculer le coefficient directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.
- **Réponse à la question**

  Les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ appartiennent à la droite (D) donc leurs coordonnées respectives sont solutions de l'équation $y = px + d$.

  On obtient : $\begin{cases} y_A = px_A + d & (1) \\ y_B = px_B + d & (2) \end{cases}$ et en faisant membre à membre $(2) - (1)$

  On a : $y_B - y_A = p(x_B - x_A)$

  Comme : la droite (AB) est non parallèle à l'axe des ordonnées on a : $x_A \neq x_B$

  Donc : $p = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

REMARQUE :

- un vecteur directeur de la droite (AB) d'équation : $y = px + d$.

  est $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et son coefficient directeur est $p = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$; $x_A \neq x_B$.

- En divisant les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ par $x_B - x_A$, on obtient un autre vecteur directeur $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 1 \\ p \end{pmatrix}$. Donc toute droite dont une équation est de la forme : $y = px + d$, admet comme vecteur directeur $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 1 \\ p \end{pmatrix}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5 : 1) Faux. ; 2) Vrai. ; 3) Faux. ; 4) Vrai ; 5) Vrai ; 6) Vrai.

Exercice 6

Le coefficient directeur de la droite (D) passant par les points $A(3; -5)$ et $B(4; 1)$ est :

$$p = \frac{1+5}{4-3} = 6$$

Activité 6

- L'objectif de cette activité est de trouver une condition nécessaire et suffisante pour justifier que deux droites sont parallèles.
- **Réponse à la question**

(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

Alors : $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{M'N'}\begin{pmatrix}1\\a'\end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs respectifs des droites (D) et (D'). Ainsi : les droites (D) et (D') sont parallèles équivaut à $1 \times a' - a \times 1 = 0$

Donc : les droites (D) et (D') sont parallèles équivaut à $a' = a$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 7

(D) a pour équation $y = 2x + 5$ donc (D) a pour coefficient directeur $a = 2$

(L) a pour équation $y = 2x - 3$ donc (L) a pour coefficient directeur $a' = 2$

Donc : $(D)//(L)$.

Activité 7

- L'objectif de cette activité est de trouver une condition nécessaire et suffisante pour justifier que deux droites sont perpendiculaires.
- **Réponse à la question**

(D) et (D') sont deux droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$.

Alors : $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{M'N'}\begin{pmatrix}1\\a'\end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs respectifs des droites (D) et (D'). Ainsi : les droites (D) et (D') sont perpendiculaires équivaut à $1 \times 1 + a' \times a = 0$.

Donc : les droites (D) et (D') sont perpendiculaires équivaut à $a'a = -1$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 8

(D) a pour équation $y = \frac{2}{3}x + 5$. Donc : (D) a pour coefficient directeur $a = \frac{2}{3}$.

(L) a pour équation $y = -\frac{3}{2}x + 1$. Donc (L)a pour coefficient directeur $a' = -\frac{3}{2}$.

Donc : $(D) \perp (L)$.

Des questions d'évaluation

Question1 : **exercice non corrigé**

La droite (D) passe par les points $A(0; -3)$ et $B(\,1; -1)$. son coefficient directeur est $a = 2$ et son ordonnée à l'origine est -3. Donc : Une équation de la droite (D) est : $y = 2x - 3$.

Question 2 : **exercice non corrigé**

Méthode 1 :

une équation de (D) est de la forme : $y = ax + b$.

Comme (D)passe par $A(-4\,;2)$et $B(1\,;-3)$, on a : a $= \dfrac{-3-2}{1+4} = -1$.

De plus $A \in (D)$ d'où $2 = -1 \times (-4) + b$. Soit $b = 3$.

Donc : une équation de (D) est : $y = -x + 2$.

Méthode 2 :

Soit $M(x; y)$ un point de la droite (D) , on a : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+4\\y-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$

Ainsi : M appartient à la droite (D) équivaut à $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

M appartient à la droite (D) équivaut à $-5(x + 4) - 5(y - 2) = 0$.

Donc : une équation de la droite (D) est : $x + y + 2 = 0$

Question 3 : **exercice non corrigé**

Une équation de la droite (D) est $y = -3x + 1$.

L'ordonnée à l'origine est 1.

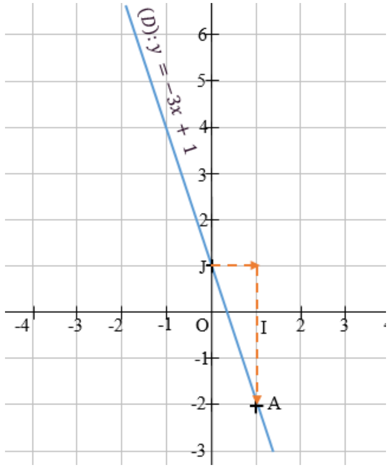
Donc : le point J(0 ; 1) appartient à la droite (D).

Son coefficient directeur est : $-3 = \frac{-3}{1}$.

Donc à partir du point J(0 ; 1) « on avance de 1 en abscisse et on descend de 3 en ordonnée ».

On obtient : un deuxième point A de la droite (D) tel que : $A(1 + 0\ ;\ -3 + 1)$.

Soit : $A(1\ ;\ -2)$



Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

a) $x = -2$ b) $x\sqrt{3} - y = 0$ c) $2\sqrt{x} + 3y - 5 = 0$ d) $-2x^2 - y + 1 = 0$

e) $\frac{2}{3} + 4y = 0$ f) $\frac{x + y + 1}{2} = 3$ g) $x - y^2 - 5 = 0$

Exercice 2 1-b) ; 2-c) ; 3-b)

Exercice 3 : 1- Faux ; 2- Vrai ; 3-Faux ; Vrai

Exercice 4

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I,J).

Les droites (D) et (D') ont pour coefficients directeurs respectifs a et a'.

$(D) \perp (D')$ équivaut à $aa' = -1$

Exercice 5 : 1-Vrai ; 2-Vrai. ; 3-Faux.

Exercice 6 : $(D_1)//(D_3)$; $(D_5)//(D_1)$; $(D_2)//(D_4)$; et $(D_3)//(D_5)$.

Exercice 7 : $(D_1) \perp (D_3)$; $(D_5) \perp (D_1)$ et $(D_2) \perp (D_4)$.

Exercice 8 : 1- Vrai ; 2- Faux. ; 3- Faux ; 4- Vrai . 5- Vrai .

Exercice 9

$A(1;-1)$ $B(0;8)$, $C(-2;-22)$ $D\left(\frac{8}{7};0\right)$ $E\left(\frac{1}{7};7\right)$, $F(-1;-15)$ et $G(-3;29)$

Exercice 10

1. $(AB): x = 1$
2. $(AB): y = -1$
3. $(AB): 3x - 2y + 1 = 0$
4. $(AB): x + y + 1 = 0$
5. $(AB): y = 3x$

Exercice 11

1. $(D): x - y - 4 = 0$.
2. (L): $3x + 4y - 12 = 0$.

Exercice 12

$x - 2y - 7 = 0$ est une équation de la droite (D) .

Exercice 13

1. $(D): 3x - 2y - 3 = 0$.
2. $(L): x - 2y + 6 = 0$.

Exercice 14

$2x - y - 7 = 0$ est une équation de la droite (L).

Exercice 15:

1. $p = 5$
2. $p = 0$
3. $p = \frac{3}{2}$

Exercice 16

(D_1) : $y = -x + 4, \qquad p = -1$

(D_2) : $2y = \sqrt{2}x + \frac{1}{3}, \quad p = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(D_3) : $x - 5y + 1 = 0, \quad p = \frac{1}{5}$

(D_4) : $2x + 4y = 0, \quad p = -\frac{1}{2}$

(D_5) : $x + \sqrt{3}y - 5 = 0, \quad p = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercice 17

- (D) a pour coefficient directeur -3
- (L) a pour coefficient directeur 2
- (H) a pour coefficient directeur 0.

Exercice 18

- (AB) a pour coefficient directeur -2
- (AC) a pour coefficient directeur 1
- (BC) a pour coefficient directeur -1.

Exercice 19

1. Construisons les droites (D) et (L)

On a : (D) : $y = 2x + 3 = 0$,

Donc : (D) passe par les

$A(0\,;3)$ et $B(1\,;5)$

On a : (L): $y = -3x$,

donc : (L) passe par les points O et

$C(1\,;-3)$

2. a) Justifions que la droite (Δ) d'équation :

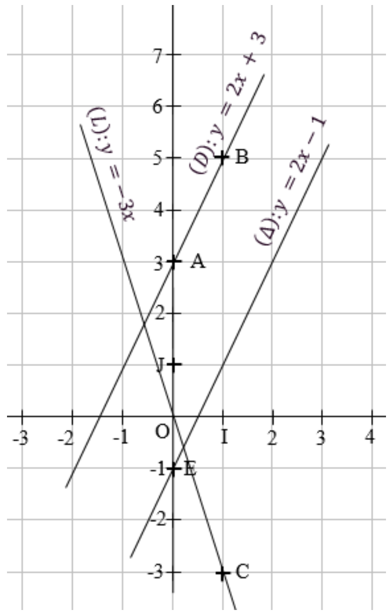
$y = 2x - 1$ est parallèle à (D).

(Δ) et (D) ont pour coefficient directeur 2

Donc : $(\Delta)//(D)$

b) Construction de la droite (Δ).

(Δ) est parallèle à (D) et passe par E(0 ;-1).



Exercice 20

1. Une équation de la droite (D) passant par le point $A(-1;-1)$ et de coefficient directeur -4 est : (D) : $y = -4x - 5$

2. Un vecteur directeur de (D) est $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

Exercice 21

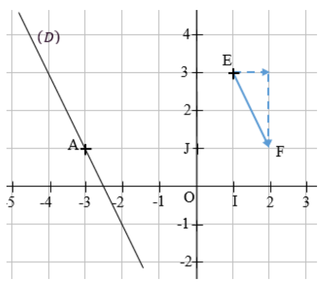
(D) passe par les points $A(-4;2)$ et $B(0;-3)$. Donc : (D) : $5x + 4y + 12 = 0$.

Exercice 22

1. Construisons la droite (D) passant par

$A(-3;1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

- On place le point A
- On représente le vecteur $\overrightarrow{EF}$ tel que $E(1\,;3)$.



- La droite (D) parallèle à (EF) passant par A

2. La droite (D) a pour équation $y = -2x - 5$

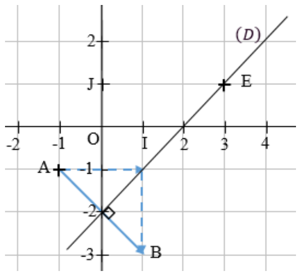
Donc : le point $B(3; -11)$ appartient à (D)

et le point $C(-\frac{1}{2}; 4)$ n'appartient pas à (D)

Exercice 23

1. Construisons la droite (D) passant par $E(3; 1)$ et perpendiculaire à (AB).

- On place le point $E(3; 1)$
- On représente le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$
- La droite (D) perpendiculaire à (AB) passe par E.



2. La droite (D) a pour équation : $y = x - 2$

Donc : le point $F(5; -3)$ n'appartient pas à (D)

et le point $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ appartient à (D).

Exercice 24

1. Déterminons par lecture graphique le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chacune des droites (L_1), (L_2) et (L_3)

   - (L_1) a pour coefficient directeur -1 et ordonnée à l'origine 3
   - (L_2) a pour coefficient directeur 1 et ordonnée à l'origine 2
   - (L_3) a pour coefficient directeur 2 et ordonnée à l'origine -2

2. Déduis-en une équation des droites (L_1), (L_2) et (L_3)

   - (L_1): $y = -x + 3$
   - (L_2): $y = x + 2$
   - (L_3): $y = 2x - 2$

3. (L_1) et (L_2) ont pour coefficients directeurs respectifs -1 et 1. Donc $(L_1) \perp (L_2)$

Exercice 25

1. Démontrons que $a - a' = 0$.

   On a : $a - a' = \dfrac{6}{2\sqrt{3} - 3} - \left(6 + 4\sqrt{3}\right) = 0$

2. Déduisons que les droites (D) et (D') sont parallèles.

   On a : $a - a' = 0$ donc $a = a'$. D'où : (D) et (D') sont parallèles.

Exercice 26

1. Démontrons que $a = -\dfrac{1}{a'}$.

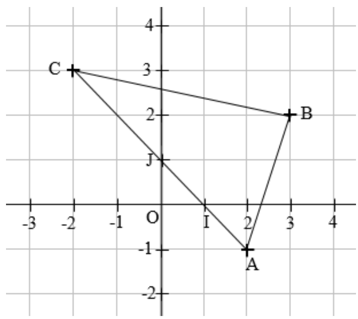
On a : $-\dfrac{1}{a'} = -\dfrac{1}{7 - 5\sqrt{2}} = 7 + 5\sqrt{2} = a$

2. Déduisons que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

On a : $a = -\dfrac{1}{a'} \Leftrightarrow aa' = -1$ donc (D) et (D') sont perpendiculaires

Exercice 27

1. Plaçons les points A, B et C dans le plan muni d'un repère (O, I, J)
   (Voir Figure)



2. Démontrons que les points A, B et C sont non alignés.

On a : les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$ sont non colinéaires.

Donc : les points A, B et C sont non alignés.

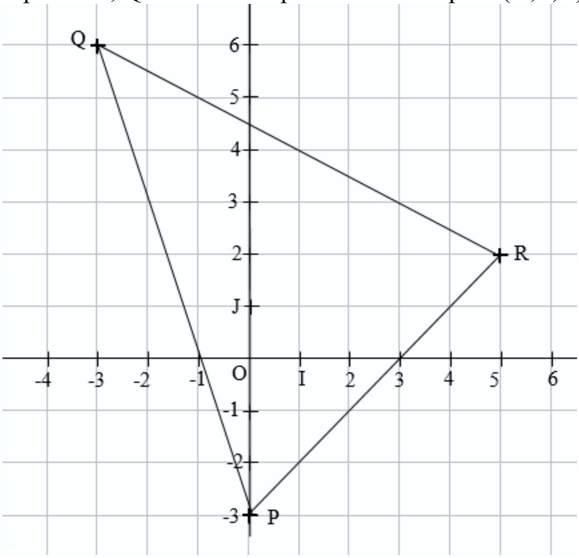
3. Déterminons une équation de la hauteur (Δ) du triangle ABC issue du sommet A.

On a : (Δ) est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC) tel que : $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-5\\1\end{pmatrix}$

Donc : une équation de (Δ) est : $y = 5x - 11$.

Exercice 28

1. Plaçons les points P, Q et R dans le plan muni du repère (O, I, J)



2. Démontrons que les points P, Q et R sont non alignés.

Les vecteurs $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-3\\9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}$ sont non colinéaires. Donc : P, Q et R sont non alignés

3.a) Déterminons une équation des droites (AP) et (BQ).

Une équation de (AP) est : $y = 2x - 3$ et une équation de (BQ) est : $y = -x + 3$

b) Détermine les coordonnées du point H orthocentre du triangle PQR.

H est le point d'intersection des droites (AP) et (BQ).

On obtient graphiquement $H(2; 1)$

Exercice 29

1. Le point $A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ appartient à (D).

On a : $\frac{1}{2}m - 3 = -1$ donc : $m = 4$

2. (D) est parallèle à la droite (L) d'équation $2x - 3y + 6 = 0$.

On a : $(L) : y = \frac{2}{3}x + 2$, donc : $m = \frac{2}{3}$

3. (D) est perpendiculaire à la droite (Δ) d'équation $5x + 4y + 3 = 0$.

On a : (Δ) : $y = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{4}$, donc : $m = \frac{4}{5}$

Exercice 30

	Colonne A (droites)	**Colonne B (équations)**
(D1)	*	1. $y = 2x + 3$
(D2)	*	2. $y = -2x + 3$
(D3)	*	3. $y = 2x - 3$
(D4)	*	4. $y = -2x - 3$

Exercice 31

1. Déterminons une équation de la droite (D).

   (D) a pour équation $\sqrt{3}x + 2y - 2\sqrt{3} = 0$.

2. Calculons b.

   $\sqrt{3}\left(2 + \sqrt{3}\right) + 2b - 2\sqrt{3} = 0$ donc $b = -\frac{3}{2}$.

3. La droite (L) passant par $E\left(2 ; -\frac{7}{2}\right)$ est perpendiculaire à (D)

   Donc : $(L) : -4x + 2\sqrt{3}y + 8 + 7\sqrt{3} = 0$.

Exercice 32

1. Déterminons m pour que (D) soit parallèle à (OI), puis donnons une équation de (D)

   (D) : $mx + (m + 2)y = 2 - m$ est parallèle à (OI) lorsque $m = 0$.

   Dans ce cas : (D) a pour équation $y = 1$

2. Déterminons m pour que (D) soit parallèle à (OJ), puis donnons une équation de (D)

   (D) : $mx + (m + 2)y = 2 - m$ est parallèle à (OJ) lorsque $m + 2 = 0$.

   Dans ce cas : $m = -2$ et (D) a pour équation $x = -2$.

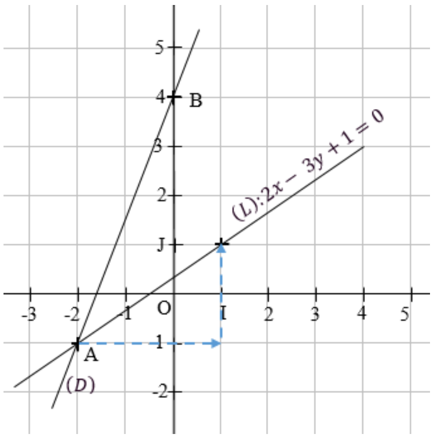
3. Déterminons m pour que (D) passe par le point O, puis donnons une équation de (D)

   (D) passe par le point O lorsque $\dfrac{2-\ m}{m+2} = 0.$

   Dans ce cas : $m = 2$ et (D) a pour équation : $y = -\dfrac{1}{2}x.$

Exercice 33

1. Figure



2. Déterminons une équation de la droite (D).
   Une équation de la droite (D) est : $5x - 2y + 8 = 0$

Situations d'évaluation

Exercice 34

1. Justifions que $x\ et\ y$ sont solutions de l'équation $3x + 2y = 300$

   x est le nombre de kilogramme de tomates et y le nombre de kilogramme d'oignons.

   Constituer une commande se traduit par l'équation : $300x + 200y = 30000$.

   En simplifiant par 100, on a : x et y sont solutions de l'équation :

   $3x + 2y = 300.$

2. a) Les points qui appartiennent à (D) sont :

   A(0 ;150), C(40 ;90), E(-20 ;180) et F(30 ;105)

   b) Faisons quelques propositions à la tante pour la commande de son client.

   En considérant les points C(40 ;90) et F(30 ;105),

   la tante peut constituer une des commandes suivantes :

   - 40 kg de tomate et 90 kg d'oignons.
   - 30 kg de tomate et 105 kg d'oignons

Exercice 35

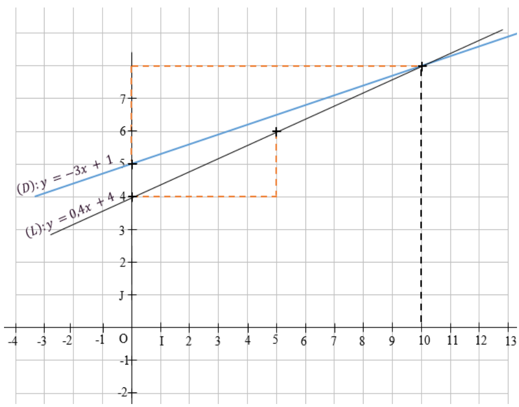
1. a) Exprimons y en fonction de x

   le coût du transport par km est 300frs et Koffi paie en plus 500frs la course donc en parcourant x km, le coût y du transport en frs avec le service de transport MURTRANS.est : $y = (30x + 500)$ frs.

   Donc : le montant en centaine de frs que Koffi doit payer pour le service de transport MURTRANS.est : $y = 0{,}3x + 5$

   b) De même avec le service de transport MELTRANS, le montant en centaine de frs que Koffi doit payer est : $y = 0{,}4x + 4.$ D'où : $0{,}4x - y + 4 = 0.$

2. a) Les droites (D) et (L) ont pour équations respectives $y = 0{,}3x + 5$ et $0{,}4x - y + 4 = 0.$



b) Graphiquement la distance x qui sépare les deux résidences est l'abscisse du point d'intersection des droites (D) et (L). On obtient : $x = 10$

c) Pour $x = 10$, on a : $y = 8$. Donc le montant qu'il doit payer pour le transport est 800 frs.

Exercice 36

1. Construisons la droite (D) : $y = 14 + 8x$

   (Voir figure)

2. La masse du camion quand il contient 50 barils de pétrole

   50 barils correspond à $x = 5$

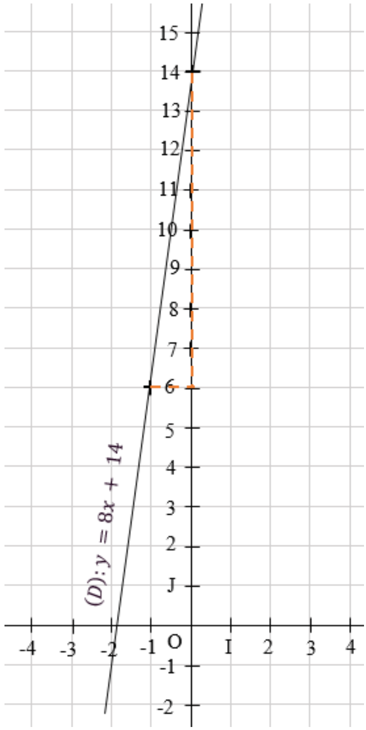
   Donc : $y = 8 \times 5 + 14 = 54$.

   La masse est 54 000 Kg.

3. Déterminons graphiquement la masse du camion à vide.

   La masse à vide du camion est l'ordonnée du point d'intersection de la droite (D) avec l'axe des ordonnées. On obtient $y = 14$.

   La masse à vide du camion est de 14 000 Kg



Figure

11 STATISTIQUE

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :
  NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	La scène se déroule dans un collège.
Circonstance	Quel est le problème auquel des élèves de troisième et leur professeur de mathématiques sont confrontés ?	Des élèves de troisième et leur professeur de mathématiques sont confrontés à la lutte contre le phénomène de grossesses en milieu scolaire dans leur collège.
Tâche	Que décident de faire les élèves de troisième et leur professeur de mathématiques pour sensibiliser leurs camarades?	Les élèves et leur professeur de mathématiques décident de faire une étude approfondie des données statistiques pour faire des supports de sensibilisation.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon

Découverte des habiletés

Activité 1 :

- L'objectif de cette activité est de définir puis calculer l'effectif cumulé croissant et la fréquence cumulée croissante d'une modalité.
- **Réponses aux questions**

1. Les modalités sont des nombres qui expriment une quantité.

2.a)

Modalités	13	14	15	16	17	18
Effectifs	2	4	5	8	4	2

b) Le nombre d'élèves dont l'âge est inférieur ou égal à 15ans est : $2+4+5 = 11$.

c)

Âge inférieur ou égal à	13	14	15	16	17	18
Nombre d'élèves	2	6	11	19	23	25

3. a) fréquence d'une modalité (%) $= \dfrac{\text{Effectif de la modalité}}{\text{Effectif total}} \times 100.$

Modalités	13	14	15	16	17	18
Fréquences (%)	8	16	20	32	16	8

b) Le pourcentage d'élèves dont l'âge est inférieur ou égal à 15ans est :

$8+16+20 = 44\ \%$ ou à l'aide du tableau 1. c), on a :

$\dfrac{11}{25} \times 100 = 44\ \%$.

c)

Âge inférieur ou égal à	13	14	15	16	17	18
Pourcentages d'élèves	8	24	44	76	92	100

NB : Pour dresser le tableau des effectifs cumulés croissants ou des fréquences cumulées croissantes, on peut procéder comme suit :

Tableau des effectifs cumulés croissants

Modalités	13	14	15	16	17	18
Effectifs	2	4	5	8	4	2
Effectifs cumulés croissants	2	6	11	19	23	25

Tableau des fréquences cumulées croissantes

Modalités	13	14	15	16	17	18
Fréquences (%)	8	16	20	32	16	8
Fréquences cumulées croissantes	8	24	44	76	92	100

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1 **:** 1. D ; 2. A.

Exercice 2

Modalités	1	2	3	4
Effectifs	20	15	15	27
Effectifs cumulés croissants	20	35	50	77

Exercice 3

Modalités	10	20	25	30	50
Fréquences	20	30	25	21	4
Fréquences cumulées croissantes	20	50	75	96	100

Activité 2 :

- L'objectif de cette activité est de définir puis déterminer la médiane d'une série statistique à caractère discret.
- **Réponses aux questions**

1.a) Série n°1 : 7 ; 7 ; 9 ; 9 ; 11 ; 11 ; 12 ; 15 ; 18 .

b) Série n°2 : 6 ; 8 ; 8 ; 10 ; 12 ; 13 ; 13 ; 16 ; 16 ; 16.

2 Série n°1 : 7 ; 7 ; 9 ; 9 ; **11** ; 11 ; 12 ; 15 ; 18.

4 valeurs $5^{ème}$ valeur   4 valeurs

3-a) L'examen des cas, faire voir qu'aucune note de la liste de la série 2 ne satisfait à la condition.

m

b) Série n°2 : 6 ; 8 ; 8 ; 10 ; **12** ; **13** ; 13 ; 16 ; 16 ; 16 .

