

COLLECTION PYRAMIDE



Guide du Professeur

Mon livre de MATHÉMATIQUES

1^{re}
A

CORRIGÉS DES EXERCICES



L'Édition autrement

- Découverte des habiletés
- Des questions d'évaluation
- Mes séances d'exercices

COLLECTION PYRAMIDE



Guide du Professeur

Mon livre de Mathématiques

1^{re}
A

CORRIGÉS DES EXERCICES

- Découverte des habiletés
- Des questions d'évaluation
- Mes séances d'exercices

JD Éditions
21 B.P. 3636 Abidjan 21
Côte d'Ivoire

SOMMAIRE

	Pages
Leçon 1 : Équations et inéquations dans $\mathbb{R}$	7
Leçon 2 : Dénombrement	26
Leçon 3: Généralités sur les fonctions	42
Leçon 4: Dérivabilité et étude de fonctions	59
Leçon 5: Suites numériques	90
Leçon 6: Statistique	108
Leçon 7: Systèmes d'inéquations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	145

*Ce document pourrait contenir des erreurs au fautes de frappes.
Prière les signaler à l'adresse : kyoussouphou@gmail.com*

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Quand se déroule la situation ?	Après que Konan ait hérité d'un terrain de forme rectangulaire.
Circonstances	-Que veut faire Konan pour lutter contre la divagation des animaux ? -comment compte - il procéder pour clôturer le terrain ? -De quelle somme dispose Konan pour l'achat des deux types de grillage ? -Que fait Konan pour savoir si la somme dont il dispose peut lui permettre d'acheter ces deux types de grillage ?	-il décide de clôturer entièrement le terrain à l'aide de deux types de grillage. -il compte clôturer les longueurs avec un type de grillage dont le mètre coûte 1200f et les largeurs avec un autre type de grillage dont le mètre coûte 800f. -il dispose de 118000f. -Il essaie d'effectuer des calculs
Tâches	-Que font les élèves ?	-Ils essaient de l'aider en procédant à une mise en équation afin de répondre à la préoccupation de leur camarade.

Le professeur utilisera la tâche énoncée par ses élèves pour faire la synthèse de la situation et présentera le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES HABILETES

Activité 1 :

- **Objectif :** L'objectif de cette activité est d'identifier un polynôme du second degré.
- **Réponses aux questions.**
 - 1- a) $F(x) = 4x^2 - 4x - 7$; b) $F(x) = -x^2 + 2x + 3$;
c) $F(x) = 3x^2 + 17x - 6$
d) $F(x) = -3x - 5$
 - 2- a) $F(x) = 4x^2 - 4x - 7$ avec $a = 4$; $b = -4$ et $c = -7$
b) $F(x) = -x^2 + 2x + 3$ avec $a = -1$; $b = 2$ et $c = 3$
c) $F(x) = 3x^2 + 17x - 6$ avec $a = 3$; $b = 17$ et $c = -6$
- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

Nous avons des polynômes du second degré dans les cas : b) ; e) ; f)

Exercice 2

Polynômes	coefficient du monôme de degré 2	coefficient du monôme de degré 1	terme constant
$P(x) = 3x^2 - 5$	3	0	-5
$Q(x) = -7x^2$	-7	0	0
$R(x) = x^2 - 7$	1	0	-7
$T(x) = 14x - x^2 + 8$	-1	14	8

Exercice 3 : 1-F ; 2-F ; 3-V

Activité 2 :

- **Objectif :**
L'objectif de cette activité est de connaître la formule du discriminant d'un polynôme du second degré et de calculer le discriminant d'un polynôme du second degré.

- **Réponses aux questions.**

1- Démonstration de $P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$.

2- $P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$.

3- a) $a = 2$; $b = 6$ et $c = -5$.

b) $\Delta = 76$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 4 : a) $\Delta = 49$; b) $\Delta = -16$; c) $\Delta = -10$; d) $\Delta = -20$

Exercice 5 : $\Delta = 3^2 - 4 \times 7 \times 5$.

Activité 3 :

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de connaître les formules des zéros éventuels d'un polynôme du second degré et de calculer les zéros éventuels d'un polynôme du second degré.

- **Réponses aux questions.**

1- a) Démonstration de $P(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right)$

b) $P(x) = 0$ équivaut à $a \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = 0$

$P(x) = 0$ équivaut à $\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = 0$ ou $\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = 0$

$P(x) = 0$ équivaut à $x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$

$P(x) = 0$ équivaut à $x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

2- On suppose $\Delta = 0$

$P(x) = 0$ équivaut à $x = \frac{-b - \sqrt{0}}{2a}$ ou $x = \frac{-b + \sqrt{0}}{2a}$

$P(x) = 0$ équivaut à $x = -\frac{b}{2a}$

3- On suppose que $\Delta < 0$.

$$\text{On a : } P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]. \text{ Si } \Delta < 0 \text{ alors } \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] > 0.$$

Donc il est impossible de trouver des nombres réels pour lesquels $P(x) = 0$.

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 6

Discriminant de l'équation	Nombre de solutions	Réponses
$\Delta = -7$	2	Faux
$\Delta = 5$	2	Vrai
$\Delta = 0$	0	Faux
$\Delta = 4$	1	Faux
$\Delta = \sqrt{3}$	2	Vrai

Exercice 7

$$(E_1) : 2x^2 + 7x + 3 = 0 ; \Delta = 25 ; S_{\mathbb{R}} = \left\{ -3 ; -\frac{1}{2} \right\}.$$

$$(E_2) : x^2 - 6x + 9 = 0 ; \Delta = 0 ; S_{\mathbb{R}} = \{3\}.$$

$$(E_3) : 3x^2 + 4x + 2 = 0 ; \Delta = -8 ; S_{\mathbb{R}} = \emptyset.$$

$$(E_4) : x^2 - 4 = 0 ; \Delta = 16 ; S_{\mathbb{R}} = \{-2; 2\}.$$

Activité 4:

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de factoriser un polynôme du second degré en utilisant le discriminant.

• **Réponses aux questions.**

1. $P(x) = -2x^2 + 14x - 24 ; \Delta = 4$. Les éventuels zéros de P sont 4 et 3.

$$Q(x) = 9x^2 - 6x + 1 ; \Delta = 0. \text{ L'éventuel zéro de Q est } \frac{1}{3}.$$

$$R(x) = 9x^2 + 18x + 10 ; \Delta = -36. \text{ R n'a pas de zéros.}$$

2. Démonstrations correctes

3. Tableau

Polynôme	P(x)	Q(x)	R(x)
Signe de Δ	positif	nul	négatif
Forme factorisée	$-2(x - 4)(x - 3)$	$9(x - \frac{1}{3})^2$	N'existe pas

4. Lorsque $\Delta \geq 0$ le polynôme $ax^2 + bx + c$; ($a \neq 0$) est factorisable.
Lorsque $\Delta < 0$ le polynôme $ax^2 + bx + c$; ($a \neq 0$) n'est pas factorisable.

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 8

a- $P(x) = 3(x - 4)^2$; b) $P(x) = -2(x - 3)(x - 1)$; c) $P(x) = 9(x - \frac{4}{3})(x + \frac{4}{3})$

d) $P(x)$ n'est pas factorisable.

Exercice 9

1^{er} cas : $P(x) = 7(x + 1)(x - 3)$; 2^e cas : $P(x) = 9(x - 2)^2$

3^e cas : $P(x) = -2(x - 4)(x + 1)$:.

Activité 5:

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de connaître le signe d'un polynôme du second degré.

• **Réponses aux questions**

1- Si $\Delta < 0$, l'expression $\left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] > 0$. Donc :

a) Lorsque $a < 0$, $P(x) < 0$.

b) Lorsque $a > 0$, $P(x) > 0$.

2- Si $\Delta = 0$, l'expression $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$. Donc :

a) Lorsque $a < 0$, $P(x) \leq 0$.

b) Lorsque $a > 0$, $P(x) \geq 0$.

3- 1^{er} cas

a) $\Delta = 64$, donc : $\Delta > 0$ et $P(x) = 2(x + 1)(x - 3)$

b) Tableau

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$2x + 2$	$-$	0	$+$		$+$
$x - 3$	$-$		$-$	0	$+$
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

c) Lorsque $a > 0$, $P(x) > 0$ avant et après ses zéros et $P(x) < 0$ entre ses zéros.

2^e cas

a) $\Delta = 100$, donc : $\Delta > 0$ et $P(x) = -2(x + 1)(x - 4)$

b) Tableau

x	$-\infty$	-1		4	$+\infty$
$-2x$ $+ 8$	$+$		$+$	0	$-$
$x + 1$	$-$	0	$+$		$+$
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

c) Lorsque $a < 0$, $P(x) < 0$ avant et après ses zéros et $P(x) > 0$ entre ses zéros.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 10 : a-2 ; b-3 ; c-1

Exercice 11

a) $P(x) = 3x^2 - 24x + 48$. Donc : $\forall x \in \mathbb{R}; P(x) \geq 0$ car $\Delta = 0$ et $a > 0$

b) $Q(x) = -2x^2 + 8x - 6$ avec $\Delta > 0$ et $a < 0$

Donc : $\forall x \in]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[, P(x) < 0$;

$\forall x \in]1; 3[, Q(x) > 0$

et $\forall x \in \{1; 3\}, Q(x) = 0$.

c) $\forall x \in \mathbb{R}; T(x) > 0$ car $\Delta < 0$ et $a > 0$.

Activité 6:

- **Objectif** : L'objectif de cette activité est de résoudre une inéquation du second degré.

- **Réponses aux questions.**

1. $P(x) = 2x^2 + 5x - 3$

a) $\forall x \in]-\infty; -3[\cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[, P(x) > 0 ; \forall x \in \left]-3; \frac{1}{2}\right[, P(x) < 0$

et $\forall x \in \left\{-3; \frac{1}{2}\right\}, P(x) = 0$

b) $P(x)$ est supérieur ou égal à zéro sur l'intervalle $]-\infty; -3]$

$$\cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$$

c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$ est $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$.

2. $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

a) $\forall x \in \mathbb{R} ; Q(x) \geq 0$

b) Il n'existe pas d'intervalle sur lequel $Q(x)$ est négatif.

c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $Q(x) \leq 0$ est $\{1\}$

3. $T(x) = 3x^2 + 2x + 7$

a) $\forall x \in \mathbb{R} ; T(x) > 0$

b) $T(x)$ est positif sur $\mathbb{R}$

c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $T(x) \geq 0$ est $\mathbb{R}$.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 12

$(I_1) : x^2 + 6x - 7 > 0. S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -7[\cup]1; +\infty[$

$(I_2) : -x^2 + 5x - 6 \geq 0. S_{\mathbb{R}} = [2; 3]$

$(I_3) : -x^2 + 2x - 3 < 0. S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$

$(I_4) : -x^2 + 9 \leq 0. S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$

Activité 7:

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de résoudre une équation du type $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$.

- **Réponses aux questions**

1. f existe si et seulement si $x \neq 1$

2. $2x + 1 = 0$ équivaut à $x = -\frac{1}{2}$.

Donc : la solution de l'équation $2x + 1 = 0$ est : $-\frac{1}{2}$.

3. $f(x) = 0$ si et seulement si $x \neq 1$ et $x = -\frac{1}{2}$

• **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 13

$$(E_1) : S_1 = \{-1\} ; (E_2) : S_2 = \left\{\frac{1}{3}\right\} ; (E_3) : S_3 = \{4\} ;$$

$$(E_4) : S_4 = \left\{-\frac{\sqrt{5}}{2}\right\}$$

Activité 8:

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de résoudre une inéquation du type :

$$\frac{ax+b}{cx+d} \leq 0 \text{ ou } \frac{ax+b}{cx+d} \geq 0.$$

• Réponses aux questions de l'activité.

1. P existe si et seulement si $x \neq 3$
2. $\forall x \in]-\infty; -5[\cup]3; +\infty[, P(x) > 0$; $\forall x \in]-5; 3[, P(x) < 0$ et $P(-5) = 0$
3. $P(x)$ est strictement positif sur $]-\infty; -5[$ et sur $]3; +\infty[$.
4. L'ensemble des solutions de l'inéquation $P(x) > 0$ est $]-\infty; -5[\cup]3; +\infty[$.

• **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 14

$$(I_1) : S_1 = \left[-\frac{1}{3}; 5\right[; (I_2) : S_2 = \left]\frac{3}{5}; \frac{3}{2}\right[; (I_3) : S_3 = \left]\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right[$$
$$(I_4) : S_4 = \left]-1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right] ; (I_5) : S_5 =]-\infty; -\sqrt{5}[\cup [\sqrt{2}; +\infty[$$

Activité 9:

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de résoudre une équation du type

$$ax^4 + bx^2 + c = 0.$$

• **Réponses aux questions.**

1. Ecrire $2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$ sous la forme $(x^2)^2 - 7x^2 + 3 = 0$

puis en remplaçant x^2 par y on obtient le résultat.

2. L'ensemble des solutions de l'équation $2y^2 - 7y + 3 = 0$ est : $\left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$.

3. $x^2 = \frac{1}{2}$ équivaut à $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$x^2 = 3$ équivaut à $x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$.

4. L'ensemble des solutions de l'équation (E) est : $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\right\}$.

• Corrigé de l'exercice de fixation

Exercice 15

$(E_1) : S_1 = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$; $(E_2) : S_2 = \emptyset$; $(E_3) : S_3$

$= \emptyset$; $(E_4) : S_4 = \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1

Exercice non corrigé

On a : $\Delta = 25$, d'où : $x_1 = -3$ et $x_2 = 2$. Donc : $S_{\mathbb{R}} = \{-3; 2\}$

QUESTION 2

Exercice non corrigé

On a : $\Delta = 64$, d'où : $x_1 = -\frac{2}{3}$ et $x_2 = 2$. Donc : $P(x) = 3\left(x + \frac{2}{3}\right)(x - 2)$.

On a : $\Delta = 36$, d'où : $x_1 = 4$ et $x_2 = -2$. Donc : $Q(x) = -(x - 4)(x + 2)$.

On a : $\Delta = 169$, d'où : $x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{2}{13}$. Donc : $T(x) = 13\left(x + \frac{2}{13}\right)(x + 1)$

QUESTION 3

Exercice non corrigé

✓ $P(x) = -7x^2 + 12x - 5$. On a : $\Delta = 4$ ($\Delta > 0$),

d'où : $x_1 = \frac{5}{7}$ et $x_2 = 1$; avec $a = -7$ ($a < 0$).

Donc : $\forall x \in \left]-\infty; \frac{5}{7}\right[\cup]1; +\infty[, P(x) < 0$; $\forall x \in \left]\frac{5}{7}; 1\right[, P(x) > 0$
et $\forall x \in \left\{\frac{5}{7}; 1\right\}, P(x) = 0$.

✓ $Q(x) = 2x^2 - 12x + 18$. On a : $\Delta = 0$, d'où : $x_0 = 3$; avec $a = 2$.

Donc : $\forall x \in \mathbb{R}; Q(x) \geq 0$

✓ $T(x) = -x^2 + 12x - 40$. On a : $\Delta = -16$ ($\Delta < 0$) et $a = -1$ ($a < 0$).

Donc : $\forall x \in \mathbb{R}; T(x) < 0$

QUESTION 4

Exercice non corrigé

✓ On a : $P(x) = -7x^2 + 12x - 5$. D'après l'exercice non corrigé de la
QUESTION 3,

$$\forall x \in \left]-\infty; \frac{5}{7}\right[\cup]1; +\infty[, P(x) < 0 \text{ et pour } x \in \left\{\frac{5}{7}; 1\right\}, P(x) = 0$$

$$\text{Donc : } S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; \frac{5}{7}\right[\cup]1; +\infty[$$

✓ On a : $Q(x) = 2x^2 - 12x + 18$. D'après l'exercice non corrigé de la
QUESTION 3,

$$\forall x \in \mathbb{R}; Q(x) \geq 0 \text{ et pour } x = 3, Q(x) = 0.$$

$$\text{Donc : } S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$$

✓ On a : $T(x) = -x^2 + 12x - 40$. D'après l'exercice non corrigé de la
QUESTION 3,

$$\forall x \in \mathbb{R}; T(x) < 0.$$

$$\text{Donc : } S_{\mathbb{R}} = \emptyset$$

QUESTION 5

Exercice non corrigé

La solution de l'équation (E) : $\frac{-3x + 12}{7x - 4} = 0$ est 4.

QUESTION 6

Exercice non corrigé

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{-2x - 7}{2x} \leq 0$ est : $\left] -\infty; -\frac{7}{2} \right] \cup]0; +\infty[$

QUESTION 7

Exercice non corrigé

$S_{\mathbb{R}} = \emptyset$

MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

Les polynômes du second degré sont les polynômes : Q et S.

Exercice 2

Polynômes	a	b	c
$P(x) = 3x^2 - 4$	3	0	-4
$P(x) = 1 - 5x^2 + x$	-5	1	1
$P(x) = 4 - 2x^2$	-2	0	4
$P(x) = 2x^2 + 3x$	2	3	0
$P(x) = \sqrt{3}x^2 - 3x + 1$	$\sqrt{3}$	-3	1
$P(x) = -5x^2 + 2x + \sqrt{7}$	-5	2	$\sqrt{7}$

Exercice 3

le discriminant du polynôme P est : 37.

le discriminant du polynôme Q est : 17.

le discriminant du polynôme R est : -44.

le discriminant du polynôme S est : 0.

Exercice 4 : a) $\Delta = -92$; b) $\Delta = 124$; c) $\Delta = -16$; d) $\Delta = -47$.

Exercice 5 : a) $\Delta = 25$; b) $\Delta = -16$; c) $\Delta = 0$; d) $\Delta = 9$; e) $\Delta = 24$.

Exercice 6 : 1.F ; 2.V ; 3.V ; 4.V.

Exercice 7

a) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$; b) $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 6\}$; c) $S_{\mathbb{R}} = \{-7\}$; d) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$; e) $S_{\mathbb{R}}$

$$= \left\{ \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}; \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2} \right\}$$

f) $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}; -\frac{1 + \sqrt{41}}{4} \right\}$; g) $S_{\mathbb{R}} = \{-2; 2\}$; h) $S_{\mathbb{R}}$

$$= \{-3; 3\}$$
 ; i) $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$

Exercice 8 : 1-F ; 2-F ; 3-V ; 4-F ; 5-V

Exercice 9

a) $P(x) = (x + 12)(3x + 1)$; b) $P(x) = (-10x + 1)(x - 1)$; c) $P(x) = (2x + 1)(4x - 1)$;

d) $P(x) = (-2x + 1)(3x + 5)$; e) $P(x) = (-2x + 1)(2x + 3)$; f) $P(x) = (2x + 13)(x + 1)$.

Exercice 10

✓ 1^{er} cas : $\forall x \in]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[, P(x) > 0$; $\forall x \in]-1; 2[, P(x) < 0$
et $\forall x \in \{-1; 2\}, P(x) = 0$.

✓ 2^e cas : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) \leq 0$.

✓ 3^e cas : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) \geq 0$.

✓ 4^e cas : $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[, P(x) < 0$; $\forall x \in]0; 3[, P(x) > 0$
et $\forall x \in \{0; 3\}, P(x) = 0$.

Exercice 11

a) $P(x) = 5x^2 - 12x + 7$

$$\forall x \in]-\infty; 1[\cup \left] \frac{7}{5}; +\infty[, P(x) > 0 \text{ ; } \forall x \in \left] 1; \frac{7}{5} \right[, P(x) < 0 \text{ et } \forall x \in \left\{ 1; \frac{7}{5} \right\}, P(x) = 0.$$

b) $Q(x) = 9x^2 - 6x + 1$; $\forall x \in \mathbb{R}, Q(x) \geq 0$

c) $T(x) = -x^2 + 12x - 40$; $\forall x \in \mathbb{R}, T(x) < 0$

Exercice 12

1^{er} cas : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$; 2^e cas : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$;

3^e cas : $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$

Exercice 13

a) $S_{\mathbb{R}} = \left[-1; \frac{2}{7}\right]$; b) $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$; c) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$; d) $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[\cup]1; +\infty[$
 e) $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -3] \cup [2; +\infty[$; f) $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; \frac{3 - \sqrt{7}}{2}\right[\cup \left]\frac{3 + \sqrt{7}}{2}; +\infty\right[$

Exercice 14 :

a) $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$; b) $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{3}\right\}$; c) $S_{\mathbb{R}} = \{2\}$; d) $S_{\mathbb{R}} = \{7\}$; e) $S_{\mathbb{R}} = \{6\}$

Exercice 15 : 1-F ; 2-V ; 3-V ; 4-F.

Exercice 16 : 1^{er} cas : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -1[\cup [3; +\infty[$; 2^{ème} cas : $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -5[\cup [2; +\infty[$

Exercice 17

a) $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup [2; +\infty[$; b) $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; \frac{1}{3}\right[\cup \left]\frac{5}{3}; +\infty\right[$; c) $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 2[\cup]5; +\infty[$
 d) $S_{\mathbb{R}} = \left]\frac{5}{2}; 7\right]$; e) $S_{\mathbb{R}} =]0; 6]$

Exercice 18 : a) $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 1; -2; 2\}$; b) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$; c) $S_{\mathbb{R}} = \emptyset$; d) $S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

Exercice 19

1. $P(2) = 0$. Donc 2 est un zéro du polynôme P.
2. Après la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$, on obtient : $P(x) = (x - 2)(2x^2 - x - 1)$
3. a) $Q(x) = (2x + 1)(x - 1)$
 b) $P(x) = (x - 2)(2x + 1)(x - 1)$
4. $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$
5. $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup [1; 2]$

Exercices de renforcement/Approfondissement

Exercice 20

- 1.a) $P(-1) = 0$ équivaut à $a - b = 2$ et $P(3) = 0$ équivaut à $9a + 3b = 2$.

On obtient le système : $\begin{cases} a - b = 2 \\ 9a + 3b = 2 \end{cases}$, dont la solution est :

$$(a; b) = \left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right).$$

- b) On a : $Q(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 2$, d'où : $Q(x) = \frac{2}{3}(x+1)(x-3)$

c) $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 3\}$

- 2.a) $\forall x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[, Q(x) > 0$; $\forall x \in]-1; 3[, Q(x) < 0$
et $\forall x \in \{-1; 3\}, Q(x) = 0$.

b) $S_{\mathbb{R}} = [-1; 3]$

Exercice 21

1. Après calcul, $T(1) = 0$ et $T(2) = 0$. Donc 1 et 2 sont des zéros du polynôme T .
2. a) La division euclidienne de $T(x)$ par $x^2 - 3x + 2$, donne :

$$6x^2 + 5x - 6$$

$$\text{Donc : } T(x) = (x^2 - 3x + 2)(6x^2 + 5x - 6)$$

$$\begin{aligned} \text{b) On a : } x^2 - 3x + 2 &= (x-1)(x-2) \text{ et } 6x^2 + 5x - 6 \\ &= (2x+3)(3x-2) \end{aligned}$$

$$\text{Donc } T(x) = (2x+3)(x-1)(3x-2)(x-2)$$

$$3. S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{3}{2}; 1; \frac{2}{3}; 2\right\}$$

Exercice 22

1. $S(x) = (x^2 - 1)(2x^2 + 1) = 2x^4 - x^2 - 1$
2. On a : $\forall x \in \mathbb{R}, (2x^2 + 1) > 0$. D'où :
 $S(x) = 0$ a les mêmes solutions que $x^2 - 1 = 0$.
Donc : $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 1\}$

Exercice 23

- 1.a) $S_{\mathbb{R}} = \{-1\}$
- b) $S_{\mathbb{R}} = [-1; 1[$

2. a) pour $x \neq 1$ et $x \neq \frac{1}{2}$; $A(x) = B(x)$ équivaut à $(x+1)(2x-1) = (x-1)(3x+4)$
donc : pour $x \neq 1$ et $x \neq \frac{1}{2}$; $A(x) = B(x)$ équivaut à $x^2 - 3 = 0$
- b) $S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$
- c) $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty[$

Exercice 24

1. $P(-2) = 0$
2. La division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$ donne : $-2x^2 + 3x - 9$.
d'où : $P(x) = (x+2)(-2x^2 + 3x - 9)$. Donc : $a = -2$; $b = 3$ et $c = -9$.
3. a) On a : $P(x) = (x+2)(-2x^2 + 3x - 9)$ et $-2x^2 + 3x - 9 < 0$ sur $\mathbb{R}$.
D'où : $P(x)$ et $x+2$ sont de signes contraires sur $\mathbb{R}$
Donc : $\forall x \in]-\infty; -2[, P(x) > 0$; $\forall x \in]-2; +\infty[, P(x) < 0$ et $P(-2) = 0$.
- b) $S_{\mathbb{R}} = [-2; +\infty[$

Exercice 25

- a) $S_{\mathbb{R}} = \{3\}$; b) $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{1+\sqrt{205}}{6}; \frac{1-\sqrt{205}}{6} \right\}$; c) $S_{\mathbb{R}} = \{1\}$

Exercice 26

- a) $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -3[\cup \left[-\frac{3}{11}; 2\right[$; b) $S_{\mathbb{R}} =]-1; +\infty[$; c) $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; 1[\cup \left]\frac{3}{2}; 5\right[$;
- d) $S_{\mathbb{R}} =]-1; 1[\cup]3; +\infty[$

Exercice 27

Soit n et $n+1$ deux entiers naturels consécutifs.

$n(n+1) = 56$ équivaut à $n^2 + n - 56 = 0$. Après résolution, on obtient $n = 7$ ou $n = -8$.

Les deux entiers naturels recherchés sont : 7 et 8.

Exercice 28

Soit L la longueur du jardin et l sa largeur. On a : $L + l = 11$ et $L \times l = 28$.

D'où : L et l sont les solutions de l'équation $x^2 - 11x + 28 = 0$

Après résolution, on obtient $x = 7$ ou $x = 4$. Donc : les dimensions du jardin sont 7m et 4m.

Exercice 29

1. On a : $(x-1)(6x^2 - 5x + 1) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$.

Donc : $T(x) = (x-1)(6x^2 - 5x + 1)$.

2. $S_{\mathbb{R}} = \left\{1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$.

3. $T(x) = (x-1)(3x-1)(2x-1)$.

4. a) $\forall x \in \left]-\infty; \frac{1}{3}\right[\cup \left[\frac{1}{2}; 1\right[$, $T(x) < 0$; $\forall x \in \left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right[\cup]1; +\infty[$, $T(x) > 0$

et $\forall x \in \left\{1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$, $T(x) = 0$.

b) $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Exercice 30

1. $P(x) = -8x^2 + 10x + 3$.

2. $P(x) = (-2x+3)(4x+1)$.

3. $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$.

4. $\forall x \in \left]-\infty; -\frac{1}{4}\right[\cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$, $P(x) < 0$; $\forall x \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right]$, $P(x) > 0$.

et $\forall x \in \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$, $T(x) = 0$.

5. $S_{\mathbb{R}} = \left]-\infty; -\frac{1}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$.

Exercice 31

1. $\Delta = 1 - 36k ; k \in \mathbb{R}$.
2. a) Q possède un zéro unique *si et seulement si* $k = \frac{1}{36}$.
b) si $k = \frac{1}{36}$ alors $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Exercice 32

1. $P(x) = -12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$.
2. $T(x) = 24(x - 1)\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$. Donc : $S_{\mathbb{R}} = \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty[$.

Exercice 33

1. $S_{\mathbb{R}} = \{-3; 1\}$;
2. $S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -3] \cup]-2; 1]$.

Exercice 34

Choisir les deux entiers naturels dans l'intervalle $[3; +\infty[$.

Exercice 35

1. $R(n) = \frac{350n + 3750000}{n}$.
2. $R(n) \leq 400$ équivaut à $n \geq 75\,000$. Donc : il faut produire au moins 75000 articles.

Exercice 36

Soit A_T l'aire du champ ayant la forme d'un triangle rectangle, A_C l'aire du champ ayant la forme d'un carré et x la longueur du côté commun. Alors : $A_T = 50x$ et $A_C = x^2$.

On a : $A_T = A_C + 525$ équivaut à $x^2 - 50x + 525 = 0$.

En résolvant l'équation $x^2 - 50x + 525 = 0$, on obtient : $x = 15$ ou $x = 35$.

Si $x = 15$ alors : le carré a pour côté 15m et le triangle a pour base 100m et pour hauteur 15m.

Si $x = 35$ alors : le carré a pour côté 35m et le triangle a pour base 100m et pour hauteur 35m.

Exercice 37

1.a) On a : $\begin{cases} l + L = 37 \\ l \times L = 330 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} l = 37 - L \\ (37 - l) \times L = 330 \end{cases}$.

Donc : $\begin{cases} l + L = 37 \\ l \times L = 330 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} l = 37 - L \\ L^2 - 37L + 330 = 0 \end{cases}$.

b) La solution du système est : $(l ; L) = (15 ; 22)$.

2. La longueur et la largeur du rectangle vérifient le système $\begin{cases} l + L = 37 \\ l \times L = 330 \end{cases}$.

Donc : Les dimensions de ce rectangle sont 15m et 22m.

Exercice 38

1. Soit x la mesure du côté de la toile. On a : $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 4$.

Donc : $x = \frac{15}{4}m$.

2. L'aire de la toile est $\frac{225}{16}m^2$.

Exercice 39

Soit x et $x + 1$ deux entiers naturels consécutifs.

On a : $x(x + 1) > x + (x + 1) + 19$.

On obtient l'inéquation : $x^2 - x - 20 > 0$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est : $] -\infty ; -4[\cup]5 ; +\infty[$

Gbessa doit choisir ces deux entiers naturels dans l'intervalle $]5 ; +\infty[$.

Exercice 40

1. $S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\sqrt{2}; \sqrt{2} \right\}$

2. $P(x) = (2x - \sqrt{2})(x + \frac{\sqrt{2}}{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

Exercice 41

$\forall x \in \mathbb{R}, 5x^4 \geq 0, 9x^2 \geq 0$ d'où : $\forall x \in \mathbb{R}, 5x^4 + 9x^2 + 2 > 0$.

Donc : l'équation $5x^4 + 9x^2 + 2 = 0$ n'a aucune solution dans $\mathbb{R}$.

Situations complexes

Exercice 42

Soit x la largeur de la ruelle. On a : x vérifie le système :

$$\begin{cases} x < 8 \\ (16 - 2x)(30 - 2x) = 240 \end{cases}$$

l'équation $(16 - 2x)(30 - 2x) = 240$ équivaut à $x^2 - 23x + 60 = 0$.

Les solutions de l'équation sont 3 et 20.

Comme : $x < 8$ alors la largeur de la ruelle est 3m.

Exercice 43

Soit L et l les dimensions du terrain de Konan.

On a : $L \times l = 770$ et $L + l = 57$.

L et l sont les solutions de l'équation $x^2 - 57x + 770 = 0$.

En résolvant cette équation on obtient : $x = 22$ ou $x = 35$.

Donc : $L = 35m$ et $l = 22m$.

Le prix d'achat du grillage pour les longueurs est :

$$2 \times 35 \times 1200 = 84\,000 \text{ FCFA}$$

Le prix d'achat du grillage pour les largeurs est :

$$2 \times 22 \times 800 = 35\,200 \text{ FCFA}$$

La somme à dépenser pour réaliser la clôture est : 119 200 FCFA

Or : $118\,000 < 119\,200$, donc Konan n'a pas assez d'argent pour réaliser la clôture.

Exercice 44

Soit x la somme reçue par LIAM.

$$\text{On a : } \frac{x - 1\,000}{3} = \frac{250\,000}{x}$$

En résolvant cette équation on obtient $x = 1\,500$ ou $x = -500$.

La somme reçue par LIAM est 1 500 FCFA.

Exercice 45

Soit P_A le prix d'achat des noix. $P_A = (200 + 40x) \times 340$

Soit P_V le prix de vente des noix. $P_V = (400 - 4x)(200 + 40x)$

Soit B le bénéfice. $B = P_V - P_A$

$$B = -160x^2 + 1600x + 1200$$

$B = 16\,000$ équivaut à $-x^2 + 10x - 25 = 0$.

En résolvant cette équation, on obtient $x = 5$.

Il doit appliquer un taux de réduction de 5%.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où se déroule la situation ?	Dans un lycée .
Circonstances	-Qu'a fait le trésorier de ce lycée? -comment est composé le code pin de cette puce? -Que demande le trésorier aux élèves ?	Il a déposé les fonds sur un compte money d'une puce. -le code est composé de quatre chiffres suivi d'une lettre de l'alphabet français. -il leur demande de déterminer le nombre de codes pins possibles.
Tâches	-Que décident de faire les élèves ?	-Ils décident de faire des calculs pour dénombrer tous les codes possibles.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES HABILETES

Activité 1 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de reconnaître un ensemble fini et de connaître la définition du cardinal d'un ensemble fini.

- **Réponses aux questions.**

L'ensemble E comprend 5 éléments et l'ensemble H comprend 4 éléments.

On ne peut pas déterminer le nombre d'éléments des ensembles F et G.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

Les ensembles A ; B et C sont des ensembles finis.

Exercice 2

$\text{Card}(I) = 9$; $\text{card}(J) = 2$; $\text{card}(K) = 1$; $\text{card}(L) = 4$

Activité 2:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de connaître la définition de l'intersection de deux ensembles finis.

- **Réponses aux questions.**

1. L'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à l'ensemble A et à l'ensemble

B est l'ensemble $\{e; 1; 3\}$. Le cardinal de cet ensemble est 3.

2. Il n'existe aucun élément appartenant à la fois à l'ensemble A et à l'ensemble C.

Le cardinal de cet ensemble est 0.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 3

$$E \cap F = \{a; b\} ; E \cap G = \{1\} ; F \cap G = \emptyset$$

Exercice 4

$$A \cap B = \{3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19\}, \text{ donc : } \text{card}(A \cap B) = 7$$

Activité 3:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de connaître la définition de la réunion de deux ensembles finis.

- **Réponses aux questions.**

L'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à l'ensemble A ou à l'ensemble B sans répétition d'éléments communs est : $E = \{e ; a ; 1 ; 7 ; b ; k ; 3 ; 4\}$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5

$$1\text{-F} ; 2\text{-F} ; 3\text{-V} ; 4\text{-V} ; 5\text{-F} ; 6\text{-F} ; 7\text{-F} ; 8\text{-V} ; 9\text{-F}$$

Exercice 6

$$A \cup B = \left\{ \begin{array}{l} 0; 1; 3; 5; 6; 7; 9; 11; 12; 13; 15; 17; 18; 19; 21; 23; 24; \\ 27; 29; 30; 33; 36; 39 \end{array} \right\}$$

Activité 4:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de connaître la propriété relative au cardinal de la réunion de deux ensembles finis.

- **Réponses aux questions.**

1. $\text{card}(A) = 5$ et $\text{card}(B) = 4$

2. a) $A \cap B = \{2; c; 8\}$; $A \cup B = \{b; c; 2; 4; 8; h\}$

b) $\text{card}(A \cap B) = 3$ et $\text{card}(A \cup B) = 6$

3. a) $\text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) = 6$

b) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7

$$1\text{-V} ; 2\text{-F} ; 3\text{-V} ; 4\text{-V}$$

Exercice 8

$$\text{card}(E \cup F) = \text{card}(E) + \text{card}(F) - \text{Card}(E \cap F)$$

$$\text{card}(E \cup F) = 8 + 13 - 4 = 17$$

Activité 5:

• Objectif

L'objectif de cette activité est de connaître la propriété relative au cardinal d'un produit cartésien de deux ensembles finis.

• Réponses aux questions.

1. a)

$\begin{smallmatrix} B \\ A \end{smallmatrix}$	a	b	c	e	f	g	h
0	(0;a)	(0;b)	(0;c)	(0;e)	(0;f)	(0;g)	(0;h)
1	(1;a)	(1;b)	(1;c)	(1;e)	(1;f)	(1;g)	(1;h)
2	(2;a)	(2;b)	(2;c)	(2;e)	(2;f)	(2;g)	(2;h)
3	(3;a)	(3;b)	(3;c)	(3;e)	(3;f)	(3;g)	(3;h)

b) $N = 28$.

