TOPCHRONO

Reussir en toute serenite

Physique & Chimie

annales 2019

Marc KOUASSI

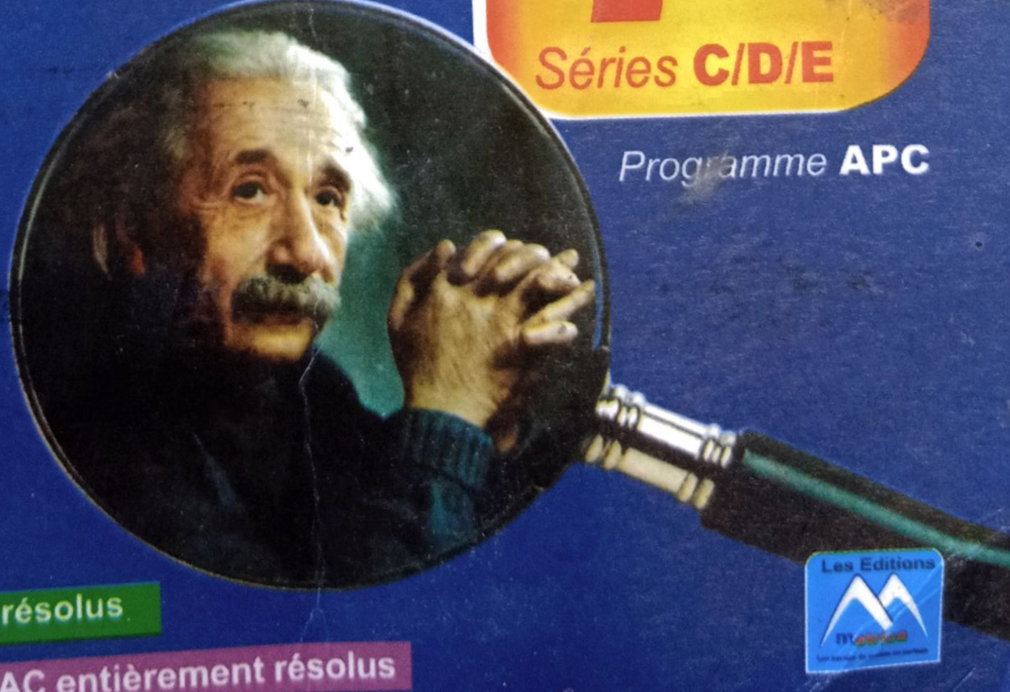
Sujets & corrigés

Tle

Séries **C/D/E**

BAC 2018 INCLUS

Programme **APC**



- Rappel de cours
- Méthodes pratiques
- Exercises et problèmes résolus
- 10 derniers sujets du BAC entièrement résolus

Les Editions

QUELQUES RESULTATS MATHEMATIQUES UTILES EN PHYSIQUE

1) Trigonométrie

1.1. Unités d'angles

Les unités d'angles les plus utilisées sont le degré et le radian.

On a par exemple : $180° = \pi$ rad.

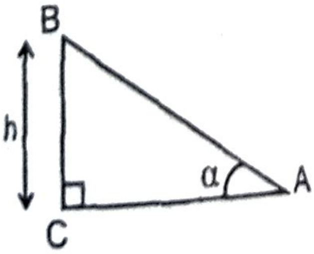
1.2. Relation entre les fonctions

- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\quad \cot\tan\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \quad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$; $\quad \sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$; $\quad \sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos2\alpha}{2}$
- $\cos(\alpha + \dfrac{\pi}{2}) = -\sin\alpha$; $\quad \sin(\alpha + \dfrac{\pi}{2}) = \cos\alpha \quad \cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos2\alpha}{2}$
- $\cos(\alpha - \dfrac{\pi}{2}) = \sin\alpha$; $\quad \sin(\alpha - \dfrac{\pi}{2}) = -\cos\alpha$
- $\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$; $\quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$
- $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$; $\quad \sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$
- $\sin2\alpha = 2\cos\alpha\sin\alpha$; $\quad \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$

1.3. Mesures d'angles

Angle en degré (°)	0	30	45	60	90	120	180
Angle en radian (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
Sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
Cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	0

1.4. Propriétés métriques du triangle rectangle



$$\sin\alpha = \frac{\text{coté opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow h = BC = AB \times \sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{AC}{AB} \ ; \ \tan\alpha = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \frac{BC}{AC}$$

2) Vecteur

2.1. Définition

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont perpendiculaires ou orthogonaux si $mes(\vec{u} ; \vec{v}) = 90°$.

  On note $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'ils ont la même direction. On note $\vec{u} // \vec{v}$.

  Ainsi $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont, soit le même sens $\left(mes(\vec{u} ; \vec{v}) = 0°\right)$, soit ils sont de sens contraires $\left(mes(\vec{u} ; \vec{v}) = 0°\right)$.

2.2. Norme ou valeur d'un vecteur

Soient $\vec{u}$ un vecteur non nul du plan tel que $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. On a alors : $u = ||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$

2.3. Produit scalaire

2.3.1. Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan.

Le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ est le réel $\vec{u}.\vec{v}$ tel que :

- si $mes(\vec{u} ; \vec{v}) = \alpha$ alors $\vec{u}.\vec{v} = u.v.\cos\alpha$
- si $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ alors $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$

2.3.2. Propriétés

- $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$
- si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $\vec{u}.\vec{v} = 0$.
- si $\vec{u} // \vec{v}$ alors $\vec{u}.\vec{v} = u.v$ ($\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens) ou $\vec{u}.\vec{v} = -u.v$ ($\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire).

2.4. Produit vectoriel

2.4.1. Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan.

Le produit vectoriel de $\vec{u}$ par $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ tel que :

$||\vec{u} \wedge \vec{v}|| = u.v.\sin\alpha$ avec $mes(\vec{u} ; \vec{v}) = \alpha$.

2.4.2. Propriétés

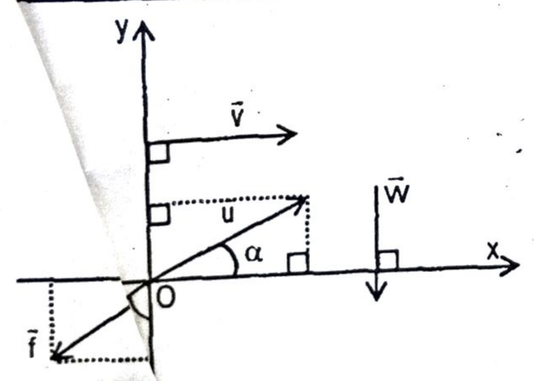
- $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$
- $(\vec{u} \wedge \vec{v}).\vec{w} = (\vec{v} \wedge \vec{w}).\vec{u} = (\vec{w} \wedge \vec{u}).\vec{v}$
- si $\vec{u} \perp \vec{v}$ alors $||\vec{u} \wedge \vec{v}|| = u.v$
- si $\vec{u} // \vec{v}$ alors $||\vec{u} \wedge \vec{v}|| = 0$

2.5. Projection de vecteurs

2.5.1. Règle

- La projection sur un axe donné d'un vecteur perpendiculaire à cet axe est nulle.
- La projection sur un axe donné d'un vecteur colinéaire à cet axe est égale à :
  - la valeur de ce vecteur s'il a le même sens que l'axe ;
  - l'opposé de la valeur de ce vecteur s'il est de sens contraire à l'axe.
- La pojection sur un axe donné d'un vecteur faisant un angle avec cet axe est égale au :
  - produit de la valeur de ce vecteur par le cosinus ou le sinus de l'angle s'il a le même sens que l'axe ;
  - produit de l'opposé de la valeur de ce vecteur par le cosinus ou le sinus de l'angle s'il est de sens contraire à l'axe.

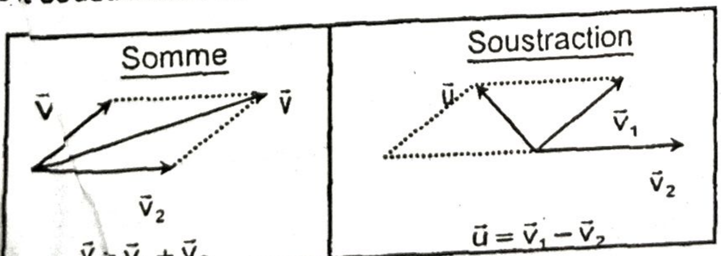
2.5.2. Exemples



$\vec{v}\begin{cases} v_x = v \\ v_y = 0 \end{cases}$ $\vec{w}\begin{cases} w_x = 0 \\ w_y = -w \end{cases}$

$\vec{u}\begin{cases} u_x = u\cos\alpha \\ u_y = u\sin\alpha \end{cases}$ $\vec{f}\begin{cases} f_x = -f\sin\theta \\ f_y = -f\cos\theta \end{cases}$

2.6. Somme et soustraction de vecteurs



$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

3) Dérivées et primitives de fonctions

Soient n un entier naturel ; a, b, c et k des constantes ; t une variable ; u et v des fonctions qui *dépendent de la variable* t.

Fonction	0	a	at+b	at^2+bt+c	t^n	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{t^n}$	e^t
Dérivée	0	0	a	2at+b	nt^{n-1}	$-\frac{1}{t^2}$	$-\frac{n}{t^{n+1}}$	e^t
Primitive	k	at+k	$\frac{1}{2}at^2+bt+k$	$\frac{1}{3}at^3+\frac{1}{2}bt^2+ct+k$	$\frac{1}{n+1}t^{n+1}$	ln(t)	$\frac{-1}{n-1}\times\frac{1}{t^{n-1}}$	e^t

Fonction	$\cos(t)$	$\sin(t)$	$\cos(at)$	$\sin(at)$	e^{at}	$\ln(t)$	[illegible](at)	e^u
Dérivée	$-\sin(t)$	$\cos(t)$	$-a\sin(at)$	$a\cos(at)$	ae^{at}	$\frac{1}{t}$	[illegible] $\frac{}{t}$	$\frac{du}{dt}e^u$
Primitive	$\sin(t)$	$-\cos(t)$	$\frac{1}{a}\sin(at)$	$-\frac{1}{a}\cos(at)$	$\frac{1}{a}e^{at}$			

Fonction	ku	$u+v$	$u.v$	$\frac{1}{u}$	$\frac{u}{v}$
Dérivée	$k\frac{du}{dt}$	$\frac{du}{dt}+\frac{dv}{dt}$	$v\frac{du}{dt}+u\frac{dv}{dt}$	$-\frac{1}{u^2}\frac{du}{dt}$	$\frac{1}{v^2}(v\frac{du}{dt}-u\frac{dv}{dt})$

Fonction	u^n	$\frac{1}{u^n}$	$\ln(u)$
Dérivée	$nu^{n-1}\frac{du}{dt}$	$-\frac{n}{u^{n+1}}\frac{du}{dt}$	$\frac{1}{u}\frac{du}{dt}$

4) Fonction logarithme

4.1. Logarithme népérien

- Définition : pour $x > 0$, $\ln x = y \Rightarrow e^y = x$.
- Propriétés

$\ln(e^x) = x$; $\ln(1) = 0$; $\ln(a.b) = \ln(a) + \ln(b)$;

$\ln(a^n) = n\ln(a)$; $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$; $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.

4.2. Logarithme décimal ou logarithme à base 10

- Définition : pour $x > 0$, $\text{Log}(x) = \frac{\ln(x)}{\ln 10}$
- Propriétés : si $\text{Log}(a) = b$ alors $b = 10^a$

N.B. : ln et Log ont les mêmes propriétés

4.3. Exponentielle népérienne

- Définition : pour tout x, $\exp(x) = e^x$ et $e^x > 0$
- Propriétés : $e^0 = 1$; $e^{\ln x} = x$; $e^{(a+b)} = e^a \times e^b$; $e^{(a-b)} = e^a \times e^{-b}$

5) Equation du premier degré

5.1. Addition et soustraction

Soit a, b, c et d des réels non nuls.

- $a + b = c + d \Leftrightarrow a = c + d - b \Leftrightarrow b = c + d - a \Leftrightarrow c = a + b - d \Leftrightarrow d = a + b - c$
- $a - b = c - d \Leftrightarrow a = c - d + b \Leftrightarrow b = d - c + a \Leftrightarrow c = a - b + d \Leftrightarrow d = b - a + c$

5.2. Multiplication et division

Soit a, b, c et d des réels non nuls.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c \Leftrightarrow a = \frac{b \times c}{d} \Leftrightarrow b = \frac{a \times d}{c} \Leftrightarrow d = \frac{b \times c}{a} \Leftrightarrow c = \frac{a \times d}{b}$

6) Equation du second degré

Soit l'équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$; le discriminant est : $\Delta = b^2 - 4ac$.

- si $\Delta < 0$ alors l'équation n'admet pas de solution,
- si $\Delta = 0$ alors l'équation admet une seule solution x telle que : $x = -\frac{b}{2a}$
- si $\Delta > 0$ alors l'équation admet deux solutions x_1 et x_2 telles que :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

7) Puissances de 10

L'écriture et la lecture des nombres très petits, par exemple « 0,000 000 000 1 » ou très grand, par exemple « 10 000 000 000 000 est très difficile.

Pour cela, on a adopté des règles d'écriture plus efficaces : les puissances de 10.

7.1. Puissances négatives

Valeur	Puissance de 10
0,1	10^{-1}
0,01	10^{-2}
0,001	10^{-3}
0,000 001	10^{-6}
0,000 000 001	10^{-9}
0,000 000 000 001	10^{-12}

7.2. Puissances positives

Valeur	Puissance de 10
10	10^{1}
100	10^{2}
1 000	10^{3}
1 000 000	10^{6}
1 000 000 000	10^{9}
1 000 000 000 000	10^{12}

7.3. Opération sur les puissances de 10

- $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$
- $(10^a)^b = 10^{a \times b}$
- $\frac{1}{10^a} = 10^{-a} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{-a}} = 10^a \Rightarrow \frac{10^a}{10^b} = 10^a \times 10^{-b} = 10^{a-b}$

8) La règle de trois

Dans les cas suivants a, b, c et d sont des valeurs connues (données). Déterminons x :

- 1er cas :

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b \times c}{a}$$

Exemple : $\left.\begin{array}{l} 1\,\text{cm} \longrightarrow 20\,\text{N} \\ 2\,\text{cm} \longrightarrow x\,(\text{N}) \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{20 \times 2}{1} = 40\,\text{N}$

- 2ème cas :

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ x \longrightarrow d \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{a \times d}{b}$$

Exemple : $\left.\begin{array}{l} 1\,\text{cm} \longrightarrow 20\,\text{N} \\ x\,(\text{cm}) \longrightarrow 50\,\text{N} \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{50 \times 1}{20} = 2{,}5\,\text{cm}$

Remarque :

- Dans le 1er cas,
  - les grandeurs a et c doivent être exprimées dans la même unité ;
  - les grandeurs b et x doivent être exprimées dans la même unité.
- Dans le 2ème cas,
  - les grandeurs a et x doivent être exprimées dans la même unité ;
  - les grandeurs b et d doivent être exprimées dans la même unité.

9) Tracé de courbe

Tracer la courbe de y en fonction de x ou y = f(x) revient à placer :

- y en ordonnées ;
- x en abscisses.

Exemple : $x = f(t^2)$; la longueur x est en ordonnées et le temps au carrée t^2 en abscisses.

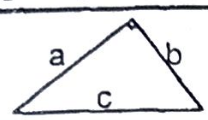
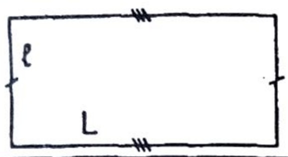
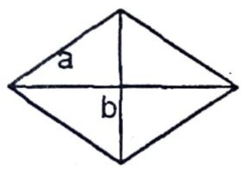
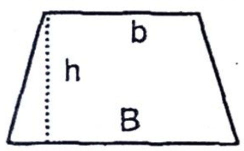
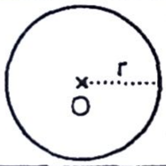
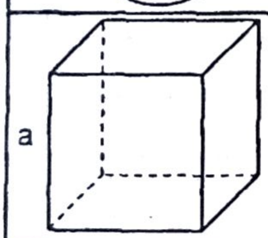
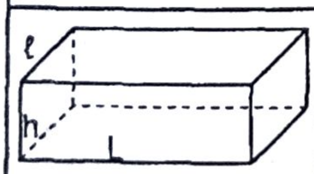
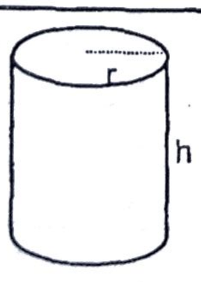
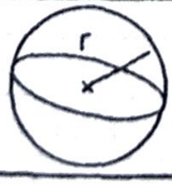
Remarque :

- **Si la courbe de y = f(x) est une droite qui passe par l'origine des axes, alors on dit que les grandeurs y et x sont proportionnelles ; ainsi l'équation de la droite est de la forme : $y = kx$ où k est le coefficient de proportionnalité ou le coefficient directeur de la droite.**

  Exemple : $x = \frac{1}{2}a \times t^2$ (la constante est $\frac{1}{2}a$) ; $P = m \times g$ (la constante est g).
- **Si la courbe de y = f(x) est une droite qui ne passe pas par l'origine des axes, alors les grandeurs y et x ne sont pas proportionnelles et l'équation de la droite est de la forme : $y = ax + b$ où a est le coefficient directeur de la droite et b l'ordonnée à l'origine.**

  Exemple : $v = at + v_0$; le coefficient directeur de la droite est a et v_0 l'ordonnée à l'origine.

10) Périmètre, surface et volume de quelques figures géométriques

Figure géométrique	Nom	Périmètre	Surface ou Aire	Volume
	triangle rectangle	a + b + c	$\frac{a \times b}{2}$	
	rectangle	Somme des quatre cotés ou 2(ℓ + L)	$L \times \ell$	
	losange	Somme des quatre cotés ou $2\sqrt{a^2+b^2}$	$\frac{a \times b}{2}$	
	trapèze	Somme des quatre cotés	$\frac{(B+b) \times h}{2}$	
	cercle	$2\pi \times r = \pi \times d$	$\pi \times r^2 = \pi \times \frac{d^2}{4}$	
	cube		$6a^2$	$a \times a \times a = a^3$
	Pavé droit		$2(L\ell + h\ell + Lh)$	$L \times \ell \times h$
	cylindre		$2\pi \times r \times h$ ou $\pi \times d \times h$	$\pi \times r^2 \times h$ ou $\pi \times \frac{d^2}{4} \times h$
	sphère		$4\pi \times r^2 = \pi \times d^2$	$\frac{4}{3}\pi \times r^3 = \frac{1}{6}\pi \times d^3$

QUELQUES UNITES ET CONSTANTES ESSENTIELLES EN PHYSIQUE-CHIMIE

1. En physique

Grandeur (notation)	Unité Système Internationale(SI)	Symbole
Accélération (a)	mètre par seconde au carrée	m/s^2 ou $m.s^{-2}$
Activité radioactive (A)	becquerel	Bq
Angle (α, β, θ...)	radian	rad
Capacité (C)	farad	F
Champ électrostatique (E)	volt par mètre	V/m ou $V.m^{-1}$
Champ magnétique (B)	tesla	T
Constante de raideur (k)	newton par mètre	N/m ou $N.m^{-1}$
Constante radioactive (λ)	par seconde	s^{-1}
Durée (t)	seconde	s
Energie (E)	joule	J
Flux magnétique (Φ)	weber	Wb
Force (F)	newton	N
Fréquence (N)	hertz	Hz
Inductance (L)	henry	H
Intensité électrique (I)	ampère	A
Longueur (ℓ)	mètre	m
Masse (m)	kilogramme	kg
Moment d'une force ($\mathcal{M}$)	newton mètre	N.m
Période (T)	seconde	s
Puissance ($\mathcal{P}$)	watt	W
Résistance (R)	ohm	Ω
Surface (S) ou aire ($\mathcal{A}$)	mètre carrée	m^2
Tension électrique ou différence de potentiel (U)	volt	V
Travail (W)	joule	J
Vitesse angulaire (ω)	radian par seconde	rad/s ou $rad.s^{-1}$
Vitesse linéaire (v)	mètre par seconde	m/s ou $m.s^{-1}$

2. En chimie

Grandeur (notation)	Unité Système Internationale(SI)	Symbole
Concentration massique ($\mathcal{C}$)	gramme par litre	g/L ou $g.L^{-1}$
Concentration molaire (C)	mole par litre	mol/L ou $mol.L^{-1}$
Masse (m)	gramme	g
Masse molaire (M)	gramme par mole	g/mol ou $g.mol^{-1}$
Masse volumique (ρ)	gramme par litre	g/L ou $g.L^{-1}$
Quantité de matière ou nombre de moles (n)	mole	mol
Volume (V)	litre	L
Volume molaire (V_m ou V_0)	litre par mole	L/mol ou $L.mol^{-1}$

3. Les multiples

Préfixe	Abréviation	Valeur	Exemple	Unité utilisée
téra	T	10^{12}	1TW = 10^{12} W	térawatt(TW)
giga	G	10^{9}	1 GJ = 10^{9} J	gigajoule(GJ)
méga	M	10^{6}	1 MA = 10^{6} A	mégaampère(MA)
kilo	k	10^{3}	1 km = 10^{3} m	kilomètre(km)
hecto	h	10^{2}	1 hg = 10^{2} g	hectogramme(hL)
déca	da	10^{1} = 10	1 dag = 10 g	décagramme(dag)

4. Les sous-multiples

Préfixe	Abréviation	Valeur	Exemple	Unité utilisée
déci	d	10^{-1}	1 dm = 10^{-1} m	décimètre(dm)
centi	c	10^{-2}	1 cL = 10^{-2} L	centilitre(cL)
milli	m	10^{-3}	1 mg = 10^{-3} g	milligramme(mg)
micro	μ	10^{-6}	1 μA = 10^{-6} A	microampère(μA)
nano	n	10^{-9}	1 nJ = 10^{-9} J	nanojoule(nJ)
pico	p	10^{-12}	1 pF = 10^{-12} F	picofarad(pF)

5. Exemple du mètre

Multiples et sous-multiples du mètre				
10^N	Préfixe	Symbole	Nombre en français	Nombre en chiffre
10^{24}	yottamètre	Ym	Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zettamètre	Zm	Trilliard	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	examètre	Em	Trillion	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	pétamètre	Pm	Billiard	1 000 000 000 000 000
10^{12}	téramètre	Tm	Billion	1 000 000 000 000
10^{9}	gigamètre	Gm	Milliard	1 000 000 000
10^{6}	mégamètre	Mm	Million	1 000 000
10^{3}	kilomètre	km	Mille	1 000
10^{2}	hectomètre	hm	Cent	100
10^{1}	décamètre	dam	Dix	10
10^{0}	mètre	m	Un	1
10^{-1}	décimètre	dm	Dixième	0,1
10^{-2}	centimètre	cm	Centième	0,01
10^{-3}	millimètre	mm	Millième	0,001
10^{-6}	micromètre	µm	Millionième	0,000 001
10^{-9}	nanomètre	nm	Milliardième	0,000 000 001
10^{-12}	picomètre	pm	Billionième	0,000 000 000 001
10^{-15}	femtomètre	fm	Billiardième	0,000 000 000 000 001
10^{-18}	attomètre	am	Trillionième	0,000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zeptomètre	zm	Trilliardième	0,000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	yoctomètre	ym	Quadrillionième	0,000 000 000 000 000 000 000 001

6. Quelques conversions utiles

Grandeur	Relations	Unités utilisées
Durée	1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 j = 24 h 1 an = 365,25 j	minute(min) heure(h) jour(j) année(an)
Énergie	1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J 1 Wh = $3{,}6.10^{3}$ J	électron-volt(eV) wattheure(Wh)
Masse	1 kg = 10^{3} g 1 t = 10^{3} kg 1 u = $1{,}66.10^{-27}$ kg 1 u = 931,5 MeV.c^{-2}	gramme(g) tonne(t) unité de masse atomique(u) mégaélectronvolt par célérité au carrée (MeV.c^{-2})
Puissance	1 ch = 736 W	cheval(ch)
Masse volumique	1 kg/m^3 = 10^{-3} g/cm^3 1 kg/dm^3 = 1 g/cm^3 1 g/L = 1 kg/m^3	kilogramme par mètre cube(kg/m^3) kilogramme par décimètre cube(kg/dm^3) gramme par litre (g/L)
Surface	1 dm^2 = 10^{-2} m^2 1 cm^2 = 10^{-4} m^2 1 mm^2 = 10^{-6} m^2	décimètre carré(dm^2) centimètre carré(cm^2) millimètre carré(mm^2)
Vitesse	1 km/s = $\frac{1}{3{,}6}$ m/s	kilomètre par heure(km/h)
Volume et capacité	1 dm^3 = 10^{-3} m^3 = 1 L 1 cm^3 = 10^{-6} m^3 = 10^{-3} L 1 mm^3 = 10^{-9} m^3 = 10^{-6} L 1 cm^3 = 1 mL	décimètre cube(dm^3) centimètre cube(cm^3) millimètre cube(mm^3) millilitre(mL)

7. Quelques constantes fréquemment utilisées

Constante	Charge élémentaire	Masse de l'électron	Masse du proton et du neutron
Valeur	$e = 1{,}6.10^{-19}$ C	$m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg	$m_p = m_n = 1{,}67.10^{-27}$ kg

Constante	Perméabilité du vide	Intensité de la pesanteur	Permittivité du vide
Valeur	$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI	$g = 9{,}80\ m.s^{-2}$	$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi.10^9}$ F/m

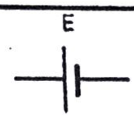
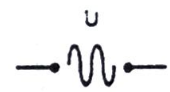
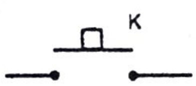
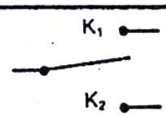
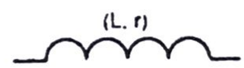
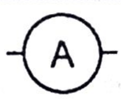
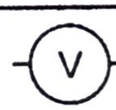
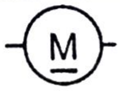
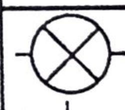
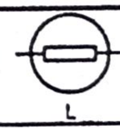
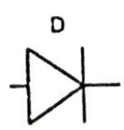
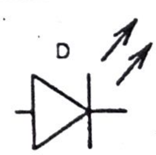
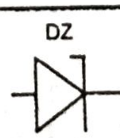
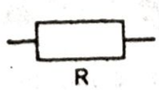
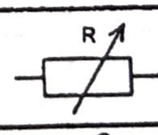
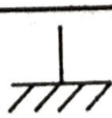
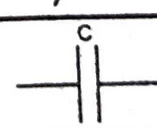
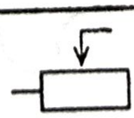
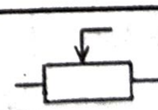
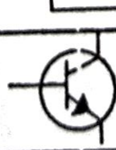
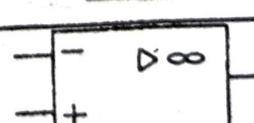
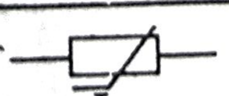
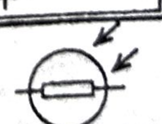
Constante	Volume molaire (CNTP)	Vitesse de la lumière dans le vide ou Célérité	Constate d'Avogadro
Valeur	$V_m = 22{,}4$ L/mol	$c = 3.10^8$ m/s	$\mathcal{N}_a = 6{,}02\ 10^{23}\ mol^{-1}$

Constante	Constante universelle de la gravitation	Rayon terrestre
Valeur	$G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$	$R = 6{,}38.10^3$ km

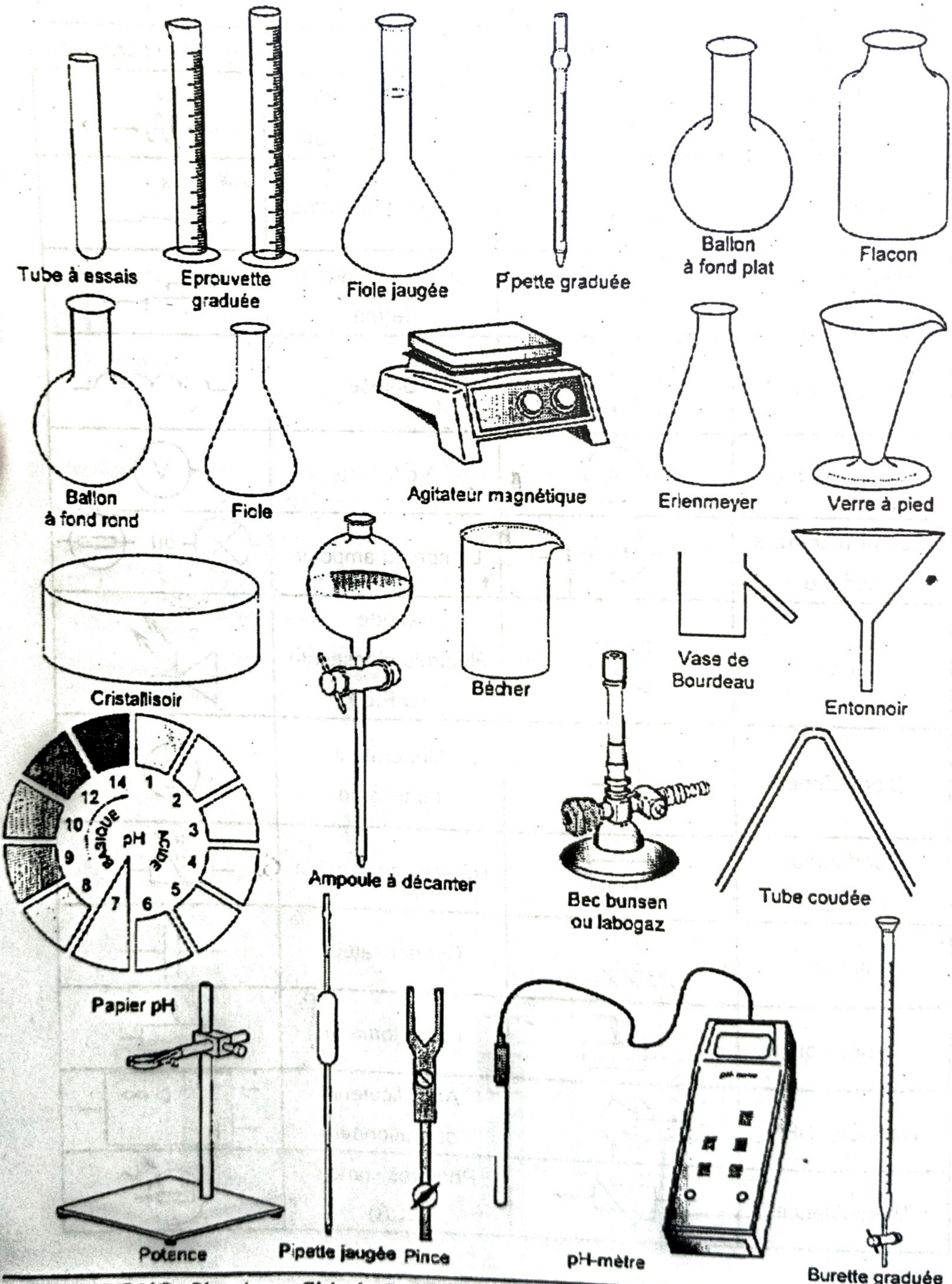
8. Les indicateurs colorés de la vie courante et leurs caractéristiques

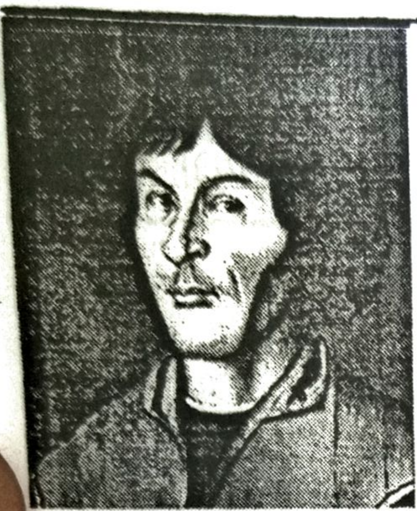
Indicateur coloré	Couleur		pK_{In}	Zone de virage
	Acide	Base		
Acide picrique	incolore	jaune	0,38	0,2 – 1,0
Rouge de crésol - 1er virage	rouge	jaune	?	0,4 – 1,8
Bleu de thymol - 1er virage	rouge	jaune	1,5	1,2 – 2,8
Hélianthine ou méthylorange	rouge	jaune	3,7	3,2 – 4,4
Rouge Congo	bleu	rouge	4,0	3,0 – 5,2
Vert de bromocrésol	jaune	bleu	4,7	3,8 – 5,4
Rouge de méthyle	jaune	rouge	5,1	4,8 – 6,0
p-Nitrophénol	incolore	jaune	7,15	5,6 – 7,6
Bleu de bromothymol	jaune	bleu	7,0	6,0 – 7,6
Rouge de phénol	jaune	rouge	7,9	6,8 – 8,4
Rouge de crésol - 2nd virage	jaune	rouge	7,9	7,0 – 8,8
Bleu de thymol - 2nd virage	jaune	bleu	8,9	8,0 – 9,6
Phénolphthaléine	incolore	rose	9,4	8,2 – 10,0
Thymolphtaléine	rouge	jaune	10,0	9,4 – 10,6
Jaune d'alizarine	jaune	rouge	11,0	10,0 – 12,0
2-4-6-Trinitrotoluène	incolore	orange	?	11,5 – 13,0
1,3,5-Trinitrobenzène	incolore	orange	?	12,0 – 14,0

SYMBOLES NORMALISES DE QUELQUES DIPOLES

Dipôle	Symbole normalisé	Dipôle	Symbole normalisé
Pile ou générateur de courant continu		Générateur de courant alternatif	
Interrupteur ouvert		Interrupteur fermé	
Bouton poussoir ouvert		Bouton poussoir fermé	
Commutateur		Bobine	
Ampèremètre		Voltmètre	
Moteur à courant continu		Lampe ou ampoule	 ou 
Diode		Diode électroluminescente (D.E.L.)	
Diode Zener		Générateur de tension	
Conducteur ohmique		Résistance variable	
Masse		Condensateur	
Rhéostat		Potentiomètre	
Transistor NPN		Amplificateur opérationnel	
Thermistance		Photorésistance (LDR)	

QUELQUES MATERIELS UTILISES EN PHYSIQUE-CHIMIE





M1: CINEMATIQUE DU POINT

Nicolas Copernic
(19 février 1473 – 24 mai 1543)
Mathématicien, Physicien, Médecin et Astronome Polonais.
Il est célèbre pour avoir développé et défendu la théorie selon laquelle le Soleil se trouve au centre de l'Univers (héliocentrisme) et la Terre tourne autour de lui. Les conséquences de cette théorie sont baptisées révolution copernicienne. Son nom est associé à un référentiel appelé référentiel de Copernic.

Objectifs spécifiques

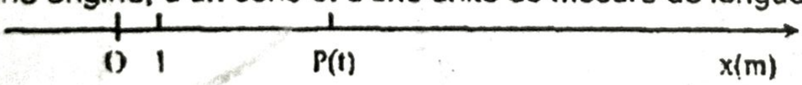
- Définir les vecteurs position, vitesse et accélération d'un point dans un repère donné.
- Etablir l'expression des équations horaires des mouvements uniformes (rectiligne et circulaire) et des mouvements rectilignes uniformément variés.

RAPPEL DE COURS

1. Cinématique à une dimension

1.1. Définition

C'est le cas particulier de la trajectoire rectiligne. Le mobile est repéré par une coordonnée cartésienne x(t) sur un axe x qui coïncide avec la trajectoire. Ceci implique le choix d'une origine, d'un sens et d'une unité de mesure de longueur.(voir figure ci-dessous).



$x(t) = OP(t)$

1.2. Vitesse moyenne

La vitesse d'un mobile caractérise la variation de sa position au cours du temps.

Soit deux positions du mobile P_1 et P_2 à deux instants t_1 et t_2 ($t_1 < t_2$). On a : $v_m(t_1, t_2) = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ où x_1 et x_2 sont les coordonnées des points P_1 et P_2 et Δx est le déplacement du mobile pendant l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$.

1.3. Vitesse instantanée

La vitesse instantanée d'un point matériel est la dérivée de sa coordonnée spatiale x par rapport au temps t, à l'instant considéré : $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t')\,dt'$

Ceci implique la connaissance de la position du mobile à un instant donné t_0, soit : $x(t_0)$.

Remarque : si Δt est très petit, on peut confondre la vitesse instantanée à la vitesse moyenne ; c'est le cas d'un enregistrement sur une table à coussin d'air.

$V_n = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\tau}$; τ est l'intervalle de temps entre deux positions consécutives.

1.4. Accélération instantanée

L'accélération d'un mobile caractérise la variation de sa vitesse au cours du temps.