5 valeurs $5^{ème}$ valeur $6^{ème}$ valeur   5 valeurs

c) $m = \dfrac{12 + 13}{2} = 12{,}5.$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 4 **:** 1- A ; 2- C.

Exercice 5 **:** 1-C ; 2- B ; 3- C.

Exercice 6 :

Modalités	5	8	15	18	20	25
Effectifs	6	12	4	2	5	8
Effectifs cumulés	6	18	22	24	29	37

L'effectif total est N = 37 est impair, alors la médiane est la $19^{ième}$ modalité de valeur 15.

Donc la médiane est 15

Activité 3 :

- L'objectif de cette activité est de regrouper les données d'une série statistique en classes de même amplitude puis de définir et déterminer la classe modale.
- **Réponses aux questions**

1.

de 0 m à moins de 3 m	*de 3 m à moins de 6 m*	*de 6 m à moins de 9 m*	*de 9 m à moins de 12 m*
|||	||||	|||||||||||	||||||||||||

2.

Performances	*de 0 m à moins de 3 m*	***de 3 m à moins de 6 m***	*de 6 m à moins de 9 m*	*de 9 m à moins de 12 m*
Ecriture sous forme d'intervalle (en m)	$[\mathbf{0};\mathbf{3}[$	$[3;6[$	$[\mathbf{6};\mathbf{9}[$	$[\mathbf{9};\mathbf{12}[$
Effectifs	**3**	**4**	**11**	**12**

3.a) Les intervalles $[0;3[$, $[3;6[$, $[6;9[$ et $[9;12[$ ont respectivement pour amplitudes

$|3-0|$, $|6-3|$, $|9-6|$ et $|12-9|$; c'est-à-dire la même amplitude : 3.

.b) L'intervalle $[9;12[$ possède le plus grand effectif : 12.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7 *:* 1- F ; 2- V.

Exercice 8 *:*

Classes	$[0 ; 15[$	$[15 ; 30[$	$[30 ; 45[$	$[45 ; 60[$	$[60 ; 75[$
Effectifs	6	3	7	11	3

Exercice 9 : la classe modale est $[12;16[$ car son effectif 24 est le plus grand des effectifs.

Activité 4 :

- L'objectif de cette activité est de calculer la moyenne d'une série statistique à caractère continu.
- **Réponses aux questions**

1.a)

Classes	$[0 ; 15[$	$[15 ; 30[$	$[30 ; 45[$	$[45 ; 60[$
Centre des classes	7,5	22,5	37,5	52,5
Effectifs	20	15	12	3

b) Moyenne $= \dfrac{(20\times7,5) + (15\times22,5) + (12\times37,5) + (3\times52,5)}{50} = 21,9$

2.a) La masse moyenne des moutons est : 21,9 kg.

b) Pour calculer la moyenne d'une série statistique regroupée par classes de même amplitude, on remplace chaque classe par son centre ; puis on calcule la moyenne de la nouvelle série obtenue

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 10 :

Centre des classes	85	95	105	115
Effectifs	20	75	60	45

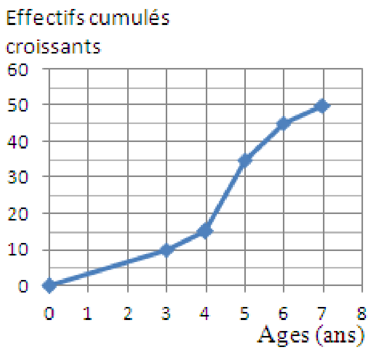
$$\text{Taille moyenne} = \frac{(20\times85) + (75\times95) + (60\times105) + (45\times115)}{50}$$
$$= 101,5$$

Donc : la taille moyenne des élèves est : 101,5 cm.

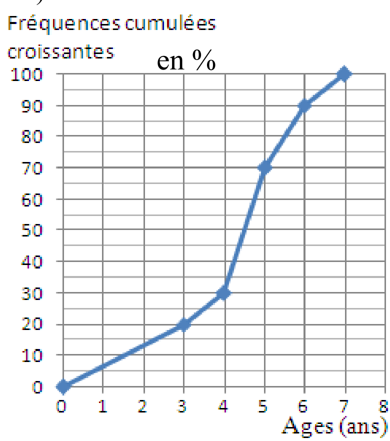
Activité 5 :

- L'objectif de cette activité est de construire le polygone des effectifs cumulés croissants et celui des fréquences cumulées croissantes
- **Réponses aux questions**

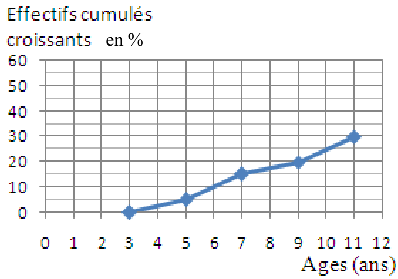
1-a) Club A :



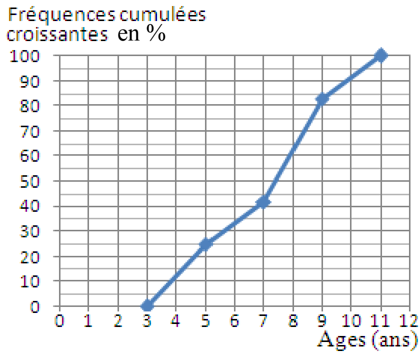
1-b) Club A :



2-a) Club B :

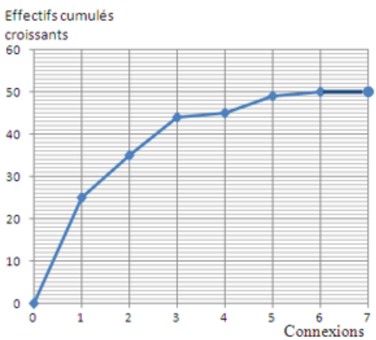


2-b) Club B :

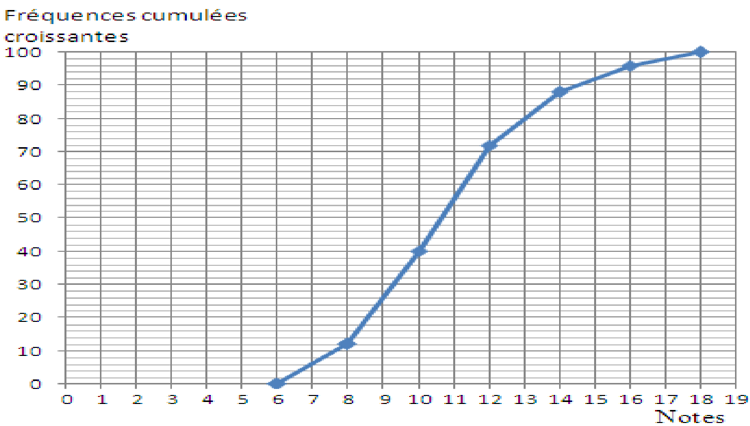


Corrigé des exercices de fixation

Exercice 11 :



Exercice 12 :



Activité 6 :

- L'objectif de cette activité est de construire le diagramme circulaire des effectifs et des fréquences d'une série statistique.
- **Réponses aux questions**

1. A partir d'un tableau des effectifs :

	Passable	Assez -bien	Bien	Très bien	
Notes	[10; 12[	[12; 14[	[14; 16[	[16; 18[	Total
Effectifs	15	20	5	10	**50**
Mesure de l'angle au centre correspondant	**108°**	**144°**	**36°**	**72°**	360°

$\times \frac{360}{50}$

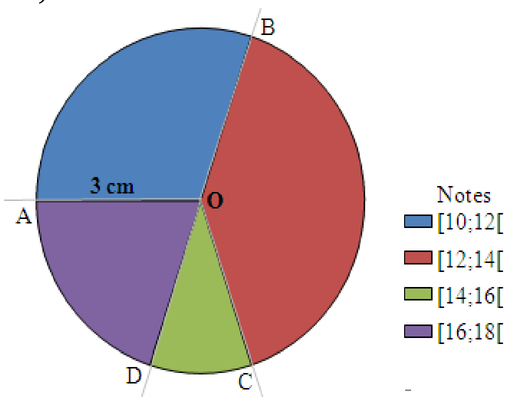
2. A partir d'un tableau des fréquences :

	Passable	Assez -bien	Bien	Très bien	
Notes	[10; 12[	[12; 14[	[14; 16[	[16; 18[	Total
Fréquences en %	30	40	10	20	**100**
Mesure de l'angle au centre correspondant	**108°**	**144°**	**36°**	**72°**	360°

$\times \frac{360}{100}$

3.a) Valeurs identiques.

b) $mes\widehat{AOD} = 360° - (mes\widehat{AOB} + mes\widehat{BOC} + mes\widehat{COD} = 360° - (108° + 144° + 36°)$ $\quad mes\widehat{AOD} = 72°$



- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 13 :

A partir d'un tableau des effectifs :

Ages	[9; 13[	[13; 16[	[16; 20[	Total
Effectifs	15	115	70	**200**
Mesure de l'angle au centre correspondant	**27°**	**207°**	**126°**	360°

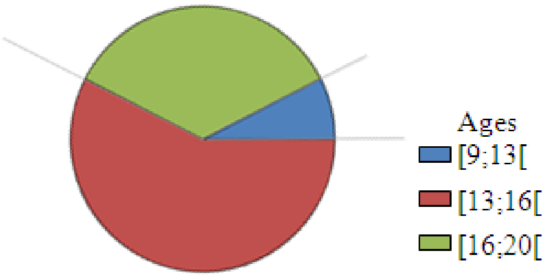
$\times \frac{360}{200}$

$$ou\ utilisation\ de\ la\ formule :\ Mesure\ de\ l'angle\ = \frac{n \times 360°}{N}$$

$où\ n\ est\ l'effectif\ de\ la\ modalité$ Correspondante et N l'effectif total.

$$\frac{15 \times 360°}{200} = 27°\ ;\ \frac{115 \times 360°}{200} = 207°\ ;\ \frac{70 \times 360°}{200} = 126°$$

.



Exercice 14 :

A partir d'un tableau des fréquences :

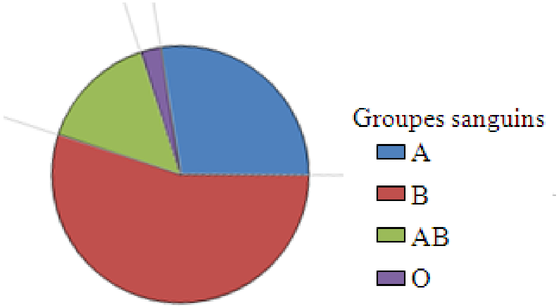
Groupes sanguins	A	B	AB	O	Total
Fréquences en %	27,5	55	15	2,5	**100**
Mesure de l'angle au centre correspondant	**99°**	**198°**	**54°**	**9°**	360°

$\times \frac{360}{100}$

ou utilisation de la formule : Mesure de l'angle = $f \times 360°$ où f est la fréquence de la modalité correspondante

$27{,}5\% \times 360° = 0{,}275 \times 360° = 99°$; $35\% \times 360° = 0{,}35 \times 360° = 198°$;

$15\% \times 360° = 0{,}15 \times 360° = 54°$; $2{,}5\% \times 360° = 0{,}025 \times 360° = 9°$;

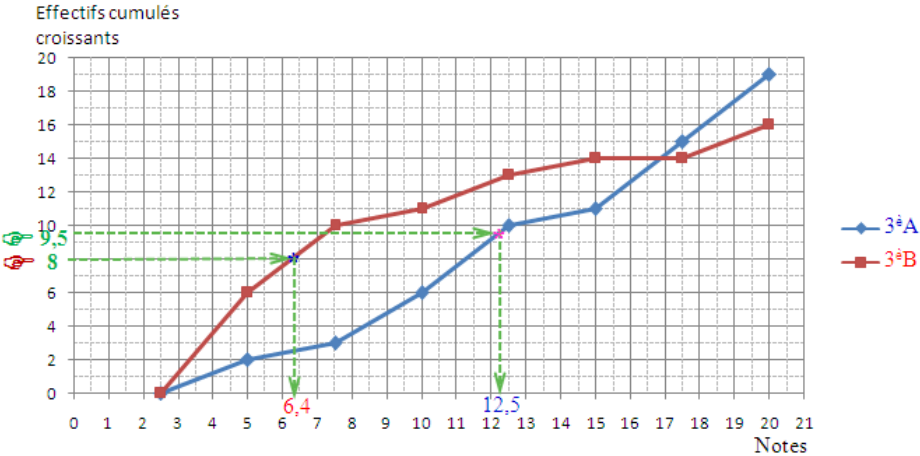


Des questions d'évaluation

Question 1 : Exercice non corrigé

L'effectif total de la 3èA est 19 et on a : $\frac{19}{2} = 9{,}5$

L'effectif total de la 3èB est 16 et on a : $\frac{16}{2} = 8.$



Pour la classe de 3^{è}A, la note médiane s'estime à 12,5.
Pour la classe de 3^{è}B, la note médiane s'estime à 6,4.

Question 2 : Exercice non corrigé

1. Je détermine les mesures des angles ; je fais un tableau ; je calcule les effectifs et je complète le tableau :

Mesure de l'angle correspondant aux voix de Sam :

$360° - (99° + 27° + 189°) = 360° - 315° = 45°.$

Classes	Voix d'Irié	Voix de Sory	Voix d'Angela	Voix de Sam	Total
Mesure de l'angle (°)	99°	27°	189°	**45°**	360
Effectif	**165**	**45**	**315**	**75**	600

$\times \dfrac{600}{360°}$

Mesure de l'angle $a° = \dfrac{n \times 360°}{N}$.

avec n l'effectif de la modalité correspondante et N l'effectif total ; d'où ; $n = \dfrac{a° \times 600}{360°}$.

$\dfrac{99° \times 600}{360°} = 165$; $\dfrac{27° \times 600}{360°} = 45$; $\dfrac{189° \times 600}{360°} = 315$; $\dfrac{45° \times 600}{360°} = 75$.

2) C'est Angela qui est élu car elle a obtenu le plus grand nombre de voix.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1 : 1- V ; 2- F ; 3- V ; 4- V ; 5- V ; 6- F.

Exercice 2

Modalité	100	300	450	500	600
Effectif	12	10	8	15	5
Fréquence (exprimée en nombre décimal)	0,24	0,2	0,16	0,3	0,1
Effectif cumulé croissant	12	22	30	45	50
Fréquence cumulée croissante (exprimée en nombre décimal)	0,24	0,44	0,6	0,9	1

Exercice 3

Age	Fréquence (%)	Fréquences cumulées croissantes (%)
Moins de 15 ans	30,5	30,5
15-24 ans	24,3	54,8
25-34 ans	20,7	75,5
35-54 ans	15,0	90,5
55-74 ans	7,4	97,9
75 ans ou plus	2,1	100

Exercice 4

Modalité	7	8	9,5	10	11	12	15	18
Effectif	1	3	2	4	3	1	4	2
Effectif cumulé croissant	1	4	6	10	13	14	18	20

Exercice 5 :

- Notes d'Api : 9-10-12 -14 -14 **-15 -15** -15 -16 -16-16 -16 -18 -19.

  L'effectif total est $N = 14$ est pair ; alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 7ème note et la 8ème note ; de même valeur 15.

  Donc : la médiane est $\frac{15 + 15}{2} = 15$.

- Marthe :

Note	7	9	12	14	15
Effectif	2	2	1	1	6
Effectif cumulé croissant	2	4	5	6	12

L'effectif total est $N = 12$; alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 6ème note et la 7ème note de valeurs respectives 14 et 15.

Donc : la médiane est $\frac{14 + 15}{2} = 14{,}5$.

- Cissé :

Note	11	12	16	18
Effectif	6	3	3	1
Effectif cumulé croissant	6	9	12	13

L'effectif total est $N = 13$ est impair ; alors la médiane est la 7ème note de valeur 12.
Donc la médiane est 12.

Exercice 6

4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 6 ; 6 ; 6 ; **7** ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; **… .**

Complétons la série pour que 7 soit la médiane :

$\underbrace{4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 6 ; 6 ; 6 ; \mathbf{7}}_{8 \text{ valeurs}} ; 8 ; 8 ; \underbrace{9 ; 9 ; \mathbf{10} ; \mathbf{10} ; \mathbf{10} ; \mathbf{10}.}_{8 \text{ valeurs}}$

L'effectif de la modalité 10 est : $y = 4$.

Exercice 7 :

Classes (en min)	$[5; 20[$	$[\mathbf{20}; \mathbf{35}[$	$[\mathbf{35}; \mathbf{50}[$	$[50; 65[$	$[65; 80[$
Effectifs	7	5	7	9	2

Exercice 8

1. [70;90[.

2.

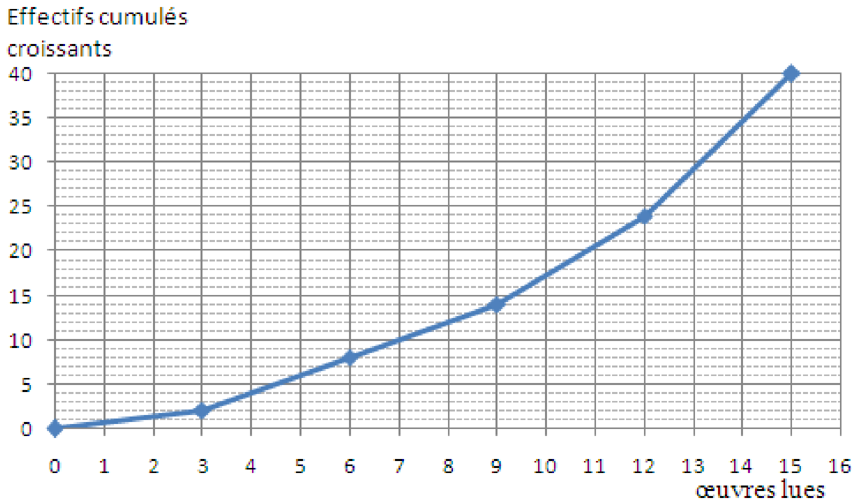
Centre des classes	60	80	100	120	Total
Effectif	15	90	35	5	145
Produit	900	7200	3500	600	12200

Vitesse moyenne = $\frac{12\,200}{145} \approx 84{,}14$ km/h (résultat arrondi à l'ordre 2).

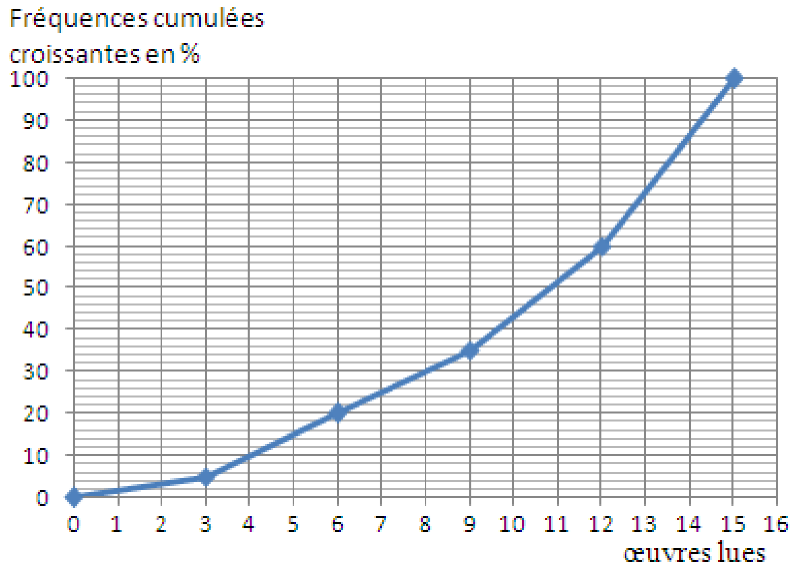
Exercice 9

Nombre L d'œuvres lues	Effectif des élèves	Effectif cumulé croissant	Fréquence cumulée croissante
$0 \leq L < 3$	2	**2**	**5 %**
$3 \leq L < 6$	6	**8**	**20 %**
$6 \leq L < 9$	6	**14**	**35 %**
$9 \leq L < 12$	10	**24**	**60 %**
$12 \leq L < 15$	16	**40**	**100 %**

1.



2.



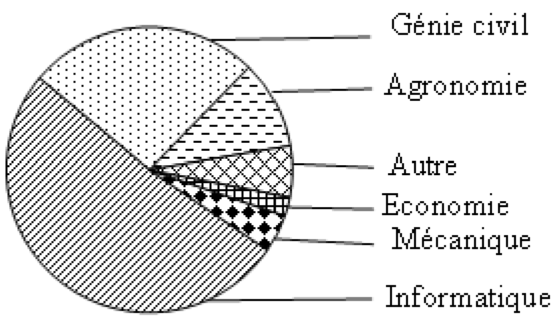
Exercice 10

Classe (en hectares)	Effectif cumulé croissant	Effectif
[0, 5[	40	**40**
[5, 10[	85	**45**
[10, 15[	100	**15**
[15, 20[	110	**10**
[20, 25[	115	**5**
[25, 30[	120	**5**

Exercice 11

Ages	Agronomie	Génie civil	Informatique	Mécanique	Economie	Autre	Total
Effectifs	351	915	1800	150	75	200	3491
Mesure de l'angle en degré (°)	36	94	185	16	8	21	360

$\times \frac{360}{3491}$



Exercice 12

1. L'angle du secteur angulaire représentant la population de moins de 15 ans mesure 151°.

Méthode 1 Utilisation d'un tableau de proportionnalité

	0 – 14 ans	Population ivoirienne
Mesure de l'angle (°)	151°	360°
Effectif	?	22 671 331

Méthode 2 : $a°$
$= \frac{n\times360°}{N}$, avec n l'effectif de la modalité correspondante et N l'effectif total.

$151° = \frac{n\times360°}{22\,671\,331}$, d'où : $n = \frac{22\,671\,331\times151°}{360°} \approx 9\,509\,364$.

L'effectif de la population de moins de 15 ans est environs 9 509 364.

2.

Population	0 – 14 ans	15 – 64 ans	Autres	Total
Mesure de l'angle en degré (°)	151	200	9	360
Fréquence en %	**41,94**	**55,56**	**2,5**	100

$\times\frac{100}{360}$

Exercices de renforcement/d'Approfondissement

Exercice 13

1. m est la médiane signifie qu'au ***moins*** la moitié des élèves ont eu la note m ou ***moins***, et au ***moins*** la moitié des élèves ont obtenu la note m ou ***plus***.
2. $\frac{2}{23}$ est **la fréquence** de la modalité 12.
3. 1+8+2 est ***l'effectif cumulé croissant*** de la modalité 12.
4. 10 est ***le mode*** de la série statistique.

5. Le pourcentage des élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 15 est ***la fréquence cumulée croissante*** de la modalité 15.
6. 15 est ***la médiane*** de la série statistique.
7. $\frac{314}{23}$ est ***la moyenne*** de la série statistique.
8. $\frac{1+8+2}{23}$ est ***la fréquence cumulée croissante*** de la modalité 12.

Exercice 14

1.

Temps (performance)	12s00	12s15	12s45	13s00	13s30	14s00	14s15	14s45	15s15	15s45
Effectifs	2	1	3	5	9	5	1	4	9	2

2. Le classement se fait dans l'ordre croissant des temps (performances) ; il convient donc d'utiliser les fréquences cumulées croissantes.

Temps (performance)	12s00	12s15	12s45	13s00	**13s30**	14s00	**14s15**	14s45	15s15	**15s45**
Effectifs	2	1	3	5	9	5	1	4	9	2
Fréquences cumulées croissantes	2	3	6	11	20	25	26	30	39	41

Vital : 26ème ; Eugène : 12ème ex aequo ; Bertin : 40ème ex aequo.

Exercice 15

1.

Centre des classes (en milliers de F CFA)	110	130	150	170	190	210	Total
Effectif	17	23	50	25	20	5	140
Produit	1 870	2 990	7 500	4 250	3 800	1 050	21 460

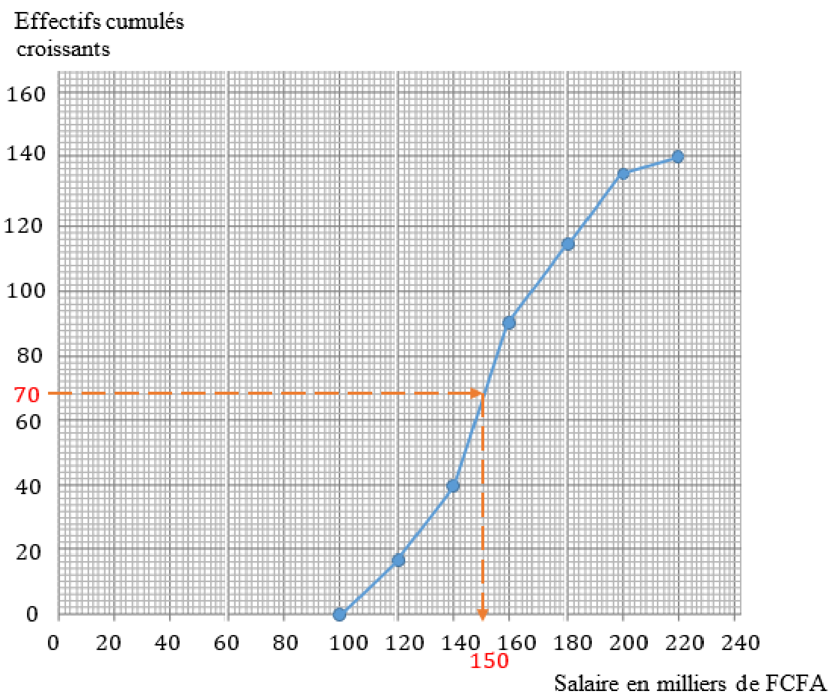
Moyenne (en milliers de F CFA) $= \frac{21\,460}{140} \approx 153{,}286$ (arrondi à l'ordre 3).