2. a) $\text{card}(A) = 4$ et $\text{card}(B) = 7$. On a : $\text{card}(A) \times \text{card}(B) = 28$

b) $N = \text{card}(A) \times \text{card}(B)$

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 9

$$\text{Card}(A \times B) = 35$$

Exercice 10

Moussa dispose de 12 possibilités pour prendre son petit déjeuner.

Activité 6:

• Objectif

L'objectif de cette activité est de connaître la définition d'un p-uplets d'un ensemble.

• Réponses aux questions.

1.a) Tous les nombres que l'on peut former sont :

111 ; 112 ; 121 ; 122 ; 211 ; 212 ; 221 et 222.

b) $N = 8$

2. a) $\text{card}(A) = 2$ et $(\text{card}(A))^3 = 8$

b) $N = (\text{card}(A))^3$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 11

Le nombre de mots de trois lettres ayant un sens ou non qu'on peut former avec les lettres du mots AMOUR est : $5^3 = 125$

Exercice 12

On a : $\text{card}(F) = 6$. Donc le nombre de 4-uplets d'éléments de l'ensemble F est : $6^4 = 1296$.

Activité 7:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de connaître la définition d'un arrangement.

- **Réponses aux questions.**

1. $N=24$

2. a) $N' = 4 \times 3 \times 2 = 24$

b) $N = N'$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 13

Le nombre de mots de l'alphabet français ayant un sens ou non formés de quatre lettres distinctes deux à deux est : $26 \times 25 \times 24 \times 23 = 358\,800$.

Exercice 14

le nombre de distributions possibles est : $18 \times 17 \times 16 = 4\,896$.

Activité 8:

- **Objectif** : L'objectif de cette activité est de connaître la définition d'une permutation.

- **Réponses aux questions**

1. $N=6$

2. a) $N' = 3 \times 2 \times 1 = 6$

b) $N = N'$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 15

$\text{card}(F) = 5$. Le nombre de permutations de l'ensemble F est :

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Exercice 16

Le nombre de façons dont ils peuvent garer dans ce parking est :

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Activité 9:

- **Objectif** : L'objectif de cette activité est de connaître la définition d'une combinaison.

- **Réponses aux questions**

1. $N = 10$

2. a) $N' = \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = 10$

b) $N = N'$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 17

Le nombre de choix possibles est : $C_5^2 = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$

Exercice 18

Le nombre de manière de former ce groupe est : $C_{45}^3 = \frac{45 \times 44 \times 43}{3!}$
 $= 14\,190$

DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1

Exercice non corrigé

Pour former un mot de passe, il faut choisir un chiffre et ensuite une consonne.

Un mot de passe est donc un couple constitué d'un chiffre et d'une consonne.

Soit A l'ensemble des chiffres et B l'ensemble des consonnes.

On a : $\text{card}(A) = 10$ et $\text{card}(B) = 20$.

Donc : $\text{card}(A \times B) = 10 \times 20 = 200$

On peut donc former 200 codes possibles.

QUESTION 2

Exercice non corrigé

On peut avoir aa et ab parmi les mots. De plus le mot ba est différent du mot ab.

Il y a une notion d'ordre et de répétition.

On a : $\text{card}(E) = 5$. Former un mot de deux lettres ayant un sens ou non revient à former

un 2-uplets d'éléments de E. Donc le nombre de mots qu'on peut former est : $5^2 = 25$.

QUESTION 3

Exercice non corrigé

Choisir un président, un trésorier et un secrétaire parmi les 30 personnes revient à former un arrangement de trois éléments de l'ensemble de 30 personnes.

Donc : le nombre N de choix possibles est : $A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24\,360$

QUESTION 4

Exercice non corrigé

Former une équipe revient à former une combinaison de quatre éléments de l'ensemble des 60 élèves.

Le nombre N d'équipes possibles est : $N = C_{60}^4 = 487\,635$.

MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

A et D sont des ensembles finis.

Exercice 2

$$\text{Card}(A) = 13$$

Exercice 3

1. $U \cap V = \{2\}$; $U \cap S = \{2; 3; b; d\}$; $V \cap S = \{2\}$
2. $\text{Card}(U \cap V) = 1$; $\text{card}(U \cap S) = 4$; $\text{card}(V \cap S) = 1$

Exercice 4

1. $E \cap F = \{3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$.
2. $\text{Card}(E \cap F) = 7$

Exercice 5

1. $A \cup V = \{2; 3; b; d; f; g\}$; $A \cup S = \{2; 3; b; d; c\}$
 $V \cup S = \{2; f; g; b; c; d; 3\}$
2. $\text{Card}(A \cup V) = 6$; $\text{card}(A \cup S) = 5$; $\text{card}(V \cup S) = 7$

Exercice 6

1. $A \cup B = \{0; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28\}$
2. $\text{Card}(A \cup B) = 18$

Exercice 7

$$\text{Card}(K \cup L) = \text{card}(K) + \text{card}(L) - \text{card}(K \cap L)$$

$$\text{Card}(K \cup L) = 22 + 13 - 10 = 25$$

Exercice 8

1. Les éléments de l'ensemble $H \times G$ sont : $(a; 1), (a; f), (a; 4), (a; j), (a, m), (a; n),$
 $(b; 1), (b; f),$
 $(b; 4), (b; j), (b, m), (b; n),$
 $(2; 1), (2; f), (2; 4), (2; j), (2, m), (2; n), (3; 1), (3; f), (3; 4), (3; j), (3, m), (3; n).$
2. $\text{Card}(H \times H) = 24.$

Exercice 9

le nombre total de couples qu'on peut avoir est 24.

Exercice 10

le nombre de groupes qu'on peut former est 48.

Exercice 11

Mademoiselle Lili dispose de 60 possibilités de s'habiller

Exercice 12

Il y a 30 plats susceptibles d'être servis.

Exercice 13

Il y a $6^3 = 216$ résultats possibles.

Exercice 14

On peut former $4^5 = 1024$ mots de cinq lettres ayant un sens ou non avec les éléments de l'ensemble F.

Exercice 15

Il y a $2^4 = 16$ résultats possibles.

Exercice 16

Il y a $7^4 = 2\,401$ tirages possibles.

Exercice 17

On a : $A_{20}^3 = 6\,840$. Donc il y a 6 840 manières de récompenser ces candidats.

Exercice 18

On a : $A_{20}^3 = 6\,840$. Donc il y a 6 840 tiercés possibles.

Exercice 19

On a : $A_{10}^4 = 5\,040$. Donc il y a 5 040 tirages possibles.

Exercice 20

On a : $A_{15}^4 = 32\,760$. Donc il y a 32 760 possibilités de former le comité.

Exercice 21

1. On a $5! = 120$. Donc on peut former 120 anagrammes du mot « FORCE ».
2. On a $3! = 6$. Donc on peut former 6 anagrammes du mot « VIE ».

Exercice 22

On a $8! = 40\,320$. Donc le candidat a 40 320 possibilités de répondre aux questions.

Exercice 23

On a $4! = 24$. Donc elle dispose de 24 possibilités de consommer les fruits le samedi.

Exercice 24

On a $5! = 120$. Donc on peut former 120 mots de cinq lettres ayant un sens ou non avec les lettres de l'ensemble $\{a; b; e; i; k\}$

Exercice 25

On a $C_{55}^3 = 26\,235$. Donc il y a 26 235 possibilités de former un groupe.

Exercice 26

On a $C_{32}^8 = 10\,518\,300$. Donc il y a 10 518 300 choix possibles.

Exercice 27

On a $C_{16}^2 = 120$. Donc il y a 120 matchs possibles.

Exercice 28

On a $C_{25}^{10} = 3\,268\,760$. Donc il y a 3 268 760 sélections possibles.

Exercice 29

On a $C_{18}^6 = 18\,564$. Donc il y a 18 564 possibilités de choisir au hasard ces fruits.

Exercices de renforcement/approfondissement

Exercice 30

1. Le nombre N d'élèves qui étudient à la fois l'espagnol et l'allemand est :
 $N = 25 + 35 - 50 = 10$
2. a) on a : $C_{10}^2 = 45$. Il y a 45 choix possibles.
b) on a : $15 \times 25 = 375$. Il y a 375 choix possibles.
3. on a : $A_{50}^2 = 2\,450$. Il y a 2 450 possibilités de désigner un chef et un sous-chef.

Exercice 31

1. on a : $C_{11}^2 = 55$. Il y a 55 échanges possibles.
2. Il y a 11 échanges entre les joueurs portant les mêmes numéros.

Exercice 32

1. On a : $7 \times 10 \times 12 = 840$. On peut former 840 jurys.
2. On a : $2 \times 4 \times 3 = 24$. On peut former 24 jurys composés uniquement de femmes.

Exercice 33

On a $15 \times 4 = 60$. Il y a 60 réponses possibles.

Exercice 34

1. a) On a : $26^4 = 456\,976$. Il y a 456 976 codes possibles.
b) On a : $20^4 = 160\,000$. Il y a 160 000 codes ne contenant aucune voyelle.
2. a) On a : $A_{26}^4 = 358\,000$. Il y a 358 000 codes possibles.
b) On a : $A_{25}^3 = 13\,800$. Il y a 13 800 codes commençant par M.
c) On a : $20 \times 6 \times A_{24}^2 = 66\,240$. Il y a 66 240 codes commençant par une consonne et se terminant par une voyelle.

Exercice 35

1. a) On a : $C_{45}^3 = 14\,190$. Donc il y a 14 190 choix possibles.
b) On a : $C_{43}^3 = 12\,341$. Il y a 12 341 choix possibles lorsque M. Kouadio et Mme Kouamé ne font pas partie des personnes choisies.
2. a) On a : $A_{45}^3 = 85\,140$. Il y a 85 140 bureaux possibles.

- b) Il y a 43 bureaux possibles si Mme Kouamé est la présidente et M. Kouadio le trésorier.
- c) On a $A_{43}^3 = 74\,046$. Il y a 74 046 bureaux possibles si ni M. Kouadio, ni Mme Kouamé ne fait partie du bureau.

Exercice 36

- On a : $3 \times 6^4 = 3\,888$. On peut former 3 888 différents codes possibles.
- on a : $3 \times 5^4 = 1\,875$. Il y a 1 875 codes ne contenant pas le chiffre 4.
- On a : $3888 - 1875 = 2\,013$. Il y a 2 013 codes contenant au moins une fois le chiffre 4.
- On a : $6^3 = 216$. Il y a 216 codes possibles dont la lettre est A et le nombre qui suit est un multiple de 5.

Exercice 37

- Il y a 15 ! possibilités d'inscrire leurs noms sur la liste.
- Il y a 14 ! possibilités si le nom de Samira est en cinquième position.

Exercice 38

- On a $C_{40}^3 = 9\,880$. Donc il y a 9 880 choix possibles.
- On a $C_{28}^3 = 3\,276$. Donc il y a 3 276 choix possibles si aucun garçon ne fait partie des représentants.
- On a : $C_{28}^2 \times 12 = 4\,536$. Il y a 4 536 possibilités de choisir 2 filles et 1 garçon.

Exercice 39

- On a : $3! = 6$. Il y a 6 tirages constitués uniquement de boules rouges.
 - On a : $3! + A_4^3 = 30$. Il y a 30 tirages unicolores.
 - On a trois possibilités de tirer la boule verte (au premier tirage VRR ; au deuxième tirage RVR ; au troisième tirage RRV). Le nombre de tirages est : $3 \times A_4^1 \times A_3^2 = 72$.
Il y a 72 tirages contenant exactement une boule verte.
- Il y a un seul tirage constitué uniquement de boules rouges.
 - on a : $1 + C_4^3 = 5$. Il y a 5 tirages unicolores.
 - on a : $C_4^1 \times C_3^2 = 12$. Il y a 12 tirages contenant exactement une boule verte.

Exercice 40

1. Il y a $12!$ manières de ranger ces livres.
2. Il y a $4! \times 3! \times 3! \times 2!$ manières de ranger ces livres dans cet ordre.
3. Il y a $4! \times 4! \times 3! \times 3! \times 2!$ manières de ranger ces livres par matières.

Exercice 41

1. On a : $4! = 24$. Il y a 24 circuits différents.
2. On a : $3! = 6$. Il y a circuits commençant par San-Pedro.

Exercice 42

1. 6665 ; 1122 et 1345 sont trois éléments de l'ensemble Ω .
2. $\bar{A}$: « on obtient un nombre impair ».
3. $\text{card}(\Omega) = 6^4 = 1296$.
4. Obtenir un nombre pair revient à former un nombre terminé par 2, 4 ou 6
 $\text{card}(A) = 6^3 \times 3 = 648$
 $\text{card}(\bar{A}) = \text{card}(\Omega) - \text{card}(A) = 1296 - 648 = 648$.
5. $\bar{B}$ « on obtient au plus une fois le chiffre 1 ».
6. Obtenir au moins deux fois le chiffre 1 revient à avoir :
soit deux fois le chiffre 1 (6×5^2), soit trois fois le chiffre 1 (4×5), soit quatre fois le chiffre 1. Ainsi : $\text{card}(B) = 6 \times 5^2 + 4 \times 5 + 1 = 171$
 $\text{card}(\bar{B}) = \text{card}(\Omega) - \text{card}(B) = 1296 - 171 = 1125$.

Exercice 43

1. Il y a 30 élèves qui ont fait uniquement la leçon sur « Dénombrement ».
2. Il y a 6 élèves qui ont fait uniquement la leçon sur « Systèmes d'équations linéaires ».
3. Il y a 96 élèves qui n'ont reçu aucune des deux leçons

Exercice 44

1. Il y a 65 élèves qui ont la moyenne au moins dans l'une des trois matières.
2. a) il y a 16 élèves qui ont uniquement la moyenne en mathématiques.
b) il y a 15 élèves qui ont uniquement la moyenne en anglais.
c) il y a 23 élèves qui ont uniquement la moyenne en EPS.

Exercice 45

1. Le nombre de 5-uplets de l'ensemble $\{a; b\}$ est 2^5 .
2. Le nombre de permutations de l'ensemble $\{3; 5; 6; 7\}$ est égal à 24.
3. Une permutation de n éléments est un arrangement.

Exercice 46

1. $4C_5^2 + 5A_4^2 = 100$;
2. $8 \times 5! + 3! = 966$;
3. $C_8^5 - C_8^3 = 0$.

Exercice 47

1. On a $C_{80}^4 = 1\,581\,588$. Il y a 1 581 588 choix possibles.
2. On a $C_8^4 = 70$. Il y a 70 choix possibles composés uniquement des personnes qui ont cotisé pour la danse et la natation.
3. On a $C_{17}^2 \times C_{42}^2 = 117\,096$. Il y a 117 096 choix composés de 2 personnes qui ont uniquement cotisé pour la natation et de 2 personnes qui ont uniquement cotisé pour la danse.

Exercice 48

1. On a $C_6^2 = 15$. Il y a 15 lignes en service.
2. Soit n le nombre de villes que cette compagnie dessert.
On a : $C_n^2 = 45$.
 $C_n^2 = 45$ équivaut à $n(n-1) = 90$. On obtient $n = 10$.
La compagnie dessert 10 villes.

Exercice 49

1. a) Il y a 9 tirages possibles.
b) Il y a 3 tirages unicolores.
2. a) on a $A_3^2 = 6$. Il y a 6 tirages possibles.
b) il ne peut pas avoir de tirages unicolores.

Exercice 50

1. $A_n^2 = n(n-1) = n^2 - n$
2. $A_n^2 = 72$ équivaut à $n^2 - n - 72 = 0$. La solution est : 9.

Exercice 51

1. Il y a $4! = 24$ trajets possibles.
2. Il y a 6 trajets possibles.
3. Il y a 4 trajets possibles.

Exercice 52

1. On a : $C_{40}^5 = 658\,008$. Il peut constituer 658 008 groupes.
2. On a : $C_{11}^5 = 462$. Il peut constituer 462 groupes composés uniquement de filles.
3. On a : $C_{11}^2 \times C_{29}^3 = 200\,970$. Il peut constituer 200 970 groupes composés de 2 filles et de 3 garçons.
4. On a : $C_{40}^5 - C_{29}^5 = 539\,253$. Il peut constituer 539 253 groupes composés d'au moins une fille.

Exercice 53

1. Il y a 6^5 résultats possibles.
2. $\text{Card}(A) = 3^2 \times 6^3 = 1\,944$
3. $\text{Card}(B) = 6^4 \times 2 = 2\,592$
4. $\text{Card}(C) = 3^2 \times 3^3 \times C_5^2 = 2\,430$.
5. a) $\bar{D}$: « on obtient au plus une face rouge ».
b) $\text{card}(D) = 3^2 \times 3^3 \times C_5^2 + 3^3 \times 3^2 \times C_5^3 + 3^4 \times 3^1 \times C_5^4 + 3^5 \times C_5^5 = 6\,318$
c) $\text{card}(\bar{D}) = 7\,776 - 6\,318 = 1\,458$

Exercice 54

1. on a $C_{10}^3 = 120$. Il y a 120 tirages possibles.
2. a) il y a $C_5^3 = 10$ tirage comportement uniquement des boules rouges.
b) $C_3^3 + C_5^3 = 11$. Il y a 11 tirages comportant des boules toutes de mêmes couleurs.
c) il y a 30 tirages comportant les trois couleurs.
d) il y a 79 tirages comportant exactement deux couleurs.
e) il y a 64 tirages comportant une boule blanche.
f) il y a 110 tirages comportant au plus deux boules rouges.

Situations complexes

Exercice 55

Pour identifier le tirage le plus avantageux, nous allons calculer le nombre de tirage de chaque type puis comparer les résultats obtenus.

Soient N_1 , N_2 et N_3 le nombre de tee-shirts gagnés respectivement avec le tirage simultané, le tirage successif sans remise et le tirage successif avec remise.

On a $N_1 = C_4^2 = 6$; $N_2 = A_4^2 = 12$ et $N_3 = 4^2 = 16$.

N_3 étant le plus grand nombre, le tirage le plus avantageux est le tirage successif avec remise.

Exercice 56

Pour chaque jour de la semaine, il y a 5 possibilités de désigner une boulangerie.

Ainsi désigner une boulangerie par jour revient à former un 7-uplets d'un ensemble de cinq éléments.

On a : $5^7 = 78\,125$

Il y a 78 121 possibilités pour qu'il y ait au moins une boulangerie ouverte chaque jour.

Exercice 57

L'ordre de passage de chaque candidat est donné par un triplé dont le premier membre est un élément pris dans un ensemble de trois éléments, le deuxième membre est un élément pris dans un ensemble de trois éléments et le troisième membre est un élément pris dans un ensemble de deux éléments.

Yvan a donc 3 possibilités de choisir le type de sujet et une seule possibilité de tirer la date et le moment de passage selon son souhait.

Ainsi Yvan dispose de trois possibilités.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où se déroule la scène ?	Dans une classe dans le cadre de la sensibilisation contre les grossesses non désirées.
Circonstances	Quel est le problème auquel l'élève est confrontée ?	L'interprétation d'une courbe
Tâche	Qu'est-ce que le professeur a décidé pour aider l'élève?	Face aux difficultés de l'élève, le professeur de mathématiques décide d'approfondir avec les élèves la notion de fonction ainsi que ses principales propriétés

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES ACTIVITES

Activité 1 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de définir une fonction est paire.

- **Réponses aux questions**

On a : $f(x) = \frac{3x^2 + 2}{x^2 - 1}$.

1. $D = \{x \in \mathbb{R}; x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$
2. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $-x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$
3. Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $f(-x) = \frac{3(-x)^2 + 2}{(-x)^2 - 1} = \frac{3x^2 + 2}{x^2 - 1}$
4. On a : $f(-x) = f(x)$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1 : 1-C ; 2-B

Exercice 2 : 1-FAUX ; 2- VRAI ; 3-FAUX

Activité 2 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de reconnaître une fonction paire à partir de sa représentation graphique.

- **Réponses aux questions**

1. a) Considérons les points A et B d'abscisses respectives -1 et -2
b) La construction des symétriques des points A et B par rapport à l'axe (OJ) donne
les points A' et B' d'abscisses respectives 1 et 2 .
c) Le symétrique de chacun de ces points est situé sur la courbe de f .
2. a) L'ensemble de définition D de f est $\mathbb{R}$.
b) D est symétrique par rapport à 0 ; car : $D = \mathbb{R}$ et $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$.
c) $\forall x \in D, f(-x) = f(x)$.
d) f est paire.

- **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 3 :

La figure de droite est la représentation graphique d'une fonction paire.

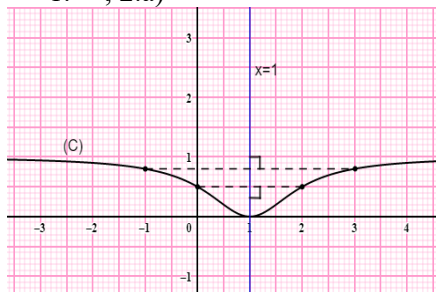
Activité 3 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de justifier qu'une droite donnée est axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction.

- **Réponses aux questions**

1. ; 2.a)



2.b)

Le symétrique d'un point quelconque de la courbe est situé sur la courbe dans le demi-plan de bord la droite (D) opposé au plan dans lequel se trouve ce point.

3. a) Soit $r \in \mathbb{R}$; $f(1-r) = \frac{r^2}{1+r^2}$

$$\text{et } f(1+r) = \frac{r^2}{1+r^2}$$

$$\text{b) } f(1-r) = f(1+r)$$

4. a) On a : $D_f = \mathbb{R}$; $\forall x \in D_f, (2 \times 1 - x) \in D_f$.

$$\text{b) } f(2 \times 1 - x) = \frac{(2-x)^2 - 2(2-x) + 1}{(2-x)^2 - 2(2-x) + 2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 2x + 2}.$$

c) on a : $f(2 \times 1 - x) = f(x)$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 4

✓ Méthode 1

On a : $f(x) = (x+1)^2$. $D_f = \mathbb{R}$; $\forall x \in D_f, (-1-x) \in D_f$ et $(-1+x) \in D_f$
comme : $f(-1-x) = f(-1+x) = x^2$

Alors la droite d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de f .

✓ Méthode 2

On a : $f(x) = (x+1)^2$. $D_f = \mathbb{R}$; $\forall x \in D_f, (2 \times (-1) - x) \in D_f$

Or : $f(2 \times (-1) - x) = (-2 - x + 1)^2 = (x+1)^2$ d'où $f(2 \times (-1) - x) = f(x)$.

Donc : la droite d'équation $x = -1$ est axe de symétrie de la courbe représentative de f .

Exercice 5 : Ce sont les graphiques : a) et c)

Activité 4 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de définir une fonction est impaire.

- **Réponses aux questions**

On a : $g(x) = \frac{1}{5}x^3$

1. L'ensemble de définition D de g est $\mathbb{R}$.
2. $D = \mathbb{R}$ d'où $\forall x \in D, -x \in D$. Donc, D est symétrique par rapport à 0.
3. On a : $g(-x) = \frac{1}{5}(-x)^3 = -\frac{1}{5}x^3$ et $-g(x) = -\frac{1}{5}x^3$.
4. On a : $g(-x) = -g(x)$.

Exercice 6 : 1-A ; 2-C.

Exercice 7 : 1- FAUX ; 1- FAUX ; 1- VRAI.

Activité 5:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de reconnaître une fonction impaire à partir de sa représentation graphique.

- **Réponses aux questions**

NB : Répondre aux questions de l'activité 5 à l'aide de la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^3$.

1. a) Considérons les points A et B d'abscisses respectives -1 et -2
b) La construction des symétriques des points A et B par rapport à O donne
les points A' et B' d'abscisses respectives 1 et 2 .
c) Le symétrique de chacun de ces points est situé sur la courbe représentative de f .
2. a) L'ensemble de définition D de f est $\mathbb{R}$.
b) D est symétrique par rapport à 0 ; car, $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$.
c) $x \in D, f(-x) = -f(x)$.
d) f est impaire.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 8 : La première représentation graphique.

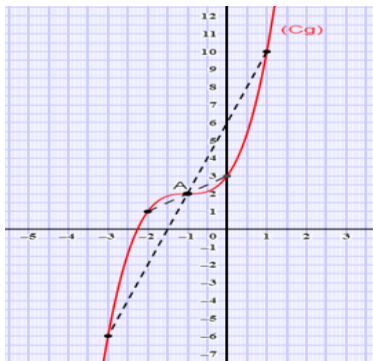
Activité 6:

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de justifier qu'une droite donnée est axe de symétrie à la courbe représentative d'une fonction.

- **Réponses aux questions**

1.a



1. b. Le symétrique d'un point quelconque de la

courbe est situé sur la courbe de l'autre côté du point A.

2. On a : $g(-1-r) = -r^3 + 2$ et $g(-1+r) = r^3 + 2$.

Donc : $g(-1-r) + g(-1+r) = 2 \times 2$.

3. a) $\forall x \in \mathbb{R}, (2 \times (-1) - x) \in \mathbb{R}$ or $D_g = \mathbb{R}$

Donc : $\forall x \in D_g, (2 \times (-1) - x) \in D_g$.

b) $g(2 \times (-1) - x) + g(x) = 4$.

c) $g(2 \times (-1) - x) + g(x) = 2 \times 2$.

✓ Corrigé des exercices de fixation

Exercice 9 : Les représentations graphiques b) et d).

Exercice 10

✓ Méthode 1

Soit $r \in \mathbb{R}$; $(-1+r) \in \mathbb{R}$ et $(-1-r) \in \mathbb{R}$

On a : $h(-1+r) = r^3$ et $h(-1-r) = -r^3$

$$h(-1+r) + h(-1-r) = 0 = 2 \times 0.$$

Donc, $A(-1; 0)$ est un centre de symétrie.

✓ Méthode 2

Soit $r \in \mathbb{R}$; $(2 \times (-1) - x) \in \mathbb{R}$

On a : $h(2 \times (-1) - x) = -(x+1)^3$

D'où : $h(2 \times (-1) - x) + h(x) = 2 \times 0$.

Donc : $A(-1; 0)$ est un centre de symétrie.

DES QUESTIONS D'ÉVALUATION

QUESTION 1

Exercice non corrigé

✓ Méthode 1

$$\text{On a : } g(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1} ;$$

$$\text{On a : } D_g = [-3,5; 3,5] \setminus \{-1; 1\} ;$$

$$\forall x \in D_g, -x \in D_g ; g(-x) = g(x) \text{ car } g(-x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}. \text{ Donc} \\ : g \text{ est paire.}$$

✓ Méthode 2

Dans le repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction g admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. Donc la fonction g est paire.

QUESTION 2

Exercice non corrigé

✓ Méthode 1

$$\text{On a : } g(x) = \frac{x}{x^2 - 1} ;$$

$$\text{On a : } D_g = [-2,5 ; 2,5] \setminus \{-1; 1\} ;$$

$$\forall x \in D_g, -x \in D_g ; g(-x) = -g(x) \text{ car } g(-x) = -\frac{x}{x^2 - 1}.$$

Donc : g est impaire.

✓ Méthode 2

Dans le repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction g admet l'origine comme centre de symétrie. Donc la fonction g est impaire.

QUESTION 3

Exercice non corrigé

$$\text{On a : } g(x) = x^3 + 1 \text{ et } D_g = \mathbb{R} ;$$

$$\forall x \in D_g, -x \in D_g ; \text{ on a : } g(-x) = -x^3 + 1 \text{ et } -g(x) = -x^3 - 1$$

$$\text{On a : } g(-x) \neq g(x) \text{ et } g(-x) \neq -g(x); \text{ donc : } g \text{ n'est ni paire, ni impaire.}$$

QUESTION 4

Exercice non corrigé

✓ Méthode 1

On a : $g(x) = (x - 2)^2 + 3$.

On a : soit $r \in \mathbb{R}$ tel que $(2 + r) \in D_g, (2 - r) \in D_g$;

On a : $g(2 + r) = r^2 + 3$ et $g(2 - r) = r^2 + 3$.

D'où : $g(2 + r) = g(2 - r)$

Donc : la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de g .

✓ Méthode 2

soit $x \in \mathbb{R}; (2 \times 2 - x) \in \mathbb{R}$

On a : $g(4 - x) = (2 - x)^2 + 3 = (x - 2)^2 + 3$. D'où : $g(2 \times 2 - x) = g(x)$.

Donc : la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de g .

QUESTION 5

Exercice non corrigé

✓ Méthode 1

On a : $f(x) = \frac{x}{3 - x}$ et $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Pour tout $r \in D_f, (3 + r) \in D_f, (3 - r) \in D_f$;

On a : $f(3 + r) = \frac{-3 - r}{r}$ et $f(3 - r) = \frac{3 - r}{r}$.

On a : $f(3 + r) + f(3 - r) = -2 = 2 \times (-1)$.

Donc : le point $A(3; -1)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de f .

✓ Méthode 2

soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}; (2 \times 3 - x) \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$

On a : $f(2 \times 3 - x) = \frac{6 - x}{-3 + x}$.

D'où : $f(6 - x) + f(x) = \frac{-2(3 - x)}{3 - x} = -2$ soit $f(2 \times 3 - x) + f(x) = 2 \times (-1)$.

Donc : le point $A(3; -1)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de f .

MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

1-FAUX ; 2-VRAI ; 3-VRAI ; 4-VRAI ; 5-FAUX ; 6- VRAI.

Exercice 2

On a : $D_g = \mathbb{R}$. $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$ et $g(-x) = g(x)$ car $g(-x) = -x^2 + 2$.

Donc : g est paire.

Exercice 3

$u(3) = -5$ et $u(-7) = 28$.

Exercice 4

La fonction f est définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ n'est pas paire ; car, l'ensemble de définition n'est pas symétrique par rapport à 0.

Exercice 5

La courbe de la figure 1 et celle de la figure 4.

Exercice 6

Dans un repère **orthogonal**, si une fonction est **paire** alors sa représentation graphique admet **l'axe des ordonnées** comme **axe de symétrie**.

Exercice 7

1. On a : $h(1+r) = 2(1+r)^2 - 4(1+r) + 1$.

D'où : $h(1+r) = 2r^2 - 1$.

De même : $h(1-r) = 2r^2 - 1$.

2. Comme $h(1+r) = h(1-r)$ alors la droite d'équation : $x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de h .

Exercice 8

On a : $g(x) = (x+3)^2 + 1$ et $D_g = \mathbb{R}$.

Soit $r \in \mathbb{R}$; $(-3+r) \in D_g$ et $(-3-r) \in D_g$;

On a : $g(-3-r) = g(-3+r)$

car $g(-3+r) = r^2 + 1$ et $g(-3-r) = r^2 + 1$.

Donc : la droite (Δ) d'équation : $x = -3$ est un axe de symétrie de la courbe ($\mathcal{C}$).

Exercice 9

On a : $f(x) = x^2|x| + 1$ et $D_f = \mathbb{R}$.

Pour tout $r \in \mathbb{R}$, $r \in D_f$ et $-r \in D_f$.

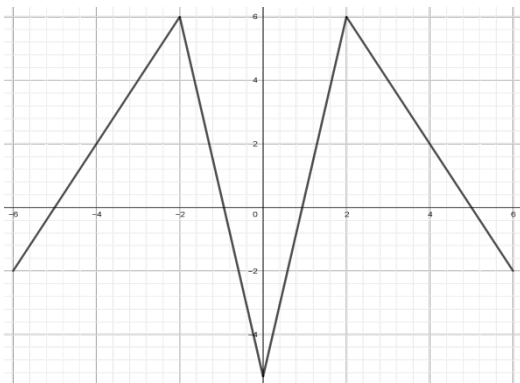
On a : $f(-r) = f(r)$ car $f(-r) = (-r)^2|-r| + 1 = r^2|r| + 1$

Donc : la droite (D) d'équation : $x = 0$ est un axe de symétrie de la courbe ($\mathcal{C}$).

Exercice 10

La deuxième figure présente un axe de symétrie.

Exercice 11



Exercice 12

1-VRAI ; 2-FAUX ; 3-FAUX ; 4-VRAI.

Exercice 13

1-a ; 2-b ; 3-c ; 4-b ; 5-c ; 6-c.

Exercice 14

$f(9) = -f(-9) = 2$ et $f(-5) = -f(5) = 4$.

Exercice 15

$g(-x) = -(-x)^5 + 2 = x^5 + 2$ et $-g(x) = x^5 - 2$.

On a : $g(-x) \neq g(x)$; donc, la fonction g n'est pas impaire.

Exercice 16

Les figures 1 ; 2 et 3 sont celles qui représentent les courbes représentatives de fonctions impaires. En effet, dans chaque cas, l'origine du repère est un centre de symétrie à chacune des représentations graphiques.

Exercice 17

On a : $f(x) = x^3 - 10x$ et $D_f = \mathbb{R}$.

$$\forall x \in D_f, (2 \times 0 - x) \in D_f$$

$$f(2 \times 0 - x) = f(-x) = -x^3 + 10x, \text{ or } f(-x) = -(x^3 - 10x) = -f(x);$$

$$\text{D'où : } f(2 \times 0 - x) + f(x) = 0 = 2 \times 0.$$

Donc : O est un centre de symétrie de la courbe représentative de f .

Exercice 18

On a : $g(x) = \frac{2}{x} + 1$ et $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\forall x \in D_g, (2 \times 0 - x) \in D_g; g(2 \times 0 - x) = g(-x) \text{ et } g(-x) = -\frac{2}{x} + 1.$$

$$\text{D'où : } g(2 \times 0 - x) + g(x) = 2 = 2 \times 1.$$

Donc, S (0 ; 1) est un centre de symétrie à la courbe représentative de g .

Exercice 19

On a : $h(x) = \frac{-9}{(x-2)^3}$ et $D_h = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\forall x \in D_h, (2 \times 2 - x) \in D_h; h(2 \times 2 - x) = h(-x) \text{ car } h(-x) = \frac{9}{(x-2)^3}.$$

$$\text{D'où : } h(2 \times 2 - x) + h(x) = 0 = 2 \times 0.$$

Donc : B (2 ; 0) est un centre de symétrie à la courbe représentative de h .

Exercice 20

La première figure présente un centre de symétrie.

Exercices de renforcement/approfondissement

Exercice 21

$-5 \in [-5; 3]$; mais, $5 \notin [-5; 3]$. Donc, $[-5; 3]$ n'est pas symétrique par rapport à 0.

Exercice 22

On a : $f(x) = -3x + 8$ et $D_f = \mathbb{R}$.

On a : $-1 \in D_f$ et $1 \in D_f$. avec $f(-1) = 11$ et $-f(1) = -5$.

D'où : $f(-1) \neq f(1)$ et $f(-1) \neq -f(1)$. Donc : f n'est ni paire, ni impaire.

Exercice 23

1. E a pour coordonnées $(-1; -2)$
voir la figure ci-contre :

2. On a : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$ et
 $D_f = \mathbb{R}$.

$\forall x \in D_f, (2 \times (-1) - x) \in D_f$;

On a : $f(2 \times (-1) - x) = f(-2 - x) =$
 $-x^3 - 3x^2 - 3x - 3$;

On a : $f(2 \times (-1) - x) + f(x) =$
 $-4 = 2 \times (-2)$.

Donc : $E(-1; -2)$ est un centre de symétrie de la courbe de f .



Exercice 24

1. f est impaire alors : $f(-x) = -f(x)$; d'où : $f(-0) = -f(0) = f(0)$;
soit : $2f(0) = 0$. Donc : si $0 \in D_f$ et f est impaire alors $f(0) = 0$.
2. La fonction définie par $f(x) = x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$ alors son ensemble de définition contient bien 0 et $f(0) = 0$; mais f n'est pas impaire.

Exercice 25

$h(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ et $D_h =]-\infty; -2]$.