L'accélération instantanée d'un mobile est la dérivée de sa vitesse par rapport au temps, à l'instant considéré : $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t')\,dt'$

Ceci implique la connaissance de la vitesse du mobile à un instant donné t_0, soit : $v(t_0)$

Remarque : cas d'enregistrement sur une table à coussin d'air, $a_n = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\tau}$

1.5. Deux cas particuliers de mouvement rectiligne : le MRU et le MRUV

a) Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Le MRU est un mouvement rectiligne à vitesse constante : $v(t) = v_0$. Par conséquent :

- $a = \frac{dv_0}{dt} \xrightarrow{\text{(en dérivant)}} a = 0$
- $\frac{dx}{dt} = v_0 \xrightarrow{\text{(en intégrant)}} x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_0\,dt' \Rightarrow x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0)$.

x_0 et v_0 représentent respectivement la position et la vitesse à la date initiale.

b) Mouvement rectiligne uniformément varié(MRUV)

Le MRUV est un mouvement rectiligne à accélération constante : $a = a_0$. Par conséquent :

- $\frac{dv}{dt} = a_0 \xrightarrow{\text{(en intégrant)}} v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_0\,dt' \Rightarrow v(t) = v_0 + a_0\,(t - t_0)$.
- $\frac{dx(t)}{dt} = v_0 + a_0(t - t_0) \xrightarrow{\text{(en intégrant)}} x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} [v_0 + a_0(t' - t_0)]dt'$

$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a_0(t - t_0)^2$

Conséquences : $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

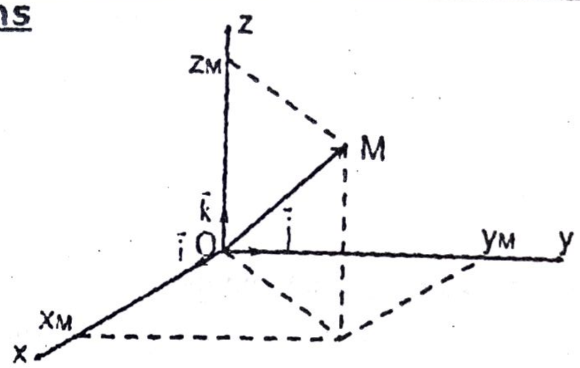
c) Résumé

- si $\vec{a}.\vec{v} > 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne accéléré
- si $\vec{a}.\vec{v} < 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne retardé
- si $\vec{a}.\vec{v} = 0 \Rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme

2. Cinématique à plusieurs dimensions

2.1. Repère cartésien : R (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)

a) Vecteur position



$$\overrightarrow{OM} = x_M.\vec{i} + y_M.\vec{j} + z_M.\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

OM est le module du vecteur $\overrightarrow{OM}$. Il est donné par : $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}$

b) Vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}.\vec{i} + \dot{y}.\vec{j} \div \dot{z}.\vec{k} \Rightarrow \vec{v}\begin{pmatrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix}$$

v est le module du vecteur $\vec{v}$. Il est donné par : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

c) Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dt}\vec{i} + \frac{d\dot{y}}{dt}\vec{j} + \frac{d\dot{z}}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}.\vec{i} - \ddot{y}.\vec{j} + \ddot{z}.\vec{k} \Rightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} a_x = \dfrac{d\dot{x}}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \dfrac{d\dot{y}}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \dfrac{d\dot{z}}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{pmatrix}$$

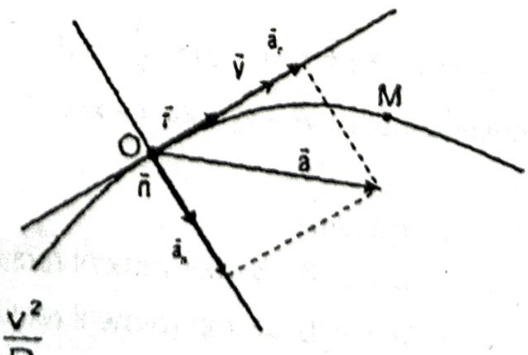
a est le module du vecteur $\vec{a}$. Il est donné par : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

2.2. Repère curviligne : la base de Frenet ($O, \vec{\tau}, \vec{n}$)

a) Définition : c'est un repère local associé à un point M, décrivant une courbe ($\mathcal{C}$).

b) Abscisse curviligne $\overset{\frown}{OM}$

$\overset{\frown}{OM} = s_M$



c) Vecteur vitesse $\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}$$

d) Vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n} \quad \text{avec} \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{v^2}{R}$$

2.3. Mouvement circulaire uniforme (MCU)

a) Définition

Le mouvement est circulaire uniforme si la trajectoire est un cercle et la vitesse constante.

b) Equations horaires

$\theta = \omega t + \theta_0$ et $s = v_0 t + s_0$

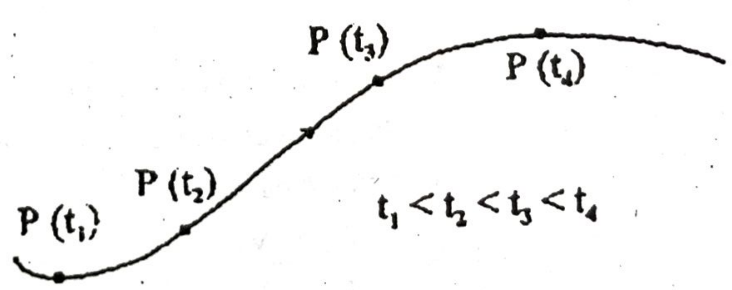
c) Quelques grandeurs caractéristiques

Période T(s)	Fréquence N(Hz)	Abscisse curviligne s(m) et abscisse angulaire. θ(rad)	Vitesse angulaire ω(rad/s)	Accélération a(m/s²)
$T = \frac{2\pi}{\omega}$	$N = \frac{1}{T}$	$s = R\theta$	$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\frac{ds}{dt} = \frac{v}{R}$	$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n} = \omega^2 R\vec{n}$

3. Etude de la trajectoire

3.1. Définition

On appelle trajectoire d'un mobile l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours du temps (voir figure ci-dessous).



3.2. Nature de la trajectoire

La trajectoire d'un mobile peut-être rectiligne (droite) ou curviligne (courbe).

Elle est déterminée par son équation.

Exemple :

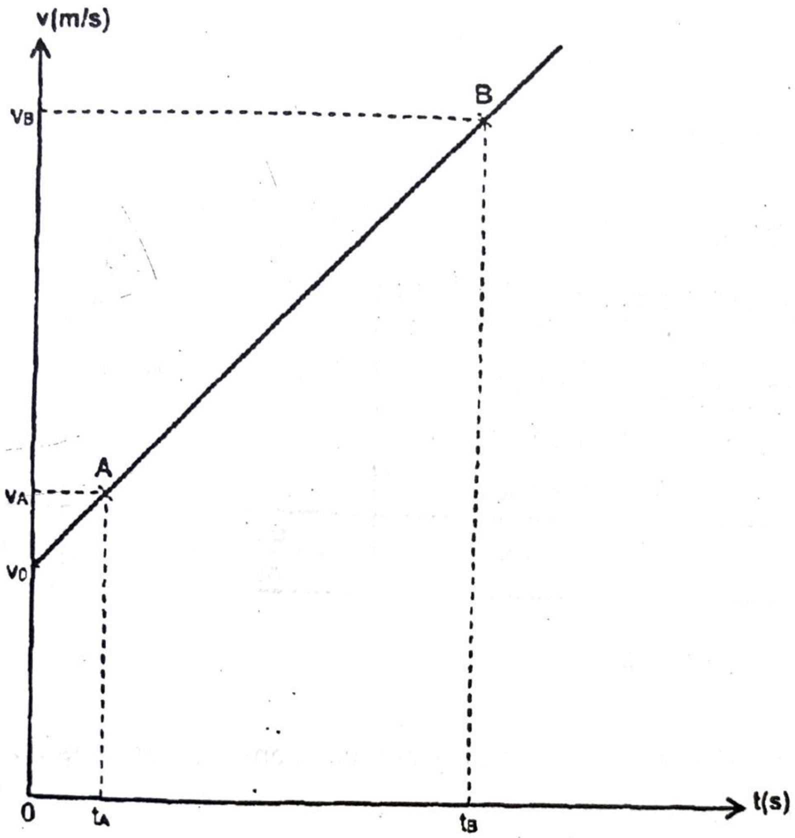
Équation de la trajectoire	Nature de la trajectoire
$y = ax + b$	Droite
$y = ax^2 + bx + c$	Parabole
$x^2 + y^2 = a^2$	Cercle de rayon a

Remarque : le cercle (trajectoire circulaire) est un cas particulier de courbe.

4. Méthode pratique

Comment déterminer l'équation de la droite d'une représentation ?

Exemple : graphe de la vitesse d'un mobile en fonction du temps : $v = f(t)$.



- La courbe obtenue est une droite donc son équation est de la forme $v = kt + b$
  - k est le coefficient directeur de la droite ; il est obtenu en utilisant deux couples de points qui appartiennent effectivement à la droite. Ainsi on a :

$$k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \quad \text{ou} \quad k = \frac{v_A - v_B}{t_A - t_B}$$

Remarque :

Avant de faire les calculs, il faut s'assurer que les vitesses sont en mètre par seconde (m/s) et les temps en seconde (s) sinon il faudra faire les conversions nécessaires.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta v \text{ en m/s}\\ \Delta t \text{ en s}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{l'unité de k est : } \frac{m/s}{s} \text{ ou } m/s^2 \text{ ou encore } m.s^{-2}$$

k a la même unité que l'accélération a donc k correspond à l'accélération du mobile (**k = a**).

  - b est l'ordonné à l'origine ; c'est-à-dire la vitesse du mobile à t = 0 donc **b = v_0**.

- **Conclusion** : on retrouve l'équation horaire de la vitesse d'un mouvement rectiligne uniformément varié qui est : **$v = at + v_0$**.

EXERCICES RESOLUS

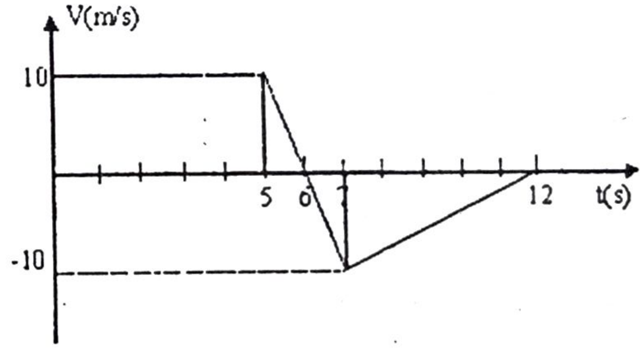
Exercice 1

Les équations horaires du mouvement d'un point mobile M sont : $\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 3t + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et donner sa nature.
2. Déterminer le vecteur-vitesse $\vec{v}$ et le vecteur-accélération $\vec{a}$ à tout instant.
3. Calculer la vitesse du point M à t = 7 s. Quelle est alors la position du point M ?
4. Quelle est la nature du mouvement du mobile M ? Justifier votre réponse.

Exercice 2

La représentation graphique de la vitesse v = f (t) d'un mobile est donnée à la figure ci-contre.



1. Calculer les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.
2. Déterminer l'expression v = f(t).
   On utilisera au début de chaque phase un nouveau repère de temps.
3. Tracer la représentation graphique a = g(t) de l'accélération a en fonction du temps, avec t ϵ [0 ; 12] en secondes.
   Echelle : 1 cm pour 1 s et 1 cm pour 2 m/s²

Exercice 3

Les composantes du vecteur accélération d'un point mobile sont $\vec{a}\,(0, -3, 0)$.

A l'instant t = 0, le mobile est en $M_0(1, 2, 0)$ et son vecteur-vitesse initial est $\vec{V}_0(1, 1, 0)$.

1. Donner les équations horaires du mouvement.
2. Montrer que le mouvement est plan.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
4. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse du mobile à chaque instant.
5. a) En quel point particulier de la trajectoire la vitesse du mobile est minimale ?
   b) Calculer la date en ce point.
6. Déterminer les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).
7. Déterminer l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

Exercice 4

Un point M décrit un arc de cercle OA de centre C et de rayon R = 2,7 m.

La trajectoire est orientée de O vers A. Le mobile part de O á la date t = 0 avec une vitesse V_0.

A la date t, son abscisse curviligne est $S = OM = -0{,}6t^2 + 3t$.

1- Donner l'expression de la vitesse V(t). Calculer V_0.

2- En A la vitesse du mobile s'annule.

2.1. Déterminer la date en ce point.

2.2. En déduire l'abscisse curviligne de ce point.

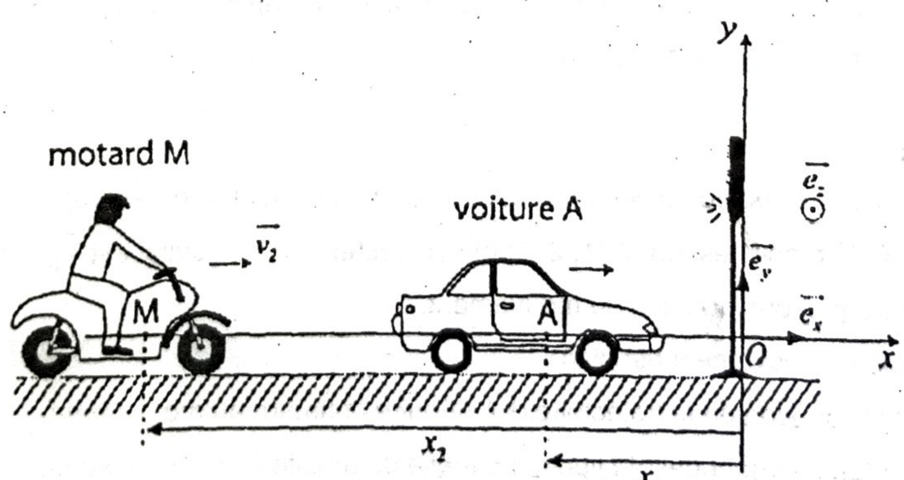
3- Déterminer, dans la base de Frenet, le vecteur-accélération du point M à la date t = 1 s ainsi que sa norme.

4- Déterminer l'équation horaire relative à l'abscisse angulaire $\theta = f(t)$.

5- Représenter, dans la base de Frenet, les vecteurs vitesse et accélération à la date t = 1 s. Echelle : 1 cm pour 1 m/s et 2 cm pour 1 m/s².

Exercice 5

Une voiture A est arrêtée sur une route horizontale rectiligne à une distance $d_1 = 3$ m d'un feu rouge. Lorsque le feu passe au vert, à l'instant t = 0, la voiture démarre avec une accélération constante $a_1 = 3$ m/s². Au même moment un motard M roulant à une vitesse constante $v_2 = 54$ km/h se trouve à une distance $d_2 = 24$ m de la voiture. La voiture et le motard considérés comme des points matériels sont repérée à l'instant t à l'aide de leurs vecteurs positions respectifs $\overrightarrow{OA} = x_1\vec{i}$ et $\overrightarrow{OM} = x_2\vec{i}$. On choisira comme origine O des abscisses la position du feu tricolore.



1. Déterminer les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de la voiture et du motard respectivement.
2. Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de la voiture et du motard à ces instants.
3. Si le motard roulait à la vitesse $v_2 = 36$ km/h pourrait-il rattraper la voiture ? Justifier.
4. Calculer, dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale. En déduire cette distance.

Exercice 6

Une motocyclette, au repos à une lumière rouge, accélère uniformément dès que le feu passe au vert avec une accélération de 1,5 m/s². Elle atteint ainsi une vitesse V en 10 s, vitesse qu'elle maintient pendant 30 s. Elle freine ensuite uniformément pendant 5 s pour s'immobiliser à un autre feu rouge.

1. Déterminer la vitesse V atteinte à la fin de la phase d'accélération.
2. Quelle est la distance parcourue pendant son accélération ?
3. Quelle est la valeur a_2 de l'accélération au cours de la deuxième phase ? Justifier.
4. Calculer la distance parcourue pendant qu'elle se déplace à vitesse constante ?
5. Calculer la valeur a_3 de l'accélération au cours du freinage.
6. En déduire l'équation horaire du mouvement au cours du freinage.
7. Déterminer, par deux méthodes différentes, la distance parcourue au cours du freinage.
8. Quelle distance sépare les deux feux rouges ?
9. Tracer le graphique de la vitesse en fonction du temps.
   Echelle : 1 cm pour 5 s et 1 cm pour 3 m/s

Exercice 7 (extrait Bac série C session 2007 Cameroun)

Prendre $g = 10\ m.s^{-2}$.

Un solide (s) est lancé avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ à partir du sommet d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ sur l'horizontale.

Le tableau ci-dessous donne les positions successives G_i de son centre d'inertie au cours du temps.

t_i(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
G_i	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
X_i(cm)	0	16	36	60	88	120

1. Dresser le tableau donnant la valeur V_G de la vitesse du centre d'inertie du solide aux dates t_i avec $0 \le i \le 4$. On admettra que : $V_G = \dfrac{d(G_{i-1}, G_{i+1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}$
2. Tracer sur une feuille de papier millimetré, à remettre avec la copie, le graphe de $V_G = f(t)$.
   Echelles : 2 cm $\longleftrightarrow$ 0,1 s et 2 cm $\longleftrightarrow$ 100 cm.s⁻¹.
3. Déduire de cette courbe :
   a) la valeur V_0 de la vitesse qu'a le centre d'inertie au départ ;
   b) la valeur de l'accélération du centre d'inertie du solide.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1

Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 2t \end{cases}$

1) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile. En déduire sa nature.
2) Calculer la vitesse du mobile au sommet de sa trajectoire.
3) Calculer la vitesse du mobile au point d'ordonnée y = 1 m.
4) Calculer l'accélération du mobile.
5) Pour quelle(s) valeur(s) de t le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

Exercice 2

Les équations horaires du mouvement d'un mobile sont :

$x = A\cos 4\pi t$; $y = A\cos(4\pi t - \pi/2)$ avec A = 50 cm

1- Montrer que la valeur du vecteur vitesse est constante. La calculer.
2- Même question pour le vecteur accélération.
3- Quelle est la nature de la trajectoire de M ? Que représente A pour cette trajectoire ?
4- Préciser la direction et le sens du vecteur accélération.

Exercice 3

Sur une portion rectiligne ABCD d'une voie ferrée, un train arrive en A avec une vitesse de 108 km.h^{-1}. Il aborde la marche suivante :

- de A à B (AB = 800 m), son mouvement est uniformément retardé. Au passage en B, sa vitesse est de 54 km.h^{-1}.
- de B à C, pendant une minute et demie, son mouvement est uniforme.
- de C à D, son mouvement est uniformément accéléré durant 40 s. La vitesse du train au passage en D est de 108 km.h^{-1}.

1) Etablir les équations horaires des mouvements et des vitesses des trois phases.
2) Calculer en km, la longueur du trajet AD.

Exercice 4

On enregistre une partie du mouvement d'une bille sur un plan incliné, le mouvement se fait suivant la ligne de plus grande pente. On prend comme origine des abscisses la première position enregistrée de la bille et comme date t = 0 la date correspondante. On obtient les résultats suivants :

t(s)	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25
x(m)	0	0,17	0,40	0,69	1,04	1,45

1- Montrer que le mouvement est rectiligne uniformément varié.
2- Quelle est la valeur de l'accélération ?

3- Trouver la vitesse de la bille au moment du premier enregistrement.

4- Trouver la distance parcourue par la bille entre l'instant du début du mouvement et l'instant du premier enregistrement. On suppose que la bille est lâchée sans vitesse.

Exercice 5

1) Un point mobile M_1 se déplace sur un axe x'x vertical ascendant d'un mouvement uniformément varié d'accélération constante $a_1 = -10\ m.s^{-2}$. A la date t = 1 s, sa vitesse est $v_1 = 10\ m.s^{-1}$ et son abscisse $x_1 = 18$ m.

   1.1. Etablir les expressions de x_1 et de v_1 en fonction du temps.

   1.2. Le mobile a été lancé de A à la date t = 0 s.
   Quelles étaient à cette date sa vitesse et son abscisse ?

   1.3. A quelle date l'altitude maximale est atteinte ? Quelle est cette altitude maximale ?

   1.4. Représenter les graphes de x_1 et de v_1 en fonction du temps pour $0 \le t \le 3$ s.
   Montrer que le mouvement comporte deux phases.

   1.5. Calculer la distance parcourue par M_1 entre $t_1 = 1$ s et $t_2 = 3$ s.

2) Un autre point M_2 est lancé sur le même axe et a pour équation horaire $x_2 = -5t^2 + 25t$.

   2.1. A quelle date aura la rencontre M_1 et M_2 ?

   2.2. Quelles seront alors les vitesses et les positions des deux mobiles.

3) Un point mobile se déplace sur un cercle de centre O et de rayon R = 1 m. A la date t = 0 sa vitesse angulaire est $\frac{d\theta}{dt} = -120\ rad/s$. A partir de cette date, le mobile décélère et son accélération angulaire constante est $\frac{d^2\theta}{dt^2} = +5\ rad/s^2$.

   3.1. Etablir l'expression de l'abscisse angulaire en fonction du temps.

   3.2. A quelle date le mobile s'arrête-t-il ?

   3.3. Quelle distance a-t-il parcouru depuis t = 0 s.

Exercice 6

Sur une autoroute deux(2) voitures roulent sur la même file avec une vitesse de 40 m/s.
Le pare-chocs avant A de la seconde voiture est à 40 m derrière le pare-chocs arrière B de la première voiture. Le véhicule B freine avec une décélération de 5 m/s².
Le véhicule A distrait freine 2 s après avec la même décélération.

1) Quelle distance parcourt le deuxième véhicule (A) avant de commencer à freiner ?
2) Quelle distance parcourt le premier véhicule (B) pendant ce même temps ?
3) Quelle est la distance séparant A et B lorsque le second véhicule commence à freiner ?
4) Quelle est la vitesse du premier véhicule à ce moment ?
5) En prenant comme origine des dates l'instant où débute le freinage du second véhicule et comme origine des espaces la position où il se trouve alors, établir les équations horaires des mouvements de A et B. Un choc aura-t-il lieu ? Si oui à quelle date ?

CORRECTION DES EXERCICES RESOLUS

Exercice 1

1. Déterminons l'équation cartésienne de la trajectoire et donnons sa nature.

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 3t + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 3x + 2}$$

L'équation est sous la forme y = ax + b donc la trajectoire du mobile est une droite.

2. Déterminons le vecteur-vitesse $\vec{v}$ et le vecteur-accélération $\vec{a}$ à tout instant.

➢ vecteur-vitesse : $\vec{v}\begin{cases} \dot{x}(t) = 1\,m/s^2 \\ \dot{y}(t) = 3\,m/s^2 \\ \dot{z}(t) = 0 \end{cases}$

➢ vecteur-accélération : $\vec{a}\begin{cases} \ddot{x}(t) = 0 \\ \ddot{y}(t) = 0 \\ \ddot{z}(t) = 0 \end{cases}$

3. Calculons la vitesse et la position du point M à t = 7 s.

La vitesse est constante à tout instant donc à t = 7 s on a :

➢ **La vitesse est constante à tout instant donc à t = 7 s on a :**

$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{10} = 3,16\,m/s$

➢ Déterminons la position du point M à cet instant (à t = 7 s)

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = 7\,m \\ y(t) = 3 \times 7 + 2 \\ z(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = 7\,m \\ y(t) = 23\,m \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

4. Déterminons la nature du mouvement du mobile M en justifiant notre réponse.

La vitesse du mobile M est constante à chaque instant et de plus sa trajectoire est une droite d'où le mouvement du mobile est rectiligne uniforme.

Exercice 2

1. Calculons les accélérations du mobile au cours des trois phases du mouvement.

L'accélération a correspond au coefficient directeur de la droite qui vaut : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

➢ Pour $t \in [0\,;\,5\,s]$; $a = \frac{10-10}{5-0} = \frac{0}{5} = 0\,m/s^2$;

➢ Pour $t \in [5\,s\,;\,7\,s]$; $a = \frac{-10-10}{7-5} = \frac{-20}{2} = -10\,m/s^2$;

➢ Pour $t \in [7\,s\,;\,12\,s]$; $a = \frac{0-(-10)}{12-7} = \frac{10}{5} = 2\,m/s^2$.

2. Déterminons l'expression v = f(t).

L'équation de la vitesse est de la forme : $v(t) = at + v_0$

Par ailleurs au début de chaque phase t = 0 donc la vitesse initiale vaut :

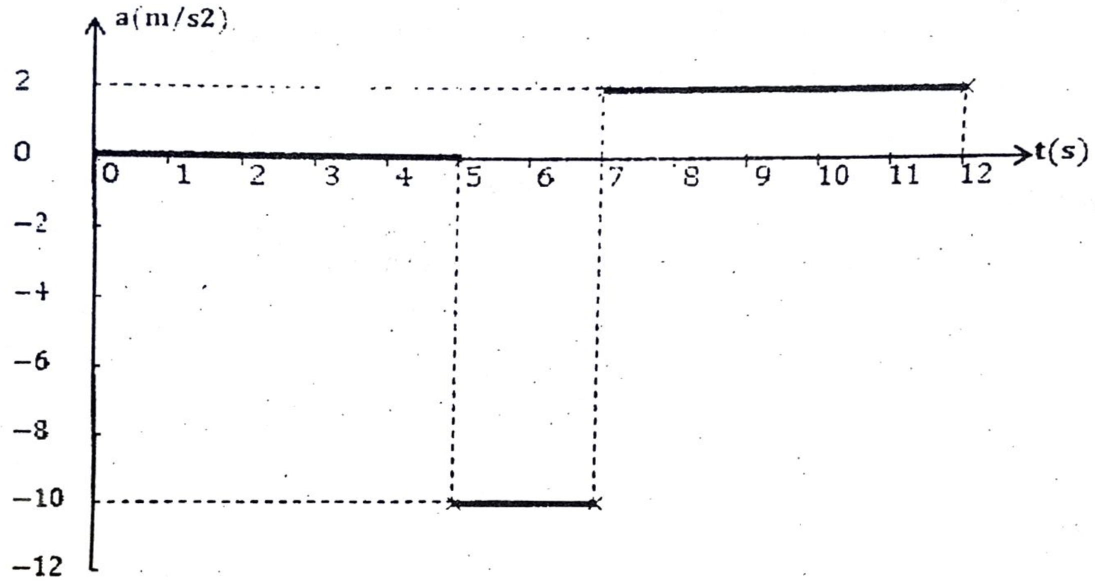
➢ $v_0 = 10\,m/s$ pour $t \in [0\,;\,5\,s]$; $t \in [5\,s\,;\,7\,s]$

➢ $v_0 = -10\,m/s$ pour $t \in [7\,s\,;\,12\,s]$.

Les expressions v = f(t) sont :

- pour $t \in [0 ; 5\text{ s}]$, $v(t) = 0\times t + 10 \Rightarrow v(t) = 10$ m/s
- pour $t \in [5\text{ s} ; 7\text{ s}]$, $v(t) = -10\times t + 10 \Rightarrow v(t) = -10t + 10$ m/s
- pour $t \in [7\text{ s} ; 12\text{ s}]$, $v(t) = 2\times t - 10 \Rightarrow v(t) = 2t - 10$ m/s

3. Représentation graphique a = g(t) de l'accélération a, avec $t \in [0 ; 12]$ en secondes.



Exercice 3

1. **Donnons les équations horaires du mouvement.**

L'accélération du mobile est constante donc le mouvement est uniformément varié d'où :

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OM_0}$$

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\-3\\0\end{pmatrix}t^2 + \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}t + \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x = t+1\\ y = -\frac{3}{2}t^2 + t + 2\\ z = 0\end{pmatrix}$$

2. **Montrons que le mouvement est plan.**

La coordonnée du vecteur position sur l'axe (Oz) est nulle donc le mouvement se fait dans le plan (Ox, Oy).

3. **Equation de la trajectoire et nature du mouvement.**

$$\begin{cases} x = t + 1 \Rightarrow t = x - 1 \\ y = -\frac{3}{2}(x-1)^2 + (x-1) + 2 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}(x^2 - 2x + 1) + (x-1) + 2 \end{cases}$$

$$y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2} + x + 1 \Rightarrow \underline{y = -\frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2}}$$

L'équation est de la forme $y = ax^2 + bx + c$ donc le mouvement est parabolique.

4. Coordonnées du vecteur vitesse du mobile à chaque instant.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow \vec{v}\begin{pmatrix} \dot{x} = 1 \\ \dot{y} = -3t + 1 \\ \dot{z} = 0 \end{pmatrix}$$

5. a) **Point particulier de la trajectoire où la vitesse du mobile est minimale**

La vitesse du mobile est minimale si $v = v_x = 1$ m/s ; c'est-à-dire que $v_y = 0$

Donc nous sommes au sommet S de la trajectoire.

b) Valeur de la date en ce point

En ce point, $\dot{y}_S = 0 \Rightarrow -3t_S + 1 = 0 \Rightarrow t_S = \frac{1}{3} = 0{,}33$ s.

6. **Déterminons les coordonnées des points où le mobile coupe l'axe (Ox).**

Lorsque le mobile coupe l'axe (Ox), $y = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2} = 0$

On obtient une équation du second degré à résoudre

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right) = 16 - 3 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+\sqrt{15}}{2\times\left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{-4+\sqrt{15}}{-3} = 0{,}04 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{15}}{2\times\left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{4+\sqrt{15}}{3} = 2{,}62 \text{ m}$$

Les points de rencontre avec l'axe (Ox) sont donc **M₁(0,04 ; 0 ; 0)** et **M₂(2,62 ; 0 ; 0)**.

7. **Déterminons l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.**

Le mouvement est accéléré si $\vec{a}.\vec{v} > 0$ et retardé si $\vec{a}.\vec{v} < 0$.

$$\vec{a}.\vec{v} = \ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y} = 0\times 1 + (-3)\times(-3t+1) = 3(3t-1)$$

Le mouvement est donc :

- **accéléré** si $3(3t-1) > 0$ c'est à dire si $t > 0{,}33$ s ;
- **retardé** si $3(3t-1) < 0$ c'est à dire si $t < 0{,}33$ s.

Exercice 4

1- **Donnons l'expression de la vitesse V. Calculons V_o.**

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d(-0{,}6t^2 + 3t)}{dt} = -0{,}6\times 2t + 3 \Rightarrow V(t) = \underline{-1{,}2t + 3}$$

$$\text{à } t = 0,\ V = V_0 = -1{,}2\times 0 + 3 \Rightarrow V_0 = \underline{3 \text{ m/s}}$$

2- **En A la vitesse du mobile s'annule.**

2.1. **Déterminons la date en ce point.**

En A, $V = V_A = 0$ donc $-1{,}2t_A + 3 = 0 \Leftrightarrow 1{,}2t_A = 3 \Rightarrow t_A = \frac{3}{1{,}2} = \underline{2{,}5 \text{ s}}$

2.2. Déduisons l'abscisse curviligne de ce point.

En A, $t_A = 2.5$ s donc $S_A = -0,6 \times (2,5)^2 + 3 \times 2,5 = \underline{3,75\ m}$

3- Déterminons le vecteur-accélération du point M à la date t = 1 s ainsi que sa norme.

Dans la base de Frenet, $a = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$

A t = 1 s on a : $\begin{cases} a_\tau = \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{d(-1,2 \times 1 + 3)}{dt} = \dfrac{d(1,8)}{dt} = 0 \\ a_n = \dfrac{V^2}{R} = \dfrac{1.8^2}{2,7} = 1,2\ m/s^2 \end{cases}$ donc $\vec{a} = \vec{a}_n = 1,2\vec{n}$

Norme : $a = a_n = 1,2\ m/s^2$

4- Déterminons l'équation horaire relative à l'abscisse angulaire θ = f(t).

$\theta = \omega_0 t + \theta_0 = \dfrac{V_0}{R} t + \dfrac{S_0}{R}$

De plus à t = 0 s, $S_0 = -0,6 \cdot (0)^2 + 3 \cdot 0 = 0$ et $V_0 = 3$ m/s

Donc $\theta = \dfrac{3}{2,7} t + \dfrac{0}{2,7} = \underline{1,11\,t}$

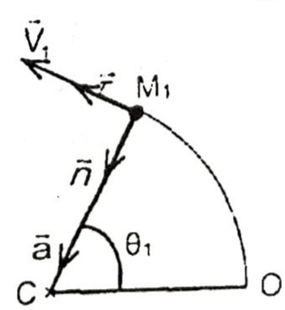
5- Représentons, dans la base de Frenet, les vecteurs vitesse et accélération à la date t = 1 s.

Echelle : 1 cm pour 1 m/s et 2 cm pour 1 m/s².

A t = 1 s, $\vec{V}_1 = (-1,2 \times 1 + 3)\vec{\tau} = 1,8\vec{\tau} \Rightarrow \|\vec{V}_1\| = 1,8$ cm

$\vec{a} = \vec{a}_n = 1,2\vec{n} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 2,4$ cm

$\theta_1 = 1,11 \times 1 = 1,11\,\text{rad}$ ou $\theta_1 = \dfrac{1,11 \times 180}{\pi} = 63,6° \approx 64°$



Exercice 5

1. Equations horaires respectives $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de la voiture et du motard.

   - Pour la voiture

     On a un mouvement rectiligne uniformément varié avec $v_{01} = 0$ car la voiture est au repos à t = 0. De plus $x_{01} = d_1 = -3$ m car la voiture est à 3 m avant le feu (origine).

     $x_1(t) = \dfrac{1}{2} a_1 t^2 + v_{01} t + x_{01} = \dfrac{1}{2} a_1 t^2 - d_1 = \dfrac{1}{2} \times 3t^2 - 3 \Rightarrow x_1(t) = 1,5t^2 - 3$

➤ Pour le motard

On a un mouvement rectiligne uniforme avec $v_2 = 54\ km/h = \dfrac{54}{3,6} = 15\ m/s$.

De plus à $t = 0$, $x_{02} = -\ 27$ m car le motard est à 24 m avant la voiture donc à 24 + 3 = 27 m avant le feu (origine). Donc on a : $x_2(t) = v_2 t + x_{02} \Rightarrow x_2(t) = 15t - 27$

2. **Instants des dépassements et positions de la voiture et du motard à ces instants.**

Il y a dépassement si et seulement si $x_1(t) = x_2(t)$.

$\Rightarrow 1,5t^2 - 3 = 15t - 27 \Rightarrow 1,5t^2 - 15t + 24 = 0$

$\Delta = 15^2 - 4 \times 1,5 \times 24 = 81$

$t_1 = \dfrac{15 - \sqrt{81}}{2 \times 1,5} = 2\ s \Rightarrow x = 15 \times 2 - 27 = 3\ m$

$t_2 = \dfrac{15 + \sqrt{81}}{2 \times 1,5} = 8\ s \Rightarrow x' = 15 \times 8 - 27 = 93\ m$

3. **Vérifions si le motard peut rattraper la voiture en roulant à la vitesse v_2 = 36 km/h.**

Si $v_2 = 36\ km/h = \dfrac{36}{3,6} = 10\ m/s \Rightarrow x'_2(t) = v_2 t + d_2 = 10t - 27$

Il y a dépassement si et seulement si $x_1(t) = x'_2(t)$; ce qui revient à résoudre l'équation :

$1,5t^2 - 3 = 10t - 27 \Rightarrow 1,5t^2 - 10t + 24 = 0$

$\Delta = 10^2 - 4 \times 1,5 \times 24 = -\ 44$

Cette équation n'a pas de solution car Δ est négatif donc ils ne vont pas se rencontrer.

4. **Instant pour lequel la distance qui sépare le motard de la voiture est minimale.**

$\Delta x = x_1 - x'_2 \Rightarrow 1,5t^2 - 3 - (10t - 27) = 1,5t^2 - 10t + 24$

Cette distance est minimale si sa dérivée est nulle c'est-à-dire :

$\Delta\dot{x} = 3t - 10 = 0 \Rightarrow t_{min} = \dfrac{10}{3} = 3,33\ s$

Déduisons cette distance.

$\Delta x_{min} = 1,5t_{min}^2 - 10t_{min} + 24 = 1,5 \times 3,33^2 - 10 \times 3,33 + 24 = 7,33\ m$

Exercice 6

1. **Vitesse atteinte à la fin de la phase d'accélération**

Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré ou varié donc $v = a_1 t + v_0$

A $t = 0$ s, la motocyclette est au repos donc $v_0 = 0$

À la fin de cette phase, $t = \Delta t_1 = 10\ s \Rightarrow v = 1,5 \times 10 + 0 = 15\ m/s$

2. **Distance parcourue pendant son accélération**

Le mouvement étant rectiligne uniformément varié on a : $v^2 - v_0^2 = 2a_1(x - x_0)$

$\Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a_1 d_1 \Rightarrow d_1 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a_1} = \dfrac{15^2 - 0^2}{2 \times 1,5} = 75\ m$

3. **Valeur a_2 de l'accélération au cours de la deuxième phase**

   Lors de cette phase le mouvement est rectiligne uniforme donc $a_2 = 0$.

4. **Distance parcourue pendant qu'elle se déplace à vitesse constante**

   Le mouvement est rectiligne uniforme donc : $x = v_0t + x_0 \Rightarrow x - x_0 = d_2 = v_0t = v_0\Delta t$

   À la fin de la phase d'accélération, $v = 15$ m/s ce qui correspond à la vitesse initiale de la deuxième phase. Donc $d_2 = 15 \times 30 = 450$ m.

5. **Valeur a_3 de l'accélération au cours du freinage.**

   Le mouvement est rectiligne uniformément retardé ou varié donc $v = a_3t + v_0$

   À la fin de la deuxième phase $v = 15$ m/s (mouvement uniforme) ce qui correspond à la vitesse initiale de la phase de freinage.