Le salaire moyen dans cette entreprise est 153 286 F CFA.

2. Tableau des effectifs cumulés croissants :

Classes (en milliers de F CFA)	[100;120[	[120;140[	[140;160[	[160;180[	[180;200[	[200;220[
Effectifs	17	23	50	25	20	5
Effectifs cumulés croissants	17	40	90	115	135	140

3. Polygone des effectifs cumulés croissants :



4. Par lecture graphique, on estime le salaire médian à 150 000 F CFA.

Exercice 16

1. Population : Coureurs.
   Caractère étudié : Performance au 400 m ou le temps.
   Nature du caractère : Caractère quantitatif.

2. Nombre de coureur : 15.

Somme des temps en seconde : 770,03 s.

Moyenne $= \dfrac{770{,}03}{15} \approx 51{,}34\ s$ (arrondi d'ordre 2).

3. Rangeons les temps dans l'ordre croissant.

48,65 ; 49,20 ; 50 ; 50,12 ; 50,13 ; 50,45 ; 51 ; **51,80** ; 51,85 ; 51,90 ; 52,05 ; 52,20;
52,60 ; 53,28 ; 54,80.

L'effectif total est N=15; alors la médiane est la 8ème modalité ; donc la médiane est **51,80** s.

4) Détermine le pourcentage de coureurs qui ont mis moins de 52,50 s

12 coureurs ont mis moins de 52,50 secondes pour effectuer les 400 mètres.

Donc : $\dfrac{12}{15} \times 100$

$=$ 80 % des coureurs ont mis moins de $52{,}50\ s$ pour parcourir les $400m$.

Exercice 17

1. Nombre total de tranches de fromage est : 500.

Masse moyenne $= \dfrac{40 \times 35 + 80 \times 36 + 100 \times 37 + 140 \times 38 + 80 \times 39 + 60 \times 40}{500}$

$= 37{,}64\ g$.

2.a)

Masse m (en g)	Effectif
$m \leq 35$	**40**
$m \leq 36$	**120**
$m \leq 37$	**220**
$m \leq 38$	**360**
$m \leq 39$	**440**
$m \leq 40$	**500**

b) Les valeurs de la deuxième colonne du tableau correspondent respectivement aux effectifs cumulés croissantes des modalités 35g, 36g, 37g, 38g, 39g et 40g.

L'effectif total est N $= 500$, alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 250ème et la 251ème modalité de même valeur 38g.

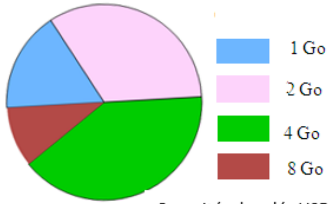
Donc la médiane est : $\dfrac{38 + 38}{2} = 38$g.

Exercice 18

1.a)

Capacité en Go	1	2	4	8	Total
Effectif	25	50	60	15	150
Mesure d'angle (en °)	60	120	144	36	360

b) Diagramme circulaire



Capacités des clés USB

2.

$$\text{moyenne} = \frac{25 + 50\times2 + 60\times4 + 15\times8}{150} \approx 3{,}23Go.$$

3.

Capacité en Go	1	2	4	8
Effectif	25	50	60	15
Effectif cumulé croissant	25	75	135	150

L'effectif total est N = 150, alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 75$^{\text{ième}}$ et la 76$^{\text{ième}}$ modalité de valeurs respectives 2 et 4.

Donc : la médiane est $\frac{2+4}{2} = 3Go.$

Exercice 19

1.a)

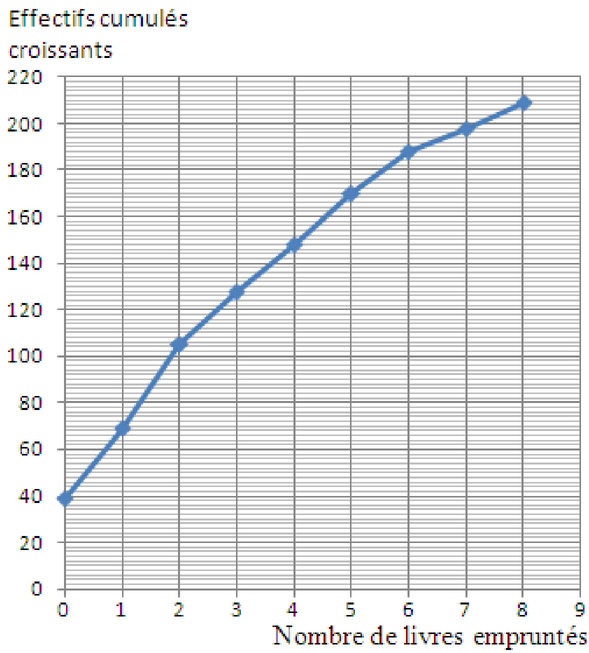
Nombre d'emprunts	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	39	30	36	23	20	22	18	10	11
Effectif cumulé croissant	39	69	105	128	148	170	188	198	209

b) Le nombre d'élèves ayant emprunté moins de 4 livres est : 128

2. a) La fréquence cumulée de la modalité 4 est $\frac{148}{209} \approx 0{,}7081$, soit 70,81 %.

b) Interprétation : « 70,81 % des élèves ont emprunté au plus 4 livres. »

3. Polygone des effectifs cumulés croissants :



Exercice 20

1) Détermination de la température médiane de Bouaké :

Méthode 1 : On ordonne d'abord les valeurs dans l'ordre croissant.

24° ; 24° ; 24° ; 25° ; 25° ; 26° ; 26° ; 27° ; 27° ; 28° ; 28° ; 28°.

L'effectif total est $N = 12$, alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par le 6$^{\text{ème}}$ et le 7$^{\text{ième}}$ terme. Le 6$^{\text{ème}}$ terme est 26° ; le 7$^{\text{ème}}$ terme est 26°. Donc la médiane est 26°.

Méthode 2 : On utilise le tableau des effectifs cumulés croissants.

Température mensuelle	24°	25°	26°	27°	28°
Effectif	3	2	2	2	3
Effectif cumulé croissant	3	5	7	9	12

On a de même : médiane = 26°.

Détermination de la température médiane de Surgut :

Méthode 1 : On ordonne d'abord les valeurs dans l'ordre croissant.

$-20°$; $-19°$; $-17°$; $-13°$; $-12°$; $-4°$; $-1°$; $3°$; $9°$; $12°$; $13°$; $18°$.

L'effectif total est $\text{N} = 12$, un nombre pair ; alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par le 6$^{\text{ème}}$ et le 7$^{\text{ème}}$ terme. Le 6$^{\text{ème}}$ terme est $-4°$; le 7$^{\text{ème}}$ terme est $-1°$.

Donc : la médiane est $\frac{(-4)+(-1)}{2} = -2{,}5°$.

Méthode 2 : On peut utiliser le tableau des effectifs cumulés croissants.

2. Température moyenne de Bouaké est : $\frac{3\times24 + 2\times25 + 2\times26 + 2\times27 + 2\times28}{12}$

$= 26°$.

Température moyenne de Surgut est :.

$$\frac{-20° - 19° - 17° - 13° - 12° - 4° - 1° + 3° + 9° + 12° + 13° + 18°}{12} \approx -2{,}58°.$$

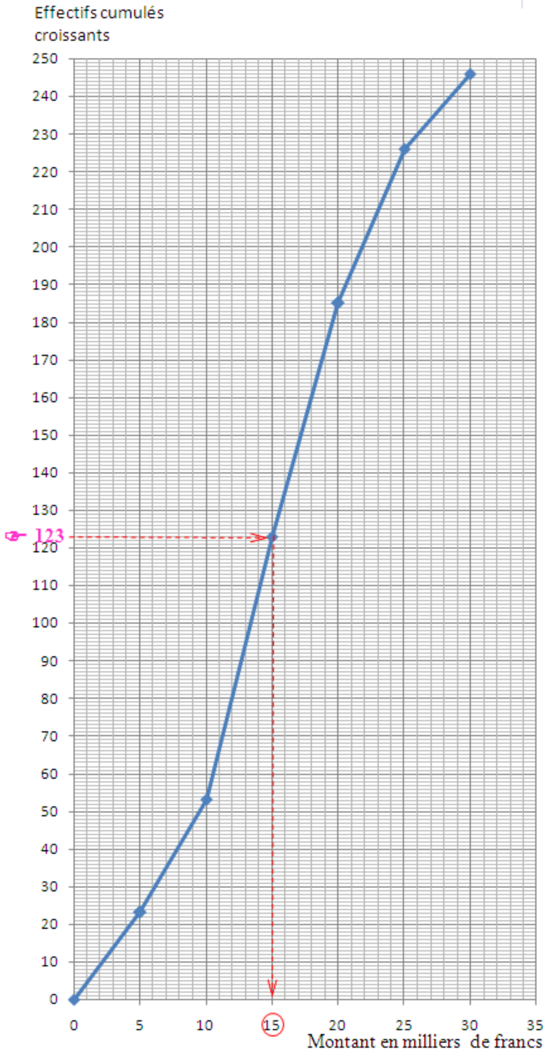
Exercice 21

1.

Montants en milliers de francs	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[	[20;25[	[25;30[	Total
Effectifs	23	30	70	62	41	20	246

2.

Montants en milliers de francs	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[	[20;25[	[25;30[
Effectifs	23	30	70	62	41	20
Effectifs cumulés croissants	23	53	123	185	226	246



Valeur du montant médian = 15 000 francs.

3.

Centre des classes en milliers de francs	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	Total
Effectifs	23	30	70	62	41	20	246
Produit	57,5	225	875	1085	922,5	550	3715

Moyenne $= \frac{3715}{246} \approx 15{,}102$ en milliers de francs (arrondi d'ordre 2).

Le montant moyen est donc 15102 francs.

Exercice 22

1. $\dfrac{3930}{5570} \approx 0{,}7056$ soit 70,56 %.

2.

Durée de vie en heures	[0 ; 600[	[600 ; 1200[	[1200 ; 1800[	[1800 ; 2400[
Effectif	**550**	**1460**	**1920**	**1640**

3.

Centre des classes (en h)	300	900	1500	2100	Total
Effectifs	550	1460	1920	1640	5570
Produit	165000	1314000	2880000	3444000	7803000

Durée de vie moyenne $= \dfrac{7803000}{5570} \approx 1400{,}9\ h$ (arrondi d'ordre 2)

Exercice 23

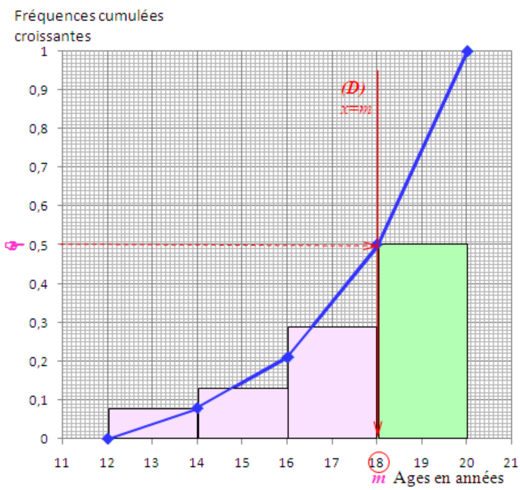
1.a)

Classe d'âges	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Effectif	200	325	725	1250

b)

Classe d'âges	[12 ; 14[	[14 ; 16[	[16 ; 18[	[18 ; 20[
Fréquences (en nombre décimal)	0,08	0,13	0,29	0,5
Fréquences cumulées croissantes	0,08	0,21	0,5	1

2. Polygone des fréquences cumulées croissantes et diagramme à bandes des fréquences.



3. L'âge médian m des victimes d'accidents chez cette population d'adolescents est 18.
4. La droite (D) d'équation $x = 18$, partage le diagramme à bande en deux parties : la première partie comprend trois rectangle roses et la deuxième partie, un rectangle vert.
   L'aire de la première partie est $((2 \times 0{,}08) + (2 \times 0{,}13) + (2 \times 0{,}29)) \times 10 = 10 \text{ cm}^2$.
   L'aire de la deuxième partie est $(2 \times 0{,}5) \times 10 = 10 \text{ cm}^2$.
   Ainsi, les deux parties ont la même aire.

Exercice 24

Ancien logements :
Ancien effectif = 22 et ancien coût moyen = 45 000 F.
Le coût total de ces 22 logements est 22×45 000 F = 990 000 F.
Nouveaux logements :
Le coût total de 3 logements est 65 000 + 70 000 + 85 000 = 220 000 F.
Ensemble de tous les logements de la cité "Belle Vie" :
Effectif total $= 22 + 3 = 25$.
Coût total = 990 000 + 220 000 = 1 210 000 F.
Le nouveau coût moyen d'un logement est $\frac{1\,210\,000}{25} = 48\,400$ F.

Exercice 25

1.a) L'effectif total est 50.
   Le nombre d'élèves qui ont obtenu au plus 15 est : 46.
   Le pourcentage des élèves qui ont obtenu au plus 15 est : $\frac{46}{50} \times 100$
   $= 92$ %.
   b) Interprétation avec le vocabulaire statistique :
   « La fréquence cumulée croissante de la modalité 15 est 92 %. »
2. Détermine la note médiane.

Note sur 20	5	8	9	10	11	**12**	14	15	x
Nombre d'élèves	2	3	4	5	7	6	10	9	4
Effectif cumulé croissant	2	5	9	14	21	**27**	37	46	50

L'effectif total est $N = 50$, alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 25ème et la 26ème note de même valeur 12. Donc : la note médiane est 12.

3. Calcul de x :

Note sur 20	5	8	9	10	11	**12**	14	15	x	Total
Nombre d'élèves	2	3	4	5	7	6	10	9	4	50
Produit	10	24	36	50	77	**72**	140	135	$4x$	$4x + 544$

La note moyenne est 12,32 se traduit par l'égalité : $\frac{544 + 4x}{50} = 12{,}32$, d'où : $x = 18$

Donc : la meilleure note attribuée lors de ce test est 18.

Exercice 26

1.

Niveau d'émissions de CO_2 (en tonnes par habitant)	[0 ; 7[	[7 ; 14[	[14 ; 21[	Total
Effectif (nombre de territoire)	7	4	1	12

2.

Niveau d'émissions de CO_2 (en tonnes par habitant)	[0 ; 7[	[7 ; 14[	[14 ; 21[
Effectif (nombre de territoire)	7	4	1
Effectif cumulé croissant	7	11	12
Fréquence cumulé croissante en %	58,33 %	91,67 %	100 %

Exercice 27

1. Calcul du volume du bloc de granit ;

Le pourcentage de minéraux secondaires est :

$100 - (28 + 53 + 11) = 8\%$.

Donc : le volume du bloc est $\frac{19{,}2 \times 100}{8} = 240 \text{ dm}^3$.

2. La masse volumique de ce granit est $2{,}6 \times 10^3$ kg/m^3 et 240 dm^3= 0,24 m^3.

La masse du bloc de granit est: $0{,}24 \times (2{,}6 \times 10^3) = 624$ kg.

Exercice 28

1.Effectif cumulé croissant de la tranche 19h-20h est :

$350 + 1400 + 2000 + 1000 + 850 = 5600$.

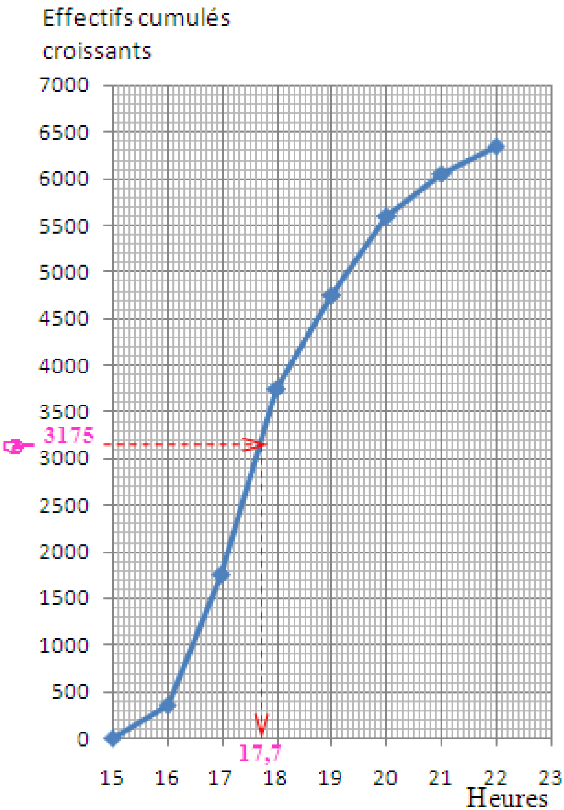
L'effectif total est : $350 + 1400 + 2000 + 1000 + 850 + 450 + 300 = 6350$.

Fréquence cumulée croissante pour la tranche 19h-20h est :

$$\frac{6350}{5600} = 88{,}19\ \%\ \text{(arrondi à l'ordre 2).}$$

2. Polygone des effectifs cumulés croissants :

Tranche horaire	15h-16h	16h-17h	17h-18h	18h-19h	19h-20h	20h-21h	21h-22h
Nombre de véhicules	350	1400	2000	1000	850	450	300
Effectif cumulé croissant	350	1750	3750	4750	5600	6050	6350



3. Détermine la médiane ; interprète ce résultat.

On a : $\frac{N}{2} = 3\,175.$

Par lecture graphique, on estime la médiane à $17{,}7\text{h} = 17\text{h}42\text{min}$.

Interprétation :

- « Au moins la moitié des véhicules ont quitté la ville à 17h42min ou avant, et au moins la moitié des véhicules ont quitté la ville à 17h42min ou après. »
- « Il y a autant de véhicules qui quittent la ville avant 17h42min ou à 17h42min, que de véhicules qui quittent la ville après 17h42min ou à 17h42min ».

Exercice 29

1.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22	Total
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2	29
Produit	0	16	24	56	32	34	54	57	80	84	44	481

Moyenne $= \frac{481}{29} =$ 16,59 cm (arrondi à l'ordre 2).

Interprétation : La taille moyenne des plantules est 16,59 cm.

2.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	**18**	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2
Effectif cumulé croissant	1	3	5	9	11	13	16	19	23	27	29

L'effectif total est N = 29, alors la médiane est le $15^{ème}$ terme. Donc la médiane est : **18 cm**.

Interprétation :

- « Au moins la moitié des plantules mesurent moins de 18 cm ou 18 cm, et au moins la moitié des plantules mesurent plus de 18 cm ou.18 cm ».
- « Il y a autant de plantules dont la taille est inférieure ou égale à 18 cm que de plantules dont la taille est supérieure ou égale à 18 cm ».

3. Le nombre de plantules dont la taille est plus petite que 14 cm est 8.

Donc : il y a $\frac{8}{29} \times 100 =$ 27,59 % des élèves qui n'ont pas respecté le protocole.

Situations d'évaluation

Exercice 30

1. Je justifie que l'effectif total des cas de grossesses à Béoumi est égal à 150.

3,75 % de l'effectif des filles, c'est-à-dire 3,75 % de 4000 ;

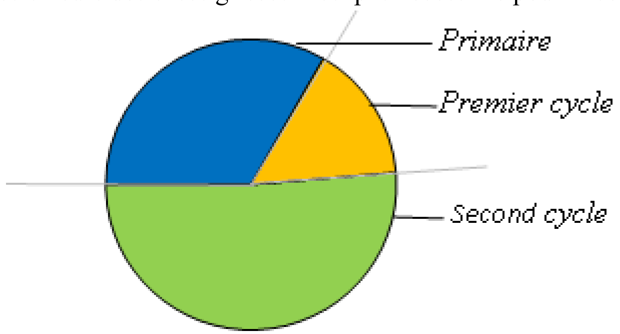
soit 3,75 % × 4000 = 150

2. Représentons la répartition des cas de grossesses scolaires par un diagramme circulaire :

Cycles scolaires	*Primaire*	*Premier cycle*	*Second cycle*	*Total*
Nombre de cas de grossesses	50	77	23	150
Mesure d'angle en degré (°)	120	184,8	55,2	360

$\times\frac{360}{150}$

NB : Le calcul des valeurs des cases grisées n'est pas nécessaire pour la construction.



3. Déterminons le cycle le plus touché par le phénomène de grossesses.
   Le mode de la série statistique est « le Premier cycle » car son effectif 77 est le plus élevé. Ainsi, le cycle scolaire le plus touché par le phénomène de grossesses est le premier cycle.

Exercice 31

1. Complétons le tableau des catégories de moutons :

	$4^{è}$ choix	$3^{è}$ choix	$2^{è}$ choix	1^{er} choix
Masse en kg	[35 ;45[	[45 ;55[	[55 ;65[	[65 ;75[
Prix unitaire	45 000 F	55 000 F	75 000 F	100 000 F
Nombre de moutons	**28**	**27**	**29**	**32**

2. Déterminons la catégorie de moutons que l'éleveur envisage envoyer en ville.
   L'éleveur envisage envoyer en ville la catégorie "1^{er} choix" car elle compte le plus grand nombre de moutons.
3. Déterminons le plus grand nombre possible de moutons que peut commander le client.

Pour acheter le plus grand nombre possible de moutons, il faut acheter les moutons disponibles qui coûtent le moins chère possible.

• Prix total des moutons de la catégorie 4è choix : $28 \times 45\,000$ F $= 1\,260\,000$ F.

Prix total des moutons de la catégorie 3è choix : $27 \times 55\,000$ F $= 1\,485\,000$ F.

1 260 000 F+1 485 000 F = 2 745 000 F < 3 000 000 F.

Le client peut acheter tous les moutons des catégories 4è choix et 3è choix.

• 2745000 F $+ 3 \times 75\,000$ F $= 2\,970\,000$ F $< 3\,000\,000$ F;

$2\,745\,000$ F $+ 2 \times 75\,000$ F $+ 100\,000 = 2\,995\,000$ F $< 3\,000\,000$ F;

$2\,745\,000$ F $+ 4 \times 75\,000$ F $= 3\,045\,000$ F $> 3\,000\,000$ F;

$2\,745\,000$ F $+ 3 \times 100\,000$ F $= 3\,045\,000 > 3\,000\,000$ F ;

Le client peut encore acheter 3 moutons de 2è choix ou 2 moutons de 2è choix et un de 1er choix.

Finalement, avec 3 000 000 F, le client peut acheter 58 moutons composés :

Soit : de 28 moutons 4è choix, 27 moutons 3è choix et 3 moutons 2è choix

Soit : de 28 moutons 4è choix, 27 moutons 3è choix, 2 moutons 2è choix et un mouton 1er choix.

Exercice 32

1. Déterminons le nombre d'élèves pour qui l'on ne peut décider s'ils seront récompensés.

- Récompenser 50 % des élèves pris parmi ceux qui ont obtenu les meilleurs points signifie qu'il faut récompenser parmi les meilleurs élèves retenus, ceux dont le nombre de points obtenus est supérieur ou égal à la médiane.
- Le nombre d'élèves pour qui l'on ne peut décider s'ils seront récompensés représente ceux dont le nombre de points obtenus est égal à la médiane.
  Dressons le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants ;

Points	98	100	105	108	109	110	**111**	114	118	120	125	130	150	175
Effectif	9	7	5	7	5	4	10	6	7	6	3	6	4	1
Effectif cumulé croissant	9	16	21	28	33	37	**49**	53	60	66	69	75	79	80

L'effectif total est N = 80, alors la médiane est le centre de l'intervalle formé par la 40ème et la 41ème modalité de même valeur 111. Donc la médiane est 111.

Or : il y a 10 élèves qui ont obtenu 111 points.

Donc l'on ne peut décider s'ils seront récompensés, les 10 élèves qui ont obtenu 111 points.

2. Déterminons si l'élève A sera finalement récompensé.
Calculons la moyenne et la comparer à la note de l'élève A.

Points	98	100	105	108	109	110	**111**	114	118	120	125	130	150	175	Total
Effectif	9	7	5	7	5	4	10	6	7	6	3	6	4	1	80
Produit	882	700	525	756	545	440	1110	684	826	720	375	780	600	175	9118

On a : Moyenne $= \frac{9118}{80} = 113{,}975$ points, comme $111 < 113{,}975$

Donc l'élève A ne sera pas récompensé.

12 ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur pourrait expliquer, au besoin, l'expression « **somme maximale** » et donner la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	A Koffikro à la fin du mois d'octobre.
Circonstances	Indique pour quelles raisons Ephrem sollicite ses amis ?.	Benombla promet 10% de son gain maximal lors de ses gardes à Ephrem sollicite ses amis pour savoir la somme qu'il pourrait gagner.
Tâche	Que décident de faire Ephrem et ses amis ? Pourquoi ?	Ephrem et ses amis décident d'étudier les systèmes d'équations et d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, pour trouver la somme que pourra gagner sa sœur.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des habiletés

Activité 1 :

- L'objectif de cette activité est d'identifier une équation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et de déterminer une de ses solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- **Réponses aux questions**
  1) La recette générée par les tickets ordinaires est : $1500\ x$
  2) La recette générée par les tickets VIP est : $3500\ y$
  3) L'égalité (E) traduisant la recette totale est : $1500\ x + 3500\ y = 9\ 800\ 000$
  4) a- Pour $x = 1750$ et $y = 2050$, on a : $1500 \times 1750 + 3500 \times 2050 = 9\ 800\ 000$.
     Donc : pour $x = 1750$ et $y = 2050$, (E) est vraie.
     b- Pour $x = 4900$ et $y = 700$, on a : $1500 \times 4900 + 3500 \times 700 = 9\ 800\ 000$.
     Donc : pour $x = 4900$ et $y = 700$, (E) est vraie.
  5) Le couple $(0\ ; y)$ vérifie (E) d'où $x = 0$ et $1500 \times 0 + 3500y = 9\ 800\ 000$. Donc : $y = 2800$.
  6) Par exemple ; pour $x = 42$; $y = 2818$.
     Donc un couple solution de (E) est le couple $(28\ ; 2812)$.