$\forall x \in D_h =]-\infty; -2]$, $(-2 + x) \in]-\infty; -2]$ et $(-2 - x) \notin]-\infty; -2]$.

Donc : h n'est ni paire, ni impaire.

Exercice 26

$f(x) = \frac{-3x}{x^2 + 1}$ et $D_f = \mathbb{R}$; $\forall x \in D_f, -x \in D_f$ et $f(-x) = -\frac{-3x}{x^2 + 1}$
 $= -f(x)$.

Donc : f est impaire.

Exercice 27

$$f(x) = \frac{-2x^4 + 7}{x^2 - 1}.$$

1. $D_f = \{x \in \mathbb{R} ; x^2 - 1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}.$
2. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, -x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}.$ Donc : D_f est symétrique par rapport à 0.
3. $f(-x) = f(x)$ car $f(-x) = \frac{-2(-x)^4 + 7}{(-x)^2 - 1} = \frac{-2x^4 + 7}{x^2 - 1}.$
4. f est paire.

Exercice 28

1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$
2. $f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 1 + 3}{x - 1} = \frac{(x - 1)(5x - 1) + 3}{x - 1}.$ Donc : $f(x)$
$$= 5x - 1 + \frac{3}{x - 1}.$$

3. Soit $r \in \mathbb{R} ; (1 + r) \in D_f$ et $(1 - r) \in D_f$

$$\text{On a : } f(1 + r) = 5r + 4 + \frac{3}{r} \text{ et } f(1 - r) = -5r + 4 - \frac{3}{r}.$$

$$\text{D'où : } f(1 + r) + f(1 - r) = 2 \times 4.$$

Donc : le point de coordonnées (1;4) est un centre de symétrie de la courbe de f .

Exercice 29

1. On a : $x^2 - 6x + 13 = x^2 - 6x + 9 + 4.$

$$\text{D'où : } x^2 - 6x + 13 = (x - 3)^2 + 4.$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}, x^2 - 6x + 13 > 0$ donc : $D_f = \mathbb{R}.$

2. Soit $r \in \mathbb{R} ; (3 + r) \in D_f$ et $(3 - r) \in D_f$

$$\text{On a : } f(3 + r) = f(3 - r) \text{ car } f(3 + r) = f(3 - r) = \frac{-2}{r^2 + 4}.$$

Donc : la droite d'équation $x = 3$ est un axe de symétrie de la courbe de f .

Exercice 30

On a : $D_f = \mathbb{R}.$

Soit $r \in \mathbb{R} ; r \in D_f$ et $-r \in D_f.$

On a : $f(r) + f(-r) = 0 = 2 \times 0$ car $f(r) = \frac{r}{|r| + 5}$ et $f(-r) = -\frac{r}{|r| + 5}$.

Donc : f est paire et f est impaire et le point $O(0 ; 0)$ est un centre de symétrie de la courbe de f .

Exercice 31

On a : $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Soit $r \in \mathbb{R} ; r \in D_f$ et $-r \in D_f$.

On a : $f(r) = f(-r)$ car $f(r) = \frac{-3}{r^2} + 7$ et $f(-r) = \frac{-3}{r^2} + 7$

Donc : f est paire et la droite (OJ) est un axe de symétrie de la courbe de f .

Exercice 32

On a : $D_f = \mathbb{R}$.

Soit $r \in \mathbb{R} ; (1+r) \in D_f$ et $(1-r) \in D_f$

On a : $f(1+r) + f(1-r) = 1 + 2r^2$ car $f(1+r) = 1 + 2r + r^2$ et $f(1-r) = 1 - 2r + r^2$

Comme : $f(1+r) + f(1-r) \neq 2 \times 1$;

Alors : le point $B(1 ; 1)$ n'est pas un centre de symétrie de la courbe de f .

Exercice 33

1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

2. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, -x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ et $f(-x) = f(x)$ car $f(-x) = \frac{1}{|x| - 1} - x^2$.

Donc, f est paire.

Exercice 34

1.a) Supposons que f est paire alors $f(-x) = f(x)$.

Donc : $g(x) = f(x)$ et $h(x) = 0$.

b) De même, si f est impaire alors $f(-x) = -f(x)$. Donc : $g(x) = 0$ et $h(x) = f(x)$.

2. On a : $g(-x) = g(x) = \frac{f(-x) + f(x)}{2}$ et D_g est symétrique par rapport à 0. Donc : g est paire.

De même $h(-x) = -h(x)$ et D_h est symétrique par rapport à 0.

Donc : h est impaire.

Exercice 35

1. On a : $f(x) = x^2 - 10x + 23$ et $D_f = \mathbb{R}$

Pour tout $r \in \mathbb{R}$, on a : $f(5 + k) = f(5 - k) = k^2 - 2$.

2. Pour tout $r \in \mathbb{R}$; $(5 + r) \in D_f$ et $(5 - r) \in D_f$ et $f(5 + k) = f(5 - k)$.

Donc : la droite d'équation : $x = 5$ est un axe de symétrie de la courbe de f .

Exercice 36

1. On a : $f(x) = \frac{4}{x(x-4)}$ et $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{4}{x(x-4)} = \frac{4}{(x-2)^2 - 4}$.

Donc : la droite d'équation : $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe de f .

2. Vérifions par calcul.

Soit $r \in \mathbb{R}$; $(2 + r) \in D_f$ et $(2 - r) \in D_f$.

On a : $f(2 + r) = f(2 - r) = \frac{4}{(r+2)(r-2)}$.

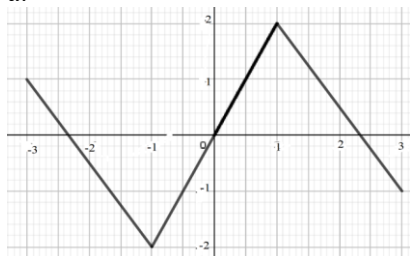
Donc : la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe de f .

Exercice 37

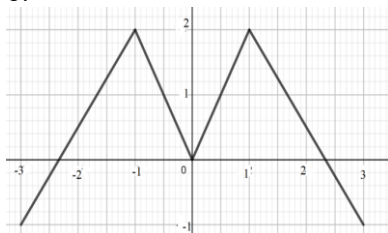
1. a. les figures 1 et 6 sont les représentations graphiques de fonctions paires.
b. les figures 3 et 5 sont les représentations graphiques de fonctions impaires.
2. figure 1 : la droite d'équation $x = 0$ est un axe de symétrie de la courbe.
figure 2 : la droite d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie de la courbe.
figure 3 : le point $O(0,0)$ est un centre de symétrie de la courbe.
figure 4 : aucun élément de symétrie.
figure 5 : le point $O(0,0)$ est un centre de symétrie de la courbe.
figure 6 : la droite d'équation $x = 0$ est un axe de symétrie de la courbe.

Exercice 38

a.



b.



Exercice 39

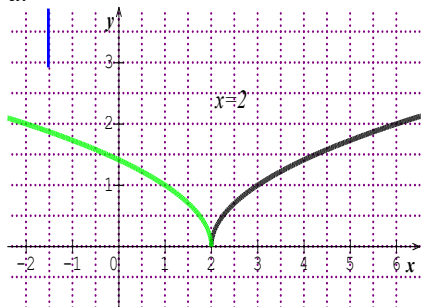
- f n'est ni paire, ni impaire ;
- g est une fonction impaire ;
- h n'est ni paire ni impaire ;
- i est une fonction impaire ;
- j est une fonction paire.

Exercice 40

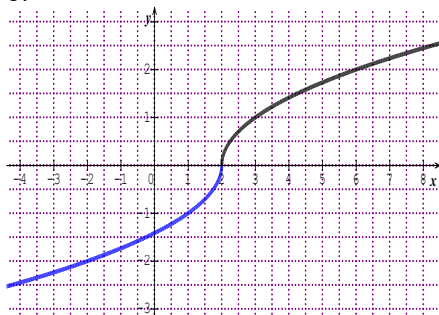
- $f(x) + g(x) = 2x^2 - 5 - x^2 + 2 = x^2 - 3$;
 - $h(x) = f(x) + g(x) = x^2 - 3$;
- on a : D_h est symétrique par rapport à 0 et $h(-x) = h(x)$.
Donc : h est une fonction paire.

Exercice 41

a.



b.



Exercice 42

1. On a : $D_f = \mathbb{R}$.
2. Soit $x \in D_f$; $-x \in D_f$; $f(-x) = f(x)$; donc, f est impaire.
3. On a : f est impaire. Donc : O est un centre de symétrie de (C_f) .

Exercice 43

1. On a : $h(x) = g(x) - f(x) = 3x^2 - 5x + 3 - (2x^2 - 2x - 1)$;
Donc : $h(x) = x^2 - 3x + 4$.

2. On a : $h(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$.

Soit $r \in \mathbb{R}$; $\frac{3}{2} + r \in D_h$ et $\frac{3}{2} - r \in D_h$.

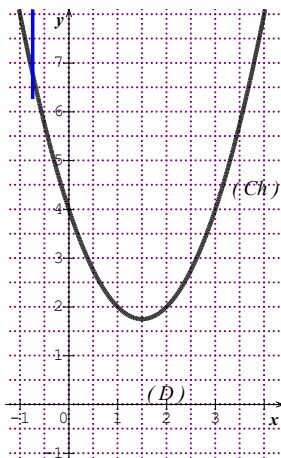
On a : $h\left(\frac{3}{2} + r\right) = h\left(\frac{3}{2} - r\right) = r^2 + \frac{7}{4}$.

Donc : la droite (D) d'équation : $x = \frac{3}{2}$ est un axe de symétrie à la courbe de h .

3.a)

x	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4
$h(x)$	8	4	2	$\frac{7}{4}$	2	4	8

b) et c)



Exercice 44

1. On a : $h(x) = f(x) - g(x) = \frac{2x+1}{1+x}$.

2. a) On a : $D_h =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$.

Pour tout $x \in D_h$, $(2 \times (-1) - x) \in D_h$ et $h(2 \times (-1) - x) = \frac{3+2x}{1+x}$.

De plus : $h(2 \times (-1) - x) + h(x) = 4 = 2 \times 2$.

Donc : le point $A(-1; 2)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative de h .

Situations complexes

Exercice 45

Afin de répondre à la préoccupation de l'architecte, calculons l'aire de l'écran et déterminons la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale.

Posons : $f(x)$, l'aire de l'écran avec $x > 0$ ($x = OH$).

On a : $f(x) = 2xHM$; f est définie sur $]0; 5[$.

On a : $HM = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{25 - x^2}$. Donc : $f(x) = 2x\sqrt{25 - x^2}$.

Alors : f est dérivable sur $]0; 5[$ et $\forall x \in]0; 5[, f'(x) = \frac{50 - 4x^2}{\sqrt{25 - x^2}}$.

Ainsi : $\forall x \in \left]0; \frac{\sqrt{50}}{2}\right[, f'(x) > 0$. Donc f est strictement

croissante sur $\left]0; \frac{\sqrt{50}}{2}\right[$;

$\forall x \in \left[\frac{\sqrt{50}}{2}; 5\right[, f'(x) < 0$. Donc f est strictement

décroissante sur $\left[\frac{\sqrt{50}}{2}; 5\right[$;

Et pour $x = \frac{\sqrt{50}}{2}$; $f(x) = 0$.

On en déduit que : f atteint son maximum en $\frac{\sqrt{50}}{2}$.

Donc : une bonne approximation de la taille maximale de l'écran est telle que $OH = \frac{\sqrt{50}}{2}$ cm et l'aire de l'écran est de 25 cm^2 si l'unité de longueur est le cm.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où se déroule la scène ?	Cette scène se déroule au domicile d'un automobiliste après qu'il ait commis une infraction sur une voie publique dans sa conduite.
Circonstances	Indique pour quelles raisons les enfants sollicitent les élèves de votre classe ? Quel est le problème auquel les enfants sont confrontés ?	Les enfants sollicitent ma classe afin d'apaiser le cœur de leur père. Le problème auquel les enfants sont confrontés est la lecture des informations sur la courbe donnée par les radars.
Tâche	Qu'est-ce que les élèves de ta classe ont décidé pour répondre à la préoccupation des enfants ?	Pour répondre à la préoccupation des enfants, les élèves de ma classe ont décidé d'étudier et de représenter les fonctions.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la

DECOUVERTE DES ACTIVITES

Activité 1 :

- **Objectif**

L'objectif de cette activité est de définir la tangente en point donnée de la courbe représentative d'une fonction.

- **Réponses aux questions.**

1. Position M_0 : Deux points communs (A et M_0).
Position M_1 : Deux points communs (A et M_1).
Position M_2 : Deux points communs (A et M_2).
Position M_3 : un point commun (A).
2. Dans les positions M_0 ; M_1 et M_2 , la droite (AM) est sécante à la courbe (C).
Dans la position M_3 , la droite (AM) est tangente à la courbe (C).

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

La droite en rouge est tangente à (C) en A et en B.

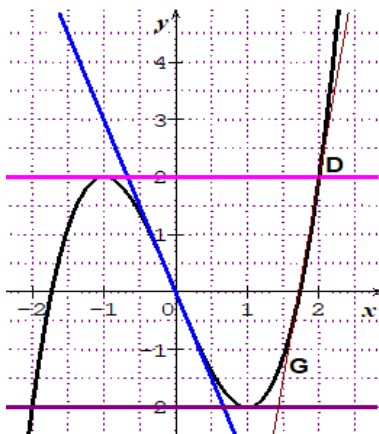
Exercice 2 (voir figure ci-contre)

La tangente au point d'abscisse -1 est la droite horizontale en rose.

La tangente au point d'abscisse 0 est la droite en bleu.

La tangente au point d'abscisse 1 est la droite horizontale en violet.

La tangente au point d'abscisse 1,5 est la droite en marron passant par le point G.



Activité 2 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est de définir le nombre dérivé d'une fonction en un point d'abscisse donnée.

• Réponses aux questions.

- a) la droite (AM) et à l'axe (OJ) sont sécants.
b) $m(x)$ représente le coefficient directeur de la droite (AM).
- a) Pour x assez proche de -2 , $m(x) = x - 2$.
b) Pour $x = -2$; $m(-2) = -4$.
c) Cette valeur numérique représente le nombre dérivé de f au point d'abscisse -2 .

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 3

$g'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente au point A d'abscisse 2. Donc : $g'(2) = -1$.

Exercice 4 : 1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. VRAI ; 4. FAUX ; 5. VRAI.

Activité 3:

• Objectif

L'objectif de cette activité est d'étudier la dérivabilité d'une fonction en un point d'abscisse

donnée puis déterminer sa fonction dérivée.

• Réponses aux questions.

Partie A

- (T') est sécante à l'axe des ordonnées et (T) est parallèle à l'axe des ordonnées.
- (T) n'admet pas de coefficient directeur au point A parce qu'elle est parallèle à l'axe des ordonnées.
(T') admet un coefficient directeur au point B parce qu'elle n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Partie B

1. Pour $x \neq x_0$,
$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{x^2 + x - x_0^2 - x_0}{x - x_0}$$

2. Après factorisation et simplification, on a : pour $x \neq x_0$, $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$$= x + x_0 + 1$$

3. Pour $x = x_0$, $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 2x_0 + 1$.

Le nombre $2x_0 + 1$ ainsi obtenu est le nombre dérivé de f en x_0 .

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 5

h n'est pas dérivable au point d'abscisse -2 ; car la tangente à la représentation graphique de h au point d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des ordonnées.

Exercice 6

Soit $x_0 \in D_g$, on a : Pour $x \neq x_0$, $\frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}$
$$= \frac{x^3 - 2x + 1 - x_0^3 + 2x_0 - 1}{x - x_0}.$$

Après factorisation et simplification, on a : pour $x \neq x_0$, $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$$= x^2 + xx_0 + x_0^2 - 2.$$

Ainsi : pour $x = x_0$, $f'(x_0) = 3x_0^2 - 2$.

On a : pour un élément quelconque x_0 de D_g ,

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 2 \quad f'(x_0) = 3x_0^2 - 2.$$

Donc : pour tout $x \in D_g$, $f'(x) = 3x^2 - 2$.

Activité 4 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est d'établir les fonctions dérivées des fonctions élémentaires.

• Réponses aux questions.

a. On a : $f(x) = k$ et Pour $x \neq x_0$, $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{k - k}{x - x_0} = 0$;

donc : $f'(x) = 0$.

b. On a : $f(x) = x$ et Pour $x \neq x_0$, $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1$;

donc : $f'(x) = 1$.

$$\text{c. On a : } f(x) = ax + b \text{ et Pour } x \neq x_0, \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{a(x - x_0)}{x - x_0}$$

$$= a ; \text{ donc : } f'(x) = a.$$

$$\text{d. On a : } f(x) = x^2 \text{ et Pour } x \neq x_0, \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{(x - x_0)(x + x_0)}{x - x_0}$$

$$= x + x_0 ; \text{ donc : } f'(x) = 2x.$$

$$\text{e. On a : } f(x) = x^3 \text{ et Pour } x \neq x_0, \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{x^3 - x_0^3}{x - x_0}.$$

$$\text{Après factorisation et simplification, } \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$= x^2 + xx_0 + x_0^2 ; \text{ donc : } f'(x) = 3x^2.$$

$$\text{f. On a : } f(x) = \frac{1}{x}, (x \neq 0) \text{ et Pour } x \neq x_0, \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$= -\frac{1}{xx_0} \times \frac{x - x_0}{x - x_0} = -\frac{1}{xx_0} ;$$

$$\text{donc : } f'(x) = -\frac{1}{x^2}.$$

• Corrigé l'exercice de fixation

Exercice 7 : 1. A ; 2. C ; 3. C ; 4. B ; 5. C.

Activité 5 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est d'établir les fonctions dérivées des fonctions du type : $u + v$; au ; uv ; $\frac{u}{v}$ où u et v sont des fonctions dérivables

et a est un réel.

• Réponses aux questions.

$$1. \text{ On a : } f(x) = x \text{ et } g(x) = x^2 \text{ d'où : } f'(x) = 1 \text{ et } g'(x) = 2x ;$$

$$2. \text{ a) On a : } f(x) + g(x) = x^2 + x ;$$

$$\text{b) On a : } (f(x) + g(x))' = (x^2 + x)' = 2x + 1 \text{ et } f'(x) + g'(x) = 2x + 1 ;$$

$$\text{Donc : } (f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

$$3. \text{ a) On a : } f(x).g(x) = x.x^2 = x^3$$

$$\text{b) On a : } (f(x).g(x))' = 3x^2 \text{ et}$$

$$f'(x).g(x) + f(x).g'(x) = x^2 + x(2x) = 3x^2.$$

$$\text{Donc : } (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x).$$

$$4. \text{ a) On a : } \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x};$$

$$\text{b) On a : } \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = -\frac{1}{x^2} \text{ et } \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2} = \frac{-x^2}{x^4} = -\frac{1}{x^2}.$$

$$\text{Donc : } \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}.$$

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 8 : a. VRAI ; b. FAUX ; c. VRAI ; d. FAUX ; e. VRAI ; f. FAUX ; g. VRAI.

Exercice 9

$$\text{a. } f'(x) = (4x - 2)' = 4; \quad \text{c. } f'(x) = -\frac{1}{x}; \quad \text{e. } f'(x) = \left(\frac{1}{3x - 4} \right)' = -\frac{3}{(3x - 4)^2}$$

$$\text{b. } f'(x) = (-8x^2)' = -16x; \quad \text{d. } f'(x) = -\frac{1}{2x^2};$$

Exercice 10

$$1. f'(x) = \frac{2}{3}; \quad 3. f'(x) = \frac{9}{(x-1)^2}; \quad 2. f'(x) = -8x - 7;$$

$$4. f'(x) = \frac{-5(2x-3) - (-5x+8) \times 2}{(2x-3)^2} = \frac{-1}{(2x-3)^2}$$

Activité 6 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est de déterminer une équation de la tangente en un point donné de la courbe représentative d'une fonction.

• Réponses aux questions.

1. (D) est une droite tangente à la représentation graphique de la fonction f au point d'abscisse x_0 ;

donc, une équation de la droite (D) est de la forme : $y = ax + b$; comme, a est le coefficient directeur de (D) alors $a = f'(x_0)$; d'où :

$$y = f'(x_0)x + b$$

2. On a : $A(x_0; f(x_0))$, d'où : $f(x_0) = x_0 f'(x_0) + b$.

Donc : $b = f(x_0) - x_0 f'(x_0)$.

3. On en déduit qu'une équation de (D) est : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 11 : 1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. FAUX ; 4. VRAI ; 5. FAUX.

Exercice 12

On a : $g(x) = -3x^2 + 2$, d'où : $g'(x) = -6x$

une équation de tangente au point d'abscisse 1 à la courbe de g est :

$$y = g'(1)(x - 1) + g(1).$$

Donc : une équation de la tangente au point d'abscisse 1 à la courbe de g est :

$$y = -6x + 5.$$

Activité 7 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est de déterminer les sens de variation d'une fonction à partir du signe de sa fonction dérivée.

• Réponses aux questions.

1. $f'(x) = -x + 2$.

2. a) On a : $f'(x) < 0$ pour tout $x \in]2; +\infty[$;

b) On a : $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]-\infty; 2[$;

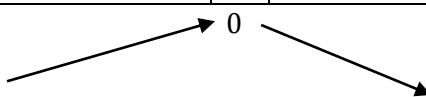
c) $f'(x) = 0$ pour $x = 2$.

d) Tableau de signe de $f'(x)$:

x	-2	2	6
signe de $f'(x)$	+	0	-

3. a) f est croissante sur l'intervalle $[-2; 2]$ et décroissante sur $[2; 6]$.

b) Tableau de variation

x	-2	2	6
sens de variation de f			

4. Lorsque $f'(x) \geq 0$ pour tout $x \in [-2; 2]$, on a : f est croissante sur $[-2; 2]$.

Lorsque $f'(x) \leq 0$ pour tout $x \in [2; 6]$, on a : f est décroissante sur $[2; 6]$.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 13

On a : pour tout $x \in [-1; 0]$, $f'(x) \geq 0$; donc f est croissante sur $[-1; 0]$.
et pour tout $x \in [1; 6]$, $f'(x) \leq 0$; donc f décroissante sur $[1; 6]$.

Exercice 14

On a : f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2$.

Or pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) \geq 0$; donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 15

f est dérivable sur $]0; +\infty[$, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ et pour tout $x \in]0; +\infty[$,
 $f'(x) < 0$; donc, f est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

Activité 8 :

• Objectif

L'objectif de cette activité est de définir un extrémum relatif d'une fonction sur un intervalle.

• Réponses aux questions.

1. a. D'après le tableau de variation, $f(x) \leq 1$ sur $[-2; -1]$; $f(x) \leq 1$ sur $[-1; 1]$ et $f(-1) = 1$. Donc : pour $-2 < x < 1$, $f(x) \leq f(-1)$.
b. De même : $f(x) \geq f(1)$ sur $[-1; 1]$; $f(x) \geq f(1)$ sur $[1; 2]$
et $f(1) = -3$.
Donc : pour $-1 < x < 2$, $f(x) \geq f(1)$.
c. D'après 1.a) pour tout $x \in]-2; -1[$, $f(x) \leq f(-1)$; donc $f(-1)$ est la plus grande valeur de f sur $]-2; 1[$.
2. D'après 1.b), $f(x) \geq f(1)$, pour tout $x \in [-1; 2]$; donc, $f(1)$ est la plus petite valeur de f sur $[-1; 2]$.
3. a. On a : $f'(-1) = 0$; $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]-2; -1[$ et $f'(x) < 0$ pour tout $x \in]-1; 1[$.
b. On a : $f'(1) = 0$; $f'(x) < 0$ pour tout $x \in]-1; 1[$ et $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]1; 2[$.
Donc : sur $]-2; 2[$, $f'(x)$ s'annule en -1 et en 1 , et change de signe de part et d'autre de $f'(-1)$ et de $f'(1)$.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 16

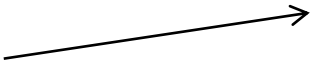
Cet extrémum est un maximum, sa valeur est 3 et cette valeur est atteinte en 2.

Exercice 17

Il y a un extrémum dans les cas : Tableau 1 et Tableau 3

Exercice 18

1. On a : $g'(x) = 3x^2$.
2. On a : $g'(x) \geq 0$ sur $] -3 ; 3[$, donc f est croissante sur $[-3 ; 3]$.

x	-3	3
$f'(x)$	+	
$f(x)$		

DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1

Exercice non corrigé

Soient : $A(-1 ; 2)$ et $B(0 ; -2)$ deux points de la tangente (D).

Le coefficient directeur de (D) est : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -4$. Donc : $g'(-1) = -4$.

QUESTION 2

Exercice non corrigé

Méthode 1

Déterminons le nombre dérivé de f en 2.

- ✓ On a : $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

Posons : pour $x \neq x_0$, $m(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, $x_0 = 2$.

Alors : pour $x \neq 2$, $m(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x - 2}$.

Donc : après simplification par $x - 2$, pour $x \neq 2$, $m(x) = -x$.

- ✓ Calculons la valeur numérique de $m(x)$ pour $x = 2$.

On a : pour $x = 2$, $m(2) = -2$.

Donc : le nombre dérivé de f en 2 est $f'(2) = -2$.

Méthode 2

Calculons le nombre dérivé $f'(2)$

On a : $f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)' = -2x + 2$. Donc : $f'(2) = -2$.

QUESTION 3

Exercice non corrigé

Détermine l'équation de la tangente au point d'abscisse -1 .

On a : $g'(x) = -2x$; d'où : $g'(-1) = 2$ et $g(-1) = 0$.

De plus : une équation de la tangente à la courbe de g en -1 est :

$$y = g'(-1)(x + 1) + g(-1).$$

Donc : une équation de la tangente au point d'abscisse -1 à la courbe de g est : $y = 2x + 2$.

QUESTION 4

Exercice non corrigé

- On place le point $A(0 ; -1)$ sur la courbe de g ;
- Le vecteur directeur de la tangente en 0 a pour coordonnées $(1 ; -2)$.
Ainsi, du point A on décale d'un carreau vers la droite puis on descend de deux carreaux. On obtient un autre point B de la tangente.
- La droite (AB) ainsi obtenue est la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe de g .

QUESTION 5

Exercice non corrigé

Construisons la tangente à la courbe (C_h) au point $A(-1 ; -1)$ d'équation $y = 3x + 2$.

A l'aide de l'équation : $y = 3x + 2$, on calcule les coordonnées d'un autre point de la tangente.

Par exemple ici, le point $B(0 ; 2)$ est un autre point de la tangente à (C_h) au point $A(-1 ; -1)$.

On place le point B et on trace la droite passant par A et B ; on a ainsi, la tangente à la courbe représentative de h au point $A(-1 ; -1)$.

QUESTION 6

Exercice non corrigé

Étudions les variations de la fonction.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. On a : f dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ et sa fonction dérivée est :

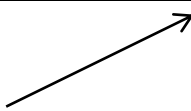
$$f'(x) = \frac{x+1-x+2}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$$

- Le signe de $f'(x)$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+

- Déduisons le sens de variation en fonction du signe de la fonction dérivée
Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f'(x) > 0$; donc : f est strictement croissante sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- Dressons le tableau de variation de f .

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$			

QUESTION 7

Exercice non corrigé

Justifions que g admet un maximum sur $] -6 ; +\infty[$.

D'après le tableau de variation on a : $g'(x)$ s'annule en -3 et change de signe sur $] -6 ; +\infty[$.

Donc : $g(-3) = -1$ est un extrémum de g sur $] -6 ; +\infty[$.

De plus : g est strictement croissante sur $[-6 ; -3[$ et strictement décroissante sur $] -3 ; +\infty[$.

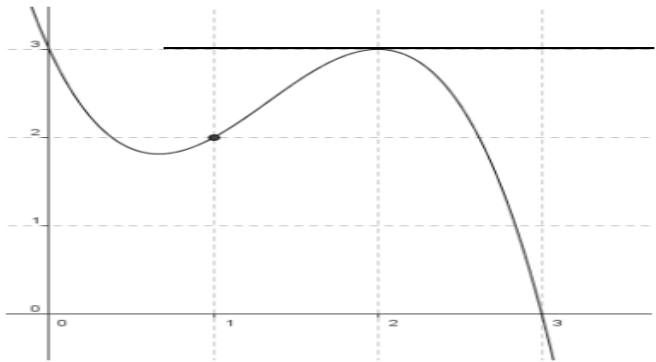
Donc : -1 est un maximum de g sur $] -6 ; +\infty[$.

MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

1.



2. Le nombre dérivé de f au point d'abscisse 2 est : $f'(2) = 0$.

Exercice 2

Par lecture graphique, on a :

$$f'(-4) = 3 \quad ; \quad f'(-1) = -\frac{4}{3} \quad ; \quad f'(2) = 2 \quad ; \quad f'(4) = 0$$

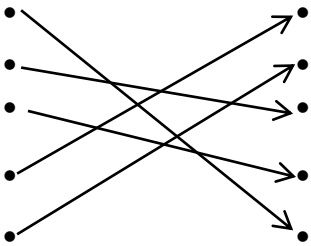
Exercice 3 : 1.A ; 2.C ; 3.B.

Exercice 4 : 1. FAUX ; 2. FAUX ; 3. VRAI ; 4.FAUX ; 5.FAUX.

Exercice 5 : 1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. FAUX ; 4. VRAI.

Exercice 6

Colonne 1
$x \mapsto a$
$x \mapsto kx + c, k \neq 0$
$x \mapsto x^2$
$x \mapsto \frac{1}{x}$
$x \mapsto x^3$



Colonne 2
$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$
$x \mapsto 3x^2$
$x \mapsto k$
$x \mapsto 2x$
$x \mapsto 0$

Exercice 7 : 1.VRAI ; 2.FAUX ; 3.VRAI ; 4.FAUX.

Exercice 8

La dérive de $h(x) = 2x^3$ est : $h'(x) = 6x^2$

Donc : $h'(0) = 0$; $h'(-1) = 6$; $h'(10) = 600$.

Exercice 9

1. $f'(x) = -5$	2. $f'(x) = -3x^2$	3. $f'(x) = 2x - 12$
4. $f'(x) = \frac{-3}{(3x-4)^2}$	5. $f'(x) = \frac{-7}{(3-4x)^2}$	6. $f'(x) = -6x + \frac{1}{4}$
7. $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$	8. $f'(x) = -\frac{8}{x^3}$	9. $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}$

Exercice 10 : 1.FAUX ; 2.FAUX ; 3.VRAI ; 4.VRAI ; 5.FAUX.

Exercice 11 : 1.A ; 2.B ; 3.B ; 4.B.

Exercice 12

1. a. $g(1) = \frac{2}{3}$.

b. $g'(x) = 2x^2$ et $g'(1) = 2$.

2. Une équation de la tangente à (C_g) au point d'abscisse 1 est : $y = 2x - \frac{4}{3}$

Exercice 13

Une équation de la tangente à (C_f) au point E(2; 0) est : $y = x - 2$.

Exercice 14

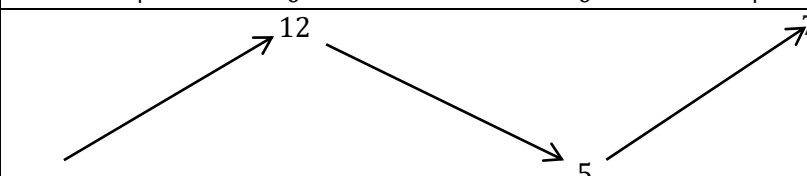
on a : $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$;

Une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse -1 est : $y = x + 1$.

Exercice 15 : 1.VRAI ; 2.FAUX ; 3.VRAI ; 4.VRAI , 5.FAUX

Exercice 16

Tableau de variation de f .

x	-3	-2	0	1	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

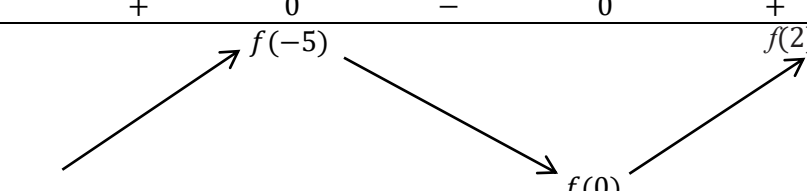
Exercice 17

Tableau de variation de f .

x	-2	0,5	7	8	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	10		2		
		1			-8

Exercice 18

Tableau de variation de f .

x	$-\infty$	-5	0	2	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	 The graph shows a function $f(x)$ with a local maximum at $x = -5$ (value $f(-5)$) and a local minimum at $x = 0$ (value $f(0)$). The function is increasing on $[-\infty, -5]$ and $[0, 2]$, and decreasing on $[-5, 0]$.				

Exercice 19

Tableau de variation de f figure 1.

x	-4	-2	0	1	3
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	3,5		2		4

Tableau de variation de f figure 2.

x	-4	-1	2	4
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$		1		2,5

Tableau de variation de f figure 3.

x	-4	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$		3		$+\infty$

Exercice 20

- $\forall x \in]-2; 2[, f'(x) < 0$; donc f est strictement décroissante sur $]-2; 2[$.
- $\forall x \in]-4; 3[, f'(x) < 0$; donc f est strictement décroissante sur $]-4; 3[$.
- $\forall x \in]-3; -1[\cup]2; 5[, f'(x) > 0$; donc f est strictement croissante sur chacun des intervalles $]-3; -1[$ et $]2; 5[$ et $\forall x \in [-1; 2], f'(x) \leq 0$; donc f est décroissante sur $[-1; 2]$.
- $\forall x \in]-1; 1[\cup]1; 3[, f'(x) < 0$; donc f est strictement décroissante sur chacun des intervalles $]-1; 1[$ et $]1; 3[$.

5. $\forall x \in]-4; 2[\cup]-2; 5[, f'(x) > 0$; donc f est strictement croissante sur chacun des intervalles $] -4; 2[$ et $] -2; 5[$

Exercice 21

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $] -1; 3[$ et $f'(x) = 2x - 3$

D'où : $\forall x \in] -1; \frac{3}{2}[, f'(x) < 0$; donc f est strictement

décroissante sur $] -1; \frac{3}{2}[$; $\forall x \in [\frac{3}{2}; 3[, f'(x) \geq 0$; donc f est

croissante sur $[\frac{3}{2}; 3[$.

Tableau de variation de f

x	-1	$\frac{3}{2}$	3
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	6	$-\frac{1}{4}$	2

Exercice 22

g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ en particulier sur $[0; 10]$ et $g'(x) = \frac{-5}{(x+1)^2}$.

D'où : $\forall x \in [0; 10], g'(x) < 0$; donc f est strictement décroissante sur $[0; 10]$.

Tableau de variation de g

x	0	10
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	4	$-\frac{6}{11}$

Exercice 23 : 1.FAUX ; 2.VRAI ; 3.VRAI ; 4.FAUX ; 5.FAUX.

Exercice 24

Dans le premier tableau, f admet un extrémum relatif en 1. Il vaut 5 et c'est le minimum de f sur l'intervalle $[-5 ; 3]$.

Dans le troisième tableau, h admet un extrémum relatif en 2. Il vaut -1 et c'est le maximum de h sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

Exercice 25

D'après le tableau de variation de la fonction g , la dérivée s'annule en -2 et change de signe ; donc g admet un extrémum relatif en -2 .

Exercice 26

- f est dérivable sur $\mathbb{R}$, en particulier sur $[0; 4[$ et $f'(x) = 2x - 4$;
D'où : $f'(2) = 0$; $\forall x \in [0; 2[, f'(x) < 0$ et $\forall x \in]2; 4[f'(x) > 0$.
Donc : f admet un extrémum relatif en 2. Il vaut -6 .
- g est dérivable sur $\mathbb{R}$, en particulier sur $]-2; 0[$ et $g'(x) = 3x^2 - 3$.
D'où : $g'(-1) = 0$; $\forall x \in [-2; -1], g'(x) \geq 0$ et $\forall x \in [-1; 0], g'(x) \leq 0$.
Donc : g admet un extrémum relatif en -1 qui vaut 0.

