CORRIGE DES EXERCICES

MECANIQUE

I- CINEMATIQUE

EXERCICE 1

1/ Equations paramétriques

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_y=0 \\ a_z=-9,8 \end{vmatrix} \quad \vec{V_0}\begin{vmatrix} V_{0x}=1 \\ V_{0y}=0 \\ V_{0z}=4 \end{vmatrix} \quad \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=2 \\ y_0=0 \\ z_0=-0,5 \end{vmatrix}$$

En posant $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}t^2+\vec{V_0}t+\overrightarrow{OM_0}$ on a $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t)=t+2 \\ y(t)=0 \\ z(t)=-4,9t^2+4t-0,5 \end{cases}$

2/ Expression de la vitesse

$\vec{V_M}=\vec{a}t+\vec{V_0}=(-9,8t)\vec{k}+(\vec{i}+4\vec{k})=\vec{i}+(4-9,8t)\vec{k}$

Norme : $V_M=\sqrt{1^2+(4-9,8t)^2}$, à t = 0,5 s, V_M = 1,35 m.s^{-1}.

3/ Date de rencontre

$z=-2 \Rightarrow -4,9t^2+4t-0,5=-2 \Rightarrow -4,9t^2+4t+1,5=0$

$\Delta = 45,4$ et $t_1=\frac{-4-\sqrt{\Delta}}{-9,8}=1,1\,s$; $t_2=\frac{-4+\sqrt{\Delta}}{-9,8}\langle 0$ donc t_R = 1,1 s

Abscisse de M : x = 1,1 + 2 = 3,1 m

EXERCICE 2

1) Equation horaires du mouvement

$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}t^2+\vec{V_0}t+\overrightarrow{OM_0}$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=0 \\ a_z=-10 \end{cases} \quad \vec{V_0}\begin{cases} V_{0x}=7 \\ V_{0y}=0 \\ V_{0z}=3 \end{cases} \quad \overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=20 \end{cases} \quad soit \quad \overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t)=7t \\ y(t)=0 \\ z(t)=-5t^2+3t+20 \end{cases}$$

2) Montrons que le mouvement est plan

- Y(t) = 0 = cste $\forall$ t ; donc le mouvement est plan et a lieu dans le plan xOz.
- Equation cartésienne de la trajectoire

$x=7t \Rightarrow t=\frac{x}{7}$ soit $z=-5(\frac{x}{7})^2+3\frac{x}{7}+20$ donc $z=-\frac{5}{49}x^2+\frac{3}{7}x+20$

- Nature du mouvement

La trajectoire est une parabole, donc on a un mouvement parabolique

3) Coordonnées du vecteur vitesse

$$\vec{V}\begin{cases} V_x=7 \\ V_y=0 \\ V_z=-10t+3 \end{cases} \qquad Vx=7=cste\ \forall\ t\ \textit{donc ce vecteur ne peut pas s'annuler}$$

4) Calcul de la date pour z = 10

$z=10 \Leftrightarrow -5t^2+3t+20=10$ soit $-5t^2+3t+10=0$

$\Delta = 9+4\times 10\times 5=209 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=14,45$

$t_1=\frac{-3+14,45}{-10}=-1,145\,s\langle 0$ et $t_2=\frac{-3-14,45}{-10}=1,745\,s$

$t\in]0;+\infty[$ donc $t=1,745\,s$

5) Calcul de la vitesse à la date t = 4 s

$V=\sqrt{7^2+(-10t+3)^2}$

à $t=4\,s$ $V=\sqrt{7^2+(-10\times 4+3)^2}$ soit $V=37,66\,m.s^{-1}$

6) Détermination du point particulier et calcul de Vminimale

Au sommet de la trajectoire la vitesse s'annule suivant z donc Vz = 0. Donc la vitesse devient minimale car Vmin = Vx = 7 m.s^{-1}

EXERCICE 3

1) Calcul de l'accélération

$V_1^2-V_0^2=2a(x_1-x_0) \Rightarrow a=\frac{V_1^2-V_0^2}{2(x_1-x_0)}=\frac{4,7^2-1^2}{2(5+0,5)}=1,92\,m.s^{-2}$

2) Calcul de t_1

$V=at+V_0$ donc à t_1 on a : $V_1=at_1+V_0 \Rightarrow t_1=\frac{V_1-V_0}{a}=\frac{4,7+1}{1,92}=2,97\,s=3\,s$

3) Equation horaire du mouvement

$x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0=\frac{1}{2}\times 1,92t^2+(-1)t+(-0,5)$ soit $x=0,96t^2-t-0,5$

4) a- Calcul de la date t_R de rencontre

Equation du 2ème mobile :

x' = V't' + x_1 avec t' = t – T = t – 2. On a x' = V'(t – 2) + x_1

soit x' = 4t – 3

à la date de rencontre : $x=x' \Leftrightarrow 0,96t_R^2-t_R-0,5=4t_R-3$ soit $0,96t_R^2-5t_R+2,5=0$

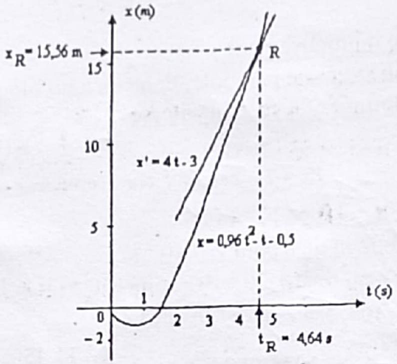
$\Delta=25-4\times 2,5\times 0,96=15,4 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=3,92$ et $t_R=\frac{5\pm 3,92}{2\times 0,96}$ (donne deux solutions à priori)

comme $t\in[2s\ ;5s]$ donc $t_R=4,64\,s$

b- Calcul de l'abscisse x_R de rencontre

$x_R = 4\times t_R - 3 = 4\times 4,64 - 3 = 15,56\,m$

5) Représentation graphique



EXERCICE 4

1/ a/ Expression de $\overrightarrow{V}$

$\overrightarrow{a} = 4\overrightarrow{j}$ et $t_1 = 1$ s, $\overrightarrow{V_1} = 2\overrightarrow{i} + 8\overrightarrow{j}$ soit $\overrightarrow{V_1}\begin{cases}2\\8\end{cases}$

$\overrightarrow{a}\begin{cases}a_x = 0\\a_y = 4\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{V}\begin{cases}V_x = b\\V_y = 4t + c\end{cases}$ soit $\overrightarrow{V} = b\overrightarrow{i} + (4t + c)\overrightarrow{j}$

Détermination des constantes b et c :

$\overrightarrow{V_1}\begin{cases}2\\8\end{cases}$ et $\overrightarrow{V}\begin{cases}b\\4t+c\end{cases}$ à t = 1 s $\Rightarrow \overrightarrow{V}\begin{cases}b = 2\\4\times 1 + c = 8 \Rightarrow c = 4\end{cases}$ soit $\overrightarrow{V}\begin{cases}2\\4t+4\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{V} = 2\overrightarrow{i} + (4t+4)\overrightarrow{j}$

b/ Expression de $\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{a} = 4\overrightarrow{j} \Rightarrow \overrightarrow{a}\begin{cases}0\\4\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{V}\begin{cases}b\\4t+c\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases}bt + d\\ \frac{1}{2}4t^2 + ct + e\end{cases}$

$\overrightarrow{V}\begin{cases}2\\4t+4\end{cases}$ et $\overrightarrow{OM}\begin{cases}2t + d\\2t^2 + 4t + e\end{cases}$ avec $\overrightarrow{OM_2}\begin{cases}10\\23\end{cases}$

à t = 2 s $\overrightarrow{OM}\begin{cases}2\times 2 + d = 10 \Rightarrow d = 6\\2\times 2^2 + 4\times 2 + e = 23 \Rightarrow e = 7\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{cases}2t + 6\\2t^2 + 4t + 7\end{cases}$

soit $\overrightarrow{OM} = (2t+6)\overrightarrow{i} + (2t^2 + 4t + 7)\overrightarrow{j}$

2/ Equation cartésienne y = f (x) et nature

$\overrightarrow{OM}\begin{cases}2t+6\\2t^2 + 4t + 7\end{cases}$; $x = 2t + 6 \Rightarrow t = \dfrac{x-6}{2}$

$\Rightarrow y = 2(\frac{x-6}{2})^2 + 4(\frac{x-6}{2}) + 7$ soit $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 13$; la trajectoire est une parabole.

3/ Coordonnées du sommet de la trajectoire

Au sommet, la vitesse s'annule $\Rightarrow \dot{y} = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$ et

$y = \frac{1}{2}\times 4^2 - 4\times 4 + 13 = 5$ soit S (4 ;5)

Autre méthode : $y = 2t^2 + 4t + 7$; $\dot{y} = 0 \Leftrightarrow 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = -1$ s

$x = 2\times(-1) + 6 = 4$ et $y = 2\times(-1)^2 + 4(-1) + 7 = 5$ soit S (4 ;5).

EXERCICE 5

1/ Equation de la trajectoire

$\begin{cases}x = -0,5t^2 + t = -\frac{1}{2}t^2 + t\\y = t^2 - 2t + 3\end{cases}$ soit $2x = 2(-\frac{1}{2}t^2 + t) = -t^2 + 2t$

$-2x = t^2 - 2t$ et $-2x + 3 = t^2 - 2t + 3 = y$ soit $y = -2x + 3$

2/ Coordonnées de $\overrightarrow{V}$, $\overrightarrow{a}$ et nature du mouvement

$\overrightarrow{V}\begin{cases}\dot{x} = -t + 1\\\dot{y} = 2t - 2\end{cases}$; $\overrightarrow{a}\begin{cases}\ddot{x} = -1\\\ddot{y} = 2\end{cases}$; mouvement rectiligne unif. Varié.

3/ Intervalle de temps

Mouvement retardé ssi $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{V} < 0$; $(-t+1).(-1) < 0$; $t < 1$

Mouvement accéléré ssi $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{V} > 0$; $(-t+1).(-1) > 0$; $t > 1$.

EXERCICE 6

1/ Equations horaires

Même méthode que l'exo 1 1/

$\begin{cases}x_1(t) = t\\y_1(t) = -5t^2 + t + 1\end{cases}$

2/ Equation cartésienne

$x_1 = t \Rightarrow y = -5x^2 + x + 1$; la trajectoire est une parabole.

3/ Calcul de la vitesse

Au sommet, $V_{y_1} = 0 \Rightarrow V_x = V = 1\ m.s^{-1}$.

Vitesse pour $y_1(t) = 0$ $\quad \overrightarrow{V}\begin{cases}V_{x_1} = 1\\V_{y_1} = -10t + 1\end{cases}$

$y_1 = 0 \Rightarrow -5t^2 + t + 1 = 0$; $\Delta = 21$ et $t_1 = \dfrac{-1-\sqrt{\Delta}}{-10} = 0,56\,s$; $t_2 < 0$.

$V=\sqrt{V_{x_1}^2+V_{y_1}^2}=\sqrt{1^2+(-10\times0,56+1)^2}=4,71\ m.s^{-1}$.

4/ a/ Equations horaires

$x_2(t)=-2(t-2)+10=-2t+14$ et $y_2(t)=h \Rightarrow \begin{cases} x_2(t)=-2t+14 \\ y_2(t)=h \end{cases}$

b/ Date de rencontre

$x_1(t)=x_2(t) \Leftrightarrow t=-2t+14$ soit $t=4,67$ s.

c/ Calcul de l'ordonnée h

$y_1(t)=y_2(t)$ et à $t=4,67$ s on a : $h=-5(4,67)^2+4,67+1$

$h=-103,37$ m.

EXERCICE 7

1/ Montrons que V est constante et calculons V

$\vec{V}\begin{cases} V_x=-A\omega\sin(\omega t) \\ V_y=A\omega\cos(\omega t) \end{cases}$; $V=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=\sqrt{(A\omega)^2\left[\underbrace{\sin^2(\omega t)+\cos^2(\omega t)}_{1}\right]}$

$\Rightarrow V=A\omega=$ cste car V est indépendant du temps t.

AN : $V=0,1\times10=1\ m.s^{-1}$.

2/ Montrons que a est constante et calculons a

$\vec{a}\begin{cases} a_x=-A\omega^2\cos(\omega t) \\ a_y=-A\omega^2\sin(\omega t) \end{cases}$; $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$; $a=\omega^2A$

AN : $a=10^2\times0,1=10\ m.s^{-2}$.

3/ Nature de la trajectoire

$\begin{cases} \dfrac{x}{A}=\cos\omega t \\ \dfrac{y}{A}=\sin\omega t \end{cases}$ et $\dfrac{x^2}{A^2}+\dfrac{y^2}{A^2}=\underbrace{\cos^2(\omega t)+\sin^2(\omega t)}_{1}$ $\Rightarrow x^2+y^2=A^2$; M décrit donc un cercle de rayon $R=A=10$ cm.

4/ Direction et sens du vecteur accélération

$\vec{a}=-\omega^2.\overrightarrow{OM}$; $\vec{a}$ est centripète de :

- direction : OM
- sens : opposé à $\overrightarrow{OM}$
- norme : $a=\omega^2A$.

EXERCICE 8

1/ Durée de la poursuite

Auto. : MRU ; V = cste $\Rightarrow x_A=V_At+x_0$

Motard : MRU varié : a = cste $\Rightarrow x_M=\frac{1}{2}at^2+V_0t+x_0$

$|$à $t=0$; $x_0=0$ et $V_0=0$

$x_A=x_M \Leftrightarrow V_At=\frac{1}{2}at^2$ soit $(\frac{1}{2}at-V_A)t=0$. $t=0$ ou $\frac{1}{2}at-V_A=0$ or $t \in]0;\to[$ donc $t=\dfrac{2V_A}{a}$ avec $a=\dfrac{V_M}{t_M}$ d'ou $t=\dfrac{2V_A.t_M}{V_M}$ AN : $t=24$ s.

2/ Distance parcourue par le motard

$x_M=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{V_M}{t_M}t^2$ avec $a=\dfrac{V_M}{t_M}$ AN : $x_M=\dfrac{100\times24^2}{2\times10}\times\dfrac{1}{3,6}$

$x_M=800$ m.

3/ Vitesse du motard

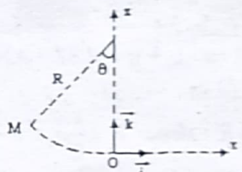
$V=at=\dfrac{V_M}{t_M}t$ AN : $V=\dfrac{100\times24}{10}$ soit $V=240\ km.h^{-1}$.

EXERCICE 9

1) Vitesse des gouttes d'eau

$V=R\omega$ avec $R=\dfrac{d}{2}$ soit $V=\dfrac{d}{2}\omega=\dfrac{0,5}{2}\times25=6,25\,m.s^{-1}$

2) Coord. Cartésienne de M en fonction de R et θ



$\begin{cases} x=-R\sin\theta \\ z=R(1-\cos\theta) \end{cases}$

On pose $\theta=\omega t+\theta_0$ et à $t=0$ $\theta_0=0$

3) a- Détermination des points de la roue

Trajectoire rectiligne $\Rightarrow \vec{a}$ *et* $\vec{V}$ *colinéaires. Or* $\vec{a}$ *est suivant* $\vec{k}$*, donc* $\vec{V}$ *suivant* $\vec{i}$:

$V_x=\vec{V}.\vec{i}=0$. Or $V_x=-R\omega\cos\theta=0$ avec $\theta=\omega t$

soit $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ (point A) ou $\theta=\dfrac{3\pi}{2}$ (point C)

b- Etude de la trajectoire des gouttes au point B

En B, $\theta=\pi$ et on prend $t=0$.

$\overline{a} = -10\overline{k} = cste \Rightarrow$ *mouvement unif. varié*

d'où : $\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{a}\,t^2 + \overline{V_B}\,t + \overline{OM_B}$ *B étant l'origine.*

$\overline{V_B}\begin{cases} V_{Bx} = R\omega = 6,25\,m.s^{-1} \\ V_{Bz} = 0 \end{cases}$ $\quad \overline{OM_B}\begin{cases} x_B = 0 \\ z_B = 2R \end{cases}$

d'où les équations horaires :

$\overline{OM}\begin{cases} x = V_B t = 6,25t \\ z = -5t^2 + 0,5 \quad (\,avec\ \ 2R = 0,5\,) \end{cases}$

$t = \frac{x}{V_B} \Rightarrow z = -0,128x^2 + 0,5$ *la trajectoire est donc une parabole*

EXERCICE 10

1/ Calcul de R et θ_0

$R = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{16+9}$ R = 5 m

$\tan\theta_0 = \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_0 = 0,64$ rad (ou 36,87 °).

2/ Vérification

$s(t) = V_0 t + s_0 = R\omega_0 t + R\,\theta_0$ AN : $s(t) = 5 \times 2\,t + 5 \times 0,64$

soit $s(t) = 10\,t + 3,2$

3/ Calcul de t_1

En O', $\theta = 2\pi$ donc $2\pi = 2.t_1 + 0,64 \Rightarrow t_1 = \frac{\theta - 0,64}{2}$ AN : $t_1 = 2,82$ s

4/ a/ Equation horaire

$x_2(t) = \frac{1}{2}a_2 t^2 - \frac{R}{2}$; $y_2(t) = 0$

b/ Calcul de t_2

$t_1 = t_2 + 0,82 \Rightarrow t_2 = t_1 - 0,82$ AN : $t_2 = 2$ s

c/ Calcul de a_2

En O'. $x_B = R$ donc $R = \frac{1}{2}a_2 t^2 - \frac{R}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{3R}{2} \times \frac{2}{t^2}$ AN : $a_2 = 3,75\ m.s^{-2}$

d/ Calcul de V_2

$V_2 = a_2.t_2 = 3,75.t_2$ AN : $V_2 = 3,75 \times 2 \Rightarrow V_2 = 7,5\ m.s^{-1}$

EXERCICE 11

1/ Calcul de l'accélération

$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{20-0}{40-0} \Rightarrow a = 0,5\ m.s^{-2}$

2/ Calcul du temps

Voiture A : MRU accéléré : $V_A(t) = 0,5.t$

Voiture B : MRU : $V_B(t) = 15\ m.s^{-1}$

$V_A(t) = V_B(t) \Leftrightarrow 0,5.t = 15 \Rightarrow t = 30$ s (on peut déterminer graphiquement).

3/ Calcul de l'avance de B sur A

Origine des espaces : le feu.

Origine des dates : l'instant de démarrage de A.

$x_A(t) = \frac{1}{2}a\,t^2 + V_{0A}\,t + x_{0A} = 0,25t^2$ avec $V_{0A} = 0$ et $x_{0A} = 0$

$x_A(t) = 0,25.t^2$ et $x_B(t) = 15.t$ avec t = 30 s.

La voiture B devance A de $d = x_B - x_A = 450 - 225 \Rightarrow d = 225$ m

4/ Distance séparant les deux véhicules

à t = 40 s, $x_A = 400$ m et $x_B = 600$ m d'où $d' = x_B - x_A = 200$ m

5/ Equation horaires

Voiture A : 1ère phase : $x_A(t) = 0,25.t^2$

2ème phase : $x'_A(t) = 20\,(t - 40) + 400$

$x'_A(t) = 20.t - 400$

Voiture B : $x_B(t) = 15.t$

6/ Calcul de t_R

$x'_A(t) = x_B(t) \Leftrightarrow 20.t_R - 400 = 15.t_R \Rightarrow t_R = 80$ s.

7/ Calcul de la distance parcourue

$D = x_B.t_R$ AN : $D = 15 \times 80$ soit D = 1200 m

EXERCICE 12

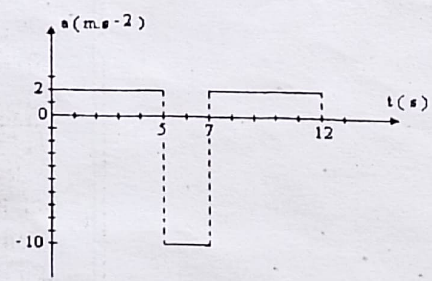
1/ a/ Calcul des accélérations

$a_i = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i}$ $\quad t \in [0;5s]$ $\quad a_1 = \frac{10-0}{5-0} = 2\ m.s^{-2}$

$t \in [5;7s]$ $\quad a_2 = \frac{-10-10}{7-5} = -10\ m.s^{-2}$

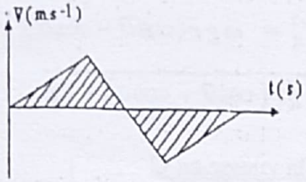
$t \in [7;12s]$ $\quad a_3 = \frac{0+10}{12-7} = 2\ m.s^{-2}$

b/ Représentation graphique a = g (t)



2/ Calcul de l'espace parcourue

En faisant la somme des aires des surfaces on obtient l'espace parcourue par le mobile : on trouve d = 0 (partie hachurée).



EXERCICE 13

1/ sens du mouvement

Le sens du mouvement est le sens du vecteur vitesse.

- pour t∈ [0 ; t_2 [, $V_x > 0$: le mobile se déplace dans le sens positif ; il gravit la pente.
- Pour t∈ [t_2 ; t_3 [; $V_x \le 0$; le mobile se déplace dans le sens négatif : il descend la pente.

2/ t∈ [0 ; t_1 [

a/ nature du mouvement

- La trajectoire est rectiligne.
- V_x croit ⇒ le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

b/ Caractéristiques du vecteur accélération

$\vec{a}$: même direction et même sens que $\vec{V_x}$.

$$a_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2-0}{2-0} = 1 m.s^{-2}.$$

c/ Abscisse final de M

* $V_x = a_1.t + V_0$ à t = 0, $V_0 = 0$ ⇒ $V_x = t$.

* $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + V_0 t + x_0$ à t = 0 , $x_0 = 0$ ⇒ $x_1 = \frac{1}{2}t^2$

à t = 2 s. $x_1 = \frac{1}{2}\times 4$ soit $x_1 = 2$ m.

3/ t∈ [t_1 ; t_3 [

a/ nature du mouvement

* t ∈ [t_1 ; t_2 [: V_x décroît ⇒ mvt rect. uniformément retardé.

* t ∈ [t_2 ; t_3 [; V_x croit à nouveau ⇒ mvt rect. unif. Accéléré.

b/ Caractéristiques du vecteur accélération

Pour t∈ [t_1 ; t_2 [, $\vec{a_2}$ et $\vec{V_x}$ sont opposés.

Pour t∈ [t_2 ; t_3 [, $\vec{a_2}$ et $\vec{V_x}$ ont même sens.

$$a_2 = \frac{-1-2}{3-2} = -3\ m s^{-2}$$

c/ Abscisse final de M

$V_x = a_2.t' + V'_0$, avec $t' = t - t_1 = t - 2$ et $V'_0 = 2$ m.s^{-1}

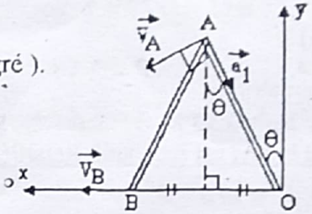
⇒ $V_x = -3(t-2) + 2$ soit $V_x = -3.t + 8$

$x_2 = \frac{1}{2}a_2 t'^2 + V'_0 t + x'_0$ avec $V'_0 = 2$ et $x'_0 = 2$ (en unité S.I.)

$x_2 = -1,5(t-2)^2 + 2(t-2) + 2$ ⇒ $x_2 = -1,5.t^2 + 8.t - 8$

Pour t = t_3 = 3 s on a $x_2 = 2,5$ m.

EXERCICE 14



1/ Equation horaire

$\theta(t) = \omega t + \theta_0$ ⇒ $\theta(t) = 10.t + 15$ (en degré).

2/ Calcul de t_1

$10t_1 + 15 = \frac{100}{2}$ soit $t_1 = 3,5$ s.

3/ Caractéristiques de $\vec{V_A}$

$$\vec{V_A}\begin{cases} -\ direction : \perp\ à\ OA \\ -\ sens : celui\ du\ mvt \\ -\ norme : V_A = R\omega = OA.\omega = 0,43\ m.s^{-1} \end{cases}$$

$\vec{a}$ est centripète : mvt circulaire uniforme :

$$a_1 = a_n = \frac{V_A^2}{R} = \frac{V_A^2}{OA} = \frac{0,43^2}{2,5} = 0,074\ m.s^{-2}$$

4/ Calcul de OB

x_B = OB = 2.OAsinθ

5/ Equations horaires et accélération

x_B = OB = 2.OAsinθ or θ = 10.t + 15 (en degré)

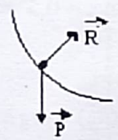
soit en radian : θ = 0,17.t + 0,26 ⇒ x_B = 5.sin (0,17.t + 0,26)

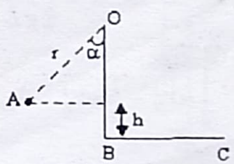
- $V_B = \dot{x}_B = 0,85\cos(0,17t + 0,26)$.
- $a_2 = \ddot{x}_B = \dot{V}_B = -0,1445\sin(0,17t + 0,26)$

A.N : $t = t_1 = 3,5$ s ; $V_B = 0,56$ m.s^{-1} et $a_2 = -0,11$ m.s^{-2}.

2 - MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE

EXERCICE 15





1/ a/ Expression de V_B et R_B

Système : solide de masse m

Réf. ter. sup. Galilèen

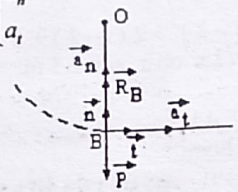
Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$

Théo. de l'E_C : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh$ car $W_{\vec{R}} = 0$

h = r (1 - cosα) ; on a donc $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gr(1-\cos\alpha)}$

* T.C.I. : $\vec{P} + \vec{R_B} = m\vec{a}$ base de Frénet $(\vec{n} ; \vec{t})$ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_n} + m\vec{a_t}$

$\vec{P}\begin{cases}P_n\\P_t\end{cases}$ $\vec{R_B}\begin{cases}R_{Bn}\\R_{Bt}\end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases}a_n\\a_t\end{cases}$ projection $\Rightarrow$ $\vec{P}\begin{cases}-P\\0\end{cases}$ $\vec{R_B}\begin{cases}R_B\\0\end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases}a_n\\a_t\end{cases}$



- P + R_B = m.a_n avec $a_n = \frac{V_B^2}{r}$.

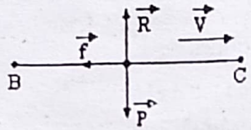
$$R_B = m(g + \frac{V_B^2}{r})$$

b/ Application numérique

V_B = 4,32 m.s^{-1} et R_B = 3,33 N

2/ a/ Montrons que le mvt est rect. unif. Retardé

T.C.I : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$



Suivant BC par projection : $-f = ma \Rightarrow a = -\frac{f}{m} < 0$

$\Rightarrow$ sens opposé à celui du mvt : donc le mvt est rectiligne uniformément retardé.

b/ Expression puis valeur de la force de frottement

Théo. de l'E_C : $E_{C_C} - E_{C_B} = \underbrace{W(\vec{P})}_{0} + \underbrace{W(\vec{R})}_{0} + W(\vec{f})$

$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -f.d$ soit $f = \frac{m}{2.d}(V_B^2 - V_C^2)$

A.N : f = 0,55 N.

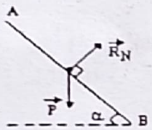
EXERCICE 16

1/ a/ Expression de V_B

Système : skieur

Réf. Terrestre supp. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R_N}$



Théorème de l'E_C : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R_N})$

$\frac{1}{2}mV_B^2 = m.g.AB.\sin\alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{2.g.L.\sin\alpha}$

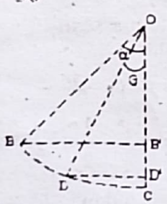
b/ Valeur de l'angle α

$V_B^2 = 2gL\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{V_B^2}{2gL}$ AN : sinα = 0,5 ⇒ α = 30°

2/ Expression de V_D

Théo. de l'E_C : $\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W_{BD}(\vec{P}) + W_{BD}(\vec{R_N}) = mgh$

avec h = OD' – OB'



$\frac{1}{2}mV_D^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = mgr(\cos\theta - \cos\alpha)$

$\Rightarrow V_D = \sqrt{2gr(\cos\theta - \cos\alpha) + V_B^2}$

3/ a/ Calcul de la vitesse en C

$V_C = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha) + V_B^2}$ AN : V_C = 7,36 m.s^{-1}.

b/ Calcul de la réaction en C

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R_N} = m\vec{a}$

Base de Frénet ; par projection sur $(C , \vec{n})$:

$-P + R_N = m.\frac{V_C^2}{r} \Rightarrow R_N = m\left(\frac{V_C^2}{r} + g\right)$ AN : R_N = 2582 N

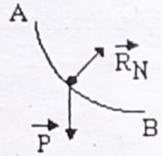
EXERCICE 17

1/ a/ Expression de V_B

Système : skieur

Ref. T. S. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R_N}$ (réaction normale)



T.E.C. :

$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + \underbrace{W(\vec{R_N})}_{0} = mgr(1-\cos\alpha) \Rightarrow V_B = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha)}$

b/ Expression de V_C

T.E.C. : $\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = \underbrace{W_{\vec{P}}}_{0} + \underbrace{W_{\vec{R_N}}}_{0} + W_{\vec{f}} = -f.BC$

$\frac{1}{2}m(V_C^2 - V_B^2) = -2r.f \Rightarrow V_C = \sqrt{2gr(1-\cos\alpha) - \frac{4rf}{m}}$

c/ Expression littérale et valeur de f

$V_C = 0 \Rightarrow 2gr(1-\cos\alpha) - \frac{4rf}{m} = 0 \Rightarrow f = \frac{mg(1-\cos\alpha)}{2}$ AN : $f = 87,87$ N

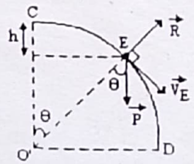
2/ a/ Expression de V_E

T.E.C. appliqué au solide de C à E:

$\frac{1}{2}mV_E^2 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{R}} = mgh = mgr(1-\cos\theta) \Rightarrow V_E = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$

b/ Expression de R

T.C.I. : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



Par projection suivant $\vec{R}$

On a : - mg cosθ + R = - ma

$$\Rightarrow \quad R = m(g\cos\theta - \frac{V_E^2}{r})$$

c/ Calcul de l'angle θ

En E, le skieur quitte la piste ⇒ R = 0

$$\Rightarrow \quad m(g\cos\theta - \frac{V_E^2}{r}) = 0 \;\; soit \;\; m\left[g\cos\theta - \frac{2gr}{r}(1-\cos\theta)\right] = 0$$

$$\Rightarrow 3\cos\theta - 2 = 0 \;\Rightarrow\; \cos\theta = \frac{2}{3} \;\Rightarrow\; \theta = 48{,}20°$$

EXERCICE 18

1/ a/ Relations et tableau

$$V_n = \frac{G_{n-1}G_{n+1}}{t_{n+1} - t_{n-1}} = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2\tau} \quad et \quad a_n = \frac{V_{n+1} - V_{n-1}}{2\tau}$$

G_n	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
t_n (s)	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	5τ
x_n (cm)	0	1,20	2,65	4,30	6,30	8,40	10,80
V_n ($m.s^{-1}$)	//////////	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	//////////
a_n ($m.s^{-2}$)	//////////	//////////	0,67	0,67	0,67	//////////	//////////

b/ Nature du mouvement de G

$a = 0{,}67\ m.s^{-2}$ = cste et $\vec{a}.\vec{V} \rangle 0$ ⇒ le mvt de G est rectiligne uniformément accéléré.

2/ a/ Expression de la vitesse V

$$a = \frac{dV}{dt} \;\Rightarrow\; V = a.t + V_0 \quad soit \quad V = 0{,}67t + V_0$$

b/ Calcul de V_0

$V_0 = V - 0{,}67.t$ et à t = 2τ par exemple, on a V= 0,26 m.s⁻¹

$V_0 = 0{,}26 - 0{,}67 \times 0{,}12$ soit $V_0 = 0{,}18\ m.s^{-1}$.

c/ Le mobile n'a pas été abandonné en G_0 car $V_0 \neq 0$

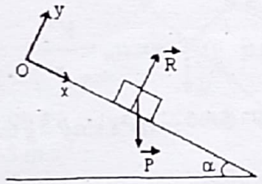
3/ a/ Expression de a

Système : mobile de masse m

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$

T.C.I. : $\sum \vec{F_{ex}} = m\vec{a}$ soit $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$



Projection suivant Ox : $m.g.\sin\alpha = m.a_x$

Avec $a_x = a$ car il n'y a pas de mouvement suivant Oy.

Donc $a = g.\sin\alpha$.

b/ Valeur approximative de l'angle α

$$a = g.\sin\alpha \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \frac{a}{g} \quad AN:\; \sin\alpha = \frac{0{,}67}{9{,}8} \;\Rightarrow\; \alpha = 4°$$

EXERCICE 19

1) Distance pendant le temps de réaction

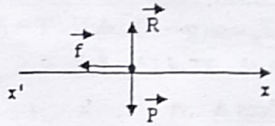
$$V = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow d = V.\Delta t \;\; or \;\; V = 90\,km.h^{-1} = 25\,m.s^{-1} \;\; soit \;\; d = 25 \times 1 = 25\,m$$

2) Décélération pendant le freinage

$$V_f^2 - V_i^2 = 2a(x_f - x_i) \Rightarrow a = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2(x_f - x_i)} = \frac{0^2 - 25^2}{2\times 54} = -5{,}79\,m.s^{-2} \;\; ou \;\; |a| = 5{,}79\,m.s^{-2}$$

3) a- Valeur de la force f de freinage

- système : voiture
- réf. : terrestre sup. galiléen
- invent. des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{f}$
- T.C.I : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{R} = m\vec{a}$



Projection suivant x'x : $-f = m.a \Rightarrow f = -m.a = -10^3 \times (-5{,}79) = 5{,}79.10^3$ N

b- Valeur du rapport f/P

$$\frac{f}{P} = \frac{5{,}79.10^3}{10^4} = 0{,}58$$

4) Distance de freinage

$$on\ a \;:\; a = \frac{-V^2}{2d} \;\; d'après\ la\ question\ 2)$$

$$Soit\ \beta\ le\ coefficient\ d'adhérence.\ \beta = \frac{f}{P} \Rightarrow f = \beta.P = \beta.m\,g = -m\,a = m\frac{V^2}{2d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{V^2}{2\beta g} = \frac{25^2}{2\times 0{,}3 \times 10} = 104{,}17\,m = 104{,}2\,m$$

Conclusion

Pour la même vitesse, la distance de freinage est beaucoup plus longue sur une route mouillée que sur une route sèche.