- **Corrigés des exercices de fixation**

Exercice 1 L'égalité 1 et l'égalité 5 sont des équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Exercice 2

On donne l'équation $(E) : 3x + 2y = 8$

a- $3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$ et $3 \times 4 + 2 \times (-2) = 8$ donc les couples $(2\ ; 1)$ et $(4\ ; -2)$ sont des solutions l'équation (E)

b- $3 \times 1 + 2 \times 2 = 7 \neq 8$ donc le couple $(1\ ; 2)$ n'est pas une solution de l'équation (E)

c- Pour $x = -2$; on a : $3 \times (-2) + 2y = 8$; d'où : $y = 7$. Donc un couple solution de (E) $(-2\ ; 7)$.

Activité 2 :

- L'objectif de cette activité est d'identifier un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et de déterminer sa solution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

- **Réponses aux questions**
  1) L'égalité demandée est $x + y = 5000$
  2) Les deux équations sont $(E_1) : x + y = 5000$ et $(E_2) : 1500\,x + 3500\,y = 9\,800\,000$
  3) On a : $3850 + 1150 = 5000$

     et $1500 \times 3850 + 3500 \times 1150 = 5\,775\,000 + 4\,025\,000 = 9\,800\,000$

     donc le couple $(3850\,;1150)$ est solution des deux équations.
- **Corrigés des exercices de fixation**

  Exercice 3

  Le système 3 ; le système 4 et le système 5 sont des systèmes d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

  Exercice 4 : le couple $(-3\,;-4)$ est la solution du système.

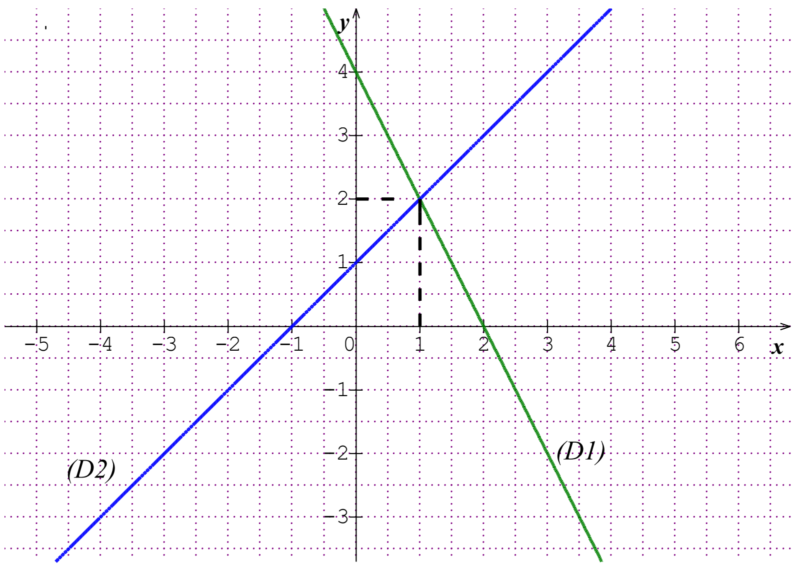
Activité 3 :

- L'objectif de cette activité est de résoudre graphiquement un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Réponses aux questions**

  1) a- $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$

  b- La 1ère équation du système est l'équation de la droite (D_1) et la 2ème est celle de la droite (D_2)

  c-



d- Les deux droites sont sécantes

e- $(1; 2)$

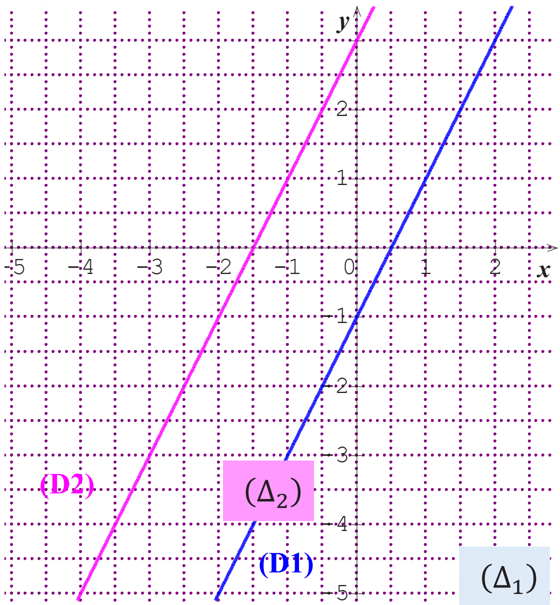
f- $\begin{cases} 2 \times 1 + 2 = 4 \\ 1 - 2 = -1 \end{cases}$ donc le couple $(1; 2)$ est bien solution du système (S_1)

g- la solution du système est le couple $(1; 2)$ car c'est le couple de coordonnées du point d'intersection des deux droites (D_1) : $2x + y - 4 = 0$ et (D_2) : $x - y + 1 = 0$.

2) a- $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

b- La 1ère équation du système est celle de la droite (Δ_1) et la 2ème est celle de la droite (Δ_2)

c-



d- Les deux droites sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur qui est 2

e- le système (S_2) n'a pas de solution car les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles.

3) a- $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

b- Les deux équations sont identiques.

c- Les deux droites sont confondues car elles ont la même équation.

d- Le système (S_3) a une infinité de solutions (les couples de coordonnées de tous les point de la droite d'équation $y = 2x - 1$).

Les couples $(0\,; -1)$ et $(1\,; 1)$ sont des solutions du système (S_3).

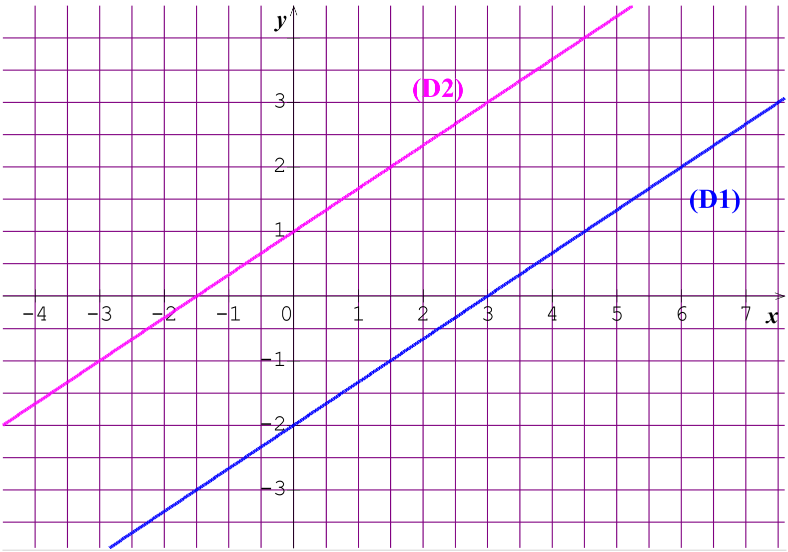
- **Corrigés des exercices de fixation**

Exercice 5

- (S_1) $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 2x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$

Soit (D_1) la droite d'équation $2x - 3y - 6 = 0$ et (D_2) la droite d'équation $2x - 3y + 3 = 0$.

Dans le plan muni d'un repère traçons les deux droites (D_1) et (D_2)



Les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles donc le système (S_1) n'a pas de solution.

- (S_2) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ -4x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ -4x + 2y - 2 = 0 \end{cases}$

En divisant chaque membre de la $2^{ème}$ équation par 2 , on obtient : $2x - y + 1 = 0$.

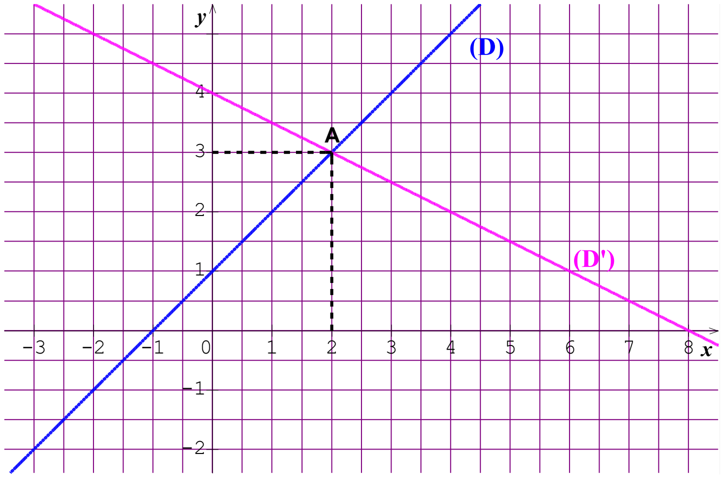
D'où le système (S_2) devient $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ et donc se réduit à l'équation $2x - y + 1 = 0$

Le système (S_2) admet donc plusieurs solutions, les couples de coordonnées $(x\,; y)$ des points de la droite $(D) : 2x - y + 1 = 0$.

Donc dans le plan muni d'un repère tous les couples de coordonnées des points de la droite (D) d'équation $2x - y + 1 = 0$ sont des solutions du système (S_2).

- (S_3) $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$

  Dans le plan muni d'un repère traçons les droites (D) : $x - y + 1 = 0$ et (D') : $x + 2y - 8 = 0$.



Les droites (D) et (D') sont sécantes au point de A de coordonnées (2 ; 3). Donc le couple (2 ; 3).est la solution du système (S_3).

Activité 4 :

- L'objectif de cette activité est de résoudre par substitution un système d'équations du 1$^{\text{er}}$ degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Réponses aux questions**

  On donne le système suivant : (S) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ -3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$

1) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ -3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$
2) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ -3x + 2(2x - 1) - 4 = 0 \end{cases}$
3) L'équation $-3x + 2(2x - 1) - 4 = 0$ permet de trouver $x = 6$
4) $y = 2 \times 6 - 1 = 11$
5) On a : $\begin{cases} 2 \times 6 - 11 - 1 = 0 \\ -3 \times 6 + 2 \times 11 - 4 = 0 \end{cases}$ donc $(6\,;11)$ est la solution du système (S).

- **Corrigés des exercices de fixation**

  Exercice 6

- (S_1) : $\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 3y - 4 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x = 2y - 5 \\ 2(2y-5) + 3y - 4 = 0 \end{cases}$

  (S_1) : $\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 3y - 4 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x = 2 \times 2 - 5 = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

  Donc : la solution du système (S_1) est le couple $(-1\,;2)$.

- (S_2): $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ -3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ -3x + 2(2x-1) - 4 = 0 \end{cases}$

  (S_2): $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ -3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} y = 11 \\ x = 6 \end{cases}$

  Donc : la solution du système (S_2) est le couple $(6\,;11)$.

Activité 5 :

- L'objectif de cette activité est de résoudre par combinaison un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Réponses aux questions**

1)

a – $\begin{cases} 10x + 22y - 2 = 0 \\ -10x - 15y + 30 = 0 \end{cases}$

b – $\dfrac{\begin{cases} 10x + 22y - 2 = 0 \\ -10x - 15y + 30 = 0 \end{cases}}{7y + 28 = 0}$,

On a $7y + 28 = 0$, donc $y = -4$

c – En remplaçant y par -4 dans la 2ème equation, on a : $x = 9$

d – On a : $\begin{cases} 5 \times 9 + 11 \times (-4) - 1 = 0 \\ 2 \times 9 + 3 \times (-4) - 6 = 0 \end{cases}$ donc le couple $(9\,;-4)$ est la solution du système (s).

2)

a- $\begin{cases} 15x + 33y - 3 = 0 \\ -22x - 33y + 66 = 0 \end{cases}$

b – $\dfrac{\begin{cases} 15x + 33y - 3 = 0 \\ -22x - 33y + 66 = 0 \end{cases}}{-7x + 63 = 0}$

On a $-7x + 63 = 0$, donc $x = 9$.

c – En remplaçant x par 9 dans la 2ème équation, on a : $y = -4$

d – Les deux couples sont égaux.

- **Corrigés des exercices de fixation**
  Exercice 7

- (a) $\begin{cases} 7x - 8y - 9 = 0 \\ 4x + 3y + 10 = 0 \end{cases}$

  – On peut multiplier les membres de la 1ère équation par 4 et ceux de la 2ème équation par -7.

  On obtient : $\begin{cases} 28x - 32y - 36 = 0 \\ -28x - 21y - 70 = 0 \end{cases}$

  En additionnant membres à membres les deux équations,
  on obtient l'équation d'inconnu y : $-53y - 106 = 0, \text{d'où } y = -2.$

  – On peut multiplier les membres de la 1ère équation par 3 et ceux de la 2ème équation par 8.

  On obtient : $\begin{cases} 21x - 24y - 27 = 0 \\ 32x + 24y + 80 = 0 \end{cases}$

  En additionnant membres à membres les deux équations,
  on obtient l'équation d'inconnu x : $53x + 53 = 0, \text{d'où } x = -1.$

  Donc la solution du système (a) est le couple $(-1\,;-2)$

- (b) $\begin{cases} 3x + 2y + 8 = 0 \\ 3x - 4y + 20 = 0 \end{cases}$ il est plus aisé de multiplier les membres de la 2ème équation par -1 pour obtenir une équation d'inconnu y. Puis les deux membres de la 1ère équation par 2 pour obtenir une équation d'inconnue x.

  La solution du système (b) est le couple $(-4\,; 2)$

Activité 6 :

- L'objectif de cette activité est d'identifier une inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et de déterminer une de ses solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- **Réponses aux questions**

1) Le coût des poulets en fonction de x est $2500\,x$
   Le coût des pintades en fonction de y est $4000\,y$
2) L'inégalité demandée est : $2\,500\,x + 4\,000\,y \leq 17\,000$
3)
   a- Le coût de 4 poulets et 3 pintades est :
   $2\,500 \times 4 + 4\,000 \times 3 = 22\,000 > 17\,000.$
   Donc il ne peut pas acheter 4 poulets et 3 pintades.
   b- Le coût de 3 poulets et 2 pintades est
   $2\,500 \times 3 + 4\,000 \times 2 = 15\,500 \leq 17\,000.$

Donc il peut acheter 3 poulets et 2 pintades.

c- Le coût de 2 poulets et 3 pintades est $2\,500 \times 2 + 4\,000 \times 3 = 17\,000$ donc il peut donc il peut acheter 2 poulets et 3 pintades.

4) Pour 2 pintades achetés, l'inéquation devient :
$2\,500\,x + 4\,000 \times 2 \leq 17\,000$, Donc : $x \leq 3{,}6$.
Ainsi tout nombre entier naturel inférieur ou égal à 3,6 est solution de l'inéquation.
Par conséquent : pour 2 pintades, il peut acheter $0, 1, 2$ ou 3 poulets.

5) Pour 4 poulets achetés, l'inéquation devient :
$2\,500 \times 4 + 4\,000\,y \leq 17\,000$, Donc : $y \leq 1{,}75$.
Donc : pour 4 poulets il peut acheter 0 ou 1 poulet.

- **Corrigés des exercices de fixation**

Exercice 8 : les inéquations du premier degré sont les inégalités 1 et 5.

Exercice 9 :

On donne l'inéquation (i) : $2x - y > 6$

a- On a : $2 \times 6 - 5 = 7 > 6$ et $2 \times 3 - (-2) = 8 > 6$ donc les couples $(6\,;5)$ et $(3\,;-2)$ sont des solutions l'inéquation (i)

b- On a : $2 \times 4 - 2 = 6$ donc le couple $(4\,;2)$ n'est pas une solution de l'inéquation (i) ;
$2 \times 7 - 10 = 4 < 6$ donc le couple $(7\,;10)$ n'est pas une solution de l'inéquation (i)

c-

1er cas : $x = -5$
En remplaçant x par -5,
on obtient : $2 \times (-5) - y > 6$, d'où :
$y < -16$
Donc tout couple de la forme $(-5; m)$, où m est un nombre réel tel que $m < -16$ est une solution de l'inéquation (i).
Exemples :
$(-5; -17)$ et $(-5; -16{,}53)$ sont solutions de (i).

2ème cas : $y = 3$
En remplaçant y par 3,
on obtient : $2x - 3 > 6$,
d'où $x > 4{,}5$
Donc tout couple de la forme $(n; 3)$, où n est un nombre réel tel que $n > 4{,}5$ est une solution de l'inéquation (i).
Exemples :
$(4{,}7; 3)$ et $(8; 3)$ sont solutions de (i).

Activité 7 :

- L'objectif cette activité est de représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

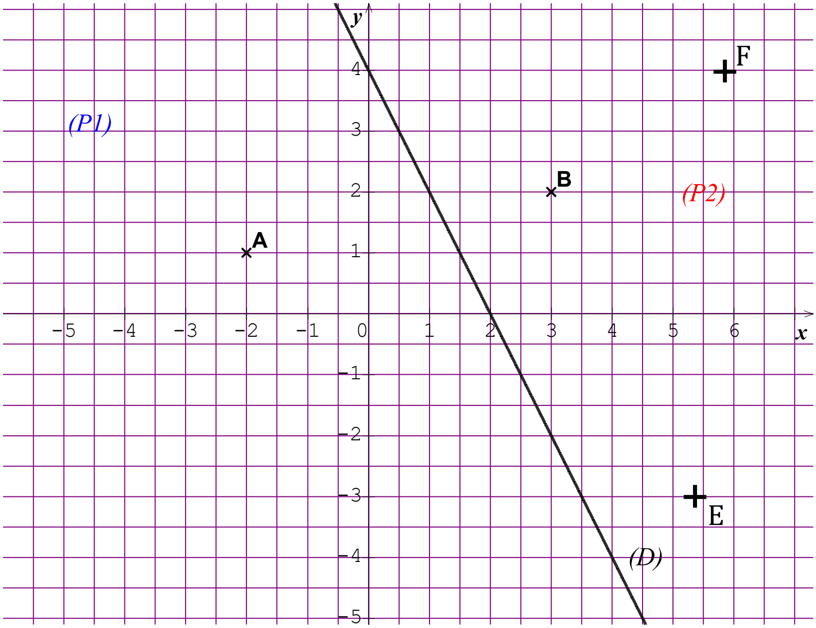
- **Réponses aux questions**

1) a- $2 \times (-2) + 1 = -3 < 4$ donc le couple $(-2\,;1)$ est une solution de (j)

   b- $2 \times 3 + 2 = 8 > 4$ donc le couple $(3\,;2)$ n'est pas solution de (j)

2) $2x + y - 4 < 0$

3)



4) Les points A et B n'appartiennent pas au même demi-plan.

5) a- Soit $\text{E}(2\,;\ -3)$ un point du demi-plan (P_1). On a : $2 \times 2 - 3 < 4$.

   Donc le couple de coordonnées du point E du demi-plan (P_1) est solution de (j).

   b- Soit $\text{F}(2{,}5\,;\ 4)$ un point du demi-plan (P_2). On a : $2 \times 2{,}5 + 4 > 4$.

   Donc le couple de coordonnées du point F du demi-plan (P_2) n'est pas solution de (j).

   c- L'ensemble des solutions de l'inéquation (j) est le demi-plan (P_1).

- **Corrigés des exercices de fixation**

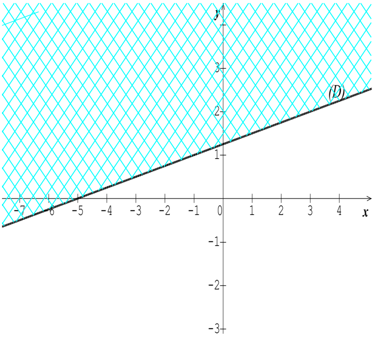
Exercice 10 : La Figure 1 est la représentation graphique de l'ensemble des solutions de l'inéquation(I).

Exercice 11 :

(i_1): $x - 4y + 5 \leq 0$

(D) est la droite d'équation

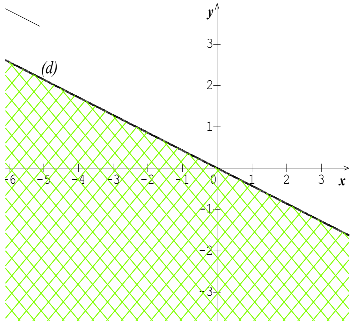
$x - 4y + 5 = 0$



Ici la droite (D) fait partie de la solution car l'inégalité est large (inférieur ou égal)

(i_2): $3x + 7y < 0$

(d) est la droite d'équation $3x + 7y = 0$



Ici la droite (d) ne fait pas partie de la solution car l'inégalité est stricte

Activité 8 : Notion de système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

- L'objectifs de cette activité est d'identifier un système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
  et de déterminer une de ses solutions.
- **Réponses aux questions**

1) $x + y \geq 4$
2) $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ 2\,500\,x + 4\,000\,y \leq 17\,000 \end{cases}$
3) :

Le couple	est une solution du système obtenu ?	Justification
$(4;3)$	*Non*	parce que $4 + 3 \geq 4$ mais $2500 \times 4 + 4\,000 \times 3 > 17000$
$(1;2)$	*Non*	parce que $2500 \times 1 + 4\,000 \times 2 < 17000$ mais $1 + 2 < 4$
$(1;3)$	*Oui*	parce que $2500 \times 1 + 4\,000 \times 3 < 17000$ et $1 + 3 = 4$
$(3;3)$	*Non*	parce que $3 + 3 > 4$ mais $2500 \times 3 + 4\,000 \times 3 > 17000$

$(2\,;3)$	*Oui*	parce que $2500 \times 2 + 4\,000 \times 3 = 17\,000$ et $2 + 3 > 4$
$(3\,;2)$	*Oui*	parce que $2500 \times 3 + 4\,000 \times 2 \leq 17\,000$ et $3 + 2 > 4$
$(5\,;1)$	*Oui*	parce que $2500 \times 5 + 4\,000 \times 1 \leq 17\,000$ et $5 + 1 = 6 > 4$

- **Corrigés des exercices de fixation**

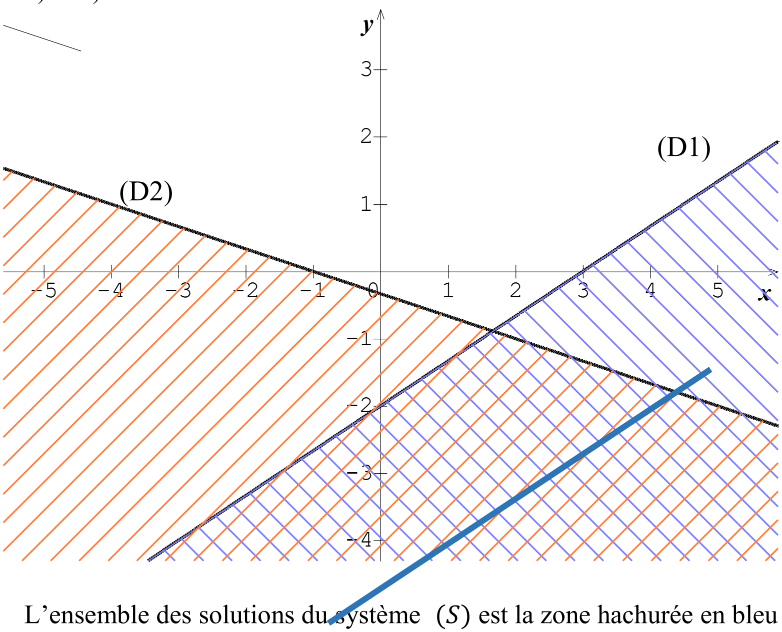
Exercice 12 : Les systèmes 4 et 5 sont des systèmes d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Exercice 13 : C'est le couple $(3\,;\,-3)$ qui est une solution du système

Activité 9 :

- L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- **Réponses aux questions**

1) 2) et 3)



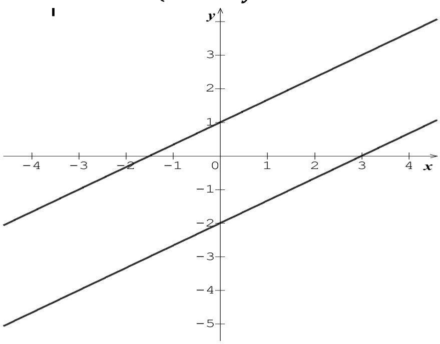
4) L'ensemble des solutions du système (S) est la zone hachurée en bleu et rouge.