Exercices de renforcement/ approfondissement

Exercice 27

1. Construction de la tangente au point A.

On a : $A(1; -3)$ est un point de la courbe de f et $f'(1) = -3$.

Méthode de construction

à partir du point A, on se déplace d'un carreau vers la droite ; puis, de trois carreaux

vers le bas et on obtient un deuxième point B ; ensuite, on trace la droite (AB).

La droite (AB).ainsi obtenue est la tangente à la courbe de f au point A.

2 Une équation de la tangente à la courbe de f au point A est : $y = -3x$.

Exercice 28

1. Le coefficient directeur de (T) est : -5 .
2. $f'(0) = -5$.

Exercice 29

1. Le nombre dérivé de f est donné par : $f'(2) = 2$.
2. Une équation de (T) est : $y = 2x - 1$.

Exercice 30

1. On a : $f(2) = 0$. Soit : le point $K(2; 0)$ de la courbe de f et $f'(2) = -1$.
En se déplaçant d'un carreau vers la droite à partir de K ; puis, d'un carreau vers le bas,

On obtient le point Q . La droite (KQ) est la tangente à la courbe de f au point K .

2. On sait que le coefficient directeur de la droite (T) est -1 et un vecteur directeur de (T) a pour couple de coordonnées $(1; -1)$. On trace un représentant de ce vecteur en prenant son origine au point $K(2; 0)$.

On obtient ainsi la tangente (T) à la courbe de f au point K .

Exercice 31

1. a. $f(5) = 4$ et $f'(5) = -1$.
b. Le coefficient directeur de la tangente à (P) au point d'abscisse -1 est 2.
c. le nombre dérivé de f en 3 est 0.
d. $f'(4)$ est négatif.
2. a. (Voir figure)
b. (D) n'est pas tangente à (P) car elle est au-dessus de (P) .

Exercice 32

1. $f'(x) = -3x^2$
2. Une équation de la tangente à la courbe de f
au point $A(-1; 4)$ est : $y = -3x + 1$.

Exercice 33

1. $h'(-1) = -2$.
2. $h(-1) = -2 \times (-1) - 5 = -3$.

Exercice 34

1. On a : pour tout $x \in]1; +\infty[$,

$$g'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

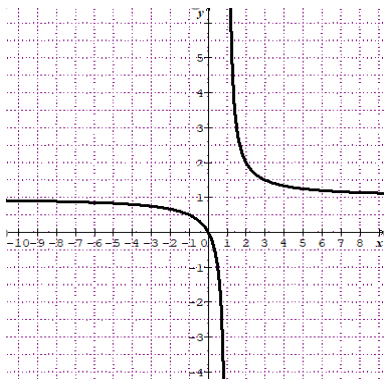
2. Une équation de la tangente au point d'abscisse 2 est :

$$y = g'(2)(x-2) + g(2)$$

Or $g'(2) = -1$ et $g(2) = 2$, d'où :

$$y = -x + 4.$$

3. Construction (Voir figure ci-contre)



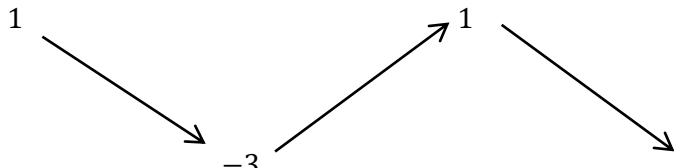
Exercice 35

- La dérivée f' de f est positive ; car la courbe est croissante sur $[-2; 2]$.
- Tableau de variation de la fonction f :

x	-2	2
$f'(x)$	-	
$f(x)$		

Exercice 36

- $f'(x) \leq 0$ sur $[-1; 0] \cup \left[\frac{3}{2}; 3\right]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.
- Tableau de variation de f sur $[-1; 3]$

x	-1	0	$\frac{3}{2}$	3	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	1				

Exercice 37

On a les variations suivantes :

- $\forall x \in]-5; 0[\cup]2; 7[, f'(x) > 0$; donc f est strictement croissante sur chacun des intervalles $]-5; 0[$ et $]2; 7[$ et $\forall x \in [0; 2], f'(x) \geq 0$, donc f est décroissante sur $[0; 2]$.
- L'affirmation juste est b) : $f(-5) = 1$; $f(0) = 2$; $f(2) = 1$; $f(7) = 9$.

Exercice 38

- Tableau de signe de $f'(x)$:

x	-10	1		3	5
$f'(x)$	-	0	+	0	-

- les extrémums de f sur $[-10; 5]$ sont : -3 et 5.

Exercice 39

1. on a : $f'(x) = -2x + 5$

$\forall x \leq \frac{5}{2}, f'(x) \geq 0$; donc f est croissante sur $\left[-2; \frac{5}{2}\right]$.

$\forall x \geq \frac{5}{2}, f'(x) \leq 0$; donc f est décroissante sur $\left[\frac{5}{2}; 5\right]$.

2. Le maximum de f sur $[-2; 5]$ est atteint en $\frac{5}{2}$. Il vaut : $f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{13}{4}$.

Exercice 40

1. On a : $f'(x) = 2x - 5$. Alors : $\forall x \geq \frac{5}{2}, f'(x) \geq 0$; donc f est croissante sur $\left[\frac{5}{2}; 5\right]$ et $\forall x \leq \frac{5}{2}, f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur $\left[-2; \frac{5}{2}\right]$.

2. f admet un minimum en $\frac{5}{2}$ qui vaut $f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{-37}{4}$.

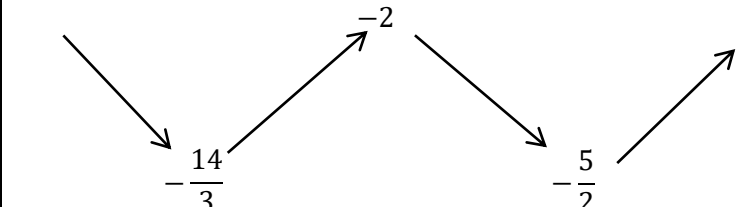
Exercice 41

1. Par lecture graphique, on a :

g est croissante sur chacun des intervalles $[-2; 0]$ et $\left[1; \frac{5}{2}\right]$;

et g est décroissante sur chacun des intervalles $\left[-\frac{7}{2}; -2\right]$ et $[0; 1]$.

3. Tableau de variation de g .

x	$-\frac{7}{2}$	-2	0	1	$\frac{5}{2}$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$					

3. g admet trois extrémums relatifs sur $\left[-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}\right]$. Ce sont : $-\frac{14}{3}$; -2 et $-\frac{5}{2}$ atteints respectivement en -2 ; 0 et 1 .

Exercice 42

1. L'ensemble de définition de f est symétrique par rapport à 0 et pour tout élément a de l'ensemble de définition, $f(-a) = a^2 - 2 = f(a)$.

Donc : f est paire.

2. On a : $f'(x) = 2x$, Alors :

$$\forall x \in [-3; 0], f'(x) \leq 0 ;$$

donc : f est décroissante sur

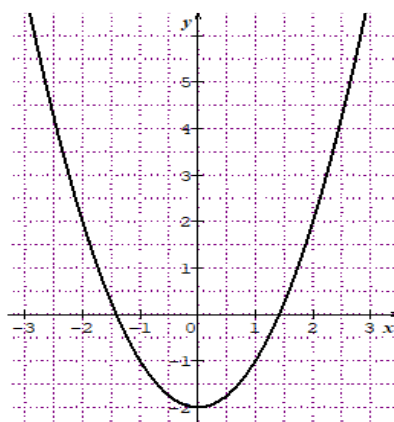
$$[-3; 0] ; \text{ et } \forall x \in [0; 3],$$

$f'(x) \geq 0$; donc : f est croissante sur $[0; 3]$.

3. Tableau des valeurs:

x	0	1	2	3
$f(x)$	-2	-1	2	7

Courbe de f sur $[-3; 3]$:



Exercice 43

1. On a : $f'(x) = 3x^2 - 3$

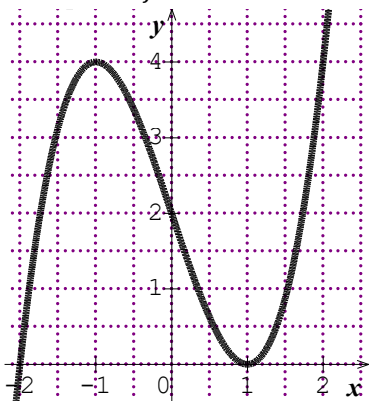
2. $\forall x \in [-2; -1] \cup [1; 2], f'(x) \geq 0$. f est donc croissante sur chacun des intervalles

$[-2; -1]$ et $[1; 2]$ et $\forall x \in [-1; 1], f'(x) \leq 0$; f est donc décroissante sur l'intervalle $[-1; 1]$.

3. Tableau de variation de f :

x	-2	-1	1	2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	0	4	0	4	

4. la courbe de f :



Exercice 44

1. $D_g = \{x \in \mathbb{R} ; x + 2 \neq 0\}$; on a : pour tout $x \in \mathbb{R} \ x \neq -2$; donc,
 $D_g =]-\infty ; -2[\cup]-2 ; +\infty[$.

2. Pour tout $x \in]-\infty ; -2[\cup]-2 ; +\infty[$, $g'(x) = \frac{-3}{(x+2)^2}$.

3. Pour tout $x \in]-\infty ; -2[\cup]-2 ; +\infty[$, $g'(x) < 0$, en particulier sur $] -1,5 ; 8[$.

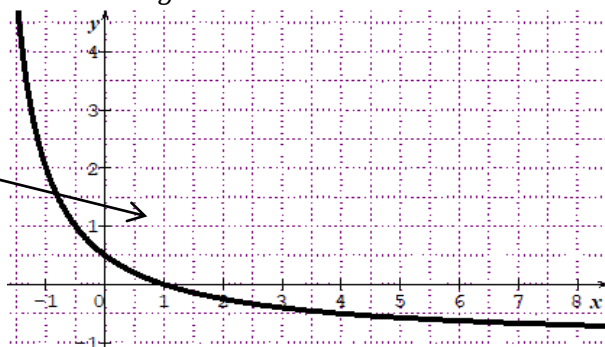
Donc : g est strictement décroissante sur $[-1,5 ; 8]$.

4. Tableau de variation

5. Courbe de g

de g :

x	-1,5	8
$g'(x)$	-	
$g(x)$	5	$-\frac{7}{10}$



Exercice 45

1. On a : $h'(x) = -3x(x-2)$

Pour tout $x \in [0 ; 2]$, $h'(x) \geq 0$; donc h est croissante sur $[0 ; 2]$ et

$\forall x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[$, $h'(x) < 0$; donc h est strictement décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty ; 0[$ et $]2 ; +\infty[$.

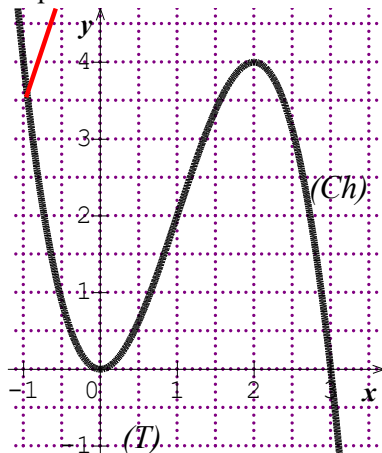
2. Tableau de variation de h sur $[-1; 3]$

x	-1	0	2	3
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	4	0	4	0

3.a. Une équation de la tangente au point $(1; 2)$ est : $y = 3x - 1$.

b. Voir figure ci-dessous.

4. On a la courbe de h ci-après :



Exercice 46

1. Pour $a = -9$; $f'(x) = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x + 3)(x - 1) \geq 0$.

Pour tout $x \in]-5; -3[\cup]1; 5[$, $f'(x) > 0$; donc : f est croissante sur chacun

des intervalles $[-5; -3]$ et $[1; 5]$ et pour tout $x \in [-3; 1]$, $f'(x) \leq 0$; donc f est décroissante sur $[-3; 1]$.

Tableau de variation

x	-5	-3		1	5
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-3	29		-3	157

2. $f'(x) = 3x^2 + 6x + a$ et f est strictement croissante sur $[-5 ; 5]$ lorsque $f'(x) > 0$ sur $[-5 ; 5]$.

Or $f'(x) > 0$ lorsque $\Delta < 0$ avec $\Delta = 36 - 12a$; c'est-à-dire $f'(x) > 0$ lorsque $a > 3$.

Donc : f est strictement croissante sur $[-5 ; 5]$ lorsque $a > 3$.

Exercice 47

1. Déterminons les coûts fixes.

Les coûts fixes s'obtiennent pour $x = 0$. Donc : les coûts fixes s'élèvent à 5000 francs CFA.

2. On a : $C'(x) = 0,03x^2 - 0,18x - 0,48 = 0,03(x + 2)(x - 8)$;

D'où : $C'(8) = 0$; pour tout $x \in]0 ; 8[$, $C'(x) < 0$ et pour tout $x \in]8 ; 10[$, $C'(x) > 0$.

Ainsi : C est décroissante sur $[0 ; 8]$ et croissante sur $[8 ; 10]$ et atteint son minimum en 8.

Donc : pour obtenir un coût minimal, l'entreprise doit produire 800 objets.

Exercice 48

1.a) L'ensemble de définition de $\mathbb{R}$ de f est symétrique par rapport à 0 et pour tout réel a , on a : $f(-a) = f(a)$; donc f est paire.

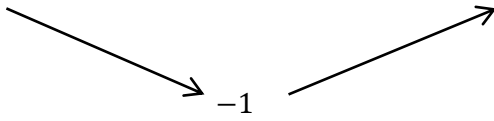
b) La courbe de f admet un axe de symétrie.

2.a) On a : $f'(x) = \frac{4x}{(x^2+1)^2}$. Comme : $x^2 + 1 > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, alors

$f'(x)$ et $4x$ ont le même signe sur $\mathbb{R}$

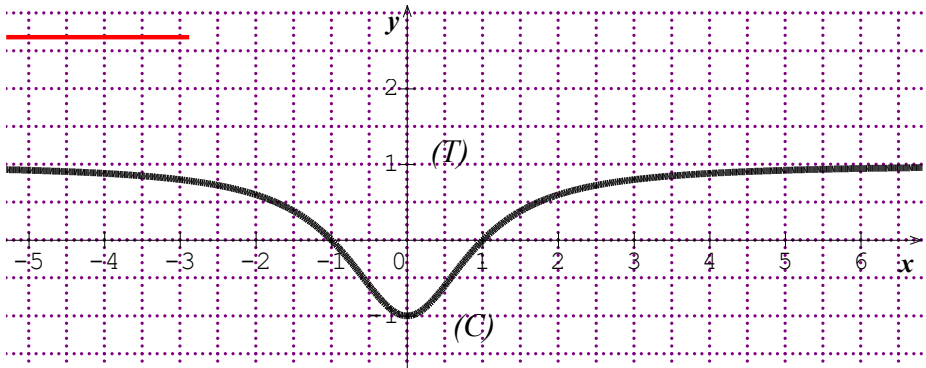
Il en résulte que : pour tout $x \leq 0$, $f'(x) \leq 0$ donc, f est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et pour tout $x \geq 0$, $f'(x) \geq 0$ donc, f est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

b) Tableau de variation de f :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$			

3. $f(x) < 1$ car pour tout $x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 < x^2 + 1$.

3. Courbe de f



Exercice 49

1. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$,

$$f'(x) = \frac{-4}{(x+1)^2}.$$

D'où : $f'(x) < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Donc : f est strictement décroissante sur les intervalles sur $]-\infty; -1[$ et $]-1; +\infty[$.

Tableau de variation

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$			

2. Une équation de la tangente au point d'abscisse 1 est :

$$y = -x + 6 \text{ car } f'(1) = -1 \text{ et } f(1) = 5.$$

3. a) On a : $f(x) - 3 = \frac{4}{x+1}$;

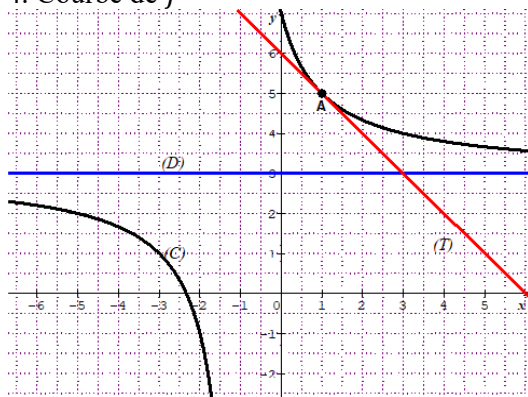
D'où : $f(x) - 3$ et $x + 1$ ont le même signe sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Donc : pour tout $x \in]-\infty; -1[$, $f(x) - 3 < 0$ et pour tout $x \in]-1; +\infty[$,

$$f(x) - 3 > 0$$

b. (C) est au-dessous de (D) sur $]-\infty; -1[$, et (C) est au-dessus de (D) sur $]-1; +\infty[$.

4. Courbe de f



Exercice 50

• Pour la question 2, on prendra : $f(x) = \frac{6x + 6}{x^2 + 3}$.

1. a) $f(x) > 0$ pour tout $x \in]-1; 7[$.

b) $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]-3; 1[$.

c) $f'(0) = 2$

d) Une équation de la tangente au point d'abscisse 3 est : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

e) Une équation de la tangente au point d'abscisse 0 est : $y = 2x + 2$.

f) Tableau de variation de f

x	-4	-3		1	7	
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$ 1 $\nearrow$ 3 $\searrow$					

g) Le maximum de f sur $]-4; 7[$ est 3.

2. a) On a : $f'(x) = \frac{6(-x^2 - 2x + 3)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-6(x - 1)(x + 3)}{(x^2 + 3)^2}$.

b) 1.a) Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 3 > 0$; $f(x)$ et $x + 1$ ont le même signe et $x + 1 > 0$ pour $x > -1$. Alors : $f(x) > 0$ sur $x \in]-1; +\infty[$ en particulier, pour tout $x \in]-1; 7[$.

1.b) pour tout $x \in]-3; 1[$, $f'(x) > 0$ car $f(x)$ et $-6(x-1)(x+3)$ ont le même signe.

1.c) $f'(0) = 2$, car $f'(0) = \frac{6 \times 3}{3^2} = 2$.

1.d) Une équation de la tangente en $B(3; 2)$ est :

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$, car $f'(3) = -\frac{1}{2}$ et $f(3) = 2$.

1.e) Une équation de la tangente en $A(0; 2)$ est : $y = 2x + 2$ car $f'(0) = 2$.

1.f) Tableau de variation de f

x	-4	-3	1	7
$f'(x)$		- 0 +	0 -	
$f(x)$	$-\frac{18}{19}$		3	$\frac{12}{13}$

Diagramme de variation : une flèche descendante de $-\frac{18}{19}$ à -1 , une flèche ascendante de -1 à 3 , et une flèche descendante de 3 à $\frac{12}{13}$.

g) Le maximum de f sur $]-4; 7[$ est 3.

Exercice 51

On a : $p(x) = (x-1)(x+3)$

1. f et g sont des fonctions définies sur $\mathbb{R}$, alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-x \in \mathbb{R}$

De plus : $f(-x) = f(x)$ et $g(-x) \neq g(x)$ et $g(-x) \neq g - (x)$.

Donc : f est paire et g n'est ni paire, ni impaire.

2.a) On a : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -4x$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$g'(x) = 3x^2 - 3$.

b) On a : $f'(x) \geq 0$ pour tout $x \in]-\infty; 0]$ et $f'(x) \leq 0$ pour tout $x \in [0; +\infty[$.

On a : $g'(x) \geq 0$ pour tout $x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ et $g'(x) \leq 0$ pour tout $x \in [-1; 1]$.

3. Tableau de variation de f

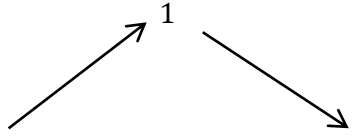
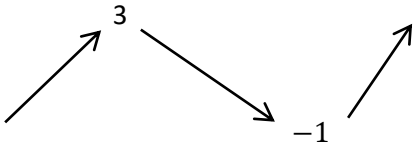
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Tableau de variation de g

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$		$+$ 0 $-$	0 $+$	
$g(x)$				

4.a) Construction des courbes de f et g



$$5. f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow -2x^2 + 1 \leq x^3 - 3x + 1 ;$$

$$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x(x-1)(x+3) \geq 0$$

x	$-\infty$	-3		0		1	$+\infty$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x - 1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x + 3$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x(x - 1)(x + 3)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

On a : $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in [-3; 0] \cup [1; +\infty[$.

b. Par lecture graphique ; $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in [-3; 0] \cup [1; 3]$, car (C_g) est au-dessus de (C_f) sur les intervalles $[-3; 0]$ et $[1; 3]$ et f et g coïncident en -3 ; 0 et 1 .

Situations complexes

Exercice 52

On considère la fonction bénéfice définie par : $b(q) = r(q) - c(q)$

$$b(q) = r(q) - c(q) = 84q - q^3 + 30q^2 - 300q$$

b est une fonction dérivable sur $]0; 20[$.

On a : $b'(q) = 84 - 3q^2 + 60q - 300 = -3(q^2 - 20q + 72)$; d'où :

$\Delta = 400 - 288 = 112$; Donc, $b'(q)$ admet deux racines distinctes :

$$q_1 = 10 - 2\sqrt{7} \text{ et } q_2 = 10 + 2\sqrt{7} ;$$

On en déduit que : b est décroissante sur les intervalles

$[0; 10 - 2\sqrt{7}]$ et $[10 + 2\sqrt{7}; 20[$; et b est croissante sur

$[10 - 2\sqrt{7}; 10 + 2\sqrt{7}]$.

Il en résulte que : b atteint son maximum en $10 + 2\sqrt{7}$.

Donc : pour avoir un bénéfice maximum, il faut produire une quantité

$$q_0 = 10 + 2\sqrt{7} \approx 15,3.$$

Exercice 53

On considère la fonction bénéfice définie par : $b(x) = r(x) - c(x)$ où $r(x)$ est la recette et $c(x)$ est le coût de production. On a :

$$b(x) = -0,004x^2 + 10x - 1000.$$

Pour répondre à la préoccupation de la ménagère nous allons :

- déterminer le nombre de galettes à produire, pour lequel le bénéfice est nul, en résolvant l'équation $b(x) = 0$.

- déterminer le nombre de galettes à produire pour que le bénéfice soit maximal, à l'aide de l'étude des variations de la fonction b sur $]0 ; +\infty[$.

1. Déterminons le nombre de galettes à produire pour que le bénéfice soit nul.

On a : $b(x) = 0 \Leftrightarrow -0,004x^2 + 10x - 1000 = 0$ avec $\Delta = 84$;

Donc : les zéros de $b(x)$ sont : $x_1 = \frac{10 + 2\sqrt{21}}{0,008} \approx 2395,64$ et x_2

$$= \frac{10 - 2\sqrt{21}}{0,008} \approx 104,35.$$

Conclusion : Pour que le bénéfice soit nul, il faut produire : soit 104 galettes, soit 2 396 galettes.

2. Le nombre de galettes à produire pour que le bénéfice soit maximal.

La fonction bénéfice $b(x)$ est positive pour tout $x \in [1250; 2396[$.

Donc nous allons restreindre l'étude de ses variations à l'intervalle $]104 ; 2396[$.

On a : b dérivable sur $]0 ; +\infty[$, en particulier sur $]104 ; 2396[$ et

$$b'(x) = -0,008x + 10;$$

D'où : $b'(1250) = 0$; pour tout $x \leq 1250$, $b'(x) \geq 0$; donc : b est croissante sur $]104 ; 1250]$; et pour tout $x \geq 1250$, $b'(x) \leq 0$; donc : b est décroissante sur $[1250 ; 2396[$.

Il en résulte que : b est maximal en 1250 ; c'est-à-dire : il faut produire 1250 galettes pour que le bénéfice soit maximal.

Conclusion : Le bénéfice maximal est de 5250 F CFA pour 1250 galettes produites et entièrement vendues.

Exercice 54

Afin de retrouver le graphique correspondant au coût de production C , nous allons étudier et représenter les variations de la fonction C sur $]0 ; +\infty[$

On a : $C(q) = q^3 - 120q^2 + 3600q + 10000$;

C est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et $C'(q) = 3q^2 - 240q + 3600$ avec $\Delta = 14400$

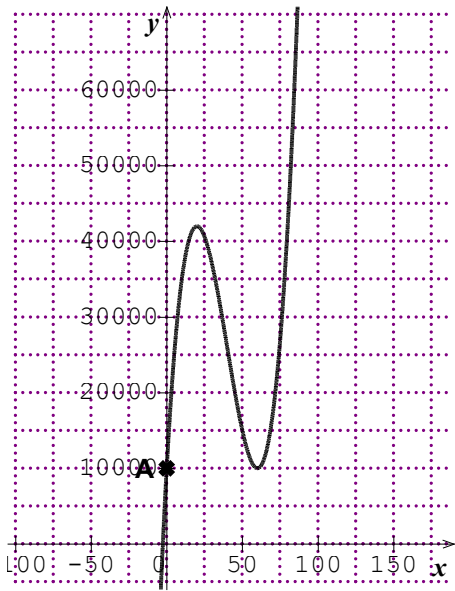
Donc : les zéros de $C(q)$ sont : $q_1 = \frac{240 - 120}{6} = 20$ et $q_2 = \frac{240 + 120}{6} = 60$.

On obtient : pour $q \in \{20 ; 60\}$, $C'(q) = 0$; pour tout $q \in]0; 20[\cup]60; +\infty[$, $C'(q) > 0$; donc : C est strictement croissante sur chacun des intervalles $]0; 20[$ et $]60; +\infty[$. Pour tout $q \in]20; 60[$, $C'(q) < 0$; donc : C est strictement décroissante sur $]20; 60[$.

Tableau de variation de C .

q	0	20	60	$+\infty$	
$C'(q)$	+	0	-	0	+
$C(q)$	10 000 42 000 10 000				

D'après le tableau de variation de la fonction C , la figure qui correspond à l'évolution du coût de production est le graphique numéro 1.
La courbe représentative de C ci-après, l'atteste :



SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	Dans une banque, lors d'un placement d'argent
Circonstances	-Quelle est la préoccupation du père? -Indique pour quelle raison la fille sollicite son professeur?.	- Le père souhaite savoir lequel du placement à intérêt simple et du placement à intérêt composé, il devra choisir pour lui permettre de rembourser à terme son crédit. -La fille veut répondre à la préoccupation de son père mais il n'y arrive pas.
Tâche	Que décident de faire le professeur et les élèves de la classe ?	Le professeur et les élèves de la classe décident d'étudier les suites numériques.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES HABILETES

Activité 1 :

- **Objectif :**

L'objectifs de cette activité est de définir une suite numérique.

- **Réponses aux questions**

1. Déterminons $U(3)$ et $U(4)$

$$U(3) = 3 + 3 = 6 \text{ et } U(4) = 4 + 3$$

2. Complétons le tableau

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$U(n)$	3	4	5	6	7	8	9	10	11

3. L'ensemble de départ est l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$.

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1 : 1-VRAI ; 2-FAUX ; 3-FAUX ; 4-VRAI

Exercice 2

1. Le troisième terme de cette suite est $U_3 = 5$.
2. $U_6 = 11$

Activité 2 :

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est d'identifier une suite numérique définie par une formule

explicite puis d'en calculer un terme connaissant sa formule explicite.

- **Réponses aux questions**

1. Calculons V_0 , V_4 et V_7

$$V_0 = \frac{1}{2}; V_4 = \frac{5}{6}; V_7 = \frac{8}{9}.$$

2. Oui. Il suffit de remplacer l'entier n par le nombre 20.

3. $V_{100} = \frac{101}{102}.$

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 3

Les suites définies par la donnée d'une formule explicite sont : U et S

Exercice 4

$r_0 = -1$; $r_{10} = 99$ et $r_{12} = 143.$

Activité 3 :

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est d'identifier une suite numérique définie par une formule de

récurrence puis d'en calculer un terme connaissant sa formule de récurrence.

• **Réponses aux questions**

1. Calculons P_1 et P_2

$$P_1 = P_{0+1} = P_0^2 + 1 \text{ donc : } P_1 = 2.$$

$$P_2 = P_{1+1} = P_1^2 + 1 \text{ donc : } P_2 = 5.$$

2. Non

3. P_0, P_1 et P_2 sont déjà connus, calculons P_3, P_4

$$P_3 = P_2^2 + 1 = 26 \text{ et } P_4 = P_3^2 + 1 = 667$$

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 5

Les suites définies par une formule de recurrence sont les suites t et w .

Exercice 6 : $U_1 = -7$; $U_2 = -12$; $U_3 = -17.$

Activité 4 :

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de définir une suite numérique définie par la donnée de tous ses termes.

• **Réponses aux questions**

1. $v_0 = 0$; $v_1 = 2$; $v_3 = 6$; $v_4 = 8$; $v_5 = 10.$

2. Cette suite a exactement 5 termes.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 7

Les suites qui sont définies par la donnée de tous leurs termes sont :

$$(s_n)_{n \in \{1;2;3;4;5\}} \text{ et } (w_n)_{n \in \{2;3;4;5;6\}}.$$

Exercice 8

Les termes de la suite (t_n) des nombres impairs inférieurs à 25 sont :

$$t_1 = 1 ; t_2 = 3 ; t_3 = 5 ;$$

$$t_4 = 7 ; t_5 = 9 ; t_6 = 11 ; t_7 = 13 ; t_8 = 15 ; t_9 = 17 ; t_{10} = 19 ;$$

$$t_{11} = 21 ; t_{12} = 23.$$

Activité 5 :

• Objectif :

L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement des termes d'une suite

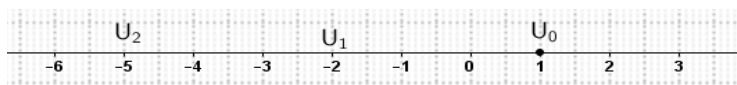
numérique définie par une formule explicite sur une droite graduée.

• Réponses aux questions

1. $u_0 = 1 ; u_1 = -2 ; u_2 = -5$

2. Construction de la droite graduée et des trois premiers termes de la suite de terme général

$$u_n = 1 - 3n \text{ d'où } u_0 = 1 ; u_1 = -2 ; u_2 = -5.$$

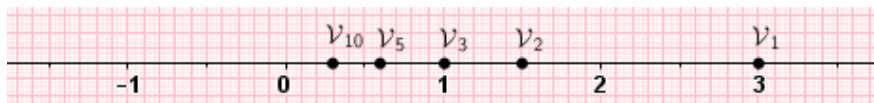


• Corrigé de l'exercice de fixation

Exercice 9

$$\text{On a : } v_1 = 3 ; v_2 = 1,5 ; v_3 = 1 ; v_5 = \frac{3}{5} = 0,6 ; v_{10} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Construction sur une droite graduée (D) des termes $v_1 ; v_2 ; v_3 ; v_5$ et v_{10}



Activité 6 :

• Objectif :

L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement des termes d'une suite numérique définie par une formule explicite dans un plan.

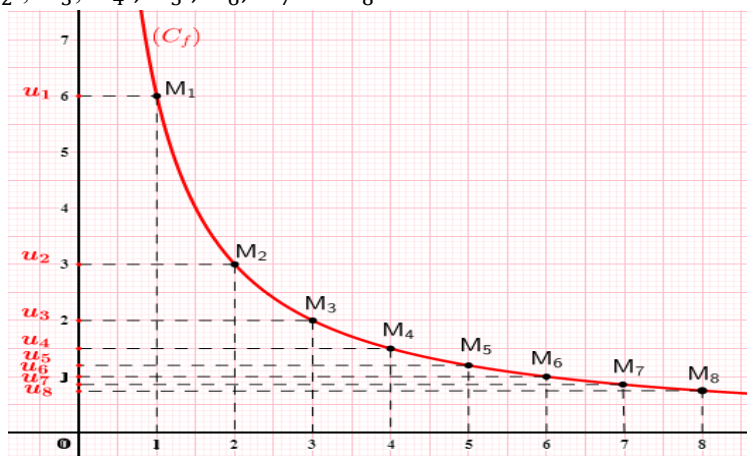
• Réponses aux questions

1. Complétons le tableau

n	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	6	3	2	1,5	1,2	1	0,9	0,8
M_n	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8

2. Construction dans le plan (O, I, J) des points M_1 ;

M_2 ; M_3 ; M_4 ; M_5 ; M_6 ; M_7 et M_8 .



3. a) On sait que : $f(n) = \frac{1}{n}$ et $u_n = \frac{1}{n}$ d'où $f(n) = u_n$.

b) $f(1) = u_1$; $f(2) = u_2$; $f(3) = u_3$; $f(4) = u_4$; $f(5) = u_5$; $f(6) = u_6$; $f(7) = u_7$;
et $f(8) = u_8$.

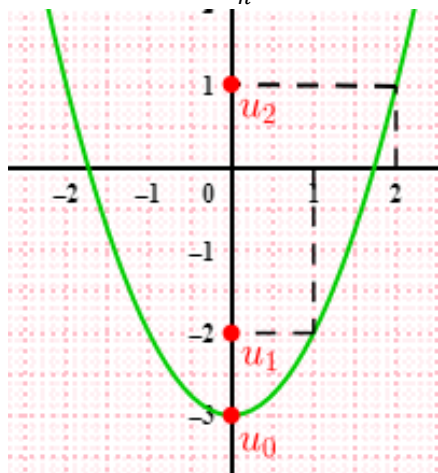
c) Les termes sont situés sur l'axe des ordonnées.

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 10

construction des trois premiers

termes de la suite $u_n = n^2 - 3$



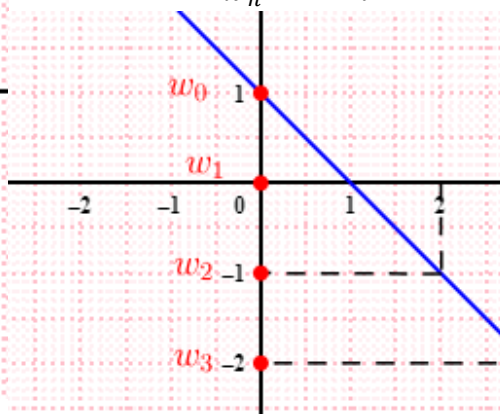
Exercice 11 :

2. $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n = n^2$.

Exercice 12

construction des quatre premiers

termes de la suite $w_n = 1 - n$



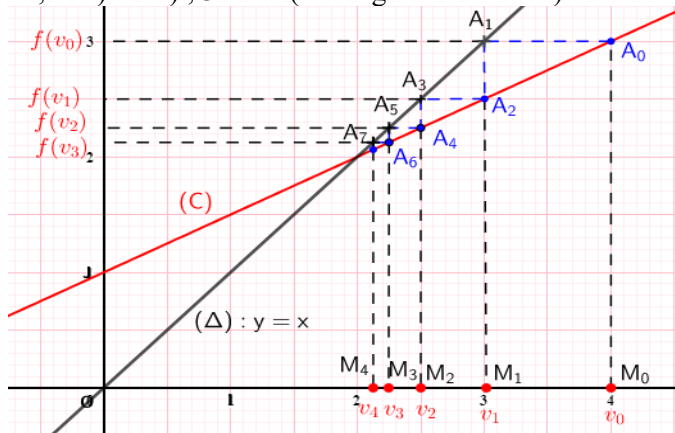
Activité 7 :

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de représenter graphiquement les termes d'une suite numérique définie par une formule de récurrence

• **Réponses aux questions**

1. ; 2. b) à 2.e) ; 3. et 4. (voir figure ci-dessous)



2. a) On a : $\forall n \in \mathbb{N}, f(v_n) = \frac{v_n}{2} + 1$ et $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$;

donc : $\forall n \in \mathbb{N}, f(v_n) = v_{n+1}$.