   A la fin de cette phase, $t = \Delta t_3 = 5$ s et la motocyclette s'immobilise donc $v = v_3 = 0$ m/s.

   $$\Rightarrow v - v_0 = a_3\Delta t \Rightarrow a_3 = \frac{v_3 - v_0}{\Delta t_3} = \frac{0-15}{5} = -3 \text{ m/s}$$

6. **Equation horaire du mouvement au cours du freinage.**

   $$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}(-3)t^2 + 15\times t + 0 \Rightarrow x = -1{,}5t^2 + 15t$$

7. **Distance parcourue au cours du freinage par deux méthodes différentes**

   Le mouvement étant rectiligne uniformément varié on a : $v^2 - v_0^2 = 2a_3(x - x_0)$

   $$\Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2a_3d_3 \Rightarrow d_3 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_3} = \frac{0^2 - 15^2}{2\times(-3)} = 37{,}5 \text{ m}$$

   Autre méthode (utilisation de l'équation horaire) : $d_3 = -1{,}5\times5^2 + 15\times5 = 37{,}5$ m

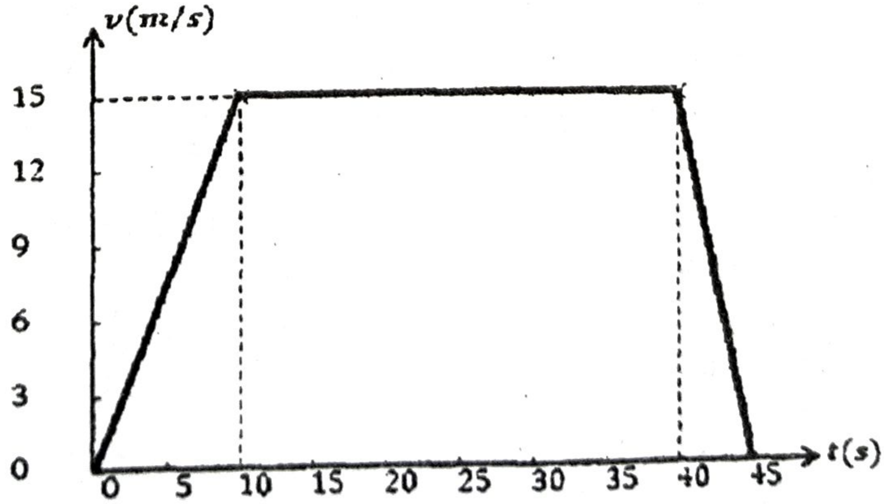
8. **Distance séparant les deux feux rouges**

   $D = d_1 + d_2 + d_3 = 75 + 450 + 37{,}5 = 562{,}5$ m

9. **Tracé du graphique de la vitesse en fonction du temps.**

   Les équations des différentes phases sont :

   - pour $t \in [0 ; 10$ s$]$, $v = 1{,}5t$: phase d'accélération (durée 10 s) ;
   - pour $t \in [10 ; 40$ s$]$, $v = 15$ m/s : deuxième phase (durée 30 s) ;
   - pour $t \in [40 ; 45$ s$]$, $v = -3t + 15$: phase de freinage (durée 5 s).



Exercice 7 (extrait Bac série C session 2007 Cameroun)

1. **Tableau de la vitesse V_G du centre d'inertie du solide aux dates t_i avec $0 \leq i \leq 4$.**

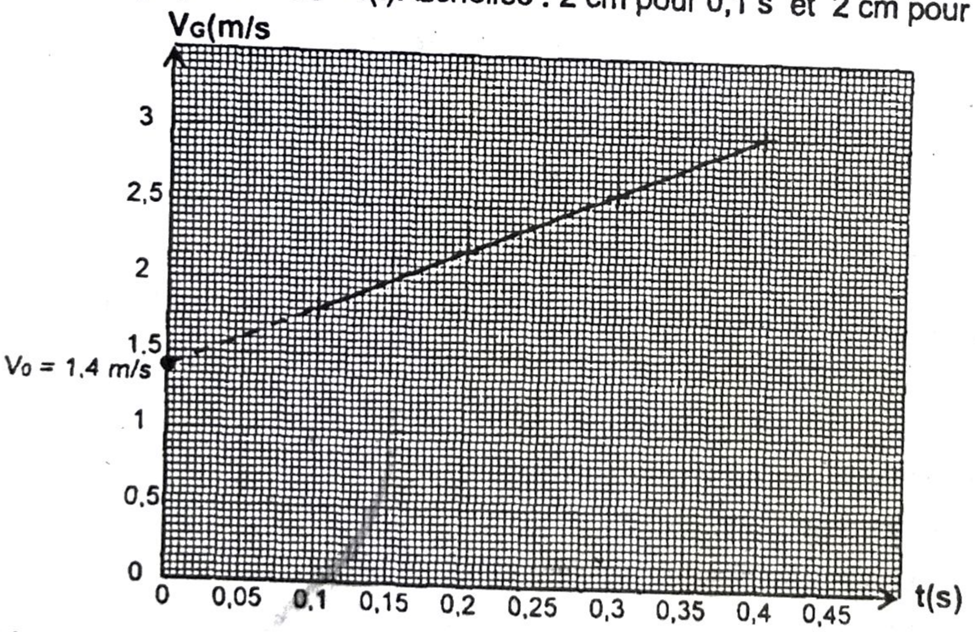
On admettra que : $V_G = \dfrac{d(G_{i-1}, G_{i+1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \Rightarrow V_i = \dfrac{X_{i+1} - X_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

Exemples : $V_1 = \dfrac{X_{1+1} - X_{1-1}}{t_{1+1} - t_{1-1}} = \dfrac{X_2 - X_0}{t_2 - t_0} = \dfrac{(36-0).10^{-2}}{0,2-0} = \underline{1,8\ m/s}$ ou $\underline{180\ cm/s}$

$V_4 = \dfrac{X_{4+1} - X_{4-1}}{t_{4+1} - t_{4-1}} = \dfrac{X_5 - X_3}{t_5 - t_3} = \dfrac{(120-60).10^{-2}}{0,5-0,3} = \underline{3,0\ m/s}$ ou $\underline{300\ cm/s}$

t_i(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
G_i	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
X_i(cm)	0	16	36	60	88	120
V_i(m/s)		1,8	2,2	2,6	3,0	

2. **Tracé du graphe de $V_G = f(t)$. Echelles : 2 cm pour 0,1 s et 2 cm pour 100 $cm.s^{-1}$.**



3. **Déduction de la courbe de :**

   a) **la valeur V_0 de la vitesse qu'a le centre d'inertie du solide au départ ;**

   V_0 est la valeur de la vitesse à la date t = 0 s c'est à dire l'ordonnée à l'origine :

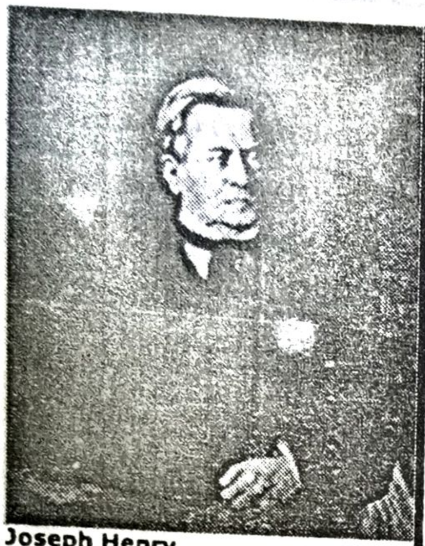
   V_0 = 1,4 m/s (voir la courbe ci-dessus).

   b) **la valeur de l'accélération a_G du centre d'inertie du solide.**

   La courbe est une droite qui passe par l'origine donc l'équation de cette droite est de la forme : $V_G = a_G t + V_0$

   où a_G est la pente ou le coefficient directeur de la droite $V_G = f(t)$

   soit : $a = \dfrac{\Delta V_G}{\Delta t} = \dfrac{2,6-1,8}{0,3-0,1} = \underline{4\ m/s^2}$



AUTO-INDUCTION

Joseph Henry
(né le 17 décembre 1797 à Albany (New York), mort le 13 mai 1878 à Washington)
Physicien Américain

Il découvrit l'auto-induction et le principe de l'induction électromagnétique des courants induits. En 1832, il créa l'unité de mesure d'induction électrique qui fut nommée le henry(H) en son honneur. Henry expérimenta et améliora l'électroaimant, inventé en 1823 par l'Anglais William Sturgeon. Dès 1829, il avait développé des électroaimants d'une grande puissance de levée. En 1831, il fabriqua le premier télégraphe électromagnétique opérationnel. Henry conçut et construisit également l'un des premiers moteurs électriques... Il a effectué de nombreux travaux sur l'électromagnétisme. Il a découvert le courant de rupture. Il a perfectionné l'électroaimant.

Objectifs spécifiques

➢ Appliquer les lois de l'électromagnétisme pour expliquer le phénomène d'auto-induction.

RAPPEL DE COURS

1. Définition

L'auto-induction est l'apparition d'une force électromotrice (f.é.m.) aux bornes d'un circuit traversé par un courant d'intensité variable.

2. Flux propre (T^le C & E uniquement)

On appelle flux propre d'un circuit électrique l'expression notée Φ et définie par : $\Phi = Li$.

- L est appelé inductance en henry (H) ;
- I intensité du courant en ampère (A) ;
- Φ en Weber (Wb).

3. Inductance d'un solénoïde

On appelle inductance d'un solénoïde la constante L définie par : $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$

- L : l'inductance du solénoïde exprimée en henry (H) ;
- N : le nombre de spires ;
- ℓ : la longueur du solénoïde (en m) ;
- S : la surface d'une spire (en m²) : $S = \pi r^2 = \pi \frac{d^2}{4}$ où r est le rayon (en m) et d le diamètre (en m) d'une spire ;
- μ_0 : la perméabilité du milieu ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.).

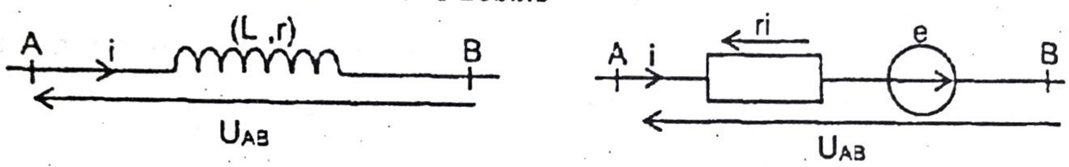
4. Force électromotrice auto-induite

4.1. Définition de la f.é.m. d'auto-induction

Par définition la f.é.m. d'auto-induction dans une bobine d'inductance L est : $e = -L\frac{di}{dt}$

- e : la f.é.m. d'auto-induction en volts (V) ;
- I : l'intensité du courant dans la bobine en ampère (A) ;
- L : l'inductance de la bobine en henry (H).

3.1) Tension aux bornes d'une bobine



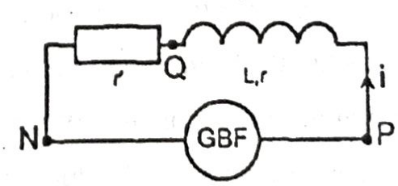
- si $r \neq 0$ (cas d'une bobine réelle) alors $U_{AB} = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$
- si $r = 0$ (cas d'une bobine idéale) alors $U_{AB} = -e = L\frac{di}{dt}$

4.2. Constante de temps d'un dipôle (R,L)

La constante de temps d'un dipôle (R,L) est le quotient $\tau = \frac{L}{R}$. Il est homogène à une durée.

La constante de temps *fourni un ordre* de grandeur de la durée de l'établissement ou de l'annulation du courant dans le dipôle.

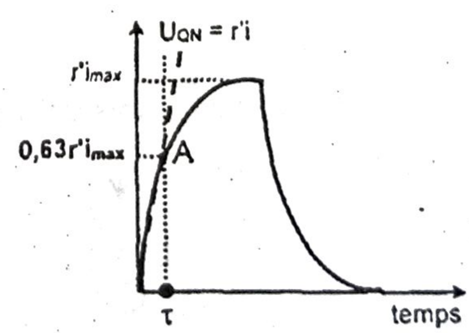
➢ **Comment déterminer la constante de temps τ sur un oscillogramme**



Soit le circuit représenté ci-contre.

La résistance totale du dipôle PN est $R = r + r'$;

sa constante de temps a pour expression : $\tau = \frac{L}{R}$



L'image des variations de l'intensité i du courant est obtenue en réalisant l'oscillogramme de la tension $U_{QN} = r'i$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance r'. on sait qu'à la date τ l'établissement du courant est réalisé à 63% ; il suffit donc de repérer sur l'oscillogramme obtenu l'abscisse du point A d'ordonnée $0{,}63r'i_{max}$.

4.3. Energie emmagasinée dans une bobine idéale

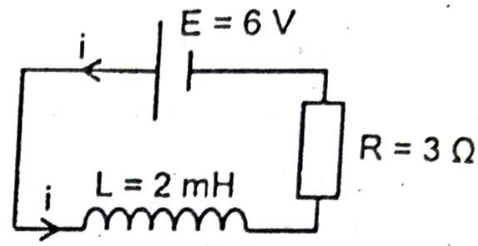
$E = \frac{1}{2}Li^2$ avec

- E : l'énergie emmagasinée en joule (J) ;
- i : l'intensité du courant en ampère (A) ;
- L : l'inductance de la bobine en henry (H).

EXERCICES RESOLUS

Exercice 1

On considère le circuit série ci-contre dans lequel le générateur délivre un courant i constant.

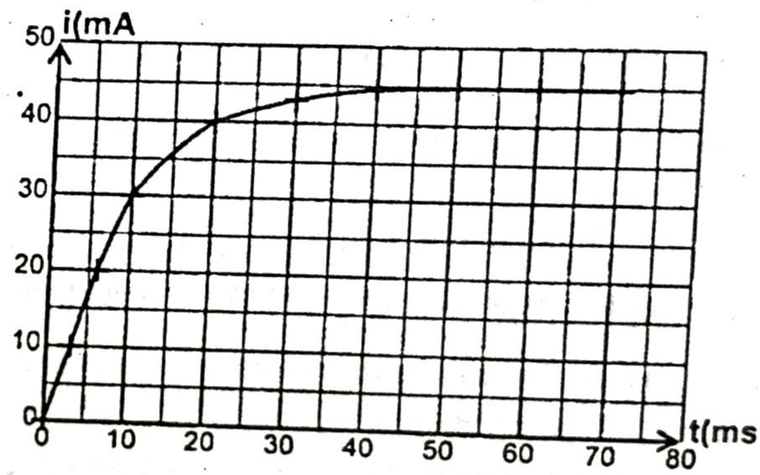


1.) Déterminer l'intensité i du courant dans le circuit.

2.) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine.

Exercice 2

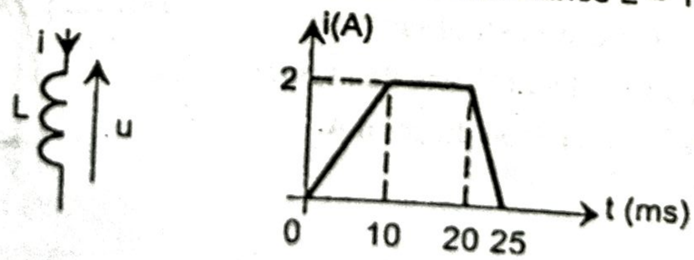
Au cours d'une séance de travaux pratiques, on a enregistré l'intensité au cours de l'établissement du courant dans un circuit (L, R) en fonction du temps t.



1) Faire un schéma d'un montage expérimental qui permettrait de réaliser cette expérience.
2) Tracer la tangente à la courbe à l'instant t = 0.
   En déduire la constante de temps τ du circuit.
3) Indiquer la durée Δt au bout de laquelle l'intensité a atteint 63% de sa valeur maximale. La comparer à la valeur de τ.
4) Le générateur délivrait une tension constante E = 5,10 V lors de cet essai.
   Déterminer la résistance R du circuit.
5) En déduire la valeur de l'inductance L.

Exercice 3

La variation du courant i traversant une bobine idéale d'inductance L = 10 mH est donnée par le graphe suivant :



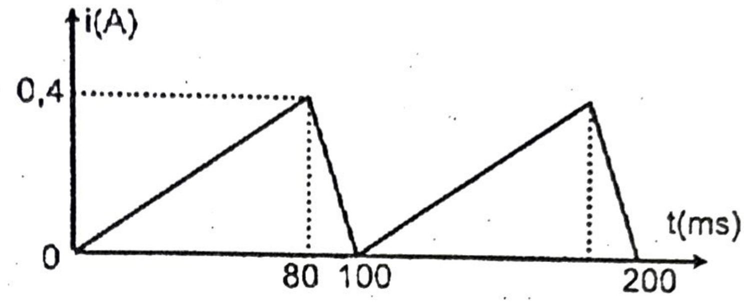
1.) Déterminer l'expression de l'intensité du courant i(t) pour chaque intervalle de temps.

2.) Calculer la valeur de la force électromotrice d'auto-induction e et en déduire celle de la tension u aux bornes de la bobine sur les mêmes intervalles de temps.

3.) Représenter les variations de e(t) et u(t) dans le même repère.
   Echelle : 1 cm pour 5 ms et 1 cm pour 2 V.

Exercice 4

1. Soit une bobine de longueur ℓ = 40 cm, comportant N = 1600 spires de rayon 15 cm. Calculer son inductance L.
2. La bobine est parcourue par un courant d'intensité I = 0,6 A.
   2.1 Donner les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$.
   2.2 Faire un schéma.

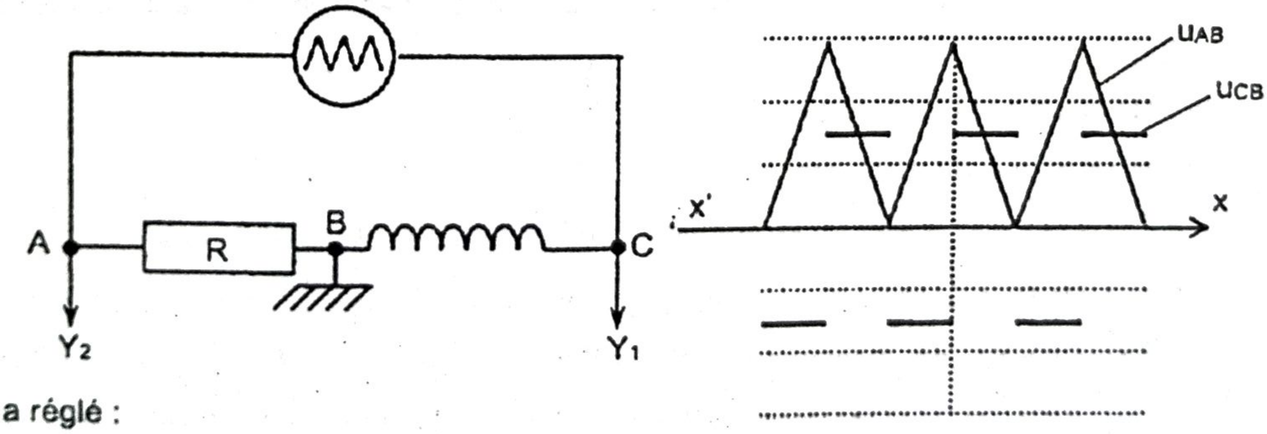


3. La bobine est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps selon la figure ci-dessus. On suppose que l'inductance de la bobine vaut L = 0,6 H.
   3.1 Montrer que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction.
   3.2 Calculer la f.é.m. auto-induite e qui apparait aux bornes de la bobine dans l'intervalle [0 ; 100 ms].
   3.3 En déduire la tension u_{AC} aux bornes de la bobine dans l'intervalle [0 ; 100 ms].
   3.4 Représenter $u_{AC}(t)$ pour t ∈ [0 ; 100 ms]. Echelle : 1 cm ⟶ 3 V et 1 cm ⟶ 20 ms.

Exercice 5

Le montage de la figure ci-dessous représente un circuit qui comporte un conducteur ohmique de résistance R = 1000 Ω et une bobine de résistance négligeable et d'inductance L montés en série. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique d'une part, sur la voie 1, la tension u_{CB} aux bornes de la bobine et d'autre part, sur la voie 2, la tension u_{AB} aux bornes de la résistance.

La figure ci-dessous représente l'image obtenue sur l'écran.



On a réglé :

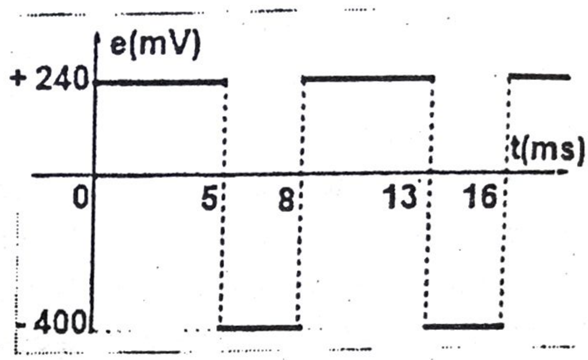
- la base de temps sur la sensibilité 10^{-3} seconde par division ;
- la sensibilité verticale :
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

1) On observe que la tension u_{AB} forme une trace pratiquement triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension u_{CB} sur l'oscillogramme.
2) Calculer l'inductance L de la bobine.
3) Calculer l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1

La f.é.m. d'auto-induction e créée par une bobine d'inductance L = 40 mH, varie au cours du temps selon la loi représentée par la courbe ci-dessous.



1) Exprimer le taux de variation $\frac{di}{dt}$ en fonction de e et L.
2) Calculer $\frac{di}{dt}$ dans chacun des intervalles de temps.
3) Représenter graphiquement i en fonction de t sachant qu'à l'instant t = 5 ms, i = 0.

Exercice 2

1) Un solénoïde de 50 cm de longueur, de 6 cm de diamètre, comporte 1 000 spires. Calculer son inductance L.
2) Quelle est la f.é.m. d'auto-induction qui apparaît dans la bobine lorsque l'intensité du courant qui la traverse a un taux de variation de 200 A.s $^{-1}$?
3) On introduit dans la bobine un noyau de fer doux. Le taux de variation de i est le même. La valeur de la f.é.m. d'induction augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

Exercice 3 (T^{le} C & E uniquement)

Une bobine d'auto-inductance L = 0,1 H est parcourue par un courant d'intensité i(t) = 5cos(100t).

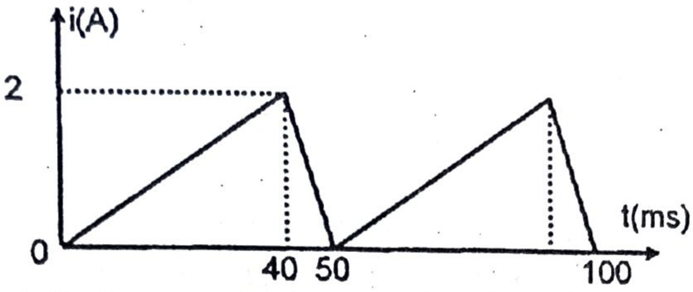
1) Déterminer le flux propre de la bobine.
2) Quelle est la f.é.m. d'induction à ses bornes ?
3) La bobine a une résistance de 100 Ω. Quelle est la tension à ses bornes ?

Exercice 4(extrait Bac D sesion normale 2005 Côte d'Ivoire)

Soit un solénoïde (A, C) de résistance négligeable, de longueur ℓ = 1 m. Il comporte N = 1000 spires circulaires, de rayon r = 5 cm. Le sens de l'orientation pour l'intensité i est choisi de A vers C dans le solénoïde.

1) Il est parcouru par un courant d'intensité i = 5A.
   a) Schématiser l'enroulement du solénoïde.
   b) Donner les caractéristiques du champ magnétique créé dans la région centrale du solénoïde par le passage du courant.
   c) Proposer des expériences permettant de déterminer ces caractéristiques.
   d) Calculer la valeur de L.

2) Ce solénoïde est maintenant parcouru par un courant dont l'intensité i(t) varie avec le temps comme l'indique la figure ci-dessous :



Un phénomène d'auto-induction prend naissance dans le solénoïde dont les bornes A et C sont reliées à un oscilloscope afin de visualiser la tension u_{AC}.

a) Donner l'expression de la f.é.m. e d'auto-induction et celle de la tension u_{AC} au cours des deux phases pour t variant de 0 à 50 ms.

b) Tracer, dans le même repère, la courbe e(t) et celle de u_{AC} (t) visualisées à l'oscilloscope sachant que la base de temps est réglée sur 10 $ms.div^{-1}$ et la sensibilité verticale est de 0,5 $V.div^{-1}$.

Exercice 5

Le montage de la figure 1 représente un circuit qui comporte, montés en série :

- entre les points A et B, un conducteur ohmique de résistance R = 1 000 Ω ;
- entre les points B et C, une bobine de résistance négligeable et d'inductance L.

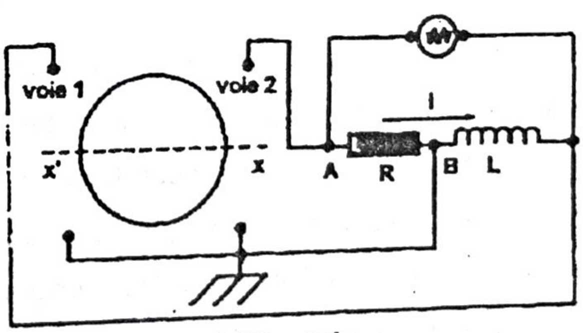


Figure 1

Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

- d'une part, sur la voie 1, la tension U_{CB} aux bornes de la bobine ;
- d'autre part, sur la voie 2, la tension u_{AB} aux bornes de la résistance. La figure 2 représente l'image obtenue sur l'écran.

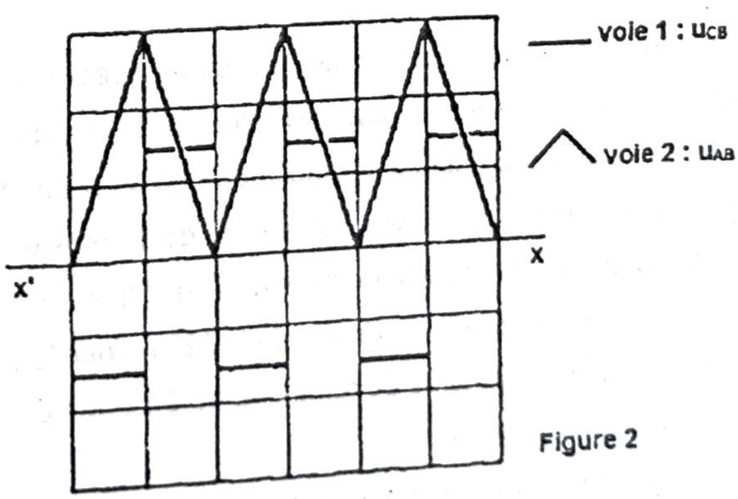


Figure 2

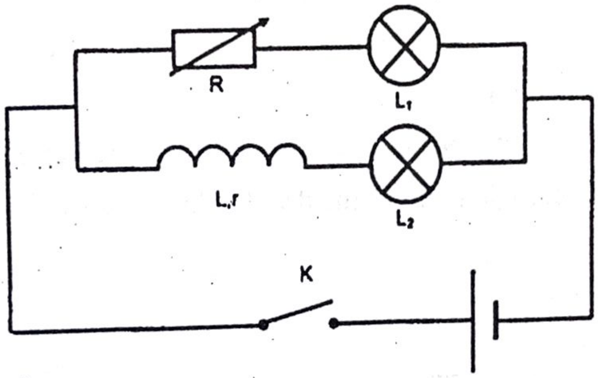
On a réglé :

- la base de temps sur la sensibilité 10^{-3} seconde par division ;
- la sensibilité verticale :
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

1) On observe que la tension forme une trace pratiquement triangulaire.
   Justifier la trace en créneaux observée pour la tension u_{CB} sur la figure 2.
2) Calculer l'inductance L de la bobine.
3) Calculer l'énergie maximale E_M emmagasinée dans la bobine.

Exercice 6 (extrait Bac séries C & E sesion normale 2008 Côte d'Ivoire)

1. Pour étudier un phénomène physique, le professeur d'une classe de Terminale scientifique, réalise le montage dont le schéma est le suivant :



   Les lampes L_1 et L_2 sont identiques. R est une résistance variable dont la valeur doit être égale à r. Le professeur dispose de tout le matériel nécessaire au laboratoire du lycée.
   Expliquer brièvement comment il peut déterminer la résistance interne r d'un solénoïde.
2. Lorsque les réglages sont terminés, R = r = 10 Ω.
   2.1. Qu'observe-t-on à la fermeture de l'interrupteur K ?
   2.2. Quel dipôle en est responsable ? Quel nom donne-t-on au phénomène ainsi mis en évidence ?
3. Le solénoïde (L, r) est monté en série avec un conducteur ohmique de résistance R' = 390 Ω. L'ensemble est alimenté par un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux d'amplitude 3,6 V et de fréquence N = 333 Hz. Un dispositif approprié permet de suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. Le tracé obtenu pendant la demi-période où U_G = 3,6 V est reproduit sur la feuille annexe.
   3.1. On note I_0 la valeur maximale de i. Déterminer I_0 à partir du graphe, puis par calcul.
   3.2. On appelle constante de temps, la durée τ au bout de laquelle l'intensité i atteint 63% de sa valeur maximale.
   Déterminer la constante de temps τ du circuit à partir du graphe.
   3.3. Déterminer l'inductance L_{exp} sachant que $\tau = \dfrac{L}{R'+r}$.

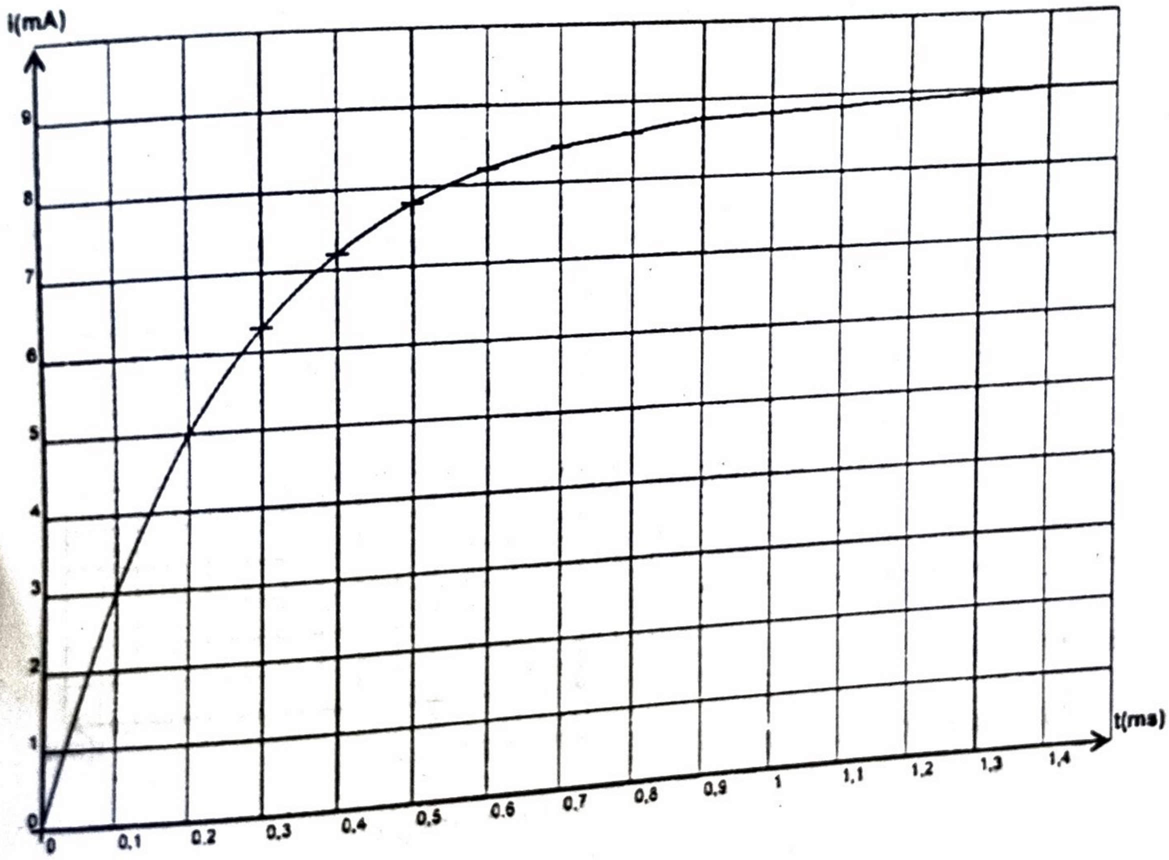
3.4. Les caractéristiques du solénoïde sont les suivantes :

- longueur : ℓ = 20 cm
- rayon : r = 3,5 cm ;
- nombre de spires : N = 2000.

Calculer la valeur de l'inductance L_{th}. Comparer L_{th} et L_{exp}, puis conclure.

On donne $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ unité SI ; $\pi^2 = 10$.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

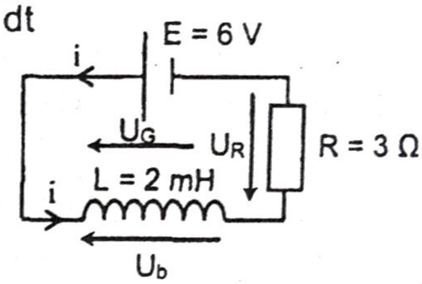


CORRECTION DES EXERCICES RESOLUS

Exercice 1

1.) Déterminons l'intensité i du courant dans le circuit.

D'après la loi des tensions : $U_G = U_R + U_b \Rightarrow E = Ri + L\dfrac{di}{dt}$



or le courant est continu donc i est constant $\Rightarrow \dfrac{di}{dt} = 0$

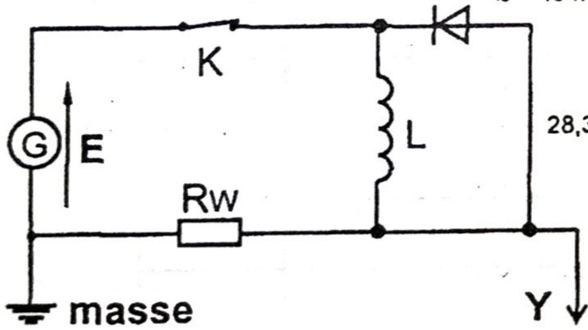
Par conséquent, $E = Ri \Rightarrow i = \dfrac{E}{R} = \dfrac{6}{3} = 2\text{ A}$

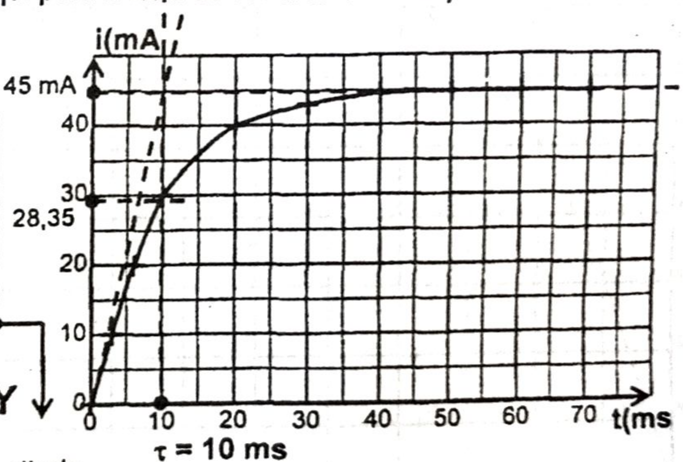
2.) Calculons l'énergie emmagasinée par la bobine.

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\times 2.10^{-3}\times 2^2 = 4.10^{-3}\text{ J}$$

Exercice 2

1) Schéma d'un montage expérimental qui permettrait de réaliser cette expérience





Remarque : Ne pas oublier de placer une diode *pour éviter tout problème de surtension lorsque l'on ouvre l'interrupteur.*

2) **Tracé de la tangente à la courbe à l'instant t = 0 et déduction de la constante de temps.**

La tangente à la courbe à l'instant t = 0, coupe l'asymptote $i_0 = 45$ mA à l'instant τ.

Graphiquement on trouve : *τ = 10 ms (voir figure ci-dessus).*

3) **Durée Δt au bout de laquelle l'intensité a atteint 63% de sa valeur maximale.**

$i_\tau = \dfrac{63}{100}\times i_{max} = \dfrac{63}{100}\times 45 = 28{,}35\text{ mA}$. Pour i = 28,35 mA, on trouve t ≈ 10 ms

Comparaisons à la valeur de τ : Pratiquement, on trouve Δt = τ.

4) **Détermination de la résistance R du circuit.**

Lorsque le courant est établi dans le circuit, l'intensité limite du courant qui circule dans la bobine est égale à : $i_0 = \dfrac{E}{R} \Rightarrow R = \dfrac{E}{i_0} = \dfrac{5{,}1}{45.10^{-3}} = \underline{113{,}33\ \Omega}$

5) **En déduire la valeur de l'inductance L** : la constante de temps du circuit est : $\tau = \dfrac{L}{R}$

d'où L = R.τ. **Application numérique** : L = 113,33×10.10⁻³ = 1,13 H ⇒ **L = 1,13 H.**

Exercice 3

1.) Déterminons l'expression de l'intensité du courant i(t) pour chaque intervalle de temps

- Pour $t \in [0\,;10\,ms]$, $i(t) = kt$ avec $k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2-0}{10.10^{-3}-0} = 200\ A.s^{-1} \Rightarrow \underline{i(t) = 200t}$
- Pour $t \in [10\,ms\,;20\,ms]$, $\underline{i(t) = 2\ A}$
- Pour $t \in [20\,;25\,ms]$, $i(t) = kt + b$ avec $k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2-0}{(20-25)\times 10^{-3}} = -400\ A.s^{-1}$

  à $t = 25$ ms, $i(t) = 0$ donc $-400 \times 25.10^{-3} + b = 0 \Rightarrow b = 10\ A \Rightarrow \underline{i(t) = -400t + 10}$

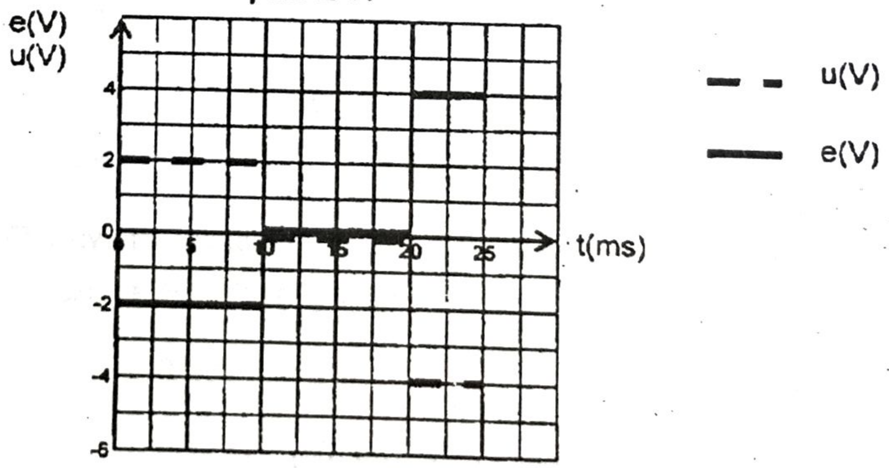
2.) Calculons la valeur de la f.é.m. e et celle de la tension u d'auto-induction

$e = -L\frac{di}{dt}$ et pour une bobine idéale, $r = 0 \Rightarrow u_{AB} = -e = L\frac{di}{dt}$

- Pour $t \in [0\,;10\,ms]$, $e = -L\frac{d(200t)}{dt} = -10.10^{-3} \times 200 \Rightarrow \underline{e = -2\ V}$ et $\underline{u = 2\ V}$
- Pour $t \in [10\,ms\,;20\,ms]$, $e = -L\frac{d(2)}{dt} \Rightarrow \underline{e = 0\ V}$ et $\underline{u = 0\ V}$
- Pour $t \in [20\,ms\,;25\,ms]$, $e = -L\frac{d(-400t+10)}{dt} = -10.10^{-3} \times (-400) \Rightarrow \underline{e = 4\ V}$ et $\underline{u = -4\ V}$

3.) Représentons les variations de e(t) et u(t) dans le même repère.