- **Corrigés de l'exercice de fixation**

  Exercice 14

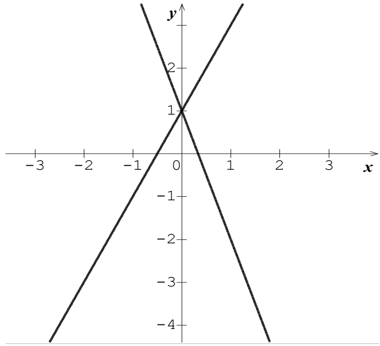
  Représentons graphiquement l'ensemble des solutions de chacun des systèmes ci-dessous :

$$(S_1) : \begin{cases} 2x - 3y - 6 < 0 \\ 2x - 3y + 3 > 0 \end{cases}$$



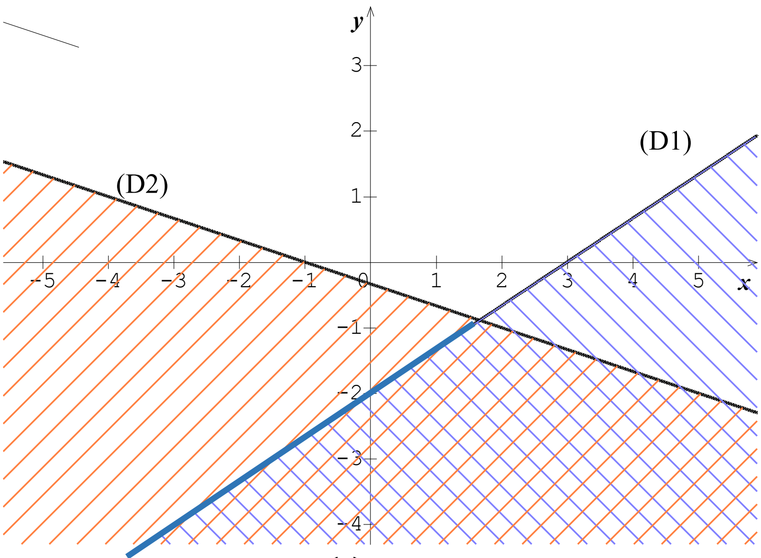
L'ensemble des solutions de (S_1) est en vert

$$(S_2) : \begin{cases} 2x - y + 1 > 0 \\ 3x + y - 1 < 0 \end{cases}$$



L'ensemble des solutions de (S_2) est en bleu

$$(S) : \begin{cases} 2x - 3y - 6 \geq 0 \\ x + 3y + 1 > 0 \end{cases}$$



L'ensemble des solutions du système (S) est la partie du plan hachuré en rouge et bleu.

Activité 10 :

- L'objectif de cette activité est de résoudre un problème par un système de deux équations du 1^er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Réponses aux questions**

1)
   a- $x + y = 32$
   b- $x - 5$
   c- $y - 3$
   d- $2(x - 5) = y - 3$

2) $\begin{cases} x + y = 32 \\ 2(x - 5) = y - 3 \end{cases}$ ce qui donne le système $\begin{cases} x + y - 32 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases}$

3) On trouve $x = 13$ et $y = 19$ donc le couple $(13; 19)$ est la solution du système

4) Il y a actuellement 13 hommes et 19 femmes dans l'entreprise

- **Corrigés de l'exercice de fixation**

Exercice 15

Choix des inconnues :

Désignons par x le nombre tickets de 300 Fcfa et par y le nombre de tickets de 450 Fcfa

Mise en équations et résolution:

450 tickets ont été vendus donc on a : $x + y = 450$

La somme obtenue pour la vente de tous les tickets est : $300\,x + 450\,y$

La recette totale étant de 160 500 Fcfa on a : $300\,x + 450\,y = 160\,500$

On obtient : $\begin{cases} x + y = 450 \\ 300\,x + 450\,y = 160\,500 \end{cases}$. Après résolution on a : $x = 280$ et $y = 170$.

Conclusion : 280 tickets de 300 Fcfa et 170 tickets de 450 Fcfa ont été achetés.

Activité 11 :

- L'objectif de cette activité est de résoudre un problème par un système de deux inéquations du 1^er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- **Réponses aux questions**

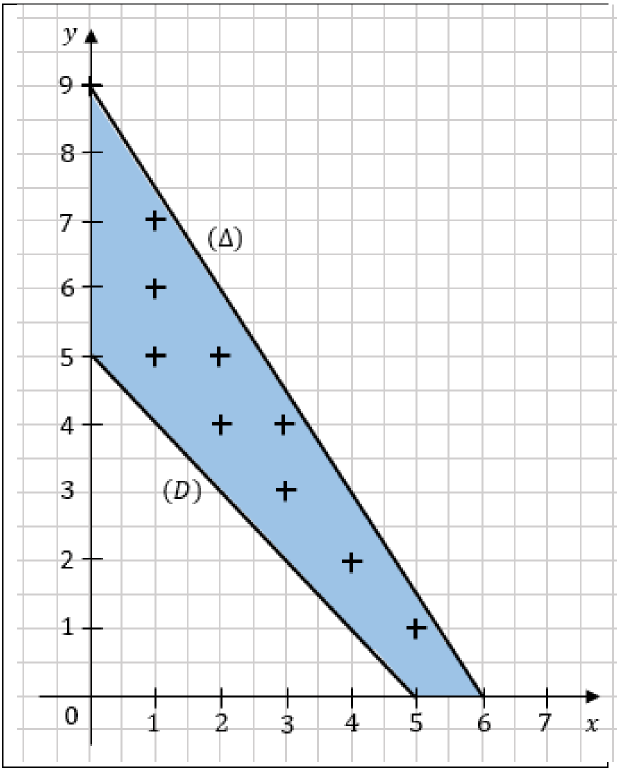
1)
   a- $x + y > 5$
   b- $150\,000\,x + 100\,000\,y < 900\,000$

2) Comme la commande contient toujours les deux sortes d'agrumes le système qui traduit une commande est : $\begin{cases} x + y > 5 \\ 150\,000\,x + 100\,000\,y < 900\,000 \end{cases}$, avec $x > 0$ et $y > 0$.

3) Représentation graphique

$\begin{cases} x + y > 5 \\ 150\,000\,x + 100\,000\,y < 900\,000 \end{cases}$ a les mêmes solutions que $\begin{cases} x + y > 5 \\ 3x + 2\,y < 18 \end{cases}$.

Soient : $(D) : x + y - 5 = 0$ et $(\Delta) : 3x + 2y - 18 = 0$.



L'ensemble des solutions du système est la partie du plan comprise entre les axes du repère et les droites $(D) : x + y - 5 = 0$ et $(\Delta) : 3x + 2y - 18 = 0$.

4) Le système $\begin{cases} x + y > 5 \\ 3x + 2\,y < 18 \end{cases}$ est équivalente à $\begin{cases} x + y > 5 \\ x + y < 9 - \frac{1}{2}x \end{cases}$, soit $5 < x + y < 9 - \frac{1}{2}x$.

Comme l'entreprise commande les agrumes en nombres entiers de tonnes, on a :

Pour $x = 1;\ 4 < y < 7{,}5$ c'est-à-dire $y \in \{5\,; 6\,;\ 7\}$, on a les couples $(1\,;5)$; $(1\,;6)$ et $(1\,;7)$.

Pour $x = 2;\ 3 < y < 6$ c'est-à-dire $y \in \{4\,; 5\,\}$ et on a les couples $(2\,;4)$; $(2\,;5)$.

Pour $x = 3;\ 2 < y < 4{,}5$ c'est-à-dire $y \in \{3\,; 4\,\}$ et on a les couples $(3\,;3)$; $(3\,;4)$.

Pour $x = 4;\ 1 < y < 3$ c'est-à-dire $y \in \{2\,\}$ et on a les couples $(4\,;2)$.

Pour $x = 5;\ 0 < y < 1{,}5$ c'est-à-dire $y \in \{1\,\}$ et on a les couples$(5\,;1)$

Il y a donc 9 possibilités de commandes qui sont :

- ✓ 1 tonne d'oranges et 5 tonnes de mandarines (couple $(1\,;5)$)
- ✓ 1 tonne d'oranges et 6 tonnes de mandarines (couple $(1\,;6)$)
- ✓ 1 tonne d'oranges et 7 tonnes de mandarines (couple $(1\,;7)$)
- ✓ 2 tonnes d'oranges et 4 tonnes de mandarines (couple $(2\,;4)$)
- ✓ 2 tonnes d'oranges et 5 tonnes de mandarines (couple $(2\,;5)$)
- ✓ 3 tonnes d'oranges et 3 tonnes de mandarines (couple $(3\,;3)$)
- ✓ 3 tonne d'oranges et 4 tonnes de mandarines (couple $(3\,;4)$)
- ✓ 4 tonnes d'oranges et 2 tonnes de mandarines (couple $(4\,;2)$)
- ✓ 5 tonnes d'oranges et 1 tonne de mandarines (couple $(5\,;1)$)

4)

a- Il y a 4 possibilités de commander au moins 3 tonnes d'oranges ce sont :

- ✓ 3 tonnes d'oranges et 3 tonnes de mandarines
- ✓ 3 tonne d'oranges et 4 tonnes de mandarines
- ✓ 4 tonnes d'oranges et 2 tonnes de mandarines
- ✓ 5 tonnes d'oranges et 1 tonne de mandarines

b- Il y a 3 possibilités de commander au plus 3 tonnes de mandarines ce sont :

- ✓ 3 tonnes d'oranges et 3 tonnes de mandarines
- ✓ 4 tonnes d'oranges et 2 tonnes de mandarines
- ✓ 5 tonnes d'oranges et 1 tonne de mandarines

Conclusion : La quantité maximale d'agrumes commandée par mois est 8 tonnes, c'est la commande qui contient : 1 tonne d'oranges et 7 tonnes de mandarines.
et la quantité minimale d'agrumes commandée par mois est de 6 tonnes, ce sont les commandes qui contiennent :

- ✓ 1 tonne d'oranges et 5 tonnes de mandarines.
- ✓ 3 tonnes d'oranges et 3 tonnes de mandarines.
- ✓ 5 tonnes d'oranges et 1 tonne de mandarines.

- **Corrigés de l'exercice de fixation**

Exercice 16

Choix des inconnues :

Désignons par x le nombre billes en porcelaine et par y le nombre de billes en acier que Koffi peut acheter.

Mise en équations :

Il veut acheter au moins 8 billes ; on a donc : $x + y > 8$

Le coût total des billes est : $50\,x + 75\,y$

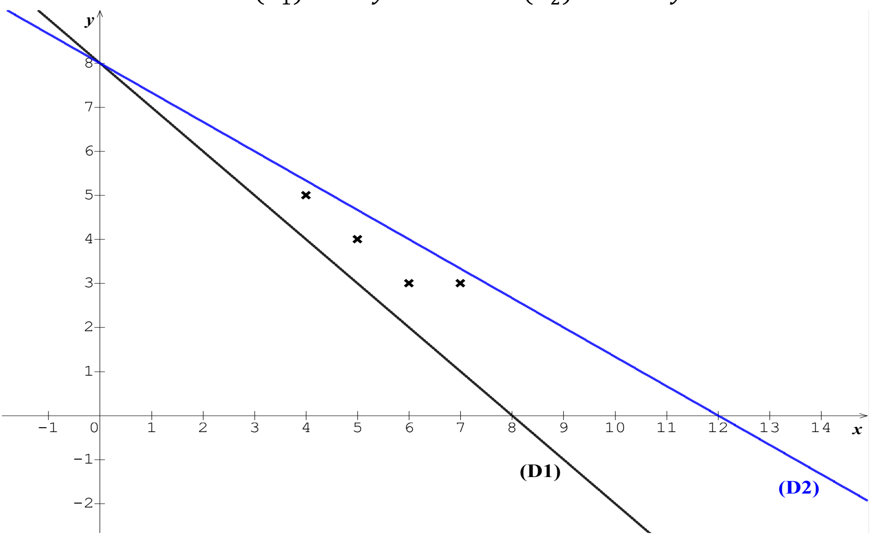
Comme Koffi ne veut pas dépenser tous les 600 F on a : $50\,x + 75\,y < 600$

On obtient : $\begin{cases} x + y > 8 \\ 50\,x + 75\,y < 600 \end{cases}$

Résolutions du système :

$\begin{cases} x + y > 8 \\ 50\,x + 75\,y < 600 \end{cases}$ a les mêmes solutions que $\begin{cases} x + y > 8 \\ 2x + 3y < 24 \end{cases}$

Soient : $(D_1) : x + y - 8 = 0$ et $(D_2) : 2x + 3y - 24 = 0$.



L'ensemble des solutions du système est la partie du plan délimitée par les droites (D_1), (D_1) et l'axe des abscisses.

Retour au problème :

On sait que Koffi achète au moins trois billes de chaque type donc $x \geq 3$ et $y \geq 3$.

De plus le nombre de billes de chaque type est un nombre entier, l'ensemble des solutions est représenté par les points dont les coordonnées sont supérieures ou égales à 3.

Donc les couples solutions sont : $(4 ; 5)$; $(5 ; 4)$; $(6 ; 3)$ et $(7 ; 3)$

Les 4 possibilités qui s'offrent à Koffi sont :

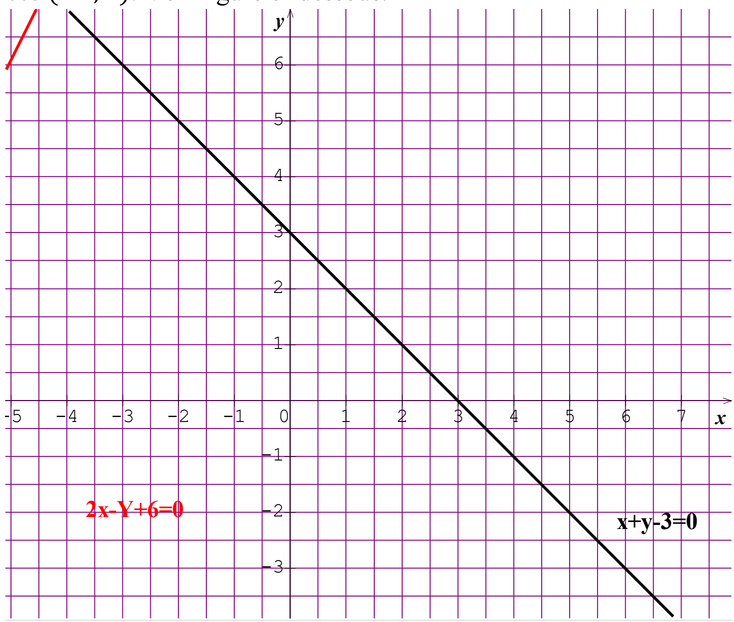
- ✓ 4 billes en porcelaine et 5 billes en acier
- ✓ 5 billes en porcelaine et 4 billes en acier
- ✓ 6 billes en porcelaine et 3 billes en acier
- ✓ 7 billes en porcelaine et 3 billes en acier

Des questions d'évaluation

Question 1 : **Exercices non résolu**

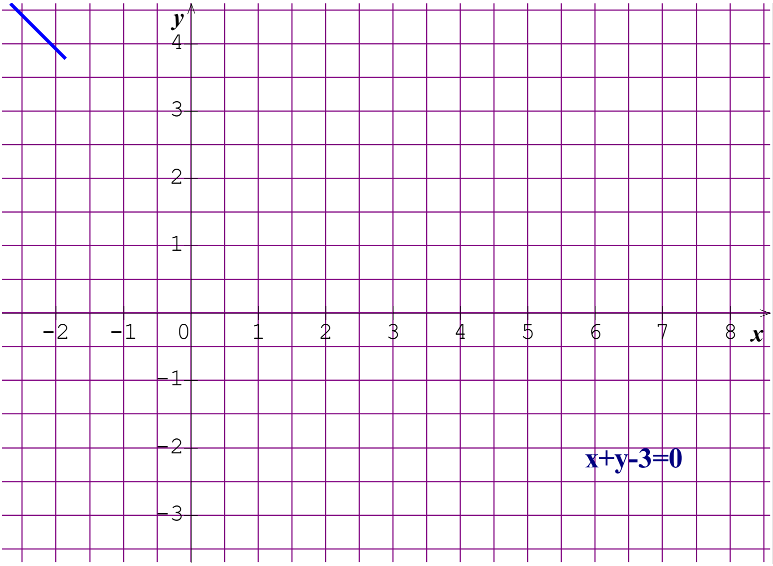
Exercice 1 :

Les droites d'équations $x + y - 3 = 0$ et $2x - y + 6 = 0$ se coupent au point de coordonnées $(-1; 4)$. Voir figure ci-dessous.



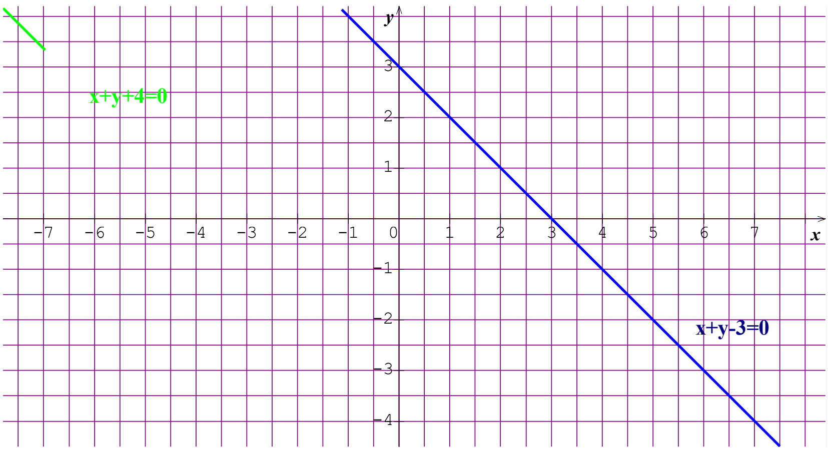
Exercice 2 :

Le système se réduit à l'équation $x + y - 3 = 0$. Donc l'ensemble des solutions est l'ensemble des couples de coordonnées des points de la droite d'équation $x + y - 3 = 0$. (Voir figure ci-dessous).



Exercice 3 : Le système peut s'écrire $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = -x - 4 \end{cases}$

Les droites d'équations $y = -x + 3$ et $y = -x - 4$ sont parallèles, donc le système n'a pas de solution.



Question 2 : **exercice non résolu**
Ici il est plus aisée d'exprimer y en fonction de x dans la 1ère équation
La solution est le couple : $\left(\frac{5}{11}; \frac{7}{11}\right)$.
Question 3 : exercice non résolu
La solution est le couple : $(-6; 3)$.

Question 4 : exercice non résolu
Désignons par x le nombre d'amis et y le coût du repas. on obtient :
$$\begin{cases} 2\,400\,x = y - 100 \\ 2500\,x = y + 500 \end{cases}$$
La solution est le couple : $(6; 14\,500)$. Donc il y a 6 amis et le repas coûte 14 500 F.

Mes séances d'exercices
Exercices de fixation

Exercice 1 : Ce sont les couples $(-1; -1)$ et $(4; 2)$
Exercice 2 :

1) Le couple $(2\,; -1)$ n'est pas solution de (e) parce que $2 \times 2 + 6 \times (-1) + 3 = 1 \neq 0$
$\left(3\,; -\frac{3}{2}\right)$ est une solution de (e) parce que $2 \times 3 + 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = 0$.
2) $x = -\frac{9}{2}$ et $y = -1$.

Exercice 3 : Trois couples solutions sont : $(0\,; -1)$; $(6\,;\ 6)$ et $(-6\,; -8)$.
Exercice 4 : Trois couples solutions sont : $(-1\,; 9)$; $(0{,}5\,; 7)$ et $(3{,}5\,; 3)$.
Exercice 5 : Ce sont les couples $(1\,; 0)$ et $(1\,;\ -1)$
Exercice 6 :

1) $(2\,; -1)$ est une solution de (i) parce que $2 \times 2 + 6 \times (-1) + 3 = 1 > 0$
$\left(3\,; -\frac{3}{2}\right)$ n'est pas solution de (i) parce que $2 \times 3 + 6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = 0$.
2) a- $(x\,;\ -2)$ est une solution de (i) d'où $x > 4{,}5$, et deux valeurs de x sont : 5 et 7.
b- $\left(\frac{3}{2}\,;\ y\right)$ est une solution de (i) d'où $y > -1$ et deux valeurs de y sont : $-\frac{1}{2}$ et 3.

Exercice 7:

cinq couples solutions sont : $\left(3\,;\frac{1}{2}\right)$; $(3\,;\,-1)$; $(3\,;0)$; $(-3\,;4)$ et $(-2\,;4)$.

Exercice 8 :

a) Solution ; $(3\,;-1)$

b) Solution : $(-3\,;-3)$

c) Solution : $(0\,;3)$

d) Pas de solution

Exercice 9 :

a) Solution : $\left(2\,;\frac{3}{5}\right)$

b) Solution : $\left(\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$

c) Solution : $\left(\frac{6}{23}\,;\frac{8}{23}\right)$

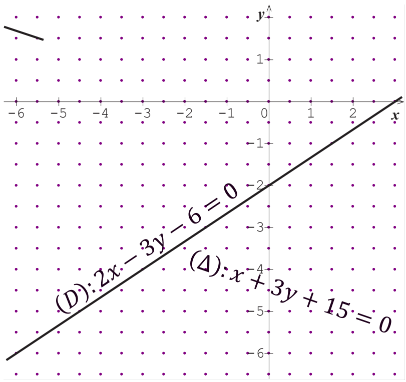
d) Solution : $(-3\,;2)$

Exercice 10 :

a) Solution : $\left(-\frac{31}{7}\,;-\frac{6}{7}\right)$	b) Solution : $\left(\frac{5}{18}\,;-\frac{8}{9}\right)$
d) Solution : $\left(\frac{12}{5}\,;-\frac{69}{5}\right)$	c) Solution : $\left(-\frac{115}{2}\,;-\frac{85}{2}\right)$

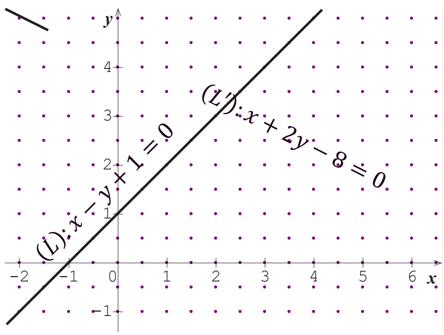
Exercice 11 :

a)



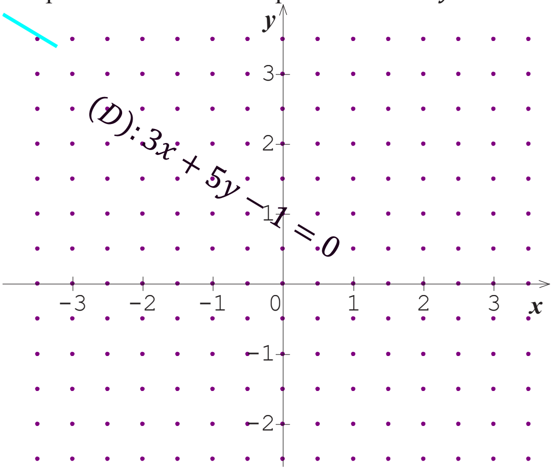
Solution : $(-3\,;-4)$.

c)



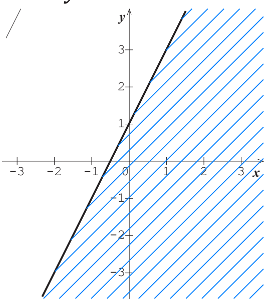
Solution : $(2\,;3)$

d) Il y a une infinité de solutions : c'est l'ensemble des couples de coordonnées des point de la droite d'équation $3x + 5y - 1 = 0$

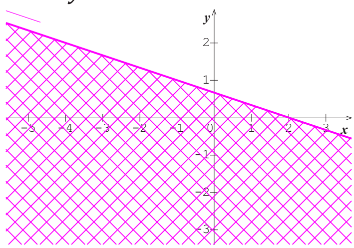


Exercice 12 :

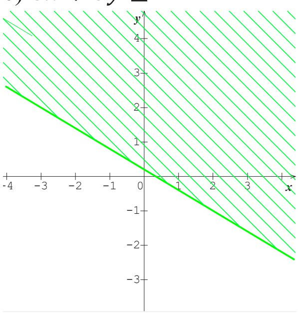
a) $2x - y + 1 > 0$



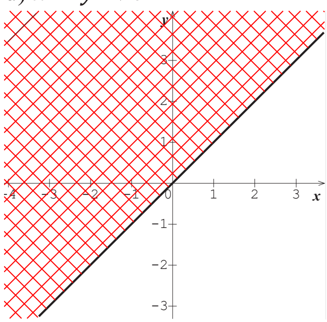
b) $x + 3y - 2 \leq 0$



c) $3x + 5y \geq 1$

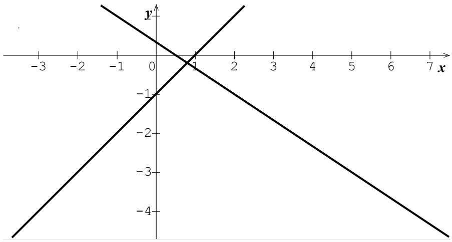


d) $x - y < 0$

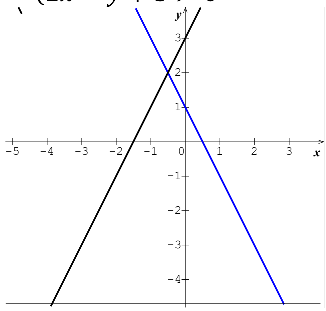


Exercice 13 :

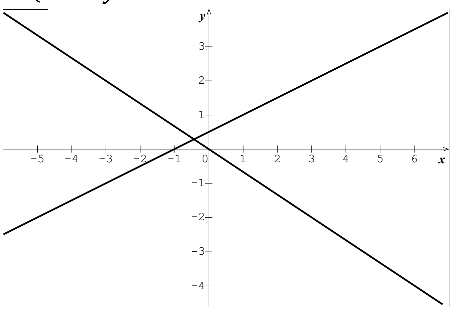
a) $\begin{cases} 2x + 3y - 1 < 0 \\ x - y > 1 \end{cases}$



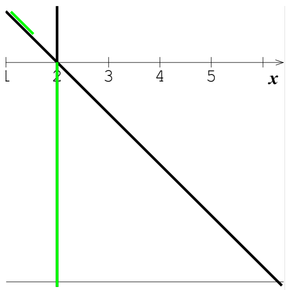
b) $\begin{cases} 2x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 3 > 0 \end{cases}$



c) $\begin{cases} 2x + 3y > 0 \\ x - 2y + 1 \leq 0 \end{cases}$



d) $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$



Exercice 14 :

Soient x le tarif des moins de 15 ans et y celui de ceux de 15 ans et plus on a : $9x + 7y = 6\,200$.