2. d) $A_1(f(v_0); f(v_0))$; 2. e) $M_1(f(v_0); 0)$;

3. c) $M_2(f(v_1); 0)$; 4. $M_3(v_3; 0)$ et $M_4(v_4; 0)$.

3. a) $A_2(v_1; f(v_1))$; 3. b) $A_3(f(v_1); f(v_1))$;

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 13 : Voir figure

Exercice 14 : suite numéro 2.

DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1 :

Exercice non corrigé

$$v_1 = 1 ; v_5 = \frac{9}{5} ; v_{20} = \frac{39}{20} ; v_{30} = \frac{59}{30}$$

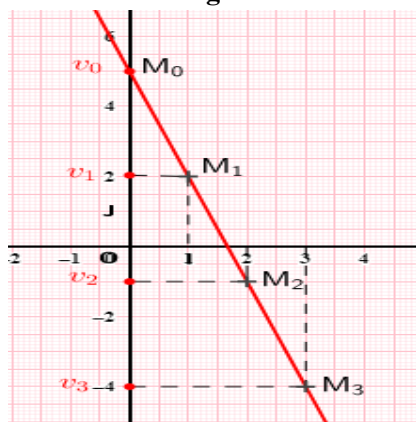
QUESTION 2 :

Exercice non corrigé

$$v_2 = -2 ; v_3 = \frac{-4}{3} ; v_4 = \frac{-8}{9}$$

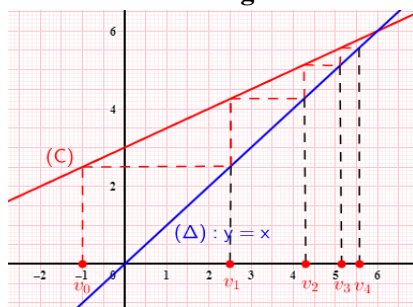
QUESTION 3 :

Exercice non corrigé



QUESTION 4 :

Exercice non corrigé



MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1 : 1-FAUX ; 2-VRAI ; 3-VRAI ; 4-VRAI ; 5-VRAI

Exercice 2

0,5 est un élément de l'ensemble de définition donc v n'est pas une suite numérique.

Exercice 3 : 1-VRAI ; 2-FAUX ; 3-FAUX ; 4-VRAI ; 5-VRAI

Exercice 4

$U_n = n^2$ est le terme d'une suite définie par une formule explicite

$U_n = 3^n$ est le terme d'une suite définie par une formule explicite

$U_n = n + 3$ est le terme d'une suite définie par une formule explicite

Exercice 5

La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3 + 2n^2$ n'est pas définie par une formule explicite.	faux
La suite f définie sur $\mathbb{N}$ par : $\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = -3n + 1$ est définie par une formule explicite.	vrai
La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 4$ est définie par une formule explicite.	faux

Exercice 6

$U_0 = 1 ; U_1 = 1 ; U_2 = 3 ; U_3 = 7$

Exercice 7

- $u_0 = 0 ; \quad u_1 = \frac{1}{2} ; \quad u_2 = \frac{2}{3}$
- $u_0 = 3 ; \quad u_1 = 1 ; \quad u_2 = \frac{3}{5}$
- $u_0 = -2 ; \quad u_1 = -1 ; \quad u_2 = 2$
- $u_0 = \frac{1}{2} ; \quad u_1 = 2 ; \quad u_2 = 8 .$

Exercice 8

La suite f définie sur $\mathbb{N}$ par : $\forall n \in \mathbb{N}, f(n) = 2n - n^2$ est définie par une formule de récurrence.	faux
La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -1 + (u_n)^2$ est définie par une formule de récurrence.	vrai
La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n - n^3$ n'est pas définie par une formule de récurrence.	faux

Exercice 9

- $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1}$ se calcule à partir du terme précédent v_n , alors $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite définie par une formule de récurrence.
- $v_1 = 6 ; v_2 = 4 ; v_3 = 0 ; v_4 = -8$.

Exercice 10

$$u_1 = -2 ; u_2 = 7 ; u_3 = -11 ; u_4 = 25 ; u_5 = -47.$$

Exercice 11

$$u_1 = -1 ; u_2 = -1 ; u_3 = -1 ; u_4 = -1.$$

Exercice 12 : Ce sont les suites numéros : 1. ; 4. et 5.

Exercice 13

$$u_1 = 3 ; u_2 = -5 ; u_3 = 11 ; u_4 = -21 ; u_5 = 43 ; u_6 = -85.$$

Exercice 14

Les termes de la suite des nombres premiers inférieurs à 17 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13.

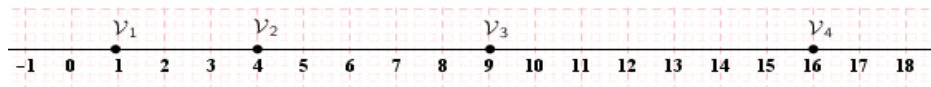
Exercice 15

- Le nombre d'éléments de cette liste est 25.
- Le nombre d'éléments de cette liste est 17.
- Le nombre d'éléments de cette liste est : $(35 - 8) + 1 = 28$.

Exercice 16

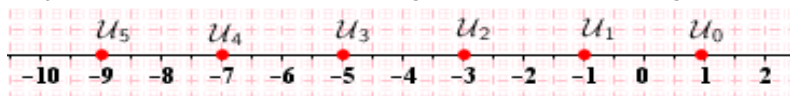
- Le nombre d'éléments de cette liste est : $n + 1$.
- Le nombre d'éléments de cette liste est : $(n - 4) + 1 = n - 3$.
- Le nombre d'éléments de cette liste est : $(n - p) + 1 = n - p + 1$.

Exercice 17



Exercice 18

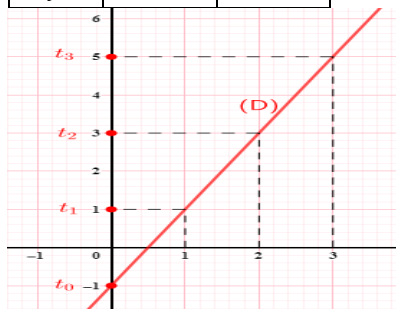
On a : $U_0 = 1$; $U_1 = -1$; $U_2 = -3$; $U_3 = -5$; $U_4 = -7$; $U_5 = -9$



Exercice 19

Soit (D) la droite d'équation : $y = 2x - 1$

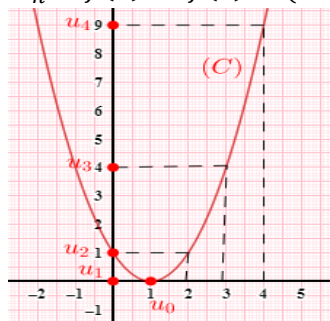
	A	B
x	0	1
y	-1	1



Exercice 20

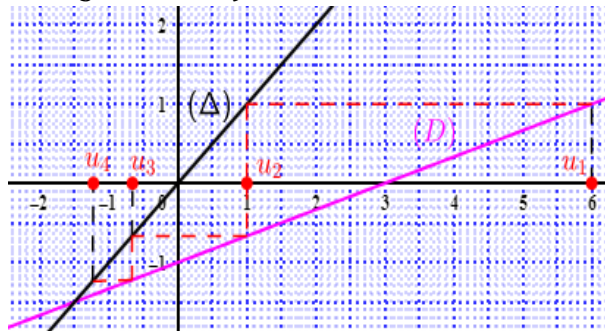
Construction des cinq premiers termes de la suite de terme général

$$u_n = f(n) \text{ où } f(x) = (x - 1)^2$$



Exercice 21

$$u_2 = 1 ; u_3 = -\frac{2}{3} ; u_4 = -\frac{11}{9}$$

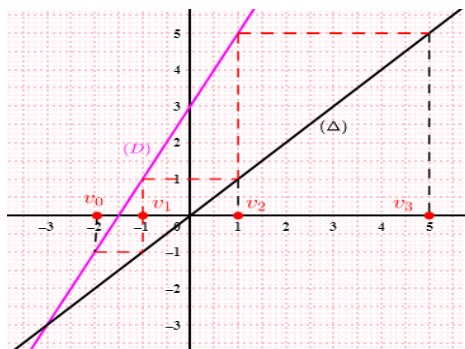


Exercice 22

Construction des quatre premiers termes de la suite de terme général

$$v_{n+1} = 2v_n + 3 \text{ avec } v_0 = -2 \text{ et } (\Delta) : y = x.$$

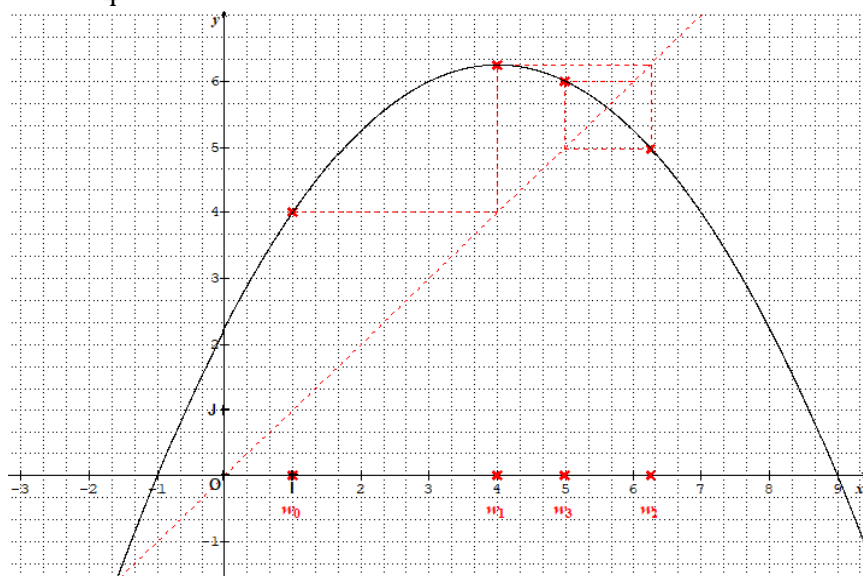
$(\Delta) : y = x$.



Exercice 23

Construction des quatre premiers termes de la suite de terme général

$$w_{n+1} = \frac{-1}{4}(w_n^2 - 8w_n - 9) \text{ avec } w_0 = 1 \text{ et } (\Delta) : y = x.$$



Exercices de renforcement/ approfondissement

Exercice 24 : 1-VRAI ; 2-VRAI ; 3-FAUX ; 4- VRAI ; 5-FAUX

Exercice 25

1. $u_1 = \frac{5}{2}$	$u_2 = \frac{29}{8}$	$u_3 = \frac{125}{32}$
2. $u_1 = 1$	$u_2 = 1$	$u_3 = 1$
3. $u_1 = \sqrt{5}$	$u_2 = \sqrt{6}$	$u_3 = \sqrt{7}$
1. $u_1 = -4$	$u_2 = -8$	$u_3 = -12$

5. $u_1 = 9$	$u_2 = 64$	$u_3 = 3969$
6. $u_1 = 8$	$u_3 = 13$	$u_4 = 22$
7. $u_1 = -2$	$u_2 = -\frac{4}{3}$	$u_3 = -\frac{8}{9}$
8. $u_1 = 1$	$u_2 = 1$	$u_3 = 1$

Exercice 26

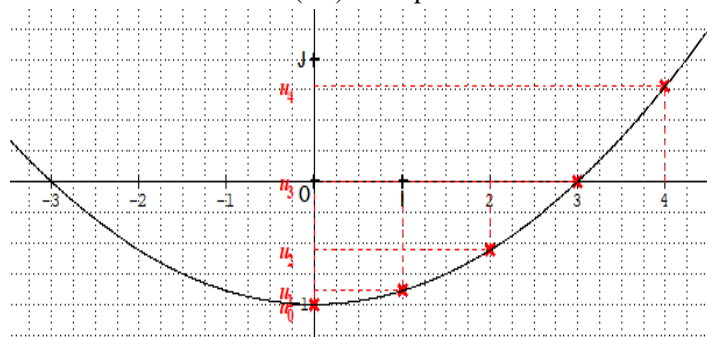
1. $v_2 = 3 ; v_3 = 4 ; v_4 = 5 ; v_5 = 6 ; v_6 = 7$

2. $v_2 = 4 ; v_3 = \frac{9}{2} ; v_4 = \frac{25}{8} ; v_5 = \frac{43}{16} ; v_6 = \frac{93}{32}$

Exercice 27

1. On a : $u_n = -1 + \frac{n^2}{9}$ et $u_n = f(n)$ alors $f(x) = -1 + \frac{x^2}{9}$.

2. Construction sur l'axe (OJ) les 6 premiers termes de la suite u_n



Exercice 28

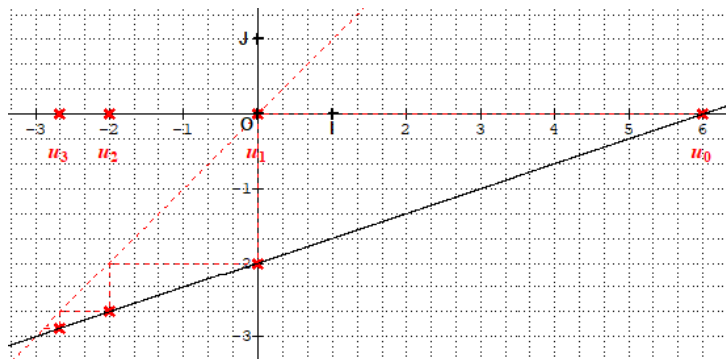
- $v_{n+1} = -3(n+1) + 2 = -3n - 1$
- $v_{n+1} = -3 + v_n$

Exercice 29

$$1. w_{n+1} = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^n ; 2. w_{n+1} = \frac{1}{3} w_n.$$

Exercice 30

- $U_2 = \frac{1}{3}U_1 - 2 = 0 ; U_3 = \frac{1}{3}U_2 - 2 = -2 ; U_4 = \frac{1}{3}U_3 - 2 = -\frac{8}{3}$
- Construction des droites



$$3. \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 3), \text{ d'où : } v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n.$$

Exercice 31

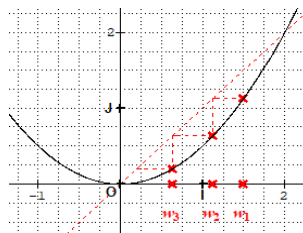
- $t_1 = \frac{5t_0}{3t_0 + 5} = \frac{5}{3+5}$, donc : $t_1 = \frac{5}{8}$ et $t_2 = \frac{5t_1}{t_1 + 5} = \frac{5}{11}$.
- $u_0 = \frac{5}{t_0} = 5 ; u_1 = \frac{5}{t_1} = 8 ; u_2 = \frac{5}{t_2} = 11$.

Exercice 32

Construction des 3 premiers termes de

$$w_{n+1} = \frac{w_n^2}{2} \text{ avec } w_1 = 1,5.$$

(voir figure ci-contre).



Exercice 33

Définissons la suite

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3} \end{cases}$$

Exercice 34

1. $v_{n+1} = 5(n+1) + 3 = 5n + 8$
2. $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} - v_n = 5$ par conséquent : $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n + 5$

Exercice 35

1. $u_{n+1} = 5(4 \times 5^n)$; donc : $u_{n+1} = 5u_n$.
2. $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 5u_n$ est une formule de récurrence de u_n .

Exercice 36

1. $u_{2n} = 4n^2$ d'où $u_{2n} = 4u_n$; 2. $u_{2n} = (3n)^2 = 9u_n$.

Exercice 37

- La somme des âges est 90 ; donc : $n = 18$.
- La somme des carrés des âges est 1 980 d'où :
 $5n^2 + 10t^2 = 1\,980$ avec $n = 18$.

Donc : $t = 6$.

Ainsi : les différents âges recherchés sont : 6 ans ; 12 ans ; 18ans ; 24 ans et 30 ans.

Exercice 38

- Contrat 1
- 1. Désignons par A_n le loyer de l'année n et par A_{n+1} le loyer de l'année suivante ($n+1$) le loyer subit une augmentation de 2% du loyer de l'année précédente se traduit par :
 $A_{n+1} = A_n + 0,02A_n$ soit $A_{n+1} = 1,02A_n$. Il en résulte :

- a) $A_1 = 600\,000$; $A_2 = 1,02A_1 = 612\,000$;
 $A_3 = 1,02 \times A_2 = (1,02)^2 A_1$, d'où : $A_3 = 624\,240$;
 b) à la 5^{ème} année le loyer sera : $A_5 = (1,02)^4 A_1$, d'où :
 $A_5 = 649\,459,296$.
 c) Désignons par S_1 la somme totale que payera le locataire au terme des cinq années ; On a : $S_1 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ et
 $A_4 = 636\,724,8$;
 Donc : $S_1 = 3\,122\,424,096$.

• Contrat 2

2. Désignons par A_n le loyer de l'année n et par A_{n+1} le loyer de l'année suivante ($n + 1$).

Le loyer subit une augmentation forfaitaire de 2 000 du loyer de l'année précédente se traduit par : $A_{n+1} = A_n + 2\,000$. Il en résulte :

- a) $A_1 = 600\,000$; $A_2 = A_1 + 2\,000 = 602\,000$;
 $A_3 = A_2 + 2\,000 = A_1 + 2 \times 2\,000$, d'où : $A_3 = 604\,000$;
 b) A la 5^{ème} année le loyer sera : $A_5 = A_1 + 4 \times 2\,000$, d'où :
 $A_5 = 608\,000$.
 c) Désignons par S_2 la somme totale que payera le locataire au terme de cinq années
 On a : $S_2 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$ et $A_4 = 606\,000$;
 Donc : $S_2 = 3\,020\,000$.

3. On a : $S_2 < S_1$; donc : le contrat 2 est le plus avantageux pour le locataire.

Exercice 39

1. Le premier mètre foré coûte 13 000 et le deuxième mètre
 $13\,000 + 4\,550 = 17\,550$.
 Donc : le coût de 2 m forés est : $13\,000 + 17\,550 = 30\,550$.
 Et celui du troisième mètre foré coûte : $17\,550 + 4\,550 = 22\,100$.
 2. Justifions que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} - u_n = 4\,550$
 u_n étant le n -ième mètre foré, u_{n+1} est le $(n + 1)$ -ième mètre foré.
 Chaque mètre supplémentaire foré coûte 4 550 de plus que le précédent ;
 d'où $u_{n+1} = u_n + 4\,550$. Donc : pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} - u_n = 4\,550$.

3. La somme à déboursier par M. Koffi pour effectuer son forage de 5 mètres est : $S = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$ avec $u_4 = 26\,650$ et $u_5 = 31\,200$.
Donc : M. Koffi doit déboursier 110 500 FCFA.

Exercice 40

1. S_n étant la superficie envahie par le nénuphar au bout de n jours, S_{n+1} est la superficie envahie par ce nénuphar au bout de $(n + 1)$ jours suivant.
Le nénuphar envahie l'étang en doublant quotidiennement sa superficie se traduit par : $S_{n+1} = 2S_n$
2. $S_1 = 2S_0 = 6$ car $S_0 = 3$; $S_2 = 2S_1 = 12$; $S_3 = 24$ et $S_4 = 48$.
La superficie de l'étang envahie par ce nénuphar au bout de 4 jours est : 48 cm^2 .

Exercice 41

1. $R_2 = R_1 + 200 = 1\,700$; $R_3 = R_2 + 200 = 1\,900$;
 $R_4 = R_3 + 200 = 2\,100$
2. Exprimons R_{n+1} en fonction de R_n
 R_n est la recette au n -ième jour et R_{n+1} est la recette au $(n + 1)$ -ième jour. La recette est de 200F de plus chacun des jours suivants signifie que : $R_{n+1} = R_n + 200$.
3. a) Déterminons le rang du jour où la recette a été de 4 100 F
En résolvant l'équation d'inconnue $n \in \mathbb{N}^*$; $200n + 1\,300 = 4\,100$,
on a : $n = 14$
Donc : la recette a été de 4 100 F le 14^{ième} jour.
- b) La recette totale est la somme des recettes durant les 14 jours de congés. On a : $S = 1\,500 + 1\,700 + 1\,900 + 2\,100 + 2\,300 + 2\,500 + 2\,700 + 2\,900 + 3\,100 + 3\,300 + 3\,500 + 3\,700 + 3\,900 + 4\,100$;
 $S = 39\,200$ FCFA.
- Conclusion : Moussa aura les moyens pour s'acheter des documents scolaires au bout des 14 jours de congés car sa recette est supérieure à 35 000 FCFA.

Exercice 42

Déterminons le salaire total d'Ozoua au terme du contrat.
Soit : S_n le salaire mensuel du n -ième mois et S_{n+1} le salaire mensuel du $(n + 1)$ -ième mois.

On a : $S_{n+1} = S_n + 1,05S_n = 1,05S_n$

d'où : $S_1 = 150\,000$; $S_2 = 157\,500$; $S_3 = 165\,375$; $S_4 = 173\,643,75$;
 $S_5 = 182\,325,9375$ et $S_6 = 191\,442,234375$.

La somme des salaires mensuels est $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 =$
 $1\,020\,286,921875$.

Donc : Le salaire total d'OZOUA au terme du contrat est $1\,020\,287$ FCFA.

Situations complexes

Exercice 43

Pour résoudre cet exercice, je vais utiliser mes connaissances sur les suites numériques.

Pour ce faire, je vais calculer la somme des coûts de location de cette machine sur 7 jours puis la comparer à la somme dont dispose le paysan.

Soit : u_n le coût de la location le n -ième jour.

Chaque journée supplémentaire de location coûte $2\,500$ F de plus que la journée précédente.

signifie que : $u_{n+1} = u_n + 2\,500$.

On a : $u_1 = 30\,000$; $u_2 = 32\,500$; $u_3 = 35\,000$; $u_4 = 37\,500$;
 $u_5 = 40\,000$; $u_6 = 42\,500$ et $u_7 = 45\,000$.

La somme à déboursier pour une semaine de location est : $S = 262\,500$.

Comme : $262\,500 < 265\,000$, alors le paysan ne dispose pas de suffisamment d'argent pour louer cette machine pendant une semaine.

Exercice 44

Pour répondre à la préoccupation de l'amie de ma mère, je vais utiliser mes connaissances en suites numériques. Pour ce faire, je vais calculer le capital acquis au bout de chaque année de placement puis le comparer au prix d'achat de la broyeuse.

Désignons par u_n le capital acquis au bout de la n -ième année de placement, alors $u_{n+1} = u_n + 0,045 u_n$

Le placement initial est $u_0 = 350\,000$ F.

- Au bout de 1^{ère} année de placement, le capital sera :
 $u_1 = 350\,000 + 0,045 \times 350\,000 = 365\,750$.
- Au bout de la 2^{ème} année de placement, le capital sera :
 $u_2 = 365\,750 + 0,045 \times 365\,750 = 382\,208,75$.

- Au bout de 3^{ième} année de placement, le capital sera :
 $u_3 = 382\,208,75 + 0,045 \times 382\,208,75 = 399\,408,14375$.
 - Au bout de 4^{ième} année de placement, le capital sera :
 $u_4 = 399\,408,1438 + 0,045 \times 399\,408,1438$
 $= 417\,381,51021875$.
 - Au bout de 5^{ième} année de placement, le capital sera :
 $u_1 = 417\,381,51021875 + 0,045 \times 417\,381,51021875$
 $= 436\,163,6782$.
- $436\,164 > 430\,000$; donc au bout de 5 ans de placement la coopérative aura la somme nécessaire pour l'achat de la broyeuse.

Exercice 45

Pour répondre à la préoccupation du Président de la coopérative, je vais utiliser mes connaissances en suites numériques. Pour ce faire, je vais calculer pour chaque contrat proposé, la somme totale des loyers annuels à payer sur les 5 ans consécutifs puis les comparer.

Désignons par u_n le loyer annuel à payer à la n -ième année.

- Pour le contrat 1 : $u_{n+1} = u_n + 15\,000$.
 $u_1 = 600\,000$; $u_2 = 615\,000$; $u_3 = 630\,000$; $u_4 = 645\,000$;
 $u_5 = 660\,000$.
On a : $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 3\,150\,000$.
- Pour le contrat 2 : $u_{n+1} = u_n + 0,02 u_n = 1,02 u_n$.
 $u_1 = 600\,000$; $u_2 = 612\,000$; $u_3 = 624\,240$; $u_4 = 636\,724,8$;
 $u_5 = 649\,459,296$.
On a : $S_2 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 3\,122\,424,096$.

Conclusion : le contrat le plus avantageux pour la coopérative est le contrat 2 car $S_2 < S_1$.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	Au cours d'une campagne agricole.
Circonstances	Indique pour quelle raison ton papa t'explique les conditions de la banque pour l'octroi d'un crédit ?	Papa m'explique les conditions de la banque pour l'octroi d'un crédit en vue de mieux les comprendre ?
Tâche	Qu'ont décidé de faire les élèves de ta classe ?	Les élèves ont décidé d'étudier les paramètres de position et de dispersion d'une série statistique.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES HABILETES

Activité 1 :

• Objectif :

L'objectif de cette activité est de déterminer les éléments caractéristiques d'une classe dans une série statistique regroupée en classes.

• Réponses aux questions

1-

Classes	[9,725 ; 9,775[	[9,775 ; 9,800[	[9,800 ; 9,825[	[9,825 ; 9,850[	[9,850 ; 9,900[
Effectifs	1	5	4	6	4

2-

Classes	[9,725 ; 9,775[	[9,775 ; 9,800[	[9,800 ; 9,825[	[9,825 ; 9,850[	[9,850 ; 9,900[
Amplitudes	0,050	0,025	0,025	0,025	0,050

3-

Classes	[9,725 ; 9,775[	[9,775 ; 9,800[	[9,800 ; 9,825[	[9,825 ; 9,850[	[9,850 ; 9,900[
effectif	20	200	160	240	80
amplitude					

4-

Classes	[9,725 ; 9,775[	[9,775 ; 9,800[	[9,800 ; 9,825[	[9,825 ; 9,850[	[9,850 ; 9,900[
Centres	9,750	9,7875	9,8125	9,8375	9,875

5- a) – 5-b)

Classes	[9,725 ; 9,775[	[9,775 ; 9,800[	[9,800 ; 9,825[	[9,825 ; 9,850[	[9,850 ; 9,900[
Fréquences	0,05	0,25	0,20	0,30	0,20
Fréquences en (%)	5	25	20	30	20

Corrigé des exercices de fixation

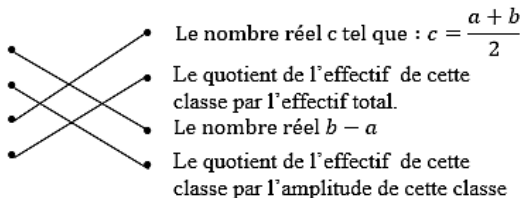
Exercice 1

L'amplitude de la classe $[a ; b[$ est :

La densité d'une classe est :

Le centre de la classe $[a ; b[$ est :

La fréquence d'une classe est :



Exercice 2

1. L'amplitude de la classe $[5 ; 8[$ est : 3

2. La densité de la classe $[3 ; 5[$ est : 1,5

3. Le centre de la classe $[8 ; 10[$ est : 9

4. La fréquence en pourcentage de la classe $[0 ; 3[$ est : 13,33%.

Activité 2 :

• Objectif :

L'objectif de cette activité est de construire l'histogramme d'une série statistique regroupée en classes.

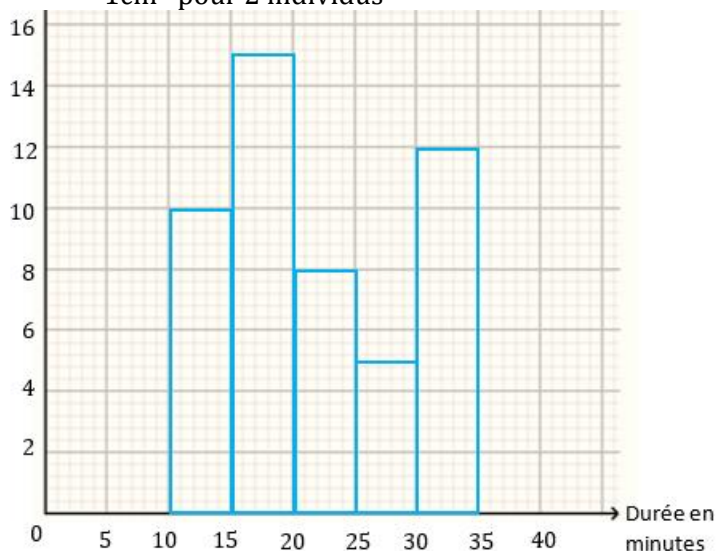
• Réponses aux questions

A- Histogramme d'une série statistique regroupée en classe de même amplitude.

Classes	$[10 ; 15[$	$[15 ; 20[$	$[20 ; 25[$	$[25 ; 30[$	$[30 ; 35[$
Effectifs	10	15	8	5	12

Echelle : 1cm pour 5 minutes

1cm² pour 2 individus



B- Histogramme d'une série statistique regroupée en classe d'amplitudes différentes.

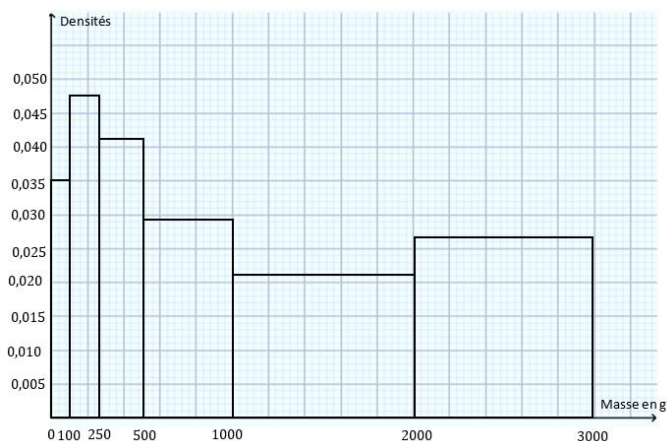
1-

Masse en g	$[0 ; 100[$	$[100 ; 250[$	$[250 ; 500[$	$[500 ; 1000[$	$[1000 ; 2000[$	$[2000 ; 3000[$
Densité	0,035	0,0473	0,0412	0,0292	0,021	0,0265

2- Echelle de construction :

Sur (OI) : 1cm pour 200 g

Sur (OJ) : 1 cm pour 0,005 (millier de FCFA/g)

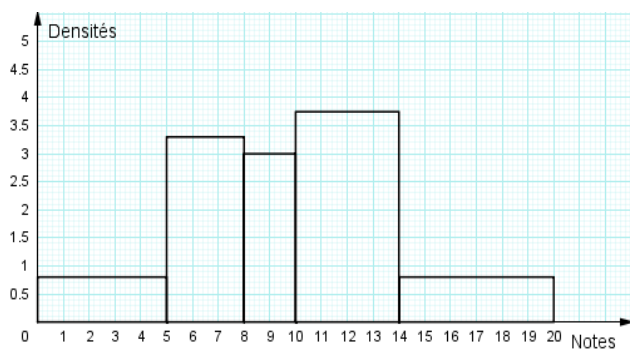


Corrigé des exercices de fixation

Exercice 3 :

Masse en g	[0 ; 5[	[5 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 14[	[14 ; 20[
Densité	0,8	3,33	3	3,75	0,83

Construction :



Exercice 4 : 1-F ; 2-V ; 3-V ; 4-F

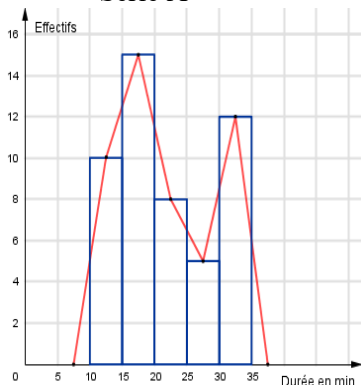
Activité 3 :

- **Objectif :**

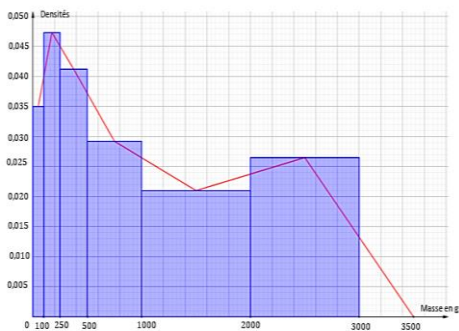
L'objectif de cette activité est de construire le polygone des effectifs d'une série statistique regroupée en classes.

- **Réponses aux questions**

1- Histogramme de la Série A



2- Histogramme de la Série B

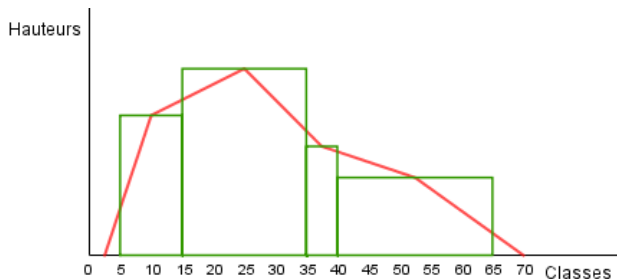


Corrigé des exercices de fixation

Exercice 5 :

Exercice 6 :

le polygone des effectifs est obtenu en joignant les milieux des bases supérieures des rectangles par des segments



Activité 4 :

- **Objectif :**

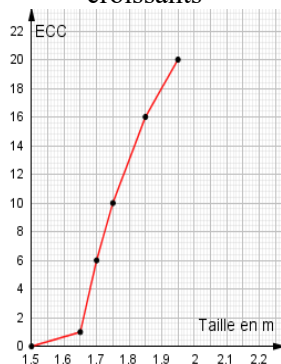
L'objectif de cette activité est de construire les polygones des effectifs cumulés et des fréquences cumulées d'une série statistique regroupée en classes.