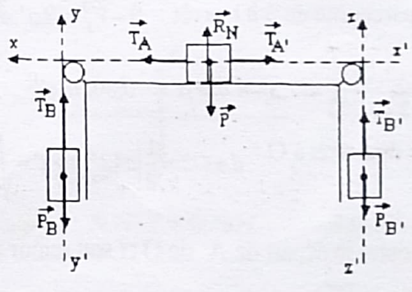
EXERCICE 20

1/ Calcul de l'accélération

*Système : corps A

Bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R_N}, \vec{T_A}$ et $\vec{T'_A}$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{T_A} + \vec{T'_A} = M\,\vec{a}$



Projection suivant x'x : $T_A - T'_A = Ma$

*Système : corps B

Bilan des forces : $\vec{P_B}$ et $\vec{T_B}$

T.C.I : $\vec{P_B} + \vec{T_B} = m\vec{a_B}$

Projection sur y'y : $-P_B + T_B = -m\,a_B \Rightarrow -mg + T_B = -m\,a_B$

Soit $T_B = m(g - a_B)$

*Système : corps B'

T.C.I : $\vec{P_{B'}} + \vec{T_{B'}} = m'\vec{a_{B'}}$

Projection suivant z'z : $-P_{B'} + T_{B'} = m'a_{B'}$ avec $P_{B'} = m'g \Rightarrow T_{B'} = m'(g + a_{B'})$

On a : $T_A = T_B$ et $T'_A = T_{B'}$; $a = a_B = a_{B'}$

$$m(g-a) - m'(g+a) = M\,a \Rightarrow g(m-m') = (M+m+m')a \Rightarrow a = \frac{g(m-m')}{M+m+m'}$$

A.N : a = 2,4 $m.s^{-2}$

2/ Calcul des tensions T et T' des fils AB et AB'

$T_A = T$ et $T'_A = T'$; $T = T_B = m(g-a)$ A.N : T = 3,72 N

$T' = T_{B'} = m'(g+a)$ A.N : T' = 3,72 N

3/ Temps mis par le corps A

La distance OS est tel que : $OS = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2.OS}{a}}$ A.N : t = 1,35 s

Vitesse : $V_S = a.t$ A.N : V_S = 3,24 $m.s^{-1}$

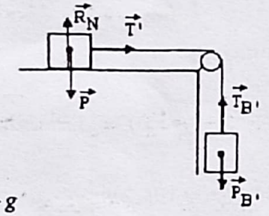
Autre méthode : $V_S^2 - V_O^2 = 2a.OS \Rightarrow V_S = \sqrt{2a.OS} = 3{,}24\,m.s^{-1}$

4/ Mouvement ultérieur et temps mis

*mouvement ultérieur :

système : corps A et B'

bilan des force : $\vec{P_{B'}}, \vec{R_N}$ et $\vec{P}$



T.C.I : $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{P_{B'}} = (m'+M)\vec{a'}$

Soit $-m'g = (m'+M)a' \Rightarrow a' = -\frac{m'}{m'+M}g$

De S jusqu'à l'arrêt de A : $\vec{a}\vec{V} < 0 \Rightarrow$ *M.R.U rétardé*

Retour vers O avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré $\vec{a}.\vec{V} > 0$

- Distance parcourue de S à l'arrêt : $0 - V_S^2 = 2a'.d \Rightarrow d = -\frac{V_S^2}{2a'}$
- A.N : $d = \frac{(3{,}24)^2}{2\times 0{,}302} = 17{,}38m$ car $a' = -0{,}302 m.s^{-1}$
- temps mis de l'arrêt à O : $d + OS = \frac{1}{2}|a'|.t'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2(d+OS)}{|a'|}}$

A.N : t' = 50,36 s

Temps écoulé entre le départ de A de O et son retour au même point O :

T = t + Δt + t' = 1,35 + 10,73 + 50,44 = 62,44s

EXERCICE 21

1/ Vitesse de la boule au point C

Système : boule de plomb

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ et tension du fil $\vec{T}$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique de B à C, on a :

$\frac{1}{2}M.V^2 = W(\vec{P}) = Mg(h_B - h_C) = MgL(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)$ soit

$V_C = \sqrt{2gL(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)}$ A.N : V_C = 3,33 $m.s^{-1}$

En A, $\alpha_1 = 0$ donc on a : $V_A = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha_0)}$ A.N : V_A = 3,36 $m.s^{-1}$

2/ Calcul de la tension du fil au point C

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = M\vec{a}$. Dans la base frenet $(\vec{n}, \vec{t})$ et par projection on a :

$-M.g\cos\alpha_1 + T = M.a_n = M.\frac{V_C^2}{L} \Rightarrow T = M.g(3\cos\alpha_1 - 2\cos\alpha_0)$ A.N : T = 1,02 N

3/ Tension du fil au point A :

$\alpha_1 = 0$ donc $T = M.g(3 - 2\cos\alpha_0)$. A.N : T = 1,16N

EXERCICE 22

1.a/ Expression de la vitesse.

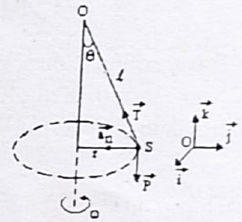
En suivant la même démarche que l'exercice 6.1/

$V = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$

b/ Vitesse à la position d'équilibre

$\alpha = 0$ en ce point donc $V_0 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_m)}$. A .N V_0 = 3,16 $m.s^{-1}$

2.a/ Relation entre θ et ω



T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$. Par projection suivant

$\vec{j}$ et $\vec{k}$: $T.\sin\theta = m.a$ (1)

$T.\cos\theta = m.g$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} = \frac{T.\sin\theta}{T.\cos\theta} = \frac{a}{g} = \tan\theta$ avec $a = a_N = \frac{V^2}{r}$;

or $V = r.\omega$ et $r = \ell.\sin\theta$ donc $a = \omega^2\ell.\sin\theta = g\tan\theta \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l.\cos\theta}}$

A.N : ω = 3,4 $rad.s^{-1}$

b/ Expression puis valeur de la tension du fil

D'après (2), $T = \frac{m.g}{\cos\theta}$. A.N : T = 2,31N

EXERCICE 23

1/ Expression de la vitesse V_B

système : solide ponctuel

bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R}\ et \vec{F}$

Théo. de l'Ec : $E_{CB} - E_{CA} = W(\vec{R}) + W(\vec{P}) + W(\vec{F})$

$\frac{1}{2} m V_B^2 = F.\ell \Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2F.\ell}{m}}$

2.a/ Expression de la vitesse au point M

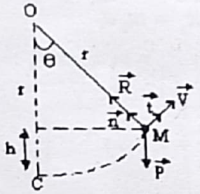
Théo de l'Ec de C à M :

$$\frac{1}{2} m V_M^2 - \frac{1}{2} m V_C^2 = W(\vec{P}) + \underbrace{W(\vec{R_N})}_{0} = -m g r(1-\cos\theta) \quad \Rightarrow \quad V_M = \sqrt{-2 g r(1-\cos\theta) + \frac{2F.\ell}{m}}$$

b/ Expression de la réaction R

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$. Par projection dans la base de frenet $(\vec{n}, \vec{t})$, on a :

$$-p.\cos\theta + R = m.a_n \Rightarrow -m.g\cos\theta + R = m\frac{V_M^2}{r}$$



$$\Rightarrow R = m.g\cos\theta + m\frac{V_M^2}{r}$$

En remplaçant V_M par son expression on aboutit à :

$$R = 2\frac{F.\ell}{r} + m.g(3\cos\theta - 2)$$

3/ Expression de F_0 et valeur

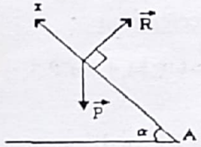
La valeur de R > 0 à tout instant et θ = π au point D . On pose donc

$$2\frac{F.\ell}{r} + m.g(3\cos\theta - 2) > 0 \Rightarrow F > \frac{-m.g.r(3\cos\pi - 2)}{2\ell}\ d'où\ F > \frac{5m.g.r}{2\ell}$$

La valeur minimale de F est donc : $F_0 = \frac{5m.g.r}{2\ell}$. A.N : $F_0 = 8{,}33$ N

EXERCICE 24

1. 1.1/ Bilan des forces



poids $\vec{P}$ et réaction $\vec{R}$ normale du support

1.2/ Expression de l'accélération

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$: suivant la projection sur Ax, on a :

$-m.g\sin\alpha + 0 = ma \Rightarrow a = -g\sin\alpha$ A.N : a = -5 m.s^{-2}

1.3/ Les équations horaires

$$\begin{cases} x(t) = -2{,}5t^2 + 2t \\ y(t) = -5t^2 + 2 \end{cases}$$

1.4/ Abscisse de M et durée du parcourt

* abscisse :

$V_M^2 - V_A^2 = 2a(x_M - x_A) \Rightarrow x_M = \frac{-V_A^2}{2a}$ A.N $x_M = 0{,}4$ m

*durée : $V_M = 0 \Rightarrow -5t_M + 2\ soit\ t_M = \frac{2}{5} = 0{,}4\,s$

2.2.1/ Expression de la force de frottement

bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R_N}\ et \vec{f}$

T.C.I : $\vec{R}_N + \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a'}$; suivant Ax :

$-m.g\sin\alpha - f = ma' \Rightarrow f = -m(g\sin\alpha + a')$

2.2/ Calcul de f

f = -0,2 (5-6,65) = 0,33N

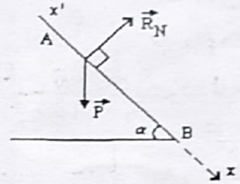
2.3/ Valeur de la vitesse $V_{A'}$

$V_{A'}^2 - V_{M'}^2 = 2a'(x_{A'} - x_{M'}) \Rightarrow V_{A'}^2 = -2a'x_{M'} \Rightarrow V_{A'} = \sqrt{-2a'x_{M'}}$

A.N : $V_{A'}$ = 1,99 m.s^{-1}

EXERCICE 25

1/ Sur la portion AB :



1.1/ Expression de la vitesse V_B

Système : bille

Bilan des forces : poids $\vec{P}$

et réaction normale du support $\vec{R}$

T.E.C :

$$E_{CB} - E_{CA} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})\ soit\ \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = m g \ell \sin\alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{2 g \ell \sin\alpha}$$

A.N : V_B = 10 m.s^{-1}

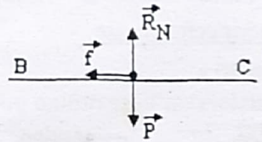
1.2/ Accélération algébrique a_1 de la bille et temps mis

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a_1}$, suivant x'x on a : $m.g\sin\alpha = m.a_1 \Rightarrow a_1 = g\sin\alpha$

A.N : a_1 = 5 m.s^{-2}

Temps mis : $x = \frac{1}{2} a_1 t^2 = AB = \ell \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{a_1}}$ A.N : t = 2s

2/ Sur la portion BC



2.1/ Expression et valeur de f

bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R_N}\ et \vec{f}$

T.E.C : $E_{C_C} - E_{C_B} = \underbrace{W(\vec{P})}_{0} + \underbrace{W(\vec{R})}_{0} + W(\vec{f})$

$\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = -f.d \quad soit \quad f = \frac{m}{2.d}(V_B^2 - V_C^2)$; A.N : f = 0,18N

2.2/ Nouvelle accélération a_2

T.C.I : $\overrightarrow{R} + \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} = m\overrightarrow{a_2}$. Par projection sur BC, on a :

$-f = ma_2 \Rightarrow a_2 = -\dfrac{f}{m} = -1{,}8\,m.s^{-2}$. $\overrightarrow{a_1}\cdot\overrightarrow{V} \langle 0$ donc M.RU.R

3.Portion CD

3.1/ Vitesse V_M

bilan des forces : poids $\overrightarrow{P}$ et réaction normale du support $\overrightarrow{R}$

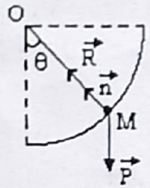
T.E.C :

$E_{CM} - E_{C} = W(\overrightarrow{R}) + W(\overrightarrow{P})$ soit $\dfrac{1}{2}mV_M^2 - \dfrac{1}{2}mV_C^2 = -m\,g\,r(1-\cos\theta) \Rightarrow V_M = \sqrt{V_C^2 - 2gr(1-\cos\theta)}$

A.N : $V_M = 6{,}63$ m.s^{-1}

3.2/ Intensité de la réaction

T.C.I : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R} = m\overrightarrow{a}$; suivant $\vec{n}$ dans la base de frenet, on a :



$-m\,g\cos\theta + R = m\,a_n$ soit $R = m\left(\dfrac{V_M^2}{r} + g\cos\theta\right)$

$\Rightarrow R = m\left(\dfrac{V_C^2}{r} + 3g\cos\theta - 2g\right)$

A.N : R = 2,7 N.

3.3/ Calcul de l'angle θ'

R = 0 donc $\dfrac{V_C^2}{r} + 3g\cos\theta' - 2g = 0 \Rightarrow \cos\theta' = \dfrac{2g}{3g} - \dfrac{V_C^2}{3rg} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{V_C^2}{3rg}$

A.N : cosθ' = -0,4 d'où θ' = 113,6°.

EXERCICE 26

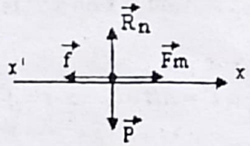
1.1.1/ Accélération du cycliste

Posons $2a\ell = V^2$ soit $a = \dfrac{V^2}{2\ell}$. A.N : a = 0,5 m.s^{-2}

1.2/ Intensité de la force motrice

système : cycliste + vélo

bilan des forces : $\overrightarrow{P}, \overrightarrow{R_n}, \overrightarrow{f}, \overrightarrow{F_m}$



T.C.I : $\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{f} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{P} = m\overrightarrow{a}$. Suivant x'x on a :

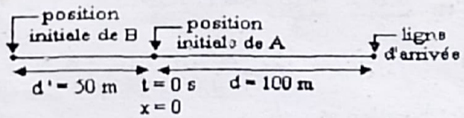
$F_m - f = m.a \Rightarrow F_m = f + m.a$. A.N : F_m = 90 N

1.3/ Temps mis pour acquérir cette vitesse

$V = at \Rightarrow t = \dfrac{V}{a}$. A.N : t = 20 s

2/ Le vainqueur de la course

Soit d la distance à parcourir par le cycliste A et d' celle séparant les cyclistes A et B



*temps mis par le cycliste A : $x_A = d = V_A.t_A \Rightarrow t_A = \dfrac{d}{V_A}$. A.N : t_A = 9 s

*temps mis par le cycliste B :

calculons l'accélération de B : $a' = \dfrac{V_f - V_0}{\Delta t}$. A.N : a' = 5,86 .10^{-1} m.s^{-2}

le temps est tel que : $x_B = \dfrac{1}{2}a't_B^2 + V_0t_B + x_{0B}$ soit $100 = 0{,}293.t_B^2 + 10.t_B - 50$

Δ = 102 – 4 (-150 × 0.293) = 275,8

t_B = 11 ,27 s < t_A . Le cycliste A est vainqueur.

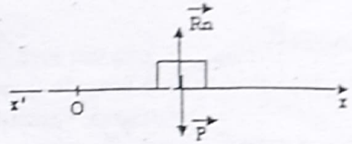
EXERCICE 27

1) 1.1- Nature du mouvement

Référentiel ter. sup. galiléen

Système : le solide S_1

Forces appliquées : $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{R_n}$



T.C.I : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_n} = m_1\overrightarrow{a_1}$

sur $(x'x): P_x + R_n = m_1 a$ *or* $P_x + R_n = 0$ *donc* $a = 0 \Rightarrow$ *le mouv. est donc rect. uniforme.*

1.2- Calcul de la vitesse V_1

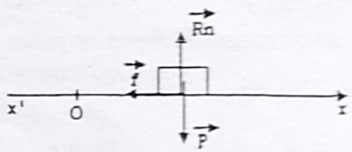
$V_1 = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{0{,}6}{0{,}5} = 1{,}2\,m.s^{-1}$

Energie cinétique

$Ec_1 = \dfrac{1}{2}mV^2 = \dfrac{1}{2}\times 0{,}2\times(1{,}2)^2 = 0{,}144\,J$

2) 2.1- Nature du mouvement

Forces appliquées : $\overrightarrow{P}, \overrightarrow{R_n}$ *et* $\overrightarrow{f}$



T.C.I : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{R_n} + \overrightarrow{f} = m_1\overrightarrow{a_1'}$

sur $(x'x): -f + 0 = m_1 a_1' \Leftrightarrow a_1' = \dfrac{-f}{m_1} = cste$

donc le mouvement est rectiligne uniformément varié (retardé)

Calcul de l'accélération

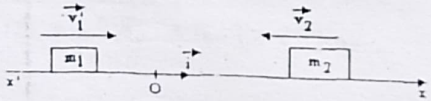
$a_1' = \dfrac{0-(1{,}2)^2}{2\times 0{,}05} = -14{,}4\,m.s^{-2}$

Calcul de f

f = - $m_1.a'_1$ = 0.2 × 14.4 = 2.88 N

2.2- L'énergie cinétique a été transformé en chaleur.

3) 3.1 Sens et valeur de la vitesse



Soit $\vec{p}$ la quantité de mouvement du système $\{m_1 ; m_2\}$.

avant le choc: $\vec{p} = m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2}$ *après le choc*: $\vec{p} = (m_1 + m_2)\vec{v}$

Conservation: $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2} \Rightarrow \vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1'\vec{i} - \frac{m_2}{m_1 + m_2}v_2\vec{i}$

$$\vec{v} = \left[\frac{m_1 v_1'}{m_1 + m_2} - \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}\right].\vec{i} = (0,4 - 0,5).\vec{i} = -0,1.\vec{i}$$

Il ressort que $\vec{v}$ est orienté dans le sens contraire à $\vec{i}$ (sens de $\vec{v_2}$).

Valeur : $v = 0,1$ m.s^{-1}

3.2- Energies cinétiques avant et après le choc

– *avant le choc* $Ec = \frac{1}{2}m_1(v_1')^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = 0,144 + 0,1125 = 25,65.10^{-2}\ J$

– *après le choc* $E_c' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \frac{1}{2}\times 0,6\times(0,1)^2 = 0,3.10^{-2}\ J$

Conclusion Perte d'énergie à l'issue du choc, transformée en chaleur ; le choc est dit non élastique.

3 - INTERACTION GRAVITATIONNELLE

EXERCICE 28

1/ Calcul de la norme du vecteur champ de gravitation

$g_V = \frac{G.M_V}{r_V^2}$. A.N : $g_V = 8,22$ m.s^{-2}

2.a/ La période de révolution de vénus

selon la 3ème loi de Képler : $\frac{r_V^3}{T_V^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2} = \frac{G.M_S}{4.\pi^2} \Rightarrow T_V = T_T.(\frac{r_V}{r_T})^{\frac{3}{2}}$.

Or T_T = 365,25 jours donc T_V = 223,15 jours.

b/ La masse du soleil-

$M_S = \frac{4.\pi^2}{G}.\frac{r_V^3}{T_V^2}$. A.N : $M_S = 2\ .10^{30}$ kg

3/ Comparaison

Soit η le rapport entre le champ de gravitation dû à la planète et celui dû au soleil à la surface de vénus :

$\eta = \frac{g_V}{g_S} = \frac{M_V}{M_S}.(\frac{r_V}{R_V})^2$. A.N : η = 720. On peut donc négliger l'attraction solaire par rapport à l'attraction de la planète.

EXERCICE 29

1/

* Le plan de la trajectoire est un plan équatorial ;

- trajectoire circulaire qui a pour centre le centre d'inertie de la terre , origine du repère géocentrique ;
- le mouvement est uniforme ;
- la période de révolution est celle de la terre , puisque le satellite reste fixe pour un observateur terrestre.

2/ Calcul de l'altitude

On sait que $V^2 = g_0.\frac{R^2}{(R+h)}$ et $T = \frac{2.\pi.(R+h)}{V}$ donc $T^2 = \frac{4.\pi^2(R+h)^3}{g_0.R^2}$

$$\Rightarrow R+h = (\frac{g_0.R^2T^2}{4.\pi^2})^{\frac{1}{3}} \text{ soit } h = (\frac{g_0.R^2T^2}{4.\pi^2})^{\frac{1}{3}} - R$$

A.N : h = 36000 km.

3/ Energie cinétique

$\frac{1}{2}m.V^2 = \frac{1}{2}m.g_0.\frac{R^2}{(R+h)}$ A.N : $E_c = 1,51.10^{10}$ J.

A la surface de la terre , le satellite a la vitesse : $V = R\omega = \frac{2\pi R}{T}$. Son énergie cinétique est donc : $E_{C_0} = \frac{1}{2}mR^2.\omega^2$. A.N: $E_{C0} = 3,5\ .10^8$ J.

4/ La variation de l'énergie cinétique ne peut être égale à m.g.h car g varie avec l'altitude ; le travail de la force de gravitation n'est donc pas égal à m.g.h.

EXERCICE 30

1.a/ Relation

Système : astre B

Référentiel R supposé galiléen

B est soumis à la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par A. Selon la loi de Newton, $\vec{F}$ suivant BA et $F = g.\frac{M.m}{R^2}$

T.C.I : $\vec{F} = m.\vec{a}$

Par hypothèse, le mouvement de B est circulaire uniforme , l'accélération est donc normale et centripète :

$a = a_n = \frac{V^2}{R}$ et $a = \frac{F}{m} = g.\frac{M}{R^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g.M}{R}}$

b/ Expression de V en fonction de T

La période de révolution est telle que : $T=\frac{2\pi R}{V} \Rightarrow V=\frac{2\pi R}{T}$ d'où

$T^2=\frac{4\pi^2 R^2}{V^2}=\frac{4\pi^2 R^3}{M.g}$ soit $\frac{R^3}{T^2}=\frac{g.M}{4\pi^2}$. En posant $C=\frac{g}{4\pi^2}$ on a $\frac{R^3}{T^2}=C.M$

2/ Rapport des masses

Selon la 3ème loi de Képler : $\frac{R_T^3}{T_T^2}=C.M_S$

On en déduit : $\frac{M_T}{M_S}=\frac{R_S^3 T_T^2}{R_T^3 T_S^2}$ A.N : $\frac{M_T}{M_S}=3{,}044.10^{-6}$

EXERCICE 31

1/ Expression de l'énergie cinétique

Le satellite est soumis à la seule action de la force de gravitation universelle

$\vec{F}=m.\vec{g}$

Le référentiel géocentrique est supposé galiléen

T.C.I : $\vec{F}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

$\vec{g}$ est centripète donc $\vec{a}=\vec{a_n}$ soit $a=\frac{V^2}{r}=\frac{GM_T}{r^2}$

L'énergie cinétique est : $E_C=\frac{1}{2}m.V^2=G.\frac{mM_T}{2r}$

3/ Variation de l'énergie

- $\frac{dE}{dr}=G.\frac{M_T}{r^2}\rangle 0$.   Ep croît avec r
- $E_m=E_C+E_P=-G.\frac{mM_T}{2r}$

3/ Energie minimale à fournir

E_m =cste d'où $E_{cmin}+E_{P0}=(E_m)_h$ soit

$$E_{Cmin}=-G.\frac{mM_T}{2(R_T+h)}+G.\frac{mM_T}{R_T} \Rightarrow E_{Cmin}=\frac{G.mM_T}{R_T}(1-\frac{R_T}{2(R_T+h)})$$

A.N : $E_{cmin}=5{,}78\ .10^{10}$ J

EXERCICE 32

1.a/ Nature du mouvement et vitesse

Le satellite de Jupiter décrit dans le référentiel galiléen une trajectoire circulaire donc $\vec{a}=\vec{a_t}+\vec{a_n}$. $\vec{g}$ étant centripète alors $\vec{a}=\vec{a_n}$

$\vec{F}=m.\vec{g}=m.\frac{GM}{r^2}\vec{n}$ Le satellite est soumis à la force de gravitation due à Jupiter.

En appliquant le T.C.I on a : $\vec{F}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$. Le mvt est donc uniforme et $V^2=\frac{GM}{r}$

b/ Expression de la période de révolution et rapport

$V=R.\omega=\frac{2\pi r}{T}$ d'où $\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{GM}=cste$

2.a/ Représentation graphique

Droite de pente moyenne C = $3{,}1.10^{-16}\,s^2.m^{-3}$. Cette pente est égale à $\frac{4\pi^2}{GM}$

NB : représentation graphique a faire par l'élève.

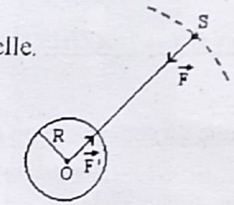
b/ La masse de Jupiter

$C=\frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M=\frac{4\pi^2}{CG}$ A.N : M = $1{,}9\ .10^{27}$ kg

EXERCICE 33 (BAC C 1998)

1.a/ Caractéristiques de la force

- Direction : axe satellite- centre de la terre ;
- Sens : vers le centre de la terre ;
- Intensité : donnée par la loi de gravitation universelle.



b/ Expression de F en fonction de m , M_T , R , G et z

$F=F'=\frac{mM_T}{(R+z)^2}.G$

2.a/ Mouvement du satellite

Par rapport au référentiel géocentrique considéré comme galiléen , le T.C.I appliqué au satellite est tel que : $\vec{F}=m.\vec{a}$.

Dans la base de frenet on aboutit à : $\vec{a}=\frac{dV}{dt}\vec{\tau}+\frac{V^2}{(z+R)^2}\vec{n}=\frac{GM_T}{(z+R)^2}\vec{n}$ d'où

$\frac{dV}{dt}=0$ et $\frac{V^2}{z+R}=\frac{GM_T}{(z+R)^2}$. Le mouvement est donc circulaire uniforme.

b/ Expression de V

De l'expression de a/ on tire $V=\sqrt{\frac{GM_T}{z+R}}$

3.a/ Période de révolution du satellite

$T=2\pi\frac{(z+R)}{V}=2\pi.\sqrt{\frac{(z+R)^3}{GM_T}}$

b/ Montrons que $\frac{T^2}{R^3}$ est une constante

$$\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{GM_T}=cste$$ car z + R = r

4/ Masse de la terre

$$M_T=\frac{4.\pi^2}{G}.\frac{r^3}{T^2}$$ A.N : $M_T = 6\ .10^{24}$ kg

5/ Période de révolution de Landsat

T = 6169 s soit 1h 43 min.

EXERCICE 34 (BAC C 2005)

1/

1.1/ 1.1.1/ Expression de F_0 :

$$F_0=\frac{GM_T.m}{R_T^2}=\frac{GM_T}{R_T^2}$$

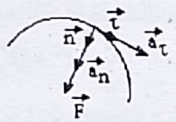
1.1.2.a/ Expression de la masse de la terre

$$M_T=\frac{g_0 R_T^2}{G}$$

b/ Application numérique : $M_T = 5{,}96\ .10^{24}$ kg .

1.2/ Expression de l'intensité du champ de gravitation

$$F=\frac{GM_T.m}{(R_T+h)^2}=\frac{G.g_0.R_T^2.m}{G.(R_T+h)^2}=m.g \Rightarrow g=g_0.\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$



2.2.1/ Montrons que le mouvement est uniforme

$$\vec{F}=m.(\vec{a}_\tau+\vec{a}_n)=m.\vec{a}_n \Rightarrow \frac{dV}{dt}=0$$. Le mouvement du satellite est donc uniforme.

2.2/

2.2.1/ Expression de la vitesse

$$a_n=\frac{V^2}{(R_T+h)}=g=g_0.\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} \Rightarrow V=R_T.\sqrt{\frac{g_0}{(R_T+h)}}$$

2.2.2/ La période T du satellite

$$T=\frac{2\pi(R_T+h)}{V}=\frac{2\pi}{R_T}.\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

2.3/ Calcul de V et T

$V = 7721{,}3\ m.s^{-1}$ et T = 5427,7 s.

2.4.1/ Expression de $\frac{T^2}{r^3}$

$$T^2=\frac{4\pi^2 r^3}{g_0.R_T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{g_0.R_T^2}=cste$$

2.4.2/ Expression de $\frac{T^2}{r^3}$ en fonction de M_T et G

$$\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2 R_T^2}{M_T.G.R_T^2}=\frac{4\pi}{M_T.G} \quad car\ g_0=\frac{GM_T}{R_T^2} \quad (voir\ 1.1.2-a)$$

2.4.3/ Calcul de la masse de la terre

$$M_T=\frac{4\pi(R_T+h)^3}{T^2.G}$$. A.N : $M_T = 6\ .10^{24}$ kg. Résultat compatible avec celle de 1.1.2

4 - MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

EXERCICE 35

1/ Trajectoire du ballon

Système : le ballon

Réf. Ter. Sup. galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$ à t = 0s , $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\V_{0y}=V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\vec{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\y_0=0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\cos\alpha\\V_y=-g.t+V_0\sin\alpha\end{cases}$

$$\vec{OM}\begin{cases}x=(V_0\cos\alpha).t\\y=-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha)t\end{cases}$$

Le mouvement se fait dans le plan xoy.

2/ Equation de la trajectoire

$x=(V_0\cos\alpha).t \Rightarrow t=\frac{x}{V_0.\cos\alpha}$. t dans y donne

$$y=-\frac{1}{2}g.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})^2+V_0.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha}) \quad \text{soit} \quad y=-\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.\tan\alpha$$

3/ Vitesse initiale du ballon

Au ras de la barre transversale , y = h et x = d donc l'équation devient :

$$h=-\frac{g.d^2}{2V_0^2\cos^2\alpha}+d.\tan\alpha$$. On tire V_0 de cette expression et on obtient :

$$V_0=\sqrt{\frac{g.d^2}{2\cos^2\alpha(d.\tan\alpha-h)}}$$. A.N : $V_0 = 18{,}64\ m.s^{-1}$

EXERCICE 36

1/ Longueur du saut

système : le skieur

Réf. Ter. Sup. galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$ et à t = 0s . $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\V_{0z}=V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\z_0=0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_z=-g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\cos\alpha\\V_z=-g.t+V_0\sin\alpha\end{cases}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=(V_0\cos\alpha).t\\z=-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha).t\end{cases}$$

Equation de la trajectoire : $z=-\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.\tan\alpha \quad 0\langle x\langle x_B$

La ligne de plus grande pente de la piste de réception appartient à une droite Δ d'équation : z = (cotanβ). x .

Le point de réception du skieur sur la piste est le point d'intersection de la parabole C et de la droite Δ : les coordonnées x_B et y_B de ce point vérifient la relation : $-x_B.\cot an\beta=-\frac{1}{2}.\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}.x_B^2+x_B.\tan\alpha$ soit

$$x_B\left(\cot an\beta+\tan\alpha-\frac{1}{2}.\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}.x_B\right)=0 \Rightarrow x_B=\frac{2}{g}(\cot an\beta+\tan\alpha)V_0^2\cos^2\alpha$$

$L=\frac{x_B}{\sin\beta}=\frac{2(\cot an\beta+\tan\alpha)}{g\sin\beta}.V_0^2\cos^2\alpha$. A.N : β = 45° et α = 10°

donc L = 129 m.

2/ Inclinaison à donner au tremplin

L est fonction de α donc $\frac{dL}{d\alpha}=0$ pour la valeur extrême de L :

$$L=\frac{2V_0^2}{g\sin\beta}\left[\cot an\beta.\cos^2\alpha+\tan\alpha.\cos^2\alpha\right]=\frac{2V_0^2}{g\sin\beta}\left[\cot an\beta\times\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)+\frac{1}{2}\sin2\alpha\right]$$

$$\frac{dL}{d\alpha}=\frac{2V_0^2}{g\sin\beta}\left[-\cot an\beta.\sin2\alpha+\cos2\alpha\right]$$

$\frac{dL}{d\alpha}=0$ pour cos2α = cotanβ.sin2α soit tan2α = tanβ soit $\alpha=\frac{\beta}{2}$

A.N : L_{max} = 136,6 m pour β = 45° et α = 22,5°.

EXERCICE 37

1/ Expressions des équations horaires

Système : la balle

Réf. Ter. Sup. galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

A t = 0s . $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\V_{0y}=V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\y_0=h\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\cos\alpha\\V_y=-g.t+V_0\sin\alpha\end{cases}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=(V_0\cos\alpha).t\\y=-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha).t+h\end{cases}$$

2/ Date et hauteur

*date : au dessus du filet x = L donc $L=(V_0\cos\alpha).t \Rightarrow t=\frac{L}{V_0\cos\alpha}$

A.N : t = 0,67 s

*hauteur : on remplace t dans y et on a y = 2.72 m

3/ Date de réception de la balle au sol

Au sol y = 0 donc $-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha).t+h=0$ soit $-5.t^2+2,19.t+3,5=0$

Δ = 74,8 donc les valeurs de t sont :

$t_1=\frac{-2,19+\sqrt{\Delta}}{2\times(-5)}\langle 0$; $t_2=t=\frac{-2,19-\sqrt{\Delta}}{2\times(-5)}=1,08s\simeq1,1s$

- distance : x = (V_0 cosα).t A.N : t = 18 × cos7° × 1.1 = 19,65 m
- L + D = 21 m donc le service est bon.

EXERCICE 38

1/ Coordonnées à l'instant initial

A t = 0s . $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\cos\alpha\\V_{0y}=V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}x_0=0\\y_0=0\end{cases}$

2/ Coordonnées à t quelconque

$\vec{g}\begin{cases}g_x=0\\g_y=-g\end{cases}$ $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\cos\alpha\\V_y=-g.t+V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=(V_0\cos\alpha).t\\y=-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha).t\end{cases}$

3/ Equation de la trajectoire

$x=(V_0\cos\alpha)t \Rightarrow t=\frac{x}{V_0.\cos\alpha}$. t dans y donne

$y=-\frac{1}{2}g.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})^2+V_0.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})$ soit $y=-\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}x^2+x.\tan\alpha$

4/ Expression de la vitesse V_0

Au point de chute ; y = - h donc $-\frac{g}{2V_0^2}.x_1^2+x_1+h=0$ car 2 $\cos^2\alpha$ = 1 et

$\tan\alpha$ = 1 donc $\frac{g}{2V_0^2}.x_1^2=x_1+h \Rightarrow V_0=\sqrt{\frac{g.x_1^2}{x_1+h}}$ soit $V_0=\sqrt{\frac{10x_1^2}{x_1+h}}$

A.N : V_0 = 13,33 m.s^{-1}

5/ Expression de V_S

Au sommet la vitesse est colinéaire à l'axe des abscisses donc

$V_S = V_0\cos\alpha$. A.N : V_S = 9,40 m.s^{-1}

EXERCICE 39

1/ Valeur de f

système : la balle

ref. ter. Supp. Galiléen

bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R_N}$, $\vec{f}$

T.C.I : $m.\vec{a}=\vec{P}+\vec{R_N}+\vec{f}$

Projection sur x'x confondu à AB orienté de A vers B

$m.a=-f$ avec $a=\frac{V_B^2-V_A^2}{2L}$ donc $f=\frac{m}{2L}(V_A^2-V_B^2)$ A.N : f = 300 N

2.a/ Expression de V_M et de R_M

- Vitesse en M :

T.E.C : $E_{CM}-E_{CB}=W(\vec{R})+W(\vec{P})$ soit $\frac{1}{2}mV_M^2-\frac{1}{2}mV_B^2=-mgh=-m\,g\,r(1-\cos\theta)$

$\Rightarrow V_M=\sqrt{V_B^2-2\,g\,r\,(1-\cos\theta)}$

*Réaction en M

T.C.I : $m.\vec{a}=\vec{P}+\vec{R_N}$

Par projection sur $(M;\vec{n})$ de la base de frenet on a :

$-mg.\cos\theta+R_N=m.\frac{V_M^2}{r}$. En remplaçant V_M par son expression , on a :

$R_N=\frac{m}{r}\left[-2gr(1-\cos\theta)+V_B^2\right]+mg.\cos\theta$ donc $R_N=mg.(3\cos\theta-2)+\frac{mV_B^2}{r}$

b/ Valeurs de la vitesse et de la réaction en C

Au point C , $\theta=\pi$ donc $V_C=\sqrt{-4gr+V_B^2}$. A.N : V_C = 47,12 m.s^{-1}

* $R_N=-5mg+\frac{mV_B^2}{r}$. A.N : R_N = 76,78 N

3.a/ Equation de la trajectoire dans $(C;\vec{i};\vec{k})$

A t = 0 s , $\vec{V_C}\begin{cases}V_{Cx}=V_C\\V_{Cz}=0\end{cases}$ $\vec{CM_0}\begin{cases}x_C=0\\z_C=0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_z=g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_C\\V_z=g.t\end{cases}$ $\vec{CM}\begin{cases}x=V_C.t\\z=\frac{1}{2}g.t^2\end{cases}$

Equation de la trajectoire : $z=\frac{g}{2V_C^2}.x^2$

b/ La balle retombe dans le trou si les coordonnées de $D\begin{pmatrix}2,5\\14\end{pmatrix}$ vérifient l'équation de la trajectoire .

$14-\frac{10}{2\times47^2}\times2,5^2=13,98\neq0$. La balle ne tombe pas dans le trou.