Echelle :1 cm pour 5 ms et 1 cm pour 2 V.



Exercice 4

1. Inductance de la bobine de longueur $\ell = 40$ cm, de N = 1600 spires et de surface 15 cm².

$$L = \mu_0\frac{N^2}{\ell}S = \mu_0\frac{N^2}{\ell}\pi r^2$$

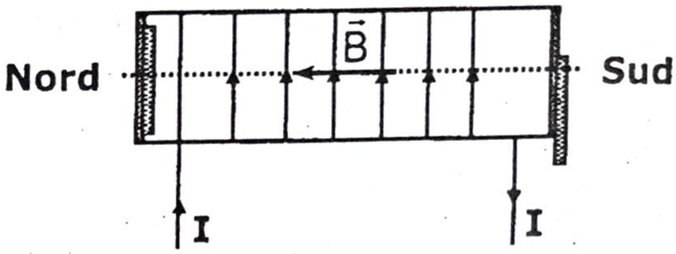
Application numérique : $L = 4 \times \pi.10^{-7} \times \frac{1600^2}{40.10^{-2}} \times \pi \times (15.10^{-2})^2 \approx \underline{0,57\ H}$

2. La bobine est parcourue par un courant I = 0,6 A.

   2.1 Donnons les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$.

   - direction : celle de l'axe de la bobine ;
   - sens : dans le sens SUD-NORD de la bobine ;
   - valeur : $B = \mu_0 nI = \mu_0\frac{N}{\ell}I = 4 \times \pi.10^{-7} \times \frac{1600}{40.10^{-2}} \times 0,6 = \underline{3.10^{-3}\ T}$

2.2 Schéma.



NB : si on change le sens du courant, il faudra également changer le sens du champ magnétique et par conséquent inverser les faces de la bobine.

3. **La bobine est maintenant parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps.**

3.1 **Montrons que la bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction**

La bobine est le siège d'un phénomène d'auto-induction car l'intensité qui la parcourt varie en fonction du temps (elle n'est pas constante).

3.2 **Calculons la f.é.m. auto-induite e aux bornes de la bobine pour t∈ [0 ; 100 ms]**

• pour $t \in [0;80\,\text{ms}]$, $i = kt$ avec $k = \dfrac{\Delta i}{\Delta t} = \dfrac{0,4-0}{(80-0).10^{-3}} = 5\ \text{A/s}$

$$\Rightarrow e = -L\frac{di}{dt} = -L\frac{d(5t)}{dt} = -0,6\times 5 = -3\ \text{V} \Rightarrow \underline{e = -3\ \text{V}}$$

• pour $t \in [80;100\,\text{ms}]$, $i = kt + b$ avec $k = \dfrac{\Delta i}{\Delta t} = \dfrac{0,4-0}{(80-100).10^{-3}} = -20\ \text{A/s}$

$$\Rightarrow e = -L\frac{di}{dt} = -L\times\frac{d(-20t+b)}{dt} = -0,6\times(-20) = 12\ \text{V} \Rightarrow \underline{e = 12\ \text{V}}$$

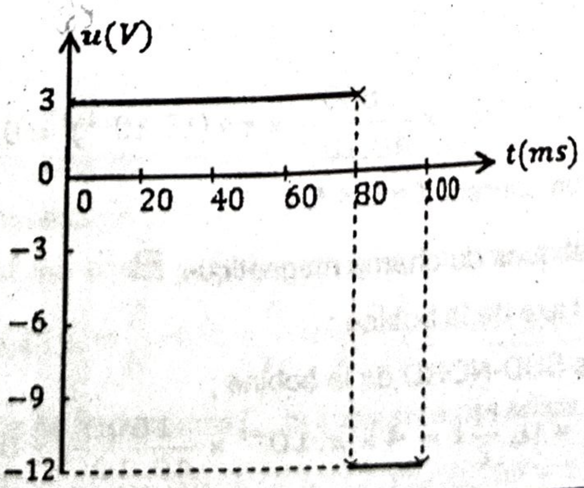
3.3 **Valeur de la tension u_{AC} aux bornes de la bobine dans l'intervalle [0 ; 100 ms].**

La résistance interne r de la bobine étant négligeable on a : $u_{AC} = -e$

- Pour t∈ [0 ; 80 ms], $u_{AC} = 3$ V ;
- Pour t∈ [80 ms ; 100 ms], $u_{AC} = -12$ V.

3.4 **Représentation de $u_{AC}(t)$ pour** $t \in [0;100\,\text{ms}]$.

Échelle : 1 cm pour 20 ms et 1 cm pour 3 V

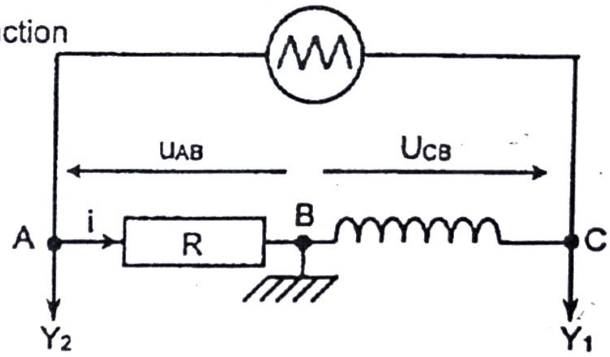


Exercice 5

1) Justifions la trace en créneaux observée pour la tension u_{CB} sur l'oscillogramme.

- Déterminons d'abord la relation entre u_{CB} et u_{AB}

On choisit un sens positif du courant en fonction duquel on exprime les tensions u_{CB} et u_{AB}.



$$u_{CB} = -(-e) = e = -L\frac{di}{dt}$$

$$u_{AB} = Ri \Rightarrow i = \frac{u_{AB}}{R}$$

$$\Rightarrow u_{CB} = -L\frac{d\left(\frac{u_{AB}}{R}\right)}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{du_{AB}}{dt}$$

- Justification de la forme de u_{CB} par rapport u_{AB}

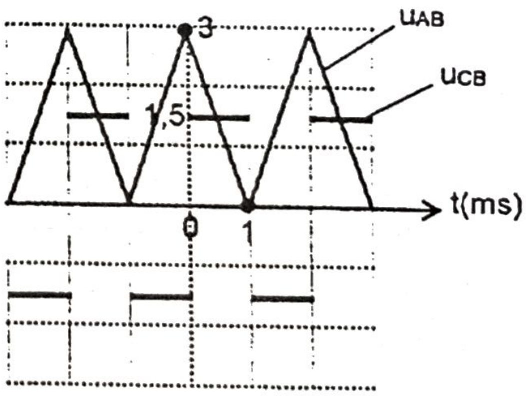
u_{AB} est un signal triangulaire.

On a donc des fonctions affines par intervalles de la forme $u_{AB} = kt + b$

$$\Rightarrow \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{d(kt+b)}{dt} = k \Rightarrow u_{CB} = -\frac{L}{R}k = cste$$

D'où la forme en créneaux ou carrée de u_{CB} observée.

2) Calculons l'inductance L de la bobine.



$$u_{CB} = -\frac{L}{R}k \Rightarrow L = -\frac{Ru_{CB}}{k}$$

Pour $t \in [0 ; 10^{-3}$ s], calculons k et u_{CB} :

➢ $k = \frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t} = \frac{3\times2-0}{0-10^{-3}} = -6.10^3$ V/s ;

➢ $u_{CB} = 1{,}5\times20.10^{-3} = 3.10^{-2}$ V

$$\Rightarrow L = -\frac{1000\times3.10^{-2}}{-6.10^3} = 0{,}005\ H = 5\ mH$$

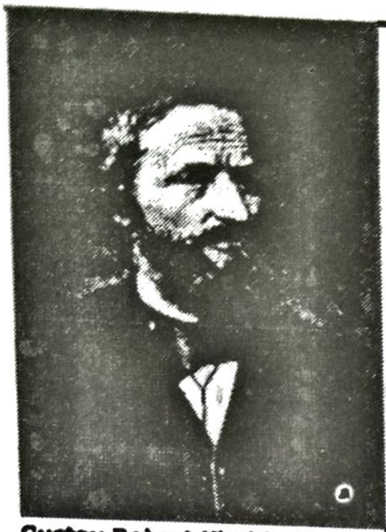
Remarque : entre 0 et 1 ms (10^{-3} s),

- u_{AB} varient de 3 divisions à 0 division donc d'après l'échelle correspondante (échelle de la voie Y_2 : 2 volts par division) u_{AB} varient de $3\times2 = 6$ V à 0 V.
- u_{CB} est constante et est équivalente à 1,5 division donc d'après l'échelle correspondante (échelle de Y_1 : 20 millivolts par division) $u_{CB} = 1{,}5\times20.10^{-3} = 3.10^{-2}$ V.

3) Calculons l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine.

$$\left.\begin{array}{l} E_{max} = \frac{1}{2}Li_{max}^2 \\ i_{max} = \frac{u_{ABmax}}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow E_{max} = \frac{1}{2}L\left(\frac{u_{ABmax}}{R}\right)^2$$

Or $u_{BAMax} = 2\times3 = 6$ V donc $E_{max} = \frac{1}{2}\times5.10^{-3}\times\left(\frac{6}{1000}\right)^2 = 9.10^{-8}$ J



Gustav Robert Kirchhoff
(1824-1887)
Physicien Allemand

MONTAGES DERIVATEUR ET INTEGRATEUR

Il est l'un des plus grands physiciens du XIXe siècle, avec des contributions essentielles à l'électrodynamique, la physique du rayonnement et la théorie mathématique de l'élasticité. Il doit sa célébrité aux lois relatives au courant électrique dans les circuits (loi des mailles et loi des nœuds dites Lois de Kirchhoff), qu'il a établies alors qu'il était encore étudiant.

Objectif spécifique

- Interpréter les résultats des montages dérivateur et intégrateur.

RAPPEL DE COURS

1. Lois de Kirchhoff

Dans un circuit électrique, une **branche** représente un ensemble d'éléments reliés en série et donc traversés par un même courant, un **nœud** correspond au point d'intersection de plusieurs branches, et une **maille** est un ensemble de branches constituant un parcours fermé. Dans un circuit comportant plusieurs branches, on peut alors appliquer les deux lois énoncées par le physicien allemand Gustav Kirchhoff.

- D'après la loi des nœuds, la somme des courants partant d'un nœud est égale à la somme des courants qui y aboutissent.
- D'après la loi des mailles, la somme des tensions le long d'une maille est nulle.

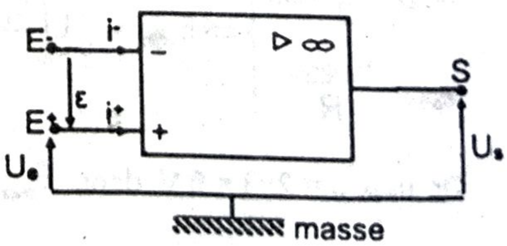
Ces deux lois sont utilisées pour déterminer les intensités ou tensions d'un circuit électrique.

2. Amplificateur opérationnel

2.1. Définition et description

Un amplificateur opérationnel (A.O.) est un circuit intégré qui permet d'amplifier des tensions électriques et de réaliser des opérations mathématiques. Il possède :

- deux entrées (inverseuse E^-, non-inverseuse E^+) avec une ddp ε et des courants d'entrées i^- et i^+,
- une sortie S.



Il est alimenté par les tensions d'entrée U_e et de sortie U_s.

2.2. Quelques propriétés

Pour un A.O idéal (parfait), on retiendra que : $i^+ = i^- = 0$ et $\varepsilon = 0$

En régime linéaire, le gain en tension d'un montage avec un A.O. est le quotient $G = \dfrac{U_s}{U_e}$

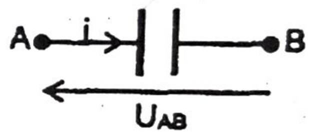
La tension de saturation V_{sat} de l'A.O est telle que $|U_s| < V_{sat}$.

En régime saturé, $U_s = \pm V_{sat}$.

3. Condensateur

3.1. Définition et symbole

Un condensateur est un composant électronique capable d'emmagasiner une charge électrique. Il se compose de deux plaques conductrices ou armatures, séparées par une couche isolante appelée diélectrique. Le diélectrique peut être de l'air(du vide), du verre, du mica etc.



3.2. Capacité

C'est le coefficient de proportionnalité entre la charge Q_A portée par l'une des armatures et la tension U_{AB} aux bornes d'un condensateur.

Il est notée C et est donnée par la relation suivante : $Q_A = CU_{AB}$

- Q_A charge portée par l'armature A en coulomb (C) ;
- C : capacité du condensateur en farad (F) ;
- U_{AB} : tension aux bornes du condensateur en volt (V)

3.3. Charge et décharge

L'intensité du courant électrique traversant un condensateur est proportionnelle à la dérivée de la tension aux bornes de ce condensateur.

Elle est donnée par la relation suivante : $i = \dfrac{dq_A}{dt} = C\dfrac{dU_{AB}}{dt}$

- Lors de la charge, q_A augmente, $\dfrac{dq_A}{dt} > 0$ et $i > 0$
- Lors de la décharge, q_A diminue, $\dfrac{dq_A}{dt} < 0$ et $i < 0$

3.4. Énergie emmagasinée

L'énergie stockée ou emmagasinée par un condensateur est donnée par la relation suivante :

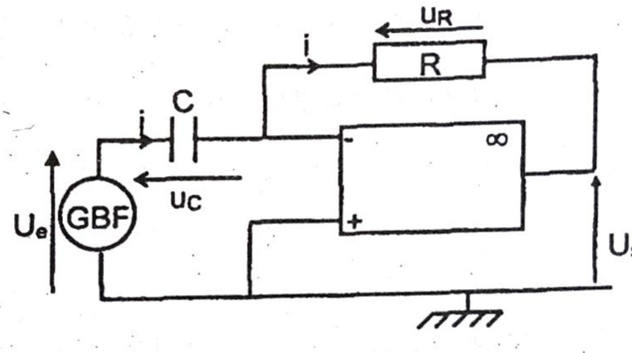
$E_{mc} = \dfrac{1}{2}QU_{AB} = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C} = \dfrac{1}{2}CU_{AB}^2$.

Elle est exprimée en joule (J).

4. Montage dérivateur

La tension de sortie U_s est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée U_e.

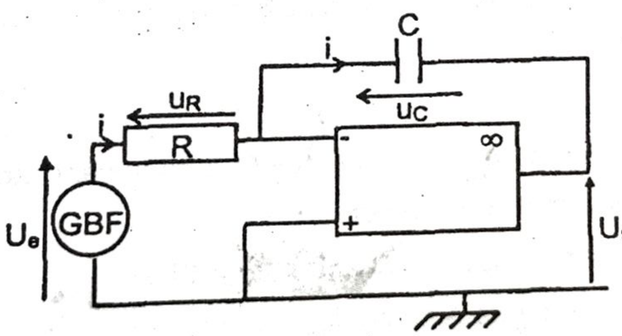
$U_s = -RC\frac{dU_e}{dt}$



5. Montage intégrateur

La tension de sortie U_s est proportionnelle à une intégrale ou une primitive de la tension d'entrée U_e.

$U_s = -\frac{1}{RC}\int_0^t U_e dt$



EXERCICES RESOLUS

Exercice 1(extrait Bac séries C & E session normale 2000 Côte d'Ivoire)

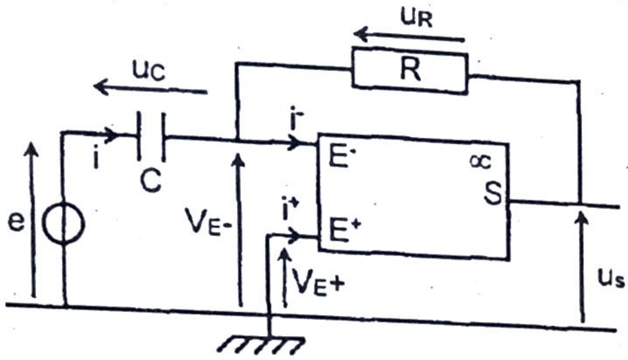


Figure 1

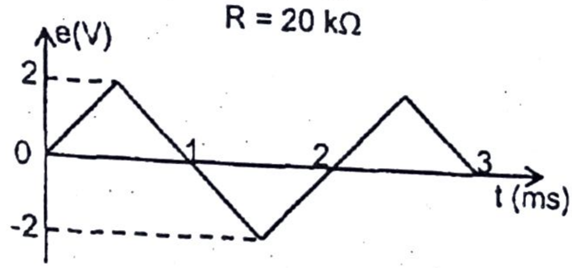


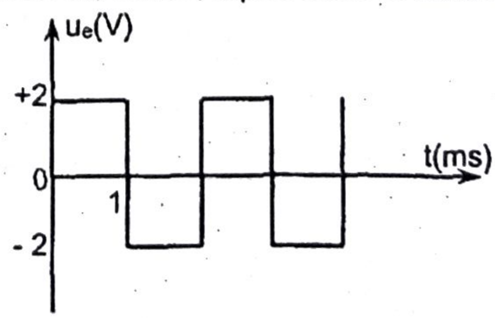
Figure 2

Dans le montage ci-dessus (voir figure 1), l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire : $V_{E^+} = V_{E^-}$ et $i^+ = i^- = 0$.

1. En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions u_C en fonction de e et u_R en fonction de u_S.
2.
   2.1. Exprimer la tension de sortie u_S en fonction de R, C et de la dérivée $\frac{de}{dt}$.
   2.2. De quel type de montage s'agit-il ? Justifier votre réponse.
3. La tension d'entrée e(t) est une tension « en dents de scie » dont les caractéristiques sont portées sur le graphe ci-dessus (voir figure 2).
   3.1. Déterminer la période T et la fréquence de ce signal.
   3.2. Exprimer le signal de sortie $u_S(t)$.
   3.3. Représenter sur le même graphe e(t) et $u_S(t)$. Échelle : 1 cm → 0,5 ms ; 1 cm → 1 V

Exercice 2

On applique à un montage intégrateur une tension d'entrée u_e, carrée, représentée ci-contre.



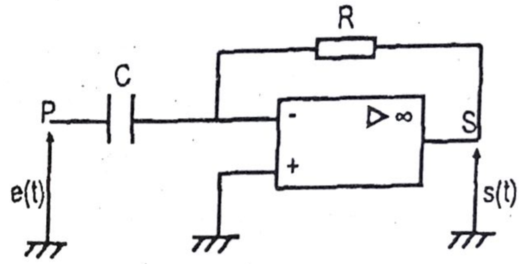
1. Faire le schéma du montage.
2. Quelles sont l'amplitude U_{emax}, la période T et la fréquence N de u_e ?
3. On obtient à la sortie une tension triangulaire u_S.
   3.1. Etablir la relation entre u_e, R, C et $\frac{du_s}{dt}$.
   3.2. En déduire l'expression de u_S pour $t \in \left[0 ; \frac{T}{2}\right]$, sachant qu'à t = 0, $u_S = 0$.
4. On donne R = 4 kΩ.
   4.1. Pour quelle valeur de t, u_S prend-elle pour la première fois, sa valeur minimale ?
   4.2. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur pour que cette valeur minimale soit égale à − 10 V.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

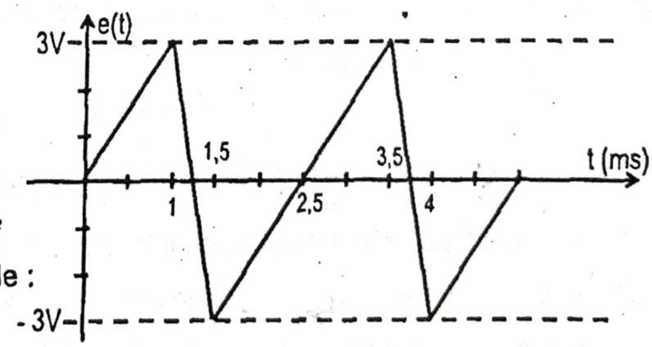
Exercice 1 (extrait Bac Blanc série D avril 2012 EMPT Bingerville Côte d'Ivoire)

Dans le montage de la figure ci-contre, l'amplificateur opérationnel (AO) est parfait et il fonctionne en régime linéaire. Ses tensions de saturation $\pm V_{sat}$ sont égales à $\pm 13V$.

On donne : C = 50 nF et R = 20 KΩ.



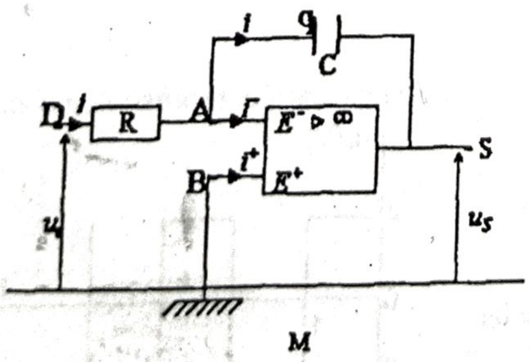
1. Établir de façon littérale, la tension de sortie s(t) en fonction de R, C et de la dérivée par rapport au temps de e(t). De quel type de montage s'agit-il ?
2. La tension d'entrée e(t) est la tension en dent de scie représentée ci-dessous. En déduire :
   - la période T et la fréquence N de ce signal,
   - la forme du signal de sortie s(t).

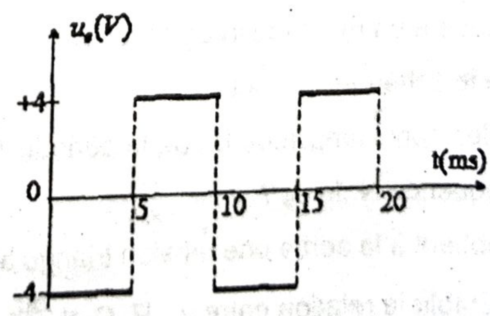


3. Représenter ces signaux sur une feuille de papier millimétré en adoptant l'échelle :
   - en abscisse : 1 cm pour 0,5 ms
   - en ordonnée : 1 cm pour 1 Volt

Exercice 2

On considère le montage intégrateur de la figure 1. On donne : C = 0,1 μF ; R = 40 kΩ.





1) Exprimer la tension de sortie u_S en fonction de la tension d'entrée u_e.
2) On applique à l'entrée, la tension u_e, d'amplitude U et de profil représenté à la figure 2.
   2.1. Déterminer la période et la fréquence de la tension d'entrée u_e.
   2.2. Déterminer les variations de $u_S(t)$ si le condensateur est initialement déchargé.
   2.3. Représenter $u_S(t)$. Échelle : 1 cm ↔ 5 ms ; 1 cm ↔ 2,5 V.

CORRECTION DES EXERCICES RESOLUS

Exercice 1(extrait Bac séries C & E session normale 2000 Côte d'Ivoire)

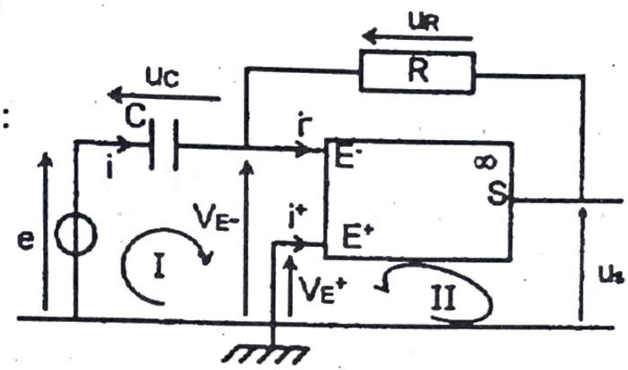
1. **Expression des tensions u_C en fonction de e et u_R en fonction de u_S.**

D'après la loi des mailles dans I on a :

$e - u_C = 0 \Rightarrow e = u_C$

D'après la loi des mailles dans II on a :

$u_S + u_R = 0 \Rightarrow u_S = -u_R$



2.

2.1. Expression de u_S en fonction de R, C et de la dérivée $\frac{de}{dt}$

➢ $e = u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = Ce$ Or $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Ce)}{dt} = C\frac{de}{dt}$ (1)

➢ $u_S = -u_R = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_s}{R}$ (2)

Les relations (1) et (2) donnent : $-\frac{u_s}{R} = C\frac{de}{dt} \Rightarrow u_s = -RC\frac{de}{dt}$

2.2. Nom du montage

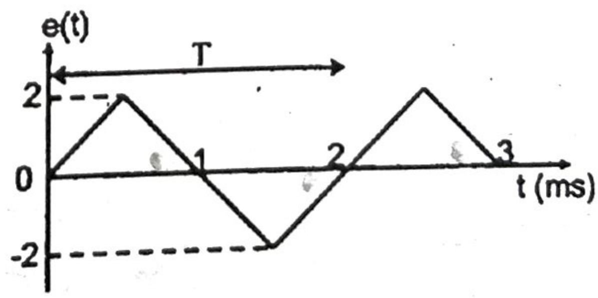
D'après la relation entre les tensions u_S et e on peut dire que c'est un montage dérivateur.

3. **La tension d'entrée e(t) est une tension « en dents de scie »**

3.1. Période T et fréquence de ce signal

➢ **la période** : c'est le temps mis pour faire un tour complet d'une oscillation ; donc d'après la courbe,

$T = 2\text{ ms} = 2.10^{-3}\text{ s}$



➢ **la fréquence** : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500\text{ Hz}$

3.2. Expression du signal de sortie $u_S(t)$.

•Pour $t \in [0; 0{,}5\text{ ms}]$, $e = at$ avec $a = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{2-0}{0{,}5.10^{-3}-0} = 4.10^3\text{ V.s}^{-1}$

$\Rightarrow e = 4.10^3 t$ or $u_s = -RC\frac{de}{dt} \Rightarrow u_s = -20.10^3 \times 50\times10^{-9} \times \frac{d(4.10^3 t)}{dt}$

$\Rightarrow u_s = -50\times10^{-9}\times20.10^3\times4.10^3 = -4\text{ V}$

•Pour $t \in [0{,}5\text{ ms} ; 1{,}5\text{ ms}]$, $e = ct + d$ avec $c = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{2-(-2)}{(0{,}5-1{,}5).10^{-3}} = -4.10^{3}\text{ V.s}^{-1}$

à $t = 2$ ms, $e = 0\text{ V} \Rightarrow d = 4.10^{3} \times 2.10^{-3} = 8\text{ V} \Rightarrow e = -4.10^{3}t + 8$

or $u_S = -RC\frac{de}{dt} \Rightarrow u_S = -50\times10^{-9}\times20.10^{3}\times\frac{d(-4.10^{3}t+8)}{dt}$

$\Rightarrow u_S = 50\times10^{-9}\times20.10^{3}\times4.10^{3} = 4\text{ V}$

•Pour $t \in [1{,}5\text{ ms} ; 2\text{ ms}]$, $e = c't + d'$ avec $c' = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{0-(-2)}{(2-1{,}5).10^{-3}} = 4.10^{3}\text{ V.s}^{-1}$

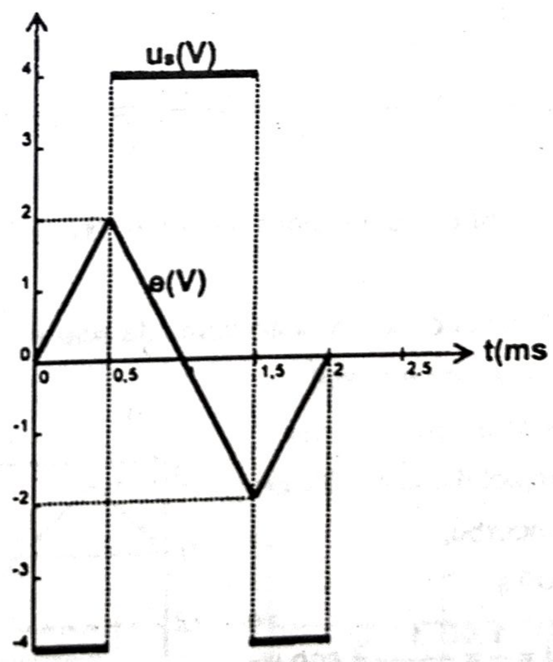
à $t = 2$ ms, $e = 0\text{ V} \Rightarrow d = -4.10^{3} \times 2.10^{-3} = -8\text{ V} \Rightarrow e = 4.10^{3}t - 8$

or $u_S = -RC\frac{de}{dt} \Rightarrow u_S = -50\times10^{-9}\times20.10^{3}\times\frac{d(4.10^{3}t-8)}{dt}$

$\Rightarrow u_S = -50\times10^{-9}\times20.10^{3}\times4.10^{3} = -4\text{ V}$

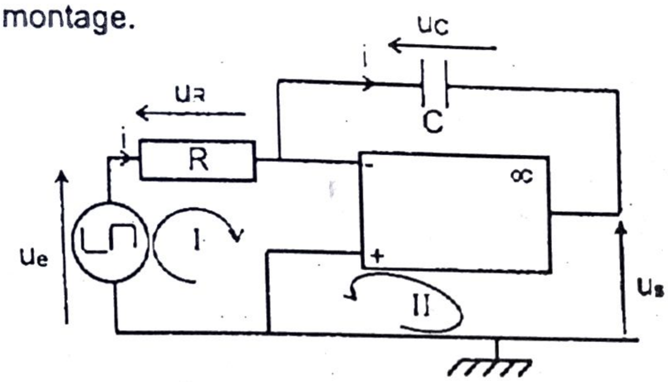
3.3. Représentation sur le même graphe de e(t) et us(t).

Échelle : 1 cm ⟶ 0,5 ms ; 1 cm ⟶ 1 V.

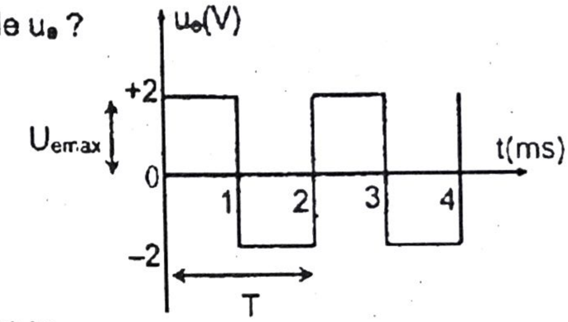


Exercice 2

1. Schéma du montage.



2. Amplitude U_{emax}, période T et fréquence N de u_e ?



- amplitude : $U_{emax} = 2$ V
- période : $T = 2$ ms $= 2.10^{-3}$ s
- fréquence : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500\ \text{Hz}$

3. On obtient à la sortie une tension triangulaire u_S.

3.1. Relation entre u_e, R, C et $\frac{du_s}{dt}$.

D'après la loi des mailles dans I on a : $u_e - u_R = 0 \Rightarrow u_e = u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_e}{R}$ (1)

D'après la loi des mailles dans II on a : $u_s + u_C = 0 \Rightarrow u_s = -u_C = -\frac{q}{C} \Rightarrow q = -Cu_s$

Or $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(-Cu_s)}{dt} = -C\frac{du_s}{dt}$ (2)

Les relations (1) et (2) donnent : $-C\frac{du_s}{dt} = \frac{u_e}{R} \Rightarrow \frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC}$

3.2. Expression de u_S pour $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$, sachant qu'à $t = 0$, $u_S = 0$.

Pour $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$, $u_e = +2$ V = constante.

$\Rightarrow \frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC} \Rightarrow u_s = -\frac{1}{RC}\int u_e dt = -\frac{2}{RC}\int dt = -\frac{2}{RC}t + b$

En plus, à $t = 0$, $u_s = 0 \Rightarrow u_s = 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$ d'où $u_S = -\frac{2}{RC}t$

4. On donne R = 4 kΩ.

4.1. Valeur de t, pour que u_S prenne pour la première fois, sa valeur minimale.

La première valeur minimale de u_S est $u_S = -\frac{2}{RC}$; en ce moment t = 1 ms.

4.2. Capacité C du condensateur pour que cette valeur minimale soit égale à – 10 V.

$u_S = -\frac{2}{RC} \Rightarrow C = -\frac{2}{Ru_S} = -\frac{2}{4.10^3 \times (-10)} \Rightarrow C = 5.10^{-5}\ \text{F}.$

André-Marie Ampère
(1775-1836),
Physicien et Chimiste français

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

Il fit d'importantes découvertes dans le domaine de l'électromagnétisme. Il en édifia les fondements théoriques et découvrit les bases de l'électronique de la matière. Il est également l'inventeur de nombreux dispositifs et appareils tels que le solénoïde, le télégraphe électrique et l'électroaimant. Ampère est considéré comme le précurseur de la mathématisation de la physique, et comme l'un des derniers savants universels. Créateur du vocabulaire de l'électricité (il inventa les termes de courant et de tension), son nom a été donné à l'unité internationale de l'intensité du courant électrique : l'ampère (A). En 1820, il étudie la relation entre magnétisme et électricité. Il découvre que la direction dans laquelle se déplace l'aiguille d'une boussole dépend de la direction du courant électrique qui circule à proximité et en déduit la règle dite du « bonhomme d'Ampère ».

Objectif spécifique

- Etablir l'équation différentielle, sa solution et les caractéristiques d'un circuit LC donné

RAPPEL DE COURS

1. Caractéristiques d'un condensateur

1.1. Charge et décharge

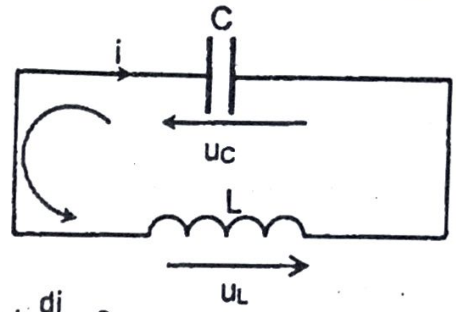
- Lors de la charge de l'énergie électrique est "transférée" du générateur au condensateur sous forme de déplacement d'électrons d'une armature à une autre. La tension U aux bornes du condensateur croît jusqu'à devenir égale à celle aux bornes du générateur. L'intensité i du courant décroît jusqu'à s'annuler.
- Lors de la décharge le condensateur restitue l'énergie précédemment stockée sous forme de déplacement d'électrons. La tension U aux bornes du condensateur et la valeur de l'intensité i décroissent jusqu'à s'annuler.

1.2. Quantité d'électricité ou charge électrique

La quantité d'électricité emmagasinée par un condensateur chargé par un courant électrique continu (constant) d'intensité I est donnée par la relation : $Q = I \times \Delta t$

- Q : quantité d'électricité ou charge en coulomb (C) ;
- Δt : durée de la charge en seconde (s) ;
- I : intensité du courant électrique en ampère (A).

2. Equation différentielle



- La tension aux bornes du Condensateur est : $u_C = \frac{q}{C}$
- La tension aux bornes de la bobine est : $u_L = L\frac{di}{dt}$

D'après la loi des mailles : $u_C(t) + u_L(t) = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$

or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ donc $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ ou $\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$

3. Solution de l'équation différentielle

La solution de l'équation différentielle de variable q d'un circuit LC est de la forme :

$q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

- Q_m : amplitude des oscillations ou charge maximale exprimée en coulomb (C) ;
- φ : phase à l'origine des temps. Elle s'exprime en radian (rad) ;
- ω_0 : pulsation propre en $rad.s^{-1}$;

4. Grandeurs caractéristiques

- **Pulsation propre :** $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ exprimée en $rad.s^{-1}$;

  L : l'inductance de la bobine exprimée en henry (H) ;

  C : la capacité du condensateur exprimée en farad (F).
- **Période propre :** $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$; T_0 exprimée en seconde (S).
- **Fréquence propre :** $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$; N_0 exprimée en hertz (Hz).

5. Etude énergétique

5.1. Energie électrique emmagasinée dans un condensateur

$E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}qu$.

Sa valeur maximale est : $E_{Cmax} = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}Q_mU_m$

5.2. Energie magnétique emmagasinée dans une bobine

$E_L = \frac{1}{2}Li^2$. Sa valeur maximale est : $E_{Lmax} = \frac{1}{2}LI_m^2$

5.3. Energie totale emmagasinée dans un circuit oscillant non amorti

$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2}LI_m^2 = \text{Constante}$

5.4. Circuit oscillant amorti

L'énergie totale d'un circuit oscillant amorti n'est pas constante, elle diminue progressivement. Toute fois la perte de l'énergie peut-être compensée par un dispositif d'entretien qui fournit au circuit l'énergie qu'il a perdue.