- Réponses aux questions

1-

Tailles en m	[1,50 ; 1,65]	[1,65 ; 1,70[	[1,70 ; 1,75[	[1,75 ; 1,85[	[1,85 ; 1,95[
Effectifs	1	5	4	6	4
Fréquences	5	25	20	30	20
Effectifs cumulés croissants (ECC)	1	6	10	16	20
Effectifs cumulés décroissants (ECD)	20	19	14	10	4
Fréquences cumulées croissantes (FCC)	5	30	50	80	100
Fréquences cumulées décroissantes (FCD)	100	95	70	50	20

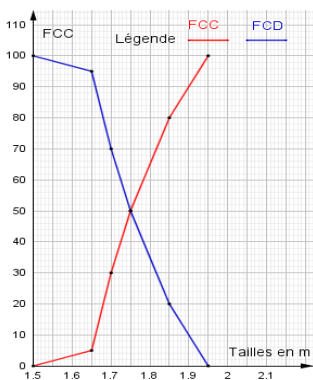
2- Polygone des effectifs cumulés croissants



3- Polygone des effectifs cumulés décroissants



4- Polygones des fréquences cumulées croissantes et décroissantes

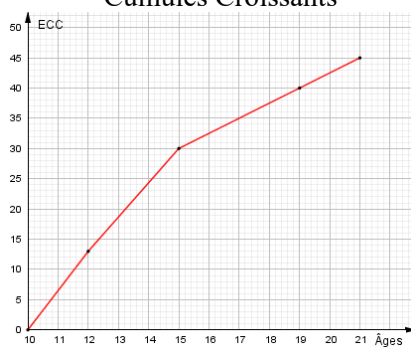


- **Corrigé de l'exercice de fixation**

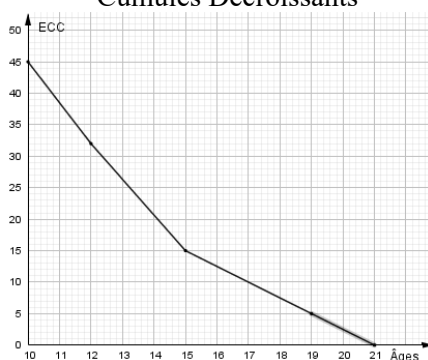
Exercice 7 :

Âges	[10 ; 12[	[12 ; 15[	[15 ; 19[	[19 ; 21[
Nombre d'élèves	13	17	10	5
ECC	13	30	40	45
ECD	45	32	15	5

1- Polygone des effectifs
Cumulés Croissants



2- Polygone des effectifs
Cumulés Décroissants



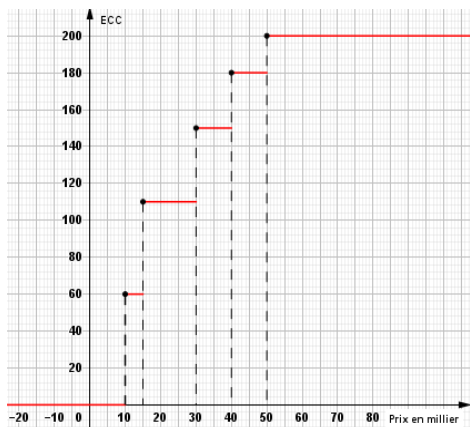
Activité 5 :

- **Objectif :**

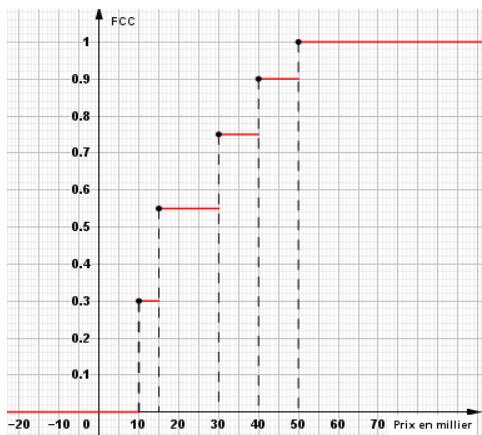
L'objectif de cette activité est de définir et de construire les courbes cumulatives des effectifs et des fréquences dans le cas d'une série statistique d'une variable à caractère quantitatif discret.

• Réponses aux questions

1-a) Représentation de la fonction F



2-a) Représentation de la fonction G



b) La fonction F est définie à partir des effectifs cumulés croissants sur des intervalles définis par des valeurs discrètes des caractères de la série. La courbe cumulative des effectifs de F est une courbe en escalier et croissante.

b) La fonction G est définie à partir des fréquences cumulées croissantes sur des intervalles définis par des valeurs discrètes des caractères de la série. La courbe cumulative des fréquences de G est une courbe en escalier et croissante à valeur dans l'intervalle $[0 ; 1]$.

Corrigé de l'exercice de fixation

Exercice 8 :

Classes	[0 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[	[40 ; 50[
Effectifs	5	7	10	18	10
ECC	5	12	22	40	50

Activité 6 :

• Objectif :

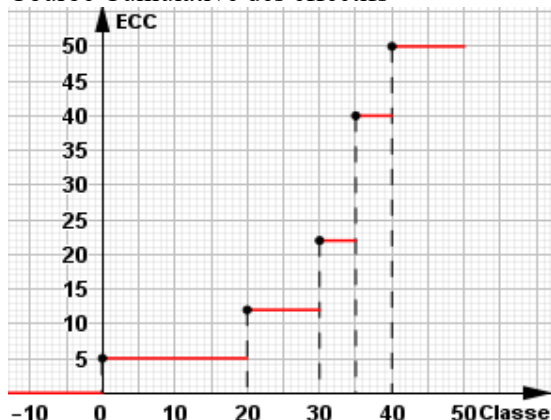
L'objectif de cette activité est de définir la classe modale et la moyenne d'une série statistique regroupée en classes.

• Réponses aux questions

1- La classe modale d'une série statistique regroupée en classes de même étendue est la classe qui a le plus grand effectif.

2- a)

Courbe Cumulative des effectifs



Classes	$[9,725 ; [$ $9,775]$	$[9,775 ; [$ $9,800]$	$[9,800 ; [$ $9,825]$	$[9,825 ; [$ $9,850]$	$[9,850 ; [$ $9,900]$
Effectifs	1	5	4	6	4
Fréquences en (%)	5	25	20	30	20
$\frac{\text{effectif}}{\text{amplitude}}$	20	200	160	240	80

b) La classe dont le quotient de l'effectif par l'amplitude est le plus grand est : $[9,825 ; 9,850[$.

3-

Classes	$[9,725 ; 9,775]$	$[9,775 ; 9,800]$	$[9,800 ; 9,825]$	$[9,825 ; 9,850]$	$[9,850 ; 9,900]$
Effectifs	1	5	4	6	4
Fréquences en (%)	5	25	20	30	20
Centres	9,750	9,7875	9,8125	9,8375	9,875

$$\text{a) moyenne} = \frac{1 \times 9,750 + 5 \times 9,7875 + 4 \times 9,8125 + 6 \times 9,8375 + 4 \times 9,875}{20}$$

$$= 9,823125$$

$$\text{b) moyenne} = 0,05 \times 9,750 + 0,25 \times 9,7875 + 0,2 \times 9,8125 + 0,3 \times 9,8375 + 0,2 \times 9,875$$

$$\text{moyenne} = 9,823125.$$

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 9 :

1-

Classes	[45 ; 47[	[47 ; 48[	[48 ; 51[	[51 ; 53[	[53 ; 55[
Effectifs	5	7	10	18	10
$\frac{\text{effectif}}{\text{amplitude}}$	2,5	7	3,33	9	5

La classe modale est : [51 ; 53[car elle a le plus grand quotient.

2-

Classes	[45 ; 47[	[47 ; 48[	[48 ; 51[	[51 ; 53[	[53 ; 55[
Effectifs	5	7	10	18	10
Centres	46	47,5	49,5	52	54

$$\text{moyenne} = \frac{5 \times 46 + 7 \times 47,5 + 10 \times 49,5 + 18 \times 52 + 10 \times 54}{50} = 50,67.$$

Exercice 10 : 1-V ; 2-F ; 3-F ; 4-F ; 5-F

Activité 7 :

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de définir la médiane et les quartiles d'une série statistique regroupée en classes, à l'aide des effectifs cumulés croissants.

- **Réponses aux questions**

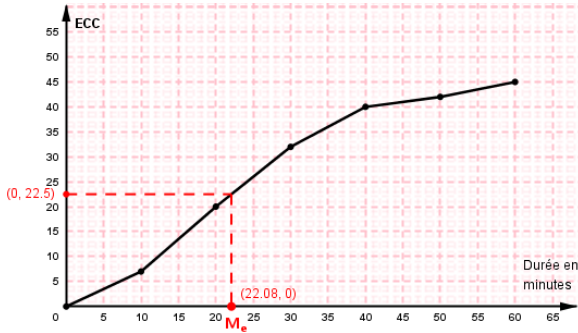
1-

Classes	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Effectifs	7	13	12	8	2	3
ECC	7	20	32	40	42	45

a) La durée médiane.

b) Il faut faire le partage à la durée correspondant à la moitié de l'effectif total.

2- a) Polygone des effectifs cumulés croissants.



b) L'abscisse du point d'ordonnée 22,5 est environ 22 minutes.

c) Il faut faire le partage à 22 minutes.

- 3- a) L'effectif cumulé de la médiane m est 22,5, or du 21^{ème} au 32^{ème}, les élèves mettent une durée comprise entre 20min et 30min. Donc la classe $[20 ; 30[$ est celle qui contient la médiane m .

b)

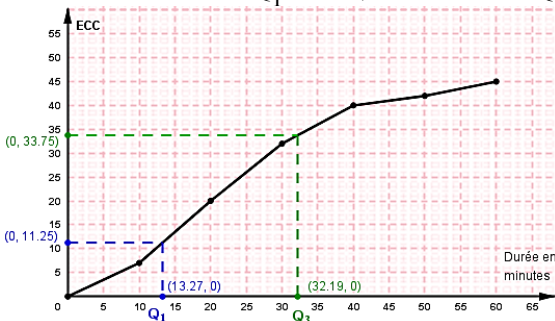
20	22,5	32
20	m	30

On a : $\frac{32 - 22,5}{30 - m} = \frac{32 - 20}{30 - 20}$ d'où $m = \frac{360 - 95}{12}$. Donc : $m \approx 22,08\text{min}$.

4- Détermination de Q_1 et Q_3

a) Graphiquement

L'effectif cumulé de Q_1 est 11,25 et celui de Q_3 est 33,75.



$Q_1 = 13,27$ minutes et $Q_3 = 32,19$ minutes

b)

7	11,25	20	32	33,75	40
10	Q_1	20	30	Q_3	40

$$\text{On a : } \frac{20 - 11,25}{20 - Q_1} = \frac{20 - 7}{20 - 10} \text{ d'où } Q_1 = \frac{260 - 87,5}{13}.$$

Donc : $Q_1 \approx 13,27\text{min.}$

$$\text{Et } \frac{40 - 33,75}{40 - Q_3} = \frac{40 - 32}{40 - 30} \text{ d'où } Q_3 = \frac{320 - 62,5}{8}.$$

Donc : $Q_3 \approx 32,19\text{min.}$

• Corrigé de l'exercice de fixation

Exercice 11 :

Classes	$[0 ; 20[$	$[20 ; 50[$	$[50 ; 65[$	$[65 ; 100[$
Effectifs	25	30	29	16
ECC	25	55	84	100

Médiane

Premier Quartile

Troisième Quartile

25	50	55
20	Me	50

$$\frac{55 - 50}{50 - \text{Me}} = \frac{55 - 25}{50 - 20}$$

$$\text{Me} = 45$$

$$Q_1 = 20 \text{ car } \frac{100}{4} = 25$$

55	75	84
50	Q_3	65

$$\frac{84 - 75}{65 - Q_3} = \frac{84 - 55}{65 - 50}$$

$$Q_3 \approx 60,34$$

Activité 8 :

• Objectif :

L'objectif de cette activité est de déterminer graphiquement et par calcul la médiane et les quartiles d'une série statistique regroupée en classes, à l'aide des fréquences cumulées.

• Réponses aux questions

1-

Tranche horaire (en heure)	$[0 ; 3[$	$[3 ; 6[$	$[6 ; 9[$	$[9 ; 12[$	$[12 ; 15[$	$[15 ; 18[$	$[18 ; 21[$	$[21 ; 24[$
Fréquence en (%)	5	3,9	10,8	13,6	17,1	21,4	19,8	8,4
FCC (%)	5	8,9	19,7	33,3	50,4	71,8	91,6	100
FCD (%)	100	95	91,1	80,3	66,7	49,6	28,2	8,4

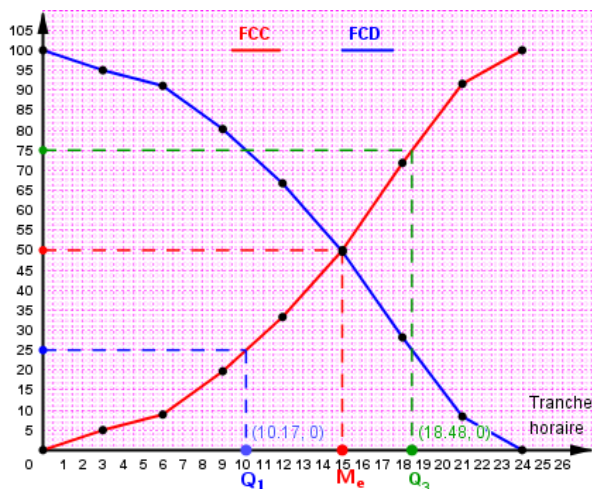
2- a) et b) (voir graphique)

c) L'abscisse du point d'intersection des deux courbes est environ : 14,9 heures.

3- a) L'abscisse du point de la courbe des fréquences cumulées croissantes d'ordonnées 50% est environ : 14,9 heures.

b) L'abscisses du point de la courbe des fréquences cumulées croissantes d'ordonnées 25% est environ : 10,2 heures.

c) L'abscisses du point de la courbe des fréquences cumulées croissantes d'ordonnées 75% est environ : 18,5 heures.



3- a) La fréquence cumulée croissante de la médiane est 50%.

Donc l'intervalle qui contient la médiane M_e est : $[12 ; 15[$.

b)

33,3	50	50,4
12	M_e	15

$$\frac{50,4 - 50}{15 - M_e} = \frac{50,4 - 33,3}{15 - 12}. \text{ Donc } M_e \approx 14,93 \text{ h.}$$

5- a) L'intervalle qui contient le premier quartile Q_1 est : $[9 ; 12[$

b)

19,7	25	33,3
9	Q_1	12

$$\frac{33,3 - 25}{12 - Q_1} = \frac{33,3 - 19,7}{12 - 9}. \text{ Donc : } Q_1 \approx 10,17 \text{ h.}$$

- 6- a) L'intervalle qui contient le troisième quartile Q_3 est : $[18 ; 21[$
 b)

71,8	75	91,6
18	Q_3	21

$$\frac{91,6 - 75}{21 - Q_3} = \frac{91,6 - 71,8}{21 - 18} \text{ . Donc : } Q_3 \approx 18,48 \text{ h.}$$

• **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 12 :

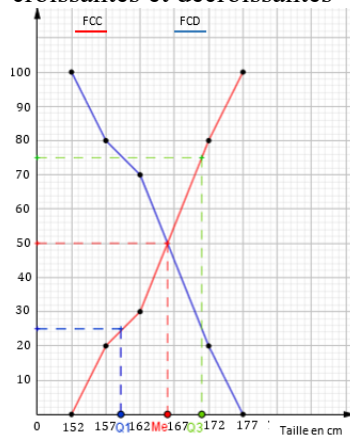
1-

Tranche horaire (en heure)	[152 ; 157[	[157 ; 162[	[162 ; 172[	[172 ; 177[
Effectifs	6	3	15	6
Fréquence en (%)	20	10	50	20
FCC (%)	20	30	80	100
FCD (%)	100	80	70	20

2- La médiane est : 166 cm

3- Le premier quartile est : 159 cm
 Le troisième quartile est : 171 cm

Polygones des fréquences cumulées croissantes et décroissantes



Activité 9 :

• **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de définir et interpréter l'écart interquartile et l'écart absolu moyen.

• **Réponses aux questions**

1- a) $Q_1 = 13,27\text{min}$ et $Q_3 = 32,19\text{min}$ d'où $Q_3 - Q_1 = 18,92$.

b) Les temps mis par 50% des élèves pour faire le trajet de leur domicile au lycée sont concentrés sur l'intervalle $[Q_1; Q_3]$ d'amplitude 18,92.

2-

Classes	$[0 ; 10[$	$[10 ; 20[$	$[20 ; 30[$	$[30 ; 40[$	$[40 ; 50[$	$[50 ; 60[$
Effectifs	7	13	12	8	2	3
Centres	5	15	25	35	45	55

a) $\bar{x} = 23,6$.

$$e_m = \frac{1}{45} (|5 - 23,6| + |15 - 23,6| + |25 - 23,6| + |35 - 23,6| + |45 - 23,6| + |55 - 23,6|)$$

$$e_m = 2,06 \text{ min.}$$

b) $e_m = 2,06 \text{ min}$ signifie que les temps mis par les élèves sont situés en moyenne à 2 min autour de leur moyenne.

c) La classe la plus régulière est celle dont l'écart moyen est 0,35min

• **Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 13 :

Classes	$[0 ; 20[$	$[20 ; 50[$	$[50 ; 65[$	$[65 ; 100[$
Effectifs	25	30	29	16
ECC	25	55	84	100
Centres	10	35	57,5	82,5

1-a) $Q_1 = 25$ et $Q_3 = 60,3$

b) $Q_3 - Q_1 = 35,3$ signifie que la masse de 50% des élèves est concentrée sur

l'intervalle $[Q_1; Q_3]$ d'amplitude 35,3.

$$2- \bar{x} = \frac{1}{100} (250 + 1050 + 1667,5 + 1320) = 42,875\text{kg.}$$

$$e_m = \frac{1}{100} (|10 - 42,875| + |35 - 42,875| + |57,5 - 42,875| + |82,5 - 42,875|) = 0,95.$$

$e_m = 0,95$ signifie que les masses des élèves sont situées en moyenne à 0,95kg autour de leur moyenne.

Activité 10 :

- Objectif :**

L'objectif de cette activité est de définir la variance et l'écart type.

- Réponses aux questions**

1-

Classes	[10 ; 15[	[15 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 70[
Effectifs	60	50	40	30	20
Centres	12,5	22,5	35	45	60

$$\bar{x} = \frac{1}{200} (60 \times 12,5 + 50 \times 22,5 + 40 \times 35 + 30 \times 45 + 20 \times 60) = 29,125.$$

2-

Classes	[10 ; 15[	[15 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 70[
Effectifs	60	50	40	30	20
Centres c_i	12,5	22,5	35	45	60
$c_i - \bar{x}$	-16,625	-6,625	5,875	15,875	30,875
$(c_i - \bar{x})^2$	276,4	43,9	34,5	252	953,3
$n_i(c_i - \bar{x})^2$	16583,438	2194,532	1380,625	7560,469	19065,313
$\frac{1}{N} n_i c_i^2$	46,875	126,563	245	303,75	360

3- a) Le quotient de la somme des $n_i(c_i - \bar{x})^2$ par l'effectif total est : 233,9.

b) La différence de la somme des $\frac{1}{N} n_i c_i^2$ par $(\bar{x})^2$ est : 233,9.

c) Les résultats des questions a) et b) sont identiques.

4- $\sqrt{233,9} \approx 15,3$

- Corrigé de l'exercice de fixation**

Exercice 14 :

Classes	[15 ; 23[	[23 ; 27[	[27 ; 45[	[45 ; 56[
Effectifs	5	13	22	30
Centres	19	25	36	50,5

$$1- \bar{x} = \frac{1}{70} (5 \times 19 + 13 \times 25 + 22 \times 36 + 30 \times 50,5) = 38,96$$

$$V = \frac{1}{70} [5 \times (19)^2 + 13 \times (25)^2 + 22 \times (36)^2 + 30 \times (50,5)^2] - (\bar{x})^2 = 124,25.$$

2- a) $\sqrt{124,25} = 11,15.$

b) L'écart type est 11,15 signifie les valeurs sont largement étalées de part et d'autre de la moyenne.

DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1

Exercice non corrigé

Classes	[9,7 ; 9,8[	[9,8 ; 9,9[	[9,9 ; 10,2[	[10,2 ; 10,3[	[10,3 ; 10,7[
Effectifs	3	7	9	5	6
amplitude	0,1	0,1	0,3	0,1	0,4
effectif amplitude	30	70	30	50	15

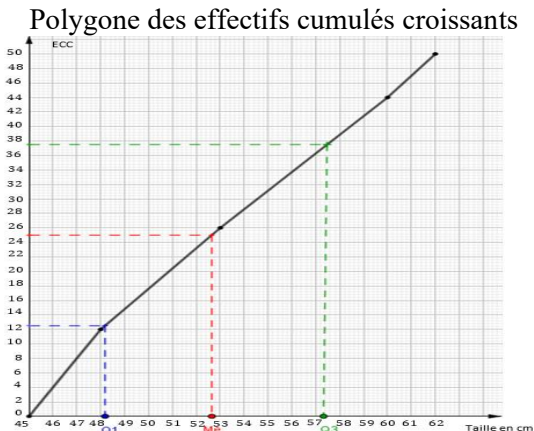
Le plus grand quotient est 70. Donc la classe modale est : [9,8 ; 9,9[.

QUESTION 2 :

Exercice non corrigé

Tableau des effectifs cumulés croissants

Classes	[45 ; 48[	[48 ; 53[	[53 ; 60[	[60 ; 62[
Effectifs	12	14	18	6
ECC	12	26	44	50



• Premier quartile Q_1

$$\frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$

Donc :

$$Q_1 = 48,2 \text{ cm.}$$

• Médiane Me

$$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Donc :

$$Me = 52,6 \text{ cm.}$$

• Troisième quartile Q_3

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37,5$$

Donc :

$$Q_3 = 57,4 \text{ cm.}$$

QUESTION 3 :

Exercice non corrigé

- Calculons le salaire moyen

Classes	[80 ; 100[	[100 ; 150[	[150 ; 220[	[220 ; 300[	[300 ; 400[
Effectifs	52	70	38	25	5
Centres	90	125	185	260	350

$$\bar{x} = \frac{1}{190} (52 \times 90 + 70 \times 125 + 38 \times 185 + 25 \times 260 + 5 \times 350) = 151,1.$$

- Ecart type

Classes	[80 ; 100[	[100 ; 150[	[150 ; 220[	[220 ; 300[	[300 ; 400[	Total
Effectifs n_i	52	70	38	25	5	190
Centres c_i	90	125	185	260	350	
$n_i c_i^2$	421200	1093750	1300550	1690000	612500	5118000

La variance est :

$$V = \frac{5118000}{190} - (151,1)^2 = 4104. \text{ Donc l'écart type est : } \sigma = 64,06.$$

MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1 : 1-V ; 2-F ; 3-F ; 4-V.

Exercice 2

Classes	[2 ; 5[	[5 ; 9[	[9 ; 11[	[11 ; 15[	[15 ; 18[
Effectifs	7	13	12	8	2
Centres	3,5	7	10	13	16,5
amplitude	3	4	2	4	3

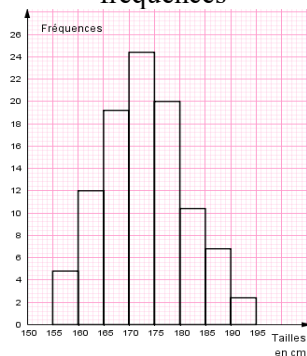
Exercice 3

Tailles	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[	[175 ; 180[
Effectifs	22	40	58	70	60
Fréquences	0,088	0,16	0,232	0,28	0,24
Fréquences (%)	8,8	16	23,2	28	24

Exercice 4 : 1-B ; 2-A ; 3-C ; 4-A

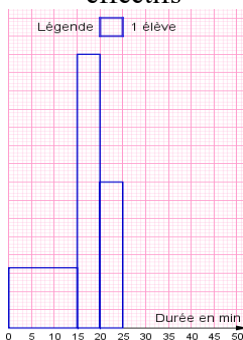
Exercice 5

Histogramme des fréquences



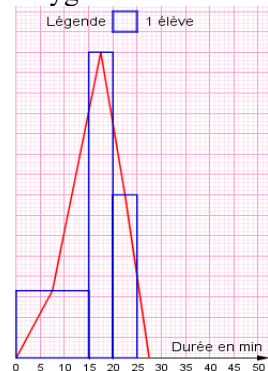
Exercice 6

Histogramme des effectifs



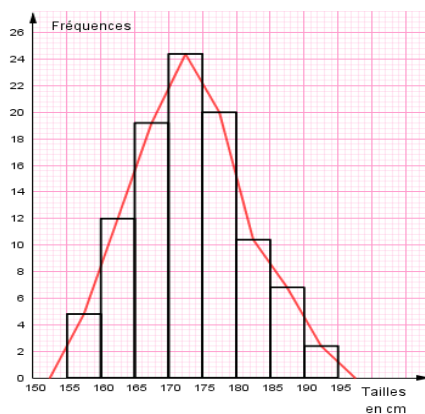
Exercice 7

Polygone des effectifs



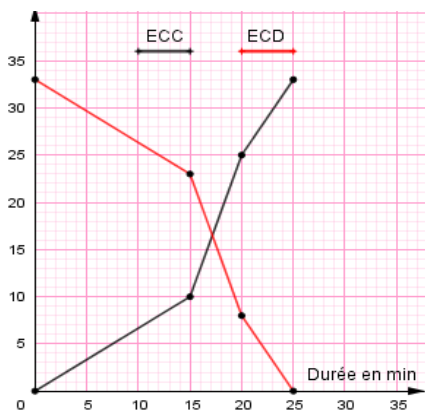
Exercice 8

Polygone des fréquences



Exercice 9

Polygones des effectifs cumulés croissants et décroissants

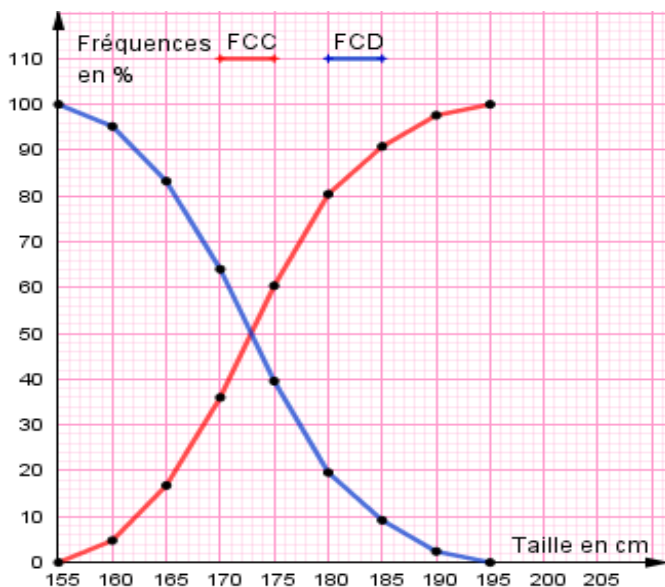


Exercice 10

Tableau des fréquences cumulées croissantes et décroissantes

Tailles	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[
Fréquences en %	4,8	12	19,2	24,4
FCC	4,8	16,8	36	60,4
FCD	100	95,2	83,2	64

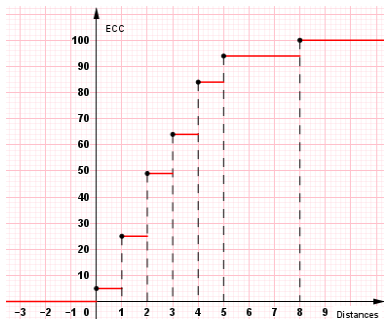
Tailles	[175 ; 180[	[180 ; 185[	[185 ; 190[	[190 ; 195[
Fréquences en %	20	10,4	6,8	2,4
FCC	80,4	90,8	97,6	100
FCD	39,6	19,6	9,2	2,4



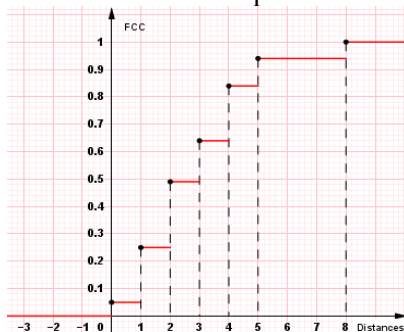
Exercice 11 : 1-V ; 2-F ; 3-V ; 4-F

Exercice 12

1- Courbe cumulative des effectifs



2- Courbe cumulative des fréquences



Exercice 13

La classe modale est : $[170 ; 175[$ car sa fréquence est la plus élevée.

Exercice 14

1-

Classes	$[0 ; 15[$	$[15 ; 20[$	$[20 ; 22[$
Effectifs	10	15	8
Amplitudes	15	5	2
$\frac{\text{Effectif}}{\text{Amplitude}}$	0,33	3	4

2- La classe modale est $[20 ; 22[$ car elle a le grand quotient.

Exercice 15

1- Tableau

Classes	$[0 ; 15[$	$[15 ; 20[$	$[20 ; 25[$
Effectifs	10	15	8
Centres	7,5	17,5	22,5

2- Durée moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{33} (10 \times 7,5 + 15 \times 17,5 + 8 \times 22,5)$$

$$\bar{x} = 15,68$$

Exercice 16

1- Tableau

Tailles	$[155 ; 160[$	$[160 ; 165[$	$[165 ; 170[$	$[170 ; 175[$
Fréquences en %	4,8	12	19,2	24,4
Centres	157,5	162,5	167,5	172,5

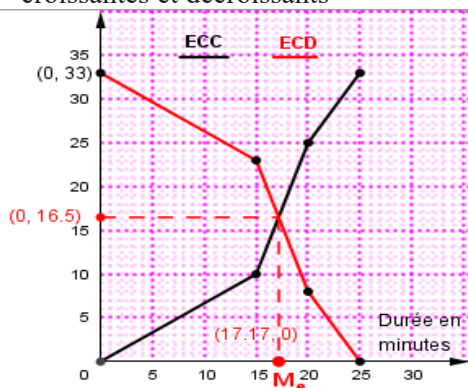
Tailles	[175 ; 180[	[180 ; 185[	[185 ; 190[	[190 ; 195[
Fréquences en %	20	10,4	6,8	2,4
Centres	177,5	182,5	187,5	192,5

2- Taille moyenne

$$\bar{x} = 173,16$$

Exercice 17

1- Polygone des effectifs cumulés croissants et décroissants



La médiane est environ 17 minutes.

2-

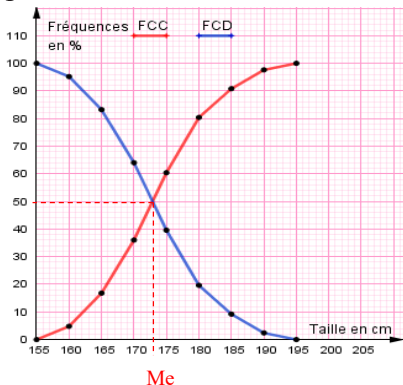
10	16,5	25
15	Me	20

$$\frac{Me - 15}{16,5 - 10} = \frac{20 - 15}{25 - 10}. \text{ Donc } Me \approx 17,2 \text{ min.}$$

3- Il y a autant d'élèves qui mettent moins de 17,2 minutes que d'élèves qui mettent plus de 17,2 minutes pour se rendre à l'école.

Exercice 18

1-



La médiane est environ 173 centimètres.

2-

36	50	60,4
170	Me	175

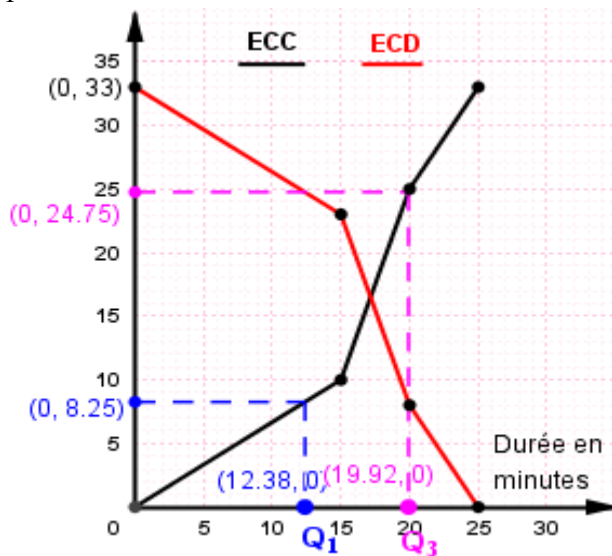
$$\frac{Me - 170}{50 - 36} = \frac{175 - 170}{60,4 - 36}. \text{ Donc : } Me \approx 172,87 \text{ cm.}$$

3- Il y a autant d'élèves qui mesurent moins de 172,87 cm que d'élèves qui mesurent plus de 172,87 cm dans cette promotion de première.

Exercice 19 : 1-V ; 2-F ; 3-V ; 4-F

Exercice 20

1-



Le premier quartile est environ 12,4 min.
et le troisième quartile est environ 19,9 min.

2- Premier et troisième quartiles

0	8,25	10
0	Q_1	15

10	24,75	25
15	Q_3	20

$$\frac{Q_1}{8,25} = \frac{15}{10}$$

$$\frac{Q_3 - 15}{24,75 - 10} = \frac{20 - 15}{25 - 10}$$

Donc : $Q_1 \approx 12,38$ min.

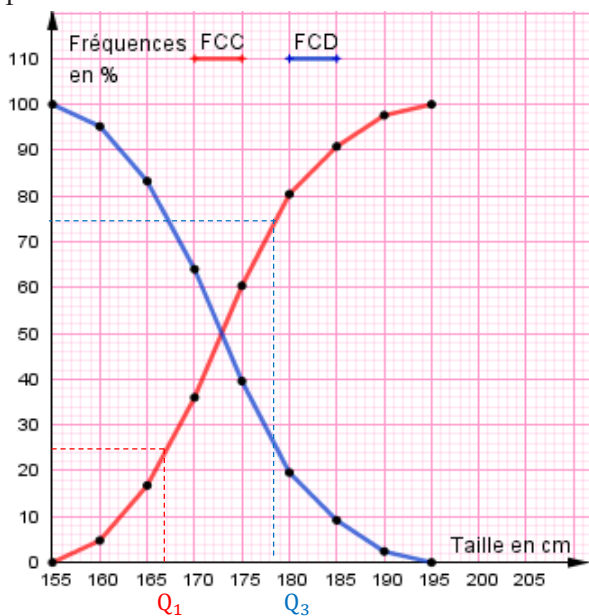
Donc : $Q_3 \approx 19,92$ min.

3- Au moins le quart des élèves mettent au plus 12,4 minutes pour se rendre à l'école. Et au moins les trois quarts des élèves mettent au plus 19,92 min pour se rendre à l'école.

4- $Q_3 - Q_1 = 7,52$ signifie que les temps mis par la moitié des élèves pour se rendre à l'école sont concentrés sur l'intervalle $[Q_1; Q_3]$ d'amplitude 7,52.

Exercice 21

1-



Le premier quartile est environ 167 cm.
et le troisième quartile est environ 178,5 cm.

2- Premier et troisième quartiles

16,8	25	36
165	Q_1	170

60,4	75	80,4
175	Q_3	180

$$\frac{Q_1 - 165}{25 - 16,8} = \frac{170 - 165}{36 - 16,8}$$

$$\frac{Q_3 - 175}{75 - 60,4} = \frac{180 - 175}{80,4 - 60,4}$$

Donc $Q_1 \approx 167,13$ cm.

Donc $Q_3 \approx 178,65$ cm.

3- Au moins le quart des élèves mesurent au plus
167,13 cm.

Et au moins les trois quarts des élèves mesurent au plus
178,65 cm. 4- $Q_3 - Q_1 = 11,52$ cm signifie que les tailles de
50% des élèves sont concentrés sur l'intervalle $[Q_1; Q_3]$
d'amplitude 11,52.

Exercice 22

$$1\text{-} a) e_m = \frac{1}{33} (|7-10,6| + |9,5-10,6| + |11-10,6| + |13-10,6| + |15-10,6|)$$

$$e_m = 0,36.$$

$$b) e_A = \frac{1}{33} (|7-10,7| + |9,5-10,7| + |11-10,7| + |13-10,7| + |15-10,7| + |17-10,7|)$$

$$e_A = 0,55.$$

2- $e_m = 0,36$ et $e_A = 0,55$ donc les notes de Amine sont plus dispersées que celles de Massé.

Exercice 23

1-

Classes	[0 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[
Effectifs n_i	10	15	8
Centres c_i	7,5	17,5	22,5
$n_i c_i^2$	562,5	4593,75	4050

$$\bar{x} = 15,68 \text{ et } V$$

$$= \frac{9206,25}{33} - 15,68^2 = 33,11$$

2-a) L'écart type est :

$$\sigma = \sqrt{33,11} = 5,75.$$

b) L'écart type est 5,75

signifie les

valeurs sont étalées de part et d'autre de la moyenne.

Exercices de renforcement/approfondissement

Exercice 24 : 1-V ; 2- F ; 3-F ; 4-F ; 5-V ; 6-F ; 7-V ; 8-F.

Exercice 25

$$1- \bar{x} = \frac{1}{145} (15 \times 60 + 90 \times 80 + 35 \times 105 + 5 \times 135) = 85,86.$$

2- Le nombre d'automobilistes qui respectent la limitation de 120km/h est : 140

Exercice 26

1- Il y a 145 entreprises.

$$2\text{-} a) \bar{x} = \frac{1}{145} (15 \times 3,5 + 90 \times 6,5 + 35 \times 9 + 5 \times 12,5) = 7$$

Le chiffre d'affaire moyen est 7 millions de FCFA.

b) La variance est : $V = \frac{7602,5}{145} - 7^2 = 3,43$. Donc l'écart type est : $\sigma = 1,85$.