EXERCICE 40

1/ Différentes expressions

a/ Equations horaires de la fusée A

Système : fusée A

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ de la fusée A

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

A t = 0s , $\vec{V_{0A}}\begin{cases}V_A\cos\alpha\\V_A\sin\alpha\end{cases}$ $\vec{OA_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}0\\-g\end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases}V_A.\cos\alpha\\-g.t+V_A.\sin\alpha\end{cases}$; $\vec{OA}\begin{cases}V_A.t\cos\alpha\\-\frac{1}{2}g.t^2+V_A.t.\sin\alpha\end{cases}$

b/ Equations horaires de la fusée B

étude dynamique idem que A

A t = 0s , $\vec{V_{0B}}\begin{cases}0\\V_B\end{cases}$ $\vec{OB_0}\begin{cases}d\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}0\\-g\end{cases}$; $\vec{V'}\begin{cases}0\\-g.t+V_B\end{cases}$; $\overrightarrow{OB}\begin{cases}d\\-\frac{1}{2}g t^2+V_B.t\end{cases}$

1.a/ Equation de la trajectoire de la fusée A

$x=(V_A\cos\alpha)t \Rightarrow t=\frac{x}{V_A.\cos\alpha}$. t dans y donne

$y=-\frac{1}{2}g.(\frac{x}{V_A.\cos\alpha})^2+V_A.(\frac{x}{V_A.\cos\alpha})$ soit $y=-\frac{g}{2V_A^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.\tan\alpha$

b/ La trajectoire de A est parabolique

3.a/ Détermination de l'angle α

Lors de l'explosion à la verticale de P, x = d et t_1 = 4 s donc

$d=V_A.t_1.\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\frac{d}{V_A.t_1}$. A.N : cos α = 0,1459 soit α = 81,61°.

b/ Les coordonnées des explosions des fusées A et B

*Fusée A : $\begin{cases}x=V_A.t_1.\cos\alpha=d=30\,m\\y=-5t_1^2+V_A.t_1.\sin\alpha=123,4\,m\end{cases}$

- Fusée B : $\begin{cases}x'=d=30\,m\\y'=-5t_1^2+V_B.t_1=120\,m\end{cases}$

c/ distance séparant les deux fusées lors des explosions

$d'=|y-y'|=3,4\,m$

4/ Portées de tir

- La fusée B retombe à son lieu de lancement en cas de non explosion
- Pour la fusée A déterminons la portée:

Au point de chute, y = 0 donc

$-\frac{g}{2V_C^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.\tan\alpha=0$ d'où $x(-\frac{g}{2V_C^2.\cos^2\alpha}x_C+\tan\alpha)=0$

$x_C=\frac{2V_C^2.\cos^2\alpha.\tan\alpha}{g} \Rightarrow x_C=\frac{V_A^2.\sin 2\alpha}{g}$. A.N : x_C = 76,27 m.

x_C < d + 100 donc les spectateurs sont en sécurité.

EXERCICE 41

1/ Les équations horaires

système : la balle

ref. ter. Supp. Galiléen

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ de la balle A

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

A t = 0s, $\vec{V_0}\begin{cases}V_0\\0\end{cases}$ $\overrightarrow{SM_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}0\\-g\end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases}V_0\\-g.t\end{cases}$; $\overrightarrow{OA}\begin{cases}V_0.t\\-\frac{1}{2}g t^2\end{cases}$

Equation de la trajectoire : $y=-\frac{g}{2V_0^2}.x^2$

2/ Limites de V_0

a/ pour que la balle passe au dessus du filet

Dans ce cas y > - (H - h) et x > ℓ donc $H-h > \frac{g}{2V_0^2}x^2$ soit $V_0 > \sqrt{\frac{g\ell^2}{2(H-h)}}$

A.N : $V_0 > 21,91\ m.s^{-1}$

b/ pour que la balle ne sorte pas des limites du terrain

Dans ce cas x < L et y = -H avec $x=\sqrt{\frac{-2V_0^2.y}{g}}$ soit $\sqrt{\frac{2V_0^2.H}{g}} < L \Rightarrow V_0 < \sqrt{\frac{gL^2}{2H}}$

A.N : $V_0 < 25,88\ m.s^{-1}$.

EXERCICE 42

1. Equations horaires

Système : un plongeur

Réf. terr. supp. galiléen

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du plongeur

$T.C.I : \sum \vec{F}ext = m\vec{a}$ soit $\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

à $t = 0$ $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0=0\\y_0=1\end{cases}$ $\vec{V_0}\begin{cases}V_{0x}=V_0\sin\theta\\V_{0y}=V_0\cos\theta\end{cases}$

à $t \neq 0$ $\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\a_y=-g\end{cases}$ $\vec{V}=\vec{a}t+\vec{V_0} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\sin\theta\\V_y=-gt+V_0\cos\theta\end{cases}$

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\vec{a}t^2+\vec{V_0}t+\overrightarrow{OG_0}$ soit $\overrightarrow{OG}\begin{cases}x(t)=(V_0\sin\theta)t\\y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+(V_0\cos\theta)t+1\end{cases}$

Equation cartésienne

$x=(V_0\sin\theta)t \Rightarrow t=\frac{x}{V_0\sin\theta}$ soit $y=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{V_0^2\sin^2\theta}+V_0\cos\theta\frac{x}{V_0\sin\theta}+1$

$x = (V_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \dfrac{x}{V_0.\cos\alpha}$. t dans y donne

$$y = -\frac{1}{2}g.\left(\frac{x}{V_0.\cos\alpha}\right)^2 + V_0.\left(\frac{x}{V_0.\cos\alpha}\right) \quad \text{soit} \quad y = -\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2 + x.\tan\alpha$$

4/ Expression de la vitesse V_0

Au point de chute, y = - h donc $-\dfrac{g}{2V_0^2}.x_1^2 + x_1 + h = 0$ car 2 $\cos^2\alpha$ = 1 et

$\tan\alpha = 1$ donc $\dfrac{g}{2V_0^2}.x_1^2 = x_1 + h \Rightarrow V_0 = \sqrt{\dfrac{g.x_1^2}{x_1+h}}$ soit $V_0 = \sqrt{\dfrac{10x_1^2}{x_1+h}}$

A.N : $V_0 = 13{,}33\ m.s^{-1}$

5/ Expression de V_S

Au sommet la vitesse est colinéaire à l'axe des abscisses donc

$V_S = V_0\cos\alpha$. A.N : $V_S = 9{,}40\ m.s^{-1}$

EXERCICE 39

1/ Valeur de f

système : la balle

ref. ter. Supp. Galiléen

bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R_N}$, $\vec{f}$

T.C.I : $m.\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f}$

Projection sur x'x confondu à AB orienté de A vers B

$$m.a = -f \quad avec \quad a = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2L} \quad donc \quad f = \frac{m}{2L}(V_A^2 - V_B^2)$$ A.N : f = 300 N

2.a/ Expression de V_M et de R_M

- Vitesse en M :

T.E.C : $E_{CM} - E_{CB} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$ soit $\frac{1}{2}mV_M^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh = -m\,g\,r(1-\cos\theta)$

$\Rightarrow V_M = \sqrt{V_B^2 - 2\,g\,r(1-\cos\theta)}$

*Reaction en M

T.C.I : $m.\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_N}$

Par projection sur $(M;\vec{n})$ de la base de frenet on a :

$-mg.\cos\theta + R_N = m.\dfrac{V_M^2}{r}$. En remplaçant V_M par son expression, on a :

$$R_N = \frac{m}{r}\left[-2gr(1-\cos\theta) + V_B^2\right] + mg.\cos\theta \quad \text{donc} \quad R_N = mg.(3\cos\theta - 2) + \frac{mV_B^2}{r}$$

b/ Valeurs de la vitesse et de la réaction en C

Au point C, $\theta = \pi$ donc $V_C = \sqrt{-4gr + V_B^2}$. A.N : $V_C = 47{,}12\ m.s^{-1}$

* $R_N = -5mg + \dfrac{mV_B^2}{r}$. A.N : $R_N = 76{,}78$ N

3.a/ Equation de la trajectoire dans $(C;\vec{i};\vec{k})$

A t = 0 s, $\vec{V_C}\begin{cases} V_{Cx} = V_C \\ V_{Cz} = 0 \end{cases}$ $\vec{CM_0}\begin{cases} x_C = 0 \\ z_C = 0 \end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_C \\ V_z = g\,t \end{cases}$ $\vec{CM}\begin{cases} x = V_C.t \\ z = \frac{1}{2}g\,t^2 \end{cases}$

Equation de la trajectoire : $z = \dfrac{g}{2V_C^2}.x^2$

b/ La balle retombe dans le trou si les coordonnées de $D\begin{pmatrix}2{,}5\\14\end{pmatrix}$ vérifient l'équation de la trajectoire.

$14 - \dfrac{10}{2\times 47^2}\times 2{,}5^2 = 13{,}98 \neq 0$. La balle ne tombe pas dans le trou.

EXERCICE 40

1/ Différentes expressions

a/ Equations horaires de la fusée A

Système : fusée A

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ de la fusée A

T.C.I : $m.\vec{a} = m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

A t = 0s, $\vec{V_{0A}}\begin{cases} V_A\cos\alpha \\ V_A\sin\alpha \end{cases}$ $\vec{OA_0}\begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases} V_A.\cos\alpha \\ -g.t + V_A.\sin\alpha \end{cases}$; $\vec{OA}\begin{cases} V_A.t\cos\alpha \\ -\frac{1}{2}g.t^2 + V_A.t.\sin\alpha \end{cases}$

b/ Equations horaires de la fusée B

étude dynamique idem que A

A t = 0s, $\vec{V_{0B}}\begin{cases} 0 \\ V_B \end{cases}$ $\vec{OB_0}\begin{cases} d \\ 0 \end{cases}$

$$y = -\frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}x^2 + x\cot\theta + 1$$

2.

2.1- Expression de V_0 en fonction de x_S, g et θ

Au sommet de la trajectoire : $V_y = 0 \Leftrightarrow -gt + V_0\cos\theta = 0$ soit $t = \frac{V_0\cos\theta}{g}$

$$x_S = (V_0\sin\theta)t = V_0\sin\theta \times \frac{V_0\cos\theta}{g} = \frac{V_0^2\sin\theta\cos\theta}{g} \Rightarrow V_0^2 = \frac{x_S\,g}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\text{soit } V_0^2 = \frac{2x_S\,g}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{2x_S\,g}{\sin 2\theta} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2x_S\,g}{\sin 2\theta}}$$

Calcul de V_0

$$V_0 = \sqrt{\frac{2\times 1{,}1\times 9{,}8}{\sin(2\times 30)}} = 4{,}98\,m.s^{-1} \simeq 5\,m.s^{-1}$$

2.2- Calcul de l'ordonnée du sommet S

$$y_S = -\frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}x_S^2 + x_S\cot\theta + 1$$

$$y_S = -\frac{9{,}8}{2\times 5^2\sin^2 30}\times 1{,}1^2 + 1{,}1\cot 30 + 1 \text{ soit } y_S = 1{,}95\,m = 2\,m$$

3.

3.1- Calcul de la distance d

$$d = x \text{ et } y = -3\,m \text{ soit } -3 = -\frac{g}{2V_0^2\sin^2\theta}d^2 + d\cot\theta + 1$$

$$-0{,}784\,d^2 + 1{,}73\,d + 4 = 0 \quad \text{et } \Delta = 15{,}54 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3{,}94$$

$$d_1 = \frac{-1{,}73 - 3{,}94}{-2\times 0{,}784} = 3{,}6\,m \quad \text{et } d_2 = \frac{-1{,}73 + 3{,}94}{-2\times 0{,}784} < 0$$

$d > 0$ donc $d = d_1 = 3{,}6\,m$

3.2- Durée du saut

$$d = (V_0\sin\theta)t \Rightarrow t = \frac{d}{V_0\sin\theta} = \frac{3{,}6}{5\times\sin 30} = 1{,}44\,s$$

3.3- Valeur de V_C

$$T.E.C : \Delta Ec = \sum W(\vec{F}\,ext) \text{ soit } Ec_C - Ec_{G0} = W_{\vec{P}} \text{ soit } \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mgh$$

$V_C^2 = V_0^2 + 2gh$ avec $h = y_0 + 3 = 4$

$V_C = \sqrt{V_0^2 + 2gh}$ A.N : $V_C = \sqrt{5^5 + 2\times 9{,}8\times 4} = 10{,}17\,m.s^{-1} = 10{,}2\,m.s^{-1}$

EXERCICE 43

1/ 1.1/ Valeur de la vitesse en D

système : le chariot

o

ref. ter. supp. Galiléen

bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R_N}$

T.E.C : $E_{CD} - E_{CA} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$ soit $\frac{1}{2}mV_D^2 = m\,g\,r$ car $W(\vec{R_N}) = 0$. $V_D = \sqrt{2\,g\,r}$

A.N : $V_D = 1\ m.s^{-1}$

1.2/ Valeur de V_F

$E_{CF} - E_{CD} = W(\vec{R}) + W(\vec{P})$ or $W(\vec{R}) = 0$ et $W(\vec{P}) = 0$ car $\vec{R_N} \perp \vec{DF}$ et $\vec{P} \perp \vec{DF}$

$$E_{CF} = E_{CD} \Rightarrow V_F = V_D = 1\,m\,s^{-1}$$

2/ 2.1/ Equation de la trajectoire dans le repère $(F; \vec{i}; \vec{j})$

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ du chariot

T.C.I : $m.\vec{a} = m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

A t = 0s , $\vec{V_0}\begin{cases}V_F\\0\end{cases}$ $\vec{OM_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}\begin{cases}0\\-g\end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases}V_F\\-g.t\end{cases}$; $\vec{OM}\begin{cases}V_F.t\\-\frac{1}{2}g\,t^2\end{cases}$

Equation de la trajectoire : $x = V_F.t \Rightarrow t = \frac{x}{V_F}$.

t dans y donne $y = -\frac{g}{2V_F^2}.x^2$

2.2/ Les coordonnées du point d'impact

Au point d'impact I , y = - h donc $-\frac{g}{2V_F^2}.x_I^2 + h = 0 \Rightarrow x_I = \sqrt{\frac{2V_F^2.h}{g}}$

A.N : x_I = 0,45 m. On a donc $I\begin{pmatrix}0{,}45\\-1\end{pmatrix}$

2.3/ Caractéristiques de la vitesse au point I

*direction :fait un angle θ avec l'horizontal tel que

$$\tan\theta = \frac{V_{Iy}}{V_{Ix}} = \frac{-g\,t}{V_F} \text{ or } t_I = \frac{x_I}{V_F} \Rightarrow \tan\theta = \frac{-g\,x_I}{V_F^2}.$$

A.N : tan θ = - 4,5 d'où θ = - 77,47°.

*sens : du haut vers le bas

*valeur : $V_I = \sqrt{V_F^2 + (-g.\frac{x_I}{V_F})^2}$. A.N : V_I = 4,52 m.s^{-1}

EXERCICE 44 (BAC D 2002)

1/ a/ Vitesse V_0 au point O_1

système : l'électron

ref. ter. Supp. Galiléen

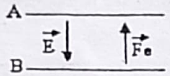
Bilan des forces : la force électrostatique $\overrightarrow{Fe}$

T.E.C : $\frac{1}{2}mV_0^2-\frac{1}{2}mV_C^2=q(V_C-V_P)=e.U_0 \Rightarrow V_0=\sqrt{\frac{2e.U_0}{m}}$ car $V_C=0$

A.N : $V_C = 2,65.10^7$ m.s^{-1}

b/ Nature du mouvement entre O_1 et O : mouvement rectiligne uniforme car il n'existe aucune force sur l'électron.

2/ a/ Représentation graphique



b/ Détermination de l'accélération

T.C.I : $\overrightarrow{Fe}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=-\frac{qE}{m}=\frac{eE}{m} \end{cases}$

*Equation de la trajectoire :

A t = 0 s : $\overrightarrow{OP_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$; $\vec{V_0}\begin{cases}V_0\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}=\begin{cases}0\\ \frac{eE}{m}\end{cases}$; $\vec{V}=\begin{cases}V_0\\ \frac{eE}{m}t\end{cases}$; $\overrightarrow{OP}\begin{cases}V_0t\\ \frac{eE}{2m}t^2\end{cases}$

$x=V_0t \Rightarrow t=\frac{x}{V_0}$. t dans y donne : $y=\frac{e.E}{2mV_0^2}.x^2=k.x^2$ où $k=\frac{e.E}{2m.V_0^2}$

or $E=\frac{U_{BA}}{d}=\frac{U}{d}$ donc $k=\frac{eU}{2m.d.V_0^2}=\frac{U}{4dU_0}$

c/ Condition sur U

Pour que les électrons sortent du condensateur, il faut que

$y\le\frac{d}{2}$ c-à-d $\frac{U}{4dU_0}\ell^2\le\frac{d}{2} \Rightarrow U\le\frac{4d^2.U_0}{2\ell^2}$

Donc $U\le\frac{2d^2U_0}{\ell^2}$. La valeur limite de U est : $U_{lim}=\frac{2d^2U_0}{\ell^2}$

A.N : U_{lim} = 1000 V.

3/ a/ Expression de Ym

En utilisant la tangente à la trajectoire à la sortie, on a

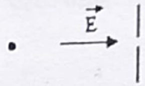
$\tan\alpha=\frac{U}{2d.U_0}.\ell=\frac{Y_m}{L} \Rightarrow Y_m=\frac{U.L.\ell}{2d.U_0}$

b/ Valeur de U

A partir de l'expression précédente, $U=\frac{2dU_0Y_m}{L\ell}$. A.N : U = 200 V

EXERCICE 45

1/ Représentation



Signe de U

$\overrightarrow{Fe}$ dirigé de A vers O ; or q > 0 donc $\overrightarrow{Fe}$ et $\vec{E}$ ont le même sens.

$\vec{E}$ décroît les potentiels donc $V_A - V_P > 0$ d'où $U = U_{AP} > 0$

2/ Expressions des énergies cinétiques

En appliquant le T.E.C de A à O, on aboutit à :

$E_{C0} = q(V_A - V_0) = 2\,e.U$ = cste

3/ Expressions des vitesses des ions en O

$\frac{1}{2}m_1V_1^2=2e.U \Rightarrow V_1=\sqrt{\frac{4e.U}{m_1}}$; $V_2=\sqrt{\frac{4e.U}{m_2}}$

4/ Rapport $\frac{V_1}{V_2}$

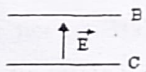
$\frac{V_1^2}{V_2^2}=\frac{4e.U}{m_1}.\frac{m_2}{4e.U}=\frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Calcul de V_1 et U :

*$V_1=V_2\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$. A.N : $V_1 = 1,13.10^6$ m.s^{-1}

*$V_1^2=\frac{4e.U}{m_1}$ donc $U=\frac{m_1.V_1^2}{4e}$. A.N : U = 9576,75 V

5/ a/ Sens de $\vec{E}$ et signe de U_{BC}



$\overrightarrow{Fe}$ et $\vec{E}$ ont le même sens $(C\rightarrow B)$ donc $U_{BC} < 0$

b/ Equation cartésienne de la trajectoire

T.C.I : $\overrightarrow{Fe}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}=\frac{2e.\vec{E}}{m}$

*Equation de la trajectoire :

A t = 0 s : $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$; $\overrightarrow{V_0}\begin{cases}V_1\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}=\begin{cases}0\\ \frac{2eE}{m_1}\end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases}V_1\\ \frac{2eE}{m_1}t\end{cases}$; $\overrightarrow{OM}\begin{cases}V_1t\\ \frac{eE}{m_1}t^2\end{cases}$

Equation de la trajectoire :

$x=V_1t \Rightarrow t=\frac{x}{V_1}$. t dans y donne : $y=\frac{eE}{mV_1^2}x^2$ or

or $E=\frac{U_{CB}}{d}=-\frac{U_{BC}}{d}$ et $V_1^2=\frac{4eU}{m_1}$ donc $y=-\frac{U_{BC}}{4dU}x^2$

c/ Valeur de U_{BC}

$O'S=y_S=-\frac{U_{BC}}{4Ud}\ell^2 \quad \Rightarrow U_{BC}=-\frac{4U.O'S.d}{\ell^2}$. A.N : U_{BC} = -239,42 V.

EXERCICE 46

1/Bilan des forces :

le poids $\vec{P}$ et la force électrostatique $\vec{Fe}$

T.C.I : $\vec{Fe}+\vec{P}=m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{q\vec{E}}{m}+\vec{g}$

Equations horaires :

A t = 0 s : $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}\frac{d}{2}\\ \ell\end{cases}$; $\overrightarrow{V_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$

A t quelconque : $\vec{a}=\begin{cases}\frac{qE}{m}\\ -g\end{cases}$; $\vec{V}\begin{cases}\frac{qE}{m}t\\ -g.t\end{cases}$; $\overrightarrow{OM}\begin{cases}\frac{qE}{2m}t^2+\frac{d}{2}\\ -\frac{1}{2}gt^2+\ell\end{cases}$

Le mouvement se fait dans le plan xoy.

2/ Coordonnées du vecteur accélération

$a_x=\frac{qE}{m}$ et $a_y=-g$

3/ Coordonnées du vecteur vitesse et position

*vitesse : $V_x=\frac{q.E}{m}t$ et $V_y=-g.t$

*position : $x=\frac{q.E}{2m}t^2+\frac{d}{2}$ et $y=-\frac{1}{2}g.t^2+\ell$

Equation de la trajectoire :

Le rapport $\frac{y-\ell}{x-\frac{d}{2}}$ conduit l'équation suivante :

$y-\ell=-\frac{m.g}{q.E}(x-\frac{d}{2}) \Rightarrow y=\ell-\frac{m.g}{q.E}(x-\frac{d}{2})$. C'est l'équation d'une droite.

4/ Date d'arrivée dans le plan vertical

Dans le plan vertical, y =0 donc $-\frac{1}{2}gt^2+\ell=0 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$. A.N : t = 0,45 s

5/ Valeur de U_{AB} pour le passage en P

En ce point x = d et y = 0. On pose donc

$\ell-\frac{m.g}{q.E}(d-\frac{d}{2})=0$ d'où $\ell-\frac{m.g.d}{2q.E}=0 \Rightarrow E=\frac{m.g.d}{2q.\ell}=\frac{U}{d}$ donc $U=\frac{m.g.d^2}{2q.\ell}$

A.N : U = 8 .10^3 V

EXERCICE 47

1/ Equation de la trajectoire dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

système : le cascadeur + auto

ref. ter. Supp. Galiléen

bilan des forces : $\vec{P}$: poids du cascadeur

T.C.I : $m.\vec{a}=m.\vec{g} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

A = t =0 : $\overrightarrow{OM_0}\begin{cases}0\\0\end{cases}$; $\overrightarrow{V_0}\begin{cases}V_1.\cos\alpha\\ V_0.\sin\alpha\end{cases}$

$\vec{a}\begin{cases}a_x=0\\ a_y=-g\end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases}V_x=V_0\cos\alpha\\ V_y=-g.t+V_0\sin\alpha\end{cases}$ $\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=(V_0\cos\alpha).t\\ y=-\frac{1}{2}g.t^2+(V_0\sin\alpha)t\end{cases}$

équation de la trajectoire :

$x=(V_0\cos\alpha)t \Rightarrow t=\frac{x}{V_0.\cos\alpha}$. t dans y donne

$y=-\frac{1}{2}g.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})^2+V_0.(\frac{x}{V_0.\cos\alpha})$ soit $y=-\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.\tan\alpha$

2/ a/ Calcul de la vitesse et de l'angle

En E, V_{Ey} = 0 car le système se trouve au sommet de sa trajectoire.

On a donc $-g.t+V_0.\sin\alpha=0$ d'où $t=\frac{V_0.\sin\alpha}{g}$. temps mis de O à E.

$x_E = (V_0.\cos\alpha).\frac{V_0.\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2.\cos\alpha.\sin\alpha}{g}$

et $y_E = -\frac{1}{2}g.(\frac{V_0.\sin\alpha}{g})^2 + (V_0.\sin\alpha).\frac{V_0.\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2}{2g}$

$\frac{y_E}{x_E} = \frac{1}{2}g.\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2}.\tan\alpha$ soit $\tan\alpha = 2\frac{y_E}{x_E}$.

X_E = CD = 15 m et y_E = DE – OC = 2 m donc tan α = 0,267 d'où α = 15°

$V_0 = \sqrt{\frac{2g.y_E}{\sin^2\alpha}}$. A.N : $V_0 = 24{,}6\ m.s^{-1}$

b/ Calcul de V_E

$V_E = \sqrt{V_{Ex}^2 + V_{Ey}^2} = \sqrt{(V_0\cos\alpha)^2} = V_0\cos\alpha \quad AN: V_E = 23{,}6 m.s^{-1}$.

EXERCICE 48 (Tle C)

1) 1.1- Expression de $F_{A/B}$

$F_{A/B} = G.\frac{m_A m_B}{d^2}$

Champ gravitationnel

$F_{A/B} = G.\frac{m_A m_B}{d^2} = m_B g \Rightarrow g = G.\frac{m_A}{d^2}$

1.2- Expressions de g_{0T} et g_{0L}

Par rapport à la terre: $g_h = G.\frac{m_T}{(R_T + h)^2}$; *à la surface de la terre h = 0 donc* $g_{0T} = G.\frac{m_T}{R_T^2}$

De même $g_{0L} = G.\frac{m_L}{R_L^2}$

2) 2.1-Montrons que le mouvement est circulaire

Système : la lune

Réf. tre. Supp. Galiléen

Force :

$\vec{F} = m_L.\vec{g} = m_L.\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \vec{g}$ *centripète* ; *V = cste donc mvt uniforme*

$\vec{a} = \vec{g} = \vec{a}_n \Rightarrow G.\frac{m_T}{r^2} = \frac{V^2}{r} \Rightarrow r = G.\frac{m_T}{V^2} = cste$

Conclusion : le mvt de la lune est circulaire uniforme.

2.2- Valeur de la masse de la terre

La période de la lune autour de la terre est T = 28 jours.

$T = \frac{2\pi r}{V} \Rightarrow V = \frac{2\pi r}{T}$ et $V^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G.\frac{m_T}{r}$ (voir 2.1) d'où $m_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

$A.N: m_T = \frac{4\pi^2(3{,}84.10^8)^3}{6{,}67.10^{-11}(28\times24\times3600)^2} = 5{,}72.10^{24}\ kg$

3) 3.1- Hauteur maximale atteinte

Au sommet $\frac{dz}{dx} = 0$ *c'est-à-dire* $-\frac{g}{V_0^2\cos^2\alpha}x_S + \tan\alpha = 0 \Rightarrow x_S = \frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$

x_S *dans z donne*: $z_S = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}.(\frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g})^2 + (\frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}).\tan\alpha$

$z_S = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

Sur la lune : $z_{SL} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g_{0L}}$ $A.N: z_{SL} = 475 m$

Sur la terre : $z_{ST} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g_{0T}}$ $A.N: z_{ST} = 80{,}95 m$

3.2- Portée de tir

Lorsque la balle retombe sur le sol z = 0

donc $-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_P^2 + x_P\tan\alpha = 0$ *soit* $x_P\left[-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_P + \tan\alpha\right] = 0$

$\Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_P + \tan\alpha = 0 \Rightarrow x_P = \frac{2V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g}$

Sur la lune: $x_{PL} = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g_{0L}}$ $A.N: x_{PL} = 2713{,}59 m$

Sur la terre: $x_{PT} = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g_{0T}}$ $A.N: x_{PT} = 462{,}42 m$

3.3- Comparaison et conclusion

$z_{SL} > z_{ST}$ *et* $\frac{z_{SL}}{z_{ST}} = 5{,}87$ $\quad x_{PL} > x_{PT}$ *et* $\frac{x_{PL}}{x_{PT}} = 5{,}87$

conclusion : $\frac{z_{SL}}{z_{ST}} = \frac{x_{PL}}{x_{PT}} = \frac{g_{0T}}{g_{0L}}$

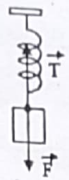
L'attraction sur la terre est plus forte que l'attraction lunaire $g_{0T} = 6.g_{0L}$.

5 - OSCILLATEURS MECANIQUES LIBRES

EXERCICE 49

1/ Raideur k du ressort

$P = k\Delta\ell \Rightarrow k = \dfrac{P}{\Delta\ell}$. A.N : k = 12,5 N.m^{-1}



2/ Force exercée en O

A l'équilibre $\vec{T} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{F}$. En norme T = F = k . $\Delta\ell$ = 1 N.

EXERCICE 50

1/ Amplitude , période et fréquence

$x = 4{,}5.10^{-2}\cos(22.t)$

Amplitude : $X_m = 4{,}5 \ .10^{-2}$m : période : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{\pi}{11} = 0{,}29s$;

fréquence : $N = \dfrac{1}{T} = 3{,}45Hz$

2/ Vitesse et accélération à chaque instant

* $V = \dot{x} = -4{,}5.10^{-2} \times 22\sin(22.t) = -0{,}99\sin(22.t)$; $\dot{X}_m = 0{,}99\,m.s^{-1}$
* $a = \ddot{x} = -0{,}99 \times 22\cos(22.t) = -21{,}78\cos(22.t)$; $\ddot{X}_m = 21{,}78\,m.s^{-2}$

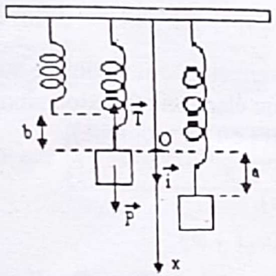
3/ Vitesse et élongation à t = 0,35 s

* V = - 0,99 sin (22 × 0.35) = - 0,13 m.s^{-1}
* x = 4,5 .10^{-2} cos (22 × 0,35) = 4.46 .10^{-2} m

EXERCICE 51

1/ Raideur k du ressort

$P = k\Delta\ell \Rightarrow k = \dfrac{P}{\Delta\ell}$. A.N : k = 25 N.m^{-1}



2/ Equation horaire

*équation différentielle :

Système : solide S

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ et tension du fil $\vec{T}$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$. Par projection sur Ox

$$m.g - k(b + x) = m.\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad m.g - k.x - k.b = m.\ddot{x}$$

$$or \ m.g - k.b = 0 \quad donc \ \ m.\ddot{x} + k.x = 0 \quad soit \ \ \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

Une des solutions de cette équation est de la forme :

$x = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$; ω_0 = 11,18 rad.s^{-1}

Déterminons φ : à t = o s , $x = a = a.\cos\varphi$ donc $\varphi = 0$

L'équation horaire est donc : $x = a.\cos(\omega_0 t) = 4.10^{-2}.(\cos 11{,}18.t)$

3/ Equation de la vitesse et valeur maximale

$V = \dot{x} = -4.10^{-2} \times 11{,}18\sin(11{,}18.t) = -0{,}45\sin(11{,}18.t)$; $\dot{V}_m = 0{,}45\,m.s^{-1}$

EXERCICE 52

1/ Energie mécanique de l'oscillateur à t = 0 s

$E_0 = E_{C0} + E_{P0} = \dfrac{1}{2}m.V_0^2 + \dfrac{1}{2}k.x_0^2$. A.N : E$_0$ = 4 .10^{-3} J

2/ a/ Vitesse de C à la position d'équilibre

$E = cste$ donc $E_0 = E_1 = \dfrac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\dfrac{2E_0}{m}}$. A.N : V$_1$ = 0,28 m.s^{-1}

b/ Les positions de C

V = 0 ; $E_0 = E_2 = \dfrac{1}{2}k.X^2 \Rightarrow X = \mp\sqrt{\dfrac{2E_0}{k}}$. X = 0.028 m ou X = - 0,028 m

3/ Equation différentielle et équation horaire

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ et tension du fil $\vec{T}$

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$. Par projection sur Ax : $-T = m.a$ donc

$$m.\ddot{x} + k.x = 0 \quad soit \ \ \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

Une des solutions de cette équation est de la forme :

$x = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$

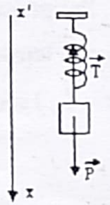
Déterminons φ : à t = o s , $x = -2.10^{-2} = X_m.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = -1$

$\varphi = \pi$; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10\,rad.s^{-1}$

L'équation horaire est : $x = -2.10^{-2}.\cos(10.t + \pi)$

EXERCICE 53

1/ Allongement d du ressort



Système : solide S

Bilan des forces : poids $\vec{P}$ et tension du fil $\vec{T}$

A l'équilibre $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$. En norme T = P.

$m.g = k.d$ donc $d = \dfrac{m.g}{k}$. A.N : d = 75.10^{-3} m

2/ 2.1/ Equation différentielle

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$. Par projection sur Ox

$$m.g - k(d+x) = m\ddot{x} \Rightarrow m.g - k.d - k.x = m.\ddot{x}$$

$$\text{or } m.g - k.d = 0 \text{ donc } m.\ddot{x} + k.x = 0 \text{ soit } \ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$$

2.2/ Equation horaire

$$x = X_m.\sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} . \quad \text{A t = 0 s : } \begin{cases} x = X_m.\sin\varphi \\ \dot{x} = X_m.\omega_0.\cos\varphi \end{cases}$$

$$\text{A t = 0 , } \dot{x} = 0 \text{ , } \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2} \text{ or } \sin\varphi = \frac{b}{X_m} \rangle 0 \text{ donc } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$X_m = 6.10^{-2}$ m et $\omega_0 = 11,55$ rad.s^{-1} d'où $x = 6.10^{-2}.\sin(11,55t + \dfrac{\pi}{2})$

3/ 3.1/ Expression de l'énergie mécanique en O' (EPP = 0)

$$E_{O'} = E_C + E_{P_e} + E_{P_p} = \frac{1}{2}m.V_{max}^2 + \frac{1}{2}k.d^2 \Rightarrow E_{O'} = \frac{1}{2}(k.d^2 + m.V_{max}^2)$$

3.2/ Expression de l'énergie mécanique pour x = X_{max}

$$E_m(X_{max}) = E_C + E_{P_e} + E_{P_p} = -m.g.b + \frac{1}{2}k.(d+b)^2 \text{ car Ec = 0}$$

Par conservation de Em , on a :

$$E_{O'} = E_m(X_{max}) \Rightarrow \frac{1}{2}m.V_{max}^2 + \frac{1}{2}k.d^2 = -m.g.b + \frac{1}{2}k.d^2 + \frac{1}{2}k.b^2 + k.d.b$$

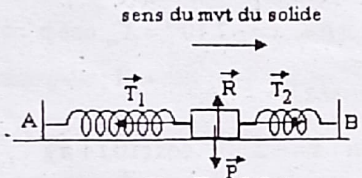
soit $m.V_{max}^2 = k.b^2 \Rightarrow V_{max} = b.\sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

EXERCICE 54

1/ Equation différentielle

Système : solide S

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{T_1}$; $\vec{T_2}$



T.C.I : $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$. Par projection , on a : $-T_1 + T_2 = M.\ddot{x}$.

Le ressort de gauche développe la tension $T_1 = k(\ell + x - \ell_0)$ et le ressort de droite agit la tension $T_2 = k(\ell - x - \ell_0)$ soit

$$-k.(\ell + x - \ell_0) + k.(\ell - x - \ell_0) = M.\ddot{x} \Rightarrow -k.(\ell - \ell_0) - k.x + k.(\ell - \ell_0) - k.x = M.\ddot{x}$$

$$\text{d'où } -2k.x = M.\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{2k}{M}.x = 0 .$$

2/ Calcul de la période

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{2k}}$. A.N : T_0 = 1.24 s

3/ Vitesse maximale

$$x = d.\cos(\omega_0.t) \quad ; \varphi = 0 \text{ et } \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{M}} = 5{,}1\,rad.s^{-1}$$

$$\dot{x} = -d.\omega_0.\sin(\omega_0.t). \quad |V_{max}| = \omega_0.d = 0{,}63\,m.s^{-1}$$

4/ Energie mécanique de l'oscillateur

$$E = E_{C0} + E_{P_{e0}} + E_{P_{p0}} \quad ; E_{C0} = E_{P_{p0}} = 0$$

$$E = \frac{1}{2}k.(\ell + d - \ell_0)^2 + \frac{1}{2}k.(\ell - d - \ell_0)^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}k.\left[(\ell + d - \ell_0)^2 + (\ell - d - \ell_0)^2\right]$$

A.N : E = 0,27 J

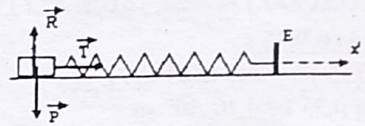
EXERCICE 55

1) Montrons que le système constitue un oscillateur harmonique

Système : palet D

Réf. terr. supp. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{T}$



T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

$$\text{Suivant } x'x : T_x = M\,a_x \Rightarrow k\,x = -M\,\ddot{x} \text{ soit } M\ddot{x} + k\,x = 0 \text{ et } \ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0$$

Cette équation différentielle admet comme solution x = $X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.
Cette équation horaire étant une fonction sinusoïdale. le système constitue un oscillateur sinusoïdal (ou harmonique).

Equation horaire

$$\begin{cases} x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \dot{x} = v = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

$$A \text{ l'instant origine, } t = 0 : \begin{cases} x(0) = a = X_m \cos\varphi \rangle 0 \\ \dot{x}(0) = 0 = -\omega_0 X_m \sin\varphi \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi \end{cases}$$

Or a > 0 ⇒ cos φ > 0 et φ = 0.