6. Analogie entre grandeurs mécaniques et grandeurs électriques

SYSTEME		OSILLATEUR MECANIQUE	CIRCUIT OSCILLANT LC
Non amorti	Equation différentielle	$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
	Pulsation propre	$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
	Equation de l'oscillation	$x = X_m\cos(\omega_o t + \varphi)$	$q = Q_m\cos(\omega_o t + \varphi)$
	Energie mécanique à l'instant t	$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ E_m = cste	$E_T = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ E_T = cste
	Autres expression de l'énergie d'oscillation	Energie cinétique maximale : $E_{Cmax} = \frac{1}{2}mV_m^2$ Energie potentielle élastique maximale : $E_{Pmax} = \frac{1}{2}kX_m^2$	Energie magnétique maximale de la bobine : $E_{Lmax} = \frac{1}{2}LI_m^2$ Energie électrique maximale condensateur : $E_{Cmax} = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}$
Analogies entre grandeurs mécanique et électriques		m (masse)	L (inductance)
		k(constante de raideur)	$\frac{1}{C}$, C(capacité)
		x(élongation)	q(charge électrique)
		$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = v$ (vitesse)	$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = i$ (intensité)
		F = kx (force)	$u = \frac{q}{C}$ (tension)
		$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a$ (accélération)	$\ddot{q} = \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ (dérivée de i)

EXERCICES RESOLUS

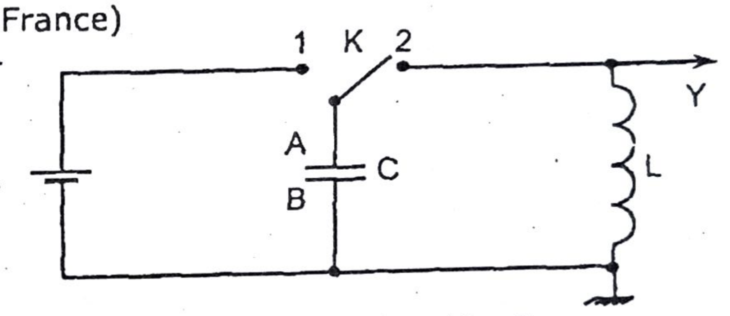
Exercice 1

Un condensateur de capacité $C = 200$ nF, préalablement chargé sous la tension continue $U_0 = 20$ V, se décharge à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. On observe des oscillations électriques de période : $T_0 = 1,26$ ms.

1) Calculer la valeur de l'inductance L.
2) La période propre T_o du circuit dépend-elle de la valeur U_o de la tension de charge ?

Exercice 2(extrait Examen Juin 2000 France)

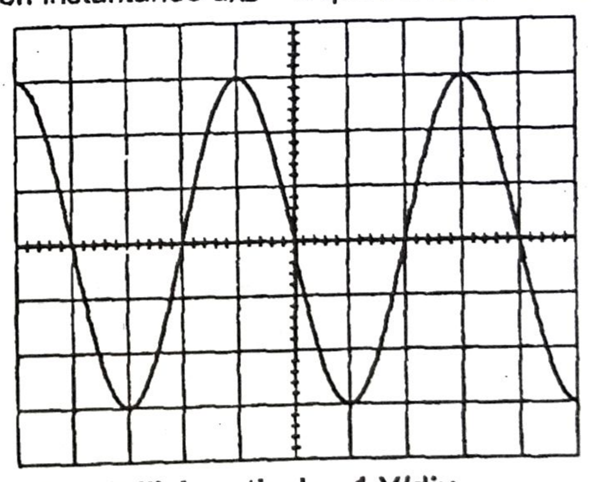
Un circuit est constitué par un condensateur de capacité $C = 1,0$ µF et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Le condensateur est chargé sous une tension $U_{AB} = U_1 = 3$ V, l'interrupteur K



étant en position 1. Il est ensuite relié à la bobine lorsque K est placé en position 2.

On étudie l'évolution, au cours du temps, de la tension instantanée $u_{AB} = u$ que l'on observe sur la voie Y de l'oscilloscope.

1) Établir l'équation différentielle du circuit oscillant LC vérifiée par la charge q(t).
2) Proposer une solution de l'équation différentielle et la vérifier. En déduire l'expression de ω_0.
3) Déduire de l'oscillogramme représenté ci-contre,
   a) la période propre des oscillations ;
   b) la pulsation propre des oscillations ;
   c) la fréquence propre des oscillations ;
   d) la valeur de l'inductance L de la bobine ;
   e) la valeur maximale de l'intensité du courant dans le circuit.



Sensibilité verticale : 1 V/div
Sensibilité horizontale : 0,5 ms/div

Exercice 3

Un circuit (L, C) est caractérisé par : $L = 0,2$ H ; $\omega_0 = 500$ rad.s^{-1}.

1) Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.
2) À l'instant $t = 0$, la charge q portée par l'armature A vaut $q_0 = 4.10^{-3}$ C et l'intensité $i = 0$.
   a) Déterminer l'expression numérique pour la charge q(t).
   b) Déduire l'expression numérique de l'intensité i(t) du courant.
   c) Déterminer l'expression numérique des tensions $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et $u_L(t)$ aux bornes de la bobine.

Exercice 4(extrait Examen Septembre 2004 France)

On considère le circuit électrique fermé comprenant un condensateur AB de capacité C et une bobine d'inductance $L = 40$ mH et de résistance négligeable. La tension aux bornes du condensateur a pour expression $u_{AB} = 2\cos(5000t)$ [u_{AB} en V, t en s]

1) Donner l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur et la pulsation propre.
2) Calculer la capacité C du condensateur.
3) Etablir successivement les expressions de la charge q(t) portée par l'armature A du condensateur et de l'intensité i(t) du courant circulant dans le circuit.
   Indiquer le sens positif de i sur un schéma électrique.
4) Démontrer que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante. Calculer sa valeur numérique. En déduire la valeur de la tension u_{AB} au moment où l'intensité du courant vaut $i = 8$ mA.
5) Que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable ?

Exercice 5 (extrait Bac D Troisième Session 2004 Côte d'Ivoire)

On place une bobine d'inductance L et de résistance négligeable entre les points A et B d'un circuit électrique parcouru par un courant d'intensité i.

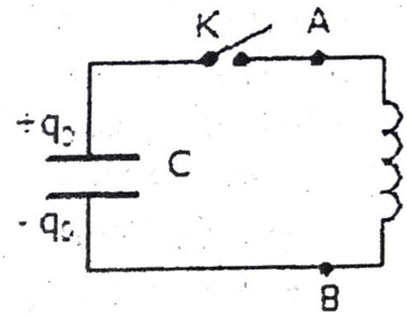
1) Cette bobine emmagasine une énergie $E = 3.10^{-3}$ J, lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité $I = 0,1$ A.
   1.1. Calculer l'inductance de la bobine.
   1.2. Un condensateur de capacité C soumis à une tension $U = 10$ V peut stocker la même énergie.
      1.2.1) Calculer la capacité C de ce condensateur.
      1.2.2) Calculer sa charge maximale Q_m.
2) Le condensateur chargé est relié à la bobine selon le schéma ci-dessous :
   2.1. Donner les expressions de la tension :
   - u_C aux bornes du condensateur ;
   - u_L aux bornes de la bobine.

   2.2. Déterminer l'équation différentielle du circuit oscillant.
   2.3. En déduire la pulsation propre ω_0.
   2.4. Déterminer l'expression de la charge en fonction du temps, sachant qu'à la date $t = 0$, la charge du condensateur est maximale.
   2.5. Calculer la charge du condensateur aux dates suivantes :
   $t = 0$; $t = \frac{T}{4}$; $t = \frac{T}{2}$; $t = \frac{3T}{4}$ et $t = T$
   avec $q = Q_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ (T est la période des oscillations électriques)
   2.6. Donner l'allure de la fonction q(t).

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1 : (extrait Bac série E session Juin 2009 Cameroun)

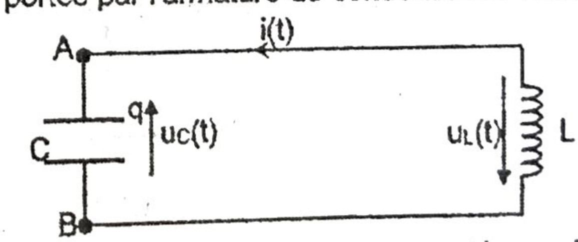
Le montage ci-contre comprend un condensateur chargé, de capacité $C = 1,0\ \mu F$; une bobine (B) d'inductance $L = 0,25\ H$, et un interrupteur de résistance négligeable. L'interrupteur est fermé à la date $t = 0$. On note respectivement i et q, l'intensité du courant dans le circuit et la charge du condensateur à une date ultérieure t quelconque.



1. La bobine a une résistance r négligeable ($r = 0$).
   1.1. Établir l'équation différentielle reliant la charge instantanée q du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps.
   1.2. Donner l'expression de la période propre T_0 des oscillations puis calculer sa valeur.
   1.3. Représenter pour $0 \leq t \leq 2T_0$, l'allure de la courbe donnant les variations de q en fonction du temps.
2. La bobine a une résistance r faible. Représenter sur le même graphique que précédemment, l'allure de la courbe donnant les variations de q en fonction du temps.

Exercice 2 (extrait Bac D session normale 2008 Côte d'Ivoire)

Le montage ci-dessous comprend : un condensateur de capacité $C = 0,1\ \mu F$; une bobine d'inductance $L = 1,0\ H$ et de résistance négligeable. A la date $t = 0$, le condensateur, initialement chargé sous une tension $U_0 = 12\ V$, est connecté à la bobine. On note i(t) l'intensité algébrique du courant à l'instant t et q(t) la charge portée par l'armature du condensateur reliée au point A.



1. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur en fin de charge.
2.
   2.1. Établir l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ du circuit, où q est la charge portée par A
   2.2. Vérifier que la solution de l'équation différentielle est de la forme :
   $$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi\right).$$
   2.3. Déterminer Q_m et φ.
   2.4. Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 du circuit.
3. On se propose maintenant d'étudier l'évolution des énergies emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine au cours du temps.
   3.1. Déterminer les expressions en fonction du temps de :
      3.1.1. l'intensité i(t) du courant électrique ;
      3.1.2. l'énergie $E_C(t)$ emmagasinée dans le condensateur ;
      3.1.3. l'énergie $E_L(t)$ emmagasinée dans la bobine.
   3.2. Montrer qu'à chaque instant l'énergie totale E est conservée.

Exercice 3

1. Un condensateur de capacité C_1 est chargé sous une tension constante U_1 (fig. 1).
   Calculer la charge Q_1 portée par l'armature A ainsi que l'énergie emmagasinée E_1.
   Application numérique : $C_1 = 10^{-6}$ F; $U_1 = 40$ V.
2. Le condensateur C_1, chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'inductance L. La résistance du circuit est négligeable (fig. 2).
   A la date $t = 0$ on ferme l'interrupteur K. Un oscillographe permet de visualiser la tension u(t) aux bornes de la bobine. On obtient la courbe représentée (fig. 3).
   2.1. Soit q(t) la charge portée par l'armature A à la date t. L'intensité i(t) est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma.
      2.1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).
      2.1.2. En déduire l'expression littérale de la tension u(t).
      2.1.3. Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.
   2.2. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.
   2.3. Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie emmagasinée dans le condensateur, dans la bobine et de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit. Comparer à la valeur E_1. Conclure.

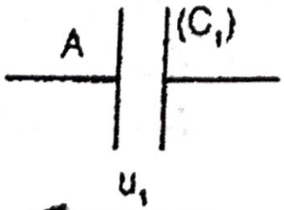


FIG.1

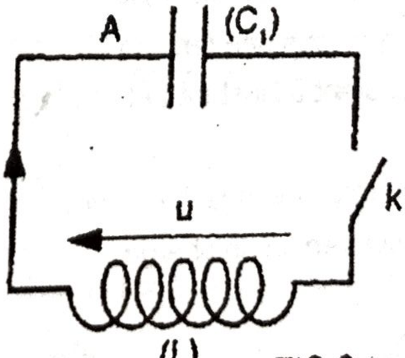


FIG.2

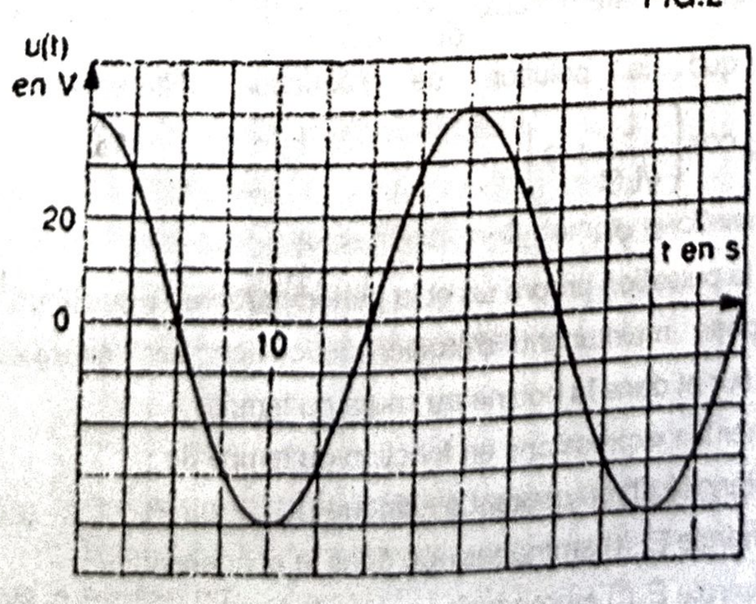
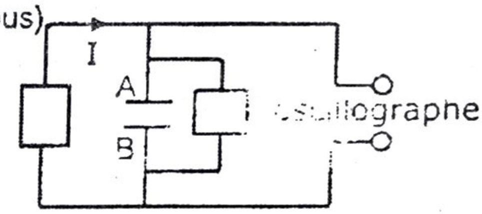
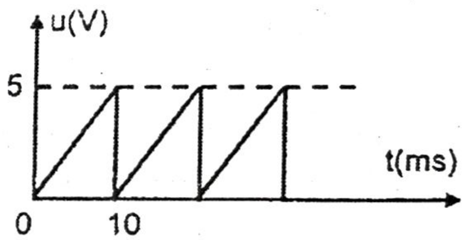


FIG.3

Exercice 4

On se propose de déterminer la capacité C d'un condensateur à l'aide du montage schématisé ci-dessous. G est un générateur qui débite un courant d'intensité constante $I = 1$ mA. Dès que la tension u entre A et B atteint la valeur $U_M = 5$ V, un dispositif (noté DA sur le schéma) permet de décharger automatiquement et instantanément le condensateur. L'oscillographe permet d'observer les charges et décharges successives (ci-dessous).

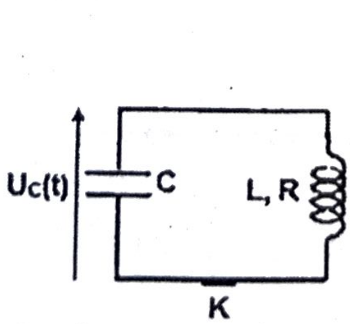


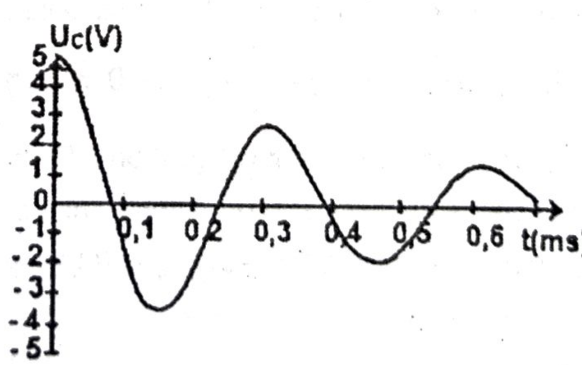


1) En utilisant les unités du système international,
   1.1. déduire de l'oscillogramme, l'équation de la tension u(t) aux bornes du condensateur pour : $0 < t < 10$ ms.
   1.2. Dans le même intervalle de temps, exprimer u(t) en fonction de l'intensité I du courant débité par le générateur.
   1.3. En déduire la valeur de la capacité du condensateur.
2) A l'instant $t = 6$ ms, on isole le condensateur du circuit précédent et on l'associe à une bobine d'inductance $L = 0,5$ H et de résistance négligeable. Soit q la charge instantanée de l'armature A et i l'intensité instantanée.
   2.1. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la fonction q(t) après la fermeture de l'interrupteur K. En précisant les valeurs numériques des constantes.
   2.2. Donner l'expression de i(t). On prendra l'instant de fermeture de l'interrupteur K comme instant initial.
   2.3. Calculer la période des oscillations électriques qui prennent naissance dans le circuit.

Exercice 5 (extrait Bac séries S2 ; S2A ; S4 ; S5 2ème Grpe 2009 Sénégal)

Une bobine d'inductance L et de résistance R est associée à un condensateur de capacité $C = 2,5$ µF (préalablement chargé) comme indiqué sur le montage schématisé ci-après. La courbe indiquée traduit la variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps à la fermeture du circuit.





1. Les oscillations observées sont-elles libres ? Sont-elles amorties ?
2. Déterminer la pseudo-période T des oscillations.
3. En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine si on assimile la pseudo-période des oscillations à la période propre du circuit.

CORRECTION DES EXERCICES RESOLUS

Exercice 1

1) Calculons la valeur de l'inductance L.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

Application numérique : $L = \frac{(1{,}26.10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 200.10^{-9}} = \underline{0{,}2\,H}$

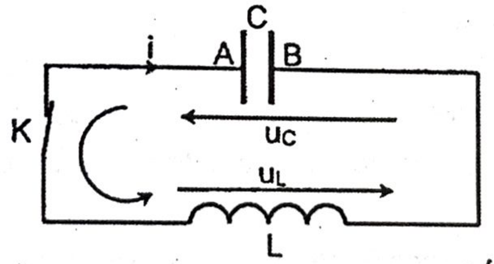
2) Vérifions si la période propre T_o du circuit dépend de la valeur U_o de la tension.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}}} = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{L\frac{Q_0}{U_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{LQ_0}{U_0}}$$

T_0 est fonction de U_0 donc on peut affirmer que la période propre T_o du circuit dépend de la valeur U_o de la tension de charge.

Exercice 2(extrait Examen Juin 2000 France)

1) Etablissons l'équation différentielle du circuit oscillant LC vérifiée par la charge q(t).



La tension aux bornes du condensateur est : $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$

La tension aux bornes des la bobine est : $u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$

Or $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{d^2q(t)}{dt^2} = \ddot{q}(t)$ donc $u_L(t) = L\ddot{q}(t)$

Par ailleurs, d'après la loi des mailles dans le circuit précédent : $u_C(t) + u_L(t) = 0$

$$\Rightarrow \frac{q(t)}{C} + L\ddot{q}(t) = 0 \Rightarrow L\left(\ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t)\right) = 0 \Rightarrow \ddot{q}(t) + \frac{1}{LC}q(t) = 0$$

2) Proposons une solution de cette équation différentielle et vérifions sa validité.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme : $q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{q}(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 q(t) \Rightarrow \ddot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0$$

On retrouve l'équation différentielle précédente avec : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

Donc la fonction q(t) est bien solution de cette équation différentielle.

Expression de la pulsation propre : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

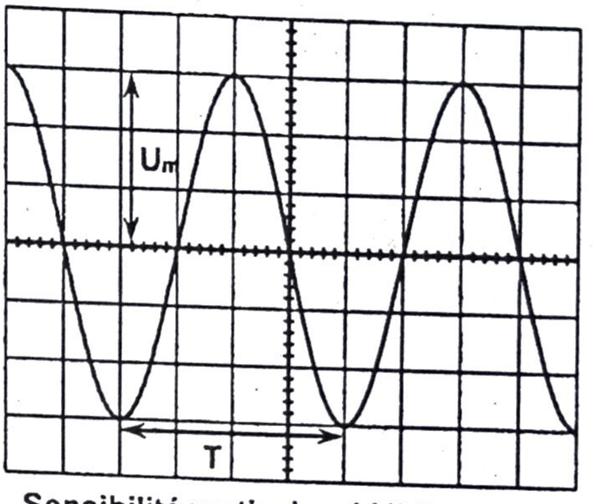
3) Déduisons de l'oscillogramme représenté :

a) la période propre des oscillations : $T = 4\times0{,}5.10^{-3} = 2.10^{-3}$ s.

b) la pulsation propre des oscillations : $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} = \dfrac{2\pi}{2.10^{-3}} = 1000\pi$ rad/s $= 3141{,}6$ rad/s

c) la fréquence propre des oscillations

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500\text{ Hz}$$



Sensibilité verticale : 1 V/div
Sensibilité horizontale : 0,5 ms/div

d) la valeur de l'inductance L de la bobine

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2}$$

A.N. : $L = \dfrac{1}{10^{-6}\times(1000\pi)^2} = 0{,}1\text{H}$

e) la valeur maximale de l'intensité

$I_m = \omega_0 Q_m = \omega_0 C U_{AB} = 1000\times\pi\times10^{-6}\times3$

$\Rightarrow I_m = 9{,}42.10^{-3}$ A $= 9{,}42$ mA

Exercice 3

1) Calculons la valeur de la capacité C du condensateur.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Rightarrow C = \frac{1}{0{,}2\times500^2} = \underline{2.10^{-5}\text{ F}}$$

2) À l'instant t = 0, la charge q portée par l'armature A vaut $q_0 = 4.10^{-3}$ C et l'intensité i = 0.

a) Déterminons l'expression numérique pour la charge q(t).

$q(t) = Q_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ et $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt} = -\,\omega_o Q_m\sin(\omega_o t + \varphi)$

A $t = 0$ s, $q_0 = 4.10^{-3}$ C et $i = 0$

$q(0) = Q_m\cos(\omega_o\times0 + \varphi) \Rightarrow Q_m\cos(\varphi) = q_0 \Rightarrow \cos(\varphi) = \dfrac{q_0}{Q_m} > 0$

$i(0) = -\,\omega_o Q_m\sin(\omega_o\times0 + \varphi) \Rightarrow -\,\omega_o Q_m\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

la bonne solution est $\underline{\varphi = 0}$ car pour $\varphi = \pi$, $\cos(\varphi) = -1 < 0$

$$\Rightarrow \cos(\varphi) = \cos(0°) = 1 \Rightarrow \frac{q_0}{Q_m} = 1 \Rightarrow Q_m = q_0 = 4.10^{-3}\text{ C}$$

On obtient donc : $\underline{q(t) = 4.10^{-3}\cos(500t)}$

b) Déduction de l'expression numérique de l'intensité i(t) du courant.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d[4.10^{-3}\cos(500t)]}{dt} = -\,500\times4.10^{-3}\sin(500t) \Rightarrow \underline{i(t) = -\,2\sin(500t)}$$

c) Expression numérique des tensions $u_C(t)$ et $u_L(t)$.

- $u_C(t) = \dfrac{q(t)}{C} = \dfrac{4.10^{-3}\cos(500t)}{2.10^{-5}} \Rightarrow \underline{u_C(t) = 200\cos(500t)}$
- $u_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} = L\dfrac{d[-2\sin(500t)]}{dt} = -\,0{,}2\times500\times2\cos(500t) \Rightarrow \underline{u_L(t) = -\,200\cos(500t)}$

Exercice 4(extrait Examen Septembre 2004 France)

1) Amplitude de la tension aux bornes du condensateur et pulsation propre

On a : $u_{AB} = 2\cos(5000t) = U_m\cos(\omega_o t)$, donc par identification :

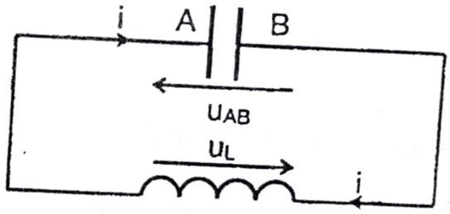
- l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur est : $U_m = 2$ V
- la pulsation propre est : $\omega_o = 5000$ rad/s

2) Calculons la capacité C du condensateur

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Rightarrow C = \frac{1}{40.10^{-3} \times (5000)^2} = 10^{-6}\,F = 1\mu F$$

3) Expressions de la charge q(t) et de l'intensité i(t)

- $q(t) = Cu_{AB}(t) \Rightarrow \underline{q(t) = 2.10^{-6}\cos(5000t)}$
- $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt} = -2.10^{-6} \times 5000\sin(5000t) \Rightarrow \underline{i(t) = -10^{-2}\sin(5000t)}$
- Schéma du circuit avec le sens positif de i



4) Démontrons que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante.

$$E_T = E_C + E_L = \frac{1}{2}Cu_{AB}^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times (2\cos 5000t)^2 + \frac{1}{2} \times 40.10^{-3} \times (-10^{-2}\sin 500t)^2$$

$$\Rightarrow E_T = 2.10^{-6}\cos^2(5000t) + 2.10^{-6}\sin^2(5000t) = 2.10^{-6}\left(\cos^2(5000t) + \sin^2(5000t)\right)$$

$$\Rightarrow E_T = 2.10^{-6}\,J = \text{constante}$$

Valeur de la tension u_{AB} au moment où l'intensité du courant vaut i = 8 mA

$$E_T = \frac{1}{2}\left(Cu_{AB}^2 + Li^2\right) \Rightarrow Cu_{AB}^2 + Li^2 = 2E_T \Rightarrow u_{AB}^2 = \frac{2E_T - Li^2}{C} \Rightarrow u_{AB} = \sqrt{\frac{2E_T - Li^2}{C}}$$

Application numérique : $u_{AB} = \sqrt{\dfrac{2 \times 2.10^{-6} - 40.10^{-3} \times (8.10^{-3})^2}{10^{-6}}} = 1{,}2\,V$

5) Ce que deviennent ces oscillations, si la résistance de la bobine n'est pas négligeable

Les oscillations seront amorties car il y a perte d'énergie par effet joule due à la résistance.

Exercice 5(extrait Bac D Troisième session 2004 Côte d'Ivoire)

1) La bobine emmagasine $E = 3.10^{-3}$ J, lorsqu'elle est parcourue par un courant I = 0,1 A.

1.1. Calculons l'inductance de la bobine.

$$E = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow L = \frac{2E}{I^2} = \frac{2 \times 3.10^{-3}}{0{,}1^2} \Rightarrow L = 0{,}6\,H$$

1.2. Un condensateur de capacité C soumis à U = 10 V peut stocker la même énergie.

1.2.1) Calculons la capacité C de ce condensateur.

$$E = \frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow C = \frac{2E}{U^2} \Rightarrow C = \frac{2 \times 3.10^{-3}}{10^2} = 6.10^{-5}\,F$$

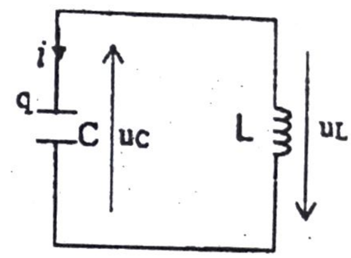
1.2.2) Calculons sa charge maximale Q_m.

$$Q_m = CU = 6.10^{-5} \times 10 = 6.10^{-4}\,C \Rightarrow Q_m = 6.10^{-4}\,C$$

2) Le condensateur chargé est relié à la bobine selon le schéma ci-dessous :

2.1. Donnons les expressions de la tension :

- u_C aux bornes du condensateur : $u_C(t) = \dfrac{q(t)}{C}$
- u_L aux bornes de la bobine : $u_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$



2.2. Equation différentielle du circuit oscillant.

D'après la loi des mailles : $u_C(t) + u_L(t) = 0$

Or $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt} \Rightarrow \dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{d^2q(t)}{dt^2} = \ddot{q}(t)$ donc $u_L(t) = L\ddot{q}(t)$

$\Rightarrow \dfrac{q(t)}{C} + L\ddot{q}(t) = 0 \Rightarrow L\left(\ddot{q}(t) + \dfrac{1}{LC}q(t)\right) = 0 \Rightarrow \ddot{q}(t) + \dfrac{1}{LC}q(t) = 0$

2.3. Déduisons la pulsation propre ω_0.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme : $q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \dot{q}(t) = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow \ddot{q}(t) = -\omega_0^2 q(t) \Rightarrow \ddot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = 0$

On retrouve l'équation différentielle précédente avec : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

Application numérique : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{6.10^{-5} \times 0{,}6}} = 166{,}67$ rad/s

2.4. **Déterminons l'expression de la charge en fonction du temps.**

- A $t = 0$, $q_A(0) = Q_0$ et la charge est maximale donc $Q_m = Q_0 = 6.10^{-4}$ C.
- La solution de l'équation différentielle est $q_A(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $LC\omega_0^2 = 1$.

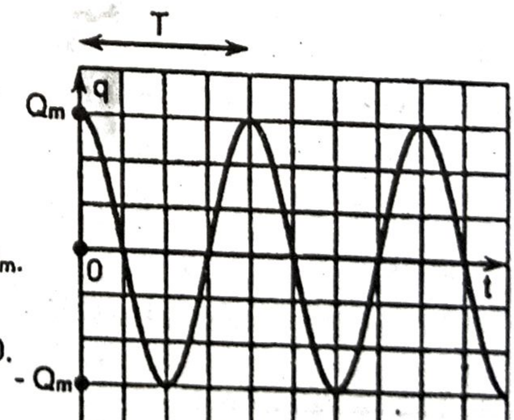
  A $t = 0$, $q_A(0) = Q_m\cos(0\times t + \varphi) = Q_m\cos\varphi = Q_m$ car $q_A(0) = Q_m$

  $\cos\varphi = \dfrac{Q_m}{Q_m} = 1 \Rightarrow \varphi = 0°$ ou 0 rad $\Rightarrow q_A(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi) = 6.10^{-4}\cos 166{,}67t$

2.5. Calculons la charge du condensateur aux dates suivantes :

$q(t) = Q_m\cos\omega_0 t = Q_m\cos\dfrac{2\pi}{T}t$

- à $t = 0$, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\times 0\right) = \cos 0 = 1$ donc $q = Q_m$.
- à $t = \dfrac{T}{4}$, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\times\dfrac{T}{4}\right) = \cos\dfrac{\pi}{2} = 0$ donc $q = 0$.
- à $t = \dfrac{T}{2}$, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\times\dfrac{T}{2}\right) = \cos\pi = -1$ donc $q = -Q_m$.
- à $t = \dfrac{3T}{4}$, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\times\dfrac{3T}{4}\right) = \cos\dfrac{3\pi}{2} = 0$ donc $q = 0$.
- à $t = T$, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}\times T\right) = \cos 2\pi = 1$ donc $q = Q_m$.



2.6. Donnons **l'allure de la fonction q(t).**

D'après les résultats de la question précédente, on obtient la courbe ci-dessus.

CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDAL FORCE

Augustin Jean Fresnel
(1788-1827)
Physicien Français

Fondateur de l'optique moderne, il proposa une explication de tous les phénomènes optiques dans le cadre de la théorie ondulatoire de la lumière. Il proposa la représentation dite de Fresnel qui est un outil graphique permettant d'ajouter, de soustraire, de dériver et d'intégrer des fonctions sinusoïdales de même fréquence.
En physique, les grandeurs comme le courant, la tension ou la puissance électrique peuvent être des fonctions sinusoïdales du temps (ou de l'espace). Le physicien pourra alors utiliser la représentation de Fresnel qui est un outil moins puissant mais plus visuel que les nombres complexes.

Objectifs spécifiques

- Appliquer les lois de l'électrocinétique à un circuit RLC série soumis à un régime sinusoïdal forcé.
- Comprendre le phénomène de résonance dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.
- Connaître les expressions de la puissance et de l'énergie échangées dans un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé.

RAPPEL DE COURS

1. Le courant alternatif sinusoïdal

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant électrique dont l'intensité est une fonction du temps : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$

- I_m : intensité maximale (en A) ;
- φ : phase à l'origine (en rad) ;
- ω : pulsation (en rad.s^{-1}) ;
- $\omega t + \varphi$: phase à la date t (en rad).

2. Grandeurs efficaces

2.1. Intensité efficace

C'est la valeur de l'intensité mesurée par un ampèremètre : $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

Remarque : $I_m = I\sqrt{2}$.

2.1. Tension efficace

C'est la valeur de la tension mesurée par un voltmètre : $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

Remarque : $U_m = U\sqrt{2}$

3. Notion de phase.

La phase de la tension u par rapport à l'intensité i est notée φ.

Elle est donnée par l'expression suivante : $\boxed{|\varphi| = \dfrac{2\pi}{T}\tau}$

- φ : phase de la tension u par rapport à l'intensité i en radians (rad) ;
- T : période en seconde (s) ;
- τ : décalage horaire entre u et i en seconde (s).

Deux cas se présentent :

Cas 1	Cas 2
$i(t) = I_m\cos\omega t$ (i est pris comme référence) $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ φ est la phase de la tension par rapport à l'intensité	$u(t) = U_m\cos\omega t$ (u est pris comme référence) $i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi')$ φ' est la phase de l'intensité par rapport à la tension
➢ si $\varphi > 0$, alors u est en avance sur i (ou i est en retard sur u) ➢ si $\varphi < 0$, alors u est en retard sur i (ou i est en avance sur u) ➢ si $\varphi = 0$ alors u et i sont en phase	➢ si $\varphi' > 0$, alors i est en avance sur u (ou u est en retard sur i) ➢ si $\varphi' < 0$, alors i est en retard sur u (ou u est en avance sur i) ➢ si $\varphi' = 0$ alors u et i sont en phase

Remarque :

➢ Les phases φ et φ' sont opposées ($\varphi = -\varphi'$).

➢ Supposons que l'expression de la tension **$u = U_m\cos\omega t$** est imposée. Ainsi on a :

- si la tension u est en **avance** par rapport à l'intensité I alors l'expression de i est :
  $i = I_m\cos(\omega t - \varphi)$;
- si la tension u est en **retard** par rapport à l'intensité i alors l'expression de i est :
  $i = I_m\cos(\omega t + \varphi)$;

4. Notion d'impédance

4.1. Définition .

- L'impédance d'une portion de circuit soumise à un régime sinusoïdal est définie comme suit :

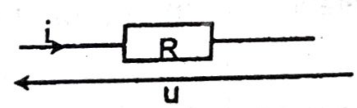
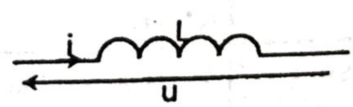
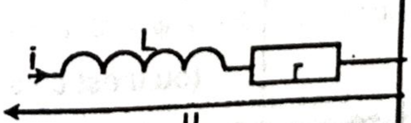
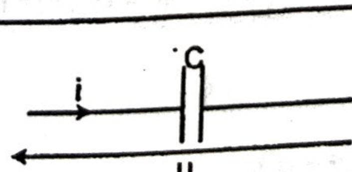
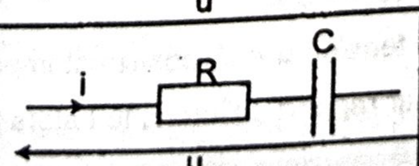
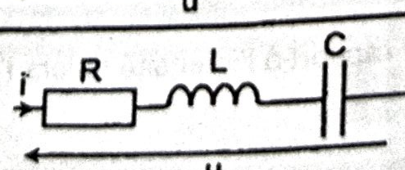
$$\boxed{Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}}$$

Z s'exprime en ohms(Ω)

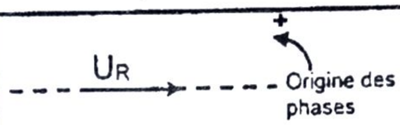
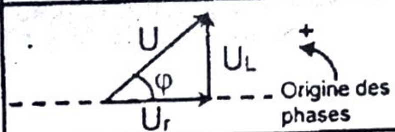
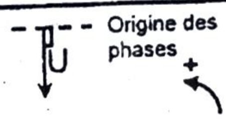
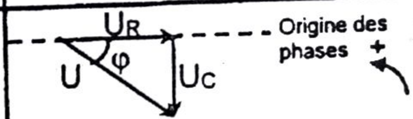
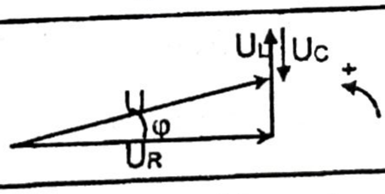
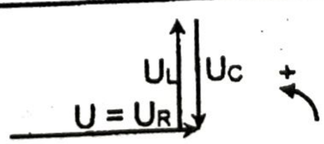
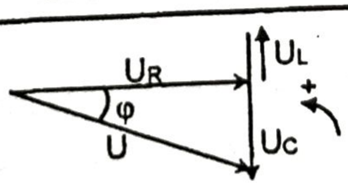
- L'impédance Z peut aussi s'exprimer en fonction des caractéristiques du circuit RLC.

$$\boxed{Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

4.2. Cas particuliers

DIPOLES CONSIDERES	SCHEMA	IMPEDANCE
Conducteur ohmique		$Z = R$
Bobine purement inductive (ou bobine idéale : r = 0)		$Z = L\omega$
Bobine résistive (ou bobine réelle : r ≠ 0)		$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$
Condensateur		$Z = \frac{1}{C\omega}$
Condensateur et conducteur ohmique		$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}$
Circuit RLC série		$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

5. Construction de Fresnel

DIPOLES CONSIDERES	CONSTRUCTION DE FRESNEL	PHASE φ
Conducteur ohmique		$\varphi = 0$
Bobine non résistive		$\varphi = +\frac{\pi}{2}$
Bobine résistive		$\tan\varphi = \frac{L\omega}{r}$
Condensateur		$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
Condensateur et conducteur ohmique		$\tan\varphi = \frac{-1}{RC\omega}$
Circuit RLC série		$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} > 0$
		$\varphi = 0$
		$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} < 0$

Remarque

Un circuit RLC est globalement :

- inductif si $\omega > \omega_0$ ou $\varphi > 0$ (1er cas notion de phase) ou $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ ou encore $U_L > U_C$
- capacitif si $\omega < \omega_0$ ou $\varphi < 0$ (1er cas notion de phase) ou $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ ou encore $U_L < U_C$
- à la résonance d'intensité si $\omega = \omega_0$ ou $\varphi = 0$ ou $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ ou encore $U_L = U_C$

6. Résonance d'intensité

6.1) Définition

A la résonance d'intensité :

- u et i sont en phase $\Rightarrow$ $\varphi = 0$
- l'intensité efficace passe par une valeur maximale I_0.
- Z est minimale, $Z = \Sigma R$ (somme des résistances)
- $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ (ω_0 est la pulsation propre du circuit)
- la tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes de l'inductance ($U_C = U_L$) et est supérieure à la tension aux bornes du générateur.