3- Il y a 5 entreprises qui ont au moins 10 millions de chiffre d'affaire.

Exercice 27

1- Tableau des effectifs cumulés croissants et des effectifs

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 15[	[15 ; 18[
Effectifs cumulés croissants	6	16	20	23	24	27
Effectifs des notes	6	10	4	3	1	3

2- Il y a 7 élèves qui ont eu plus de 10 sur 20.

3- Il y a 16 élèves qui ont eu moins de 08 sur 20.

4- $\bar{x} = 7,85$. Donc le devoir n'est pas réussi.

5- les quartiles. Q_1 et Q_3 .

6	6,75	16
5	Q_1	8

$$\frac{Q_1 - 5}{6,75 - 6} = \frac{8 - 5}{16 - 6}. \text{ Donc } Q_1 \approx 5,225.$$

20	20,25	23
10	Q_3	12

$$\frac{Q_3 - 10}{20,25 - 20} = \frac{12 - 10}{23 - 20}. \text{ Donc } Q_3 \approx 10$$

Interprétation : $Q_3 - Q_1 = 4,94$ signifie que les notes de 50% des élèves sont concentrées sur l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ d'amplitude 4,94.

6- La variance est : $V = \frac{2146}{27} - (7,85)^2 = 17,86$. Donc l'écart type est : $\sigma = 4,22$.

L'écart type est 4,22 signifie que les valeurs sont étalées de part et d'autre de la moyenne.

Exercice 28

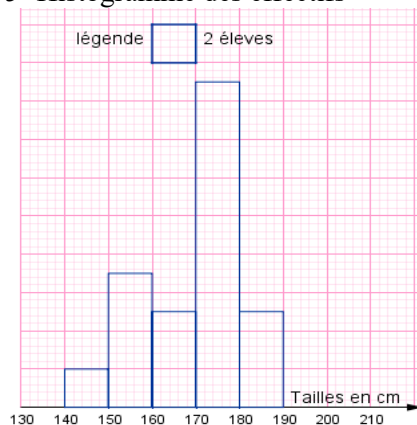
1- La classe modale est : $[170 ; 180[$ car elle a le plus grand effectif. Donc le mode est 175.

2- La taille médiane est : $Me = 172,35$

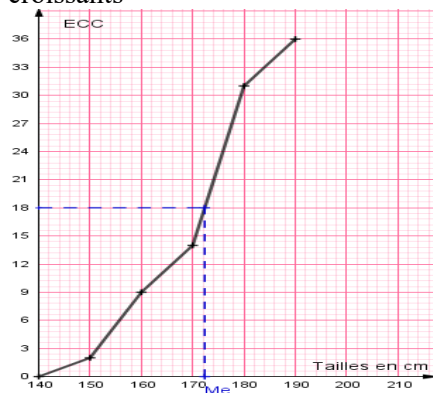
3- La taille moyenne est : $\bar{x} = 169,44$.

4- La variance est : $V = \frac{1038100}{36} - (169,44)^2 = 126,2$. Donc l'écart type est : $\sigma = 11,23$.

5- Histogramme des effectifs



6- Polygone des effectifs cumulés croissants



7- La médiane est d'environ 172 cm.

Exercice 29

1- La classe modale est : $[600 ; 700[$ car elle a le plus grand effectif.

2- Les quartiles

60	100	118
500	Q_1	600

262	300	324
800	Q_3	900

Donc $Q_3 \approx 861,29$.

Donc $Q_1 \approx 568,96$.

3- Au moins le quart des tubes durent au plus 568,96 heures. Et au moins les trois quarts des tubes durent au plus 861,29 heures.

Exercice 30

1-

Salaire mensuel en FCFA	Effectifs	Fréquences en %	Fréquences cumulées croissantes
$[0 ; 4000[$	24	3	3
$[4000 ; 6000[$	144	18	21
$[6000 ; 7000[$	166	20,75	41,75
$[7000 ; 8000[$	124	15,5	57,25
$[8000 ; 9000[$	112	14	71,25
$[9000 ; 11000[$	100	12,5	83,75
$[11000 ; 15000[$	80	10	93,75
$[15000 ; 20000[$	50	6,25	100

2- Médiane

41,75	50	57,25
7000	Me	8000

Donc $Me \approx 7532,26$.

3- Premier et troisième quartiles

21	25	41,75
6000	Q_1	7000

Donc $Q_1 \approx 6192,77$.

71,25	75	83,75
9000	Q_3	11000

Donc $Q_3 \approx 9300$.

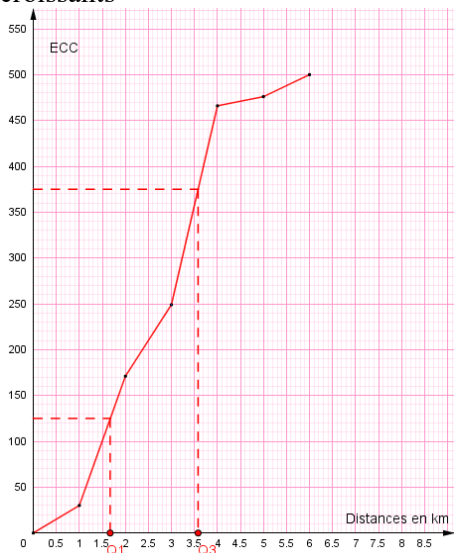
4- $Q_3 - Q_1 = 3107,23$ signifie que 50% des salaires sont concentrés sur l'intervalle $[Q_1; Q_3]$ d'amplitude 3107,23.

Exercice 31

1-

Distances en km	$[0; 1[$	$[1; 2[$	$[2; 3[$	$[3; 4[$	$[4; 5[$	$[5; 6[$
Effectifs	30	141	78	217	10	24
Effectifs cumulés croissants	30	171	249	466	476	500
Fréquences cumulées croissantes	6	34,2	49,8	93,2	95,2	100

2- Polygone des effectifs cumulés croissants



3- $Q_1 = 1,7$ et $Q_3 = 3,6$

4- $\bar{x} = 2,71$ km.

5- $Q_3 - Q_1 = 2,9$ signifie que les distances parcourues de 50% des salariés sont concentrées sur l'intervalle $[Q_1; Q_3]$ d'amplitude 2,9.

Exercice 32

1- Histogramme (voir figure ci-dessous)

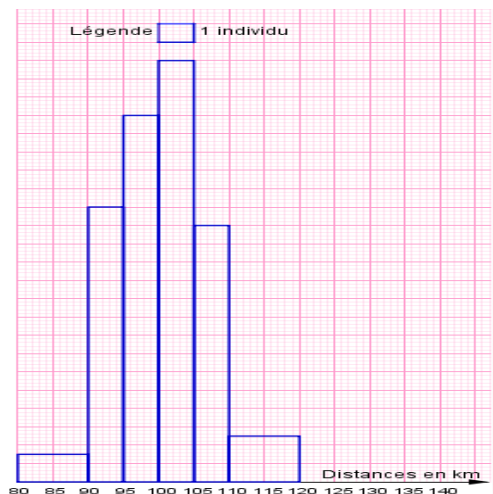
Tableau des effectifs

Distances	[80 ; 90[	[90 ; 95[	[95 ; 100[	[100 ; 105[	[105 ; 110[	[110 ; 120[
Effectifs	3	15	20	23	14	5

2- $\bar{x} = 100,375$

3- $\sigma = 6,79$ car $V = 46,11$.

4- $Q_1 = 95,5$ et $Q_3 = 102,6$



Exercice 33

1- Le salaire journalier moyen est : $\bar{x} = 3,49$.

2- La classe modale est : $[2 ; 3[$. Elle est la plus représentée.

Exercice 34

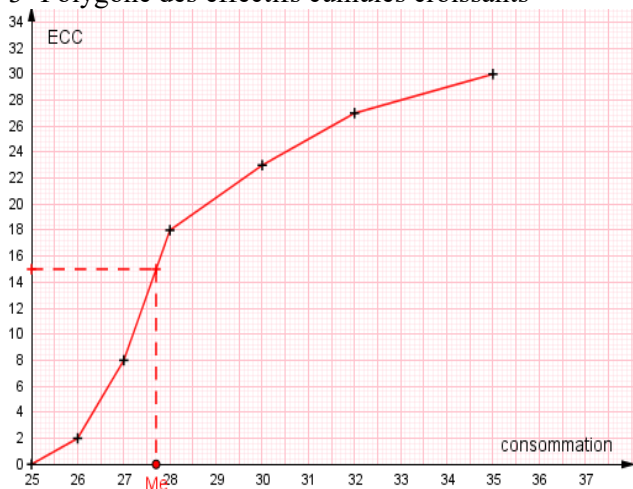
1-

Consommation	[25 ; 26[	[26 ; 27[	[27 ; 28[
Nombre de véhicules	2	6	10
Centres	25,5	26,5	27,5
Effectifs cumulés croissants	2	8	18

[28 ; 30[	[30 ; 32[	[32 ; 35[
5	4	3
29	31	33,5
23	27	30

2- La consommation moyenne est : $\bar{x} = 28,48$.

3- Polygone des effectifs cumulés croissants



4- la médiane est environ 27,7.

5-

8	15	18
27	Me	28

Donc : $Me = 27,7$.

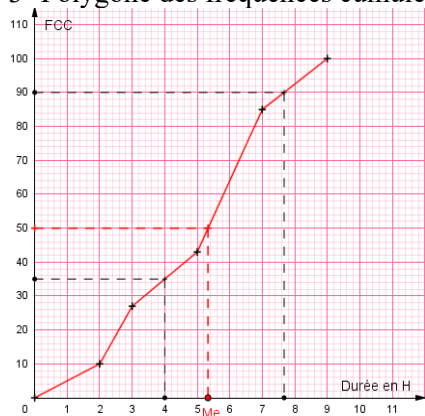
Exercice 35

1-

Durée en H	[0 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[
Fréquence des téléspectateurs en %	10	17	16	42	15
Fréquences cumulées croissantes	10	27	43	85	100

2- Le temps moyen à l'unité près est : $\bar{x} = 5H$.

3- Polygone des fréquences cumulées croissantes (Voir figure ci-dessous).



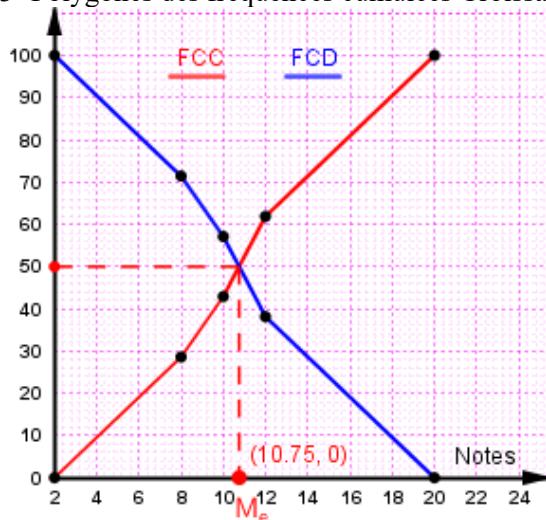
- 4- a) 35% des habitants passent moins de 4 heures à regarder la télé.
 b) 90% des habitants passent 7,6 heures à regarder la télé.
 c) La moitié des habitants passent 5,3 heures à regarder la télé. Ce temps correspond à la médiane.

Exercice 36

- 1- La classe modale est : $[10 ; 12[$ car elle a le quotient le plus élevé.
 2- La moyenne de cette série est : $\bar{x} = 10,90$.
 3- Tableau des fréquences cumulées croissantes

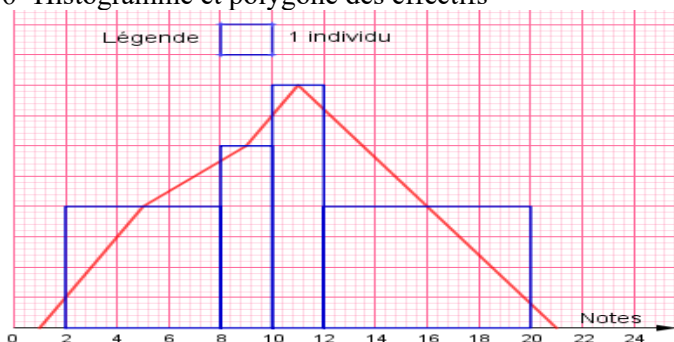
Notes	$[2 ; 8[$	$[8 ; 10[$	$[10 ; 12[$	$[12 ; 20[$
Fréquence des téléspectateurs en %	28,6	14,3	19	38,1
Fréquences cumulées croissantes	28,6	42,9	61,9	100
Fréquences cumulées décroissantes	100	71,4	57,1	38,1

- 3- Polygones des fréquences cumulées Croissantes et décroissantes.



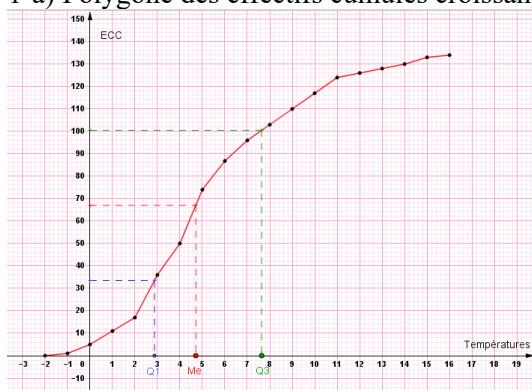
- 4- a) La note médiane est environ 10,8
 b) $Me = 10 + 7,1 \times \frac{2}{19}$. Donc : $Me \approx 10,75$.
 c) Il y a autant d'élèves qui ont obtenu moins de 10,75 que d'élèves qui ont obtenu plus de 10,75.
 5- $Q_1 = 3,8$ et $Q_3 = 18,55$

6- Histogramme et polygone des effectifs



Exercice 37

1-a) Polygone des effectifs cumulés croissants



b) $Me \approx 4,7$; $Q_1 \approx 2,9$ et $Q_3 \approx 7,6$.

c) L'écart interquartile est $Q_1 - Q_3 = 4,7$

$Q_3 - Q_1 = 4,7$ signifie que les températures de 50% des stations météo sont concentrées sur l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ d'amplitude 4,7.

2- La moyenne est : $\bar{x} = 5,44$.

3- L'écart type est : $\sigma = 3,58$.

L'écart type est 3,58 signifie que les valeurs sont étalées de part et d'autre de la moyenne.

Exercice 38

1- Moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{50} (2 \times 1,35 + 6 \times 1,45 + 5 \times 1,55 + 13 \times 1,65 + 7 \times 1,75 + 5 \times 1,85 + 7 \times 1,95 + 5 \times 2,05).$$

$$\bar{x} = 1,72.$$

2- Histogramme (voir figure 1 ci-contre)

3-a) Tableau des fréquences cumulées croissantes

Glycémie	effectifs	Fréquences en %	Fréquences Cumulées croissantes
[1,3 ; 1,4[	2	4	4
[1,4 ; 1,5[	6	12	16
[1,5 ; 1,6[	5	10	23
[1,6 ; 1,7[	13	26	52
[1,7 ; 1,8[	7	14	66
[1,8 ; 1,9[	5	10	76
[1,9 ; 2[	7	14	90
[2 ; 2,1[	5	10	100

b) La classe médiane est [1,6 ; 1,7[car elle contient la modalité dont la fréquence cumulée croissante est 50%.

c) Polygone des fréquences cumulées croissantes

(Voir figure 2 ci-contre).

d) $Me \approx 1,69$

Figure 1

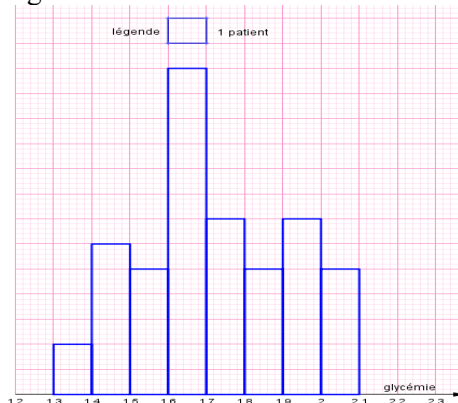
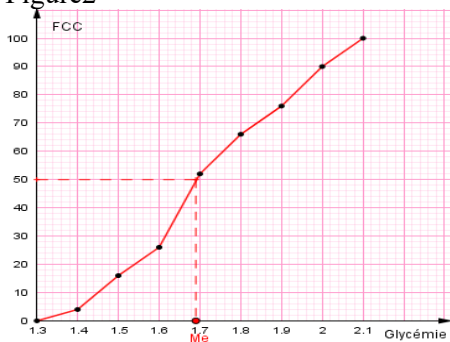


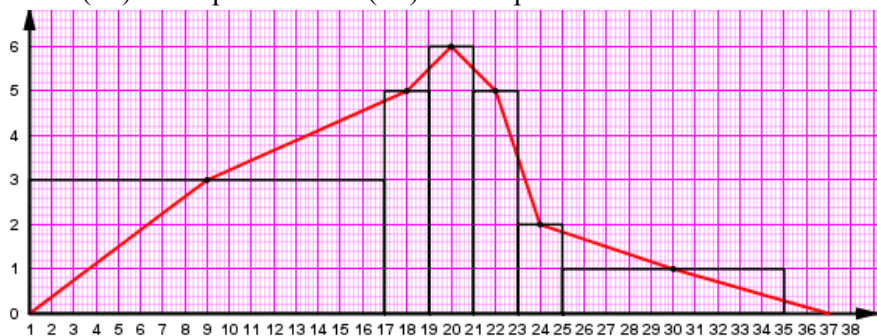
Figure 2



Exercice 39

1- Polygone des effectifs

Sur (OI) : 1 cm pour 2 et sur (OJ) : 1 cm² pour 5.



2- L'effectif étant entier, prendre le premier intervalle à partir de 1 au lieu de 0.

On obtient le tableau suivant :

Classes	[1 ; 17[	[17 ; 19[	[19 ; 21[	[21 ; 23[	[23 ; 25[	[25 ; 35[
Effectifs	120	25	30	25	10	25

3-a) • Médiane $Me : \frac{N}{2} = \frac{235}{2} = 117,5$. Donc : $Me \in [1 ; 17[$.

• Premier quartile $Q_1 : \frac{N}{4} = \frac{235}{4} = 58,75$. Donc : $Q_1 \in [1 ; 17[$.

• Troisième quartile $Q_3 : \frac{3N}{4} = \frac{3 \times 235}{4} = 176,25$. Donc : $Q_3 \in [21 ; 23[$.

b) Après calcul, $Q_1 = 8,83$ et $Q_3 = 21,1$.

Donc : $Q_3 - Q_1 = 21,1 - 8,83 = 12,27$.

$Q_3 - Q_1 = 12,27$ signifie que 50% des valeurs sont concentrées sur l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ d'amplitude 12,27.

Exercice 40

1- C'est Ozoua (figure 3) car en prenant 1 carreau pour 1 unité sur (OI) et 1 carreau pour 1 individu sur (OJ), on obtient le tableau des effectifs.

2- La classe modale est $[5 ; 6[$.

3- a) $\frac{N}{2} = \frac{31}{2} = 15,5$. Donc : $Me \in [5 ; 6[$.

b) D'où : $Me = 5 + 1,5 \times \frac{1}{7}$. Donc : $Me \approx 5,2$.

4-a) $\bar{x} = \frac{1}{31} (6 \times 1,5 + 8 \times 4 + 7 \times 5,5 + 6 \times 7 + 4 \times 9)$ soit $\bar{x} = 5,08$.

$$b) V = \frac{1}{31} (6 \times (1,5)^2 + 8 \times 4^2 + 7 \times (5,5)^2 + 6 \times 7^2 + 4 \times 9^2) - (5,08)^2 = 31,33.$$

Donc l'écart type est : $\sigma = 5,597$

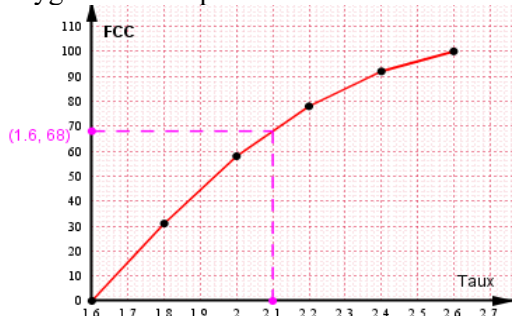
L'écart type est 5,597 signifie que les valeurs sont étalées de part et d'autre de la moyenne.

Exercice 41

1- Tableau des fréquences cumulées croissantes

Classes	[1,6 ; 1,8[	[1,8 ; 2[	[2 ; 2,2[	[2,2 ; 2,4[	[2,4 ; 2,6[
Fréquences cumulées croissantes	31	58	78	92	100

Polygone des fréquences cumulées croissantes



2- 68% des personnes ont un taux inférieur à 2,1. Donc il y a 32% de personnes qui ont un taux anormal.

Exercice 42

1- Voir figure.

2- Tableau des fréquences cumulées croissantes

Intervalles	1 à 200	201 à 400	401 à 600	601 à 800	801 à 1000	1001 à 1200	1201 à 1400	1401 à 1600	1601 à 1800	1801 à 2000
Fréquences cumulées croissantes	15,2	25,8	36	45,9	55,5	64,7	73,3	82,9	91,8	100

3- La médiane appartient à l'intervalle [801 ; 1000]. Donc au moins 50% des nombres premiers de cette série statistique sont inférieurs à 1000.

Exercice 43

1- Histogramme

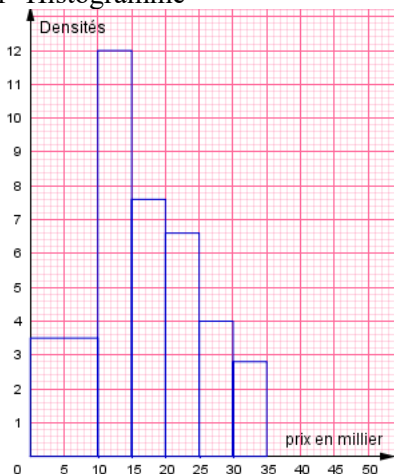


Figure 1

Polygone des effectifs cumulés décroissants

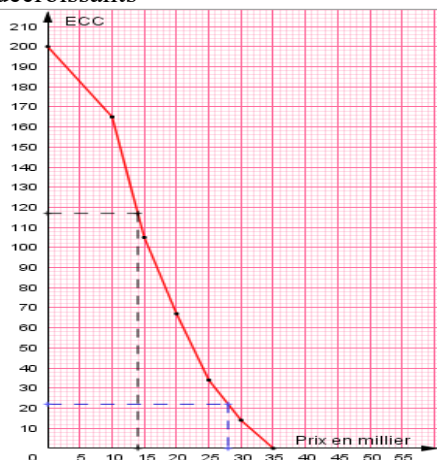


Figure 2

2- Tableau des effectifs cumulés décroissants

Prix en millier de francs CFA	[0 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[
Effectifs cumulés décroissants	200	165	105	67	34	14

- Pour le polygone des effectifs, voir figure 2 ci-dessus.

3-a) Il y a 83 ($200 - 117$) paires de chaussures dont le prix est inférieur à 14 000 francs CFA.

Donc 41,5% des paires de chaussures vendues ont un prix inférieur à 14 000 francs CFA.

b) Il y a 22 paires de chaussures vendues dont le prix est supérieur à 28 000 francs CFA.

Donc 11% des paires de chaussures vendues ont un prix supérieur à 28 000 francs CFA.

c) Il y a 95 paires de chaussures vendues dont le prix est compris entre 14 000 francs CFA et

28 000 francs CFA.

Donc 47,5% des paires de chaussures vendues ont un prix inférieur à 14 000 francs CFA.

Situations complexes

Exercice 44

Pour déterminer la qualité de la production de la machine, il faut calculer la moyenne $\bar{x}$, l'écart type σ , en déduire l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ puis vérifier que plus de 90% de l'effectif appartient à cet intervalle.

Après calculs, $\bar{x} = 24,946$; $\sigma = 0,385$ d'où :

$$[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma] = [24,1 ; 25,7]$$

Or il y a 93% de l'effectif qui appartient à l'intervalle $[24,2 ; 25,6[$, donc il y a 90% au moins de l'effectif qui appartient à l'intervalle $[24,1 ; 25,7]$ avec $24,9 < \bar{x} < 25,1$ et $\sigma < 0,4$.

Par conséquent la production de la machine est bonne.

Exercice 45

Pour savoir si la centrale peut bénéficier du crédit ou non, nous allons calculer la moyenne et la médiane puis comparer les résultats aux conditions 1 et 2.

Après calculs, $\bar{x} = 5,88$ t et $Me \in [4 ; 6[$. Il en résulte que $\bar{x} < 6$ et $Me < 13$.

Aucune des conditions 1 et 2 n'est satisfaite, donc la centrale ne peut bénéficier du crédit.

Exercice 46

Pour savoir si chacun des élèves ayant obtenu la note 10 sera récompensé ou non, nous allons calculer la moyenne, la médiane et déterminer l'intervalle interquartile $[Q_1 ; Q_3]$

Après calculs, $\bar{x} = 10,3$; $Me = 11,25$; $Q_1 = 5,3125$ et $Q_3 = 14,375$.

Ainsi : $\bar{x} > 10$; $Me > 11$ et l'intervalle $[Q_1 ; Q_3] = [5,3 ; 14,4]$ signifie que 50% des élèves ont des notes comprises entre 5 et 14.

Par conséquent les élèves seront récompensés.

Exercice 47

Pour savoir le slogan à retenir, il faut calculer la moyenne et la comparer à la condition du slogan 1 puis calculer la médiane et la comparer à la condition du slogan 2. Après calculs, $\bar{x} = 7,665$ min et $Me = 4$ min.

Il en résulte que $\bar{x} > 5$ et $Me < 5$.

Donc dans 50% des cas, l'on attend moins de 5 minutes par suite le Directeur doit retenir le slogan 2.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

- Après la lecture de la situation d'apprentissage (par un élève, par le professeur et une lecture silencieuse des élèves), l'enseignant pourra s'assurer que les élèves ont bien compris le texte. Dans le cas de cette situation, le texte ne semble pas contenir de mots ou expressions difficiles pour un élève de première. Toutefois le professeur donnera la parole à ses élèves afin de s'assurer que tout le monde a compris le texte.
- Il pourra ensuite faire dégager les constituants de la situation à travers une ou des questions du type :

NB : Il ne faut parler ni de contexte, ni de circonstance, ni de tâche aux élèves. Il faut poser directement les questions après la lecture et l'explication du texte.

Constituants de la situation	Exemples de questions possibles	Réponses possibles des élèves
Contexte	Où ou quand se déroule la scène ?	Pendant le confinement au cours de la crise sanitaire à COVID 19.
Circonstances	Indique pour quelles raisons le fils sollicite ses camarades de classe ?	Le fils veut satisfaire sa mère qui souhaite déterminer les quantités nécessaires de provisions pour passer un long moment sans se rendre au supermarché.
Tâche	Que décident de faire le fils et ses camarades de classe ? Pourquoi ?	le fils et ses camarade de classe décident de résoudre un système d'inéquations et d'inéquations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, pour déterminer les quantités appropriées.

Le professeur profitera donc de la tâche énoncée par ses élèves pour faire faire la synthèse de la situation puis annoncer le plan de la leçon. Il devra dans la mesure du possible se référer à la situation d'apprentissage durant tout le déroulement de la leçon.

DECOUVERTE DES HABILETES

Activité 1 :

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est d'identifier une inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et de déterminer une de ses solutions.

- **Réponses aux questions**

1. L'inéquation (I) : $2x - y + 3 \leq 0$ est une inéquation du premier degré car l'équation extraite est une équation de droite dont les coefficients des monômes en x et en y sont non nuls (le couple de coefficients $(2 ; -1)$ des monômes en x et en y est non nul).
2. Deux valeurs de y pour lesquelles le couple $(1 ; y)$ est solution sont : 5 et 7.
c'est-à-dire les couples $(1 ; 5)$ et $(1 ; 7)$ sont solutions de (I).
3. Deux valeurs de x pour lesquelles le couple $(x ; -2)$ est solution sont : -3 et -4 .
c'est-à-dire les couples $(-3 ; -2)$ et $(-4 ; -2)$ sont solutions de (I).
4. On a : $2 \times (-1) - 3 + 3 = -2$ et $-2 < 0$, donc le couple $(-1 ; 3)$ est solution de (I).
5. On a : $2 \times 0 - 0 + 3 = 3$ et $3 > 0$, donc le couple $(0 ; 0)$ n'est pas solution de (I).

- **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 1

Les inéquations du premier degré sont : b) , c) et f)

Exercice 2

1. Justifie que le couple $(-3 ; \frac{1}{2})$ est solution de (I).

$$\text{On a : } -3 - 2 \times \frac{1}{2} + 3 = -1 \text{ et } -1 \leq 0.$$

Donc : le couple $(-3 ; \frac{1}{2})$ est solution de (I).

2. Justifions que le couple $(1 ; 0)$ n'est pas solution de (I).

On a : $1 - 2 \times 0 + 3 = 4$ et $4 > 0$. Donc : le couple $(1 ; 0)$ n'est pas solution de (I).

Exercice 3

Les couples solutions sont : $(-3; 2)$, $(0; 3)$ et $(-1; 0)$

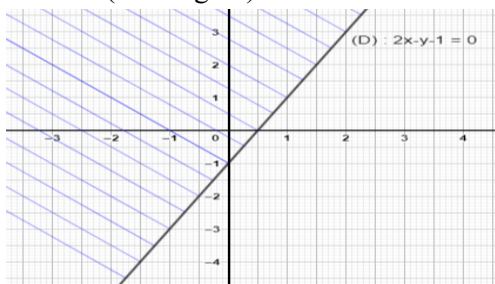
Activité 2 :

• Objectif :

L'objectif cette activité est de représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

• Réponses aux questions

1. et 2. (Voir figure)



3. On a : $2 \times 0 - 0 - 1 = -1$ et $-1 < 0$,
donc le couple $(0; 0)$ est
solution de (I).

4. L'ensemble des solutions de
(I) est l'ensemble des couples
de coordonnées des points de
la droite (D) et du demi-plan
ouvert de bord (D) contenant
le point O $(0; 0)$.

• Corrigé des exercices de fixation

Exercice 4 : 1-c ; 2-d ; 3-c.

Exercice 5 : 1-Faux ; 2-Faux ; 3-Vrai ; 4-Vrai.

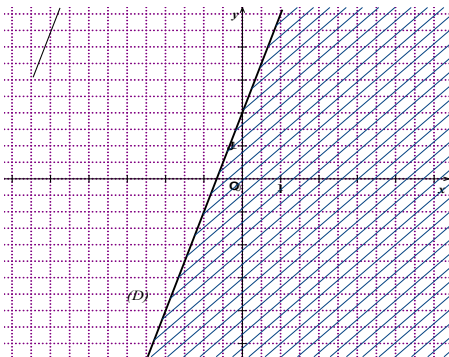
Exercice 6

Traçons la droite (D) d'équation
 $3x - y + 2 = 0$ en utilisant le
tableau suivant :

x	0	-1
y	2	-1

On a : $3 \times 0 - 0 + 2 = 2$ et $2 > 0$
donc le point O $(0; 0)$ appartient au
demi-plan solution.

Donc le demi-plan (P) de frontière la
droite (D) contenant le point O $(0; 0)$
est solution de (I). Hachurons en
bleu le demi-plan (P).
(Voir figure ci-contre).



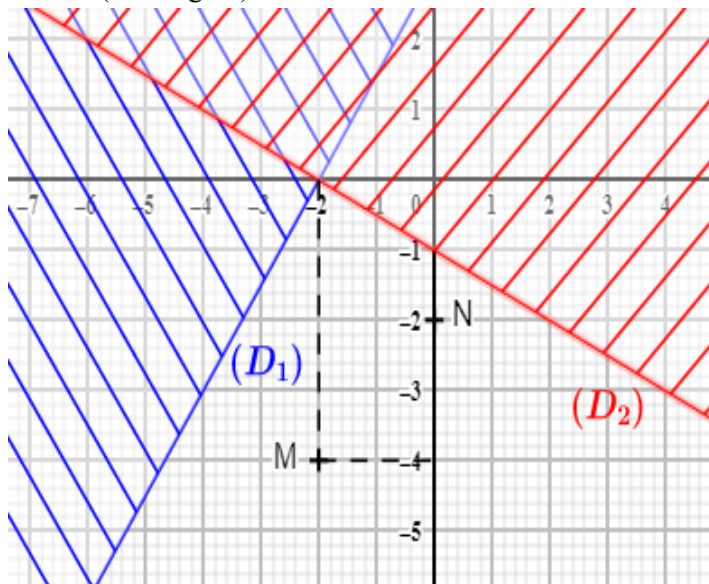
Activité 3 :

- **Objectif :**

L'objectif de cette activité est de déterminer graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux inéquations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

- **Réponses aux questions**

1. et 2. (Voir figure)



3.a) Un couple solution du système (S) est : $(-2 ; -4)$

b) Par construction, $M(-2 ; -4)$ est situé dans la partie du plan non hachurée (P).

Donc : $M(-2 ; -4)$ appartient à (P).

c) Soit : $N(0 ; -2)$ un point appartenant à (P).

On a : $-3 \times 0 + 2 \times (-2) - 6 = -10 ;$

$-10 < 0$ et $0 + 2 \times (-2) + 2 = -2 ;$

$-2 < 0.$

Donc : le couple $(0 ; -2)$ est solution de (S).

4. On déduit de la question 3.) que l'ensemble des solutions du système (S) est l'ensemble des couples de coordonnées des points de (P), la partie non hachurée du plan.

• **Corrigé des exercices de fixation**

Exercice 7

Les couples solutions du système (S) sont : $(0; -1)$ et $(-1; -3)$

Exercice 8

On a :
$$\begin{cases} -x + y - 2 \leq 0 & (I_1) \\ x - y - 1 \leq 0 & (I_2) \end{cases}$$

Traçons les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $-x + y - 2 = 0$ et $x - y - 1 = 0$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

$(D_1) : -x + y - 2 = 0$ $(D_2) : x - y - 1 = 0$

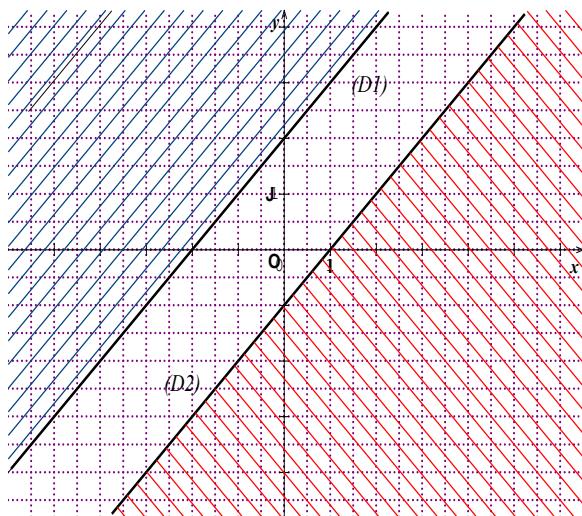
x	0	-2
y	2	0

x	0	1
y	-1	0

Hachurons en bleu le demi-plan solution de (I_1)

Hachurons en rouge le demi-plan solution de (I_2)

L'ensemble des solutions est la partie non hachurée du plan (Voir figure ci-dessous).