L'équation horaire s'écrit finalement :

$x = a.\cos(\omega_0 t)$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{90}{0,72}} = 11,2\,rad.s^{-1}$, $a = 2.10^{-2}\,m$

$x = 2.10^{-2}\cos(11,2t)$

2) a- Calcul de la vitesse d'ensemble

Soit $\vec{v_0}$ la vitesse du système juste après le choc. La loi de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$m.\vec{v_S} = (m+M).\vec{v_0}$

Suivant $x'x$: $m.v_S = (m+M).v_0 \Rightarrow v_0 = (\frac{m}{m+M}).v_S$ A.N : $v_0 = 1\,m.s^{-1}$

b- Equation horaire du mouvement

Conservation de l'énergie mécanique totale :

$\frac{1}{2}(m+M)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}(m+M).v_0^2$ *et en dérivant par rapport au temps on a :*

$(m+M)\dot{x}\ddot{x} + k.x\dot{x} = 0$ et pour $\dot{x} \neq 0$ on a : $\ddot{x} + \frac{k}{m+M}x = 0$

Nous avons l'équation caractéristique d'un oscillateur sinusoïdal de pulsation

$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = 10\,rad.s^{-1}$

L'équation horaire s'écrit :

$x = X_m\cos(\omega_1 t + \varphi)$

$$A\ t=0 \begin{cases} x(0) = X_m\cos\varphi \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2} \\ \dot{x}(0) = v_0 = -\omega_1 X_m \sin\varphi > 0 \Rightarrow \sin\varphi < 0 \ \ et\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

comme $v_0 = \omega_1 X_m$, $X_m = \frac{v_0}{\omega_1}$ et $x = \frac{v_0}{\omega_1}\cos(\omega_1 t - \frac{\pi}{2})$ soit $\boxed{x = 0,1\cos(10t - \frac{\pi}{2})}$

EXERCICE 56

1/ Détermination graphique de x_0

$x_0 = -4 \times 5 = -20$ cm = - 0.2 m

2/ Détermination graphique de T_0

$T_0 = 8 \times 3,14 = 251,2$ ms = 0,2512 s.

Constante de raideur k : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. A.N : k = 250 N.m^{-1}

3/ Equation différentielle

Système : solide S

Bilan des forces : $\vec{P}$; $\vec{R}$; $\vec{T}$

T.C.I: $\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$ .Par projection sur $(O;\vec{i})$,

on a : $-T = m.\ddot{x} \Rightarrow m.\ddot{x} + k.x = 0$ soit $\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0$.

4/ Montrons que $x = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation

On pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ donc $\ddot{x} + \omega_0^2.x = 0$

Dérivons x(t)

* $\dot{x} = -X_m.\omega_0.\sin(\omega_0 t + \varphi)$
* $\ddot{x} = -X_m.\omega_0^2.\cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2.x$

On fait la somme

$\frac{k}{m}.x + \ddot{x} = X_m.\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) - X_m.\omega_0^2.\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$

$x = X_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est donc solution de l'équation.

5/ Définitions

* X_m : amplitude ou élongation maximale : $X_m = -x_0 = 20$ cm
* ω_0 : pulsation propre : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 25\,rad.s^{-1}$
* φ : phase à l'origine ; à t = 0 ; $x_0 = -0,2$ m et $V_0 = 0$

$$\begin{cases} X_m.\cos\varphi = -0,2 \\ -X_m.\omega_0.\sin\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = -1 \\ \sin\varphi = 0 \end{cases} \ donc\ \varphi = \pi\,rad$$

L'équation horaire : $x = 0,2.\cos(25t + \pi)$

6/ Valeur de l'énergie potentielle pour x maximale

$E_{Pe}(\max) = \frac{1}{2}k.X_m^2$ A.N : $E_P = 5$ J

7/ Calcul de la vitesse pour x = - 1,5 cm

En utilisant la conservation de l'énergie mécanique ,

$E_{Pe}(\max) = \frac{1}{2}k.x^2 + \frac{1}{2}m.V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2}{m}E_P(\max) - \frac{k}{m}.x^2}$

A.N : V = 3,31 m.s^{-1}

ELECTROMAGNETISME ET ELECTRICITE

I - CHAMP MAGNETIQUE

EXERCICE 57

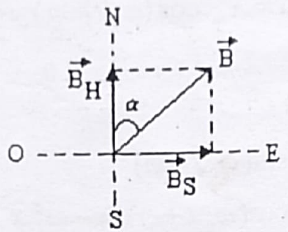
1/ Valeur du champ crée par le solénoïde

$\tan\alpha = \dfrac{B_S}{B_H} \Rightarrow B_S = B_H.\tan\alpha$

A.N : $B_S = 2.10^{-5}$ T

2/ Intensité du courant

$B_S = \mu_0.\dfrac{N}{\ell}.I \Rightarrow I = \dfrac{B_S.\ell}{\mu_0.N}$. A.N : I = 7,96 mA



EXERCICE 58

1/ Nombre de spires

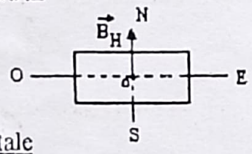
La longueur du fil est tel que :

$\ell = 2\pi.r.N \Rightarrow N = \dfrac{\ell}{2\pi.r}$ or $n = \dfrac{N}{L}$ donc $n = \dfrac{\ell}{2\pi.r.L}$

A.N : n = 995 spires/m.

2/ a/ Schéma

En absence de courant, l'aiguille s'oriente suivant l'axe Nord-Sud

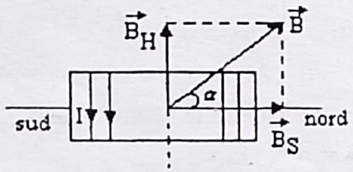


b/ Schéma et valeur de la composante horizontale

$\tan\alpha = \dfrac{B_H}{B_S} \Rightarrow B_H = B_S.\tan\alpha$

$\Rightarrow B_H = \mu_0.\dfrac{N}{L}.I.\tan\alpha$

A.N : $B_H = 3,4.10^{-4}$ T



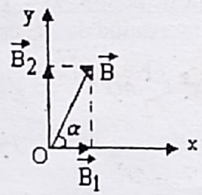
EXERCICE 59

1/Détermination du vecteur champ magnétique

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \mu_0.n.I_1 = 2,5.10^{-3}\,T \\ B_2 &= \mu_0.n.I_2 = 5.10^{-3}\,T \end{aligned}\right\} \Rightarrow B_2 = 2\,B_1$$

$\vec{B_1} + \vec{B_2} = \vec{B}$

En se référant au schéma $\tan\alpha = \dfrac{B_2}{B_1} = 2$ donc $\alpha = 63,4°$



Selon le théorème de pythagore : $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$. A.N : B = $5,6.10^{-3}$ T.

2/ Si on inverse le sens des courants, $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ changent de sens en conservant leurs mêmes directions et normes. En conséquence, il en est de même du champ $\vec{B}$

EXERCICE 60

1/ Caractéristiques de $\vec{B_1}$

$$\vec{B_1}\begin{cases} *direction : celle\ de\ \vec{i} \\ *sens : identique\ à\ celui\ de\ \vec{i} \\ *norme : B_1 = 4.10^{-3}\,T \end{cases}$$

La face A_1 est une face Nord

2/ Sens de I_2

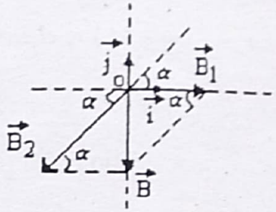
I_2 est en sens inverse de I_1. Le sens de $\vec{B_2}$ est de O vers A_2. La face A_2 est une face Sud.

3/ Intensité du champ magnétique

* $B = B_1.\tan\alpha$. A.N : B = 4.10^{-3} T

* $\cos\alpha = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{\mu_0.n.I_1}{\mu_0.n.I_2} = \dfrac{I_1}{I_2} \Rightarrow I_2 = \dfrac{I_1}{\cos\alpha} = I_1.\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ soit $I_2 = I_1.\sqrt{2}$

A.N : I_2 = 1,70 A.



EXERCICE 61

1/ a/ Construction de la courbe B = f (I)

B = f (I) est une droite passant par l'origine.

b/ Relation entre I et B

B est proportionnel à I tel que : $B_1 = 6.10^{-4}$. I

2/ a/ Comparaison :

B est proportionnel à I tel que : $B_2 = 1,2.10^{-3}$. I

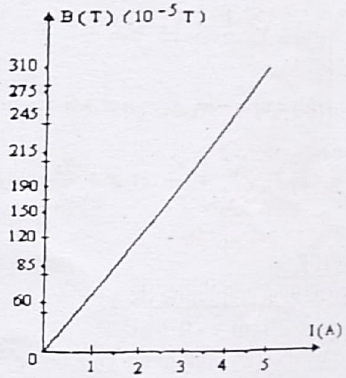
b/ Nombre de spires par mètre de chaque solénoïde

$n_1 = \dfrac{N_1}{\ell_1} = \dfrac{240}{0,5} = 480\ spires\,/\,mètre$

$N_2 = \dfrac{N_2}{\ell_2} = \dfrac{768}{0,8} = 960\ spires\,/\,mètre$

c/ Relation entre B et n

$\dfrac{B_1}{n_1} = \dfrac{B_2}{n_2}$. B est proportionnel à n



d/ Expression de B = f (n : I)

$B = knI \Rightarrow k = \frac{B}{nI} = 1,25.10^{-6}\,SI$ (avec deux séries de mesures)

e/ Valeur du coefficient μ_0

$4\pi.10^{-7} = 1,26.10^{-6}\,SI$ donc bonne concordance.

2 - MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 62

1/ Expression de V_A

Système : électron

Réf. ter.sup. Galiléen

Bilan des forces : force électrostatique $\vec{F}$

T.E.C :

$$E_{c_A} - E_{c_C} = \overline{F}.\overline{CA} = q\overline{E}.\overline{CA} = q(V_C - V_A) = -e(-U) = eU \Rightarrow \frac{1}{2}mV_A^2 = eU \Rightarrow V_A^2 = \frac{2eU}{m}$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$ AN : $V_A = 10^7\ m.s^{-1}$.

2/ a/ Expression de B

$$R^2 = \frac{m^2V_A^2}{q^2B^2} \quad avec\ V_A^2 = \frac{2eU}{m} \quad et\ q^2 = e^2 \quad on\,a\ B^2 = \frac{m^2\,2eU}{e^2R^2m} = \frac{2mU}{eR^2} \Rightarrow B = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

AN : $B = 2,85.10^{-1}$ T.

b/ Caractéristiques de $\overline{V_I}$

$$\overline{V}\begin{cases} .\ direction: verticale \\ .\ sens : même\ sens\ que\ \overline{Ox} \\ .\ norme : V_I = V_A = 10^7\ m.s^{-1} \end{cases}$$

3/ a/ Equations horaires

Système : électron

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\overline{F_e}$

T.C.I : $\overline{Fe} = m\overline{a} = e\overline{E} \Rightarrow \overline{a} = \frac{e}{m}\overline{E}$

$$\overline{a}\begin{cases} a_y = -\frac{eE}{m} \\ a_x = 0 \end{cases} \quad \overline{V_I}\begin{cases} 0 \\ V_I \end{cases} \quad \overline{V}\begin{cases} -\frac{eE}{m}t \\ V_I.t \end{cases} \quad \overline{IM_I}\begin{cases} R \\ 0 \end{cases} \quad \overline{IM}\begin{cases} y = -\frac{eE}{2m}t^2 + R \\ x = V_I.t \end{cases}$$

b/ Equation cartésienne et nature

$$x = V_I.t \Rightarrow t = \frac{x}{V_I} \Rightarrow y = -\frac{eE}{2mV_I^2}x^2 + R$$ c'est une portion de parabole d'axe (Oy) et sommet C.

c/ Expression puis Calcul de E

En D, x = R et y = 0 $\Leftrightarrow y = -\frac{eE}{2mV_I^2}x^2 + R = 0$

$$R(-\frac{1}{2}\frac{e}{m}E\frac{R}{V_I^2} + 1) = 0 \quad soit\ E = \frac{2mV_I^2}{eR} \quad or\ V_I^2 = \frac{2eU}{m} \quad d'où\ E = \frac{4U}{R} \quad AN:\ E = 5700\ V.m^{-1}$$

EXERCICE 63

Partie A

1. Tracé de la courbe et détermination de la pente

Courbe B = f (I) : droite passant par l'origine.

Pente : $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = 6,53.10^{-2}$

2. Nombre de spires

$$B = \mu_0\frac{N}{L}I\ ;\ \Delta B = \mu_0\frac{N}{L}\Delta I \Rightarrow N = \frac{L}{\mu_0}.\frac{\Delta B}{\Delta I} \quad ou\ N = \frac{L}{\mu_0}.k \quad AN: N = 20785\,spires$$

Partie B

1. 1.1 Sens de $\vec{B}$

$\vec{V_0}$ → ⊙ $\vec{B}$ $\vec{B}$ est sortant

1.2. Trajectoire des particules entre P et S

Mouvement circulaire

$$\overline{V_S}\begin{cases} .\ direction : confondu\ à\ RS \\ .\ sens : opposé\ à\ \overline{V_0} \\ .\ intensité\ V_S = V_0 = \frac{e.B.R}{m} = \frac{e.B.PS}{2m} = 3.10^5\ m.s^{-1} \end{cases}$$

3. 2.1 Caractéristiques de $\overline{V_1}$ en P

$$\overline{V_1}\begin{cases} .\ direction : droite\ (PQ) \\ .\ sens : de\ P \to Q \\ .\ intensité\ V_1 = V_R = \frac{2.e.B.R'}{m} = \frac{2.e.B.SR}{m} = 6,02.10^5\ m.s^{-1} \end{cases} \quad avec\ R' = SR = 5\,cm$$

2.2 Caractéristiques de $\overrightarrow{V_R}$ $\quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\tau + \frac{v^2}{r}\vec{n}$

$$\overrightarrow{V_R}\left|\begin{array}{l} .\ direction : selon\ la\ droite\ (QR) \\ .\ sens : de\ R\ vers\ le\ bas \\ .\ intensité\ V_R = V_1 = 6{,}02.10^5\ m.s^{-1} \end{array}\right.$$

2.3 Tension U pour obtenir V_1

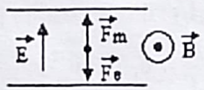
$$\Delta E_C = \frac{1}{2}mV_1^2 = qU = 2eU \Rightarrow U = \frac{mV_1^2}{4e} \quad AN:\ U = 3759{,}9V$$

EXERCICE 64

1/ Expressions de $\overrightarrow{F_e}$ et $\overrightarrow{F_m}$

$\overrightarrow{F_e} = q.\vec{E}$ et $\overrightarrow{F_m} = q\vec{V}\wedge\vec{B}$

2/ a/ Représentation de $\overrightarrow{F_e}$, $\overrightarrow{F_m}$ et de $\vec{E}$



Particule non déviée donc

$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0}$; $q < 0$ donc $\overrightarrow{F_e}$ et $\vec{E}$ de sens opposé

b/ Calcul de V_0

$$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \text{ soit } q.E = q.V_0.B \Rightarrow V_0 = \frac{E}{B}$$

A.N : $V_0 = 5000\ m.s^{-1}$

3/ a/ Démonstration

Système : ions

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\overrightarrow{F_m}$

$$\begin{cases} \vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m} \\ \vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{qVB}{m} \\ a = \frac{v^2}{r} \end{cases}$$

T.C.I : $\overrightarrow{Fm} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}'}{m}$

Selon cette expression :

$$\vec{a}\perp\vec{V} \text{ donc } \vec{a} = \overrightarrow{a_n} \quad d'où \quad a = a_n \text{ c-à-d } \frac{|q|V_0.B'}{m} = \frac{V_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m.V_0}{|q|.B'}$$

Donc $R_1 = \frac{m_1.V_0}{|q|.B'}$ et $R_2 = \frac{m_2.V_0}{|q|.B'}$

b/ Valeurs de $\frac{m_1}{|q|}$ et $\frac{m_2}{|q|}$

$$R_1 = \frac{m_1.V_0}{|q|.B'} \Rightarrow \frac{m_1}{|q|} = \frac{R_1.B'}{V_0}\ ;\ AN: \frac{m_1}{|q|} = 3{,}65.10^{-7}\ kg.C^{-1}$$

$$\frac{m_2}{|q|} = \frac{R_2.B'}{V_0} \quad AN: \frac{m_2}{|q|} = 3{,}85.10^{-7}\ kg.C^{-1}$$

c/ Calcul et identification des ions

$$m_1 = \frac{R_1.B'.|q|}{V_0} = 5{,}84.10^{-25}\ kg \quad et \quad m_2 = \frac{R_2.B'.|q|}{V_0} = 6{,}18.10^{-26}\ kg$$

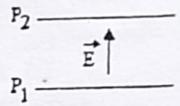
Calcul de A_1 et A_2

$m_1 = A_1.u \Rightarrow A_1 = \frac{m_1}{u}$ et $A_2 = \frac{m_2}{u}$ A.N : $A_1 = 35$ et $A_2 = 37$

Les ions du spectromètre sont ${}^{35}_{17}Cl^-$ et ${}^{37}_{17}Cl^-$

EXERCICE 65

1/ a/ Représentation



b/ Signe de U

$\vec{E}$ est orienté suivant le potentiel décroissant donc $V_{P1} > V_{P2}$ d'où $V_{P1} - V_{P2} = U > 0$

c/ Expressions de V_1 et V_2

bilan des forces : force électrostatique $\overrightarrow{F_e}$

T.E.C : $Ec_f - Ec_i = q(V_{P1} - V_{P2}) = q.U \Rightarrow \frac{1}{2}m.V_f^2 = q.U$

donc pour ${}^{A}K^+ : V_1 = \sqrt{\frac{2q.U}{m_1}}$ et pour ${}^{A2}K^+ : V_2 = \sqrt{\frac{2q.U}{m_2}}$

2/ a/ Sens de $\vec{B}$

La règle du bonhomme d'ampère est tel que le trièdre $(q\vec{V};\vec{B};\vec{F})$ est direct. $\vec{B}$ est don sortant.

b/ Nature du mouvement et expressions des rayons

*Système : ions

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\overrightarrow{F_m}$

T.C.I : $\overrightarrow{Fm} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{V}\wedge\vec{B}}{m}$

$\forall t, \overrightarrow{F_m}\perp\vec{V}$ donc la puissance $P(\overrightarrow{F_m}) = \vec{F}.\vec{V} = 0$ donc $W(\vec{F}) = 0$

$\Delta Ec = W(\vec{F}) = 0 \Rightarrow V = cste.$

Le mvt est donc uniforme.

$\vec{a} \perp \vec{V}$ donc $\vec{a} = \vec{a}_n$ d'où $a = a_n$ c-à-d $\frac{|q|V.B}{m} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m.V}{|q|.B}$

R est constant donc la trajectoire est un cercle
Le mouvement est circulaire uniforme.

$R_1^2 = \frac{m_1^2 V_1^2}{q^2 B^2}$ avec $V_1^2 = \frac{2qU}{m_1}$ soit $R_1^2 = \frac{m_1^2}{q^2 B^2}.\frac{2qU}{m_1}$; $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{q}}$; aussi $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{q}}$

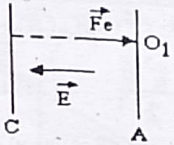
3/ Calcul de A_2

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow A_2 = A_1.\frac{m_2}{m_1}$; or $R_1^2 = \frac{2m_1U}{q.B^2}$ et $R_2^2 = \frac{2.m_2.U}{q.B^2} \Rightarrow \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{m_2}{m_1}$

$A_2 = A_1.\frac{R_2^2}{R_1^2} = A_1.(\frac{O_2T_2}{O_2T_1})^2$; A.N : $A_2 = 42$.

EXERCICE 66

1/ Représentation de $\vec{F}$ et $\vec{E}$



Déplacement de C vers A donc $\vec{F_e}$ dirigé de C vers A.

Or $q < 0$ donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sens opposés.

2/ Expression de V_1

Système : ion X^{2-}
R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{F_e}$ (force électrique)

T.E.C :

$\frac{1}{2}mV_1^2 - \underbrace{\frac{1}{2}mV_0^2}_{0} = q(V_C - V_A) \Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 = -qU_0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{-2qU_0}{m}}$ or $q = -2e \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m}}$

3/ a/ Sens de $\vec{B}$

$\vec{B}$ doit être rentrant ($\otimes \vec{B}$) pour que les ions soient déviés vers I.

b/ Relation liant R à B, V_1, e et m

Mouvement circulaire uniforme ; donc $a = a_n$

$\frac{|q|V_1B}{m} = \frac{V_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mV_1}{|q|B} = \frac{mV_1}{2eB}$

c/ Expression de L

$L = O_1I \Rightarrow 2.R = O_1I \Leftrightarrow 2\frac{mV_1}{2eB} = L$ soit $L = \frac{mV_1}{eB}$

4/ a/ Expression de e/m

$L = \frac{mV_1}{eB} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{V_1}{LB}$

b/ Calcul de la masse m et de la masse molaire M

$\frac{e}{m} = \frac{V_1}{LB} \Rightarrow e = \frac{mV_1}{LB} = \frac{m}{LB}\sqrt{\frac{4eU_0}{m}}$ et $e^2 = \frac{m^2}{L^2B^2}\frac{4eU_0}{m} = \frac{4eU_0m}{L^2B^2} \Rightarrow m = \frac{eL^2B^2}{4U_0}$

AN : $m = 2,65.10^{-26}$ kg ou $2,65.10^{-23}$ g.

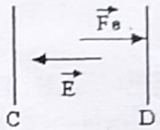
Calcul de M : $m = \frac{M}{N} \Rightarrow M = m.N$ AN : $M = 16\,g.mol^{-1}$

c/ Identification des ions

L'ion X^{2-} correspond à l'ion O^{2-}.

EXERCICE 67

1/ a/ Sens de $\vec{E}$ et signe de U



$\vec{E}$ décroît les potentiels donc

$V_C - V_D < 0$ et $U_{DC} = V_D - V_C > 0$

b/ Expression de V_1 et V_2

T.E.C $\frac{1}{2}mV_0^2 = -qU$ avec $q = -2e \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{4eU}{m}}$

soit $V_1 = \sqrt{\frac{4eU}{m_1}}$ et $V_2 = \sqrt{\frac{4eU}{m_2}}$

$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{y.u}{x.u}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{y}{x}}$

2/ a/ Sens du champ $\vec{B}$

$\vec{B}$ est rentrant ($\otimes \vec{B}$)

b/ Détermination du rapport R_1/R_2

$R_1 = \frac{m_1.V_1}{2e.B}$ et $R_2 = \frac{m_2.V_2}{2e.B}$; $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1.V_1}{m_2.V_2} = \frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{y}{x}}$; $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = (\frac{x.u}{y.u})^2.\frac{y}{x} = \frac{x}{y}$

$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{x}{y}}$. $\frac{R_1}{R_2} < 1$ donc $R_1 < R_2$; ${}^{x}O^{2-}$ décrit $\widehat{OM}$ et ${}^{y}O^{2-}$ décrit $\widehat{ON}$

c/ Détermination de x et y

$k = \frac{2e}{x.u} \Rightarrow x = \frac{2e}{k.u}$. A.N : x = 16Calcul de y

$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{x}{y}}$; $\frac{OM}{ON} = \sqrt{\frac{x}{y}}$ et $(\frac{OM}{ON})^2 = \frac{x}{y} \Rightarrow y = x.(\frac{ON}{OM})^2$ or $OM = ON - MN$ donc $y = x.(\frac{ON}{ON - MN})^2$

A.N : y = 18

EXERCICE 68

1/Expression de V_1 en fonction de e et Um

Système : proton

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\vec{F_e}$ (force électrique)

T.E.C : $\frac{1}{2}mV_1^2 - \underbrace{\frac{1}{2}mV_2^2}_{0} = q\frac{U_m}{2} \Rightarrow V_1=\sqrt{\frac{eU_m}{m}}$ car $U_{SM_1}=\frac{U_m}{2}$

A.N : $V_1 = 6{,}20.10^5$ m.s^{-1}

2/ Expression de R_1

$R_1 = \frac{mV_1}{e.B}$ A.N : $R_1 = 6{,}3.10^{-3}$ m.

3/ Durée de passage dans D_1

$V = cste$ donc $T_1 = \frac{\pi.R_1}{V_1} = \frac{\pi}{V_1}.\frac{m.V_1}{e.B} = \frac{\pi m}{e.B}$ A.N : $T_1 =$ 3,2.10^{-8} s

Fréquence : $N=\frac{1}{T_1}$. A.N : = 3,14.10^7 Hz

4/ 4.1/ Expressions des V_i^2

* V_2^2 : T.E.C : $\frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 = eU_m \Rightarrow V_2^2 = \frac{2eU_m}{m}+V_1^2=3V_1^2$
* V_3^2 : T.E.C : $\frac{1}{2}mV_3^2 - \frac{1}{2}mV_2^2 = eU_m \Rightarrow V_3^2 = \frac{4eU_m}{m}+V_1^2=5V_1^2$
* V_4^2 : T.E.C : $V_4^2 = 7\,V_1^2$ ainsi $V_n^2 = (2n-1).V_1^2$

4.2/ Expression de Rn

$\frac{R_1}{R_n} = \frac{m.V_1}{e.B}.\frac{e.B}{m.V_n} \Rightarrow R_n = R_1.\frac{V_n}{V_1} = \frac{R_1}{V_1}.\sqrt{(2n-1).V_1^2} = R_1.\sqrt{2n-1}$

3 - LOI DE LAPLACE

EXERCICE 69

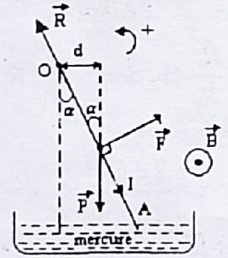
Calcul de l'intensité du courant

Système : fil conducteur

R.T.S. Galiléen

Bilan des forces : $\vec P$; $\vec R$; $\vec F$

Théorème des moments : $M_O(\vec P)+M_O(\vec R)+M_O(\vec F)=0$



$-P.d + F\times\frac{OA}{2}=0$ avec $F=I\times OA\times B$ et $d=\frac{OA.\sin\alpha}{2}$

$-m.g\times\frac{OA}{2}.\sin\alpha+\frac{I\times(OA)^2\times B}{2}=0 \Rightarrow I=\frac{m.g.\sin\alpha}{B\times OA}$

A.N : I = 2,5 A.

EXERCICE 70

1/Réponses

- si I = 0 et B ≠ 0 : pas de mouvement du fil
- si I ≠ 0 et B = 0 : pas de mouvement du fil
- si I≠ 0 et B ≠ 0 : déviation du fil de cuivre par rapport à la verticale.

Si on permute les bornes du générateur , le fil déviera dans le sens contraire de celui observé si I≠ 0 et B ≠ 0.

2/ Calcul de l'angle de déviation

A l'équilibre : $M_O(\vec P)+M_O(\vec R)+M_O(\vec F)=0$

$m.g\times\frac{L}{2}.\sin\alpha=\frac{I.L^2.B}{2} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{I.L.B}{m.g}$. Sin α = 0,15 donc α = 8,63°

3/ a/ Le mouvement de rotation est dû à la force de Laplace qui s'exerce sur le rayon plongé dans le mercure et parcouru par le courant I. Sens de rotation : sens trigonométrique.

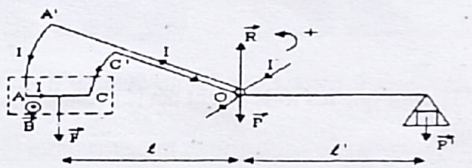
b/ Calcul de la puissance

$P(\vec F)=\frac{F\times 2\pi\times R}{60\times 2} \Rightarrow P(\vec F)=\frac{I\times\pi\times R^2\times B}{60}$ avec $F=I\times R\times B$

A.N : $P(\vec F)=6{,}28.10^{-5}\,W$.

EXERCICE 71

1/ Schéma



2/ Condition d'équilibre

$M_O(\vec P)+M_O(\vec R)+M_O(\vec F)+M_o(\vec P')=0 \Rightarrow M_O(\vec F)+M_o(\vec P')=0$

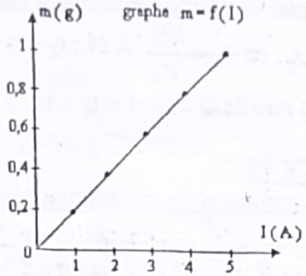
car $M_O(\vec P)+M_o(\vec R)=0$. On a donc $F\times\ell-P'\times\ell=0$

3/ a/ Graphe m = f (I)

Droite passant par l'origine

b/ Coefficient directeur

$\alpha = \dfrac{\Delta m}{\Delta I} = 2.10^{-7}$



c/ Valeur de B

A l'équilibre,

$F\times\ell - P'\times\ell = 0 \quad\Rightarrow\quad I\times AC\times B\times\ell = M\times g\times\ell'$

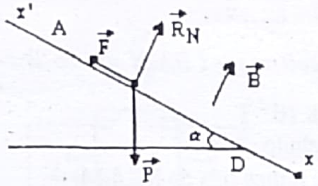
soit $I\times AC\times B = M\times g$

Ainsi $B = \dfrac{M\times g}{I\times AC}$. On remplace $\dfrac{M}{I}$ par α et on obtient

: $B = \dfrac{g}{AC}.\alpha$ A.N : $B = 10^{-4}$ T.

EXERCICE 72

1/ Angle d'inclinaison et sens



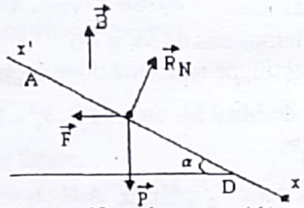
* $\vec{B}\perp$ au rails. Il faut incliner les rails dans le sens des aiguilles d'une montre.

Bilan des forces agissant sur la tige: $\vec{F}$; $\vec{R_N}$; $\vec{P}$

A l'équilibre : $\vec{F}+\vec{R_N}+\vec{P}=\vec{0}$

Projection sur x'x : $-F+m.g.\sin\alpha=0$ soit $\sin\alpha = \dfrac{F}{m.g} = \dfrac{I.\ell.B}{m.g}$

A.N : sin α = 0,6 donc α = 36,89°



* $\vec{B}$ vertical : suivant x'x on a :

$-F.\cos\alpha+m.g.\sin\alpha=0$ soit $\tan\alpha = \dfrac{F}{m.g} = \dfrac{I.\ell.B}{m.g}$

A.N : tan α = 0,6 donc α = 31°

2/ a/ Nature du mouvement de la tige

$\vec{B}\perp$ aux rails : la tige se déplace d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

b/ Calcul de l'accélération et vitesse

T.C.I : $\vec{F}+\vec{R_N}+\vec{P}=m.\vec{a}$

Suivant x'x : $-F+m.g.\sin\alpha = m.a$ soit $a = \dfrac{m.g.\sin\alpha - I.\ell.B}{m}$

A.N : $a_x = -1\ m.s^{-2}$

Vitesse : $V_x = a.t + V_0$. A.N : $V_x = -0,5\ m.s^{-1}$

EXERCICE 73

1-

1.1- Représentation des forces

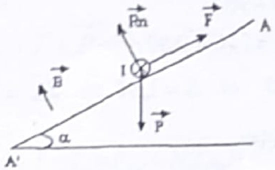
Système : barre MN

Bilan des forces :

$\vec{P}$: *poids de la barre*

$\vec{F}$: *force de la Laplace*

$\vec{R_n}$: *réaction normale du plan*



1.2- Calcul de I

Réf. terr. supp. Galiléen

Equilibre : $\vec{P}+\vec{F}+\vec{R_n}=\vec{0}$

Projection sur x'x :

$-P\sin\alpha + F = 0$ *avec* $F = I\ell B$ *et* $mg\sin\alpha = I\ell B \Rightarrow I = \dfrac{mg\sin\alpha}{\ell B}$ A.N : $I = 10\,A$

2- Longueur du parcours

$T.C.I : \vec{P}+\vec{F}+\vec{R_n} = m\vec{a}$

Projection sur x'x : $-P\sin\alpha + F' = ma \Rightarrow a = -mg\sin\alpha + \dfrac{F'}{m}$

$T.E.C : V_A^2 - V_{A'}^2 = 2aL \Rightarrow L = \dfrac{V_A^2}{2a} = \dfrac{V_A^2}{2(\dfrac{I'\ell B}{m} - g\sin\alpha)}$

soit $L = \dfrac{mV_A^2}{2(I'\ell B - mg\sin\alpha)}$ A.N : $L = 0,33\,m$

3-

3.1- Equations horaires

Bilan des forces : $\vec{P}$

$T.C.I : \vec{P} = m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ $\vec{V}\begin{cases} V_x = V_A\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_A\sin\alpha \end{cases}$ $\overrightarrow{AM}\begin{cases} x = (V_A\cos\alpha)t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (V_A\sin\alpha)t \end{cases}$

3.2- Equation de la trajectoire

$y = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{V_A^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$ A.N : $y = -1,67x^2 + 0,577x$

3.3- Hauteur maximale atteinte

$H = h + AO$ *et* h *est telle que* $V_y = 0$ *d'où* $t = \dfrac{V_A\sin\alpha}{g}$

soit $h = -\dfrac{1}{2}g(\dfrac{V_A\sin\alpha}{g})^2 + V_A\sin\alpha\dfrac{V_A\sin\alpha}{g} = \dfrac{1}{2}\dfrac{(V_A\sin\alpha)^2}{g}$

d'où $H = \dfrac{1}{2}\dfrac{(V_A\sin\alpha)^2}{g} + AO$ A.N : $H = 0,22\,m$

3.4- Distance de chute OT

La chute est telle que y(0) = - AO

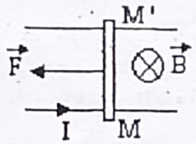
$-1,67x^2 + 0,577x = -0,17 \quad (OA = 0,17\,m)$

$-1,67x^2 + 0,577x + 0,17 = 0 \quad et \quad \Delta = 1,47 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1,21$

$x_1 = OT = \dfrac{-0,577 - 1,21}{-2\times 1,67} = 0,54\,m$

EXERCICE 74

1/ a/ Direction et sens de la force magnétique



$\vec{B}$ s'oriente du nord vers le sud de l'aimant en U

$\vec{B}$ est donc vertical et dirigé vers le bas.

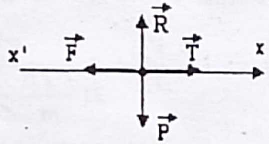
Le courant va de M vers M' donc $\vec{F}$ est horizontal et dirigé vers la gauche (en utilisant la règle du bonhomme d'ampère)

b/ Masse m' à suspendre

Système : la tige MM'

R.T.S. galiléen

Bilan des forces : $\vec{F}$; $\vec{R}$; $\vec{P}$;$\vec{T}$



A l'équilibre : $\vec{F}+\vec{R}+\vec{P}+\vec{T}=\vec{0}$

Suivant x'x :

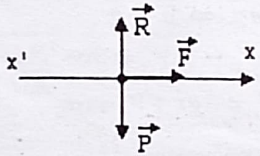
$-F+T=0 \quad \Rightarrow F=T \quad or \quad T=P' \; donc \; F=P' \; soit \; I.\ell.B=m'.g \Rightarrow m'=\dfrac{I.\ell.B}{g}$

A.N : m' = $2,55.10^{-3}$ kg soit m' = 2,55 g.

2/ a/ Détermination de l'accélération et nature du mouvement

*I change de sens donc $\vec{F}$ de sens aussi.