En supposant que les moins de 15 ans paient un tarif plus petit que les 15 ans et plus et que les tarifs sont des multiples entiers de 100, on obtient : $x = 300$ et $y = 500$.

Donc les moins de 15 ans paient 300 F et les 15 ans et plus paient 500 F.

Exercice 15 :

Soit x le premier nombre et y le second, on a l'équation (E) : $3x - \frac{1}{4}y = 13$.

Ces deux nombres sont tels que : le couple $(x\,; 12x - 52)$ où x est un nombre réel, est solution de (E).

Exercice 16 : Soit c le nombre de chameaux et d le nombre de dromadaires, on a : $2c + d = 152$

Exercice 17 :
Soit c le nombre de chemises et t le nombre de tee-shirts, on a :$3\,500\,c + 2\,800\,t < 15\,000$

Exercice 18 : Soit x le premier nombre et y le second, on a : $2x \geq y - 2$

Exercice 19 : Soit g le nombre de garçons et f le nombre de filles, on a :

$2g + 3f \leq 132$

Exercice 20 : Soit k l'argent économisé par Koffi et a celui de Akolet, on a :
$k - 1\,500 > a + 600$
Exercice 21 : On dénombre 28 dromadaires et 62 chameaux.

Exercice 22 : Le tarif adulte est de 4 000 F et le tarif enfant est de 2 500 F.

Exercice 23 : Honoré avait 7 billes blanches et 3 billes jaunes avant les dons de ses deux frères.

Exercice 24 : Srandan a eu 62 voix et Sikafouais a eu 38 voix

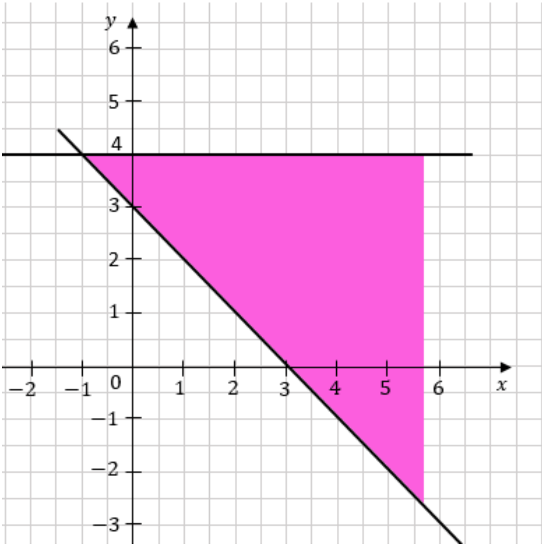
Exercice 25 :
Le problème se traduit par $\begin{cases} x - 5y = 4 \\ x - 6y + 2 = 0 \end{cases}$.
Donc : Il y a 6 places par table et 34 personnes.

Exercice 26 et 27 :
Indications :
- Utiliser une des méthodes de résolution par combinaison ou par substitution.
- Comme il n'y a pas de méthode imposée, il convient d'utiliser la méthode par combinaison pour trouver une des inconnues et reporter la valeur trouvée dans l'une des équations pour trouver l'autre inconnue.

Exercice 28
Indication : Ecrire les inéquations sous la forme $ax + by + c < 0$, puis représenter graphiquement l'ensemble des solutions.

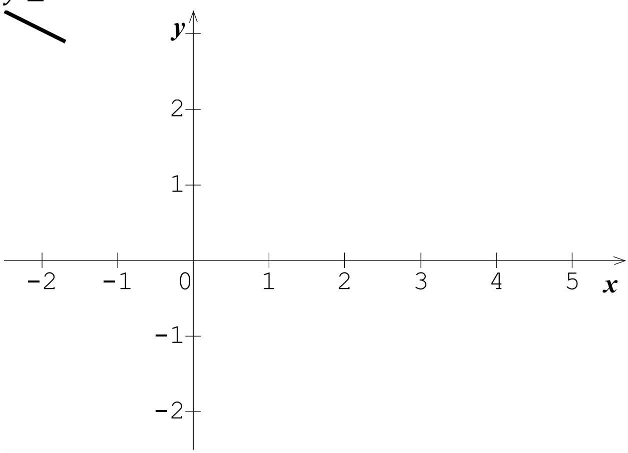
Exercice 29
a) $\begin{cases} y < 4 \\ x + y - 3 > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} < \frac{x}{3} + \frac{y}{2} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} > \frac{x}{4} + \frac{y}{3} \end{cases}$



Il n'y pas de solution parce que ce système est équivalent à $\begin{cases} x - y < 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$; ce qui est manifestement impossible car un nombre réel ne peut être à la fois strictement positif et strictement négatif.

c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \end{cases}$



Exercice 30 : Désignons par L la longueur et par l la largeur, le problème conduit au système : $\begin{cases} L + l = 55 \\ L - l = 5 \end{cases}$ dont la solution est : (30 ; 25).

Donc : La longueur du terrain est de 30 m et sa largeur de 25 m

Exercice 31 : Désignons par x le nombre de bonbons de Pierre et par y celui de Paul, le problème conduit au système : $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - y - 3 = 2(x-1) \end{cases}$ dont la solution est : $(5\,;7)$.

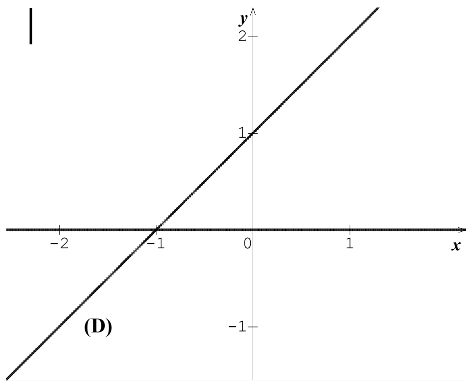
Donc : Pierre a 5 bonbons et Paul en a 7.

Exercice 32 : Désignons par x la longueur du côté du grand carré et par y celle du côté du petit carré.

le problème conduit au système : $\begin{cases} x - y = 10 \\ x + y = 50 \end{cases}$ dont la solution est : $(30\,;20)$.

Donc : le côté du grand carré mesure $30\ m$ et celui du petit carré $20\ m$.

Exercice 33:



Par lecture graphique ,$x < 0$, $y > 0$ et la droite (D) a pour coefficient directeur 1 et pour ordonnée à l'origine 1, d'où une équation de (D) est $x - y + 1 = 0$.

Donc le système dont l'ensemble des solutions est la représentation graphique ci – contre est : $\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$

Situation d'évaluation :

Exercice 34

1. a) $4x + 3y = 55$

   b) $3x + 4y = 57$

   c) Le problème conduit au système $\begin{cases} 4x + 3y = 55 \\ 3x + 4y = 57 \end{cases}$ et on trouve : $x = 7$ et $y = 9$.

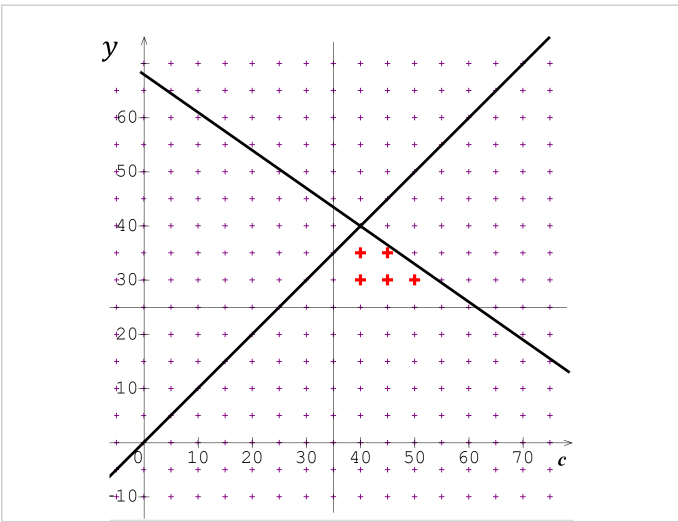
2. Notons t le temps de remplissage du bassin, on a : $7t + 9t = 320$ d'où $t = 20$
   Il faut donc 20 heures pour remplir le bassin.
3. Akolet arrive à 7 heures et il lui faudra 20 heures pour remplir le bassin. Or il ne dispose que de 11h de temps de remplissage avant la coupure d'eau (de 7h à 18h).
   Akolet n'aura donc pas le temps de remplir le bassin avant la coupure d'eau à 18 heures.

Exercice 35 :

1. a- $c > p$
   b- $3\,500\,c + 5\,000\,p < 340\,000$
2. le système est $\begin{cases} c > p \\ 3\,500\,c + 5\,000\,p < 340\,000 \\ c > 35 \\ p > 30 \end{cases}$. Il est équivalent au système

$$\begin{cases} c - p > 0 \\ 7c + 10p < 680 \\ c > 35 \\ p > 30 \end{cases}$$

3. L'ensemble des solutions du système est en bleu ciel ci-dessous



4. Le couples solutions sont les couples de coordonnées $(x; y)$ des points marqués en rouge sur la figure ci-dessus qui sont tels que :
    - $x > 35$,
    - $y \geq 30$;
    - x et y étant des multiples de 5

    Ce sont les couples :
    - $(40\ ;\ 30)$ soit 40 chemises et 30 pantalons
    - $(40\ ;\ 35)$ soit 40 chemises et 35 pantalons
    - $(45\ ; 30)$ soit 45 chemises et 30 pantalons
    - $(45\ ;\ 35)$ soit 45 chemises et 35 pantalons
    - $(50\ ; 30)$ soit 50 chemises et 30 pantalons
5. La commande comportant le plus de chemises possibles est celle comportant 50 chemises et 30 pantalons

13 APPLICATIONS AFFINES

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où ou quand se déroule la scène?	A Bouaké à l'occasion d'une campagne de promotion d'accès à internet.
Circonstance	Quel est le problème auquel sont confronté les élèves?	Les élèves ne sont pas tous d'accord sur la formule à proposer aux parents.
Tâche	Que décident-ils de faire ?	Ils initient des recherches sur les applications affines pour trouver la meilleure formule en fonction du temps de connexion.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des habiletés

Activité 1 :

- L'objectif de cette activité est de définir une application affine.
- **Réponses aux questions**

a) Pour 7 kg elle paye : $350 \times 7 + 2\,000 = 4\,450$ F.
b) Pour 13,5 kg elle paye : $350 \times 13{,}5 + 2\,000 = 6\,750$ F.
c) Pour x kg elle paye: $350 \times x + 2\,000 = 350x + 2\,000$ F.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 1

Application affine	f	h	j	k	m
Coefficient	7	9	8	$-\frac{9}{11}$	-15
Terme constant	4	25	0	0	-100

Activité 2 :

- L'objectif de cette activité est de calculer l'image d'un nombre et un nombre connaissant son image par une application affine.
- **Réponses aux questions**

1) Pour calculer l'image de 5 par f, on remplace x par 5 dans l'égalité $f(x) = 7x + 11$,
puis on effectue le calcul : $f(5) = 7 \times 5 + 11 = 46$. Donc $f(5) = 46$.

2) Pour déterminer le nombre réel u tel que $f(u) = -3$, on résout l'équation $f(u) = -3$ et on détermine u. On a : $f(u) = -3$ d'où $7u + 11 = -3$. Donc : $u = -2$.

Corrigé de l'exercice de fixation

Exercice 2

1) $f(-1) = 4 \times (-1) - 3 = -7$; $f(0) = 4 \times 0 - 3 = -3$; $f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \times \frac{1}{4} - 3 = -2$

$f(10) = 4 \times 10 - 3 = 37$.

2) L'image de 2 par f est $f(2)$ avec $f(2) = 4 \times 2 - 3 = 5$. Donc : l'image de 2 par f est 5.

3) $f(u) = 0$ d'où $4u - 3 = 0$. Donc : $u = \frac{3}{4}$.

Activité 3 :

- L'objectif de cette activité est de déterminer une application affine connaissant deux nombres réels et leurs images.
- **Réponses aux questions**

1) On sait que $f(x) = ax + b$ où a est le coefficient et b le terme constant.
   On a : $f(u) = au + b$ et $f(v) = av + b$
   D'où $f(u) - f(v) = (au + b) - (av + b) = a(u - v)$
   Comme $u \neq v$; $a = \dfrac{f(u) - f(v)}{u - v}$.
2) De $f(u) = au + b$, on déduit que $b = f(u) - au$.
   Ou bien de $f(v) = av + b$, on déduit que $b = f(v) - av$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 3

On sait que : $a = \dfrac{f(6) - f(1)}{6 - 1}$ et $b = f(6) - 6a$.

D'où : $a = \dfrac{-3 - 2}{6 - 1} = -1$ et $b = -3 - 6 \times (-1) = 3$

Donc f est l'application affine définie par : $f(x) = -x + 3$

Activité 4 :

- L'objectif de cette activité est de définir une application linéaire.
- **Réponses aux questions**

a) Pour 7 kg elle paye : $500 \times 7 = 3\,500$ F.
b) Pour 18,5 kg elle paye : $500 \times 18{,}5 = 9\,250$ F.
c) Pour x kg elle paye: $500 \times x = 500x$ F.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 4

  Les applications linéaires sont j et k de coefficients respectifs 8 et $\dfrac{-9}{11}$.

Activité 5 :

- L'objectif de cette activité est de déterminer une application linéaire connaissant un nombre et son image.
- **Réponses aux questions**

  On sait que : $h(u) = au$, d'où $a = \dfrac{h(u)}{u}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 5

  On sait que : h est une application linéaire d'où $a = \frac{h(-4)}{-4} = -\frac{3}{4}$.

  Donc : h est l'application linéaire définie par : $h(x) = -\frac{3}{4}x$

Activité 6 :

- L'objectif de cette activité est de démontrer les propriétés de linéarité.
- **Réponses aux questions**

  1. a) $f(u) = au, f(v) = av$ et $f(u+v) = a(u+v)$.

     b) $f(u) + f(v) = au + av = a(u+v)$ et $f(u+v) = a(u+v)$.

     Donc $f(u) + f(v) = f(u+v)$.

  2. a) $f(ku) = a(ku)$ et $k \times f(u) = k \times au$.

     b) $f(ku) = a(ku) = aku$ et $k \times f(u) = k \times au = aku$.

     Donc : $f(ku) = k \times f(u)$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 6

  $f(0{,}5) = f(-3{,}5 + 4) = f(-3{,}5) + f(4)$. Donc : $f(0{,}5) = -7 + 8 = 1$.

  $f(-7) = f(2 \times (-3{,}5)) = 2 \times f(-3{,}5)$. Donc : $f(-7) = 2 \times (-7) = -14$.

Activité 7 :

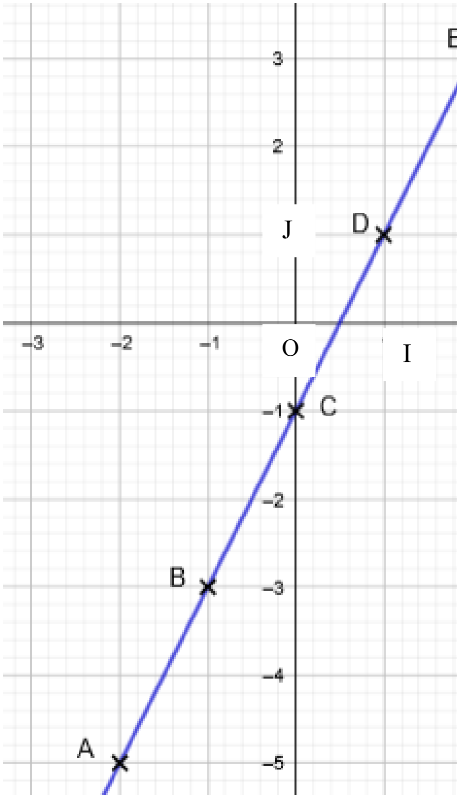
- L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement une application affine.
- **Réponses aux questions**

1)

x	-2	-1	0	1	3
$f(x)$	-5	-3	-1	1	5

2)

3) Je constate que les points A, B, C, D et E appartiennent à une même droite.



- **Corrigé de l'exercice de fixation**

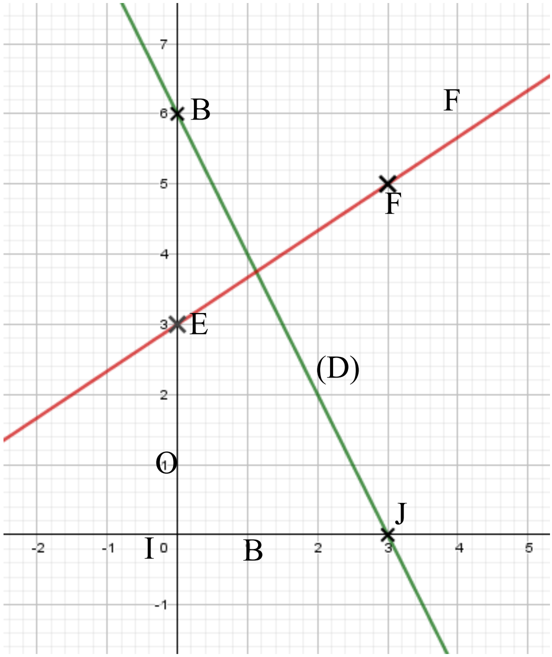
  Exercice 7

$f(x) = 6 - 2x$

	A	B
x	0	3
$f(x)$	6	0

$g(x) = \frac{2}{3}x + 3$

	E	F
x	0	3
$g(x)$	3	5



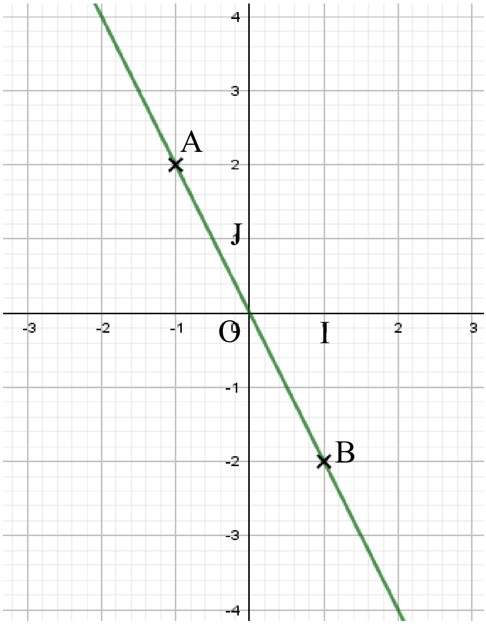
Activité 8 :

- L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement une application linéaire.
- **Réponses aux questions**

  1) *h* étant une application affine, sa représentation graphique est une droite

	x	y
A	-1	2
B	1	-2

La représentation graphique de *h* est la droite (AB)

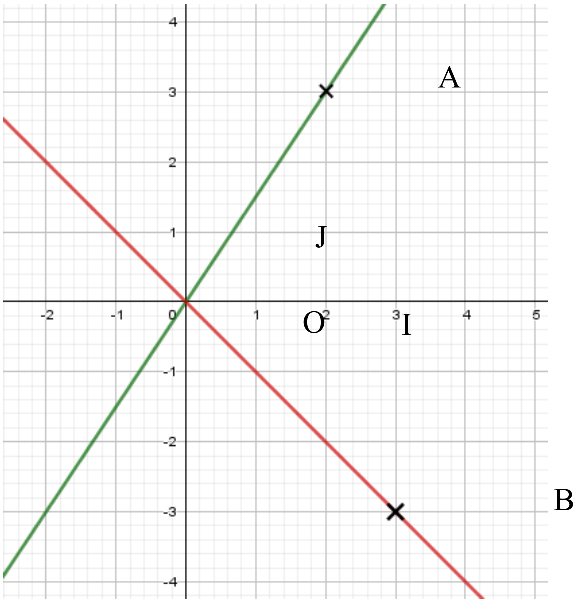


2) On a $f(0) = 0$, donc le point O(0 ; 0) appartient à la représentation graphique de h

- **Corrigé de l'exercice de fixation**
  Exercice 8

$f(x) = \frac{3}{2}x$		
	x	$f(x)$
A	2	3

$g(x) = -x$		
	x	$g(x)$
B	3	-3



Activité 9 :

- L'objectif de cette activité est d'étudier le sens de variation d'une application affine.
- **Réponses aux questions**

1) $u \leq v$ et $a < 0$	2) $u \leq v$ et $a = 0$	3) $u \leq v$ et $a > 0$
$au \geq av$	$au = av$	$au \leq av$
$au + b \geq av + b$	$au + b = av + b$	$au + b \leq av + b$
$f(u) \geq f(v)$	$f(u) = f(v)$	$f(u) \leq f(v)$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 9 : 1 – A ; 2 – C ; 3 – B ; 4 – B ; 5 – A

Activité 10 :

- L'objectif de cette activité est de déterminer par une lecture graphique l'image d'un nombre réel donné et un nombre réel dont on connait l'image par une application affine donnée.
- **Réponses aux questions**
  1) Par lecture graphique, l'ordonnée de A est 3. On en déduit que $f(-1) = 3$.
  2) Par lecture graphique, l'abscisse de B est 2. Donc le nombre x tel que $f(x) = -3$ est 2.

- **Corrigé de l'exercices de fixation**

  Exercice 10

  a. $f(-2) = 1$; $f(0) = 2$ et $f(1) = 2,5$.

  b. Le nombre réel x tel que $f(x) = 0$ est -4.

  c. Le nombre réel x tel que $f(x) = 2$ est 0.

Activité 11 :

- L'objectif de cette activité est de déterminer l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique.
- **Réponses aux questions**

  1) L'ordonnée à l'origine de la droite (D) est -2

     Le coefficient directeur de la droite (D) est 3

  2) Une équation de la droite (D) est : $y = 3x - 2$. Donc tout point M de la droite (D) a pour couple de coordonnées $(x\,;\ 3x - 2)$.

     Or la droite (D) est la représentation graphique d'une application affine f.

     C'est donc l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\ f(x))$.

     Par identification : $f(x) = 3x - 2$.

  Remarques :

  – Le coefficient directeur de la droite (D) est le coefficient de l'application affine f.

  – L'ordonnée à l'origine de la droite (D) est le terme constant de l'application affine f.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 11

  1) Par lecture graphique, le coefficient de f est 2 et son terme constant est 3.

     Donc $f(x) = 2x + 3$.

  2) Par lecture graphique, le coefficient de g est -1 et son terme constant est 0.

     Donc $g(x) = -x$.

Des questions d'évaluation

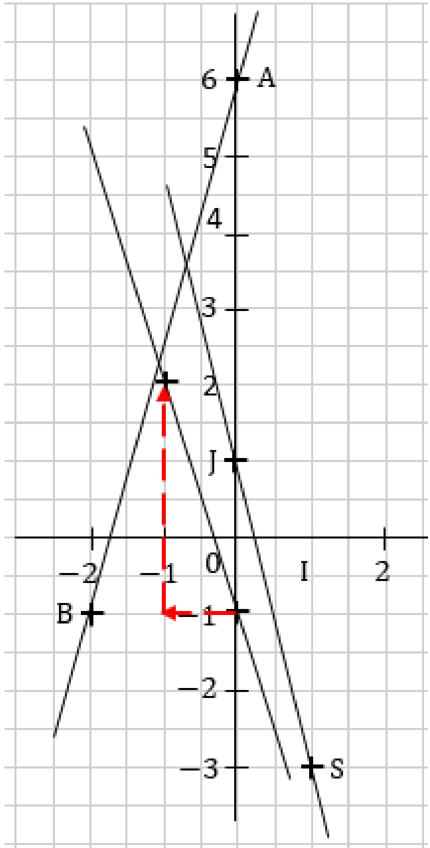
Question 1 : Exercice non résolu

La représentation graphique de *f* est la droite passant par les points A(0 ; 6) et B(−2, −1)

La représentation graphique de g est la droite de coefficient directeur −3 et d'ordonnée à l'origine −1.

La représentation graphique de *h* est la droite passant par les points J(0 ; 1) et S(1 ; −3)

(Voir figure ci- contre).



Question 2 : Exercice non résolu

1) g est croissante car son coefficient 0,01 est positif..

2) On a : $-\pi < \frac{2}{3} < \sqrt{3}$

< 2020 et g est croissante.

Donc : $g(-\pi) < g\left(\frac{2}{3}\right) < g(\sqrt{3})$

$< g(2020)$.

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b, la correspondance qui à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax + b$.

Exercice 2

$f(x) = 5x - 2$; $g(x) = 1 - 15x$; $i(x) = 2002$;

$k(x) = \frac{7}{8}x + \frac{1}{9}$ et $m(x) = -12{,}5x - 0{,}02$

Exercice 3

Le coefficient de f est 2020 et son terme constant est 2021

Le coefficient de g est $\frac{1}{3}$ et son terme constant est – 1

Le coefficient de h est 0 et son terme constant est $\sqrt{7}$

Le coefficient de i est $-\frac{9}{5}$ et son terme constant est $\frac{60}{5}$

Le coefficient de j est $-\sqrt{3}$ et son terme constant est 0

Le coefficient de k est –1,9 et son terme constant est –13,8

Exercice 4

1) $f(2) = -13$; $f(3) = -18$; $f(0) = -3$.