6.2) Bande passante à 3 db

La bande passante est $\Delta N = N_2 - N_1 = \dfrac{\Sigma R}{2\pi L}$ (en Hz) ou $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi\Delta N = \dfrac{\Sigma R}{L}$ (rad/s)

6.3) Facteur de qualité

Il est défini par $Q = \dfrac{N_o}{\Delta N} = \dfrac{\omega_o}{\Delta\omega} = \dfrac{2\pi L N_o}{\Sigma R}$ et $L\omega_o = \dfrac{1}{C\omega_o} \Rightarrow \dfrac{L\omega_o}{\Sigma R} = \dfrac{1}{\Sigma RC\omega_o}$; Q est sans unité.

A la résonance : $U_L = L\omega_o I_o = L\omega_o \dfrac{U}{\Sigma R} = \dfrac{L\omega_o}{\Sigma R} U = \dfrac{1}{\Sigma RC\omega_o} U = QU = U_C$

7. Puissance et énergie électrique échangée

7.1) Puissance instantanée

Soit $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$.

La puissance instantanée est définie par : $p = u(t) \times i(t) = U\sqrt{2}\,\text{Cos}(\omega t + \varphi) \times I\sqrt{2}\cos\omega t$.

7.2) Puissance moyenne

La puissance moyenne consommée par un dipôle est donnée par : $P = UI\cos\varphi$

avec U.I : Puissance apparente en volt ampère(V.A) ; $\cos\varphi$: facteur de puissance ;

P : puissance moyenne en watt (W).

8. Méthode pratique : comment déceler la notion d'avance, de retard ou de phase ?

- On dit que u est en avance par rapport i si u atteint, dans le temps, son maximum avant i. On dit aussi que i est en retard par rapport à u (voir fig. 1).
- On dit que u et i sont en phase s'ils atteignent leur maximum en même temps (voir fig. 2).

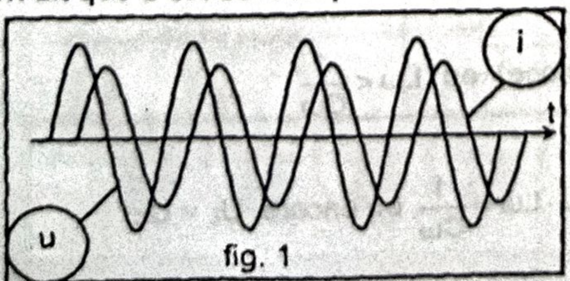


fig. 1

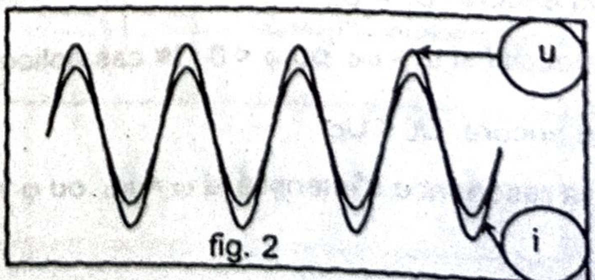


fig. 2

EXERCICES RESOLUS

Exercice 1(extrait Bac Série D 2002 Madagascar)

Entre deux points A et B, on relie en série, un conducteur ohmique de résistance $R = 15\ \Omega$, une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 0{,}08$ H et un condensateur de capacité $C = 3{,}8\ \mu F$. On néglige la résistance des fils de jonction. On applique entre les bornes A et B une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 220$ V et de fréquence $N = 50$ Hz (voir figure).

Figure

1) Vérifier que l'impédance du circuit entre A et B est environ $Z = 813\ \Omega$.
2) En déduire la valeur de l'intensité efficace I du courant dans le circuit.
3) Calculer la phase φ de la tension par rapport à l'intensité du courant.
   En déduire la nature du circuit (capacitif ou inductif).
4) Calculer la tension efficace U_{AF} entre les points A et F.
5) Calculer le facteur de puissance du dipôle RLC.

Exercice 2(extrait Bac Série D 2000 Madagascar)

Un dipôle AB comprend en série une bobine de résistance $R = 400\ \Omega$, d'inductance $L = 1$ H et d'un condensateur de capacité $C = 1\ \mu F$. On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 100$ V, de fréquence N variable.

1. Faire le schéma de ce circuit (R, L, C) en précisant les sens du courant instantané i(t) et la tension instantanée u(t) aux bornes du dipôle AB.
   Faire apparaître sur ce schéma, les branchements d'un oscilloscope qui permettent de visualiser sur la voie 1, la tension aux bornes du circuit et, sur la voie 2, une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.
2. Pour une valeur N_0 correspondant à la résonance d'intensité déterminer :
   - l'impédance Z_0 de ce circuit ;
   - l'intensité efficace I_0 ;
   - la pulsation propre ω_0 ;
   - la fréquence de résonance N_0 ;
   - les valeurs des tensions efficaces U_{R0}, U_{L0} et U_{C0} aux bornes de chaque composante.

Exercice 3 (extrait Bac Série D 2001 Madagascar)

Entre deux points M et N, on relie, en série, un conducteur ohmique de résistance $R = 155\ \Omega$, une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 1$ H et un condensateur de capacité $C = 20\ \mu F$. On néglige la résistance des fils de jonction. On applique entre les bornes M et N une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ volt, où $U = 120$ V.

1) Calculer l'impédance Z de ce dipôle RLC.
2) Déterminer l'expression de l'intensité i(t) du courant qui traverse le dipôle.
3) Construire le diagramme de FRESNEL relatif à ce circuit. Echelle : 1 cm pour 25 V.

Exercice 4(extrait Bac Série D 2009 Madagascar)

Alimentée sous une tension continue $U = 12$ V, une bobine de résistance R et d'inductance L est parcourue par un courant d'intensité $I = 0{,}30$ A.

Alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 12$ V et de fréquence 50 Hz, cette bobine est parcourue par un courant d'intensité efficace $I = 0{,}073$ A.

1) Calculer la valeur de la résistance R et celle de l'inductance L de la bobine.
2) Cette bobine est montée en série avec un condensateur de capacité C, l'ensemble est alimenté sous la tension alternative $U = 12$ V, $f = 50$ Hz.
   Calculer la valeur de la capacité C pour que l'intensité efficace soit maximale.
3) Avec cette condition, calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle RLC et la tension efficace aux bornes de la bobine.

Exercice 5

On dispose en série une bobine de résistance interne R, d'inductance L et un condensateur de capacité C. On maintient aux bornes de l'ensemble une tension efficace $U = 40$ V de fréquence N variable.

1) On a relevé l'intensité efficace pour quelques valeurs de la fréquence N.

N(Hz)	260	280	300	310	320	330	340	360	380
I(A)	0,47	0,72	1,28	1,76	1,99	1,62	1,21	0,75	0,54

   Représenter la fonction $I = f(N)$. Echelle : 1 cm pour 10 Hz ; 1 cm pour 0,2 A.
   NB : On commencera à graduer l'axe des abscisses à partir de 260 Hz.
2) Déterminer graphiquement la fréquence N_0 de résonance d'intensité et l'intensité efficace I_0 correspondante. En déduire la valeur de la résistance R de la bobine.
3) Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante du circuit.
4) En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
5) Déduire des résultats précédents la valeur de la capacité du condensateur.

6) Comparer la tension efficace U aux bornes de l'ensemble et la tension efficace U_C aux bornes du condensateur puis conclure.
7) Calculer numériquement le facteur de qualité.

Exercice 6 (Extrait Bac séries S2, S2A, S4 & S5 session 2015 Sénégal)

Un dipôle est constitué de l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω, d'une bobine d'inductance L = 1,0 H et de résistance r = 8,5 Ω et d'un condensateur de capacité C. Aux bornes de ce dipôle un générateur basse fréquence, GBF, impose une tension sinusoïdale de fréquence N et de valeur efficace constante (figure 1). Un branchement convenable à l'oscilloscope permet de visualiser la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_G aux bornes du générateur. On observe sur l'écran de l'oscilloscope, dans un ordre quelconque, les courbes (1) et (2) reproduites sur la figure 2. La sensibilité verticale, la même sur les deux voies, est de 2,0 V/div. Le balayage horizontale est de 2 ms/div.

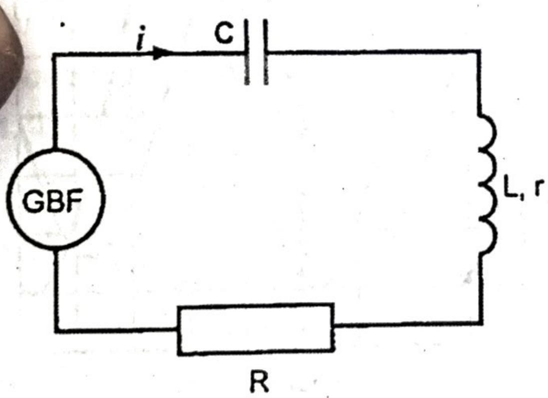


Figure 1

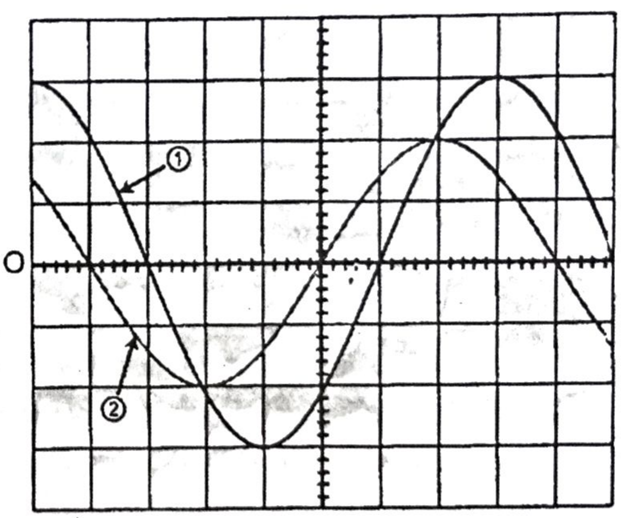


Figure 2

1. Déterminer l'amplitude de la tension correspondant à chaque courbe.
   Des courbes (1) et (2), quelle est celle qui correspond à la tension u_G aux bornes du GBF ? Justifier la réponse.
2. Reproduire la figure 1 sur la feuille de copie et faire figurer les branchements à l'oscilloscope permettant d'obtenir ces courbes.
3. Déterminer la fréquence de la tension délivrée par le GBF.
4. Calculer, en valeur absolue, la différence de phase entre la tension $u_G(t)$ et l'intensité i(t) du courant électrique. Préciser la grandeur électrique en avance de phase.
5. Etablir, en fonction du temps, les expressions de l'intensité du courant i(t) et de la tension $u_G(t)$ délivrée par le GBF; la date t = 0 correspond au point O de la figure 2.
6. Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.

7. On règle la fréquence de la tension aux bornes du GBF de sorte que le circuit fonctionne en résonance d'intensité.
   7.1. Calculer la nouvelle valeur de la fréquence de la tension délivrée par le GBF.
   7.2. Représenter, qualitativement, l'allure des courbes observées sur l'écran de l'oscilloscope.

Exercice 7(Extrait Bac Série S2 2006 Sénégal)

On considère un dipôle (D) de nature inconnue monté en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\ \Omega$ et un générateur basse fréquence de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficace sont réglables. On utilise un oscillographe dont les réglages sont les suivants : balayage horizontal (100 µs/div), déviation verticale (pour la voie 1 : 1 V/div ; pour la voie 2 : 2 V/div). On reproduit une photographie de l'écran lorsque l'oscillographe est branché selon le schéma ci-après (voir figures 1 et 2).

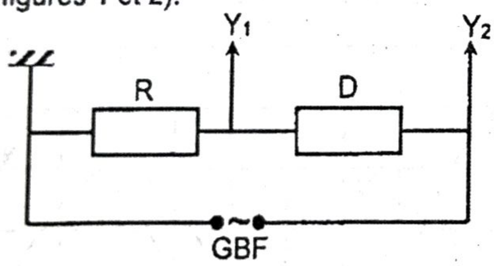


Figure 1

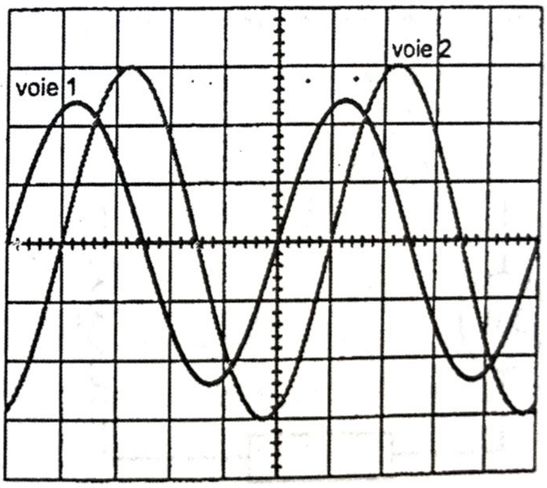


Figure 2

1. En déduire :
   1.1. la fréquence de la tension sinusoïdale ;
   1.2. les valeurs efficaces de l'intensité instantanée i(t) qui traverse le circuit et de la tension instantanée u(t) aux bornes du générateur ;
   1.3. le déphasage φ de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t).
   Préciser s'il y a avance ou retard de u(t) par rapport à i(t).
   1.4. On envisage pour (D) certaines hypothèses :
   - (D) est un conducteur ohmique,
   - (D) est une bobine de résistance r et d'inductance L,
   - (D) est un condensateur,
   - (D) est une bobine de résistance r et d'inductance L en série avec un condensateur de capacité C.

   Sans calcul et en justifiant les réponses, éliminer les hypothèses non vraisemblables.
2. La tension aux bornes du générateur étant maintenue constante à la valeur $U_0 = 12$ V, on fait varier la fréquence et on relève à chaque fois la valeur de l'intensité efficace.
   Pour une fréquence $N_0 = 2150$ Hz, on constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur $I_0 = 107$ mA.
   2.1. Quelle est la nature du dipôle (D) ? Justifier la réponse.
   2.2. En déduire toutes les valeurs numériques qui le caractérisent.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1(Extrait Bac séries SE - MTI – MTGC session Juin 2009 Mali)

Un circuit comprend, monté en série, un résistor de résistance $R = 2000\ \Omega$, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C. Une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace U = 300 V, de fréquence N réglable, est appliquée aux bornes du circuit.

1. Pour une valeur N_1 de N, les tensions efficaces aux bornes des appareils sont telles que : $U_L = U_C = 3U_R$. Déterminer en utilisant la construction de Fresnel :
   a) Les valeurs de U_R, U_L, et U_C.
   b) L'intensité efficace I dans le circuit.
2. Déterminer :
   a) le déphasage ϕ entre la tension aux bornes du circuit et l'intensité. Conclure.
   b) le facteur de qualité Q du circuit et dire si la résonance est floue ou aiguë.

Exercice 2

Ou considère trois dipôles : un conducteur ohmique de résistance R, un condensateur de capacité C, une bobine de résistance r et d'inductance L, enfermés dans trois boites différentes.

1. On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation continue délivrant une tension de 12 V. On mesure l'intensité du courant (en régime permanent). On obtient :
   - Pour la boîte 1, $I_1 = 0$;
   - Pour les boîtes 2 et 3, $I_2 = I_3 = 240$ mA.

   Quelles sont les conclusions que l'on peut tirer de ces résultats ?
2. On branche successivement ces trois dipôles sur une alimentation alternative délivrant une tension efficace de 24 V de fréquence 50 Hz.

   On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle. On obtient :
   - Pour la boîte 1, $I_1 = 75$ mA ;
   - Pour la boîte 2, $I_2 = 480$ mA ;
   - Pour la boîte 3, $I_3 = 406$ mA.

   a- Calculer les impédances des trois dipôles.

   b- Préciser le contenu de chacune des boites. Calculer R, r, L et C.
3. On monte ces trois dipôles en série. On alimente ce circuit (R, L, C) en courant alternatif de tension efficace de 24 V et de fréquence variable.

   a- Faire la représentation de Fresnel de ce circuit.

   a.1 Calculer la phase de la tension par rapport à l'intensité.

   a.2 Calculer la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité.

   b- Pour quelle fréquence l'intensité et la tension seront-elles en phase ?

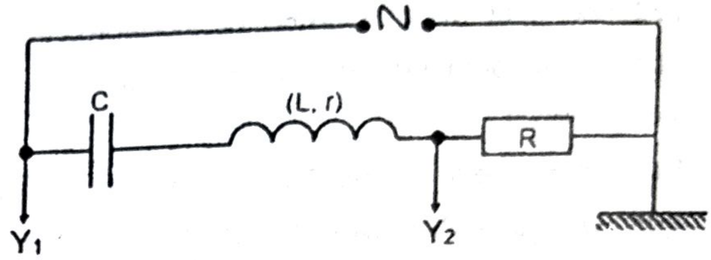
   c- Quelle est alors l'intensité efficace du courant ?

Exercice 3(extrait Bac séries C & E Session Normale 2009 Côte d'Ivoire)

On réalise le montage ci-dessous :

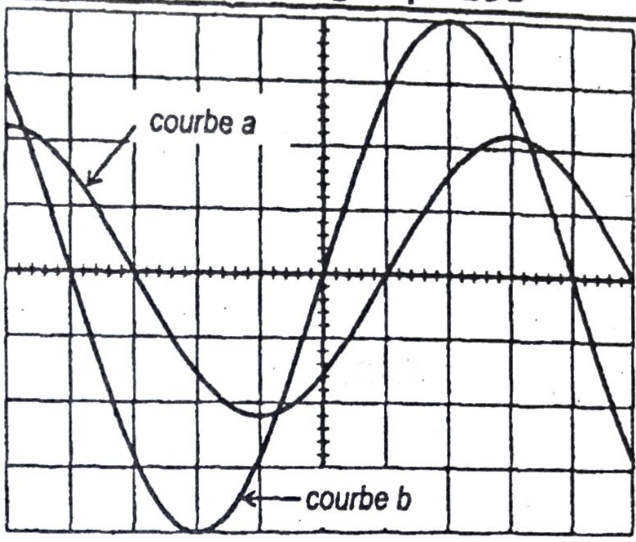
On applique aux bornes de ce circuit une tension alternative sinusoïdale u(t).

On visualise à l'oscilloscope les variations de la tension u(t) et celle de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.



1. Indiquer :
   1.1. la voie qui permet de visualiser les variations de la tension aux bornes du générateur ;
   1.2. la voie qui permet de visualiser les variations de la tension aux bornes du conducteur ohmique.
2. On obtient l'oscillogramme ci-dessous. La sensibilité des deux voies est la même.
   2.1. Donner les expressions littérales des tensions maximales :
      2.1.1. U_m aux bornes du circuit en fonction de l'impédance Z du circuit et I_m.
      2.1.2. U_m aux bornes du conducteur ohmique en fonction de R et I_m.
   2.2.
      2.2.1. Déduire de la question 2.1, la courbe qui représente les variations de la tension u(t) et celle qui représente la variation de la tension $u_R(t)$.
      2.2.2. Déterminer le rapport U'_m/U_m à partir de l'oscillogramme.
3. Calculer la phase de la tension aux bornes du circuit par rapport à celle de l'intensité du courant qui le traverse.
4.
   4.1. Exprimer :
      4.1.1. L'intensité efficace I dans le circuit en fonction de la valeur maximale U'_m de la tension $u_R(t)$ et de la résistance R.
      4.1.2. L'intensité efficace I_0 à la résonance en fonction de la valeur maximale U_m de la tension u(t) et de la résistance totale du circuit.
      4.1.3. Déduire des questions 4.1.1) et 4.1.2) le rapport I/I_0.
      Faire l'application numérique. Que représente I ?
   4.2. Pour deux valeurs $N_1 = 182$ Hz et $N_2 = 242$ Hz de la fréquence de la tension u(t), l'intensité efficace dans le circuit est égale à I.
      4.2.1. Exprimer l'inductance L de la bobine en fonction de la bande passante ΔN et de la résistance totale du circuit. Faire l'application numérique.
      4.2.2. La fréquence à la résonance est N = 212 Hz.
      Calculer la capacité C du condensateur en prenant L = 0,1 H.

On donne : $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$; $r = 10\ \Omega$; $R = 35\ \Omega$.



Exercice 4 (extrait Bac série C session 2007 Cameroun)

Un condensateur de capacité $C = 2\ \mu F$ est monté en série avec une résistance $R = 3\ 000\ \Omega$. L'ensemble est branché aux bornes d'une source de tension sinusoïdale. A l'aide d'un oscillographe, on visualise la tension U_1 aux bornes du condensateur.

La figure 1 indique le câblage du montage.

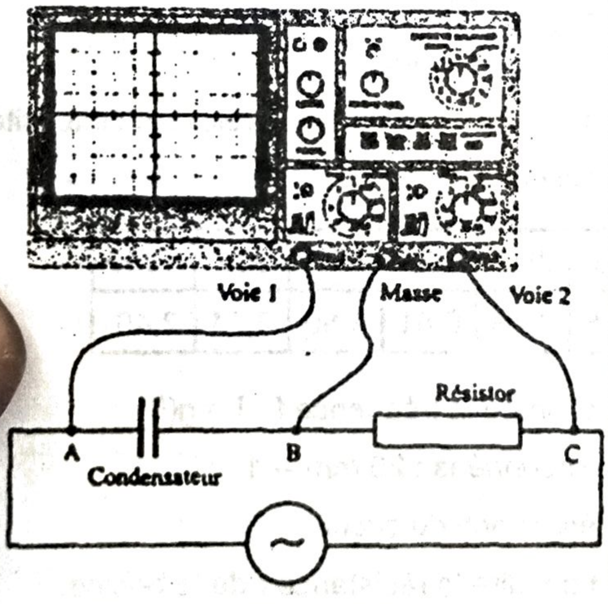


Figure 1 : Circuit RC

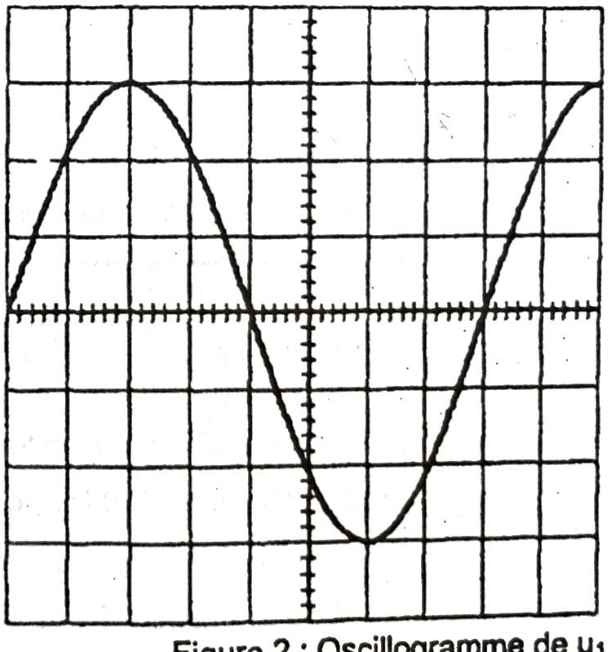


Figure 2 : Oscillogramme de u_1

1. La figure 2 donne l'oscillogramme obtenu. La vitesse de balayage est réglée à 2.10^{-3} s/div. A partir de la courbe de la tension u_1, déterminer la fréquence f imposée par le générateur excitateur.
2. La sensibilité verticale sur la voie 1 vaut 2 V/div.
   a) Calculer la valeur efficace U_1 de la tension aux bornes du condensateur.
   b) En déduire la valeur efficace du courant qui s'établit dans le circuit.
   c) Calculer alors la valeur efficace de la tension aux bornes du résistor.
   d) En faisant la construction de Fresnel, déterminer :
   - la valeur efficace U de la tension aux bornes du dipôle AC ;
   - la différence de phase entre le courant et la tension aux bornes du dipôle AC.

Exercice 5 (extrait Bac séries S2 ; S2A ; S4 ; S5 session 2014 Sénégal)

Lors d'une séance de travaux pratiques, des élèves d'un lycée se proposent de déterminer la capacité d'un condensateur, l'inductance et la résistance d'une bobine trouvés dans le laboratoire, sans aucune étiquette.

Pour cela, ces élèves disposent du matériel suivant :

- un générateur de basses fréquences (GBF),
- un conducteur ohmique de résistance $R = 80\ \Omega$,
- la bobine d'inductance L et de résistance r,
- le condensateur de capacité C,
- un ampèremètre de résistance négligeable,
- un voltmètre et des fils de connexion en quantité suffisante.

Les élèves réalisent un montage en série avec la bobine, le conducteur ohmique, le condensateur, l'ampèremètre et le générateur basse fréquence (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale. Le voltmètre, branché aux bornes M et N du GBF, permet de vérifier que la tension efficace à ses bornes est maintenue constante et égale à $U = 1,00$ V.

1. Représenter le schéma du circuit électrique réalise par les élèves.
2. Les élèves font varier la fréquence f de la tension délivrée par le GBF, relèvent l'intensité efficace I correspondante et obtiennent le tableau suivant :

f(Hz)	300	500	600	650	677	700	755	780	796	850	900	1000
I(mA)	0,74	1,90	3,47	5,20	6,61	8,05	9,35	7,48	6,61	4,50	3,44	2,40

2.1. Tracer la courbe de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence f : $I = g(f)$.

Echelles : en abscisses : 15 mm → 100 Hz ; en ordonnées : 20 mm → 1 mA

2.2. Déterminer graphiquement la fréquence f_0 de résonance du circuit.

2.3. Calculer l'impédance Z du circuit pour $f = f_0$. En déduire la résistance r de la bobine.

2.4. Déterminer la largeur de la bande passante β du circuit.

2.5. Calculer l'impédance du circuit aux extrémités de la bande passante.

3. Ces élèves admettent que la largeur β de la bande passante est telle que : $\beta = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_T}{L}$

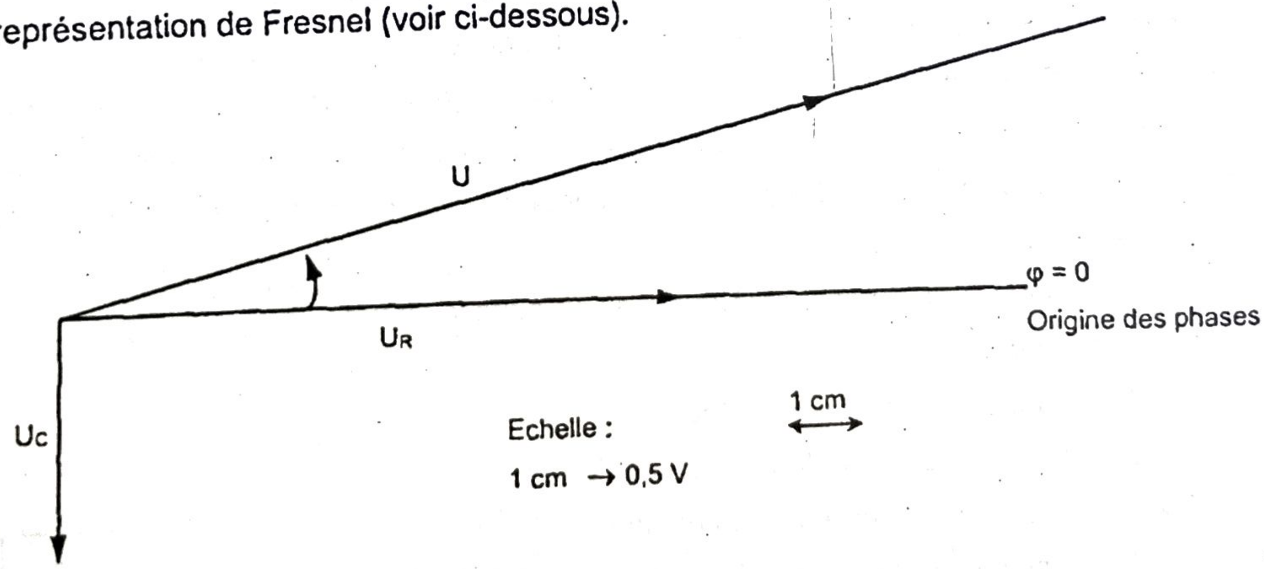
relation où R_T désigne la résistance totale du circuit oscillant.

Déterminera la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la capacité C du condensateur.

Exercice 6 (extrait Bac série D session normale 2007 Côte d'Ivoire)

Au cours d'une séance de T.P., les élèves de Terminale scientifique doivent faire l'étude d'un dipôle RLC série. Le laboratoire du Lycée dispose d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un condensateur de capacité C. Pour déterminer les caractéristiques des dipôles, ils réalisent des expériences.

1. Une tension constante $U = 5$ V est appliquée aux bornes du conducteur ohmique et l'intensité du courant mesurée vaut $I_1 = 125$ mA. La même tension est ensuite appliquée aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine}. L'intensité du courant vaut alors $I_2 = 100$ mA. Déterminer les valeurs de R et r.
2. Un générateur de tension sinusoïdale et de fréquence N variable est maintenant branché aux bornes de l'ensemble {conducteur ohmique + bobine + condensateur} en série. La tension efficace est maintenue constante et égale à $U = 5$ V. Pour la suite, on prendra $R = 40\ \Omega$ et $r = 10\ \Omega$ (valeurs fournies par le Professeur). La valeur de la fréquence étant fixée à $N = 50$ Hz, les mesures des tensions U, U_R et U_C ont permis de faire la représentation de Fresnel (voir ci-dessous).



2.1. Déduire de la figure les valeurs des tensions U_R et U_C.

2.2. Reproduire la figure et la compléter par la construction de Fresnel de la tension U_B aux bornes de la bobine.

2.3. En déduire la valeur de U_B.

2.4. Déterminer la phase $\varphi_{u_B/i}$ de la tension U_B par rapport à l'intensité i.

2.5. Déterminer la valeur efficace I de l'intensité du courant puis les valeurs de L et C.

3. Déterminer la valeur de la fréquence pour que l'impédance soit égale à la résistance totale du circuit. Comment appelle-t-on cet état ?

Exercice 7(extrait Bac séries C & E Session Normale 2012 Côte d'Ivoire)

On étudie les oscillations électriques forcées d'un circuit électrique.

Ce circuit comporte, disposés en série :

- un générateur de basses fréquences GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence N et de tension efficace réglable U ;
- un résistor de résistance R = 100 Ω ;
- une bobine de résistance interne r et d'inductance L = 0,2 H ;
- un condensateur de capacité C.

L'expression de l'intensité instantanée du courant dans le circuit est $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt)$, celle de la tension instantanée imposée par le générateur est $u(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi)$.

U et I sont des grandeurs efficaces directement lues sur un voltmètre et sur un ampèremètre.

1. On souhaite observer sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe :
   - l'évolution de la tension instantanée u(t) aux bornes du générateur GBF sur la voie A ;
   - l'évolution de l'intensité instantanée dans le circuit sur la voie B.

   Faire le schéma du circuit et y faire figurer les branchements de l'oscilloscope.
2. La valeur efficace de la tension u(t) aux bornes du générateur est maintenue constante à U = 2,8 V et on fait varier la fréquence N de la tension. On relève l'intensité efficace I du courant en fonction de la fréquence N. Pour N = 503 Hz, l'intensité efficace prend sa plus grande valeur I_o = 21,4 mA.

   2.1 Donner le nom du phénomène qui a lieu dans le circuit.

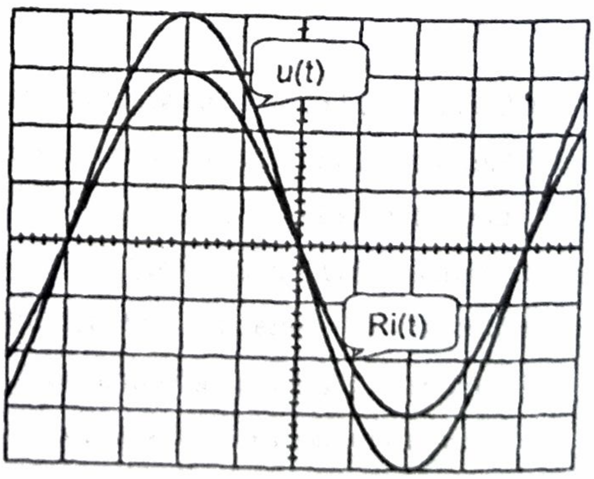
   2.2 Déterminer :

   2.2.1. la capacité C du condensateur ;

   2.2.2. la résistance totale du circuit électrique ;

   2.2.3. la résistance interne r de la bobine.

   2.3 La tension aux bornes du générateur et l'intensité du courant sont en phase. La figure ci-contre représente l'écran de l'oscilloscope affichant les tensions aux bornes du générateur et du résistor.



   2.3.1. Déterminer les réglages (sensibilité verticale et base de temps) de l'oscilloscope pour chaque courbe.

   2.3.2. Calculer :

   a) la valeur efficace U_C de la tension aux bornes du condensateur ;

   b) la valeur efficace U_L de la tension aux bornes de la bobine ;

   c) le facteur de qualité Q du circuit.

CORRECTION DES EXERCICES RESOLUS

Exercice 1(extrait Bac Série D 2002 Madagascar)

1) Vérifions que l'impédance du circuit entre A et B est environ Z = 813 Ω.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\text{A.N. : } Z = \sqrt{15^2 + \left(2\times\pi\times 50\times 0{,}08 - \frac{1}{2\times\pi\times 50\times 3{,}8.10^{-6}}\right)^2} = 812{,}66\ \Omega \approx \underline{813\ \Omega}$$

2) Déduction de la valeur de l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} \quad \text{Application numérique : } I = \frac{220}{813} = \underline{0{,}27\ A}$$

3) Calculons la phase φ de la tension par rapport à l'intensité du courant.

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}}{R}$$

$$\text{Application numérique : } \tan\varphi = \frac{2\times\pi\times 50\times 0{,}08 - \frac{1}{2\times\pi\times 50\times 3{,}8.10^{-6}}}{15} = -54{,}17$$

$$\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(-54{,}17) = -88{,}94° \text{ ou } -1{,}55 \text{ rad}$$

Déduction de la nature du circuit (capacitif ou inductif) : le circuit est capacitif car $\varphi < 0$.

4) Calculons la tension efficace U_{AF} entre les points A et F.

D'après la loi d'additivité des tensions on a : $U_{AF} = U_{AE} + U_{EF}$

- $U_{AE} = RI$: tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R ;
- $U_{EF} = L\omega I$: tension aux bornes de la bobine idéale d'inductance L.

$$\Rightarrow U_{AF} = RI + L\omega I = (R + L\omega)I \ \Rightarrow U_{AF} = (R + 2\pi NL)I$$

$$\text{Application numérique : } U_{AF} = (15 + 2\times\pi\times 50\times 0{,}08)\times 0{,}27 = 6{,}21\ V$$

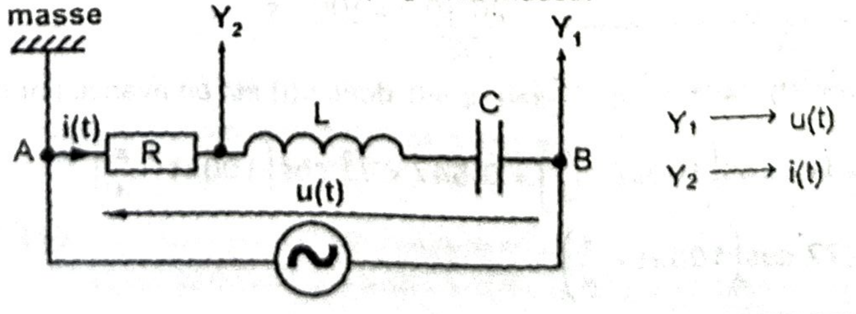
5) Calculons le facteur de puissance du dipôle RLC

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{813} = 0{,}01845$$

Exercice 2(extrait Bac Série D 2000 Madagascar)

1) Schéma du circuit RLC en précisant les sens du courant i(t) et de la tension u(t).

Le schéma doit être fait sans les voies Y_1, Y_2 et la masse.



Faisons apparaître les branchements d'un oscilloscope sur le schéma

- la voie 1 (Y_1) permet de visualiser la tension aux bornes du circuit ou celle aux bornes du générateur c'est-à-dire u(t) ;
- la voie 2 (Y_2) permet de visualiser la tension aux bornes du conducteur ohmique ou une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit c'est-à-dire i(t).

2) Pour une valeur N_0 correspondant à la résonance d'intensité déterminons :

- l'impédance Z_0 de ce circuit : à la résonance d'intensité, $Z_0 = R = 400\ \Omega$
- l'intensité efficace : $Z_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{100}{400} = 0{,}25\ \text{A}$
- pulsation propre : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1\times10^{-6}}} = 1000\ \text{rad/s}$
- fréquence de résonance : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159{,}15\ \text{Hz}$
- les valeurs des tensions efficaces U_{R0}, U_{L0} et U_{C0} aux bornes de chaque dipôle.
  - $U_{R0} = RI_0 = 400\times0{,}25 = 100\ \text{V}$
  - $U_{L0} = L\omega_0 I_0 = 1\times1000\times0{,}25 = 250\ \text{V}$
  - $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0} \Rightarrow U_{L0} = U_{C0} = 250\ \text{V}$

Exercice 3 (extrait Bac Série D 2001 Madagascar)

1) Calculons l'impédance Z de ce dipôle RLC.

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Or $u(t) = U\sqrt{2}\cos(100\pi t) = U_m\cos(\omega t)$ donc $\omega = 100\pi$ rad

Application numérique : $Z = \sqrt{155^2 + \left(1\times100\times\pi - \frac{1}{20.10^{-6}\times100\times\pi}\right)^2} = 219{,}2\ \Omega$

2) Déterminons l'expression de l'intensité i(t) du courant qui traverse le dipôle.

On a : $u(t) = U\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ donc $i(t) = I\sqrt{2}\cos(100\pi t + \varphi)$ avec :

- $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{219{,}2} = 0{,}547\ \text{A}$
- φ est la phase de la tension par rapport à l'intensité

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1\times100\times\pi - \frac{1}{20.10^{-6}\times100\times\pi}}{155} = 1$$

$\Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(1) = 45°$ ou $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad ; $\varphi > 0$ donc u(t) est en avance par rapport à i(t).