Bilan des forces : $\vec{F}$; $\vec{R}$; $\vec{P}$



T.C.I : $\vec{F}+\vec{R}+\vec{P}=m.\vec{a}$

Suivant x'x' , on a : $F=m.a \Rightarrow a=\dfrac{F}{m}=\dfrac{I.\ell.B}{m}$

A.N : a = 5 m.s^{-2}

- a > 0 et v > 0 donc le mouvement. est rectiligne. uniformément. Accéléré.

b/ Valeur de V en P

$a=cste \; donc \; V^2-V_0^2=2a(x-x_0) \quad \Rightarrow V=\sqrt{2a.d} \quad car \; x_0=0 \; ; V_0=0 \; et \; x=d$

A.N : V = 0,63 m.s^{-1}.

c/ Temps mis pour aller de O à Q

*Soit t_1 le temps mis de O à P : $x=\dfrac{1}{2}a.t_1^2=d \quad donc \quad t_1=\sqrt{\dfrac{2d}{a}}$

A.N : t_1 = 0,126 s

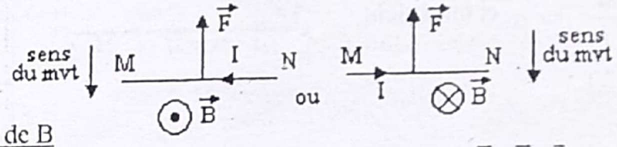
- Soit t_2 le temps mis de P à Q : en dehors du champ le mouvement est rectiligne uniforme car la tige n'est soumise à aucune force. $V_P = V_R = V$

$x=PQ=V.t_2 \quad \Rightarrow t_2=\dfrac{PQ}{V}$. A.N : t_2 = 0,32 s

- Temps mis de O à Q : $t = t_1 + t_2$. A.N : t = 0,446 s

EXERCICE 75

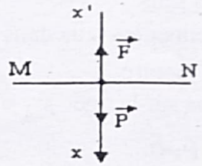
1/ Sens du courant et du champ magnétique



2/Valeur de B

Mouvement de la barre est rectiligne uniforme donc $\vec{R}+\vec{P}=\vec{0}$

Suivant x'x on a :



$m.g-F=0 \; soit \; m.g-I.B.MN=0 \; \Rightarrow B=\dfrac{m.g}{I.MN}$

A.N : B = 9,8.10^{-2} T

3/ Durée de chute

- Soit t_1 le temps mis de M_0 à M_1

$M_0M_1=\dfrac{1}{2}a.t_1^2 \quad donc \quad t_1=\sqrt{\dfrac{2M_0M_1}{g}} \quad car \; a=g$

A.N : t_1= 0.2 s

- Soit t_2 le temps mis de M_1 à M_2

Mouvement rectiligne uniforme donc $M_1M_2=V.t_2$

Calculons V : de Mo à M_1 on a : $V_1^2-V_0^2=2gM_0M_1 \quad \Rightarrow V=\sqrt{2gM_0M_1}$

V_1 = 1.97 m.s^{-1}

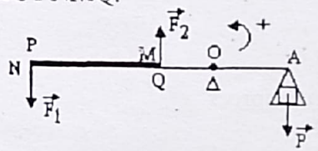
La durée t_2 est donc : $t_2=\dfrac{M_1M_2}{V}$ A.N : t_2 = 0,015 s

* Durée de chute : $t = t_1 + t_2$ = 0,215 s

EXERCICE 76

1/ Schéma

Les forces de Laplace s'exerçant sur les côtés MN et QP sont nulles car // $\vec{B}$. Les côtés PN et MQ seront soumis à des forces verticales , de sens contraires et de même norme. Il faut que I circule dans le sens PNMQ.



$*M_\Delta(\vec{F_1})=F_1.OH'=n.B.I.NP.OH'$

$M_\Delta(\vec{F_2})=-F_2.OH=-n.B.I.MQ.OH$

*OH' > OH donc $M_\Delta(\vec{F_1})+M_\Delta(\vec{F_2}) \rangle 0$.

Le système va tourner dans le sens positif.

2/ Calcul de l'intensité I

Le poids $\vec{P}$ exercée sur le plateau a rétablit l'équilibre.

A l'équilibre : $M_\Delta(\vec{F_1})+M_\Delta(\vec{F_2})+M_\Delta(\vec{P})=0$ *avec* $M_\Delta(\vec{P})=-m.g\,OA$

Soit $n.B.I.NP.OH'-n.B.I.MQ.OH=m.g.d$

En posant NP = MQ = a et OH' – OH = b ; on a :

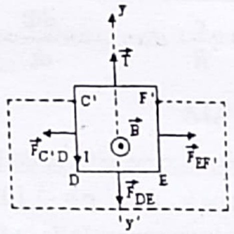
$n.B.I.a.(OH'-OH)=m.g.d \Rightarrow n.B.I.a.b=m.g.d$ *soit* $n.B.I.S=m.g.d \Rightarrow I=\dfrac{m.g.d}{n.B.S}$ A

.N : I = 1.57 A.

EXERCICE 77

1/ Démonstration

- Supposons que le courant a le sens noté sur la figure. Sur CD la force de Laplace est $\vec{F_{C'D}}=N.I.\vec{C'D}\wedge\vec{B}$. Comme $\vec{EF'}=-\vec{C'D}$: forces opposées de résultantes nulle. De plus elles ont le même support dont le moment résultant est nul. Ces deux forces se compensent quelque soit $\vec{B}$



- Si le courant a le sens opposé, pour le même champ $\vec{B}$, les forces deviennent opposées aux précédentes : elles se compensent encore.

2/ Caractéristiques de $\vec{B}$

- Sur $\overline{DE}$: $\vec{F_{DE}}=N.I.\vec{DE}\wedge\vec{B}$

- direction : $\vec{F_{DE}}\perp\vec{B} \Rightarrow \vec{F_{DE}}$ dans le plan de la figure.

  $\vec{F_{DE}}\perp\vec{DE} \Rightarrow \vec{F_{DE}}\,//\vec{CD}$

- sens : le ressort du dynamomètre étant tendu, $\vec{F_{DE}}$ est dirigé vers le bas. En conséquence comme le trièdre $(\vec{DE};\vec{B};\vec{F_{DE}})$ doit être direct,

$\vec{B}$ pointe vers l'avant.

- intensité : $F_{DE}=N.I.DE.B.\left|\sin(\vec{DE};\vec{B})\right|=N.I.\ell.B$

Si I = 0, le cadre est soumis uniquement à son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T_0}$ du ressort : $\vec{P}+\vec{T_0}=\vec{0}$ $\;d'où\;$ $T_0=P$

Si I ≠ 0 le cadre en équilibre est soumis à :

$\vec{F_{DE}};\vec{T};\vec{P};\vec{F_{C'D}};\vec{F_{EF'}}$ *tel que* $\vec{F_{DE}}+\vec{T}+\vec{P}=\vec{0}$ car $\vec{F_{C'D}};\vec{F_{EF'}}$ se compensent.

Par projection sur y'y :

$-F_{DE}+T-P=0$ *soit* $T-P=F_{DE}$. *or* $T_0=P \Rightarrow T-T_0=F_{DE}=N.I.\ell.B$ *d'où* $B=\dfrac{T-T_0}{N.I.\ell}$

A.N : B = 0,2 T.

3/ Si le cadre est entièrement plongé dans le champ magnétique, les forces sur CD et EF se compensent. Les forces sur DE et FC se compensent aussi. Le cadre ne bouge pas lorsqu'on lance le courant.

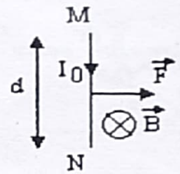
4 - INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE

EXERCICE 78 (BAC C 2002)

1/ Sens et intensité du courant

Le sens du courant est imposé par le générateur (de M vers N)

Intensité : $I_0=\dfrac{E}{r}$. A.N : I0 = 1 A.

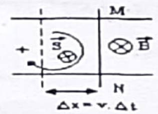


2/ Force de Laplace

$\vec{F}=I_0.\vec{d}\wedge\vec{B}$ *avec* $\vec{d}\,//\vec{MN}$. $F=I_0.d.B$. A.N : $I_0 = 4.10^{-3}$ N

3/ a/ Variation flux magnétique

Selon l'orientation du circuit $\vec{S}$ (vecteur surface) et $\vec{B}$ ont même sens.



$\Phi=\vec{B}.\vec{S}=B.S$

$\Delta\phi=B.\Delta S=B.d.\Delta x=B.d.v.\Delta t$ *avec* $\Delta S=d.\Delta x=d.v.\Delta t$

b/ Force électromotrice

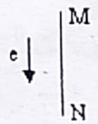
La f.é.m induite est : $e=-\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}=-B.d.v$. A.N : e = - 4.10^{-3} V

C/Comparaison

$|e| \langle\langle E$

4/ Représentation

e est orienté suivant le sens positif choisi pour le circuit.



5/ Intensité I_i dans le circuit

$I_1 = \frac{|e|}{r}$. A.N : $I_1 = 8.10^{-4}$ A

$I_1 \ll I_0 \Rightarrow$ le courant induit est négligeable.

EXERCICE 79

1/ Expression de la force électromotrice

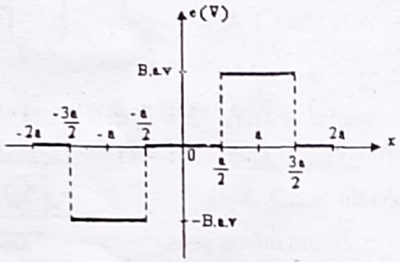
A tout instant, $e = -\frac{d\phi}{dt}$

* $si\ x \le -\frac{3.a}{2}$; $\phi = 0$ donc $e = 0$
* $si\ x \in \left]-\frac{3.a}{2};-\frac{a}{2}\right[$; $\phi = B.a.\ell$ avec $\ell = \frac{a}{2}-(|x|-a)$

donc $\phi = B.a.\left[\frac{a}{2}-(-x-a)\right] \Rightarrow e = -a.B.\frac{dx}{dt} = -a.B.v$

* $si\ x \in \left[-\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right]$; $\phi = B.a^2$; $e = 0$
* $si\ x \in \left]\frac{a}{2};\frac{3.a}{2}\right[$; $\phi = B.a.(\frac{3.a}{2}-x)$; $e = a.B.\frac{dx}{dt} = a.B.v$
* $si\ x \rangle \frac{3.a}{2}$; $\phi = 0$; $e = 0$

2/ Représentation graphique



EXERCICE 80

1/ Expression du flux magnétique

$\Phi = \vec{B}\vec{S} = B.S$. Pour t < 0 , $\Phi = 0,3.10^{-2} = 3.10^{-3}$ Wb car B= 0,3 T

$pour\ t\in[0;15ms]$; $\Phi = (-20t+0,3).10^{-2} = -2.10^{-1}t + 3.10^{-3} Wb$

$pour\ t\rangle 15ms$; $\Phi = 0\ car\ B = 0$

2/ Force électromotrice

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -S.\frac{dB}{dt}$

$pour\ t\langle 0$; $B = cste\ donc\ e = 0$

$pour\ t\in[0;15ms]$; $B = at+b\ \ donc\ \ e = -S.a\ \ \ AN: a = \frac{0-0,3}{15.10^{-3}} = 20\ \ d'où\ e = 2.10^{-1} V$

$pour\ t\rangle 15ms ; e = 0$

3/ Expression de u_{AC}

$u_{AC} = R.i = e$

4/ Quantité d'électricité

$q = -\frac{1}{R}.\Delta\Phi$. A.N : $q = 10^{-2}$ C

EXERCICE 81

1/ Orientation du circuit

Lors du déplacement de la tige, il apparaît une f.é.m dans le circuit (d'où le courant induit). Ce courant par ses effets crée une force s'opposant au déplacement de la tige. $\vec{F}$ est donc opposé à $\vec{V}$. Le trièdre $(\vec{F};I.\vec{\ell};\vec{B})$ étant direct alors i circule de A vers C.

- Signe de Φ : $\Phi = -B.S\langle 0$ car la normale $\vec{n}$ est opposé à $\vec{S}$; $\frac{d\Phi}{dt}\langle 0$.

2/ Calcul de l'intensité I

$u_{AC} = R.i = e \Rightarrow i = \frac{e}{R}$ avec $e = -\frac{d\Phi}{dt} = B.\ell.v.$

$i = \frac{B.\ell.v}{R}$ $A.N: i = 0,1A$

3/ Calcul de la puissance de la force de Laplace

$P = \vec{F}.\vec{v} = I.\ell.B.v.\cos\pi$. A.N : $p = -2.10^{-2}$ W

4/ Expression et valeur maximale de la f.é.m

$e = B.\ell.v = 4.B.\ell.\cos(2.\pi.t) = 0,2\cos(2.\pi.t)$.

Valeur maximale : $e_m = 0,2$ V

Fréquence : $f = \frac{\omega}{2.\pi} = \frac{2.\pi}{2.\pi} = 1Hz$

EXERCICE 82

1/ Caractéristique du champ $\vec{B}$

- Direction : x'x
- Sens : x' vers x
- Intensité : $I = \frac{B.L}{\mu_0.N}$. A.N : I = 4,14 A

2/ a/ Valeur du flux magnétique à travers S'

$\Phi = N'.S'.\vec{u_N}\vec{B} = N'.B.S'$ A.N : $\Phi = 3,2.10^{-3}$ Wb

b/ Force électromagnétique dans S'

$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ car fonction affine. $e = 1,6.10^{-2}$ V

Soit r' la résistance de S' : $i=\frac{e}{r}\rangle 0$. Le courant circule dans le sens positif de S'.

c/ Phénomène et allure de la courbe

*L'oscillographe empêche le passage d'un courant : i = 0. Suivant son branchement il visualise la courbe représentant en fonction du temps , $u=r'i-e=-e$ .Cette courbe est une sinusoïde de période T , égale à la période de rotation de S' autour de Δ.

• Le flux à travers S' est , à la date t , $\Phi=N'.S'.\overrightarrow{u_N}.\overrightarrow{B}$. Supposons qu'à la date t = 0 $\overrightarrow{u_N}$ et $\overrightarrow{B}$ soient de mêmes direction et sens. Soit ω la vitesse angulaire de S'. La rotation de $\overrightarrow{u_N}$, lié à S' étant uniforme : $(\overrightarrow{u_N};\overrightarrow{B})=\omega.t$ (angles mesurés positivement dans le sens de rotation).Par suite

$$\Phi=N'.S'.\overrightarrow{B}(\overrightarrow{u_N};\overrightarrow{B})=N'.S'.B'.\cos(\omega.t)$$

La f.é.m d'induction $e=-\frac{d\phi}{dt}=N'.S'.\omega$. C'est une fonction sinusoïdale du temps.

EXERCICE 83

1/ Expression de la surface, Expression de e et sens du courant induit

Triangle rectangle isocèle ⇒ le circuit OMN a pour surface :

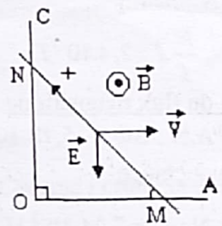
$$S=\frac{OM\times ON}{2}=\frac{x^2}{2}.\ mvt\ unif.\Rightarrow\ OM=x=vt\ \Rightarrow\ S=\frac{v^2t^2}{2}.\quad \phi=S.\overrightarrow{u_N}.\overrightarrow{B}=S.B=\frac{v^2t^2B}{2}$$

* Le flux à travers le circuit varie, on connaît la loi de variation de ϕ en fonction du temps ⇒ $e=-\frac{d\phi}{dt}$ soit $e=-v^2.B.t$

• Loi de Pouillet : $i=\frac{e}{R}=\frac{-v^2Bt}{R}$ (R résistance du circuit).

$i<0$ le courant circule dans le sens négatif.

2/ Caractéristiques du champ électromoteur



Le conducteur MN étant en translation dans un champ magnétique uniforme, le champ électromoteur d'induction $\overrightarrow{E}=\overrightarrow{V}\wedge\overrightarrow{B}$ est le même en tous ses points ; il donne naissance à une f.é.m. d'induction, mesurée positivement dans le sens + de M vers N.

Dans MN, $e=\overrightarrow{E}.\overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{E}\perp\overrightarrow{B}$ dans le plan de la figure .

$\overrightarrow{E}\perp\overrightarrow{V}\Rightarrow\overrightarrow{E}$ // à OC.

Le trièdre $(\overrightarrow{V},\overrightarrow{B},\overrightarrow{E})$ étant direct, $\overrightarrow{E}$ a le sens de C vers O.

$E=V.B\left|\sin(\overrightarrow{V},\overrightarrow{B})\right|=V.B$

Expression de la longueur MN

Triangle isocèle : $MN=x\sqrt{2}=V.t.\sqrt{2}$

Expression de la f.é.m

$e=\overrightarrow{E}.\overrightarrow{MN}=E.MN.\cos(\overrightarrow{E},\overrightarrow{MN})$. $(\overrightarrow{E},\overrightarrow{MN})=135°\ \Rightarrow\ \cos(\overrightarrow{E},\overrightarrow{MN})=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

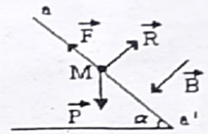
par suite $e=V.B.V.t\sqrt{2}.(-\frac{\sqrt{2}}{2})=-V^2.B.t$ on retrouve l'expression établie au 1/.

EXERCICE 84

1/ Caractéristiques de la force électromagnétique

Sens du courant de M vers N ⇒ force de Laplace

$\overrightarrow{F}=I\vec{\ell}\wedge\overrightarrow{B}$ avec $\vec{\ell}=\overrightarrow{MN}$.



Cette force est ⊥ à la fois à $\vec{\ell}$ et $\overrightarrow{B}$ et // aux rails et dirigée vers le haut.

Norme : F = B.I.ℓ

2/ Calcul de I

conducteur soumis à $\overrightarrow{P}$, $\overrightarrow{R}$ et $\overrightarrow{F}$

a l'équilibre, $\sum\overrightarrow{F}_{ext}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{V}=\vec{0}$ soit $\overrightarrow{P}+\overrightarrow{R}+\overrightarrow{F}=\vec{0}$

Par projection suivant a'a : P .sinα - F = 0 ⇔ m.g.sinα - B.I. ℓ = 0

$\Rightarrow I=\frac{m.g.\sin\alpha}{B.\ell}$. AN : I = 4,8 A .

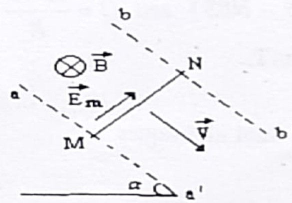
3/ Montrons que la tige atteint une vitesse limite

Le conducteur MN va descendre le plan Q sur les rails. Un champ électromoteur prend naissance dans ce conducteur mobile : $\overrightarrow{E_m}=\overrightarrow{V}\wedge\overrightarrow{B}$.

$\overrightarrow{E_m}$ est dirigé suivant MN, de M vers N.

Norme : E_m = V.B. Ce champ crée une f.é.m induite

$e_{MN}=\overrightarrow{E_m}.\overrightarrow{MN}=B.\ell.V$ positive.



Le courant induit $i=\frac{B.\ell.V}{R}$ va de M vers N et donne naissance à une force de Laplace s'exerçant sur MN :

$$F=B.I.\ell=\frac{B^2.\ell^2.V}{R}$$

T.C.I : $\sum \overrightarrow{F}_{ext} = m\overrightarrow{a}$. Puis par projection suivant aa' on a :

$$-F + P\sin\alpha = m.\frac{dV}{dt} \quad car \quad a = \frac{dV}{dt} \quad soit \quad \frac{-B^2\ell^2 V}{R} + m.g.\sin\alpha = m.\frac{dV}{dt}$$

La vitesse limite sera atteinte quand

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \overrightarrow{0}) \quad soit \quad V = V_1 = \frac{m.g.R.\sin\alpha}{B^2\ell^2}$$ AN : <u>V_1 = 4,8 m.s^{-1}</u>.

4/ <u>Valeur algébrique de u_{NM}</u>

Comme précédemment : $\overrightarrow{E_m} = \overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{B}$. $\overrightarrow{E_m}$ // MN, dirigé de M vers N, d'où :

$$e_{MN} = \overrightarrow{E_m}.\overrightarrow{MN} = B\ell V .$$

Le circuit étant ouvert : $u_{NM} = e_{MN} = B.\ell.V$. AN : <u>$u_{NM}$ = 0,2 V</u>.

EXERCICE 85

1. 1.1/ <u>Expression du flux</u>

$$\phi = N.S\overrightarrow{n}.\overrightarrow{B} = NBS\cos(\omega t + \varphi). \quad Or \ à \ t = 0, \ \phi = \phi_m = NBS$$

$$d'où \ \varphi = 0 \ \Rightarrow \ \phi = NBS\cos(\omega t).$$

1.2/ <u>Calcul des dates</u>

* Flux minimal : $\phi = -NBS\cos(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = -1$ d'où $t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{2f}$

* Flux nul : $\phi = \frac{\phi_M}{2}$; $\cos(\omega t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{3}$ ou $\omega t = \frac{5\pi}{3}$

$$\Rightarrow \ t = \frac{1}{6f} \quad ou \quad t' = \frac{5}{6f}$$

1.3/ <u>Expression de la f.é.m induite</u>

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = NBS\omega.\sin(\omega t).$$

1.4/ <u>Calcul de B</u>

$$U = \frac{e_{M_0}}{\sqrt{2}} = \frac{NSB\omega}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow \ B = \frac{U\sqrt{2}}{NS\omega} = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi NSf} \quad AN: \quad B = 20\ mT$$

2. 2.1/ <u>Calcul de la norme de $\overrightarrow{B}$ pour R = 10^4 Ω</u>

$$Q = -\frac{\Delta\phi}{R} = -\frac{1}{R}(-NBS - NBS) \quad soit \quad Q = \frac{2NBS}{R} \ \Rightarrow \ B = \frac{RQ}{2NS}$$

AN : B = 0,020 T = 20 mT.

2.2/ <u>Comparaison</u>

Les deux valeurs de $\overrightarrow{B}$ sont identiques.

<u>*5 - AUTO INDUCTION*</u>

EXERCICE 86

1/ <u>Calcul de l'auto inductance de la bobine</u>

$$L = \mu_0.\frac{N^2}{\ell}.S = \mu_0.\frac{N^2}{\ell}.\pi.R^2$$ A.N : L = 0,24 H

2/ <u>Calcul de la f.é.m</u>

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad avec \ \phi = Li \quad \Rightarrow \quad e = -L\frac{di}{dt} = -6Li \qquad ou \ e = -6\frac{\mu_0.N^2.\pi R^2}{\ell}i$$

A.N : t_1 = 5,6.10^{-3} s donc e = - 8,06.10^{-3} V

EXERCICE 87

1/ <u>La tension u_{AB}</u>

$$u = -e = +L.\frac{di}{dt} = 0 \ car \ i = cste$$

2/ a/ <u>Calcul de la f.é.m moyenne</u>

$$e_m = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$ A.N : e_m = -2,7.10^{-3} V

b/ <u>La tension moyenne aux bornes de la bobine</u>

$U_{AB} = -e_m$ A.N : e_m = 2,7.10^{-3} V

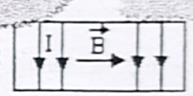
3/ <u>Calcul de la f.é.m et tension</u>

$e_m = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N : e_m = 0,175 V et $U_{AB} = -e_m$ A.N : U_{AB} = -0,175 V

EXERCICE 88

1/ <u>Caractéristiques du vecteur champ magnétique</u>

$$\overrightarrow{B}\begin{cases} \bullet\ direction : axe\ de\ la\ bobine \\ \bullet\ sens : de\ S\ vers\ N \\ \bullet\ intensité : B = \mu_0.\frac{N}{\ell}.I = 2,4.10^{-3}T \end{cases}$$

S  N

2/ a/ <u>La variation du flux magnétique</u>

$\Delta\phi = -N.B.S$ A.N : ΔΦ = -5,78.10^{-5} Wb

b/ <u>Calcul de l'inductance</u>

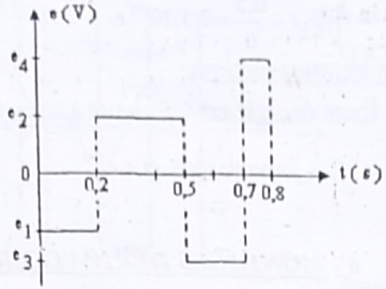
$L = \mu_0.\frac{N^2}{\ell}.S$ A.N : L = 7,24.10^{-3} H

c/ <u>Valeur moyenne de la f.é.m</u>

$e_m = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N : e_m = 0,193 V

3/ Valeurs prises par la f.é.m et représentation graphique

- $0 \le t \le 0,2$ s : $e_1 = -28,96.10^{-3}$ V
- $0,2$ s $\le t \le 0,5$ s : $e_2 = 28,96.10^{-3}$ V
- $0,5 \le t \le 0,7$ s : $e_3 = -43,44.10^{-3}$ V
- 0.7 s $\le t \le 0,8$ s : $e_4 = 57,92.10^{-3}$ V



EXERCICE 89

1/ Expression de u_1 en fonction de R et i

$u_1 = -Ri \quad (1)$

2/ Expression de u_2 en fonction de L et i

$u_2 = L.\frac{di}{dt} \quad (2)$

3/ a/ Tension rectangulaire

$u_1 = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_1}{R}$

i dans 2 donne : $u_2 = L.\frac{d}{dt}(-\frac{u_1}{R})$ d'où $u_2 = -\frac{L}{R}.\frac{du_1}{dt}$

u_1 étant une fonction affine , $\frac{du_1}{dt}$ est donc cste. U_2 est donc cste par intervalle.

b/ Le signe de u_2 est opposé à u_1. Lorsque u_1 croît u_2 est donc négative.

4/ Calcul de l'inductance

$Pour\, t \in [0\,;\,2ms]\,;\, u_2 = -0,5V \;\; et\; u_1 = a.t \;\; avec\; a = \frac{\Delta u_1}{\Delta t} = 4000 V.s^{-1}$

Ainsi $u_2 = -\frac{L}{R}.a \Rightarrow L = -\frac{R.u_2}{a}$ A.N : L = 25.10^{-3} H

EXERCICE 90

1/ Explication

Le courant étant lancé dans le sens positif , i est positif. Comme i croît . la dérivée $\frac{di}{dt}$ est positive. Il naît dans le solénoïde une f.é.m d'induction

$e = -L.\frac{di}{dt}$ négative. Cette f.é.m tend à s'opposer à l'établissement du courant permanent. Le retard est d'autant plus important que l'auto inductance est grande.

2/ Intensité permanente , f.é.m et résistance du solénoïde

- loi d'ohm : $u_{AC} = Ri$. En régime permanent

$u_{AC} = R.i_p = 4div \times \frac{1V}{div} = 4V \quad \Rightarrow i_p = \frac{4}{r} = 2A$

- $e_p = L.\frac{di_p}{dt} = 0$ .Puisque ip = 2 A = cste.

Loi de Pouillet : $i_p = \frac{E+e_p}{r+R} = \frac{E}{r+R}$ d'où $R = \frac{E - r.i_p}{i_p}$. A.N : R = 4 Ω

3/ La f.é.m d'auto induction initiale

Selon la loi de Pouillet : à t = 0 , $i = 0 = \frac{E+e_0}{r+R} \Rightarrow e_0 = -E = -12V$

4/ Valeur de la dérivée $\frac{di}{dt}$

Une droite passant par l'origine dans un système d'axes (Ox , Oy) ,d'équation y = a.x . est incliné d'un angle α par rapport à Ox tel que $\tan\alpha = \frac{y}{x} = a$. La valeur de la dérivée de u_{AC} par rapport au temps , à la date t = 0 est égale au coefficient directeur a de la tangente à la courbe au point O.

$\tan 70,7 = (\frac{r.di}{dt})_0.\frac{V.1div.V^{-1}}{s.10div.s^{-1}} = \frac{1}{10}.(\frac{r.di}{dt})_0$ d'où $(\frac{di}{dt})_0 = 14,3 A.s^{-1}$

A la date t = 0 , $e_0 = -L.(\frac{di}{dt})$ donc $L = \frac{-e_0}{(\frac{di}{dt})_0} = 0,839 H$

5/ Variation du flux magnétique

Lorsque t passe de 0 à 0,2 s , δt = 0,2 s est représenté horizontalement par 2 divisions. La tension u_{AC} d'après la courbe varie de δu_{AC} = 3 div ×1 V/div = 3 V.

Comme $i = \frac{u_{AC}}{r}$; $\delta i = \frac{\delta u_{AC}}{r} = 1,5A$

Le flux propre $\phi_0 = L.i$ varie de $\delta\phi_0 = L\delta i = 0,839 \times 1,5 = 1,26 Wb$

EXERCICE 91

1/Inductance , flux propre

$\Phi_p = L.i$ A.N : $\Phi_p = 10^{-3}$ Wb

2/ a/ Différents intervalle

$\Delta\Phi = L.\Delta i$

$*\; pour\; t \in [10\,;\,20ms]\,;\; \Delta\phi = -2.10^{-3} Wb$

$*\; pour\; t \in [30\,;\,40ms]\,;\; \Delta\phi = 2.10^{-3} Wb$

* $pour\ t\in[0\ ;10ms]\ ;\ et[20\ ;30ms]\ \Delta\phi=0\ \ car\ i=cste$

b/ La force électromotrice

$pour\ t\in[0\ ;10ms]\ ;\ e=0$

$pour\ t\in[10\ ;20ms]\ ;\ e=0,2V$

$pour\ t\in[20\ ;30ms]\ ;\ e=0V$

$pour\ t\in[30\ ;40ms]\ ;\ e=-0,2V$

c/ Expression littérale de la tension u_{AB}

$u_{AB}=ri-e$

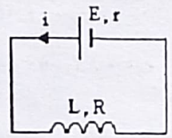
* $pour\ t\in[0\ ;10ms]\ ;\ e=0\ donc\ u_{AB}=ri=0,4V$
* $pour\ t\in[10\ ;20ms]\ ;\ e=0,20V\ \ ;u_{AB}=r(at+b)-e$
* $pour\ t\in[20\ ;30ms]\ ;\ e=0\ \ ;\ u_{AB}=-0,4V$
* $pour\ t\in[30\ ;40ms]\ ;\ e=-0,2V\ ;\ u_{AB}=r(at+b')$

Représentation graphique (consigne)

* $0\ \langle t\ \langle 10ms\ ;\ \ u_{AB}=0,4V=cste$
* $10ms\langle t\ \langle 20ms$; segment de droite décroissante de 0,4 V à -0,4 V
* $20\ \langle t\ \langle 30ms\ ;\ u_{AB}=-0,4V=cste$
* $30\ \langle t\ \langle 40ms$; segment de droite croissante de -0,4 V à 0,4 V

EXERCICE 92

1/ Equation



Loi d'ohm aux bornes du générateur puis de la bobine U_{PN} = E – r.i

U_{AB} = R.i –e avec $e=-\dfrac{d\phi}{dt}=-L.\dfrac{di}{dt}$ $d'où\ U_{AB}=Ri+L.\dfrac{di}{dt}$.

D'autre part $U_{AB}=U_{PN}$; $E-ri=Ri+L.\dfrac{di}{dt}\ \Rightarrow L.\dfrac{di}{dt}+(R+r)i=E$

2/ A t = 0 ; i = 0 l'énergie magnétique dans la bobine est nulle donc

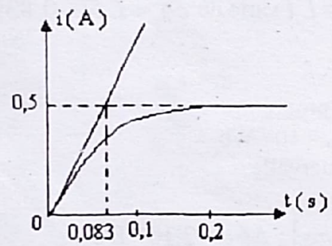
$L.(\dfrac{di}{dt})_0=E\ \Rightarrow\ (\dfrac{di}{dt})_0=\dfrac{E}{L}=6A.s^{-1}$

3/ Allure de la courbe et valeur de I_0

En régime permanent ,

$(\dfrac{di}{dt})=0 \Rightarrow\ i=I=\dfrac{E}{R+r}=\dfrac{6}{11+1}=0,5A$

Allure de la courbe :



Δ : droite de pente 6 $A.s^{-1}$ et d'équation i = 6.t coupe la droite asymptote I = 0.5 A à la date $t=\dfrac{0,5}{6}=8,3.10^{-2}s$

4/ Energie électromagnétique

$W_m=\dfrac{1}{2}Li_2$ Cette énergie est inférieure à celle fournie par le générateur car il y a une perte par effet joule dans R et r.

6 - MONTAGES DERIVATEUR ET INTEGRATEUR

EXERCICE 93

1.Expression des tensions u_C et u_S

Le point E^+ est relié à la masse : $V_{E^+}=0V$.

L'A.O est idéal, en régime linéaire $V_{E^+}=V_{E^-}=0V$ $\quad donc\ \ u_C=e\ \ et\ \ u_R=-u_S$

2.

2.1-Expression de u_S en fonction de R, C et de/dt

$u_S=-u_R=-Ri\ \ or\ \ i=\dfrac{dq}{dt}\ \ (avec\ q,\ charge\ du\ condensateur)$

$q=C.u_C\ \ donc\ i=C\dfrac{du_C}{dt}\ \ d'où\ \ u_S=-RC\dfrac{du_C}{dt}\ \ or\ \ u_C=e\ \ donc\ \boxed{u_S=-RC\dfrac{de}{dt}}$

$A.N:\ \ u_S=-20.10^3\times 50.10^{-9}\dfrac{de}{dt}=-10^{-3}\dfrac{de}{dt}$

2.2- Nom du montage

Il s'agit d'un montage déviateur car la tension de sortie est proportionnelle à la dérivée de la tension d'entrée.

3.

3.1- Période et fréquence du signal

On lit sur la courbe : T = 2×10^{-3} s = 2 ms.

$N=\dfrac{1}{T}=\dfrac{1}{2.10^{-3}}=500\,Hz$

3.2- Expression de $u_S(t)$

$Pour\ chaque\ partie\ linéaire\ de\ e(t),\ on\ a:\ \dfrac{de}{dt}=\dfrac{\Delta e}{\Delta t}$

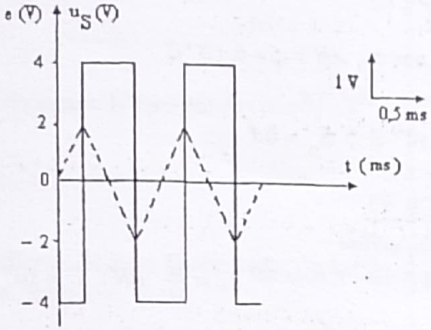
$\dfrac{\Delta e}{\Delta t}=\pm\dfrac{4}{1.10^{-3}}=\pm\,4.10^3\ V.A^{-1}$

$u_S=-10^{-3}\dfrac{de}{dt}=-10^{-3}\dfrac{\Delta e}{\Delta t}=\pm\,10^{-3}\times 4.10^3=\pm 4V$

u_S est un signal « carré » , « créneau » ou « rectangulaire ».

3.3- Représentation de e(t) et $u_S(t)$

L'élève doit respecter l'échelle donnée.



EXERCICE 94

1- Relation entre Ue et U_S

Considérons la maille ME⁺E⁻CM

$U_C - U_e = 0 \Rightarrow U_e = U_C = \frac{q}{C}$ (1)

Considérons la maille ME⁺E⁻RSM

$-u_R - u_S = 0 \Rightarrow u_S = -u_R = -Ri$ (2)

or $i = \frac{dq}{dt}$ soit selon (1) $i = \frac{C\,du_e}{dt}$ et i dans (2) donne : $\boxed{u_S = -RC\frac{du_e}{dt}}$

Ce montage est un montage déviateur.

2- Période T et fréquence N

$T = 2ms = 2.10^{-3}\,s$; $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500\,Hz$

3- a/ Expression de $u_e = f(t)$

$u_e = f(t)$: droite décroissante de pente $a = \frac{\Delta u_e}{\Delta t} = -4000\,V.s^{-1}$ soit $\boxed{u_e = -4000t + 4}$

b/ Expression de la pente

pente $a = \frac{0-4}{10^{-3}-0} = -\frac{U_{emax}}{\frac{1}{2}T} = -2NU_{emax}$

Ordonnée à l'origine : à t = 0 s, u_e = Uemax = 4 V.

c/ Expression de $u_e = f(t)$

$u_e = -2.N.U_{emax}.t + U_{emax}$

d/ Expression de u_S

$u_S = -R.C.\frac{du_e}{dt} = +2.R.C.N.U_{emax}$

4- Valeur limite de la fréquence

En régime linéaire $u_S \le V_{sat}$ *soit* $2.R.C.N.U_{emax} \le V_{sat} \Rightarrow N \le \frac{V_{sat}}{2.R.C.U_{emax}} = N_0$

Valeur limite $N = N_0 = \frac{V_{sat}}{2.R.C.U_{emax}}$ A.N : $N_0 = \frac{13}{2\times10^4\times0,1.10^{-6}\times4} = 1625\,Hz$

EXERCICE 95

1- Amplitude et période

$U_{emax} = 2\,V$; $T = 2\,ms = 2.10^{-3}$ s.