2) $g(5) = -6$; $g(6) = -8$; $g(0) = 4$.

Exercice 5

1) $f(2) = -8$; $f(-3) = 17$; $f(0) = 2$.

2) L'image de 4 est $f(4) = -18$.

3) Le nombre x tel que : $f(x) = \frac{5}{3}$ d'où $2 - 5x = \frac{5}{3}$. Donc : $x = \frac{1}{15}$

Exercice 6

1) $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$; $f\left(\frac{1}{3}\right) = -4$; $f\left(-\frac{4}{3}\right) = -9$ $f\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{5}{4}$

2) $f(x) = 8$ pour $x = \frac{13}{3}$

Exercice 7

$a = \dfrac{f(3) - f(-1)}{3-(-1)} = \dfrac{3}{4}$ et $b = f(-1) - \dfrac{3}{4} \times (-1) = \dfrac{1}{4}$. Donc : $f(x) = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{7}{4}$

Exercice 8

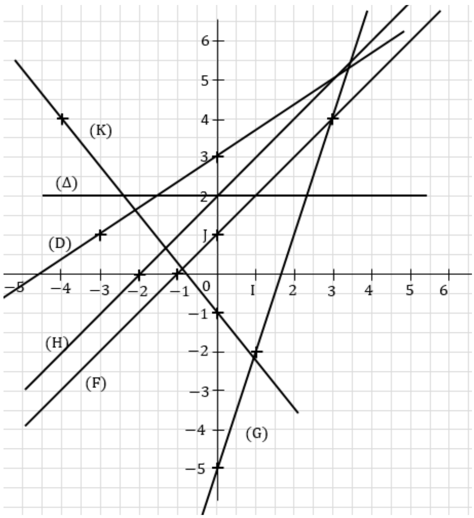
1) $f(x) = 55$ (fonction constante)
2) $g(x) = -x + 3$

Exercice 9

Parmi ces applications, celles qui sont affines sont *g*, *h* et *u* car leurs représentations graphiques sont des droites.

Exercice 10

(F), (G), (H), (Δ), (D) et (K) sont les représentations graphiques respectives de *f*, g, *h*, *i*, *j* et *k*



Exercice 11

1)

$f(2) = -1{,}5$	$f\left(-\dfrac{5}{2}\right) = \dfrac{3}{4}$	$f(-2) = \dfrac{1}{2}$
$f(-4) = \dfrac{3}{2}$	$f(-3) = 1$	$f\left(\dfrac{3}{2}\right) = -\dfrac{5}{4}$

2) $f(0) = -\dfrac{1}{2}$ et $f(1) = -1$

Exercice 12

1) La représentation graphique de *f* est (D)
2) La représentation graphique de g est (L)
3) La représentation graphique de *h* est (Δ)

Exercice 13

$f(x) = 3$; $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$; $h(x) = \frac{3}{2}x - 5$; $k(x) = -2x + 3$

Exercice 14

a) *f* est croissante ; b) g est décroissante ; c) *h* est croissante ; d) *k* est constante

Exercice 15

$g(x) = -5x$; $i(x) = \sqrt{3}\,x$; $k(x) = \frac{8x}{7}$

Exercice 16

1) *f*(5) = 6 ; *f*(- 1,2) = - 1,44 ; *f*(0) = 0 ; *f*(100) = 120.
2) *f*(*x*) = 2 400 pour *x* = 2000 ; *f*(*x*) = – 45 pour $x = -37{,}5$.

Exercice 17

1) Le coefficient de g est $-0{,}4$
2) g(10) = –4 ; g(–5) = 2 et g(1) = –0,4.
3) g (–25) = 10 ; g (12,5) = –5 et g(–1) = 0,4.

Exercice 18

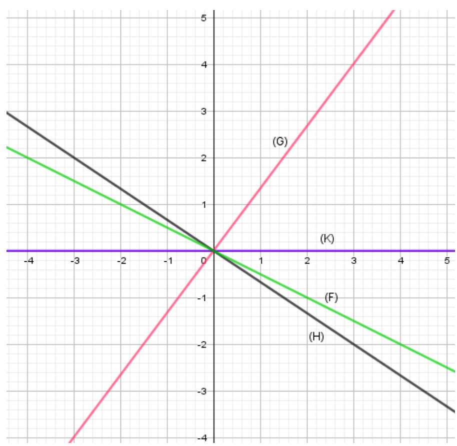
(F) et (G) représentent des applications linéaires car ce sont des droites qui passent par l'origine du repère.

Exercice 19

$f(x) = 3x$; $g(x) = -1{,}5x$; $h(x) = -\frac{1}{2}x$; $k(x) = \frac{2}{5}\,x.$

Exercice 20

(F), (G), (H) et (K) sont les représentations graphiques respectives de *f*, g, *h* et *k*



Exercice 21

1) $f(x) = \frac{3}{4}x$; 2) $g(x) = \frac{1}{4}x$.

Exercice 22

a) $f(-5) = f(2 \times (-2{,}5)) = 2 \times f(-2;5) = -14{,}4$;

b) $f(10) = f(-4 \times (-2{,}5)) = -4 \times f(-2;5) = 28{,}8$;

c) $f(25) = f(-10 \times (-2{,}5)) = -10 \times f(-2;5) = 72$

Exercice 23

a) g(13) = g(4 + 9) = g(4) + g(9) = $-0{,}975$

g(5) = g(9 + (–1×5)) = g(9) + (–1)× g(5) = $-0{,}375$;

b) • g(18) = g(2 × 9) = 2 × g(9) = $-1{,}35$

• g(18) = g(13 + 5) = g(13) + g(5) = $-1{,}35$

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 24

1. $b = 5$ **2.** $a = 2$ **3.** 11. **4.** $\frac{1}{2}$ **5.** $\frac{1}{2}$ **6.** $\frac{1}{2}$ **7.** $x = -\frac{7}{2}$

Exercice 25

1.b) ; 2.d) ; 3.c) ; 4.b) ; 5.a)

Exercice 26

a. $f(0) = 3$; $f(1) = 5$; $f(-4) = -5$; g(0) = 0 ; g(1) = −1 ; g(−4) = 4

b. −1,5 a pour image 0 par f 0 a pour image 0 par g

−1 a pour image 1 par f −1 a pour image 1 par g

−3,5 a pour image −4 par f 4 a pour image −4 par g

Exercice 27 :

On peut déterminer $f(x) = 3x - 2$ ou utiliser la relation :

$$\frac{f(u) - f(v)}{u - v} = \frac{f(x) - f(u)}{x - u}$$

On obtient :

x	-1	1	2	5	8	$-\frac{5}{3}$
$f(x)$	-5	1	4	8	22	-7

Exercice 28

1) f est une fonction linéaire lorsque $m = 0$.

2) f est une fonction constante lorsque $m = 2$.

3) $f(3) = 1$ lorsque $m = \frac{7}{5}$.

4) f est décroissante lorsque $m < 2$.

Exercice 29

1.c) ; 2.b) ; 3.d) ; 4.d) ; 5.b) ; 6.c) ; 7.c) ; 8.d) ; 9.

Exercice 30

1) $p(x) = 4x$ et $a(x) = x^2$.

2) p est une application linéaire et une application affine.
a n'est ni une application linéaire ni une application affine.

Exercice 31

1) $p(x) = 2x + 14$ cm et $a(x) = 7x$ cm^2.
2) p n'est pas une application linéaire mais est une application affine.
a est une application linéaire et une application affine.

Exercice 32

1. Les droites (ST)et (SR)ont le même coefficient directeur

$$\frac{5+17}{0-11} = \frac{5-21}{0+8} = -2.$$

D'où les droites (ST) et (SR) sont confondues, donc les points S ; R et T sont alignés.

2. La représentation graphique de h est la droite qui passe par les points R et S, or les points S ; R et T sont alignés.

Donc le point T (− 8 ; 21) appartient à la représentation graphique de f.

Exercice 33

$h(x) = ax + b,$ avec $a = \dfrac{-3-(-1)}{3-(-3)} = -\dfrac{1}{3}$ et $b = -1 - (-3) \times \left(-\dfrac{1}{3}\right) = -2$

D'où : $h(x) = -\dfrac{1}{3}x - 2,$ or $h(1) = -\dfrac{7}{3}$ et $-\dfrac{7}{3} \neq -2,$

Donc le point C(1 ; − 2) n'appartient pas à la représentation graphique de h.

Exercice 34

1) $f(x) = 6{,}5x + 145$
2) a) Le prix à payer un achat de 750 g est : $6{,}5 \times 750 + 145 = 5020$ F.
b) $6{,}5x + 145 = 5995$ donne $x = 900$ g.

Exercice 35

Soit p le prix d'une place, x le nombre de séances et a le montant de l'abonnement.

La somme payée est $f(x) = px + a$.

Comme $f(3) = 1600$ et $f(5) = 2200$ alors $p = 300$ et $a = 700$.

Donc le prix d'une place est 300 F et le montant de l'abonnement est 700 F.

Exercice 36

1) La population de l'année suivante est : $p(x) = x + 0{,}02x = 1{,}02x$.

2) 1 an après : $p_1(x) = 1{,}02x$

2 an après : $p_2(x) = 1{,}02 \times 1{,}02x = (1{,}02)^2x$.

3 an après : $p_3(x) = 1{,}02 \times (1{,}02)^2x = (1{,}02)^3x$.

4 an après : $p_4(x) = 1{,}02 \times (1{,}02)^3x = (1{,}02)^4x$.

5 an après : $p(x) = (1{,}02)^5x$;

Donc au bout de 5 ans, on aura $1{,}02^5 \times 100\,000$ soit environ 110 408 habitants.

Exercice 37

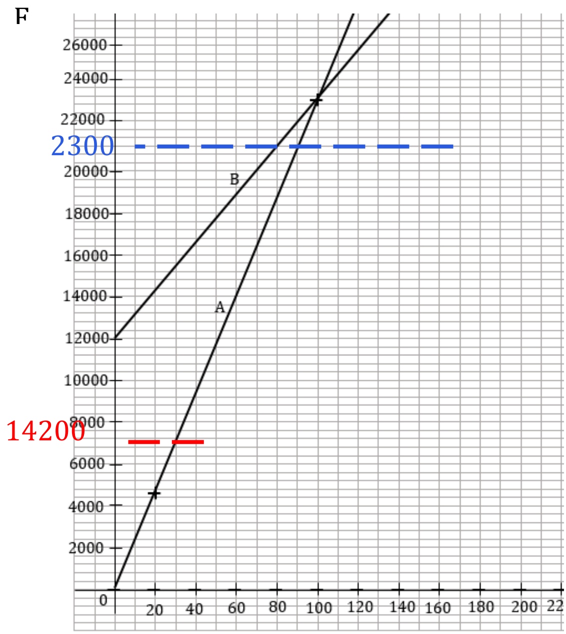
Soit x cette population il y a 30 ans.

La population aujourd'hui est : $p(x) = x - 0{,}15x = 0{,}85x$

Pour : $p(x) = 289$; $x = 340$.

Sa population il y a trente ans était de 340 habitants.

Exercice 38



b) Pour 20 km, le transporteur le moins cher est A et
pour 350 km le transporteur le moins cher est B.

c) Lorsque $0 < x < 100$, le coût minimum est $C_A(x) = 230x$ et
lorsque $x > 100$, le coût minimum est $C_B(x) = 110x + 12\,000$.

Situations d'évaluation

Exercice 39

1) $f(t) = 0{,}3t + 20$

2) En 2020, on a $t = 20$. L'astronaute aura $0{,}3\times20 + 20 = 26$ ans

$f(t) = 25$ donne $t = 16{,}66$. Il aura 25 ans au cours de l'année 2016

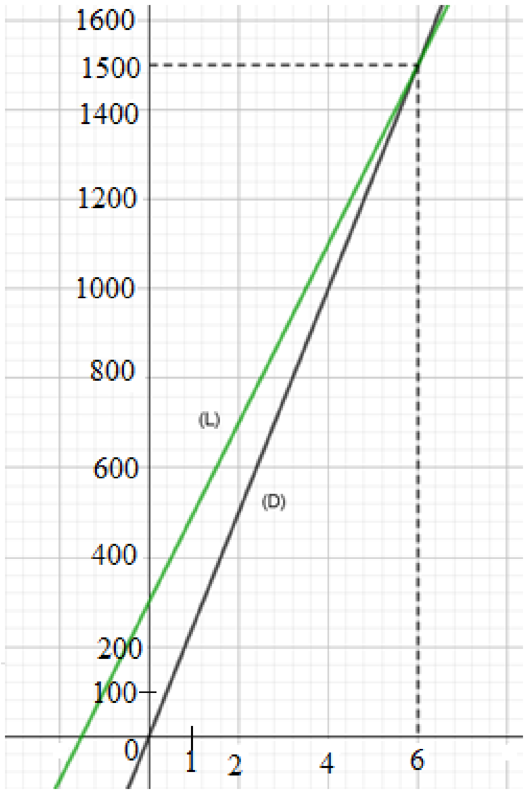
$f(t) = 30$ donne $t = 33{,}33$. Il sera revenu au cours de l'année 2033. Son fils aura 33 ans.

Exercice 40

1) La vitesse de Zago est 250 m/min et celle de Amoin est 200 m/min.

2) $g(x) = 250x$ et $f(x) = 200x + 300$.

(D) est la représentation graphique de g et (L) celle de f.



3) Zago mettra 6 min pour rattraper Amoin à 1500 m du départ des garçons.

14 PYRAMIDES ET CÔNES

Situation d'apprentissage

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de troisième. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut pas parler de contexte, circonstance et de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants	**Exemples de questions possibles**	**Réponses possibles des élèves**
Contexte	Où et quand se déroule la scène?	-La scène se déroule dans un lycée. à la veille de la rentrée scolaire
Circonstance	Quel est le problème auquel le président du COGES est confronté ?	Le président du COGES veut connaître le volume du bassin pour en déterminer la durée de remplissage.
Tâche	Que décident-ils de faire les élèves?	Les élèves décident de faire une étude approfondie des solides en forme de pyramides et cônes.

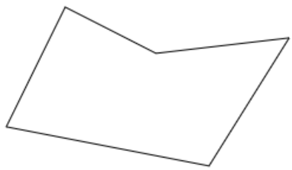
Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par les élèves pour faire faire la synthèse de la situation et annoncera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

Découverte des activités

Activité 1

- L'objectif de cette activité est de décrire une pyramide quelconque d'une part et une pyramide régulière d'autre part.
- **Réponses aux questions**

  1)



1) Ce sont les figures 3 et 5.
2) La hauteur de la pyramide est la perpendiculaire au plan de la base et passe par le centre de cette base.

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

  Exercice 1

Figures	Sommet	Base	Arêtes latérales	Faces latérales
Fig.1	S	ABCD	[SA] ; [SB] ; [SC] : [SD].	SAB ; SAD .SBC ; SBD.
Fig.2	O	KLMNJ	[OL] ; [OM] ; [ON] : [OK] : [OJ]	JON ; JOK. ; LOK ; MON ; MOL

Activité 2

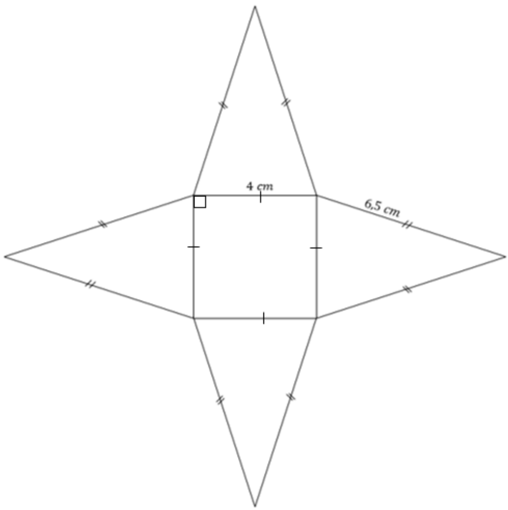
- L'objectif de cette activité est de construire un patron d'une pyramide régulière.
- **Réponse aux questions.**

1) Ce sont les figures 1 et 2.

2) Construction d'un patron de pyramide régulière SABCD.

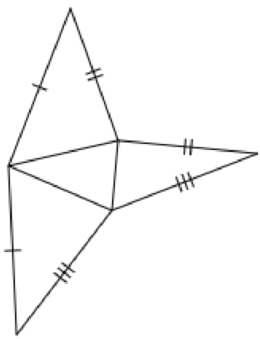
- On construit un carré de 4 cm de côté ;
- On construit sur chaque côté de ce carré un triangle isocèle de côtés 4 cm ; 6,5 cm et 6,5 cm de côtés.
- On obtient le patron ci-dessous:

  On peut enfin découper et assembler pour obtenir la pyramide souhaitée.



- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 2



Activité 3

- L'objectif de cette activité est de décrire un cône de révolution.
- **Réponses aux questions**

1) En faisant tourner un triangle ABC rectangle en B autour d'un des supports des côtés de l'angle droit, on obtient un cône de révolution.
2) Le côté [AB] décrit sa base et [AC] décrit sa surface latérale.
3) Son disque de base a pour rayon est AB et sa hauteur est BC.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 3

Les cônes de révolution sont b et d.

Activité 4

- L'objectif de cette activité est de construire le patron d'un cône de révolution.
- **Réponses aux questions**

1) La longueur du cercle (C) est : $2\pi r$.
2) La longueur de l'arc $\widehat{AB}$ est : $\frac{a\pi g}{180}$.
3) On a : $2\pi r = \frac{a\pi g}{180}$, donc : $360r = ag$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 4 : a) Vrai ; b) Faux ; c) Faux ; d) Faux ; e) Vrai.

Activité 5

- L'objectif de cette activité est d'établir une relation entre l'aire latérale, le périmètre de la base et l'apothème d'une pyramide régulière.
- **Réponses aux questions**

1) En utilisant la propriété de Pythagore dans le triangle SEB rectangle en E. On a : $SE = 4$.

2) Aire (BCS) = $\frac{1}{2} \times BC \times ES = \frac{1}{2} \times 6 \times 4cm^2 = 12cm^2$.

3) Aire de la pyramide régulière est : $A_l = 12 \times 4cm^2 = 48cm^2$.

4) On a : $A_l = \frac{P \times a}{2} = \frac{6 \times 4 \times 4}{2} cm^2 = 48cm^2$.

5) Aire totale = $A_l + aire(ABCD) = 48cm^2 + 6^2 cm^2 = 84cm^2$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 5

1) $A_l = a(c+d)$; $A_T = A_l + AB \times BC = a(c+d) + cd$

2) $A_l = 2ac$; $A_T = A_l + AB^2 = 2ac + c^2 = c(2a+c)$

Activité 6

- L'objectif de cette activité est d'établir une relation entre l'aire latérale, le périmètre de la base et l'apothème (génératrice) d'un cône de révolution.
- **Réponses aux questions**

1) On sait que : $360° \times r = a° \times R$, donc : $r = \frac{a° \times R}{360°}$

2) En raison de la proportionnalité entre l'aire du secteur angulaire et la mesure de l'angle au

   centre de ce secteur, on a : $\frac{A_l}{a°} = \frac{\pi R^2}{360°}$, donc : $A_l = \frac{a° \pi R^2}{360°}$.

3) On a : $A_l = \frac{a\pi R^2}{360°} = \pi r R$ et $\frac{P \times a}{2} = \frac{2\pi r R}{2} = \pi r R$, donc : $A_l = \frac{P \times a}{2}$.

4) $A_T = A_l + \pi r^2$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 6 : $A_l = \pi r g$ et $A_T = \pi r(g+r)$.

Activité 7

- L'objectif de cette activité est d'établir une relation entre le volume, l'aire de la base et la hauteur d'une pyramide régulière.

- **Réponses aux questions**

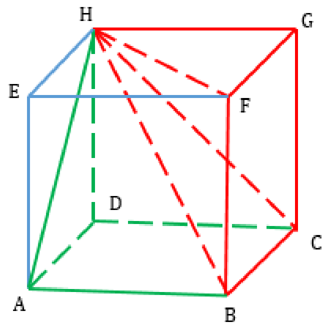
1) Tracés des pyramides HABCD, HCBFG, HABFE

On obtient :

La pyramide, HCBFG en rouge.

La pyramide, HABCD en rouge et vert.

La pyramide, HABFE en rouge ; vert et bleue.



2) L'assemblage de ces trois pyramides permet d'obtenir le cube et elles sont identiques. (elles possèdent des bases identiques et des hauteurs de même longueur).

3) $\mathcal{V} = a^3$; où a est l'arête du cube.

4) $V = \frac{1}{3} \times a^3 = \frac{1}{3} \times a^2 \times a = \frac{1}{3} \times B \times h$, avec $B = a^2$ et $h = a$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7

1) $V = \frac{1}{3} AB \times BC \times h = \frac{1}{3} cdh$.

2) $V = \frac{1}{3} AB^2 \times h = \frac{1}{3} c^2 h$.

Exercice 8

Solide	Aire de la base (en cm^2)	Hauteur (en cm)	Volume (en cm^3)
Pyramide à base carrée	9	6	18
	20,25	9	60,75
	36	10	120

Activité 8

- L'objectif de cette activité est de connaître le volume d'un cône de révolution
- **Réponses aux questions**

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 9

Solide	Aire de la base (en cm^2)	Hauteur (en cm)	Volume (en cm^3)
Cône de révolution	25π	6	50
	5,7	66,1	40π
	9π	6	18π

Activité 9

- L'objectif de cette activité est de :
  - établir le coefficient de réduction entre les longueurs des arrêtes d'une pyramide régulière donnée et celles de la pyramide obtenue après sa section par un plan parallèle à sa base.
  - Identifier le tronc de cette pyramide régulière obtenu après la section.

- **Réponses aux questions**
  1) On applique la conséquence de la propriété de Thalès dans chacune des faces latérales de la pyramide régulière pour obtenir les égalités demandées.
  2) En prenant les égalités ci-dessus deux par deux, on applique la propriété relative à l'égalité de deux quotients.
  3) ABCD est un carré qui a ses côtés de même longueur, donc $kAB = kBC = kCD = kAD$ .D'où le quadrilatère IJKL a également ses côtés de même longueur.
     Il en résulte que IJKL est un losange.
  4) SIJKL est une pyramide régulière à base le carré IJKL.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

  Exercice 10 : b) ; 2) c) ; 3) a)

Activité 10

- L'objectif de cette activité est d'établir les propriétés de réduction d'aire et de volume d'un tronc de pyramide régulière.
- **Réponses aux questions**

1) $k = \dfrac{IJ}{AB} = \dfrac{JK}{BC} = \dfrac{KL}{DC} = \dfrac{SI}{SA}$

2) $\dfrac{A'}{A} = \dfrac{IJ^2}{AB^2} = \left(\dfrac{IJ}{AB}\right)^2 = \left(\dfrac{kAB}{AB}\right)^2 = k^2$

3) a) $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\frac{1}{3} \times IJ^2 \times SO'}{\frac{1}{3} \times AB^2 \times SO} = k^2 \times \dfrac{SO'}{SO} = k^2 \times \dfrac{kSO}{SO} = k^3$, donc $V' = k^3 V$

   a) On a : $V_T = V - V' = V - k^3 V = \left(1 - k^3\right) V$

   b) On a :$A_T = A_l - A'_l = (1 - k^2) A_l$

- **Corrigé de l'exercice de fixation.**

  Exercice 11 : 1. C ; 2. B ; 3. B ; 4. A ; 5. C.

Activité 11

- L'objectif de cette activité est de :
- établir le coefficient de réduction entre les longueurs d'un cône de révolution donnée et celles du cône de révolution obtenu après sa section par un plan parallèle à sa base.
- Identifier le tronc de ce cône de révolution obtenu après la section.
- **Réponses aux questions**

1) $SC = kSA$; $SD = kSB$; $ID = kOD$.
2) La section est un disque de centre I et de rayon ID.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 12 : 1) a) ; 2) c)

Activité 12

- L'objectif de cette activité est d'établir les propriétés de réduction d'aire et de volume d'un tronc cône de révolution.
- **Réponses aux questions**

1) $\dfrac{A'}{A} = \dfrac{\pi IJ^2}{\pi OA^2} = \left(\dfrac{IJ}{OA}\right)^2 = \left(\dfrac{kOA}{OA}\right)^2 = k^2$

2) a) On a :

$$V' = \frac{1}{3}\pi IJ^2 \times IS = \frac{1}{3}\pi \times (kOA)^2 \times (kSO) = k^3 \times (\frac{1}{3}\pi OA^2 \times SO) = k^3 V$$

.

b) On a : $V_T = V - V' = V - k^3V = \left(1-k^3\right)V$

c) On a :$A_T = A_l - A'_l = (1-k^2)A_l$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

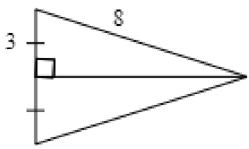
Exercice 13 : 1) b) ; 2) a) ; 3) c).

Des questions d'évaluation

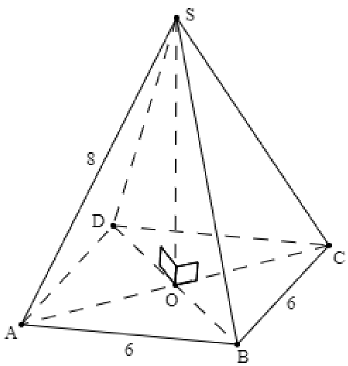
Question 1 : exercice non corrigé

1) Réalise un patron de cette pyramide

2) On trouve, en cm², une aire totale de $36+12\sqrt{55}$.