D'où $i(t) = I\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}547\times\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow i(t) = 0{,}77\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

3) Construction du diagramme de FRESNEL relatif à ce circuit.

$U_R = RI = 155 \times 0,547 \approx 85\ V$

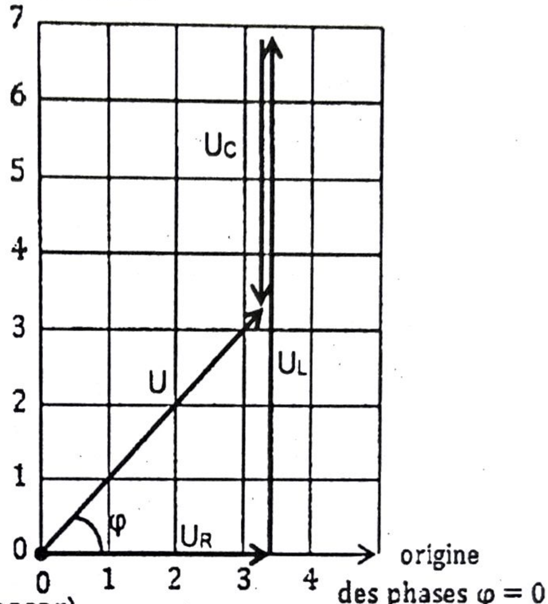
$U_L = L\omega I = 1 \times 100 \times \pi \times 0,547 \approx 172\ V$

$U_C = \dfrac{I}{C\omega} = \dfrac{0,547}{20.10^{-6} \times 100 \times \pi} = 87\ V$

$\left.\begin{array}{l} 1\ cm \longrightarrow 25\ V \\ x\ (cm) \longrightarrow 85\ V \end{array}\right\} \Rightarrow x = \dfrac{85}{25} = 3,4\ cm$

$\left.\begin{array}{l} 1\ cm \longrightarrow 25\ V \\ y\ (cm) \longrightarrow 172\ V \end{array}\right\} \Rightarrow y = \dfrac{172}{25} \approx 6,9\ cm$

$\left.\begin{array}{l} 1\ cm \longrightarrow 25\ V \\ z\ (cm) \longrightarrow 87\ V \end{array}\right\} \Rightarrow z = \dfrac{87}{25} \approx 3,5\ cm$



Exercice 4(extrait Bac Série D 2009 Madagascar)

1) **Calculons la valeur de la résistance R et celle de l'inductance L de la bobine.**

La tension aux bornes d'une bobine est donnée par : $U = Ri + L\dfrac{di}{dt}$

- sous une tension continue, l'intensité du courant parcourue par la bobine est constante et vaut I = 0,30 A. Donc $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{dI}{dt} = 0$

  d'où : $U = RI + L \times 0 = RI \Rightarrow R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{12}{0,30} = \underline{40\ \Omega}$

- dans le cas d'un courant alternatif, la valeur efficace de la tension alternative aux bornes de la bobine est donnée par : $U = ZI$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi NL)^2}$

  $U = \sqrt{R^2 + (2\pi NL)^2} I \Rightarrow \dfrac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (2\pi NL)^2} \Rightarrow \dfrac{U^2}{I^2} = R^2 + (2\pi NL)^2$

  $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{U^2}{I^2} - R^2} = 2\pi NL \Rightarrow L = \dfrac{1}{2\pi N}\sqrt{\dfrac{U^2}{I^2} - R^2}$

  Application numérique : $L = \dfrac{1}{2 \times \pi \times 50} \times \sqrt{\dfrac{12^2}{(0,073)^2} - 40^2} = \underline{0,50\ H}$

2) **Calculons la valeur de la capacité C pour que l'intensité efficace soit maximale.**

Si l'intensité efficace est maximale c'est que le circuit est à la résonance d'intensité.

Ainsi on a : $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \dfrac{1}{L\omega_0^2} = \dfrac{1}{L \times (2\pi f_0)^2} = \dfrac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} \Rightarrow C = \dfrac{1}{4 \times \pi^2 \times 50^2 \times 0,50} = \underline{2.10^{-5}\ F}$

3) **Puissance consommée par le dipôle RLC et tension efficace aux bornes de la bobine.**

> $P = UI\cos\varphi$ avec $\varphi = 0$ car le circuit est à la résonance d'intensité.

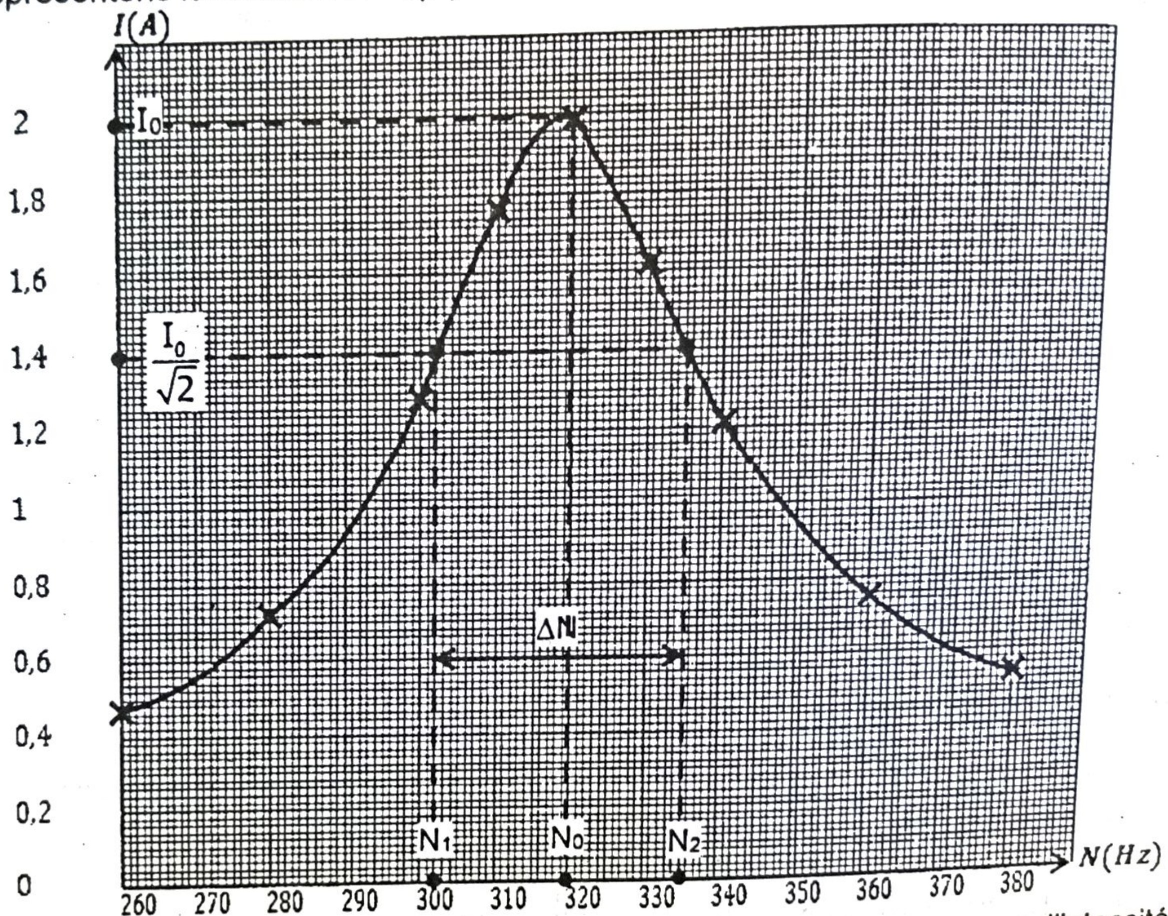
> $U_b = Z_b I = \sqrt{R^2 + (L\omega_0)^2} I = \sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2} I$

Application numérique : $P = 12 \times 0,073 \times \cos 0° = 0,876\ W$

$U_b = \sqrt{40^2 + (2 \times \pi \times 50 \times 0,5)^2} \times 0,073 = \underline{11,83\ V}$

Exercice 5

1. Représentons la fonction $I = f(N)$. Echelle : 1 cm pour 10 Hz ; 1 cm pour 0,2 A



2. **Détermination graphique de la fréquence N_0 et l'intensité I_0 de résonance d'intensité**

   À la résonance, l'intensité efficace est maximale donc $I_0 = I_m = 1{,}99$ A.

   La fréquence correspondante est $N_0 = 320$ Hz.

   Déduction de la valeur de la résistance R de la bobine.

   À la résonance d'intensité, Z = R avec $Z = \frac{U}{I_0} = \frac{40}{1{,}99} = 20{,}1\ \Omega \Rightarrow \underline{R = 20{,}1\ \Omega}$

3. **Déterminons graphiquement la largeur de la bande passante du circuit.**

   La bande passante est le domaine de fréquence pour lequel la réponse en intensité I du circuit est supérieure à $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$. Ainsi pour $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{1{,}99}{\sqrt{2}} = 1{,}4$ A, on a :

   $N_1 = 302$ Hz et $N_2 = 335$ Hz $\Rightarrow \Delta N = N_2 - N_1 = 335 - 302$ Hz $= 33$ Hz.

4. **Déduction de la valeur de l'inductance L de la bobine.**

   $$\Delta N = \frac{R}{2\pi L} \Rightarrow L = \frac{R}{2\pi \Delta N} = \frac{20{,}1}{2 \times \pi \times 33} = 0{,}097\ \text{H}$$

5. **Déduction de la capacité du condensateur à partir des résultats précédents.**

   A la résonance d'intensité, $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{L \times (2\pi N_0)^2} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}$

   Application numérique : $C = \frac{1}{4 \times \pi^2 \times 320^2 \times 0{,}097} = 2{,}55.10^{-6}$ F

6. Comparaison des tensions efficaces U et Uc puis conclusion

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{I_0}{2\pi N_0 C} = \frac{1,99}{2 \times \pi \times 320 \times 2,55.10^{-6}} \approx 388\ V$$

$$\frac{U_C}{U} = \frac{388}{40} = 9,7 \Rightarrow U_C = 9,7U \Rightarrow$$ Uc est très supérieure à U.

Conclusion : il y a surtension à la résonance aux bornes du condensateur.

7. Valeur numérique du facteur de qualité

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{320}{33} = 9,7$$

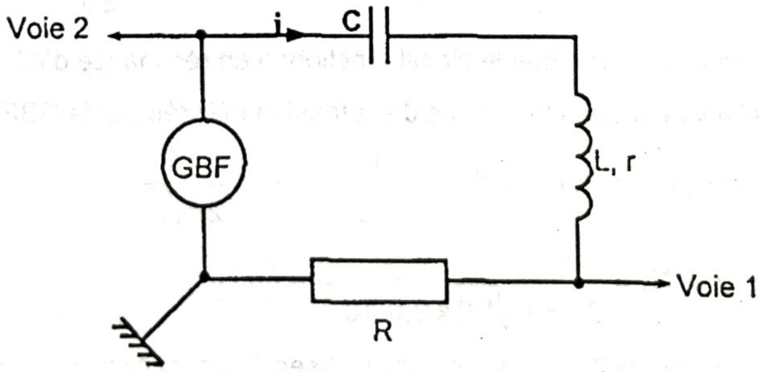
Exercice 6 (Extrait Bac séries S2, S2A, S4 & S5 session 2015 Sénégal)

1. **Déterminons l'amplitude de la tension correspondant à chaque courbe.**
   - L'amplitude de la courbe ① correspond à 3 divisions donc : $U_{m1} = 3 \times 2,0 = 6,0$ V ;
   - L'amplitude de la courbe ② correspond à 2 divisions donc : $U_{m2} = 2 \times 2,0 = 4,0$ V.

   Identification de la courbe correspondant à la tension u_G aux bornes du GBF.

   La courbe ① correspond à la tension u_G car la tension aux bornes du GBF a la plus grande amplitude étant donné que la sensibilité verticale est la même sur les deux voies.

2. **Branchements à l'oscilloscope permettant d'obtenir les courbes sur la figure 1.**



3. **Déterminons la fréquence de la tension délivrée par le GBF.**

   $N = \frac{1}{T}$ or $T = 8 \times 2 = 16$ ms $= 16.10^{-3}$ s donc $N = \frac{1}{16.10^{-3}} = \underline{62,5\ Hz}$

   Remarque : la période T correspond à 8 divisions sur l'oscillogramme.

4. **Calcul, en valeur absolue, de la différence de phase entre $u_G(t)$ et i(t).**

   $|\varphi| = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{2\pi \times 1}{8} = \frac{\pi}{4}$ *rad*

   Remarque : le décalage horaire τ correspond à 1 division sur l'oscillogramme.

   Précisons la grandeur électrique en avance de phase.

   D'après la figure 2, la courbe ① correspondant à l'intensité *i(t)* atteint son maximum avant la courbe ② représentant la tension $u_G(t)$ donc l'intensité est en avance sur la tension.

5. **Expressions de l'intensité du courant i(t) et de la tension $u_G(t)$ en fonction du temps**

$$u_G(t) = U_{1m}\cos(\omega t + \varphi_u) = U_{1m}\cos(2\pi Nt + \varphi_u)$$

La date t = 0 correspond au point O de la figure 2 donc à t = 0, $u_G = U_{1m} = 6$ V d'où $\varphi_u = 0$.

$$\Rightarrow u_G(t) = 6\cos(2\pi \times 62{,}5t) = \underline{6\cos(125\pi t)}$$

Comme i(t) est en avance sur $u_G(t)$ donc on a : $i(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi) = I_m\cos(2\pi Nt + \varphi)$

$$\text{Or } U_{2m} = RI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{2m}}{R} = \frac{4{,}0}{100} = 4.10^{-2}\text{ A}$$

$$\Rightarrow i(t) = 4.10^{-2}\cos\left(2\pi \times 62{,}5t + \frac{\pi}{4}\right) = 4.10^{-2}\cos\left(125\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

6. **Calcul de la valeur de la capacité C du condensateur.**

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r} \Rightarrow (R + r)\tan\varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R + r)\tan\varphi$$

$$\Rightarrow C\omega = \frac{1}{L\omega - (R + r)\tan\varphi} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega\left(L\omega - (R + r)\tan\varphi\right)}$$

Application numérique : $C = \dfrac{1}{125 \times \pi \times \left(1{,}0 \times 125 \times \pi - (100 + 8{,}5) \times \tan\dfrac{\pi}{4}\right)} \approx \underline{9{,}0.10^{-6}\text{ F}}$

7. **On règle la fréquence de u_G de sorte que le circuit fonctionne en résonance d'intensité.**

7.1. **Calcul de la nouvelle valeur de la fréquence de la tension délivrée par le GBF.**

A la résonance d'intensité, $\omega = \omega_0 = 2\pi N_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Application numérique : $N_0 = \dfrac{1}{2 \times \pi \times \sqrt{1{,}0 \times 9{,}0.10^{-6}}} = \underline{53\text{ Hz}}$

7.2. **Représentation qualitative de l'allure des courbes observées sur l'oscilloscope.**

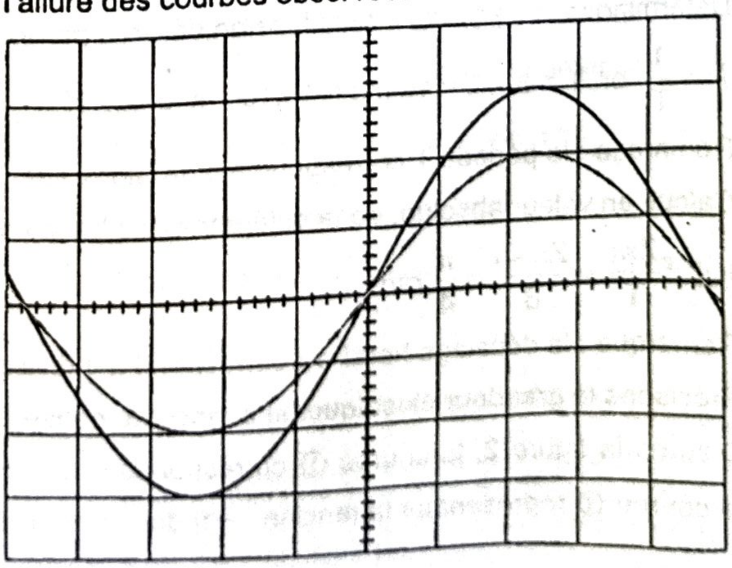
$T_0 = \dfrac{1}{N_0} = \dfrac{1}{53} \approx 1{,}9.10^{-2}$ s

1 div $\rightarrow 2.10^{-3}$ s

x div $\rightarrow 1{,}9.10^{-2}$ s

$\Rightarrow x = \dfrac{1{,}9.10^{-2} \times 1}{2.10^{-3}} = 9{,}5$ div

Le circuit fonctionne en résonance d'intensité donc $u_G(t)$ et i(t) sont en phase c'est-à-dire que les deux coourbes atteignent leur maximum au même moment.



Exercice 7 (Extrait Bac Série S2 2006 Sénégal)

1. **Déduction de l'oscillogramme :**

1.1. la fréquence de la tension sinusoïdale

- La période est $T = s_H \times n$; où n est le nombre de divisions correspondant à une période et sH la sensibilité horizontale. or n = 5 ; donc $T = 100.10^{-6} \times 5 = 5.10^{-4}$ s.
- La fréquence est l'inverse de la période : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{5.10^{-4}} = 2000$ Hz

1.2. valeurs efficaces de l'intensité et de la tension

- La tension maximale aux bornes de la résistance est : $U_{Rm} = S_1 \times n_1$
  S_1 est la sensibilité verticale sur la voie 1 et $S_1 = 1$ V/div
  n_1 est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 1 ; $n_1 = 2{,}4$ div. Donc $U_{Rm} = 1 \times 2{,}4 = 2{,}4$ V
- L'intensité maximale correspondante est :
  $U_{Rm} = RI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_R}{R} = \frac{2{,}4}{100} = 2{,}4.10^{-2}$ A = 240 mA
  L'intensité efficace est : $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2{,}4.10^{-2}}{\sqrt{2}} = 1{,}7.10^{-2}$ A = 170 mA
- La tension maximale aux bornes du générateuur : $U_m = S_2 \times n_2$
  S_2 est la sensibilité verticale sur la voie 2 et $S_2 = 2$V/div
  n_2 est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 2 ; $n_2 = 3$ div. Donc $U_m = 2 \times 3 = 6$ V
  La tension efficace : $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4{,}2$ V

1.3. Déphasage de la tension par rapport à l'intensité

Le nombre de divisions suivant l'horizontale, correspondant à l'écart temporel $\tau = 2$ div.

donc on a : $|\varphi| = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{2\pi}{5.10^{-4}} \times 1.10^{-4} = \frac{2\pi}{5}$ rad

L'oscillogramme montre que la tension aux bornes de la résistance atteint son maximum avant que la tension aux bornes du génarateur n'atteigne le sien. Donc l'intensité est en avance sur la tension ou bien la tension est en retard sur l'intensité.

D'où $\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{5}$ rad

1.4. Hypothèses non vraisemblables

- (D) est un conducteur ohmique car le cas échéant la tension et l'intensité seraient en phase.
- (D) est une bobine de résistance r et d'inductance L car le cas échéant la tension serait en avance sur l'intensité.
- (D) est un condensateur car le cas échéant la tension serait en retard sur l'intensité avec $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad.

2. Pour $N_0 = 2150$ Hz, l'intensité efficace passe par un maximum de valeur $I_0 = 107$ mA

2.1. Nature du dipôle (D) inconnu

Le dipôle (D) est une bobine de résistance r et d'inductance L en série avec un condensateur de capacité C car pour $N = N_0 = 2150$ Hz, il se produit un phénomène de résonance d'intensité.

2.2. Caractéristiques du dipôle (D)

A la résonance : $U_0 = (R + r)I_0 \Rightarrow \frac{U_0}{I_0} = R + r \Rightarrow r = \frac{U_0}{I_0} - R$

Application numérique : $r = \frac{12}{107.10^{-3}} - 100 = 12\,\Omega$

Pour $N = 2000$ Hz, $\varphi = -\frac{2\pi}{5}$ rad et $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R+r)\tan\varphi$

Pour $N_0 = 2150$ Hz, $\varphi = 0 \Rightarrow L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$

$$\begin{cases} L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R+r)\tan\varphi & (1) \\ L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} & (2) \end{cases}$$

De ce système on tire :

(2) $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} \Rightarrow \frac{1}{C} = L\omega_0^2$

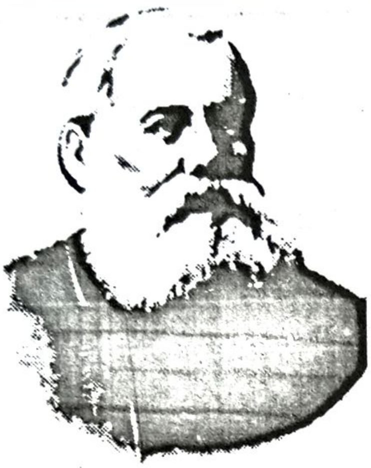
(1) $L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R+r)\tan\varphi \Rightarrow L\omega - \frac{1}{\omega} \times L\omega_0^2 = (R+r)\tan\varphi$

$\Rightarrow L\omega^2 - L\omega_0^2 = \omega(R+r)\tan\varphi \Rightarrow L(\omega^2 - \omega_0^2) = \omega(R+r)\tan\varphi$

$\Rightarrow L = \frac{\omega(R+r)\tan\varphi}{\omega^2 - \omega_0^2} = \frac{2\pi N(R+r)\tan\varphi}{(2\pi N)^2 - (2\pi N_0)^2}$

Application numérique : $L = \frac{2 \times \pi \times 2000 \times (100+12) \times \tan\left(-\frac{2\pi}{5}\right)}{(2 \times \pi \times 2000)^2 - (2 \times \pi \times 2150)^2} = 0{,}18$ H

$\frac{1}{C} = L\omega_0^2 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{(2\pi N_0)^2 L} \Rightarrow C = \frac{1}{(2 \times \pi \times 2150)^2 \times 0{,}18} = 3{,}1.10^{-8}$ F



LES ALCOOLS

Vladimir Vassilievitch Markovnikov
(22 décembre1838 – 11 février 1904)
Chimiste Russe
Il est connu pour ses travaux sur la structure moléculaire de divers corps organiques et pour avoir énoncé en 1871 une règle empirique concernant l'hydratation des alcènes asymétriques ou dissymétriques dite règle de Markovnikov qui dit que l'hydratation d'un alcène dissymétrique conduit de façon majoritaire à l'alcool dont la classe est la plus élevée..

Objectifs spécifiques

- Connaître les trois classes d'alcool.
- Connaître les méthodes de préparation d'un alcool.
- Connaître les propriétés chimiques des alcools.
- Connaître la nature et les noms des produits d'oxydation des alcools primaires et secondaires.
- Connaître la nomenclature des aldéhydes et des cétones et les réactifs qui permettent de les identifier.

RAPPEL DE COURS

1. ALCOOL

1.1) Définition

C'est un composé organique comportant un groupement fonctionnel hydroxyle(-OH).
La formule générale brute d'un alcool saturé est $C_nH_{2n+2}O$.
Cette formule peut s'écrire sous la forme C_nH_{2n+1}-OH ou R-OH.

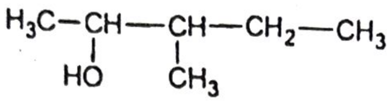
1.2) Nomenclature

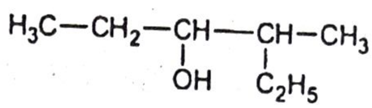
Le nom d'un alcool dérive de celui de l'alcane correspondant en remplaçant la terminaison « e » de l'alcane par « ol » puis on indique, si nécessaire, le numéro de l'atome de carbone où le groupe hydroxyle est fixé (carbone fonctionnel).
Si la molécule est ramifiée on procède comme suit :

- on détermine la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- on indique, si nécessaire, l'indice du carbone fonctionnel. Cet indice doit être le plus bas possible et est placé entre le nom de l'alcane correspondant à la chaîne principale (privé de la voyelle « e ») et le suffixe « –ol ».

Exemples :

H_3C-CH_2-OH





éthanol — 3-méthylpentan-2-ol — 4-méthylhexan-3-ol

1.3) <u>Les trois classes d'alcool</u>

Classe	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Nombre d'atomes de carbone auquel le carbone fonctionnel est lié	0 ou 1	2	3
Formule semi-développée	$R-CH_2-OH$	$R_1-CH(OH)-R_2$	$R_1-C(R_3)(OH)-R_2$

<u>Remarque</u> : R, R_1, R_2 et R_3 sont des groupes carbonés (ils sont différents de H).

1.4) <u>Polyols ou polyalcools</u>

Ce sont les molécules qui possèdent plusieurs groupes hydroxyles OH.

Exemples :

Formule semi-développée	$HO-CH_2-CH_2-OH$	$HO-CH_2-CH(OH)-CH_2-OH$
nom	glycol (ou éthan-1,2-diol)	glycérol (ou propan-1,2,3-triol)

1.5) <u>Préparation des alcools</u>

a) Fermentation des jus sucrés

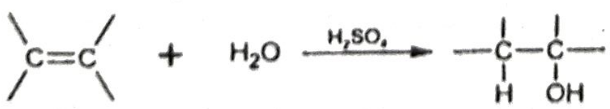
L'éthanol est obtenu par fermentation alcoolique à partir de jus sucrés (palme, cacao, ananas, canne, sorgho...), ou à partir de produits contenant de l'amidon (céréales, pomme de terre, manioc...) qui donnent des sucres par hydrolyse.

Exemple : $\underset{\text{amidon}}{(C_6H_{10}O_5)_n} \xrightarrow{\text{enzyme + eau}} \underset{\text{glucose}}{nC_6H_{12}O_6}$

$$C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{enzyme}} 2CH_3-CH_2OH + 2CO_2$$

b) Hydratation des alcènes

En milieu acide, l'hydratation d'un alcène conduit à un alcool.



- **Hydratation d'un alcène symétrique**

Dans ce cas, on obtient un seul produit.

Exemple : $CH_2{=}CH_2 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH$

- **Hydratation d'un alcène dissymétrique**

Dans ce cas, on obtient deux produits dont l'un est majoritaire et l'autre minoritaire.

Pour les identifier, on applique la règle de **Markovnikov** qui dit que l'hydratation d'un alcène dissymétrique conduit de façon majoritaire à l'alcool dont la classe est la plus élevée.

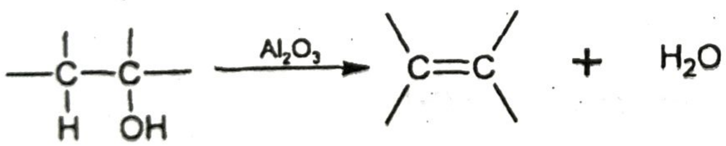
Exemple : $CH_3\text{-}CH{=}CH_2 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} \begin{cases} CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}OH & (a) \\ CH_3\text{-}CHOH\text{-}CH_3 & (b) \end{cases}$

Ici le produit (a) est un alcool primaire et (b) est un alcool secondaire donc le produit obtenu majoritairement est (b) et celui obtenu minoritairement est (a).

1.6) Propriétés chimiques des alcools

a) Déshydratation

La déshydratation en présence d'alumine Al_2O_3 d'un alcool conduit à un alcène.



Exemple : $CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH \xrightarrow{Al_2O_3} CH_2{=}CH_2 + H_2O$

b) Réaction avec le sodium

Le sodium réagit avec les alcools selon une réaction d'oxydoréduction :

$$\underbrace{R\text{-}OH}_{\text{alcool}} + Na \longrightarrow \underbrace{RO^- + Na^+}_{\text{alcoolate de sodium}} + \frac{1}{2}H_2$$

Exemple : $\underbrace{CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH}_{\text{éthanol}} + Na \longrightarrow \underbrace{(CH_3\text{-}CH_2\text{-}O^- + Na^+)}_{\text{éthanolate de sodium}} + \frac{1}{2}H_2$

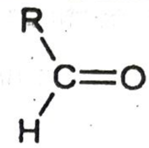
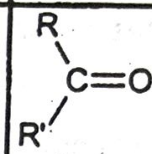
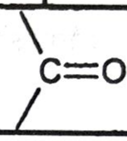
Remarque :

Les enzymes, l'acide sulfurique H_2SO_4, l'alumine Al_2O_3 (qui figurent dans les équations-bilans des réactions chimiques précédentes) sont des **catalyseurs,** substances qui modifient la vitesse d'une réaction chimique sans être transformées par la réaction.

On en distingue plusieurs.

2. ALDEHYDES ET CETONES

2.1) Définition

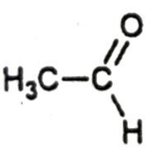
Composés carbonylés	Aldéhyde	Cétone
Formule générale particulière		 R≠H et R'≠H
Groupe fonctionnel(carbonyle) commun		
Formule générale brute commune	$C_nH_{2n}O$	

2.2) Nomenclature des aldéhydes

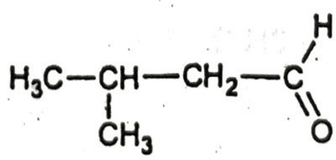
Pour nommer un aldéhyde, on remplace le « e » final de l'alcane correspondant par le suffixe « –al ». Si la molécule est ramifiée, le principe est le suivant :

- déterminer la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- numéroter les carbones de la chaîne principale en commençant par le carbone fonctionnel.

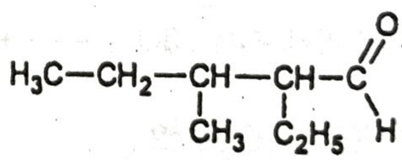
Exemples :



éthanal



3-méthylbutanal



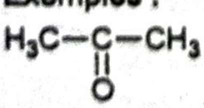
2-éthyl-3-méthylpentanal

2.3) Nomenclature des cétones

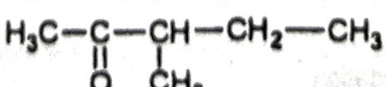
Pour nommer une cétone, on remplace le « e » final de l'alcane correspondant par le suffixe « –one ». Le principe est le suivant :

- déterminer la chaîne principale contenant le carbone fonctionnel ;
- indiquer, si nécessaire, l'indice du carbone fonctionnel. Cet indice doit être le plus bas possible et est placé entre le préfixe indiquant le nombre de carbone de la chaîne principale et le suffixe « –one » ;
- si la molécule est ramifiée, procéder comme chez les hydrocarbures.

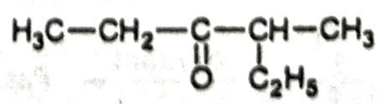
Exemples :



propanone



3-méthylpentan-2-one



4-méthylhexan-3-one

2.4) Propriétés chimiques

- Les aldéhydes et les cétones donnent avec la DNPH un précipité jaune (propriété commune).
- Les aldéhydes rosissent le réactif de Schiff.
- Les aldéhydes réduisent l'ion diamine argent en donnant un miroir ou dépôt d'argent (réactif de Tollens).
- Les aldéhydes réduisent la liqueur de Fehling en donnant un précipité rouge brique (foncé).

Remarque : La couleur rouge brique est due à la formation d'un précipité d'oxyde de cuivre I (Cu_2O). Un précipité est la formation dans une solution (parfois colorée mais transparente) de minuscules particules insolubles : la solution se trouble (translucide).

3. OXYDATION DES ALCOOLS

3.1) Combustion

C'est l'action de brûler ; combinaison, dégageant de la chaleur, d'un corps avec l'oxygène.

La réaction de combustion est une oxydation brutale.

La combustion des alcools dans le dioxygène donne du dioxyde de carbone et de l'eau.

$$C_nH_{2n+1}\text{-}OH + \frac{3n}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

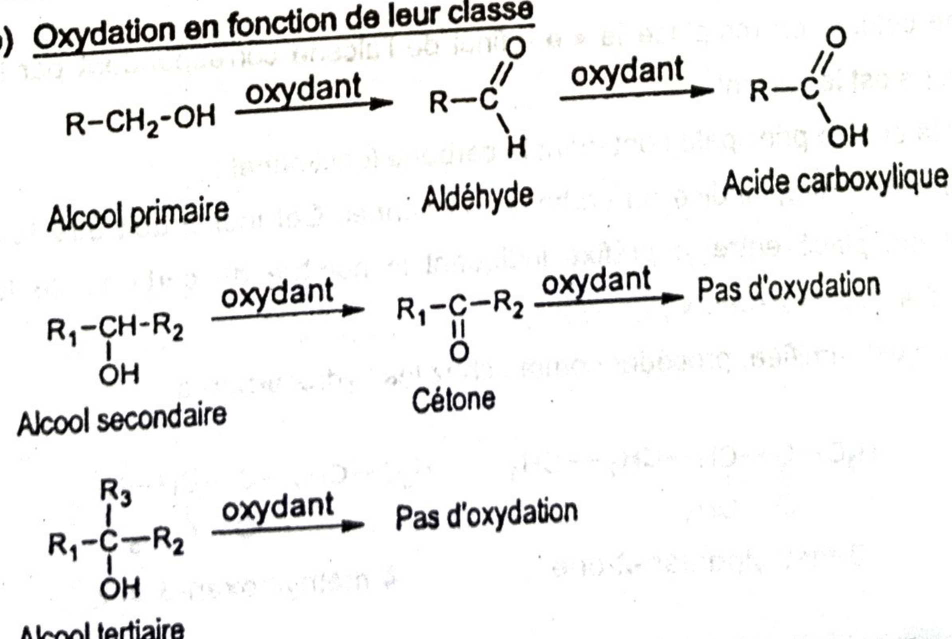
Exemple : $CH_3\text{-}CH_2\text{-}OH + 3O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 3H_2O$

3.2) Oxydation ménagée

a) Définition

Une oxydation ménagée est une oxydation douce au cours de laquelle le squelette carbone
la molécule est conservé.

b) Oxydation en fonction de leur classe



c) Oxydation par l'oxygène de l'air

C'est l'expérience de la lampe sans flamme.

Elle se fait en présence de métaux cuivre (Cu) ou platine (Pt).

Exemple :

En présence de cuivre ou de platine, l'éthanol brûle dans l'oxygène de l'air pour donner successivement l'éthanal puis l'acide éthanoïque.

$$CH_3-CH_2OH+\frac{1}{2}O_2\xrightarrow{Cu\ ou\ Pt}CH_3-CHO+H_2O$$

$$CH_3-CHO+\frac{1}{2}O_2\xrightarrow{Cu\ ou\ Pt}CH_3-COOH$$

d) Oxydation par un oxydant.

Elle se fait en présence d'une solution acidifiée de permanganate de potassium ($KMnO_4$) ou de bichromate de potassium ($K_2Cr_2O_7$).

Les ions dichromate ($Cr_2O_7^{2-}$) et permanganate (MnO_4^-) son obtenu en dissolvant respectivement les composés ioniques $K_2Cr_2O_7$ et $KMnO_4$ dans l'eau.

➢ **Équations-bilan de dissolution**

$$K_2Cr_2O_7\xrightarrow{H_2O}2K^++Cr_2O_7^{2-}$$

$$KMnO_4\xrightarrow{H_2O}K^++MnO_4^-$$

➢ **Couple oxydant/réducteur et demi-équation électronique**

Un couple oxydant/réducteur se note Ox/Red.

Sa demi-équation électronique est donnée par :

$Ox+ne^-\rightleftharpoons Red$ **ou bien** $Red\rightleftharpoons Ox+ne^-$

Exemples :

$Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$: $Cr_2O_7^{2-}+6e^-+14H^+\rightleftharpoons 2Cr^{3+}+7H_2O$

MnO_4^-/Mn^{2+} : $MnO_4^-+5e^-+8H^+\rightleftharpoons Mn^{2+}+4H_2O$

4. MÉTHODE PRATIQUE

➢ **Comment écrire l'équation-bilan d'une réaction d'oxydation d'un alcool.**

- Déterminer les couples oxydant/réducteur en présence ;
- Ecrire les demi-équations électroniques des couples en présence ;
- Multiplier ces demi-équations par les coefficients qu'il faut pour avoir le même nombre d'électrons dans les demi-équations ;
- Additionner membre à membre les deux demi-équations ;
- Simplifier les termes apparaissant à la fois dans les deux membres ;
- Transformer les ions H^+ en ions H_3O^+ en ajoutant le nombre de molécules d'eau qu'il faut à chacun des membres de l'équation-bilan (nécessaire si demandé).

Exemple 1 : Oxydation de R-CH_2OH par l'ion permanganate en défaut en milieu acide.