2- a- Relation entre u_e et u_S

Maille ME⁺E⁻RM

$u_R - u_e = 0 \Rightarrow u_e = u_R = R.i$ (1)

Maille ME⁺E⁻CSM

$-u_C - u_S = 0 \Rightarrow u_S = -u_C = -\frac{q}{C}$ (2)

or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int i.dt$ donc (2) devient : $u_S = -\frac{1}{C}\int i.dt$

selon (1) $i = \frac{u_e}{R}$ d'où $\boxed{u_S = -\frac{1}{R.C}\int u_e.dt}$

b- Expression de u_S sur [0 ; T/2]

$u_S = -\frac{1}{R.C}\int_0^{\frac{T}{2}} 2.dt = -\frac{2}{RC}\left[\frac{T}{2} - 0\right] = -\frac{T}{RC}$

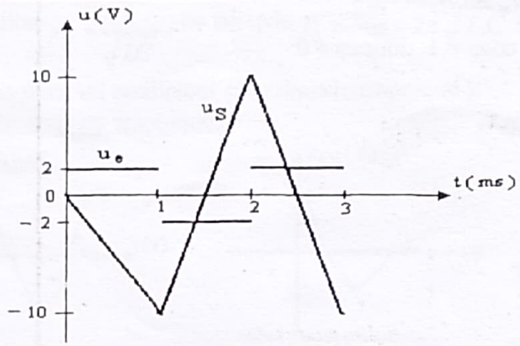
c- Valeur de t

u_S minimale pour la première fois à $t = \frac{T}{2}$

d- Calcul de C

$u_S = -\frac{T}{RC} \Rightarrow C = -\frac{T}{R.u_S}$ A.N : $C = -\frac{2.10^{-3}}{4.10^3\times(-10)} = 5.10^{-8}\,F$

Représentation graphique



EXERCICE 96

1/ Valeur de la charge

$Q_0 = C.E$ AN : $Q_0 = 6.10^{-6}$ C.

2/ Calcul de l'énergie électrostatique et l'énergie magnétique

$E_e = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$ $AN: E_e = 4{,}5.10^{-5} J$ et $E_m = 0 J$

3/ a/ Equation différentielle

$u_C - u_L = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0$ avec $i = -\frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{(dt)^2} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ or $q = C.u \Rightarrow \ddot{u} + \frac{1}{LC}u = 0$

b/ Vérifions que $u = U_{max} = \cos(\omega_0 t = \varphi)$

Montrons que u est solution de l'équation différentielle

$\frac{du}{dt} = -U_m.\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$; $\frac{d^2u}{(dt)^2} = -U_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$-U_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{LC}.U_m\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$ car $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$

donc $u = U_{max}\cos(\omega_0 + t)$ est solution de l'équation différentielle.

c/ Calcul de U_{max} et φ

à t = 0 s, i = 0 donc $u = U_m = \frac{Q_0}{C}$ $AN: U_m = 15V$

à t = 0 s ; $u = U_m\cos\varphi = \cos\varphi = U_m \Rightarrow \cos\varphi = 1$ donc $\varphi = 0$

4/ a/ Valeur de la période

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $AN: T_0 = 1{,}12.10^{-3}s$

b/ Calcul de t

pour $t = \frac{T_0}{4}$;

. $q = C.u = CU_m\cos(\omega_0 t) = 0$ car $\omega_0 t = \frac{\pi}{2}$

. $i = \frac{dq}{dt} = -C.U_0.\omega_0.\sin(\omega_0 t) = +CU_0.\omega_0.\cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$

$i = C.U_0\,\omega_0\cos\pi$ $AN: \; i = -3{,}35.10^{-2} A$

. $E_e = 0$; $E_m = \frac{1}{2}Li^2 = 4{,}5.10^{-5} J$

5/ Calcul de t

pour $t = \frac{T_0}{2}$;

. $q = CU_m\cos\pi$ $AN: q = 6.10^{-6} C$

. $i = 0 A$ car $\omega_0 t = \pi$

. $E_e = 4{,}5.10^{-5} J$; $E_m = 0 J$

EXERCICE 97

1/ Calcul de C et L

à t = 0 s ; $q = 10^{-4} = C.U \Rightarrow C = \frac{Q}{U}$ $AN: C = 10^{-6} F$

calcul de L $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$ $AN: \; L = 0{,}25 H$

2/ Expression de l'intensité i

$i = \frac{dq}{dt} - \omega_0.Q_0\sin(\omega_0 t) = -2000.10^{-4}\sin(2000t)$ soit $i = -0{,}2.\sin(2000t)$

3/ Expression de Ee et Em

. $E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{\left[10^{-4}\cos(2000t)\right]^2}{2\times10^{-6}}$; $E_e = 5.10^{-3}\cos^2(2000t)$

. $E_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}25\left[-0{,}2\sin(2000t)\right]^2$; $E_m = 5.10^{-3}\sin^2(2000t)$

$E_e + E_m = 5.10^{-3} J$ (l'énergie totale est constante)

EXERCICE 98

1/ a/ Montrons l'expression de E

$E = E_e + E_m$ avec $E_e = \frac{q^2}{2C}$; $E_m = \frac{Li^2}{2}$ et $i = \frac{dq}{dt}$

$E_m = \frac{1}{2}L(\frac{dq^2}{dt})$ d'où $E = \frac{q^2}{2C} + \frac{L}{2}(\frac{dq}{dt})^2$

b/ Equation différentielle

$E = cste \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{2q}{2C}\frac{dq}{dt} + \frac{2L}{2}\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2} = 0$

$\frac{dq}{dt}$ variable , $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$

c/ Expression de la période

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

Expression de u (t)

$u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$ $U_m = U_0$

à t = 0 $u = U_0 = U_0\cos\varphi$; $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$u(t) = U_0 \cos\omega t$ ou $u(t) = U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

d/ * Interprétation

L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps. L'énergie électrique du circuit diminue au cours du temps.

* Période des oscillations

$T_0 = 5.10^{-3} \times 4 = 2.10^{-2}$ s

* Phénomène

L'amortissement est dû à la perte d'énergie par effet joule dans la résistance de la bobine (transformation de l'énergie électrique en chaleur).

c/ Calcul de l'inductance L

$LC(\frac{2\pi}{T_0})^2 = 1 \Rightarrow L = 1H$

2/ a/ Expression de l'impédance

$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ (voir cours sur RLC) avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

b/ Calcul de r

$r = \sqrt{Z^2 - (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ AN: $r = 11,9\Omega$

EXERCICE 99

1/ Equation différentielle

$q = CU$; $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$; $u = -L\frac{di}{dt} = -L\frac{d^2q}{dt^2}$

d'où $\frac{q}{c} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}.q = 0$

Expression de q (t)

$q(t) = Q_m \cos(\omega_0 t)$: *solution de l'équation différentielle (avec* $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$)

2/ Expression de u (t) et i (t)

$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t)$ et $i(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t)$

3/ Période et fréquence

$T_0 \leftrightarrow$ 4 div ; soit T_0 = 4 ms ; $N_0 = \frac{1}{T_0} = 250 Hz$

Valeur de C

$\omega_0 = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L} = 0,34.10^{-6} F = 0,34 \mu F$

Charge initiale

Um $\leftrightarrow$ 2 div. ; soit $U_m = 2 \times 10 = 20$ V ; $Q_m = C.U_m$

AN : $Q_m = 6,8.10^{-6}$ C = 6,8 µC.

Intensité maximale

$I_m = \omega_0 Q_m = 2\pi N_0 Q_m$ AN : $I_m = 10,6.10^{-3}$ A = 10,6 mA

4/ Calcul de l'énergie totale

EXERCICE 100

1/ Equation différentielle

$* \ i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$

Suivant le sens + : $U_{AB} + U_{BD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FA} = 0$; or $U_{BD} = U_{FA} = 0$ et

$q = C.U_{AB}$ donc $U_{AB} = \frac{q}{C}$

Loi d'ohm aux bornes de la bobine : $U_{DE} = L\frac{di}{dt}$

Loi d'ohm aux bornes du rhéostat : $U_{EF} = R.i$

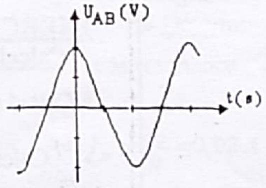
Par suite : $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + R.i = 0$ soit $\frac{q}{C} + L.\ddot{q} + R.\dot{q} = 0$ (1) ou $\ddot{q} + \frac{1}{L.C}q + \frac{R}{L}\dot{q} = 0$ (2)

- Si q est une fonction sinusoïdale du temps $q = Q_m.\cos(\omega_0.t + \varphi)$ alors

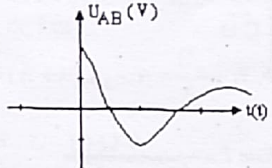
  $\dot{q} = -Q_m.\omega_0.\sin(\omega_0.t + \varphi)$ et $\ddot{q} = -Q_m.\omega_0^2.\cos(\omega_0.t + \varphi) = -\omega_0^2.q$

L'équation différentielle (2) doit alors pouvoir se mettre sous la forme $\ddot{q} + \omega_0^2.q = 0$. Ceci n'est possible qu'en posant $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $\frac{R}{L} = 0$ donc R = 0. En résumé , dans le cas où R = 0 , q est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, de période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L.C} = 6,28.10^{-3} s$ (le circuit est donc un oscillateur électrique harmonique).

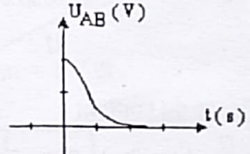
2/ Représentations graphiques



régime périodique R = 0



régime pseudo périodique
R faible



régime apériodique
R très grand

- Lorsque R = 0 , $U_{AB} = U_m$: la tension oscille entre + U_m et $-U_m$ à la période $T_0 = 6,28.10^{-3}$ s
- Lorsque R est faible , courbe amortie de charge oscillante mais pas périodique T voisine de T_0.

- Lorsque R atteint ou dépasse la résistance critique, il n'y a plus de décharge oscillante : U_{AB} décroît de U_m à 0.

3/ a/ Evaluation de $\frac{dW}{dt}$

$$W = W_E + W_B = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2.$$

La dérivée de q² par rapport au temps est $2q\dot{q}$, celle de i² est

$$2i\dot{i} = 2\dot{q}\ddot{q} \quad d'où \quad \frac{dW}{dt} = \frac{1}{C}q.\dot{q} + L\dot{q}\ddot{q} = \dot{q}\left(\frac{q}{C} + L.\ddot{q}\right) \quad (3)$$

b/ Démonstration

D'après l'équation différentielle (1) : $\frac{q}{c} + L.\ddot{q} = -R.\dot{q}$

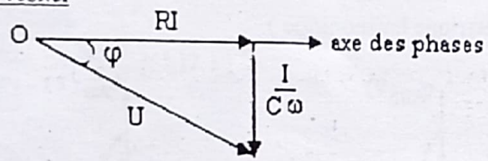
Remplaçons dans (3) : $\frac{dW}{dt} = \dot{q}(-R.\dot{q}) = -R.\dot{q}^2 = -R.i^2$

Lorsque i varie, $-Ri^2$ est négatif (ou nul aux instants où i s'annule) ; $\frac{dW}{dt}$ est donc négatif (ou nul aux instants où i s'annule) W diminue. On trouve ainsi que l'énergie W se dissipe progressivement par effet joule.

8 - CIRCUIT RLC SERIE EN REGIME SINUSOIDALE FORCE

EXERCICE 101

1/ Construction de Fresnel



2/ Intensité efficace du courant

$$U = Z.I \quad \Rightarrow I = \frac{U}{Z} \quad avec \quad Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}} \quad donc \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}}$$

A.N : $I = 1{,}56.10^{-2}$ A

EXERCICE 102

1/ a/ Intensité efficace du courant

$U_1 = R_1.I \quad \Rightarrow I = \frac{U_1}{R_1}$ A.N : I = 2,5 A

b/ Impédance du circuit et de la bobine

- $U_{AC} = Z_T.I \quad \Rightarrow Z_T = \frac{U_{AC}}{I}$ A.N : $Z_T = 36\ \Omega$
- $U_2 = Z_b.I \quad \Rightarrow Z_b = \frac{U_2}{I}$ A.N : $Z_b = 20\ \Omega$

2/ Construction de Fresnel

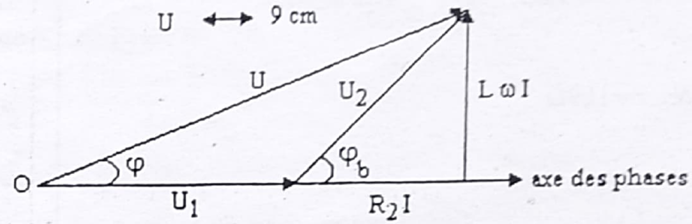
NB : Vous ferez la construction en respectant les dimensions.

échelle : 1 cm ⟷ 10 V

U_1 ⟷ 5 cm

U_2 ⟷ 5 cm

U ⟷ 9 cm



3/ Détermination de R_2 et L

A partir du graphique $R_2.I \leftrightarrow 3cm \quad \Rightarrow R_2.I = 30V \quad d'où \quad R_2 = 12\Omega$

$L.\omega.I \leftrightarrow 4cm \quad \Rightarrow L.\omega.I = 40V \quad d'où \quad L = 5{,}1.10^{-2}\ H$

4/ Facteurs de puissance

$\varphi = 26°$ et $\varphi_b = 52°$ (à partir du rapporteur)

$\cos\varphi = 0{,}898$ et $\cos\varphi_b = 0{,}615$.

EXERCICE 103

1/ Calcul de r et L

* Calcul de r : en courant continu : $U_{AB} = r.I$ donc $r = \frac{U_{AB}}{I}$. A.N : r = 2,74 Ω

- Calcul de L : en courant alternatif $U_{AB} = Z . I$ avec

$$Z = \sqrt{r^2 + (L.\omega)^2} \quad \Rightarrow U_{AB} = \sqrt{r^2 + (L.\omega^2)}.I$$

$$r^2 + (L.\omega)^2 = \left(\frac{U_{AB}}{I}\right)^2 \quad soit \quad L = \sqrt{\frac{\left(\frac{U_{AB}}{I}\right)^2 - r^2}{\omega^2}}.$$ A.N : $L = 3{,}32.10^{-2}$ H

2/ a/ Calcul de r et L

$Z_T=\sqrt{(R+r)^2+(L.\omega)^2}=\frac{U_{AC}}{I}$ avec $I=\frac{U_{CD}}{R_1}=8.10^{-2}\,A$ donc $Z_T = 25\ \Omega$ (1)

- $Z_b=\sqrt{r^2+(L.\omega)^2}=\frac{UAB}{I}=10,75\Omega$ (2)

Résoudre le système :

$\begin{cases}(R+r)^2+(L\omega)^2=(25)^2\\ r^2+(L\omega)^2=(10,75)^2\end{cases}$ A.N : r = 2,74 Ω et $L = 3,32.10^{-2}$ H

EXERCICE 104

1/ a/ Relation entre L et C

Si $i = I_0$ (valeur maximale) , on parle de résonance donc

$L.\omega_0.C=1 \Rightarrow 4.\pi^2.N_0^2.L.C=1$

b/ Calcul de R

A la résonance $U=RI_0 \Rightarrow R=\frac{U}{I_0}$ A .N : R = 20 Ω.

2/ a/ Grandeurs affichées

- Voie 1 : tension aux bornes du conducteur ohmique
- Voie 2 : tension aux bornes du générateur

b/ La sinusoïde (1) est en avance sur la sinusoïde (2) car (1) rencontre l'axe des temps avant (2) (ou (1) atteint son maximum avant (2)).

c/ Détermination de la période

$T_0=\frac{2.\pi}{\omega_0}=\frac{1}{N_0}$ A.N : $T_0 = 8.10^{-3}$ s

3/ a/ Détermination de la phase

$|\varphi|=\frac{2.\pi.\tau}{T_0}$ A.N : $|\varphi|=1,41rad$; $\varphi=+1,41rad$

b/ Détermination de l'inductance

$\tan\varphi=\frac{L.\omega}{R} \Rightarrow L=\frac{R.\tan\varphi}{2.\pi.N}$ A.N : L = 0.156 H

4/ Calcul de la capacité

$4.\pi^2.N_0^2.L.C=1 \Rightarrow C=\frac{1}{4.\pi^2.N_0^2.L}$ A.N : $C = 10^{-5}$ F

EXERCICE 105

1/ Formule de l'impédance

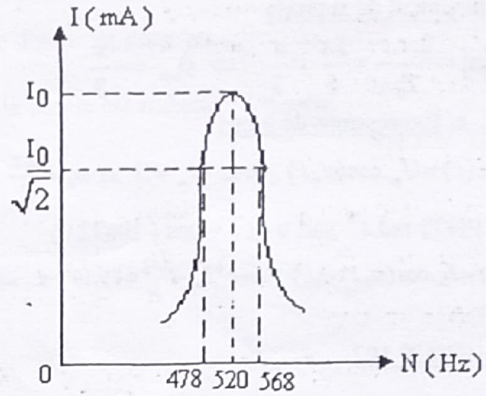
$Z=\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}$

2/ a/ Courbe I = f (N)

Vous tracerez la courbe à partir de l'échelle donnée dans l'exercice.

1 cm ↔ 20 Hz

1 cm ↔ 1 mA.



b/ Valeur de N_0

Graphiquement , on détermine N_0 = 520 Hz

c/ Intensité de la résonance

$I_0=\frac{U}{R}=17.10^{-3}\,A$

3/ a/ Valeurs de I_1 et I_2

$I_1=I_2=\frac{I_0}{\sqrt{2}}=12.10^{-3}\,A$

b/ Détermination de la largeur de la bande passante

La bande passante est comprise entre N_1 = 478 Hz et N_2 = 568 Hz.

ΔN = 90 Hz.

c/ Le facteur de qualité

$Q=\frac{N_0}{\Delta N}=5,78$

4/ Valeurs de l'inductance et de la capacité

$Q=\frac{L.\omega_0}{R} \Rightarrow L=\frac{Q.R}{2.\pi.N_0}=1,4.10^{-2}H$ car $\omega_0=2.\pi.N_0$

$Q=\frac{1}{R.C.\omega_0} \Rightarrow C=\frac{1}{2.\pi.N_0.R.Q}=6,610^{-6}F$

EXERCICE 106

1/ a/ Phénomène observé

L'oscillogramme (a) met en évidence le phénomène de la résonance

b/ Détermination de r et L

A la résonance : $U_m=(R+r).I_m$ $r=\frac{U_m}{I_m}-R$ avec Um = 1 V et

$I_m=\frac{U_2}{R}=0,02\,A$. A.N : r = 10 Ω

$L\omega_0=\frac{1}{C.\omega_0} \Rightarrow L=\frac{1}{C\omega_0^2}=\frac{1}{4\pi^2.N_0^2.C}$

A.N : $N_0=\frac{1}{T_0}=3,3.10^3\,Hz \Rightarrow L=2,75.10^{-3}\,H$

2/ a/ Le dipôle est globalement capacitif car i est en avance sur u.

b/ Calcul de la phase

$$|\varphi| = \frac{2\pi.\tau}{T_0} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{3}$$

c/ Expressions de u et i

- $u(t) = U_m.\cos(\omega_0.t)$ avec $U_m = 1V$ et $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$\omega_0 = 10472$ rad.s^{-1} soit u (t) = cos (10472.t)

* $i(t) = I_m.\cos(\omega_0 t + \varphi_{i/u})$ avec $I_m = \frac{U_1}{R} = 75.10^{-4}\,A$ soit $i(t) = 75.10^{-4}.\cos(10472t + \frac{\pi}{3})$

EXERCICE 107

1.

1.1 Calcul de la fréquence

T = 10 × 2 ms = 20 ms et $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50\ Hz$

1.2 Valeur de la phase

$\varphi = \frac{2\pi.1,5}{10} = \frac{3\pi}{10}$ rad soit aussi 0,94 rad ou $\varphi = \frac{3}{10}.180 = 54°$

1.3 Tension efficace aux bornes du résistor

$$U_{NM} = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2,12\,V$$

1.4 Tension efficace aux bornes du générateur

$$U_{QM} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,24\,V$$

2.

2.1 Intensité efficace du courant

$$I_{eff} = \frac{U_{NM}}{R} = \frac{2,12}{15} = 0,141\,A$$

2.2 L'impédance totale

$$Z_T = \frac{U_{QM}}{I_{eff}} = \frac{4,24}{0,141} = 30\,\Omega$$

2.3 Calcul de r et L

$$Z_T = \sqrt{(R+r)^2 + L^2\omega^2} \quad (1)$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r} \Rightarrow L\omega = (R+r)\tan\varphi \quad (2)$$

En élevant (1) et (2) au carré et en remplaçant l'expression (2) obtenue par $L^2\omega^2$ dans (1) obtenue, on a : $r = \frac{Z_T}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}} - R$ A.N : $r = 2,65\,\Omega$

De la relation (2) nous avons :

$$L = \frac{(R+r)}{\omega}\tan\varphi = \frac{(R+r)}{2\pi N}\tan\varphi \quad A.N:\ L \simeq 0,08\,H$$

Autre méthode de calcul de r et L

Pour $\varphi > 0$, on peut utiliser la relation

$$\cos\varphi = \frac{(R+r)}{Z_T} \quad soit \quad r = Z_T\cos\varphi - R \quad A.N:\ r = 2,63\,\Omega$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r} \Rightarrow L = \frac{(R+r)}{\omega}\tan\varphi \quad A.N:\ L = 0,08\,H$$

EXERCICE 108

1/ a/ Equation différentielle

$$u = u_R + u_B + u_C = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i.dt$$

b/ Expression de l'intensité efficace en fonction de ω

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C.\omega})^2} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C.\omega})^2}}$$

c/ Fréquence N_0

A la résonance on a ; $I_0 = 0,5$ A et $\omega_0 = 500$ rad.s^{-1}

- $N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = 79,6\,Hz$
- Intensité I_0 : Graphiquement $I_0 = 0,5$ A soit 500 mA
- Calcul de R : à la résonance $R = Z = \frac{U}{I_0}$. A.N : R = 10 Ω

2/ a/ Expression de $\omega_2 - \omega_1$

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U}{R.\sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \quad \Rightarrow \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = R.\sqrt{2}$$

soit $R^2 + (L.\omega - \frac{1}{C.\omega})^2 = 2.R^2$ càd $(L.\omega - \frac{1}{C.\omega}) = \pm R^2$

Ainsi $L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} = R \Rightarrow L\omega_1^2 - R.\omega_1 - \frac{1}{C} = 0$ soit $\omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4.\frac{L}{C}}}{2L}$ (a)

et $L.\omega_2 - \frac{1}{C.\omega_2} = -R \Rightarrow L\omega_2^2 + R.\omega_2 - \frac{1}{C} = 0$ soit $\omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4.\frac{L}{C}}}{2L}$ (b)

$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$. $\omega_2 - \omega_1$ s'appelle largeur de la bande passante et s'exprime en rad.s^{-1}.

b/ Valeur de L et C

$I_0 = 500$ mA et $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = 350\,mA$. A partir du graphe $\omega_1 = 475$ rad.s^{-1} et

$\omega_2 = 525$ rad.s^{-1} ; $\omega_2 - \omega_1 = 50$ rad.s^{-1}

$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \Rightarrow L = \frac{R}{\omega_2 - \omega_1} = 0{,}2\,H$

A la résonance $L\omega_0 C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = 2.10^{-5}\,F = 20\,\mu F$

c/ Facteur de qualité

Le facteur de qualité est l'inverse de la bande passante relative. Elle est représentée par l'expression $Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{L\omega_0}{R} = 10$

d/ Autre nom

$U_C = QU \Rightarrow Q = \frac{U_C}{U} = 10$ donc $U_C = 10U > U$. Il apparaît une surtension aux bornes du condensateur. Le facteur de qualité Q s'appelle aussi le facteur de surtension

EXERCICE 109

1/ Valeurs numériques des impédances

$Z_1 = R_1 = \frac{U_{P_2N}}{I} = 400\,\Omega$; $Z_2 = \frac{U_{MP_2}}{I} = 340\,\Omega$; $Z = \frac{U_{MN}}{I} = 600\,\Omega$

Calcul de R_2 et L :

$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + L_2\omega^2}$ et $Z = \sqrt{(R_1+R_2)^2 + L^2\omega^2}$

$Z^2 = (R_1+R_2)^2 + L^2\omega^2 = R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2 + L^2\omega^2 = Z_1^2 + 2R_1R_2 + Z_2^2$ soit

$R_2 = \frac{Z^2 - Z_1^2 - R_1^2}{2R_1}$ et $L = \frac{\sqrt{Z_2^2 - R_2^2}}{\omega}$

A.N : $R_2 = 106\,\Omega$ et L = 1,03 H.

2/ Calcul du déphasage

$U_{MN} = U_{MP_2} + U_{P_2N}$. D'après la construction de Fresnel, on a :

$\tan\varphi = -(\frac{L\omega}{R_1+R_2})$; $\varphi_{i/u} = -0{,}57\,rad$ ou $\varphi_{i/u} = -32{,}5°$

i présente un retard de phase par rapport à u.

$i(t) = I_m\cos(\omega.t - 0{,}57) = I\sqrt{2}\cos(100\pi.t - 0{,}57) = 5.10^{-2}\cos(100\pi.t - 0{,}57)$.

EXERCICE 110

1/ Nature des dipôles

Sur la voie 1, on fait entrer la tension U_{CB} mais un dispositif permet de visualiser U_{BC} c'est à dire l'intensité i

- (b) : les deux sinusoïdes Y_1 et Y_2 sont en phase : u et i sont donc en phase : (b) a été obtenu avec le conducteur ohmique.
- (c) : Y_2 est en retard par rapport à Y_1 : le dipôle est donc purement capacitif : (c) a été obtenu avec le condensateur.
- (d) : Y_2 est en avance par rapport à Y_1 : le dipôle est inductif : (d) a été obtenu avec la bobine.

2/ a/ Impédance des dipôles

- Conducteur ohmique : $Z_r = R.\frac{U_{ABmax}}{U_{BCmax}} = 500\,\Omega$
- $Z_r = Z_C = Z_B = 500\,\Omega$ car les oscillogrammes ont les mêmes maximum

b / Fréquence du générateur

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{s_H n_H} = 500\,Hz$

c/ Grandeurs caractéristiques des dipôles

- Conducteur ohmique : r = 500 Ω
- Condensateur : $C = \frac{1}{2.\pi.N.Z_C} = 6{,}4.10^{-7}\,F$
- Bobine : $L = \frac{Z_B}{2\pi.N} = 0{,}16\,H$

d/ Expression de i en fonction du temps

A t = 0 , on a : $u_{AB} = U_{ABmax}\cos(2.\pi.N.t)$

$I = I_m\cos(2\pi.N.t + \varphi)$ avec $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ou aussi

$i = \frac{U_{BCmax}}{R}\sin(2\pi N t)$ soit $i = 10^{-2}\sin(1000\pi t) = 10^{-2}\cos(1000\pi t - \frac{\pi}{2})$

3/ Impédance de AB

Soit Z' l'impédance du dipôle RLC : $Z' = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$; $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

Donc Z' = r = Z = 500 Ω. Le circuit est à la résonance , donc la tension et l'intensité sont en phase. L'impédance étant égale à r , l'aspect de l'oscillographe est celui de la figure (b).

EXERCICE 111 (BAC 2002)

1/ 1.1/ Phénomène mis en évidence

Phénomène de résonance d'intensité

1.2/ Impédance totale du circuit

Z = R = 40 Ω

1.3/ Valeur efficace de l'intensité

$I_0 = \frac{U}{R} = 25.10^{-3}\,A = 25\,mA$

1.4/ Capacité du condensateur

$C = \frac{1}{(2\pi.N_0)^2.L} = 0{,}54.10^{-6}\,F$ soit $54\,\mu F$

2/ 2.1/ Calculons

2.1.1/ Impédance totale du circuit

$Z=\sqrt{R^2+(2\pi NL-\frac{1}{2\pi N.C})^2}$; $2\pi NL=514{,}6\Omega$; $\frac{1}{2\pi N.C}=476{,}6\Omega$

A.N : Z = 55,2 Ω

2.1.2/ Intensité efficace du circuit

$I=\frac{U}{Z}=18.10^{-3}\,A=18\,mA$

2.1.3/ Valeurs efficaces aux bornes des dipôles

- Conducteur ohmique : $U_R=RI=0{,}72V$
- Bobine : $U_L=2\pi N.LI=9{,}26V$
- Condensateur : $U_C=\frac{I}{2\pi N.C}=8{,}58V$

2.2/ N_1 = 630 Hz et C = 0,53 μF

2.2.1/ La phase φ

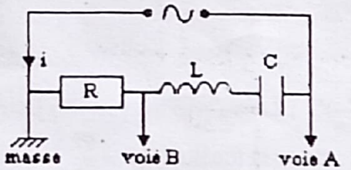
$\tan\varphi=\frac{U_L-U_C}{U_R}=0{,}944$ $\quad donc\ \varphi=0{,}76\,rad=43{,}36°$

2.2.2/ Expression de l'intensité i

$U_L > U_C$; le circuit est inductif : u est en avance sur i

$i(t)=I.\sqrt{2}.\cos(2\pi Nt)=1{,}8.10^{-2}.\cos(1260\pi t)$

3/ Schéma du montage



EXERCICE 112

1/ Puissance moyenne consommée

$W=Pt \Rightarrow P=\frac{W}{t}$; A.N : P = 445 W

2/ Intensité efficace du courant

L'appareil étant assimilé à un dipôle (R , L) en série , la puissance moyenne a aussi pour expression $P=RI^2 \quad d'où\ I=\sqrt{\frac{P}{R}}$; A.N : I = 6,67 A

3/ Puissance apparente

P = U.I ; A.N : P = 1,47.10³ V.A

4/ Facteur de puissance

- $P=U.I.\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=\frac{P}{U.I}=0{,}303$
- Appareil inductif : u est en avance sur i : φ = 1,26 rad

Si $i = I_m.\sin(\omega.t)$ alors $u = U_m.\sin(\omega.t+\varphi)$

d'où $u(t)=220\sqrt{2}.\sin(100\pi t+1{,}26)=311.\sin(100\pi t+1{,}26)$

5/ Calcul de la réactance

La réactance X = L.ω est telle que $\tan\varphi=\frac{X}{R}$ $d'\ où\ X=R.\tan\varphi=31{,}1\Omega$

On pourrait aussi utiliser $Z=\sqrt{R^2+X^2}$; $X=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{\frac{U^2}{i^2}-R^2}=31{,}4\Omega$

EXERCICE 113

1/ Puissance calorifique perdue

$P=U.I.\cos\varphi \Rightarrow I=\frac{P}{U.\cos\varphi}$

puissance calorifique moyenne perdue en ligne :

$P_{cal}=R.I^2=R\frac{P^2}{U^2.\cos^2\varphi}$

Pour U = 110 V : P_{cal} = 5,38.10³ W

Pour U' = 220 V ; P'_{cal} = 1,34.10³ = $\frac{P_{cal}}{4}$

Conclusion : en distribuant l'électricité sous la tension efficace U' = 220 V au lieu de distribuer sous la tension U = 110 V initialement utilisée , la CIE divise par 4 les pertes d'énergie dans les lignes.

2/ Puissance moyenne calorifique perdue

a/ si appareil est un radiateur

Dipôle purement résistif donc φ = 0 ; cos φ = 1 d'où P_{cal} =1,24.10³ W

b / appareil est un dipôle résistant et inductif

cos φ = 0,55 donc P'_{cal} = 4,1.10⁶ W

Conclusion : dans les deux expériences a et b la CIE vend la même puissance électrique moyenne (pendant la même durée t , la même énergie électrique W = P.t) ; lorsque le facteur de puissance est faible , la puissance calorifique perdue en ligne est plus grande. On comprend pourquoi la CIE pénalise les installations de cos φ trop faible.

EXERCICE 114

1.

1.1 Intensité efficace

$I=\frac{P}{U}$ $\quad A.N.\quad I=\frac{2200}{220}=10\,A$

1.2 Energie perdue

$W_J = r.I^2.t$ $\quad$ A.N. $\quad W_J = 3\times(10)^2\times 4 = 1200$ Wh = 1,2 kWh

1.3 Energie facturée

$W = P \times t$ A.N. $W = 2.200 \times 4 = 8,8$ kWh

1.4 Energie fournie

$W_f = W + W_J$ A.N. $Wf = 8,8 + 1,2 = 10$ kWh

1.5 Rapport

$r = \frac{W}{W_f}$ A.N. $r = \frac{8,8}{10} = 0,88$ ($r = 88\%$)

2.

- Intensité efficace

  $I' = \frac{P}{U\cos\varphi}$ A.N. $I' = \frac{2200}{220 \times 0,6} = 16,7\,A$

- Energie perdue

  $W'_J = r I'^2 t$ A.N. $W'_J = 3 \times (16,7)^2 \times 4 = 3346,7\ Wh = 3,3\ kWh$

- Energie facturée

  $W' = P \times t$ A.N. $W' = 2.2 \times 4 = 8,8$ kWh

- Energie fournie

  $W'_f = W' + W'_J$ A.N. $W'_f = 8,8 + 3,3 = 12,1\ kWh$

- Le rendement

  $r' = \frac{W'}{W'_f}$ A.N. $r' = \frac{8,8}{12,1} = 0,727$ ($r' = 73\%$)

2.2 La CIE impose un facteur de puissance voisin de 1 pour diminuer les pertes dans les lignes et améliorer ainsi le rendement.

PHYSIQUE ATOMIQUE ET NUCLEAIRE

1 - NIVEAU D'ENERGIE ATOMIQUE

EXERCICE 115

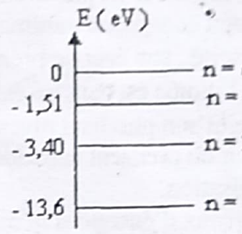
1/ Calcul des énergies

$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$.

A.N : $E_1 = -13,6$ eV ; $E_2 = -3,4$ eV ;

$E_3 = -1,51$ eV ; $E_\infty = 0$

Représentation du diagramme :



2/ Energie minimale

$E_{min} = E_2 - E_1 = 10.2$ eV

3/ Calcul de la longueur d'onde

$\lambda = \frac{h.c}{E_2 - E_1}$; $\lambda = 122\,nm$

4/ Longueur d'onde

$E_i = \frac{h.c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h.c}{E_i}$; $\lambda = 91,0\,nm$

EXERCICE 116

1/ a/ E = 0 correspond à l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène :

$H \rightarrow H^+ + e^-$

b/ Energie fondamentale

$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$; on a $E_2 = -\frac{E_0}{4} \Rightarrow E_0 = -4E_2 = 13,6\,eV$

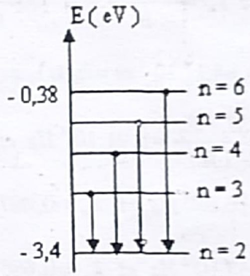
$E_1 = -\frac{E_0}{1^2} = -E_0 \Rightarrow E_1 = -13,6\,eV$ état fondamentale.

c/ Energie d'ionisation

$E_i = -E_1 = 13,6$ eV.

2/ a/ Représentation des transitions

Les flèches s'orientent vers le niveau n = 2



b/ Energies correspondantes

$E_i = E_n - E_2$

- $E_i = E_6 - E_2 = 3,02$ eV pour n = 6
- n = 5 ; $E_i = E_5 - E_2 = 2,86$ eV
- n = 4 ; $E_i = 2,55$ eV
- n = 3 ; $E_i = 1.89$ eV

c/ Plus petite longueur d'onde

$\frac{h.c}{\lambda_{min}} = E_\infty - E_2 = -E_2$ donc $\lambda_{min} = -\frac{h.c}{E_2}$; A.N : λ_{min} = 365 nm : radiation ultra-violet.

EXERCICE 117

1/ Spectre obtenu

C'est le spectre d'émission discontinu.

2/

- Lorsque l'atome d'hydrogène n'est pas excité , il est dans un état stable appelé fondamental ; son énergie est minimale et égale à E_1.
- Lorsque l'atome est excité , son énergie prend l'une des valeurs de la suite (E_2 , E_3 , ……, E_∞) ; l'atome est dans un état excité instable.
- Lorsque l'atome a atteint son plus haut niveau d'excitation E_∞ , l'électron se délie du noyau. Cet état où prennent naissance H^+ et un e^- à partir de H est appelé état seuil d'ionisation.

3/ On peut dire que ces niveaux d'énergie sont discrets ou quantifiés. Les niveaux d'énergie augmentent de E_1 à E_∞.