DES QUESTIONS D'EVALUATION

QUESTION 1 :

Exercice non corrigé

On a : $4 \times 2 - 6 \times (-1) - 1 = 13$; $13 > 0$

Donc : le couple $(2 ; -1)$ est solution de (I) : $4x - 6y - 1 > 0$

QUESTION 2 :

Exercice non corrigé

On a : l'inéquation (I): $x - 3y + 6 < 0$

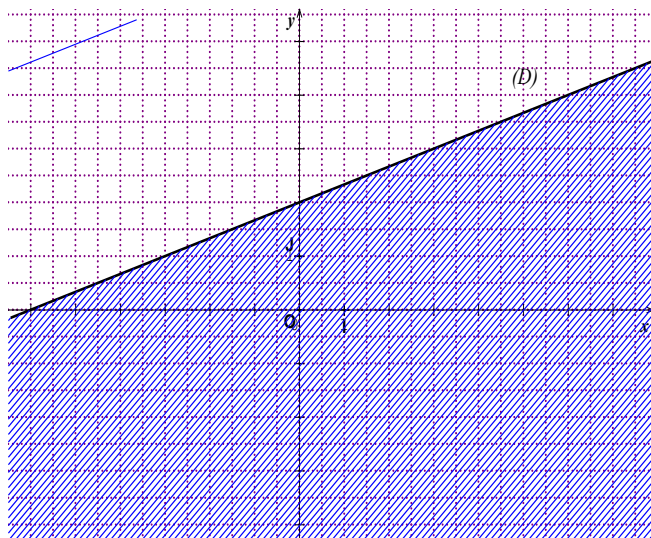
Soit (D) d'équation : $x - 3y + 6 = 0$

Traçons en utilisant le tableau suivant :

x	0	-6
y	2	0

On a : $0 - 0 + 6 > 0$ donc le point $O(0 ; 0)$ n'appartient pas au demi-plan solution.

Donc le demi-plan (P) de frontière la droite (D) ne contenant pas le point $O(0 ; 0)$ est solution de (I). Hachurons en bleu le demi-plan contenant le point $O(0 ; 0)$.



Question 3:

Exercice non corrigé

- Résolvons graphiquement l'inéquation $(I_1): x \leq 0$

Traçons la droite (D_1) d'équation $x = 0$

Le demi-plan (P_1) de frontière la droite (D_1) contenant le point $I(1;0)$ n'est pas solution de (I_1) . Hachurons en bleu le demi-plan (P_1) .

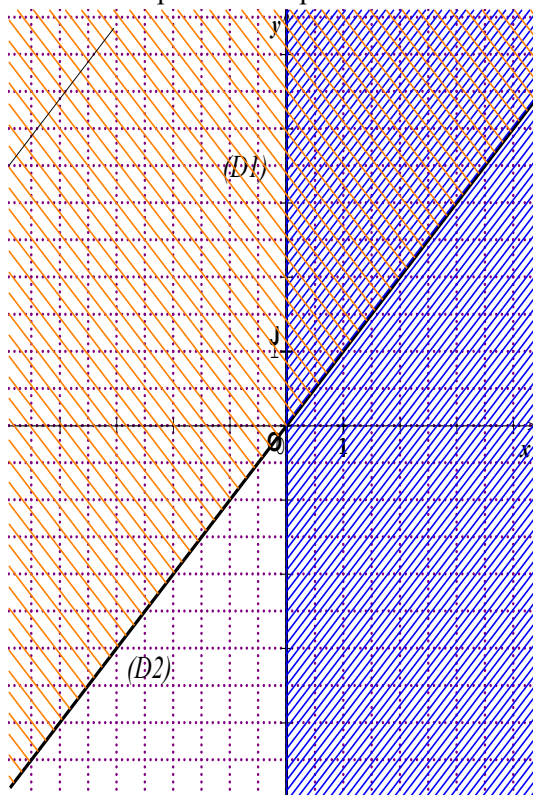
- Résolvons graphiquement l'inéquation $(I_2): x - y \geq 0$

Traçons la droite (D_2) d'équation $x - y = 0$. En utilisant le tableau suivant :

x	1	0
y	1	0

Le demi-plan (P_2) de frontière la droite (D_2) ne contenant pas le point $I(1;0)$ n'est pas solution de (I_2) . Hachurons en orange le demi-plan (P_2) .

- L'ensemble des solutions du système (S) est l'ensemble des couples de coordonnées des points de la partie non hachurée du plan.



MES SEANCES D'EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1

Seule l'inéquation b est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{N}\mathbb{R}$.

Exercice 2 : 1-VRAI ; ; 2-FAUX ; 3-VRAI ; 4- VRAI ; 5-FAUX

Exercice 3

On a : $2 \times 2 - 1 - 2 = 1$; $1 > 0$ donc le couple (2; 1) est solution de (I).

Exercice 4

Quatre couples solutions de (I) : $-3x + 2y - 7 < 0$ sont :

(0; 0), (1; 0,5), (-1; 0) et (0; 1).

Exercice 5

1. Soit x le nombre de plants de cacaoyers et y le nombre de plants de caféiers. On a : $0,7x + 0,5y \leq 11$

2. Lorsque cet arrosoir est rempli, il peut arroser 10 plants de cacaoyers et 8 plants de caféiers.

3. Soit x le nombre de jours où il exerce son métier de peintre et y le nombre de jours où il exerce son métier de carreleur.

L'objectif de l'ouvrier se traduit par l'inéquation : $17x + 12y > 65$.

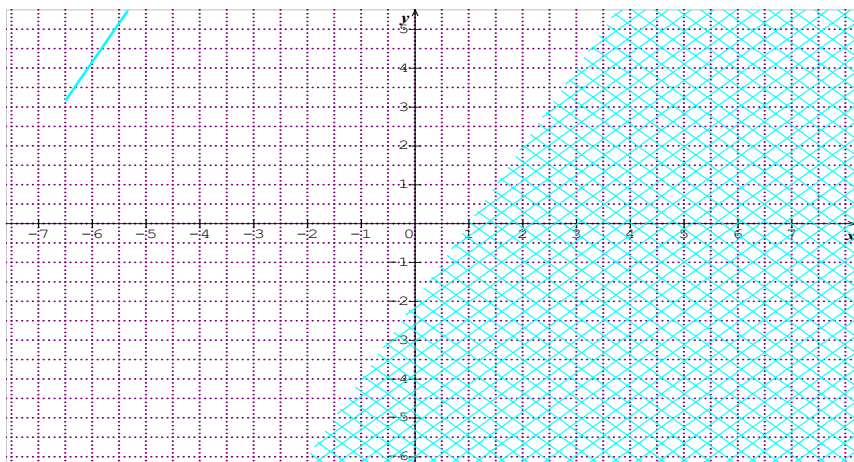
Donc : pour que son objectif soit atteint, il doit exercer au moins le métier de peintre pendant 2 jours et celui de carreleur pendant 3 jours.

Exercice 6 : Réponse : Figure 1

Exercice 7

- Le couple (0; 0) n'est pas solution de l'inéquation (I) car le couple (0; 0) ne vérifie pas l'inégalité de l'inéquation (I) ; en effet :
 $2 \times 0 - 0 - 2 = -2$. et $-2 < 0$.

- Le couple (0; 0) n'étant pas solution de (I), alors l'ensemble des solutions de l'inéquation (I) est représenté graphiquement dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ par le demi plan ouvert limité par la droite d'équation :
 $2x - y - 2 = 0$, ne contenant pas le point O.



Exercice 8

Réolvons l'inéquation :

$$x + y < 3.$$

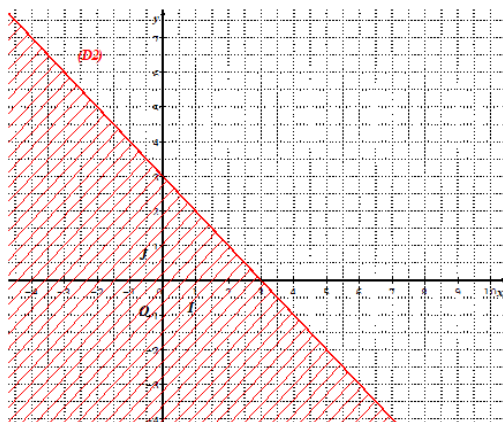
Traçons la droite (D_2) :

$$x + y = 3$$

Le demi plan (P_2) privé de la droite (D_2) contenant le point de coordonnées $(0;0)$

représente l'ensemble des solutions de l'inéquation .

C'est-à-dire la partie du plan hachurée en rouge.



Exercice 9

Les couples solutions du système (S) : $(0; 0)$, $(\frac{1}{2}; -3)$ et $(4; -4)$.

Exercice 10

Trois couples de nombres réels solutions du système (S) :

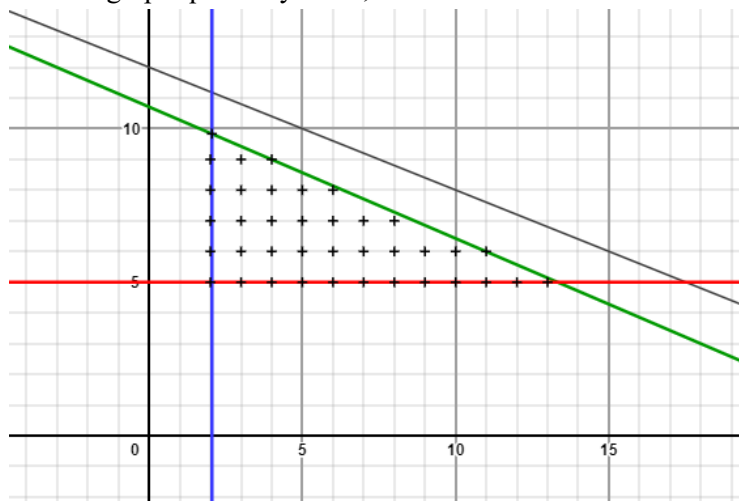
$$(1; 3); (2; \frac{7}{2}) \text{ et } (4; 4)$$

Exercice 11

1. Soit x le nombre de sacs de la première sorte et y le nombre de sacs de la deuxième sorte de riz. Le problème conduit au système :

$$\begin{cases} 2x + 5y \leq 60 \\ 3x + 7y \leq 75 \\ x \geq 2 \\ y \geq 5 \end{cases} \text{ où } x \in \mathbb{N} \text{ et } y \in \mathbb{N}. \text{ Il y a 38 commandes possibles comme le}$$

montre la résolution graphique du système, ci-dessous :



2. Soit x le nombre de bateaux de type A et y le nombre de bateaux de type B.

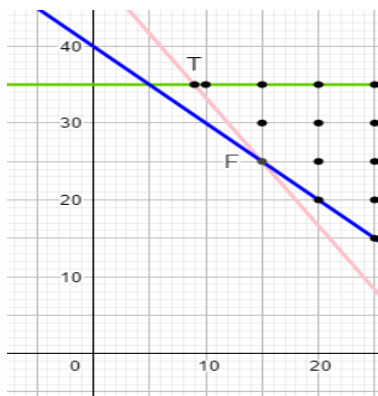
Le problème est traduite par le système :

$$\begin{cases} x \leq 30 \\ y \leq 35 \\ 5x + 3y \geq 150 \\ x + y \geq 40 \end{cases}$$

Le nombre de bateaux de type A et de type B permettant d'assurer le transport est donné par les couples de coordonnées des points du plan délimité par le quadrilatère TKRF.

Par exemple :

le point de coordonnées (20 ; 30) signifie qu'il faut affréter 20 bateaux de type A et 30 bateaux de type B.



Exercice 12

Réponse : le système (S_3).

Exercice 13 :

Première figure : Solution (P1) ;

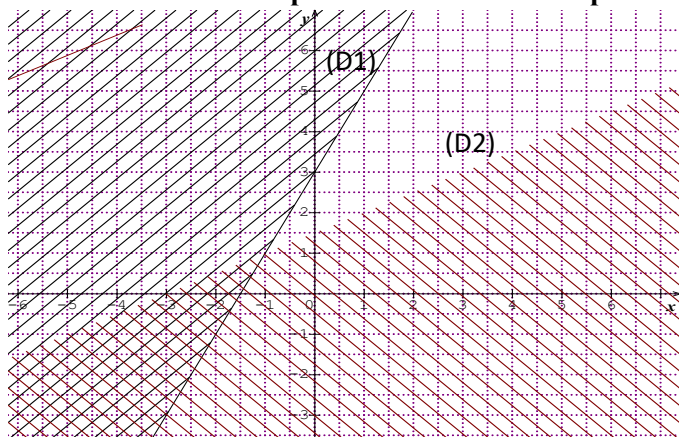
Deuxième figure : Solution (P1) ;

Troisième figure : Solution (P4)

Exercice 14

Traçons les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $-2x + y - 3 = 0$ et $x - 2y + 3 = 0$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

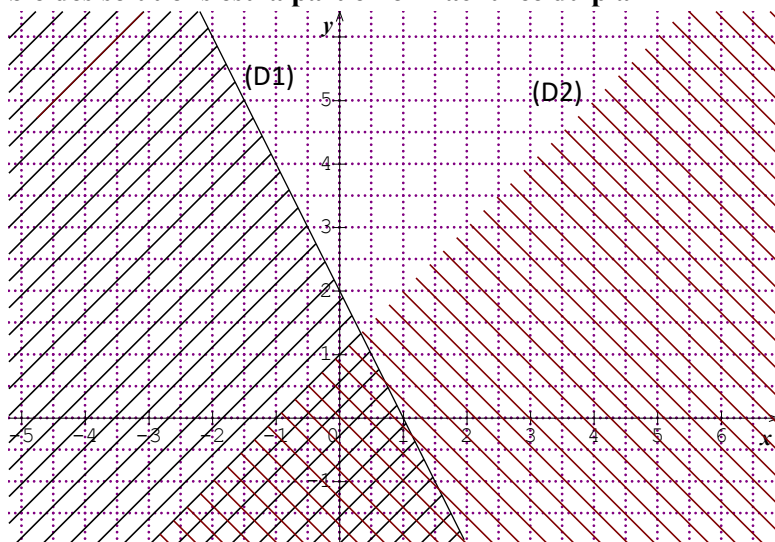
L'ensemble des solutions est la partie non hachurée du plan



Exercice 15

Traçons les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $2x + y - 2 = 0$ et $x - y + 1 = 0$ dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'ensemble des solutions est la partie non hachurée du plan

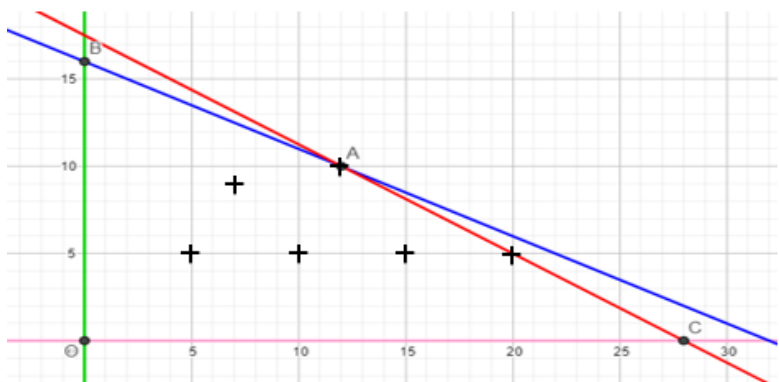


Exercice 16

1. Reproduction et remplissage du tableau à l'aide des données de l'énoncé.
2. Le problème est traduit par le système :
$$\begin{cases} 5x + 8y \leq 140 \\ x + 2y \leq 32 \end{cases}, \text{ où } x \in \mathbb{N} \text{ et } y \in \mathbb{N}.$$
3. Le bénéfice est : $100x + 180y$.
4. Résolution graphique :

L'ensemble des solutions est l'ensemble des couples de coordonnées des points de la partie du plan délimitée par les droites d'équations :

$x = 0$; $y = 0$; $5x + 8y = 140$ et $x + 2y = 32$; c'est-à-dire le quadrilatère ABOC.



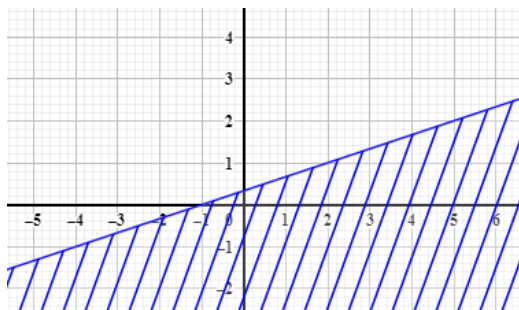
5. a) L'ensemble des couples de coordonnées des points du plan délimité par le quadrilatère ABOC tels que $x \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$ est l'ensemble des productions réalisables. en particuliers les couples: $(5 ; 5)$; $(7 ; 9)$; $(10 ; 5)$; $(12 ; 10)$; $(15 ; 5)$ et $(20 ; 5)$ sont quelques solutions.
- b) Le bénéfice maximum est 3000 FCFA , il est obtenu pour $(x ; y) = (12 ; 10)$.

Exercices de renforcement/ approfondissement

Exercice 17 : 1. V 2. F 3. F 4.F

Exercice 18

- On a : $4 - 3 \times (-1) + 1 = 8$ et $8 > 0$ donc le couple $(4; -1)$ est solution de (K).
- Représentation graphique de l'ensemble des solutions de (K).
L'ensemble des solutions de (K) est le demi-plan de bord (D) non compris hachurée en bleu.



Exercice 19

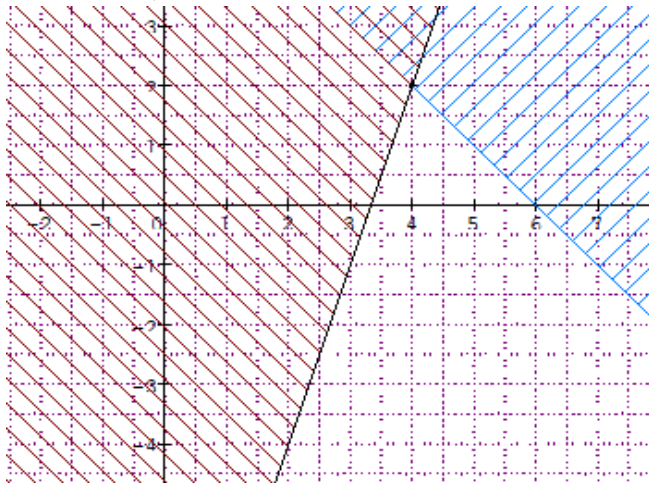
1. les couples $(0; 1)$ et $(1; 0)$ sont solutions de l'inéquation.
2. Deux couples vérifiant les conditions : $(2; 1)$ et $(3; 0)$.
3. On a : $2 + 3 \times 1 = 5$ et $5 < 6$; $3 + 3 \times 0 = 3$ et $3 < 6$.

Donc : les couples $(2; 1)$ et $(3; 0)$ sont solutions de l'inéquation.

Exercice 20

1. $S_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} = \{(4; 2)\}$
2. Résolution graphique du système d'inéquations :

L'ensemble des solutions est la partie non hachurée du plan.
(Voir figure ci-dessous).



Exercice 21

Inéquation : $25x + 30y \leq 300$

Exercice 22

1. On a : $4x - 3y + 3 \geq 0$;

si la première composante est -2 , alors on a :
$$\begin{cases} x = -2 \\ y \leq \frac{-5}{3} \end{cases}$$

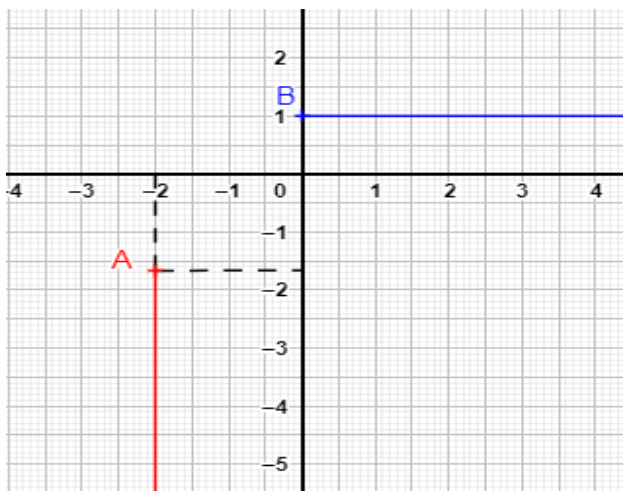
Donc : l'ensemble des solutions est l'ensemble des couples de coordonnées des points de la demi-droite d'origine le point A $\left(-2; \frac{-5}{3}\right)$, dont le support est Parallèle à l'axe des ordonnées.

2. Si la deuxième composante est 1, alors on a : $\begin{cases} x \geq 0 \\ y = 1 \end{cases}$. Donc l'ensemble des solutions est

l'ensemble des couples de coordonnées des points de la demi-droite d'origine le point

$B(0 ; 1)$, dont le support est parallèle à l'axe des abscisses.

3. Représentation graphique



Exercice 23

Soit x le nombre de billes de Séka. On a : $\begin{cases} 2x > 8 \\ x + 3 < 10 \\ x = 2n + 1 ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$ ce qui donne

$$\begin{cases} 4 < x < 7 \\ 1,5 < n < 3 \end{cases}$$

Comme : $n \in \mathbb{N}$, alors $n = 2$. et $x = 5$. Donc Séka a 5 billes.

Exercice 24

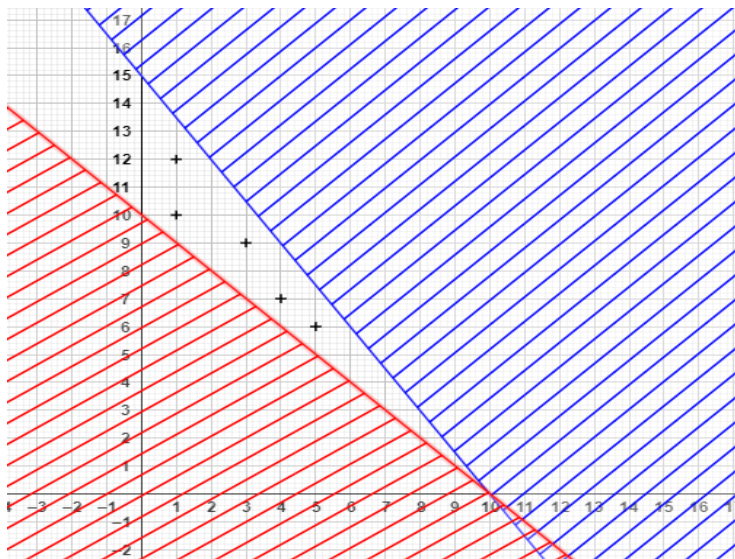
1. Le couple $(x ; y)$ est solution du système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 600x + 400y \leq 600 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$$

Donc : les contraintes conduisent au système : $\begin{cases} 3x + 2y \leq 30 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$.

2. Représentons l'ensemble des solutions du système : $\begin{cases} 3x + 2y \leq 30 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$.

Traçons les droites $(D_1) : 3x + 2y - 30 = 0$ et $(D_2) : x + y - 10 = 0$



Les couples de coordonnées $(1 ; 10) ; (1 ; 12) ; (3 ; 9) ; (4 ; 7) ; (5 ; 6)$ sont cinq solutions du système. Donc : cinq possibilités d'achats sont :

- 1L de jus d'orange et 10L de jus d'ananas.
- 1L de jus d'orange et 12L de jus d'ananas.
- 3L de jus d'orange et 9L de jus d'ananas.
- 4L de jus d'orange et 7L de jus d'ananas.
- 5L de jus d'orange et 6L de jus d'ananas.

Exercice 25

1. Equations des droites (AB) , (BC) et (AC) .

On a : $(AB) : x - 5y + 12 = 0$; $(BC) : -x + y + 4 = 0$;

$(AC) : x + y = 0$.

2. Système définissant l'intérieur du triangle ABC :
$$\begin{cases} x - 5y + 12 > 0 \\ -x + y + 4 > 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$$

Exercice 26

1. Le couple $(x; y)$ est solution du système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 70000x + 120000y \leq 2500000 \\ x + y \geq 20 \end{cases}; \text{ où } x > 0 \text{ et } y \geq 5$$

Donc : les contraintes conduisent au système ; $\begin{cases} 7x + 12y \leq 250 \\ x + y \geq 20 \end{cases}$

où $x > 0$ et $y \geq 5$.

2. Représentons l'ensemble des solutions du système : $\begin{cases} 7x + 12y \leq 250 \\ x + y \geq 20 \end{cases}$.

Traçons les droites $(D_1) : 7x + 12y - 250 = 0$ et $(D_2) : x + y - 20 = 0$



Donc : des nombres possibles d'ordinateurs de chaque type sont :

- 12 ordinateurs de bureau et 12 ordinateurs portables
- 13 ordinateurs de bureau et 9 ordinateurs portables
- 5 ordinateurs de bureau et 17 ordinateurs portables
- 10 ordinateurs de bureau et 14 ordinateurs portables

Exercice 27

1. Représentation graphique des solutions de (K)

L'ensemble des solutions est la partie hachurée en bleue.

2. L'ensemble des nombres réels b tel que le couple $(2 - b; b + 3)$ soit solution de (K) est : $]-\infty; -3]$.

Exercice 28

1. Figure 1 : l'inéquation est : $x - y + 2 \geq 0$.

2. Figure 2 : l'inéquation est : $3x + y - 2 < 0$.

Exercice 29

1. x étant le nombre de canaris de type A et y le nombre de canaris de type B,

on a : $\begin{cases} \frac{3}{4}x + y \leq 8 \\ 4x + 3y \leq 45 \end{cases}$; $x \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$. c'est-à-dire $\begin{cases} 3x + 4y \leq 32 \\ 4x + 3y \leq 45 \end{cases}$; $x \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$.

On obtient : le système (S) : $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ y \in \mathbb{N} \\ 3x + 4y \leq 32 \\ 4x + 3y \leq 45 \end{cases}$

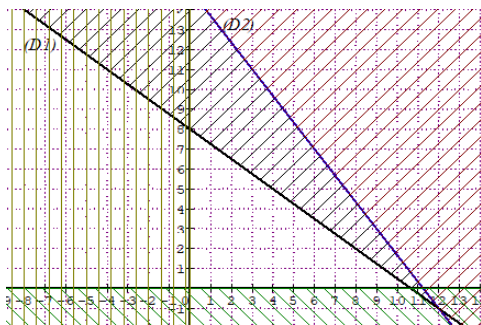
2. Voir figure (ci-contre)

3. a) 3 Canaris A et 6 Canaris B. :

Le couple $(3; 6)$ n'est pas solution du système donc en un jour la potière ne pourra pas fabriquer 3 Canaris A et 6 Canaris B.

b) 4 Canaris A et 5 Canaris B. :

Le couple $(4; 5)$ est solution du système donc en un jour la potière pourra fabriquer 4 Canaris A et 5 Canaris B.



Exercice 30

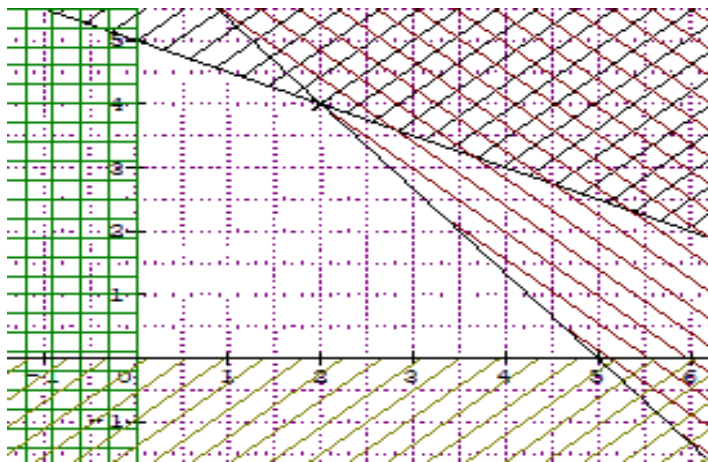
Soit x le nombre de camionnettes et y le nombre de mini bus.

$$\text{On a : } \begin{cases} x \in \mathbb{N}^* \\ y \in \mathbb{N}^* \\ 10x + 20y \leq 100 \\ 200000x + 150000y \leq 1\,000\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{N}^* \\ y \in \mathbb{N}^* \\ x + 2y \leq 10 \\ 4x + 3y \leq 20 \end{cases}$$

Représentation graphique

La capacité de UTT est maximale pour $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Pour que la capacité de la compagnie en passagers soit maximale, il faut acheter 2 camionnettes et 4 mini bus.



Situations complexes

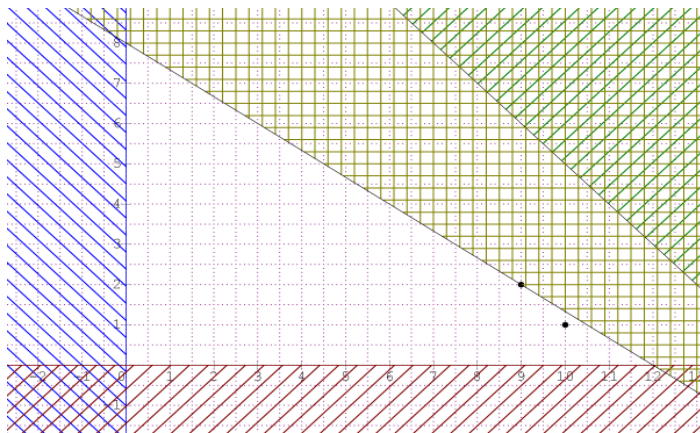
Exercice 31

Soit x la quantité (en Kg) de banane et y la quantité (en Kg) d'orange.

$$\text{On a : } \begin{cases} x + y \leq 15 \\ 200x + 300y \leq 2400 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 15 \\ 2x + 3y \leq 24 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Représentation graphique

La quantité maximale de fruits qu'elle peut acheter est 11 Kg : soit 9 Kg de banane et 2 Kg d'orange ou 10 Kg de banane et 1Kg d'orange.



Exercice 32

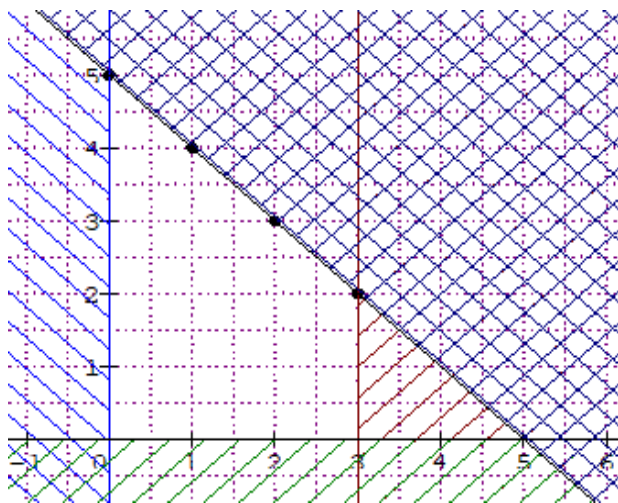
Soit x le nombre de paires de souliers fabriquées et y le nombre d'autres

qualités de chaussures fabriquées. On a :
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

Représentation graphique.

Le nombre de produits de chaque sorte pour lesquels le nombre total de produits est maximal est réalisé pour les couples (0 ;5), (1 ;4) ; (2 ;3) et (3 ;2) c'est-à-dire l'atelier doit fabriquer :

- 5 chaussures d'autres qualités.
- 1 paire de souliers et 4 chaussures d'autres qualités.
- 2 paire de souliers et 3 chaussures d'autres qualités.
- 3 paire de souliers et 2 chaussures d'autres qualités.



Exercice 33

Soit x le nombre de poulet de chair et y le nombre de coquelets.

$$\text{On a : } \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 3 \\ x + 2y < 34 \\ 7x + 6y \leq 45 \end{cases}$$

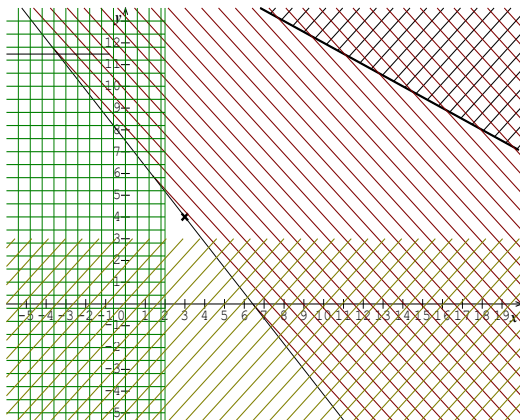
Les couples solutions du système sont :

$(2 ; 3) ; (2 ; 4) ; (2 ; 5) ; (3 ; 3) ; (3 ; 4)$.

Donc le père de Koffi pourra ramener de la ferme selon le cas :

- 2 poulets de chair et 3 coquelets.
- 2 poulets de chair et 4 coquelets.
- 2 poulets de chair et 5 coquelets.
- 3 poulets de chair et 3 coquelets.
- 3 poulets de chair et 4 coquelets

Représentation graphique

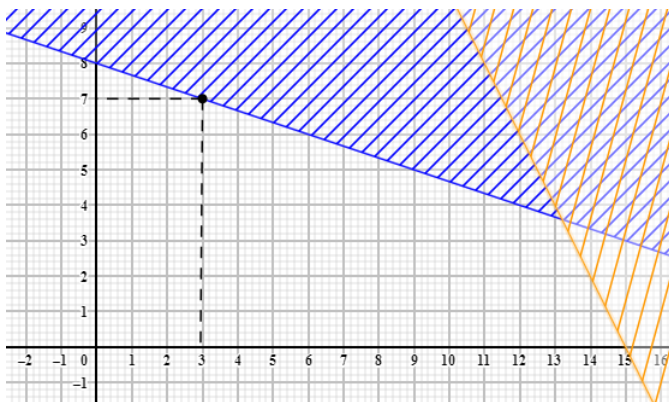


Exercice 34

Soit x le nombre de caramels à la fraise et y le nombre de caramels au chocolat.

$$\text{On a : } \begin{cases} x + 3y \leq 24 \\ 2x + y \leq 30 \\ x \in \mathbb{N} \\ y \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Soit (D) et (D') les droites d'équations respectives $x + 3y - 24 = 0$ et $2x + y - 30 = 0$



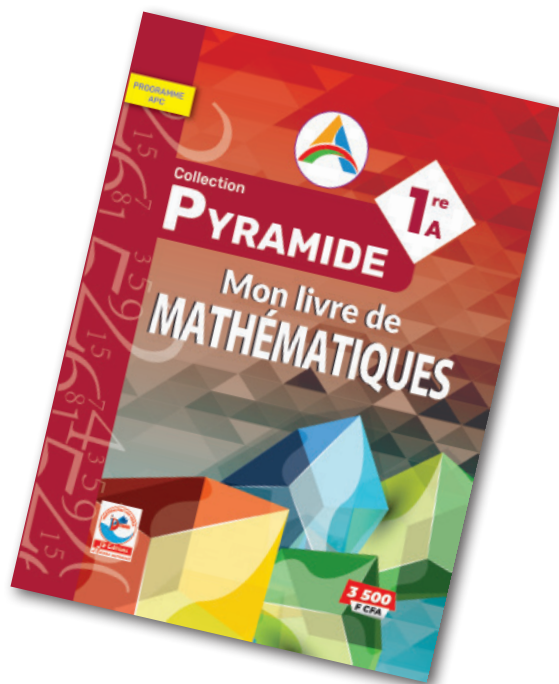
Le couple $(x; y)$ pour lequel le bénéfice est maximal est le couple $(3; 7)$.

Donc pour réaliser le plus grand bénéfice, Karmen doit confectionner 3 caramels à la fraise et

7 caramels au chocolat. Ce bénéfice est $B = 5 \times 3 + 20 \times 7 = 155 F$.

Achevé d'imprimer sous les presses de : JD Éditions
Pour le compte de JD Éditions.
Tél. : 25 23 00 17 50
Mise en page : JD Éditions

Manuel de base



COVID-19 / MESURES DE PREVENTIONS



Lavez-vous
les mains
fréquemment



Respectez la
distanciation
physique



Portez
un masque



Toussez ou
éternuez dans
votre coude



Ouvrez
les fenêtres



Faites-vous
vacciner