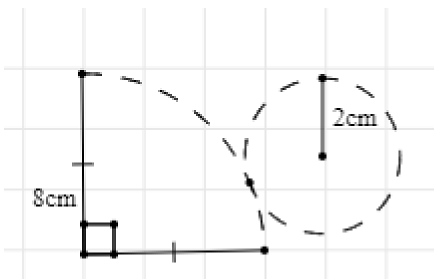


3) On trouve, en cm³, un volume de $12\sqrt{46}$.



Question 2 : exercice non corrigé.

1) Réalise le patron du cône après avoir trouvé la mesure de l'angle de développement qui **est** 90°.



2) On trouve, en cm², une aire totale de 20π .

3) On trouve, en cm³, un volume de $\frac{8}{3}\pi\sqrt{15}$.

Question 3 : exercice non corrigé.

1) L'aire latérale du tronc de cône s'obtient à l'aide de la relation :

$A_T = (1 - k^2)A_l$.

On a : $A_T = \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2\right) \times \pi \times 3 \times 5 = 9{,}6\pi\ cm^2$.

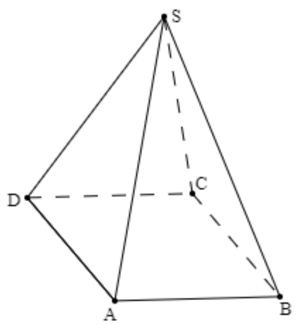
2) Le volume du tronc de cône s'obtient à l'aide de la relation $V_T = (1 - k^3)V$.

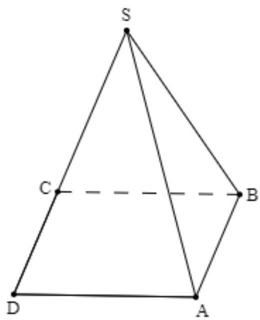
On a : $V_T = \left(1 - \left(\frac{3}{5}\right)^3\right) \times 12 = 9{,}408\ cm^3$

Mes séances d'exercices

Exercices de fixation

Exercice 1





Exercice 2

a) La pyramide IABCD a pour base le carré ABCD et pour hauteur 4 cm.

b) La pyramide OEFGH a pour base le carré EFGH et pour hauteur 2 cm.

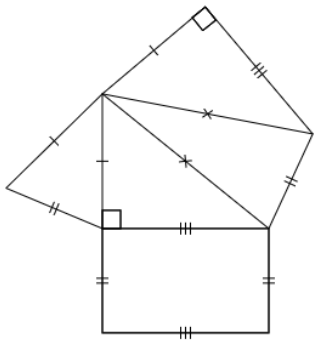
c) La pyramide ABCGH a pour base le carré BCGH et pour hauteur 6 cm

d) La pyramide EGHCD a pour base le carré HGCD et pour hauteur 4 cm.

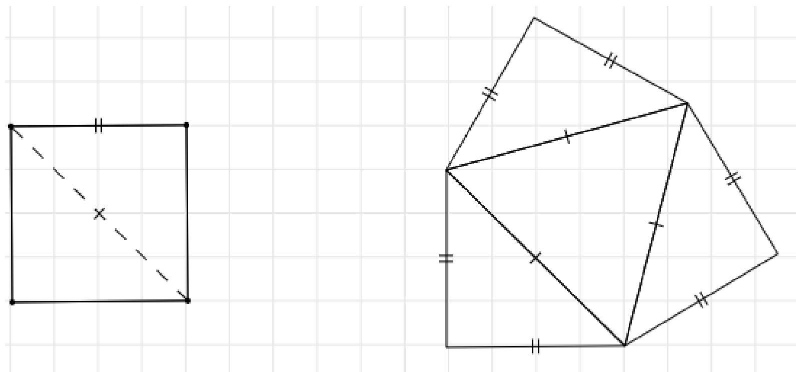
Exercice 3

Les figures 2 et 3

Exercice 4



Exercice 5



Exercice 6

- On construit un carré de 3,5 cm de côté ;
- On construit sur chaque côté de ce carré un triangle isocèle de 3,5 cm ; 5 cm et 5 cm de côtés.

Exercice 7

a) Le sommet est U, le rayon de la base est OT, la génératrice est [UT].

b) Le sommet est T, le rayon de la base est OU, la génératrice est [UT].

Exercice 8

Utilise la propriété réciproque de la propriété de Pythagore pour justifier que le triangle EKR est rectangle en E et le triangle EFG n'est pas rectangle. Donc celui qui engendre un cône de révolution est le triangle EKR. Une génératrice est [KR].

Exercice 9

Les figures b et c.

Exercice 10

g	6	18	36
r	$\frac{2}{3}$	3	6
$a°$	40°	60°	60°

Exercice 11

C'est la figure a après avoir vérifié l'égalité de longueur.

Exercice 12

On calcule la mesure de l'angle de développement. On trouve 135° avant de réaliser le patron de cône.

Exercice 13

Pyramides	P1	P2	P3	P4
h	6	9	7	9
L	4	5	6	3
l	3	3	2,5	6
Aire de la base	12	15	15	18
Volume	24	45	35	54

Exercice 14 : On trouve h = 6 cm.

Exercice 15 : 1) a) ; 2) b).

Exercice 16

	P1	P2	P3
Périmètre de la base	20	24	8
Apothème	10	6	14
Aire latérale	100	72	56

- Pour la pyramide P1, l'aire totale 124 cm^2.
- Pour la pyramide P2, l'aire totale 108 unités d'aire.

Exercice 17

Cônes de révolution	C1	C2	C3	C4
Hauteur de la base	6,4	9,3	12,5	24,31
Rayon de la base	3,5	2,4	10,74	4,9
Aire de la base	$12,25\pi$	18,1	362,4	$24,01\pi$
Volume	$26,13\pi$	56,11	1510	611

Exercice 18 : On trouve R= 18 cm

Exercice 19

	C1	C2	C3
Rayon de la base	3	2	6
Longueur d'une génératrice	4	5	10
Aire latérale	12π	10π	60π
Aire totale	21π	14π	96π

Exercice 20 : On trouve $90\pi cm^2$ comme aire totale du cône.

Exercice 21

- Le coefficient de réduction est $k = \dfrac{SE}{SA} = \dfrac{3}{8}$.
- La section est un rectangle de de dimensions 1,875 cm et 1,5cm.

Exercice 22

1) La longueur du segment est : $12,5cm \times \dfrac{3}{5} = 7,5cm$.

2) L'aire du triangle est : $625cm^2 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = 225cm^2$.

3) Le volume du solide est : $2250cm^3 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 = 486cm^3$.

Exercice 23 : Le volume du tronc est : $\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3\right) \times 128 = 112 \text{ cm}^3$.

Exercice 24 : L'aire du tronc est : $\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) \times 81 = 45 \text{ cm}^2$.

Exercice 25

- Le coefficient de réduction est : $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{1}{3}$.
- La section est un disque de centre O' et de rayon $\dfrac{1}{3} \times OA = 2cm$.

Exercice 26

- L'aire du tronc de cône est : $\left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2\right) \times 65\pi = 54{,}6\pi \text{ cm}^2$.
- Le volume du tronc de cône est : $\left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^3\right) \times 100\pi = 93{,}6\pi \text{ cm}^3$.

Exercices de renforcement / Approfondissement

Exercice 27

1) Utilise la propriété de Pythagore pour calculer la longueur des diagonales. On trouve :
   AC = BD = 5.
2) La hauteur (SH) est perpendiculaire au plan de la base au point H. Il résulte que les triangles SHA, SHB, SHC et SHD sont rectangles en H.
3) Utilise la propriété de Pythagore pour calculer les longueurs des arêtes latérales. Elles ont pour longueur $\sqrt{10,25}$ cm.

Exercice 28

1) - Les génératrices d'un cône de révolution ont la même longueur, donc le triangle ASB est isocèle en S.
   - Le triangle ASO est rectangle en O car la droite (OS) est la hauteur du cône.
2) Utilise la définition de cosinus de l'angle $\widehat{SAB}$ pour calculer la longueur d'une génératrice, puis la définition sinus de l'angle $\widehat{SAB}$ pour calculer la hauteur (ou utiliser la propriété de Pythagore). On trouve : $\mathrm{AS} = 8$ cm et $\mathrm{SO} = 4\sqrt{3}$ cm.

Exercice 29

1) Utilise la propriété de Pythagore pour calculer OS.
2) Le volume du cône de révolution est $12,5\pi$ cm^3.
3) La mesure de l'angle $\widehat{ASO}$ est 22° par défaut (ou 23° par excès).
4) L'aire de papier nécessaire pour son emballage correspond à l'aire total du cône Donc l'aire de papier nécessaire est : $22,5\pi$ cm^2.

Exercice 30

Le petit cône de révolution est une réduction du grand cône à l'échelle $\frac{1}{2}$.

La hauteur du grand cône de révolution est : $2\sqrt{3}$ dm et son rayon est : 2 dm.

Le volume du seau est : $\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)\times\frac{\pi\times 4\times 2\sqrt{3}}{3}=\frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$ dm^3

$=\frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$ litres .

Exercice 31

1) Utilise la propriété de Pythagore dans les triangles AOB et SAO rectangles en O, pour calculer respectivement les longueurs AB et SA.
2) Le volume de la pyramide est 192 cm^3.
3) Utilise la propriété réciproque de la propriété de Thalès dans le triangle pour justifier que les droites (A'B') et (AB) sont parallèles.
4) Le volume du tronc de la pyramide est : $\left(1-\left(\frac{3}{10}\right)^3\right)\times 192=186{,}816\ \mathrm{cm}^3$

Exercice 32 :

La hauteur du tronc de la pyramide est : $\left(1-\frac{21}{35}\right)\times h=40$, donc : $h=100$ cm.

Exercice 33

1) Le volume du cylindre est : $\pi\times(1{,}8)^2\times 27=87{,}48\pi\ \mathrm{cm}^3$.
2) a) Le volume du cône est : $45\pi\ \mathrm{cm}^3$.

   b) Le volume du tronc de cône est : $35{,}28\pi\ \mathrm{cm}^3$.
3) Le volume d'eau que ce réservoir contient est : $\left(\frac{9}{10}\right)^3\times 35{,}28=25{,}712\ \mathrm{cm}^3$.

Situation d'évaluation

Exercice 35

1) le volume du bassin est : 43,2 m^3 = 43200 litres
2) L'échelle de réduction est $k=\frac{7}{10}$. Le volume d'eau dans ce bassin est : 28382, 4 litres.
3) La durée de remplissage de ce bassin est 31 minutes et 33 secondes.

SUJETS D'EXAMEN

SUJET 1

EXERCICE 1 : 1-C ; 2-A ; 3-C ; 4-B ; 5-B ; 6-A.

EXERCICE 2 ; 1-V ; 2-F ; 3-V ; 4-F

EXERCICE 3 :

1.a) On a : $3^2 = 9$ et $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4 \times 3 = 12$. Comme $9 < 12$ alors $3 < 2\sqrt{3}$.

b) On a : $3 < 2\sqrt{3}$ d'où $3 - 2\sqrt{3} < 0$. Donc $3 - 2\sqrt{3}$ est négatif.

2. $\mathrm{A} = \sqrt{\left(3 - 2\sqrt{3}\right)^2} = \left|3 - 2\sqrt{3}\right|$. or $3 - 2\sqrt{3}$ est négatif donc A

$$= -\left(3 - 2\sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} - 3.$$

3. On a : $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = \left(2\sqrt{3} - 3\right) \times \dfrac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$

$$= \frac{6\sqrt{3} + 12 - 9 - 6\sqrt{3}}{3}, \text{d'où } \mathrm{A} \times \mathrm{B} = 1.$$

Donc A et B sont inverses l'un de l'autre.

4. $\dfrac{3 + 2 \times 1{,}732}{3} < \dfrac{3 + 2\sqrt{3}}{3} < \dfrac{3 + 2 \times 1{,}733}{3}$.

Donc : $2{,}15 < \mathrm{B} < 2{,}16$.

EXERCICE 4 :

1. $(3x + 2)(x - 5) = 3x^2 - 15x + 2x - 10 = 3x^2 - 13x - 10$.

2. On a : $\mathrm{F} = \dfrac{3x^2 - 13x - 10}{(2x - 1)(x - 5)}$.

F existe si et seulement si $(2x - 1)(x - 5) \neq 0$.

Résolvons l'équation : $(2x - 1)(x - 5) = 0$.

$(2x - 1)(x - 5) = 0$ équivaut à $x = \dfrac{1}{2}$ ou $x = 5$.

Donc F existe si et seulement si $x \neq \frac{1}{2}$ et $x \neq 5$.

3. On a : $F = \frac{3x^2 - 13x - 10}{(2x-1)(x-5)} = \frac{(3x+2)(x-5)}{(2x-1)(x-5)}$.

Donc lorsque F existe, on peut simplifier $\frac{(3x+2)(x-5)}{(2x-1)(x-5)}$ par $(x - 5)$.

On obtient lorsque F existe, $F = \frac{3x+2}{2x-1}$.

4. Pour $x = \sqrt{2}$, on a : $F = \frac{3\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-1} = \frac{14+7\sqrt{2}}{7}$. Donc : $F = 2 + \sqrt{2}$.

EXERCICE 5 :

1. a) On a : [AB] est un diamètre du cercle (C) et E est un point de (C).
   Donc ABE est un triangle rectangle en E.
   b) En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle ABE rectangle en E,
   on obtient : $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$. Donc : $AE = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$.

2. Les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{BFE}$ sont inscrits dans le cercle (C) et interceptent le même arc
   Donc : $mes\widehat{BAE} = mes\widehat{BFE}$.

3. ABE est un triangle rectangle en E, $\sin\widehat{BAE} = \frac{BE}{AB} = \frac{6}{8}$. Donc : $\sin\widehat{BAE} = 0{,}75$.

4. D'après l'extrait de la table trigonométrique, $0{,}743 < 0{,}75 < 0{,}755$.
   d'où $\sin 48° < \sin\widehat{BAE} < \sin 49°$. Donc: $48° < mes\,\widehat{BAE} < 49°$.

EXERCICE 6

1. $A_1 = (11 + x)(6 + x) = x^2 + 17x + 66$.
2. $A_2 = (8 - x)^2 = x^2 - 16x + 64$.
3. a) $A = A_1 - A_2 = x^2 + 17x + 66 - (x^2 - 16x + 64)$. Donc : $A = 33x + 2$.
   b) Pour $x = 4$; $A = 33 \times 4 + 2 = 134$. Donc : $A = 134 \text{ m}^2$.

SUJET 2

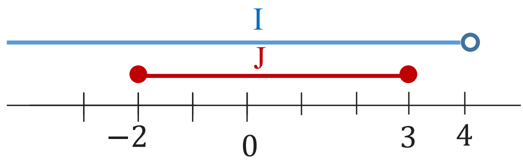
EXERCICE 1 : 1-F ; 2-F ; 3-F ; 4-F

EXERCICE 2 ; 1-B ; 2-C ; 3-B ; 4-A

EXERCICE 3

1. A =]← ; 4[

2. a) Représentation :



b) $I \cup J =]\leftarrow ; 4[$

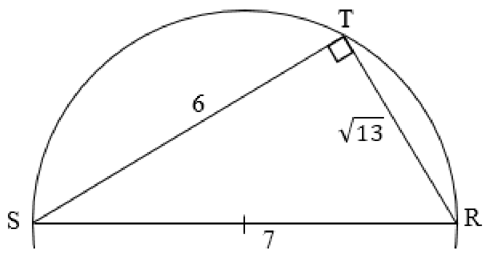
EXERCICE 4

1. RST est un triangle tel que :

$RS^2 = 7^2 = 49$; $ST^2 = 6^2 = 36$ et $RT^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2 = 13$.

Comme : $49 = 36 + 13$; alors $RS^2 = ST^2 + RT^2$. D'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore RST est un triangle rectangle en T.

2. Construction :



Programme :

- Construire un demi-cercle de diamètre $RS = 7$cm.
- Tracer la corde [ST] de longueur 6cm.
- On obtient un triangle RST rectangle en T dont le côté [RT] mesure $\sqrt{13}$ cm.

EXERCICE 5

1. En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle EGF rectangle en F, on obtient : $FG = \sqrt{EG^2 - EF^2}$.

Donc : $FG = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

2. Les droites (AB) et (GF) sont perpendiculaires à la droite (DF).
Donc les droites (AB) et (GF) sont parallèles.

3. On a : $A \in (EG)$, $B \in (EF)$ et les droites (AB) et (GF) sont parallèles.
En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès dans le triangle EFG, on obtient :
$AB = \frac{AE \times FG}{EG} = \frac{7 \times 3}{5}$. Donc : $AB = 4{,}2$.

4. Dans le triangle ABD rectangle en B,
on a : $BD = AB \times \tan \widehat{DAB} = 4{,}2 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$. Donc : $BD = \frac{7\sqrt{3}}{5}$.

<u>EXERCICE 6</u>

1. Le périmètre $P = 2\left(24 - \sqrt{5} + 7 - \sqrt{5}\right) = 62 - 4\sqrt{5}$. Donc : $P = 62 - 4\sqrt{5}$ mètres.

2. Après encadrement de $-4\sqrt{5}$, on a : $62 - 4 \times 2{,}24 < 62 - 4\sqrt{5} < 62 - 4 \times 2{,}23$.
Donc : $53 < P < 54$.

3. Le coût total du grillage est 1000P. Comme : $53000 < 1000P < 54000$ alors le coût total du grillage est supérieur à 50000.
Donc le planteur ne possède pas assez d'argent pour l'achat du grillage.

SUJET 3

EXERCICE 1 : 1-A ; 2-B ; 3-B ; 4-C

EXERCICE 2 : 1-F ; 2-V ; 3-V ; 4-V

EXERCICE 3

1.a) On a : $4^2 = 16$ et $(2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20$. Comme $16 < 20$ alors $4 < 2\sqrt{5}$.

b) On a : $A = 4 - 2\sqrt{5}$ et $4 < 2\sqrt{5}$ d'où $4 - 2\sqrt{5} < 0$.
Donc A est négatif.

2. Après encadrement de $-2\sqrt{5}$, on a : $4 - 2 \times 2{,}237 < 4 - 2\sqrt{5} < 4 - 2 \times 2{,}236$.
Donc : $-0{,}48 < A < -0{,}47$.

EXERCICE 4

1. CRD est un triangle tel que :
$CR^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$; $RD^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12$ et $DC^2 = 3^2 = 9$.
Comme : $12 = 3 + 9$; alors $RD^2 = CR^2 + DC^2$. D'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore CRD est un triangle rectangle en C.

2. CRD est un triangle rectangle en C, $\sin \widehat{CDR} = \frac{CR}{RD} = \frac{1}{2}$ et $\cos \widehat{CDR} = \frac{CD}{RD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. $\tan \widehat{CRD} = \frac{\sin \widehat{CDR}}{\cos \widehat{CDR}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

EXERCICE 5

1. $M = (x - 1)[(x - 1) - (3 - 2x)] = (x - 1)(3x - 4)$.

2. On a : $Q = \frac{(x - 1)(3x - 4)}{(3x - 4)(x - 2)}$.

Q existe si et seulement si $(3x-4)(x-2) \neq 0$.

Résolvons l'équation : $(3x-4)(x-2)=0$.

$(3x-4)(x-2)=0$ équivaut à $x=\frac{4}{3}$ ou $x=2$.

Donc : Q existe si et seulement si $x \neq \frac{4}{3}$ et $x \neq 2$.

3. On a : $Q=\frac{(x-1)(3x-4)}{(3x-4)(x-2)}$.

Donc lorsque Q existe, on peut simplifier $\frac{(x-1)(3x-4)}{(3x-4)(x-2)}$ par $(3x-4)$.

On obtient : lorsque Q existe, $Q=\frac{x-1}{x-2}$.

4. Pour $x=\sqrt{2}$, on a : $Q=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-2}=\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+2)}{-2}$.

Donc : $Q=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

EXERCICE 6

1. On a : $E \in (AC)$, $D \in (AB)$ et les droites (ED) et (BC) sont parallèles.
En appliquant la conséquence de la propriété de Thalès dans le triangle ABC, on obtient :
$ED=\frac{AD \times BC}{AB}=\frac{12 \times 2{,}5}{20}$. Donc : $ED=1{,}5\text{m}$.

2. a) ABC est un triangle rectangle en B; $\tan\widehat{CAB}=\frac{BC}{AB}$

$=\frac{2{,}5}{20}$. Donc $\tan\widehat{CAB}=0{,}125$.

b) D'après l'extrait de la table trigonométrique, $0{,}123<0{,}125<0{,}141$.

d'où $\tan 7° < \tan\widehat{CAB} < \tan 8°$. Donc: $7° < \text{mes}\,\widehat{CAB} < 8°$.

3. L'angle $\widehat{CAB}$ est l'angle d'un tir cadré. Comme : $7° < \text{mes}\,\widehat{CAB} < 8°$, alors le professeur d'EPS a raison.

SUJET 4

EXERCICE 1 : 1-V ; 2-F ; 3-F.

EXERCICE 2 : 1-B ; 2-A ; 3-A ; 4-B

EXERCICE 3

1. $A = (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = (x - 1)(x - 3)$.

2. On a : $B = \dfrac{(x-2)^2 - 1}{(x-3)(2x-1)}$.

B existe si et seulement si $(x - 3)(2x - 1) \neq 0$.

Résolvons l'équation : $(x - 3)(2x - 1) = 0$.

$(x - 3)(2x - 1) = 0$ équivaut à $x = \dfrac{1}{2}$ ou $x = 3$.

Donc : B existe si et seulement si $x \neq \dfrac{1}{2}$ et $x \neq 3$.

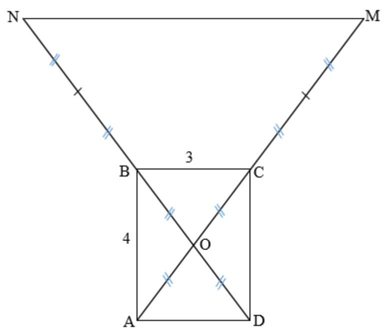
3. On a : $B = \dfrac{(x-2)^2 - 1}{(x-3)(2x-1)} = \dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}$.

Donc lorsque B existe, on peut simplifier $\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}$ par $(x - 3)$.

On obtient : lorsque B existe, $B = \dfrac{x-1}{2x-1}$.

EXERCICE 4

Construction



3. a) $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$.

$\overrightarrow{MN} = 3(\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}) = 3\overrightarrow{CB}$.

b) Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont colinéaires donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

EXERCICE 5

1. [BC] est un diamètre de (C) et A est un point de (C), donc ABC est un triangle rectangle en A.

2. Dans le triangle ABC rectangle en A, $\mathrm{AC} = \mathrm{BC} \times \cos \widehat{\mathrm{ACB}}$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Donc : } \mathrm{AC} = 3\sqrt{3}.$$

3.a) Les angles $\widehat{\mathrm{FOC}}$ et $\widehat{\mathrm{FCO}}$ sont complémentaires et mes $\widehat{\mathrm{FCO}} = 30°$. Donc : mes $\widehat{\mathrm{FOC}} = 60°$.

b) Les angles $\widehat{\mathrm{FOC}}$ et $\widehat{\mathrm{BOE}}$ sont opposés par le sommet. Donc : mes $\widehat{\mathrm{BOE}} = 60°$.

4. $\widehat{\mathrm{BAE}}$ est un angle inscrit associé à l'angle au centre $\widehat{\mathrm{BOE}}$,

mes $\widehat{\mathrm{BAE}} = \frac{1}{2} \times$ mes $\widehat{\mathrm{BOE}} = 30°$

EXERCICE 6

1.a) Option 1 : $S_1 = 16000 + 30x$.

b) Option 1 : $S_2 = 130x$.

2. a) Le nombre d'articles pour l'option 1 est : $x = \frac{52000 - 16000}{30}$

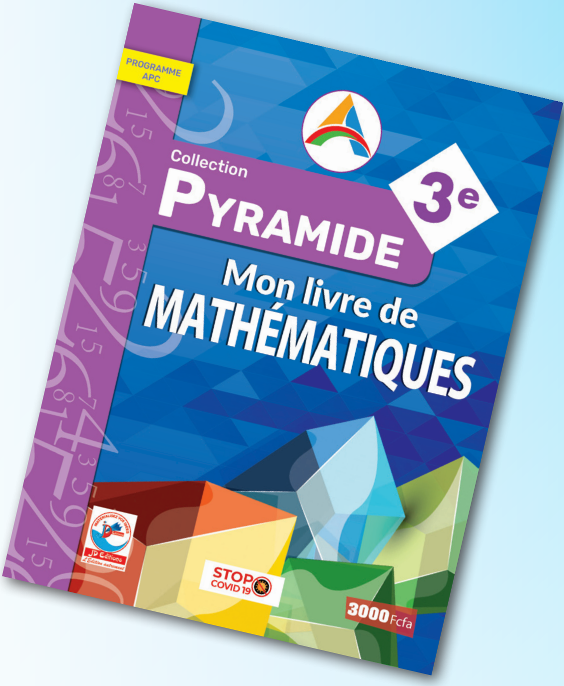
$$= 1200.$$

b) Le nombre d'articles pour l'option 2 est : $x = \frac{52000}{130} = 400$.

3. Pour un même salaire, il faut vendre plus d'articles dans l'option 1. Donc l'option 2 est la plus avantageuse.

Achevé d'imprimer sous les presses de : JD Éditions
Pour le compte de JD Éditions.
Tél. : 25 23 00 17 50
Mise en page : JD Éditions

De la même collection



MESURES BARRIÈRES