MnO_4^-/Mn^{2+} $\quad 2\times(MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} 4H_2O)$

R-CHO/R-CH_2OH $\quad 5\times(R\text{-}CH_2OH \rightleftharpoons R\text{-}CHO + 2H^+ + 2e^-)$

$$5R\text{-}CH_2OH + 2MnO_4^- + 6H^+ \longrightarrow 5R\text{-}CHO + 2Mn^{2+} + 8H_2O$$

ou bien

$$5R\text{-}CH_2OH + 2MnO_4^- + 6H_3O^+ \longrightarrow 5R\text{-}CHO + 2Mn^{2+} + 14H_2O$$

Exemple 2 : Réaction avec la liqueur de Fehling en milieu basique

Cu^{2+}/Cu_2O $\quad 2Cu^{2+} + 2OH^- + 2e^- \rightleftharpoons Cu_2O + H_2O$

$RCOO^-/RCHO$ $\quad RCHO + 3OH^- \rightleftharpoons RCOO^- + 2H_2O + 2e^-$

$$RCHO + 2Cu^{2+} + 5OH^- \longrightarrow RCOO^- + Cu_2O + 3H_2O$$

Exemple 3 : Réaction avec le nitrate d'argent ammoniacal en milieu basique

$[Ag(NH_3)_2]^+/Ag$ $\quad 2\times([Ag(NH_3)_2]^+ + e^- \rightleftharpoons Ag + 2NH_3)$

$RCOO^-/RCHO$ $\quad RCHO + 3OH^- \rightleftharpoons RCOO^- + 2H_2O + 2e^-$

$$RCHO + 2[Ag(NH_3)_2]^+ + 3OH^- \longrightarrow RCOO^- + 2Ag + 4NH_3 + 2H_2O$$

5. TABLEAU RECAPITULATIF DE QUELQUES REACTIONS

	Aldéhyde	Cétone	Alcool primaire ou secondaire	Alcool tertiaire	Acide carboxylique
2,4-DNPH	précipité jaune	précipité jaune	-	-	-
Réactif de Schiff	coloration rose	-	-	-	-
Réactif de Tollens	dépôt d'argent	-	-	-	-
Liqueur de Fehling	précipité rouge brique	-	-	-	-
Papier pH	-	-	-	-	coloration rouge
Solution oxydante + H_2SO_4 concentré	décoloration	-	décoloration	-	-

EXERCICES RESOLUS

Exercice 1.(Extrait Bac D session 2001 Madagascar)

1) a) Donner la formule brute d'un monoalcool saturé X.
   b) Déterminer la formule brute de l'alcool X si sa masse moléculaire est $M = 74\ g.mol^{-1}$.
   c) Donner les formules semi-développées, les noms et les classes des isomères de cet alcool.
2) Un des isomères de l'alcool X, noté A, réagit avec le permanganate de potassium (KM_nO_4) en excès pour donner l'acide butanoïque.
   a) Donner la formule semi-développée et le nom de A.
   b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction entre le KM_nO_4 et l'alcool A.

Exercice 2

L'analyse élémentaire d'un composé B a donné 62% de carbone, 27,6% d'oxygène et 10,4% d'hydrogène. Données : $M_H = 1$ g/mol ; $M_C = 12$ g/mol ; $M_O = 16$ g/mol ; $M_B = 58$ g/mol.

1. Montrer que B a pour formule brute C_3H_6O.
2. On introduit dans un tube à essai qui contient le composé B quelques gouttes de la 2,4 DNPH. On observe alors la formation d'un précipité jaune.
   Déduire de ce test les formules semi-développées possibles pour B en indiquant les noms des composés correspondants.
3. Le composé B réagit avec le réactif de Schiff en donnant une coloration rose.
   Quelle est la fonction chimique de B ? Identifier B.
4. Le composé B a été obtenu par oxydation ménagée d'un alcool A par l'oxygène de l'air.
   4.1. Donner la classe, la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.
   4.2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool A.

Exercice 3

On place dans un tube à essai une masse $m = 2{,}96$ g d'alcool D à chaîne saturée non cyclique avec un excès de sodium métal. On observe un dégagement de gaz qui recueilli, a un volume $V = 480$ mL.

1) Quel est le nom de ce gaz qui se dégage ? Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
2) En déduire la masse molaire M_D de l'alcool D ainsi que sa formule brute.
3) La chaîne carbonée de D est ramifiée et son produit d'oxydation réagit positivement avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff. Déduire sa formule semi-développée et son nom.

On donne :

- Masses molaires atomiques en $g.mol^{-1}$: H : 1 ; C : 12 ; O : 16 ; Na : 23.
- Volume molaire : $V_m = 24$ L/mol.

Exercice 4(extrait Bac série D 2nd groupe session 2014 NIGER)

1) Donner les formules semi-développées des isomères de l'alcool de formule brute $C_4H_{10}O$
2) On considère trois alcools A, B, C de formule brute $C_4H_{10}O$, dont on désire déterminer la formule semi-développée. Pour cela on réalise les expériences suivantes :
   a) On ajoute à chacun de ces alcools une petite quantité d'une solution de dichromate de potassium acidifiée par l'acide sulfurique; on observe un changement de couleur uniquement pour les solutions B et C.
   b) L'oxydation ménagée de B conduit à un composé D capable de réagir avec la liqueur de Fehling. L'oxydation ménagée de C conduit à un composé E donnant un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) et ne réagit pas avec la liqueur de Fehling.
   c) Chauffée en présence d'un catalyseur, une molécule de B donne une molécule d'eau et une molécule de but-1-ène.

   2.1. Quel(s) renseignement(s) peut-on déduire de chacun des tests ?

   2.2. En déduire les formules semi-développées des alcools A, B, C.

Exercice 5

1) La combustion complète de 0,37 g de deux alcools aliphatiques saturés isomères (A_1) et (A_2) nécessite un volume V = 0,72 L de dioxygène dans les conditions de température et de pression où le volume molaire des gaz est égal à 24 $L.mol^{-1}$.

   On donne en $g.mol^{-1}$: M(C) = 12 , M(H) = 1 et M(O) = 16.
   a) Ecrire l'équation de la combustion complète d'un alcool.
   b) Montrer que la formule brute des deux alcools (A_1) et (A_2) est $C_4H_{10}O$.
2) On réalise leur oxydation ménagée par une solution de bichromate de potassium acidifiée.
   - (A_1) ne donne rien.
   - (A_2) donne un composé (B_2).
   - (B_2) donne un test positif avec la D.N. P. H et un test négatif avec le réactif de Schiff.

   a) Préciser en le justifiant la classe de chacun des alcools (A_1) et (A_2).
   b) Donner la formule semi-développées et le nom de (B_2).
   c) Donner la formule semi développées et le nom de (A_1) et (A_2).
3) On réalise la déshydratation intramoléculaire de (A_1) en présence de l'acide sulfurique. On obtient un composé organique C_1.
   a) Ecrire l'équation de la réaction en utilisant les formules semi-développées.
   b) Préciser le nom de C_1.

Exercice 6

Un alcool A a pour formule :

$$\begin{array}{l} \quad\;\; R \\ \quad\;\; | \\ R'-CH-CH_2OH \end{array}$$

R et R' sont des radicaux alkyles $-C_nH_{2n+1}$

1. Quelle est la classe de cet alcool A ?
2. On effectue une oxydation ménagée de cet alcool par l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide.
   a) Quels sont les corps susceptibles de se former ?
   b) Ecrire l'équation-bilan d'oxydation de l'alcool dans le cas où la solution oxydante est en défaut puis en excès.
3. Pour déterminer la formule complète de l'alcool précédent, on oxyde avec un excès d'oxydant $Cr_2O_7^{2-}$ une masse m = 15,0 g de A. On obtient un composé B. Le composé B est étudié avec une solution de soude (hydroxyde de sodium) de concentration molaire 2,00 mol.L^{-1}. L'équivalence acido-basique est obtenue lorsque l'on a versé V_b = 85,2 cm^3 de solution basique.
   a) Quelle est la masse molaire de l'alcool A ? En déduire sa formule brute.
   b) Quelle est la formule semi-développée de l'alcool A ? Quel est son nom ?

Exercice 7(extrait Bac D Deuxième Session 2004 Côte d'Ivoire)

1) On réalise dans le dioxygène la combustion complète d'un hydrocarbure non cyclique, de formule brute C_nH_{2n}, où n désigne le nombre d'atomes de carbone.
   La combustion complète d'une mole de l'hydrocarbure produit 72 g d'eau.
   1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de combustion en fonction de n.
   1.2. Calculer la valeur de n et donner la formule brute de cet hydrocarbure.
2) On suppose que l'hydrocarbure contient quatre atomes de carbone.
   Ecrire les formules semi-développées et les noms des isomères possibles.
3) L'hydratation de l'un des isomères nommé A ne donne qu'un seul produit B.
   3.1. Quels sont les formules semi-développées et les noms de A et de B ?
   3.2. Ecrire l'équation-bilan de l'hydratation de A.
4) Le corps B est oxydé en milieu acide par le permanganate de potassium. Il se forme un seul produit C.
   4.1. Quelle est la fonction de C ? Donner sa formule semi-développée et son nom.
   4.2. Proposer un test permettant d'identifier C.

On donne : M(H) = 1 g.mol^{-1}; M(O) = 16 g.mol^{-1} ; M(C) = 12 g/mol.

EXERCICES DE PERFECTIONNEMENT

Exercice 1 (extrait Bac Blanc Régional série D 2016 DREN Abidjan 3 C.I.)

L'hydratation d'une masse $m_1 = 2,24$ g d'un alcène A de formule brute C_nH_{2n} produit une masse $m_2 = 2,96$ g d'un alcool B. On donne : M(C) = 12 g/mol, M(H) = 1g/mol, M(O) = 16 g/mol.

1) Donner la formule brute générale de cet alcool B.
2) Ecrire l'équation bilan de la réaction d'hydratation.
3) Montrer que la formule brute de B est $C_4H_{10}O$.
4) Donner les formules semi-développées, les noms et les classes des isomères de B.
5) L'hydratation de A a produit deux alcools isomères B_1 et B_2. L'oxydation ménagée de l'isomère B_1 de B donne un produit C à chaine carbonée linéaire de formule brute C_4H_8O qui ne réagit pas avec le réactif de Schiff.
   5.1. Donner la fonction chimique de C, sa formule semi-développée et son nom.
   5.2. Donner la formule semi-développée et le nom de B_1.
   5.3. Déduire la formule semi-développée et le nom de l'alcène A.
6) On fait réagir l'isomère B_2 (produit minoritaire de l'hydratation) avec du sodium. Il se forme un alcoolate de sodium D et du dihydrogène.
   6.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
   6.2. Nommer l'alcoolate de sodium obtenu.
   6.3. Calculer la masse d'alcool B_2 qu'il faut faire réagir entièrement pour obtenir un volume V = 0,12 L de dihydrogène. On donne : V_m = 24 L/mol.

Exercice 2

Deux composés non cycliques A et B, de fonctions chimiques différentes, ont la même chaîne carbonée et la même formule brute $C_xH_yO_z$. La combustion complète d'une mole de A ou de B nécessite, d'une part, 7 moles de dioxygène et produit d'autre part 220 g de dioxyde de carbone et 90 g d'eau. Données en g/mol : M(H) = 1 ; M(C) = 12 ; M(O) = 16.

1. Écrire l'équation bilan de la combustion de ces deux corps.
2. En utilisant cette équation bilan, déterminer leur formule brute.
3. Dans la suite on supposera que cette formule brute est $C_5H_{10}O$.
   3.1. À quelle(s) famille(s) organique(s) A et B peuvent-ils appartenir ?
   3.2. Chacun de ces composés ne comporte qu'un seul groupe fonctionnel et les atomes de carbone sont liés entre eux par des liaisons simples. A possède un groupe méthyle lié au carbone numéro 2 et B un groupe méthyle lié au carbone numéro 3.
   Donner les formules semi développées et les noms de A et B.
4. Le composé A est oxydé par les ions dichromates ($Cr_2O_7^{2-}$) en milieu acide ; la solution prend la teinte verte des ions Cr^{3+} et on obtient un produit organique C.
   Écrire l'équation bilan de la réaction.

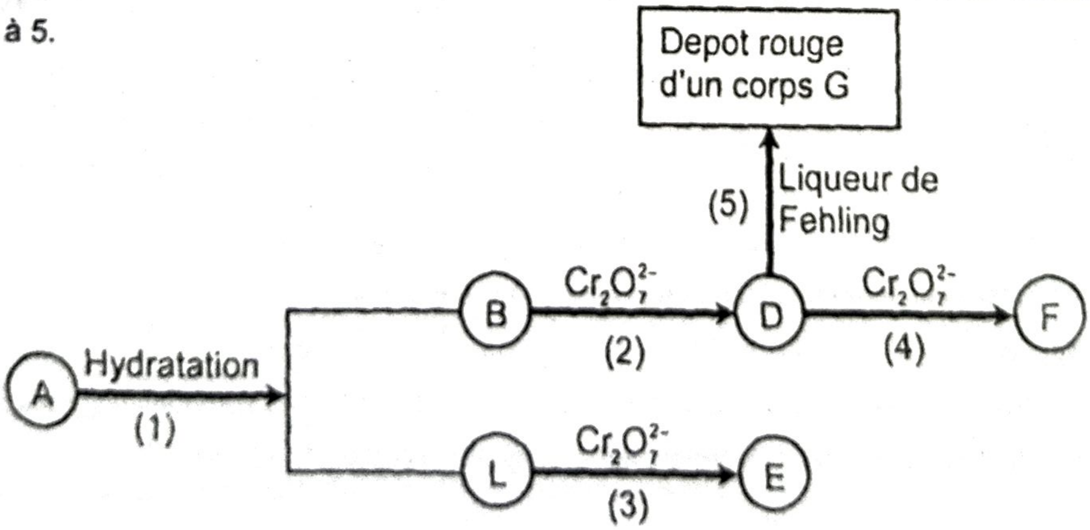
5. Le composé B est obtenu par oxydation ménagée d'un alcool B_1.
   Le composé B_1 peut être obtenu de façon majoritaire par hydratation d'un hydrocarbure B_2.
   Écrire les formules semi-développées et les noms de B_1 et B_2.

Exercice 3 (extrait Bac session normale 2015 Burkina Faso)

1) La combustion complète par le dioxygène de 0,1 mole d'un alcool saturé A a donné 8,96 L de dioxyde de carbone et de l'eau. Dans les conditions de l'expérience, le volume molaire d'un gaz est 22,4 L/mol.
   a) Ecrire l'équation-bilan de la combustion complète d'un alcool saturé et en déduire que la formule brute de l'alcool A est $C_4H_{10}O$.
   b) Donner la formule semi-développée, le nom et la classe de chacun des isomères possibles de A.
2) On effectue l'oxydation de trois isomères, notés A_1, A_2 et A_3 par une solution aqueuse de dichromate de potassium en milieu acide.
   - L'oxydation ménagée de A_1 à chaine non ramifiée donne un mélange de deux produits organiques B_1 et C_1 ; celle de A_2 donne un mélange de deux produits organiques B_2 et C_2. B_1 et B_2 donnent un test positif avec la liqueur de Fehling. C_1 et C_2 font virer au jaune le bleu de bromothymol.
   - L'oxydation ménagée de A_3 donne un produit organique D qui réagit positivement avec la DNPH, mais négativement avec la liqueur de Fehling.
   a) Identifier sans ambiguïté les réactifs A_1, A_2 et A_3.
      Donner la formule semi-développée et le nom de chacun des produits B_1, B_2, C_1, C_2 et D.
   b) Ecrire l'équation bilan d'oxydoréduction qui permet le passage de l'alcool A_3 au produit D.

Exercice 4 (extrait Bac Blanc 2013 Lycée Sainte Marie Cocody Côte d'Ivoire)

On considère le schéma ci-dessous où A ; B ; C ; D ; E et F sont des composés organiques. Les réactions chimiques sont représentées par des flèches numérotées de 1 à 5.



1) A est un alcène de masse molaire moléculaire $M_A = 70$ g/mol.
   1.1. Déterminer sa formule brute.
   1.2. Donner les formules semi-développées et les noms des isomères ramifiés de A.
2) B est le 3-methylbutan-1-ol. Ecrire sa formule semi-développée et identifier A.
3) Après analyse du schéma réactionnel :
   3.1. Déterminer la formule semi-développée et le nom de chacun des composés organiques L ; D ; E et F en justifiant.
   3.2. Ecrire l'équation-bilan des réactions 3 (en milieu acide) et 5 (en milieu basique).
   3.3. Donner le nom et la formule brute de G.
   3.4. Calculer la concentration molaire C de la solution de dichromate de potassium acidifiée de volume V = 150 mL nécessaire pour transformer 15 g du composé L en E. **On donne** : $M_H = 1$ g/mol ; $M_O = 16$ g/mol ; $M_C = 12$ g/mol.

Exercice 5 (extrait Bac Blanc 2013 Lycée Classique Abidjan Côte d'Ivoire)

Par hydratation d'un alcène ramifié A en présence d'acide sulfurique (H_2SO_4), on obtient deux produits isomères B et D dont l'un est majoritaire.

1) Donner la fonction chimique de B et D.
2) L'analyse élémentaire des produits B et D montre qu'ils contiennent, en masse 68,18% de carbone.
   2.1. Donner l'expression de la masse molaire moléculaire commune M de B et D en fonction de n, nombre d'atomes de carbone qu'ils contiennent.
   2.2. Montrer que B et D ont pour formule brute $C_5H_{12}O$.
3) Pour identifier les produits B et D, on procède à leur oxydation ménagée :
   - Le composé B ne donne aucune réaction avec les oxydants usuels ;
   - Le composé D réagit avec le permanganate de potassium en milieu acide. Le composé organique E résultant de cette réaction donne un précipité jaune avec la 2,4-DNPH et est sans action sur le réactif de Schiff.

   3.1. En déduire la formule semi-développée du composé organique B. Le nommer.
   3.2. Donner la fonction chimique du composé E.
   En déduire sa formule semi-développée. Le nommer.
   3.3. En déduire la formule semi-développée du composé D. Le nommer.
   3.4. Ecrire la formule semi-développée de l'alcène A. Le nommer.
4) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation ménagée du composé D par le permanganate de potassium en milieu acide. (On utilisera les formules semi-développées).

Données : $M_C = 12$ g/mol ; $M_H = 1$ g/mol ; $M_O = 16$ g/mol ; couple : MnO_4^- / Mn^{2+}

Exercice 1.(Extrait Bac D session 2001 Madagascar)

1) a) **Donnons la formule brute d'un monoalcool saturé X. :** c'est $C_nH_{2n+2}O$.

b) **Déterminons la formule brute de l'alcool X si sa masse moléculaire est $M = 74\ g.mol^{-1}$.**

Méthode simple : examiner la liste des premiers alcools et comparer leur masse molaire moléculaire à celle indiquée.

Le 1er : CH_4O ; $M = 32\ g.mol^{-1}$. Le 2ème : C_2H_6O ; $M = 46\ g.mol^{-1}$.

Le 3ème : C_3H_8O ; $M = 60\ g.mol^{-1}$. Le 4ème : $C_4H_{10}O$; $M = 74\ g.mol^{-1}$.

C'est donc bien de cette dernière formule qu'il s'agit.

Méthode plus élaborée : Résoudre la question à l'aide d'une équation.

La masse molaire moléculaire d'un alcool de formule brute $C_nH_{2n+2}O$ est :

$M = n\times M_C + (2n + 2)\times M_H + M_O = n\times 12 + (2n + 2)\times 1 + 16 = 14n + 18$

Alors, si $M = 74\ g\cdot mol^{-1}$, on résoud l'équation : $14n + 18 = 74$; soit : $n = \dfrac{74-18}{14} = 4$.

Ainsi la formule brute de X s'écrit : $C_4H_{10}O$.

c) **Donnons les formules semi-développées, noms et classes des isomères de cet alcool.**

Il faut citer tous les alcools ayant quatre(4) atomes de carbone.

Formule semi-développée	Nom	Classe
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$	butan-1-ol	Alcool primaire
$H_3C-CH_2-CH(OH)-CH_3$	butan-2-ol	Alcool secondaire
$H_3C-CH(CH_3)-CH_2\cdot OH$	2-méthylpropan-1-ol	Alcool primaire
$H_3C-C(CH_3)(OH)-CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	Alcool tertiaire

2) **L'isomère A de l'alcool X réagit avec le KM_nO_4 en excès pour donner l'acide butanoïque.**

a) **Donnons la formule semi-développée et le nom de A.**

L'isomère A de X réagit avec le permanganate de potassium (KM_nO_4) en excès pour donner l'acide butanoïque $CH_3-CH_2-CH_2-COOH$ donc l'alcool A est primaire ; de plus sa chaine carbonée est linéaire. D'où l'isomère A recherché est le **butan-1-ol** : $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$.

b) **Equation-bilan de la réaction d'oxydo-réduction entre le KM_nO_4 et l'alcool A.**

C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant / réducteur suivants :

- MnO_4^- / Mn^{2+} ;
- $CH_3-CH_2-CH_2-COOH / CH_3-CH_2-CH_2-CH_2OH$

On écrit les demi-équations de ces couples et on fait leur somme membre à membre.

$$4\times(MnO_4^- + 5e^- + 8H^+ \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O)$$

$$5\times(CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH + H_2O \rightleftharpoons CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}COOH + 4e^- + 4H^+)$$

$$5CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH + 4MnO_4^- + 12H^+ \longrightarrow 5CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}COOH + 4Mn^{2+} + 11H_2O$$

Ou bien

$$5CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH + 4MnO_4^- + 12H_3O^+ \longrightarrow 5CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}COOH + 4Mn^{2+} + 23H_2O$$

Exercice 2

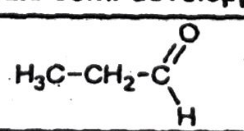
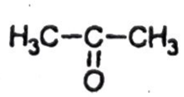
1. **Montrons que B a pour formule brute C_3H_6O.**

Soit $C_xH_yO_z$ la formule du composé organique B. Déterminons les nombres x, y et z.

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{\%C\times M}{1200} = \dfrac{62\times58}{1200} \approx 3 \\ y = \dfrac{\%H\times M}{100} = \dfrac{10{,}4\times58}{100} \approx 6 \\ z = \dfrac{\%O\times M}{1600} = \dfrac{27{,}6\times58}{1600} \approx 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{la formule brute de B est } C_3H_6O$$

2. **Formules semi-développées possibles pour B et noms des composés correspondants.**

Le composé B réagit avec la 2,4 DNPH en donnant un précipité jaune donc B est un composé carbonylé (**aldéhyde ou cétone**).

Famille	Formule semi-développée	Nom
Aldéhyde		propanal
Cétone		propanone ou propan-2-one

3. **Déterminons la fonction chimique de B et identifions-le.**

B rosit le réactif de Schiff donc B est un aldéhyde : c'est le propanal $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CHO$.

4. **Le composé B a été obtenu par oxydation ménagée d'un alcool A par l'oxygène de l'air.**

4.1. **Donnons la classe, la formule semi-développée et le nom de l'alcool A.**

Le propanal (aldéhyde) est obtenu par oxydation ménagée d'un alcool primaire donc A est un **alcool primaire** : le propan-1-ol de formule $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH$.

4.2. **Equation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool A.**

$$\underbrace{CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}OH}_{A} + \frac{1}{2}O_2 \xrightarrow{\text{Cu ou Pt}} \underbrace{CH_3\text{-}CH_2\text{-}CHO}_{B} + H_2O$$

Exercice 3

1.) Nom du gaz dégagé et équation-bilan de la réaction

Il s'agit de la réaction d'un alcool avec le sodium métal. Au cours de celle-ci, il se dégage du dihydrogène(H_2). L'équation-bilan de la réaction est : $R\text{-}OH + Na \longrightarrow RO^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2$

2.) Masse molaire et formule brute de D

le bilan molaire de la réaction est : $\frac{n_D}{1} = \frac{n_{H_2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow n_D = 2n_{H_2}$

$$\Rightarrow \frac{m_D}{M_D} = 2 \times \frac{V}{V_m} \Rightarrow M_D = m_D \times \frac{V_m}{2V} = 2{,}96 \times \frac{24}{2 \times 0{,}48} = 74 \text{ g/mol}$$

$$M_D = M(C_nH_{2n+2}O) = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18 \Rightarrow n = \frac{M_D - 18}{14} = \frac{74 - 18}{14} = 4$$

La formule brute de D est donc $C_4H_{10}O$.

3.) Formule semi-développée et nom de D

Le produit d'oxydation de D réagit positivement avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff donc D est un **alcool primaire**. Le seul **alcool primaire** ayant 4 atomes de carbone dont la chaîne carbonée est **ramifiée** est le **2-méthylpropan-1-ol**. Sa formule semi-développée est :

$$H_3C-\underset{}{\overset{CH_3}{\overset{|}{C}}}H-CH_2\text{-}OH$$

Exercice 4(extrait Bac série D 2nd groupe session 2014 NIGER)

1) Formules semi-développées des isomères de l'alcool de formule brute $C_4H_{10}O$.

Formule semi-développée	Nom	Classe
$CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH$	butan-1-ol	alcool primaire
$H_3C-CH_2-\underset{OH}{\underset{\vert}{C}}H-CH_3$	butan-2-ol	alcool secondaire
$H_3C-\overset{CH_3}{\overset{\vert}{C}}H-CH_2\text{-}OH$	2-méthylpropan-1-ol	alcool primaire
$H_3C-\overset{CH_3}{\overset{\vert}{\underset{OH}{\underset{\vert}{C}}}}-CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	alcool tertiaire

2) On considère trois alcools A, B, C de formule brute $C_4H_{10}O$.

2.1. Renseignement(s) déduit(s) de chacun des tests.

a) On ajoute à chacun de ces alcools une petite quantité d'une solution de dichromate de potassium acidifiée par l'acide sulfurique ; on observe un changement de couleur uniquement pour les solutions B et C ; ce qui veut dire que seuls les composés B et C peuvent s'oxyder donc le composé A, lui, ne pouvant pas s'oxydé, est un **alcool tertiaire**.

b) L'oxydation ménagée de B conduit à un composé D capable de réagir avec la liqueur de Fehling ; ce qui veut dire que le produit d'oxydation D de B est un aldéhyde d'où **B est un alcool primaire.**

L'oxydation ménagée de C conduit à un composé E donnant un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) et ne réagit pas avec la liqueur de Fehling ; ce qui signifie que le produit d'oxydation E de C est une cétone d'où **C est un alcool secondaire.**

c) Chauffée en présence d'un catalyseur, une molécule de B donne une molécule d'eau et une molécule de but-1-ène ; ce qui signifie que la chaîne carbonée du produit de la déshydratation de B est **linéaire** ; il en est donc de même pour la **chaîne carbonée de B.**

2.2. Formules semi-développées des alcools A, B, C.

Composé	Formule semi-développée	Nom	Classe
B	$CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_2OH$	butan-1-ol	alcool primaire
C	$H_3C-CH_2-\underset{\mid\atop OH}{CH}-CH_3$	butan-2-ol	alcool secondaire
A	$H_3C-\underset{\mid\atop OH}{\overset{CH_3\atop\mid}{C}}-CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	alcool tertiaire

Exercice 5

1) a) Equation de combustion complète de l'alcool (A).

La combustion d'un l'alcool ($C_nH_{2n+2}O$) se fait en présence de dioxygène (O_2) et elle produit du dioxyde de carbone (CO_2) et de l'eau (H_2O).

$$C_nH_{2n+2}O + \frac{3n}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

b) Montrons que la formule brute des deux alcools (A_1) et (A_2) est $C_4H_{10}O$.

Établissons le bilan molaire de l'équation précédente : $\frac{n_{A_1}}{1} = \frac{n_{O_2}}{\frac{3n}{2}} = \frac{n_{CO_2}}{n} = \frac{n_{H_2O}}{n+1}$

Les données sont la masse m_{A1} de l'alcool A_1 et le volume V_{O_2} de dioxygène O_2.

La masse molaire de l'alcool A_1 de formule générale $C_nH_{2n+2}O$ est :

$M_{A1} = 12n + 2n + 2 + 16 = 14n + 18$

$$\frac{n_{A_1}}{1} = \frac{n_{O_2}}{\frac{3n}{2}} \Rightarrow \frac{m_{A_1}}{M_{A_1}} = \frac{\frac{V_{O_2}}{V_0}}{\frac{3n}{2}} \Rightarrow \frac{m_{A_1}}{14n+18} = \frac{2V_{O_2}}{3nV_0} \Rightarrow 3nV_0m_{A_1} = (14n+18)2V_{O_2}$$

$$3nV_0m_{A_1} - 14n \times 2V_{O_2} = 18 \times 2V_{O_2} \Rightarrow (3V_0m_{A_1} - 28V_{O_2})n = 36V_{O_2}$$

$$n = \frac{36V_{O_2}}{3V_0m_{A_1} - 28V_{O_2}} = \frac{36 \times 0,72}{3 \times 24 \times 0,37 - 28 \times 0,72} \Rightarrow n = 4$$

Donc la formule brute de A_1 est $C_4H_{10}O$ et comme A_1 et A_2 sont isomères donc ils ont la même formule brute.

2) **On réalise leur oxydation ménagée par la solution de bichromate de potassium acidifiée.**

a) **Précisons en le justifiant la classe de chacun des alcools (A_1) et (A_2).**

- (A_1) ne donne rien donc c'est un **alcool tertiaire.**
- Le produit d'oxydation (B_2) de (A_2) donne un test positif avec la D.N.P.H et un test négatif avec le réactif de Schiff. Donc (B_2) est une **cétone** et (A_2) un **alcool secondaire**

b) **Donnons la formule semi développées et le nom de (B_2).**

La seule cétone ayant quatre atomes de carbone est la **butanone** ou **butan-2-one.**

c) **Donnons la formule semi développées et le nom de (A_1) et (A_2).**

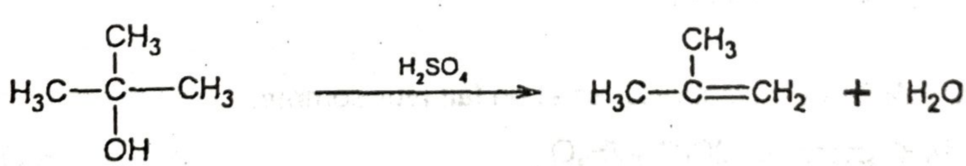
Tous les alcools correspondant à $C_4H_{10}O$ sont donnés à la question 1°c) de l'exo 1.

✓ Le seul alcool tertiaire est (A_1) ; son nom est le **2-méthylpropan-2-ol.**

✓ Le seul alcool secondaire est (A_2) ; son nom est le **butan-2-ol.**

3) **Par déshydratation de l'alcool (A_1) en présence de l'acide sulfurique, on obtient (C_1).**

a) **Equation-bilan de la réaction en utilisant les formules semi-développées.**



b) **Précisons le nom de C_1.**

La déshydratation d'un l'alcool donne un alcène ; il s'agit ici du **2-méthylpropène.**

Tableau récapitulatif des différents composés organiques.

Composé	Famille	Formule semi-développée	Nom
A_1	Alcool (tertiaire)	$H_3C-C(CH_3)(OH)-CH_3$	**2-méthylpropan-2-ol ou méthylpropan-2-ol.**
A_2	Alcool (secondaire)	$H_3C-CH_2-CH(OH)-CH_3$	**butan-2-ol**
B_2	Cétone	$H_3C-CH_2-C(=O)-CH_3$	**butanone ou butan-2-one**
C_1	Alcène	$H_3C-C(CH_3)=CH_2$	**2-méthylpropène ou méthylpropène**

Exercice 6

1. La classe de l'alcool A

   A est un alcool primaire.

2. On effectue une oxydation ménagée de cet alcool par l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide.

   a) Les corps susceptibles de se former

   On peut former un aldéhyde et un acide carboxylique

Alcool A	Corps obtenu	Famille
$R'-\overset{R}{\overset{\vert}{C}}H-CH_2OH$	$R'-\overset{R}{\overset{\vert}{C}}H-C\begin{smallmatrix}{}^{O}\\ \!\!/\!\!/ \\ \backslash \\ {}_{H}\end{smallmatrix}$	aldéhyde
	$R'-\overset{R}{\overset{\vert}{C}}H-C\begin{smallmatrix}{}^{O}\\ \!\!/\!\!/ \\ \backslash \\ {}_{OH}\end{smallmatrix}$	acide carboxylique

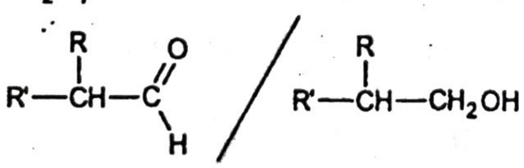
   b) Equation-bilan d'oxydation de l'alcool :

   ➢ **Cas où la solution oxydante est en défaut.**

   Dans ce cas on obtient un aldéhyde.

   C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant/réducteur suivants :

   $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$



   On écrit les demi-équations électroniques et on fait leur somme.

$$Cr_2O_7^{2-} + 6e^- + 14H^+ \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3\times\left(R'-\overset{R}{\overset{|}{C}}H-CH_2OH \rightleftharpoons R'-\overset{R}{\overset{|}{C}}H-CHO + 2H^+ + 2e^-\right)$$

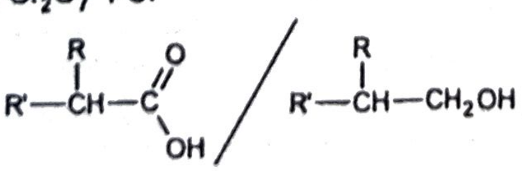
$$3R'-\overset{R}{\overset{|}{C}}H-CH_2OH + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \longrightarrow 3R'-\overset{R}{\overset{|}{C}}H-CHO + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

   ➢ **Cas où la solution oxydante est en excès.**

   Dans ce cas on obtient un acide carboxylique.

   C'est une réaction d'oxydoréduction entre les couples oxydant/réducteur suivants :

   $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$



$$2\times(Cr_2O_7^{2-}+6e^-+14H^+ \rightleftharpoons 2Cr^{3+}+7H_2O)$$

$$3\times\left(R'-\underset{}{\overset{\displaystyle R\atop |}{C}}H-CH_2OH + H_2O \rightleftharpoons R'-\overset{\displaystyle R\atop |}{C}H-COOH + 4H^+ + 4e^-\right)$$

$$3R'-\overset{\displaystyle R\atop |}{C}H-CH_2OH + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H^+ \longrightarrow 3R'-\overset{\displaystyle R\atop |}{C}H-COOH + 4Cr^{3+} + 11H_2O$$

3. On oxyde avec un excès d'oxydant $Cr_2O_7^{2-}$ une masse m = 15,0 g de A. On obtient B.

   a) **Calculons la masse molaire et formule brute de l'alcool A.**

   A l'équivalence acido-basique, $n_{base(b)} = n_{acide(B)} \Rightarrow C_bV_{bE} = C_BV_B$

   Par ailleurs le bilan molaire de l'équation précédente donne : $\dfrac{n_{alcool(A)}}{3} = \dfrac{n_{acide(B)}}{3}$

   $$\Rightarrow \frac{n_A}{3} = \frac{n_B}{3} \Rightarrow n_A = n_B = C_bV_{bE} \Rightarrow M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{m}{C_bV_{bE}} = \frac{15}{2\times 85{,}2.10^{-3}} = \underline{88\ g/mol}$$

   La formule brute de l'alcool A est $C_5H_{12}O$.

   b) **Déterminons la formule développée et le nom de l'alcool A.**

   La masse molaire moléculaire d'un alcool de formule brute $C_nH_{2n+2}O$ est :

   $M = n\times M_C + (2n + 2)\times M_H + M_O = n\times 12 + (2n + 2)\times 1 + 16 = 14n + 18$

   Alors, si $M = 88\ g\cdot mol^{-1}$, on résout l'équation : $14n + 18 = 88$; soit : $n = \dfrac{88-18}{14} = 5$.

   Donc d'après la formule générale initiale de A on a :

Composé	Formule générale	Formule semi-développée	Nom
A	$R'-\overset{\displaystyle R\atop \mid}{C}H-CH_2OH$	$H_3C-CH_2-\overset{\displaystyle CH_3\atop \mid}{C}H-CH_2-OH$	2-méthylbutan-1-ol

Exercice 7(extrait Bac D deuxième Session 2004)

1) **La combustion complète d'une mole de l'hydrocarbure produit 72 g d'eau.**

   1.1. **Equation-bilan de la réaction de combustion en fonction de n.**

   $$C_nH_{2n} + \frac{3n}{2}O_2 \longrightarrow nCO_2 + nH_2O$$

   1.2. **Calculons la valeur de n et donnons la formule brute de cet hydrocarbure.**

   Bilan molaire : $\dfrac{n_{C_nH_{2n}}}{1} = \dfrac{n_{O_2}}{\frac{3n}{2}} = \dfrac{n_{CO_2}}{n} = \dfrac{n_{H_2O}}{n}$

   $$\frac{n_{C_nH_{2n}}}{1} = \frac{n_{H_2O}}{n} \Rightarrow n_{C_nH_{2n}} = \frac{\frac{m_{H_2O}}{M_{H_2O}}}{n} \Rightarrow n_{C_nH_{2n}} = \frac{m_{H_2O}}{n\times M_{H_2O}} \Rightarrow n = \frac{m_{H_2O}}{n_{C_nH_{2n}}\times M_{H_2O}}$$

   Application numérique : $n = \dfrac{72}{1\times(2+16)} = 4$

   La formule brute de cet hydrocarbure est C_4H_8.

2) Formules semi-développées et noms des isomères possibles.

Ses formules semi-développées possibles sont les suivantes :

Formule semi-développée	Nom
$CH_3-CH_2-CH=CH_2$	but-1-ène
$CH_3-CH=CH-CH_3$	but-2-ène
$H_3C-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{C}}=CH_2$	2-méthylpropène

3) L'hydratation de l'un des isomères nommé A ne donne qu'un seul produit B.

3.1. Formules semi-développées et noms de A et de B

L'hydratation de A ne donne qu'un seul produit B donc A est un alcène symétrique.

Parmi les isomères ci-dessus, le seul alcène symétrique est le **but-2-ène.**

Le produit d'hydratation B du but-2-ène est le **butan-2-ol.**

Composé	Nom	Formule semi-développée
A	but-2-ène	$CH_3-CH=CH-CH_3$
B	butan-2-ol	$H_3C-CH_2-\underset{\displaystyle OH}{\underset{\vert}{CH}}-CH_3$

3.2. Equation-bilan de l'hydratation de A.

$$H_3C-CH=CH-CH_3 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} H_3C-CH_2-\underset{\displaystyle OH}{\underset{\vert}{CH}}-CH_3$$

4) Le corps B est oxydé en milieu acide par le $KMnO_4$. Il se forme un seul produit C.

4.1. Fonction, formule semi-développée et son nom de C.

Le produit d'oxydation d'un alcool secondaire est une cétone.

D'où C est la **butan-2-one ou butanone.**

Composé	Nom	Formule semi-développée
C	butanone	$H_3C-CH_2-\underset{\displaystyle O}{\underset{\Vert}{C}}-CH_3$

4.2. Proposons un test permettant d'identifier C.

C réagit positivement avec la 2,4-DNPH en donnant un précipité jaune mais ne réagit pas avec la liqueur de Fehling ou le réactif de Schiff ou encore le réactif de Tolens.