4/ Valeurs des énergies et représentation

$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$

E_1 = -13,6 eV ; E_2 = -3,4 eV ; E_3 = -1,51 eV ; E_4 = - 0,85 eV ; E_5 = - 0,54 eV ; E_6 = - 0,38 eV ; E_7 = - 0,28 eV

Diagramme : voir exercice 2/

5/ Calcul des fréquences et longueur d'onde

$$h.\nu_\delta = E_6 - E_2 \Rightarrow \nu_\delta = \frac{E_6 - E_2}{h} = \frac{[-0,38-(-3,4)].1,6.10^{-19}}{6,62.10^{-34}} = 7,3.10^{14}\ Hz$$

$$\lambda_\delta = \frac{c}{\nu} = \frac{3.10^8}{7,3.10^{14}} = 4,11.10^{-7}\ m = 0,411\ \mu m$$

De même : $\nu_\gamma = \frac{E_5 - E_2}{h} = 6,91.10^{14}\ Hz$ et $\lambda_\gamma = 0,434\ \mu m$

$$\nu_\beta = \frac{E_4 - E_2}{h} = 6,16.10^{14}\ Hz \text{ et } \lambda_\beta = 0,487\ \mu m$$

$$\nu_\alpha = \frac{E_3 - E_2}{h} = 4,57.10^{14}\ Hz \text{ et } \lambda_\alpha = 0,656\ \mu m$$

EXERCICE 118

1/ Energie minimale

A l'état fondamental : $E_1 = -\frac{13,6}{1^2}$

Energie d'ionisation :

$E_i = E_\infty - E_1 = -E_1 = 13,6\ eV$ soit $E_i = 2,18.10^{-18}\ J$ car $1\ eV = 1,6.10^{-19}\ J$

2/ a/ Longueurs d'onde des raies

$$E_n = \frac{-13,6 \times 1,6.10^{-19}}{n^2} = \frac{-2,176.10^{-18}}{n^2}\ (en\ joule)$$

Au niveau 2 , il ya émission d'un photon ;

$$\frac{h.c}{\lambda} = E_n - E_2 = \frac{-2,176.10^{-18}}{n^2} = \frac{-2,176.10^{18}}{2^2} \text{ d'où}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2,176.10^{-18}}{h.c} = (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}) = 1,096.10^7(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$$

Constante de Rydberg R = 1,096.10⁷ m⁻¹ pour H donc $\frac{1}{\lambda} = R.(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$

b/ Les longueurs d'ondes maximale et minimale

n = 3 est la valeur minimale pour la série de Balmer : $\frac{1}{\lambda}$ est minimum et λ est maximum et égal à λ_M tel que $\frac{1}{\lambda_M} = R.(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2})$ d'où $\lambda_M = 6,57.10^{-7}\ m$

Lorsque n est ∞ , $\frac{1}{\lambda}$ est maximum et λ est minimum et égal à λm tel que

$$\frac{1}{\lambda_m} = R.(\frac{1}{2^2} - 0) \text{ d'où } \lambda_m = 3,65.10^{-7}\ m$$

3/ a/ Généralité

Considérons Ep < En (En niveau d'état excité) : émission d'un photon d'énergie :

$$\frac{h.c}{\lambda} = E_n - E_p = \frac{-13,6 \times 1,6.10^{-19}}{n^2} - \frac{-13,6 \times 1,6.10^{-19}}{p^2} \text{ d'où}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13,6 \times 1,6.10^{-19}}{h.c}(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}) = R.(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2})$$

b/ Les longueurs d'onde de la série de Lyman

p = 1 : elles sont comprises entre $\lambda_{1\to 2} = 1,22.10^{-7}\ m$ et $\lambda_{\infty \to 1} = 9,12.10^{-8}\ m$.

Elles appartiennent donc au domaine de l'ultra violet.

c/ Série de Paschen

p = 3 : on a les longueur d'onde comprises entre $\lambda_{4\to 3} = 1,88.10^{-6}\ m$ et $\lambda_{\infty \to 3} = 8,21.10^{-7}\ m$. Elles appartiennent donc au domaine des infrarouge.

EXERCICE 119

1/ Détermination du niveau d'énergie

$$E_i = E_{seuil\,d'ionisation} - E_{état\ fondamental} = 0 - E_1 \Rightarrow E_1 = -E_i = -6,08\,eV$$

2/ Détermination de E_2 et E_4

- Lors de la transition décroissante (c), l'énergie de l'atome passe de E_4 à E_1 ;

$$\frac{hc}{\lambda_c} = E_4 - E_1 \quad d'où \quad E_4 - E_1 = \frac{h.c}{\lambda_c} = 7,33.10^{-19}\ J = 4,58\,eV$$

et $E_4 = E_1 + 4,58 = -1,50$ eV

- Pour (b) on a : $\frac{h.c}{\lambda_b} = E_3 - E_1 = 5,25.10^{-19}\ J = 3,28\,eV$
- Pour (a) : $\frac{h.c}{\lambda_a} = E_4 - E_3 \quad d'où \quad \lambda_a = \frac{h.c}{E_4 - E_3} = 955\,nm$

3/ Les photons absorbés cèdent toute leur énergie, celle ci, $\frac{h.c}{\lambda}$ doit donc juste

être égale à $E_2 - E_1$: $\frac{h.c}{\lambda} = E_2 - E_1 = 1,70.10^{-19}\ J = 1,06\,eV$

d'où $E_2 = E_1 + 1,06 = -5,02$ eV et $\lambda_d = 353$ nm.

2 - REACTIONS NUCLEAIRES

EXERCICE 120

1/ Perte de masse

En valeur absolue, la relation d'Einstein

est : $|\Delta E_0| = |\Delta m|.c^2 \quad d'où \quad \Delta m = \frac{|\Delta E_0|}{c^2} = 4,27\,MeV/c^2$

$m_U = 238$ u $= 238 \times 931,5 \approx 2,22.10^5$ MeV/c²

La variation relative de masse : $\frac{|\Delta m|}{m_U} = \frac{4,27}{2,22.105} = 1,9.10^{-5}$

2/ Perte de masse

$$|\Delta E'_0| = |\Delta m'|.c^2 \quad d'où \quad \Delta m' = \frac{|\Delta E'_0|}{c^2} = \frac{3,92.10^5}{(3.10^8)^2} = 4,36.10^{-12}\ kg$$

Masse du système : m' = 12 + (16 × 2) = 44 g = 44.10^{-3} kg

Perte relative de masse : $\frac{|\Delta m'|}{m'} = 9,9.10^{-11}$

Conclusion : la variation de masse étant très faible, on peut dire qu'au cours d'une réaction chimique, il y a pratiquement conservation de la masse ; au contraire d'une réaction nucléaire.

EXERCICE 121

1/ Nombre de mole de sodium

$n_{Na} = C.V = 10^{-3} \times 10.10^{-3} = 10^{-5}$ mol

2/ Activité radioactive

$A = \lambda.N_{NA}$; N_{NA} est le nombre de noyaux radioactifs

$N_{NA} = n_{Na} \times N = 10^{-5} \times 6,02.10^{23} = 6,02.10^{18}$

La constante radioactive est telle que :

$$T = \frac{\ell n2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ell n2}{T} = \frac{0,693}{15 \times 3600} = 1,28.10^{-5}\ s^{-1}. \text{ donc}$$

$A = \lambda.N_{NA} = 1,28.10^{-5} \times 6,02.10^{18} = 7,71.10^{13}$ Bq

3/ a/ Expression du nombre de noyaux

L'activité est telle que : $A = -\frac{dN}{dt} = \lambda.N \Rightarrow \frac{1}{N}.\frac{dN}{dt} = -\lambda \quad (1)$

Par intégration de (1) on a : $\ell n\,N = -\lambda.t + cste$. A t = 0, N = N_0 donc

$$\ell nN_0 = cste \Rightarrow \ell nN = -\lambda.t + \ell nN_0 \quad soit \quad \ell n\frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad soit \quad N = N_0.e^{-\lambda t} \quad (2)$$

b/ Nombre de mole restant

En divisant les deux membres de (2) par la constante d'avogadro, on a

$$\frac{N}{Nc} = \frac{N_0}{Nc}.e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad n = n_{Na}.e^{-\lambda t}$$

Pour t = 6 h, n = $7,58.10^{-6}$ mol

4/ Calcul du volume sanguin

Soit Vs le volume de sang en L : $C_s = \frac{n}{V_s} = \frac{7,58.10^{-6}}{V_s}\,mol.L^{-1}$. Or

$$C_s = \frac{1,5.10^{-8}}{10.10^{-3}} = 1,5.10^{-6}\,mol.L^{-1} \quad donc \quad V_s = \frac{7,58.10^{-6}}{C_s} = 5\,L.$$

EXERCICE 122

1/ Energie libérée

- Energie de liaison :

$|E_{\ell,U}| = 7,4 \times 235 = 1739\,MeV$.

$|E_{\ell,Sr}| = 8,4 \times 94 = 790\,MeV \ ; \ |E_{\ell,Xe}| = 8,1 \times 140 = 1134\,MeV$

- Energie de masse du système initial : $E_i = m_U.c^2 + m_n.c^2$. Comme $m_U.c^2 = 92.m_p.c^2 + 143.m_n.c^2 - |E_{\ell,U}|$ alors $E_i = 92.m_p.c^2 + 144.m_n.c^2 - |E_{\ell,U}|$.
- Energie finale : $E_f = m_{Sr}.c^2 + m_{Xe}.c^2 + 2m_n.c^2$. Comme $m_{Sr}.c^2 = 38.m_p.c^2 + 56.m_n.c^2 - |E_{\ell,Sr}|$ et $m_{Xe}.c^2 = 54.m_p.c^2 + 86.m_n.c^2 - |E_{\ell,Xe}|$ alors $E_f = 92.m_p.c^2 + 144.m_n.c^2 - |E_{\ell,Sr}| - |E_{\ell,Xe}|$. donc l'énergie libérée est : $|E_f - E_i| = E_i - E_f = -|E_{\ell,U}| + |E_{\ell,Xe}| + |E_{\ell,Sr}| = 185\,MeV = 2,96.10^{11}\,J$

2/ Puissance moyenne fournie

m_U = 235 u. il disparaît chaque jour

$$N_U = \frac{30.10^{-3}}{235 \times 1,66.10^{-27}} = 7,69.10^{22} \text{ noyaux uranium}$$

L'énergie W libérée chaque jour : $W = N_U \times 2,96.10^{-11} = 2,28.10^{12}$ J

Puissance moyenne : $P = \frac{W}{t} = \frac{2,28.10^{12}}{24 \times 3600} = 2,64.10^7 = 26,4\,MW$

EXERCICE 123

1/ Equations nucléaires

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{234}_{90}Th$$

$${}^{234}_{90}Th \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu + {}^{234}_{91}Pa$$

2/ L'électron émis par Th provient du noyau (qui ne contient que des protons et des neutrons).

Provenance des électrons : ${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu$

3/ Nombre de désintégrations

$${}^{238}_{92}U \rightarrow x.{}^{4}_{2}He + y.{}^{0}_{-1}e + y.{}^{0}_{0}\nu + {}^{206}_{82}Pb$$

Conservation du nombre de nucléons : 238 = 4x + 0 + 0 + 206 $\Rightarrow$ x = 8.

Conservation du nombre de charge : 92 = 2x – y + 0 + 82 $\Rightarrow$ y = 6

EXERCICE 124

1/ Calcul des énergies de liaison et moyenne par nucléon

$\Delta m = 92.m_p + (235 - 92).m_n - m_1$

$\Delta m = 92 \times 1,00728 + 143 \times 1,00866 - 235,04394 = 1,8642$ u

$$E_\ell = c^2.\Delta m = 1,8642 \times 931 = 1736\,MeV \text{ d'où } \frac{E_\ell}{A} = \frac{1736}{235} = 7,39\,MeV/nucléon$$

2/ a/ Détermination de x et y

conservation du nombre de nucléons : 235 + 1 = x + 142 + 3 × 1 $\Rightarrow$ x = 91

Conservation du nombre de charges : 92 = 40 + 58 – y $\Rightarrow$ y = 6

b/ Variation de la masse du système

$\Delta m = m_2 + m_3 + 3.m_n + 6.m_e - m_1 - m_n = -0,20836$u

La variation négative signifie que le système perd de l'énergie.

L'énergie libérée par atome fissionné est :

$\Delta E = c^2.|\Delta m| = 931 \times 0,20836 = 194\,MeV$.

c/ Nature du rayonnement et interprétation

Les rayons γ sont des photons libérés lors de la stabilisation des noyaux fils.

3/ a/ Equation nucléaire

$${}^{238}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}U$$

b/ Détermination de X et Y

$${}^{239}_{92}U \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu + {}^{239}_{93}X$$

$${}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\nu + {}^{239}_{94}Y$$

X est le neptunium Np et Y est le plutonium Pu.

EXERCICE 125

1) Equation de désintégration

${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}X$ *(car le noyau d'hélium est une particule α)*

Lois de conservation :

* charge électrique : 84 = 2 + Z $\Rightarrow$ Z = 82

* nombre de nucléons : 210 = 4 + A $\Rightarrow$ A = 206

Z = 82, on en déduit que X est l'élément plomb (Pb). On a donc :

$$\boxed{{}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb}$$

2) Energie libérée

$E = \Delta m.C^2$

$\Delta m = [m(\alpha) + m({}_{82}Pb)] - m({}_{84}Po)$

$\Delta m(en\ u) = [4,00150 + 205,9295] - 209,9368 = -0,0058u$

$soit\ \Delta m = -0,0058 \times 931,5\,MeV/C^2 = -5,4\,MeV/C^2$

$E = \Delta m.C^2 = -5,4\,MeV \Rightarrow \boxed{|E| = 5,4\,MeV = 5,4.10^6\,eV}$

3) a- Définition de la période radioactive

La période (ou demi-vie) T est la durée T nécessaire pour qu'un échantillon contenant N_0 noyaux radioactifs, n'en contienne plus que $N_0/2$. Le tableau montre que pour :

t = 120 jours, $N/N_0 = 0,55$

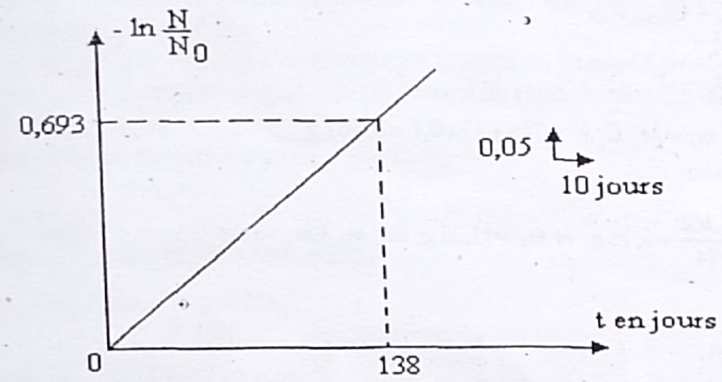
t = 150 jours, $N/N_0 = 0,47$

D'où $0,47 < \frac{1}{2} < 0,55 \Rightarrow$ 120 jours < T < 150 jours.

b- Courbe $-\ln(N/N_0) = f(t)$

t (jours)	0	40	80	100	120	150
$-\ln\frac{N}{N_0}$	0	0,20	0,40	0,49	0,60	0,75

Echelle à respecter par l'élève.



c- Valeur de la période T

Graphiquement pour $N/N_0 = ½$ soit $-\ln(N/N_0) = -\ln(1/2) = \ln 2 = 0,693$

On peut lire T = 138 ± 1 jours.

d- Expression de λ en fonction de T

$$N = N_0.e^{-\lambda t} \quad or \quad -\ln(\frac{N}{N_0}) = \lambda t \Rightarrow \lambda = \frac{-\ln(\frac{N}{N_0})}{t}$$

$$Pour\ t = T\ on\ a\ \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{-\ln(\frac{1}{2})}{T} \quad soit \quad \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T}}$$

Calcul de λ

$$\lambda = \frac{0,693}{138} = 5,0.10^{-3}\ jours^{-1} \Rightarrow \boxed{\lambda = 1,59.10^{-2}\ s^{-1}}$$

CHIMIE ORGANIQUE

1 - ALCOOLS -ALDEHYDES - CETONES

EXERCICE 126

1/Alcool majoritaire

A : $CH_3-CH(CH_3)-CH(OH)-CH_3$ 3 - méthylbutan - 2 - ol

2/ Nom et formule semi-développée du produit obtenu

3 - métylbutanone $CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-CH_3$

Equation d'oxydoréduction

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightleftarrows 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$3\times(CH_3-CH(CH_3)-CH(OH)-CH_3 \rightleftarrows CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-CH_3 + 2H^+ + 2e^-)$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3CH_3-CH(CH_3)-CH(OH)-CH_3 + 8H^+ \longrightarrow 2Cr^{3+} + 3CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-CH_3 + 7H_2O$$

EXERCICE 127

1/ Fonction du composé A

A est un alcool

2/ Formule brute de A

Soit C_nH_{2n+2} la formule brute générale de A

$M = 14n+18$ et $\frac{16}{\%(O)} = \frac{14n+18}{100}$ donc $n = 4$ La formule brute de A est :

$C_4H_{10}O$

Formules semi développées :

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ $\quad CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_3$

$CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_3$ $\quad CH_3-CH(CH_3)-CH_2-OH$

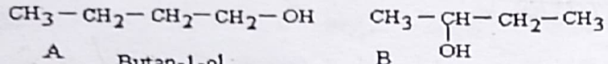
3/ Formule qui convient

$CH_3-CH_2-CH(OH)-CH_3$

Alcène initial : CH_3-CH=CH-CH_3 : But-2-ène

EXERCICE 128

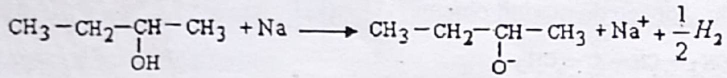
1/ Formules sémi développées et noms de A et B

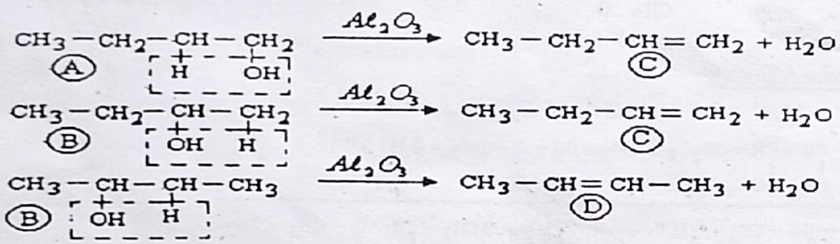


A Butan-1-ol B Butan-2-ol

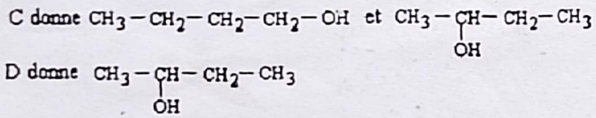
2/ Equations bilan

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH + Na \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-O^- + Na^+ + \frac{1}{2}H_2$

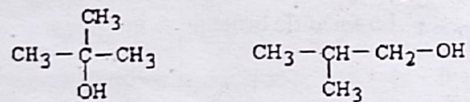




3/ Produits obtenus



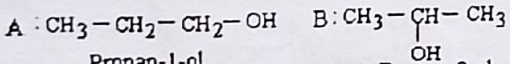
4/ Autres isomères de A et B



2-méthyl propan-2-ol 2-méthyl propan-1-ol

EXERCICE 129

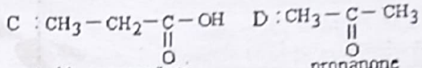
1/ Formules sémi développées et classes des alcools



Propan-1-ol Propan-2-ol

A est un alcool primaire et B est un alcool secondaire

2/ Formules sémi développées et noms de C et D



Acide propanoïque propanone

Pour identifier le composé D, il faut faire le test à la D.N.P.H puis le test à la liqueur de Fehling

3/ Composition du mélange initial

$n_c = n_{OH^-} \Rightarrow C_c.V_c = C_{OH^-}.V_{OH^-}$

$C_c = \frac{C_{OH^-}.V_{OH^-}}{V_c} = \frac{1\times 11,3}{10} = 1,13\,mol.L^{-1}$

$n_c = C_c V = \frac{m_c}{M_c} \Rightarrow m_c = M_c.C_c.V = 74\times 1,13\times 0,1 = 8,362\,g$

or $n_A = n_c$ donc

$m_A = M_A.\frac{m_c}{M_c} = 60\times\frac{8,362}{74} = 6,78\,g \quad et \quad m_B = 11,22\,g \quad car \quad m_A + m_B = 18\,g$

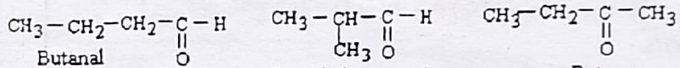
EXERCICE 130

1/ Formule brute de B

Soit $C_xH_yO_z$ la formule brute

$\frac{12x}{66,7} = \frac{y}{11,1} = \frac{16z}{22,2} = \frac{72}{100}$ Par résolution, on trouve x = 4, y = 8, z = 1

2/ Formules sémi développées et noms des composés

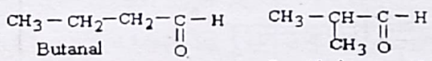


Butanal 2-méthyl propanal Butanone

3/ a- Famille de B

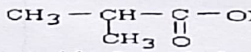
B appartient à la famille des aldéhydes.

b- Formules sémi développées



Butanal 2-méthyl propanal

4/ a- Formule sémi développée et nom de C



Acide 2-méthyl propanoïque

b- Equation d'oxydoréduction de B à C

$$Cr_2O_7^{2-} + 14\,H^+ + 6\,e^- \longrightarrow 2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O$$

$$3\times(\ CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CHO + H_2O \longrightarrow CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH + 2H^+ + 2e^-\ )$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3\,CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CHO + 8\,H^+ \longrightarrow 2\,Cr^{3+} + 3\,CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-COOH + 4\,H_2O$$

5/ a- Nom, classe et formule semi développée de A

Nom : 2-méthyl propan-1-ol ; alcool primaire ; $CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-OH$

b- A par hydratation d'un alcène

L'alcène étudié est le 2 – méthyl propène qui par hydratation donne majoritairement le 2 – méthyl propan – 2 – ol ; alcool de classe la plus élevée (règle de Markovnikov).

Donc on ne peut pas obtenir A à partir d'un alcène.

EXERCICE 131

1/ Les composés susceptibles d'être obtenus

$R-CH_2-CH_2-OH$ et $R-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3$

2/ Formule sémi développée et nom

- Déterminons le nombre d'atome de carbone :
  $M(C_nH_{2n}O) = 12n + 2n + 16 = 58$ donc $n = 3$
- Formules :
  B: $CH_3-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-CH_3$ Propanone   A: $CH_3-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ Propan-2-ol

3/ Equation bilan de la réaction

$$Cr_2O_7^{2-} + 3\,CH_3-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3 + 8\,H_3O^+ \longrightarrow 2\,Cr^{3+} + 3\,CH_3-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-CH_3 + 15\,H_2O$$

4/ Volume minimal

$$n_A = 3\,n_{Cr_2O_7^{2-}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3}\frac{m_A}{M_A} = C.V \quad donc \quad V = \frac{m_A}{3.C.M_A} = 0{,}11L$$

avec $M_A = 60\ g.mol^{-1}$

EXERCICE 132

1/ Détermination de n

Soit l'équation : $\underset{A}{C_nH_{2n}O} + \alpha\,O_2 \rightarrow n\,CO_2 + n\,H_2O$

$$n_A = \frac{1}{n}n_{CO_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_A}{M_A} = \frac{1}{n}\frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}} \quad \Rightarrow \frac{1}{n}M_A = m_A\frac{M_{CO_2}}{m_{CO_2}}$$

or $M_A = 14n + 16$ donc $\frac{1}{n}(14n+16) = \frac{44}{2{,}45}$ soit $16 = 3{,}959\,n$ d'où $n = 4$

Formule brute : C_4H_8O

2/ Hypothèses

A est soit un aldéhyde , soit une cétone.

F.S.D : $CH_3-CH_2-CH_2-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-H$ $CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-H$ $CH_3-CH_2-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-CH_3$

3/ Nature de A

A est un aldéhyde

4/ Formule sémi développée de A

A : $CH_3-\underset{CH_3}{\underset{|}{CH}}-\underset{O}{\underset{\|}{C}}-H$

2-méthyl propanal

EXERCICE 133

1/ 1.1/ Composition centésimale

CO_2 est obtenu selon l'équation : $C + O_2 \rightarrow CO_2$

$$m_C = \frac{m_{CO_2}.M_C}{M_{CO_2}} = 0{,}36\,g \quad donc\ \%(C) = \frac{m_C}{m_A}.100 = 60\%$$

Aussi à partir de $H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$ on détermine % (H)

$$m_H = \frac{2m_{H_2O}.M_H}{M_{H_2O}} = 0{,}08\,g \quad donc\ \%(H) = \frac{m_H}{m_A}.100 = 13{,}3\%$$

% (O) = 100 – (%C + %O) = 26,7%

1.2/ Formule brute et formules sémi développées

Soit la relation $\frac{12x}{60} = \frac{y}{13{,}3} = \frac{16}{26{,}7} = \frac{M}{100}$, $x = 3$; $y = 8$

La formule brute est : C_3H_8O

F.S.D : $CH_3-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3$ Propan-2-ol $CH_3-CH_2-CH_2-OH$ Propan-1-ol

2/ 2.1/ Fonctions chimiques de B

B est un aldéhyde ou une cétone

2.2/ Fonctions chimiques de A

A est un alcool primaire ou secondaire

2.3/ Formule sémi développée de A

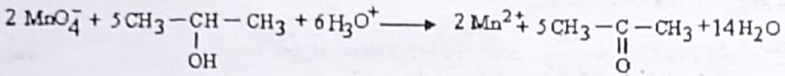
Si même résultat alors B est une cétone.

A est donc un alcool secondaire.

$CH_3-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-CH_3$

Propan-2-ol

2.4/ Equation bilan

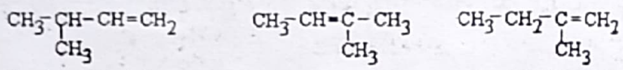


EXERCICE 134

1/ a/ Formule brute de A

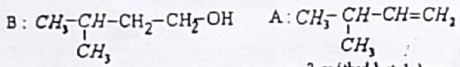
A étant un alcène alors M = 14n d'où n = 5. La formule brute est donc C_5H_{10}

b/ Formules sémi développées et noms



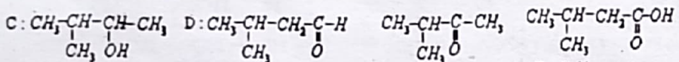
3-méthyl but-1-ène   2-méthyl but-2-ène   2-méthyl but-1-ène

2/ Identification de A



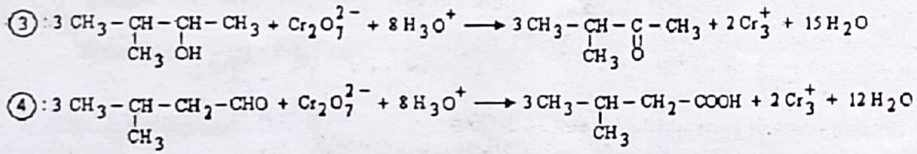
B : 3-méthyl butan-1-ol   A : 3-méthyl but-1-ène

3/ a/ Formule sémi développées et noms de C . D . E et F



C : 3-méthyl butan-2-ol   D : 3-méthyl butanal   E : 3-méthyl butan-2-one   F : Acide 3-méthyl butanoïque

b/ Equation bilan de la réaction



c/ Nom et formule de G

G : Cu_2O : oxyde de cuivre I

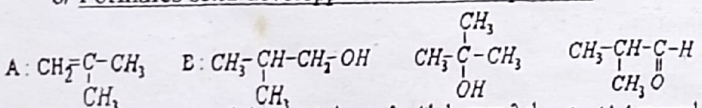
EXERCICE 135

1/ a/ Fonction chimique de C et classe de B et B'

C est un aldéhyde

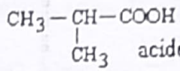
B est un alcool primaire et B' est un alcool tertiaire

b/ Formules sémi développées et noms des produits



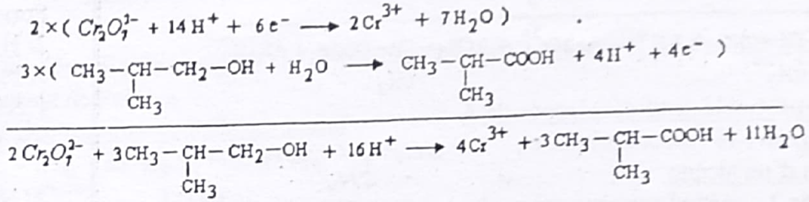
A : 2-méthyl propene   B : 2-méthyl propan-1-ol   2-méthyl propan-2-ol   2-méthyl propanal

2/ a/ Formule sémi développée et nom de D



acide 2 – méthyl propanoïque

b/ Equation bilan de la réaction



EXERCICE 136

1/ Noms et fonctions des composés

a : Propanal ; aldéhyde

b : Butanone ou Butan-2-one ; cétone

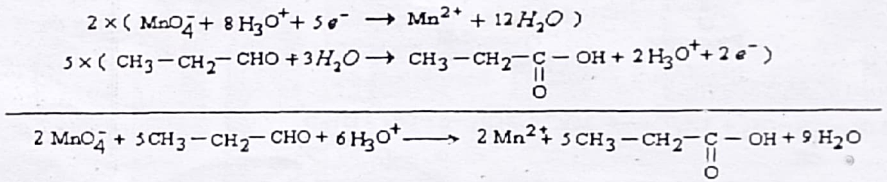
c : Butan-2-ol ; alcool secondaire

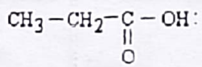
d : 2-méthyl propan-2-ol, alcool tertiaire

2/ Identification et justification

- flacon 1 : positif avec la D.N.P.H uniquement donc c'est une cétone ; Butan-2-one
- flacon 2 négatif avec tous les réactifs donc c'est l'alcool tertiaire ; 2-méthyl propan-2-ol
- flacon 3 positif avec tous les réactifs donc c'est un aldéhyde :propanal

3/ Equation bilan de la réaction

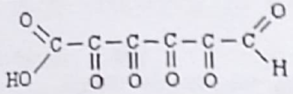




: Acide propanoïque

EXERCICE 137

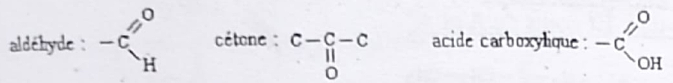
1) a- Formule développée de B



b- Nombre de fonctions de B

B possède 3 fonctions : aldéhyde, cétone, acide carboxylique.

c- Groupe caractéristique



2) a- Propriété de A mis en évidence

- C'est la propriété réductrice des aldéhydes car l'ion diamine argent I a été réduit en argent métal (Ag).
- Le groupe fonctionnel qui a réagi est l'aldéhyde dont le groupe fonctionnel est (– CHO).

b- Equation de la réaction

$$2(Ag(NH_3)_2^+ + e^- \rightarrow Ag + 2NH_3)$$

$$C_6H_{12}O_6 + 3OH^- \rightarrow C_6H_{11}O_7^- + 2H_2O + 2e^-$$

$$C_6H_{12}O_6 + 2Ag(NH_3)_2^+ + 3OH^- \rightarrow 2Ag + C_6H_{11}O_7^- + 2H_2O + 4NH_3$$

c- Concentration de A

$$n_{glucose} = \frac{n_{Ag}}{2} = \frac{m_{Ag}}{2M_{Ag}} = \frac{2,86}{2\times108} = 1,32.10^{-2}\ mol$$

$$C = \frac{n}{V} = \frac{1,32.10^{-2}}{10^{-1}} \quad soit \quad C = 1,32.10^{-1}\ mol.L^{-1}$$

2 - LES AMINES

EXERCICE 138

1/ Formules semi-développées, noms et classes

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$ butan - 1 - amine (amine primaire)

$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-NH_2$ butan-2-amine (primaire)

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-NH_2$ 2-méthylpropan-1-amine (primaire)

$CH_3-C(CH_3)_2-NH_2$ 2-méthylpropan-2-amine (primaire)

$CH_3-NH-CH_2-CH_2-CH_3$ N-méthylpropanamine (secondaire)

$CH_3-CH_2-NH-CH_2-CH_3$ diéthylamine (secondaire)

EXERCICE 139

1/ Formule générale d'une amine primaire

$C_xH_{2x+3}N$

2/ Formule brute de l'amine

$$\frac{M}{100} = \frac{14}{\%(N)} \Rightarrow \frac{12x+2x+3+14}{100} = \frac{14}{23,7} \quad soit \quad \frac{14x+17}{100} = \frac{14}{23,7} \quad d'où\ x = 3$$

Formule brute : C_3H_9N

3/ Formule semi développée et noms

$CH_3-CH_2-CH_2-NH_2$ Propan-1-amine

$CH_3-CH(NH_2)-CH_3$ Propan-2-amine

$CH_3-NH-CH_2-CH_3$ N-méthyl éthanamine

$CH_3-N(CH_3)-CH_3$ triméthylamine

4/ Identification de B

$CH_3-CH(NH_2)-CH_3$ propan - 2 - amine

EXERCICE 140

1) Formule brute en fonction de n

$C_nH_{2n+3}N$

% en masse d'azote en fonction de n

$$\frac{14}{\%N} = \frac{M}{100} \quad or \quad M = 14n+17 \quad soit \quad \%N = \frac{1400}{14n+17}$$

2) 2.1 Formule brute

$$\%N = \frac{m_N}{m_{amine}}\times100 = \frac{2,9}{15}\times100 \quad soit \quad N : 19,33\%$$

$$\%N\ \frac{1400}{14n+17} = 19,33 \Rightarrow 14n+17 = \frac{1400}{19,33} \Rightarrow 14n = 55,4 \Rightarrow n = 4 \quad d'où\ C_4H_{11}N$$

2.2 Formules semi-développées et noms des isomères

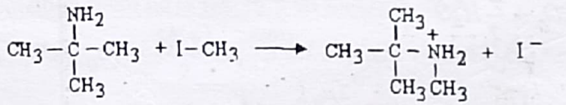
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-NH_2$ butan - 1 - amine

$CH_3-CH_2-CH(NH_2)-CH_3$ butan - 2 - amine

$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-NH_2$ 2 méthyl propan - 1 - amine

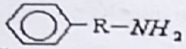
$CH_3-C(NH_2)(CH_3)-CH_3$ 2 - méthyl propan - 2 - amine

3) Equation de la réaction



EXERCICE 141

1/ Formule générale d'une amine aromatique

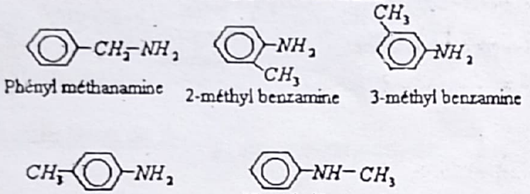


où R : $-C_nH_{2n}$; on peut aussi noté la molécule C_xH_yN. Ainsi on peut poser :
$x = 6 + n$ et $y = 2n + 7$ d'où $C_{n+6}H_{2n+7}N$

2/ a/ Détermination de n

$$\frac{M}{100} = \frac{14}{\%(N)} \Rightarrow \frac{12n+93}{100} = \frac{14}{13{,}08} \quad d'où\ n = 1$$

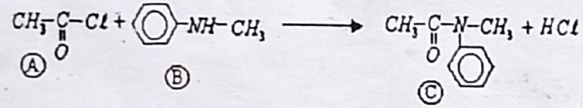
b/ Formules sémi développées et noms



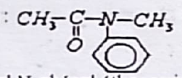
Phényl méthanamine — 2-méthyl benzamine — 3-méthyl benzamine

4-méthyl benzamine — N-méthyl benzamine ou N-phényl méthanamine

3/ Equation bilan



Produit obtenu :



N-méthyl N-phényl éthanamine

D'après l'équation $n_A = n_C$ donc $n_A = 0{,}1$ mol

3 - ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

EXERCICE 142

1.) 1.1

1.1.1. Equation-bilan

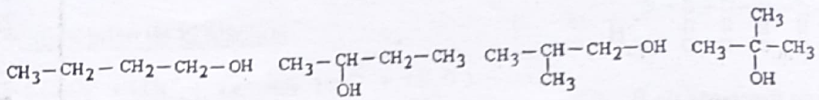
$$CxHyOz + (x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2})O_2 \rightarrow xCO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

1.1.2. Formule brute de A

$$\frac{n_{CO_2}}{x} = n_A \Rightarrow x = \frac{n_{CO_2}}{n_A} = \frac{m_{CO_2}}{M_{CO_2}.n_A} = \frac{176}{44 \times 1} = 4 \quad et \quad y = \frac{2n_{H_2O}}{n_A} = 10$$

$$4 + \frac{10}{4} - \frac{z}{2} = 6 \Rightarrow z = 1 \quad d'où\ la\ formule\ brute\ de\ A: C_4H_{10}O$$

1.1.3. Formules semi-dev. Possibles de A

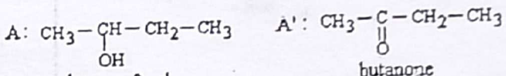


1.2

1.2.1 Fonction chimique de A'

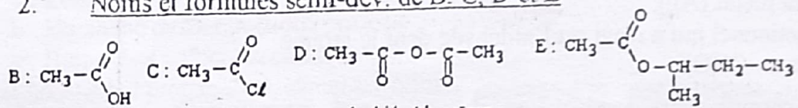
A alcool secondaire → A' est une cétone

1.2.2 Formules semi-dev. Et noms de A et A'



butan - 2- ol — butanone

2. Noms et formules semi-dev. de B, C, D et E

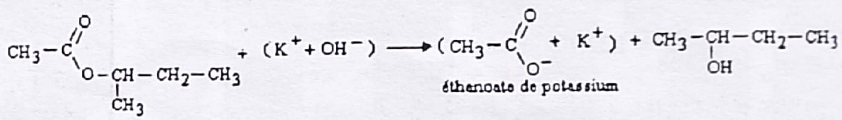


acide éthanoïque — chlorure d'éthanoyle — anhydride éthanoïque — éthanoate de 1-méthyl propyle

3. Nom de la réaction et équation-bilan

Réaction de saponification.

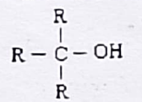
Equation



EXERCICE 143

1/ a/ Fonction chimique et groupe fonctionnel de B

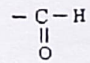
B : alcool tertiaire



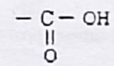
R groupe alkyle

b/ Fonction chimique et groupe fonctionnel de C_1 et C_2

C_1 : aldéhyde



C_2 : acide carboxylique



2/ Formule brute de A

$d = \dfrac{M}{29} \Rightarrow M = 14n = 29.d \Rightarrow n = \dfrac{29.d}{14}$; $A.N : n = 5$

Formule brute : C_5H_{10}

3/ Formules sémi développées et nom de A , C_1 et C_2

A : $CH_2=C(CH_3)-CH_2-CH_3$ 2-méthyl but-1-ène

C_1 : $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-H$ 2-méthyl butanal

C_2 : $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-OH$ acide 2-méthyl butanoïque

4/ a/ Equation bilan de la réaction

$$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-COOH + CH_3-CH_2-OH \rightleftharpoons CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-O-C_2H_5 + H_2O$$

b/ Caractéristiques de la réaction

Réaction lente, limitée et athermique.

EXERCICE 144

1/ Produit obtenu

$CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_3$ anhydride éthanoïque

$$CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_3 + CH_3OH \rightarrow CH_3-C(=O)-O-CH_3 + CH_3-C(=O)-OH$$

2/ Formules sémi développées et noms de A . B , C

A : $CH_3-COO-CO-CH_3$ anhydride éthanoïque

B : $CH_3-CH_2-COO-CO-CH_2-CH_3$ anhydride propanoïque

C : $CH_3-COO-CO-CH_2-CH_3$ anhydride éthanoïque-propanoïque

Equation bilan entre C et le méthanol

$$CH_3-C(=O)-O-C(=O)-CH_2-CH_3 + CH_3OH \rightarrow CH_3-C(=O)-O-CH_3 + CH_3-CH_2-C(=O)-OH$$

et

$$CH_3-CH_2-C(=O)-O-CH_3 + CH_3-C(=O)-OH$$

3/ Equation bilan de la réaction

$$CH_3-CH_2-C(=O)-Cl + CH_3-C(=O)-ONa \rightarrow CH_3-CH_2-C(=O)-O-C(=O)-CH_3 + NaCl$$

EXERCICE 145

1/ a/ Fonctions chimiques de C , X et D

C : ester ; X : chlorure d'acyle ; D : amide

b/ b.1/ Formule générale de D

D est une amide de formule brute $C_nH_{2n+1}OH$

b.2/ Formules sémi développées et nom de D

$M = 12n+2n+1+16+14 = 14n+31$ *donc* $n = \dfrac{M-31}{14} = 2$

Formule sémi développée :

c/ Formule sémi développée et nom de X et A

A : $CH_3-C(=O)-OH$ acide éthanoïque

X : $CH_3-C(=O)-Cl$ chlorure d'éthanoyle

2/ a/ Fonction chimique de E

E : aldéhyde

b/ Formule sémi développée et nom de B , E et C

B : alcool primaire $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ butan-1-ol

E : $CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-H$ butanal

C : $CH_3-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$ éthanoate de butyle

3/ Equation bilan de la réaction d'hydrolyse

$$CH_3-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3 + H_2O \rightleftharpoons CH_3-C(=O)-OH + CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$$

Caractéristiques : réaction lente , limitée et athermique

EXERCICE 146

1/ a/ Formule brute de l'ester

$$C_nH_{2n+1}COOC_{n'}H_{2n'+1}$$

b/ Formole brute en fonction de N

$C_{(N+1)}H_{2(N+1)}O_2$

2/ Equation bilan de la réaction en fonction de N

$$C_{(N+1)}H_{2(N+1)}O_2 + \frac{3N+1}{2}O_2 \rightarrow (N+1)CO_2 + (N+1)H_2O$$

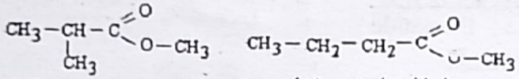
Formule brute de l'ester

$$n_E = \frac{m_{CO_2}}{(N+1)M_{CO_2}} \Rightarrow \frac{m_E}{M_E} = \frac{m_{CO_2}}{(N+1)M_{CO_2}} \quad ; \quad posons\ a = N+1$$

$$\frac{m_E}{M_E} = \frac{m_{CO_2}}{aM_{CO_2}} \quad \Rightarrow a = 5 \quad d'où\ N+1 = 5 \quad F.b: C_5H_{10}O_2$$

c/ Formules sémi développées et noms

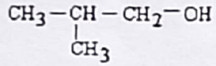
Si n = 3 et n' = 1 :



2-méthyl propanoate de méthyle — butanoate de méthyle

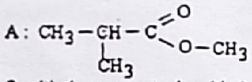
3/ a/ Formules sémi développées du méthanol et 2-méthyl propan-1-ol

CH_3-OH : méthanol

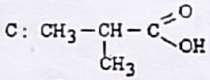


: 2-méthyl propan-1-ol

b/ Formules sémi développées et noms de C et A

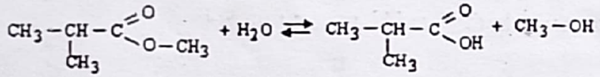


2-méthyl propanoate de méthyle



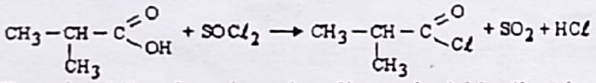
acide 2-méthyl propanoïque

c/ Equation bilan de la réaction d'hydrolyse

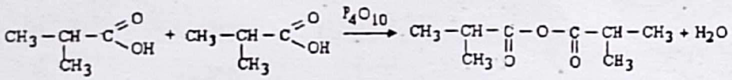


Caractéristiques : réaction lente, limitée et athermique.

4/ a/ Equation bilan de préparation d'un chlorure d'acide



b/ Equation bilan de préparation d'un anhydride d'acide



EXERCICE 147

1/ Formule brute de E

$$\frac{M}{100} = \frac{12x}{\%C} = \frac{y}{\%H} = \frac{32}{\%O} \quad \Rightarrow x = 7;\ y = 14 \ donc\ C_7H_{14}O_2$$

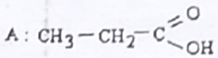
2/ a/ Réaction et caractéristiques

Nom : réaction d'hydrolyse d'un ester : réaction lente , limitée et athermique.

b/ Fonctions chimiques des corps obtenus

Acide carboxylique et alcool

3/ a/ Formule sémi développée et nom de A

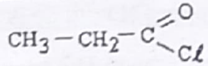


acide propanoïque

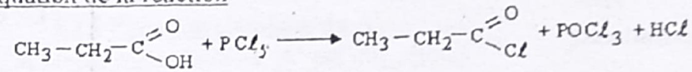
b/ Fonction chimique , nom et formule sémi développée du composé obtenu

Fonction : chlorure d'acyle

chlorure de propanoyle

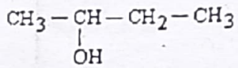


Equation de la réaction



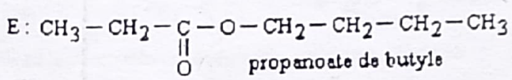
4/ Formule sémi développée et nom de B

Hypothèses : B est un alcool secondaire ; il possède 4 atomes de carbone



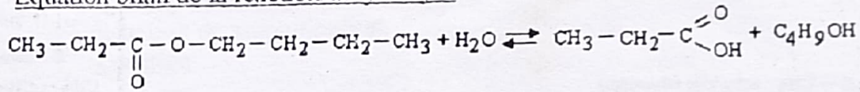
butan-2-ol

5/ Formule sémi développée et nom de E



propanoate de butyle

Equation bilan de la réaction d'hydrolyse



EXERCICE 148

1- a- Masse molaire de A

$$\frac{\%O}{16} = \frac{100}{M_A} \Rightarrow M_A = \frac{1600}{\%O} = \frac{1600}{18,6} = 86,02\,g.mol^{-1}$$

b- Formule brute de A

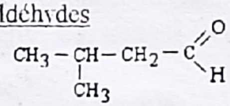
$$\frac{\%C}{12x} = \frac{\%H}{y} \ soit \ \frac{\%C}{\%H} = \frac{12x}{y} = 6 \Rightarrow y = 2x \ d'où\ C_xH_{2x}O$$

$M_A = 14x + 16 = 86,02 \Rightarrow x = 5$ *donc la formule brute est* $C_5H_{10}O$

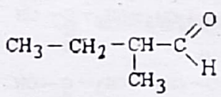
c- Formules semi-développées possibles et noms de A

A est un aldéhyde ou une cétone.

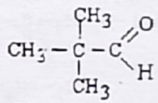
Aldéhydes



3 - méthyl butanal

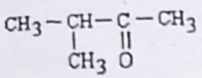


2 - méthyl butanal

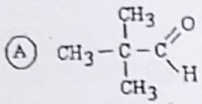


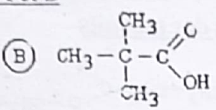
2,2 - diméthyl propanal

Cétone

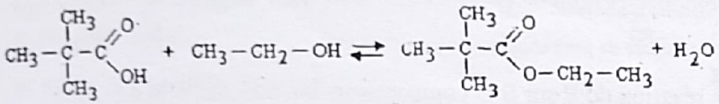

3 - méthyl butanone

2- Formules semi-dév. Et noms de A et B


2,2 - diméthyl propanal


acide 2,2 - diméthyl propanoïque

3- a- Equation bilan



Le produit obtenu est le 2,2 – diméthyl propanoate d'éthyle.

b- Affirmation exacte

Réaction lente et athermique.

4- a- Rôle de l'acide dans le mélange

L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur.

b- Réactif en excès

$$n_{éthanol} = \frac{m}{M} = \frac{4}{46} = 0{,}087\ mol$$

$n_{éthanol} < n_B$ donc B est en excès.

c- On chauffe le mélange pour accélérer la réaction.

d- Quantité de matière de l'ester formé

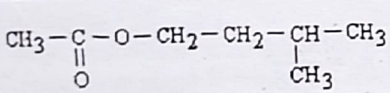
$n_{ester} = n_{éthanol} = 0{,}087$ mol.

e- Rendement de la réaction

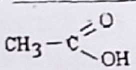
$$r = \frac{n_{ester\ formé\ en\ réalité}}{n_{ester\ qui\ se\ formerait}} = \frac{0{,}052}{0{,}087} = 0{,}6 \quad soit \quad 60\%.$$

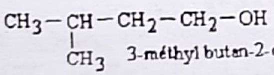
EXERCICE 149

1/ Formule sémi développée de l'éthanoate de 3-méthylbutyle

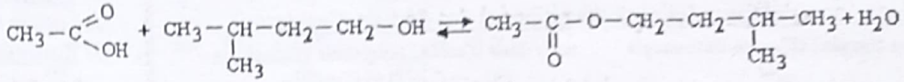

éthanoate de 3-méthyl butyle

2/ a/ Réactifs utilisés


acide éthanoïque


3-méthyl butan-2-ol

b/ Equation bilan de la réaction et caractéristiques



Caractéristiques : réaction lente, limitée et athermique.

3/ Volumes d'acide et d'alcool

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M} \Rightarrow V = \frac{n.M}{\rho}\ A.N : V_{ac.} = \frac{0{,}2\times60}{1000} = 12.10^{-3}\,L \quad V_{al} = \frac{0{,}2\times88}{800} = 0{,}022\,L$$

4/ a/ Quantité d'acide restant

$$n_{AC} = C_b.V_b = 0{,}067\ mol$$

b/ Quantité d'acide avant réagi

$$n_{ac.réagi} = n_{ac.i} - n_{ac.r} = 0{,}133\ mol$$

c/ Rendement de la réaction

$$r = \frac{n_{ac.réagi}}{n_{ac.i}} = 0{,}67$$

5/ Calcul du nouveau rendement

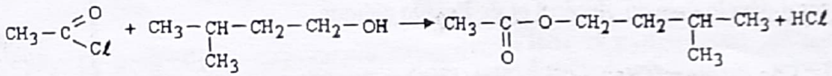
$$r' = \frac{n_{ester}}{n_{ac.}} = \frac{0{,}19}{0{,}2} = 0{,}95$$

6/ Proposition

Il faut faire réagir un chlorure d'acyle ou un anhydride d'acide avec un alcool.

Il faut changer l'acide carboxylique.

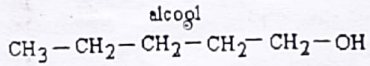
Equation de la réaction :



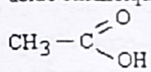
EXERCICE 150

1/ a/ Formules sémi développées des corps utilisés

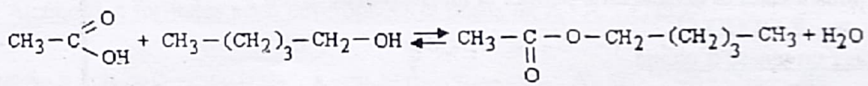
alcool



acide éthenoïque



b/ Equation bilan de la réaction



En nomenclature officielle, l'acétate d'amyle est appelé éthanoate de pentyle.

2/ a/ Quantité de matière de l'alcool estérifié et rendement

$$n_{al} = n_i - n_r = 0{,}33\,mol$$

b/ Evolution de la composition du mélange

La composition du mélange n'évolue plus car la limite est atteinte (équilibre chimique est atteint).

3/ a/ Fonctions, noms et formules sémi développées des dérivés d'acide

chlorure d'acyle : chlorure d'éthanoyle

$$CH_3-C\begin{smallmatrix}=O\\ -Cl\end{smallmatrix}$$

anhydride d'acide : anhydride éthanoïque

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_3$$

b/ Equations bilan des réactions

$$CH_3-C\begin{smallmatrix}=O\\ -Cl\end{smallmatrix} + CH_3-(CH_2)_3-CH_2-OH \longrightarrow CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-(CH_2)_3-CH_3 + HCl$$

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_3 + CH_3-(CH_2)_3-CH_2-OH \longrightarrow CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-(CH_2)_3-CH_3 + CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OH$$

c/ Rendement espéré

r = 1. La réaction est totale avec les dérivés d'acide (100 % de produit formé).

EXERCICE 151

1/ a/ Equation bilan de la réaction et nom de l'ester

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OH + CH_3-(CH_2)_2-CH_2-OH \rightleftarrows CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-(CH_2)_2-CH_3 + H_2O$$

Nom de l'ester formé : éthanoate de butyle.

b/ Equation bilan de la réaction

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-(CH_2)_2-CH_3 + KOH \longrightarrow CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OK + CH_3-(CH_2)_2-CH_2-OH$$

2/ a/ Formule sémi développée du glycérol et de l'acide oléique

glycérol

$$\underset{OH}{\underset{|}{CH_2}}-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-\underset{OH}{\underset{|}{CH_2}}$$

acide oléique

$$CH_3-(CH_2)_7-CH=CH-(CH_2)_7-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OH$$

b/ Equation bilan de la réaction de saponification

$$\begin{array}{l} R-COO-CH_2\\ \qquad\qquad\ \ |\\ R-COO-CH\\ \qquad\qquad\ \ |\\ R-COO-CH_2 \end{array} + 3KOH \longrightarrow 3R-COOK + \underset{OH}{\underset{|}{CH_2}}-\underset{OH}{\underset{|}{CH}}-\underset{OH}{\underset{|}{CH_2}}$$

La réaction entre l'ester et la base forte permet la fabrication de savon :

$R-COOK$ ou $R-COO^-;K^+$

c/ Pourcentage en masse d'oléine

$$n_E = \frac{n_{KOH}}{3} \Leftrightarrow \frac{m_E}{M_E} = \frac{m_{KOH}}{3M_{KOH}} \text{ donc } m_E = \frac{m_{KOH}}{3M_{KOH}}\times M_E = 0,806\,g$$

Pourcentage : $\%(E) = \frac{m_E\times 100}{1} = 80,6\%$

EXERCICE 152

1/ Fonctions chimiques de A . B . C . D

A : acide carboxylique ; B : alcool ; C : aldéhyde ; D : cétone

2/ Formules sémi développées et noms de A , B et C

A : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -OH\end{smallmatrix}$ acide propanoïque

B : $CH_3-CH_2-CH_2-OH$ propan-1-ol

C : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -H\end{smallmatrix}$ propanal

3/ Equation bilan de la réaction et noms des produits

$$CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -OH\end{smallmatrix} + CH_3-CH_2-CH_2-OH \rightleftarrows CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -O-CH_2-CH_2-CH_3\end{smallmatrix} + H_2O$$

Produits : propanoate de propyle et l'eau

Caractéristiques de la réaction : lente , limitée et athermique

4/ a/ Formule sémi développée et nom de E

E : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -Cl\end{smallmatrix}$ chlorure de propanoyle

b/ Equation bilan de la réaction de E sur B et comparaison

$$CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -Cl\end{smallmatrix} + CH_3-CH_2-CH_2-OH \longrightarrow CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -O-CH_2-CH_2-CH_3\end{smallmatrix} + HCl$$

A sur B : estérification directe

E sur B : estérification indirecte.

EXERCICE 153

1/ Formules sémi développées et noms des produits obtenus

$CH_3-C\begin{smallmatrix}=O\\ -O-CH_2-CH_3\end{smallmatrix}$ éthanoate d'éthyle

$H-C\begin{smallmatrix}=O\\ -O-CH_2-CH_2-CH_3\end{smallmatrix}$ méthanoate de propyle

$CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -O-CH_3\end{smallmatrix}$ propanoate de méthyle

2/ a/ Formules sémi développées et noms de X , Y et Z

X : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -OH\end{smallmatrix}$ acide propanoïque

Y : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -ONH_4\end{smallmatrix}$ propanoate d'ammonium

Z : $CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}=O\\ -NH_2\end{smallmatrix}$ propanamide

b/ Equations bilan des réactions

$$CH_3-CH_2-COOH + NH_3 \longrightarrow CH_3-CH_2-COONH_4$$

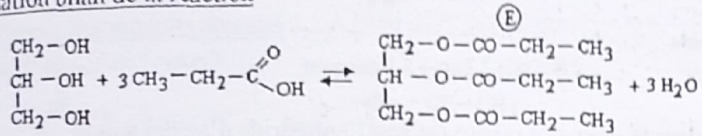
$$CH_3-CH_2-COONH_4 \xrightarrow{\triangle} CH_3-CH_2-CONH_2 + H_2O$$

c/ Masse du carboxylate d'ammonium utilisée

$$r = \frac{n_Z}{n_Y} \Rightarrow n_Y = \frac{n_Z}{r} \quad avec \quad n_Z = \frac{14,6}{73} = 0,2\ mol \quad soit \quad n_Y = \frac{0,2}{0,85}$$

$$on\ a\ donc \quad m_Y = M_Y\frac{n_Z}{r} \quad AN: \ m_Y = 91\times\frac{0,2}{0,85} = 21,4\,g$$

3/ Equation bilan de la réaction



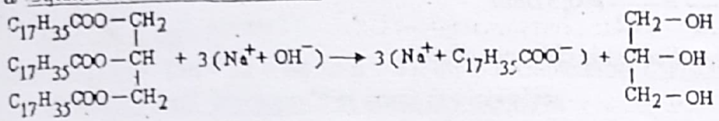
Le corps obtenu appartient à la famille des triesters ; corps gras

EXERCICE 154

1/ Nom de la réaction

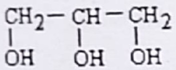
C'est la saponification

2/ a/ Equation bilan de la réaction



b/ Noms des produits obtenus

$C_{17}H_{35}COO^- + Na^+$: savon ou carboxylate de sodium



: glycérol ou propane - 1,2,3 - triol

3/ Propriétés de la réaction

Réaction lente et totale

4/ Réactif en excès

Soit n_1 la quantité de matière du corps gras : $n_1 = \dfrac{m}{M_1} = \dfrac{12}{890} = 0{,}013\,mol$

Soit n_2 la quantité de matière de la soude :

$n_2 = C.V = 2{,}5 \times 20.10^{-3} = 0{,}050\,mol$

D'après l'équation bilan de la réaction , il faut 3 mol de soude pour une mol de corps gras. Or $n_2 > 3.n_1$ donc la soude est en excès.

5/ Masse du composé A

La soude étant en excès alors tout le corps gras sera consommé ; soit n_s la quantité de matière de savon obtenu. D'après l'équation bilan: $n_s = 3n_1 \Rightarrow \dfrac{m_s}{M_s} = 3.n_1 \quad d'où \;\; m_s = 3.n_1.M_s = 11{,}93\,g.$

6/ Opérations à effectuer

1ère étape : estérification entre l'acide gras et le glycérol.

2ème étape :faire réagir le corps gras obtenu lors de la 1ère étape avec la soude.

EXERCICE 155

1/ a/ Equation bilan de la réaction acido basique

$$R-COOH + OH^- \rightarrow R-COO^- + H_2O$$

b/ Masse molaire et formule sémi développée de A

A l'équivalence : $n_A = n_{OH^-} = C_{OH^-}.V_{OH^-} = 0{,}005\,mol$

$$\frac{m_A}{M_A} = n_A \;\Rightarrow\; M_A = \frac{m_A}{n_A} = \frac{0{,}37}{0{,}005} = 74\,g.mol^{-1}$$

Soit $C_nH_{2n}O_2$ la formule brute de A : M = 14n + 32 d'où n = 3 donc la formule brute est $C_3H_6O_2$ $A : CH_3-CH_2-COOH$

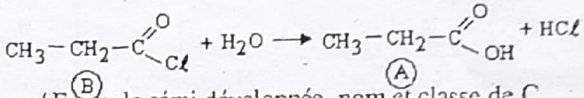
2/ a/ Groupement fonctionnel de B et nom

B : chlorure d'acyle : $-COC\ell$

Nom : chlorure de propanoyle

b/ Obtention de A

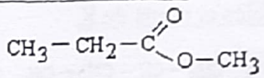
Par hydrolyse de B , on peut obtenir A.



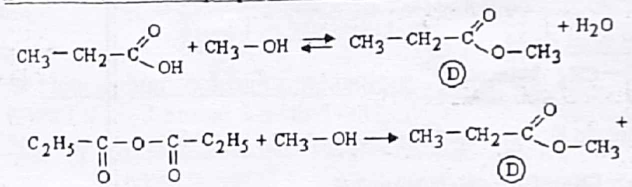
3/ a/ Formule sémi développée, nom et classe de C

$C: CH_3-OH$: méthanol ; alcool primaire

b/ Composé D obtenu par action de B sur C

propanoate de méthyle 

Deux méthodes de préparation de D



EXERCICE 156

1/ Classes des alcools A et A'

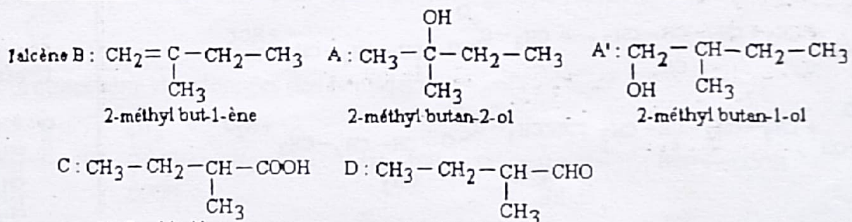
A : alcool tertiaire ; A' : alcool primaire

2/ Formule brute de C

Formule brute générale : $C_nH_{2n}O_2$ donc M = 14n + 32 d'où n = 5

F.b : $C_5H_{10}O_2$

3/ Alcène B et formules sémi développées et noms de A , A' , C et D



alcène B : 2-méthyl but-1-ène ; A : 2-méthyl butan-2-ol ; A' : 2-méthyl butan-1-ol

C : acide 2-méthyl butanoïque ; D : 2-méthyl butanal

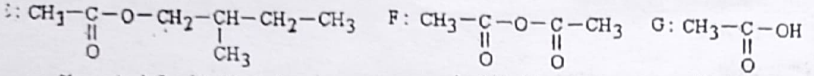
4/ 4.1/ Nature de F

F peut être un anhydride d'acide ou un chlorure d'acyle

4.2/ Formule brute de E

E : $C_nH_{2n}O_2$ et $\%H = \dfrac{2n+100}{M_x} \Rightarrow 10,8 = \dfrac{200n}{14n+32}$ donc $n=7$ F.b : $C_7H_{14}O_2$

4.3/ Formules sémi développées et noms E , F , G



éthanoate de 2-méthyl buthyle — anhydride éthanoïque — acide éthanoïque

EXERCICE 157

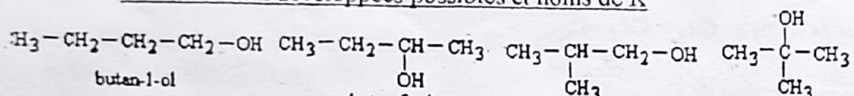
1/ Formule brute de X

$$M = 14n+32 \Rightarrow n = \frac{M-32}{14} = 6 \quad \text{donc } F.b: C_6H_{12}O_2$$

2/ 2.1/ Famille du composé K

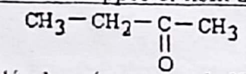
K est un alcool. Il possède 4 atomes de carbone

2.2/ Formules sémi développées possibles et noms de K



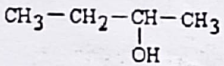
butan-1-ol — butan-2-ol — 2-méthyl propan-1-ol — 2-méthyl propan-2-ol

2.3/ 1/ Formule sémi développée et nom de M

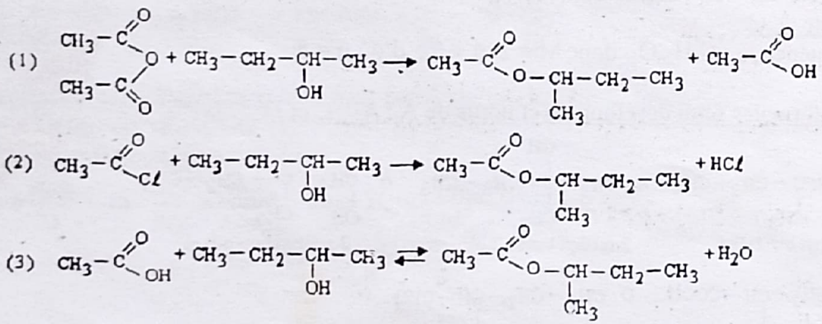
M est une cétone  butanone

2.3.2/ Formule sémi développée et nom de K

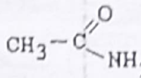
K est un alcool secondaire

 butan-2-ol

2.4/Equation bilan de chaque réaction



Formule sémi développée et nom de N

 éthanamide

3/ 3.1/ Procédé utilisé

La réaction étant totale alors le composé utilisé est soit l'anhydride d'acide soit le chlorure d'acyle.

quantité de matière de chaque composé :

$$Chlorure\ d'acyle: n = \frac{m}{M} = \frac{31,4}{78,5} = 0,4\,mol$$

$$Anhydride\ d'acide: n = \frac{m}{M} = \frac{31,4}{102} = 0,31\,mol$$

$n_B > n_K$ donc le composé utilisé est le chlorure d'acyle.

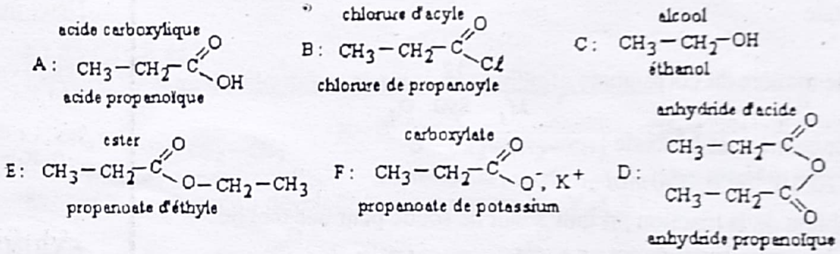
3.2/ masse de X

$$n_B = n_X \quad soit \quad \frac{m_B}{M_B} = \frac{m_X}{M_X} \Rightarrow m_X = n_B M_X = 116 \times 0,35 = 40,6\,g.$$

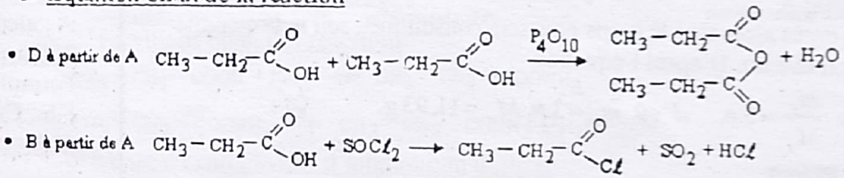
remarque : 0,35 mol de B réagit avec la même quantité de K

EXERCICE 158

1/ Identification des les produits



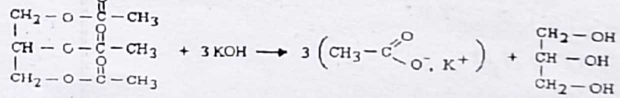
2/ Equation bilan de la réaction



3/ 3.1/ Nom de la réaction

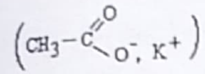
C'est la réaction de saponification

3.2/ Equation bilan de la réaction

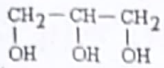


3.3/ Noms des produits obtenus

éthanoate de potassium (savon)



propane-1,2,3-triol (glycérol)



3.4/ Masse de savon obtenu

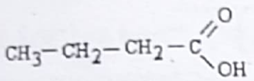
$$\frac{n_{KOH}}{3}=\frac{n_{savon}}{3} \Rightarrow \frac{m_{KOH}}{M_{KOH}}=\frac{m_{savon}}{M_{savon}} \Rightarrow m_{savon}=\frac{m_{KOH}.M_{sav}}{M_{KOH}}=6,07\,kg$$

EXERCICE 159

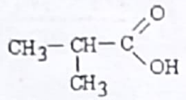
1. 1.1 Formule brute

M ($C_nH_{2n}O_2$) = 14n + 32 = 88 ⇒ n = 4 d'où la formule brute $C_4H_8O_2$.

1.2 Formules semi-développée et noms des isomères



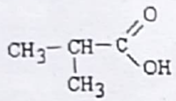
acide butanoïque



acide 2-méthyl propanoïque

1.3 Identification de A

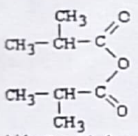
A :



acide 2-méthyl propanoïque

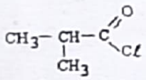
2. 2.1 Formules semi-développées et noms de B, C, D, E et F

B



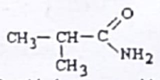
anhydride 2-méthyl propanoïque

C



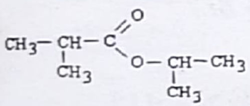
chlorure de 2-méthyl propanoyle

D



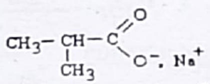
2-méthyl propanamide

E



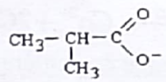
2-méthyl propanoate de 1-méthyl éthyle
ou 2-méthyl propanoate d'isopropyle

F



2-méthyl propanoate de sodium

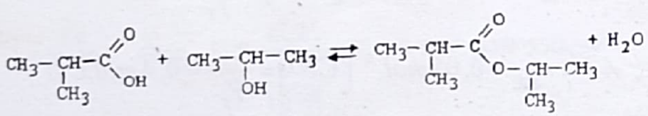
ou



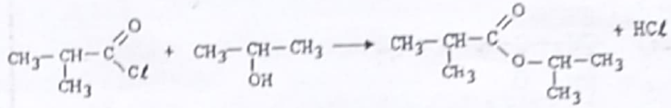
ou ion 2-méthyl propanoate

2.2 Equations bilan de 1 et 5

(1)



(5)

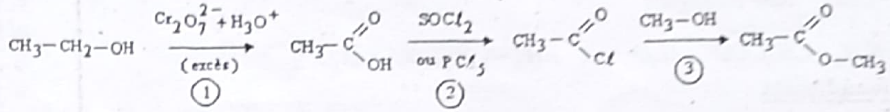


2.3 Noms et caractéristiques des réactions 1 et 5

(1) : réaction d'estérification directe : lente, limitée et athermique.

(5) : réaction d'estérification indirecte : rapide, totale et exothermique.

3. Réactions possibles

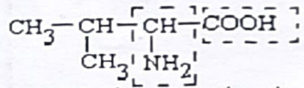


N.B Au (2) on peut utiliser P_4O_{10} à la place de $SOCl_2$ ou PCl_5 pour synthétiser l'anhydrique éthanoïque et avoir aussi un bon rendement (la réaction est totale et rapide).

4 - ACIDES α-AMINES

EXERCICE 160

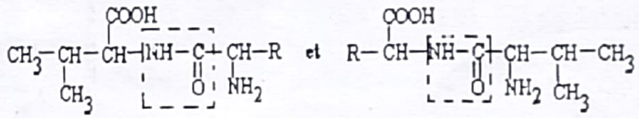
1/ a/ Encadrement du groupe fonctionnel



b/ Nom en nomenclature systématique

C'est l'acide 2-amino 3-méthyl butanoïque

2/ a/ Formules sémi développées des peptides



Liaison peptidique : liaison formé entre le carbone du groupe carbonyle du premier acide α-aminé et l'azote du second

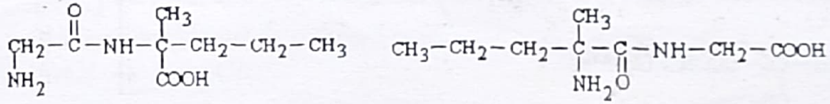
b/ Détermination de R

M = 7 × 12 +13 + 3 × 16 + 14 × 2 + M (R) donc M (R) = 15

soit 14n + 1 = 15 d'où n = 1 ⇒ R est CH_3- : groupe méthyle

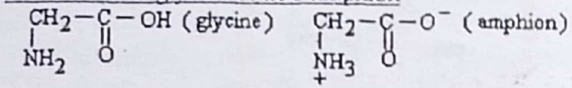
EXERCICE 161

Formules sémi développées des peptides



EXERCICE 162

1/ Formule de la glycine et de l'amphion



2/ Acide conjugué de l'amphion

$\overset{+}{N}H_3-CH_2COOH$ *acide conjugué*

Equation : $\overset{+}{N}H_3-CH_2COO^-+H_3O^+ \rightleftarrows \overset{+}{N}H_3-CH_2COOH+H_2O$

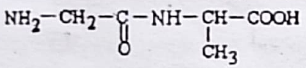
$NH_2-CH_2-COO^-$ *base conjuguée*

Equation : $\overset{+}{N}H_3-CH_2COO^-+H_2O \rightleftarrows NH_2-CH_2COO^-+H_3O^+$

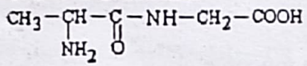
3/ Espèces minoritaires

- Pour pH = 5 : amphion est majoritaire $\overset{+}{N}H_3-CH_2-COO^-$
- Pour pH = 11 :forme basique domine $NH_2-CH_2-COO^-$
- Pour pH = 1 < 2,3 : forme acide majoritaire $\overset{+}{N}H_3-CH_2-COOH$

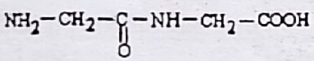
4/ Formules sémi développées des dipeptides possibles



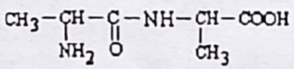
H - Gly - Ala - OH



H - Ala - Gly - OH



H - Gly - Gly - OH



H - Ala - Ala - OH

EXERCICE 163

1/ Formules sémi développées des dipeptides

$A_1 : H_2N-CH_2-CONH-CH(CH_3)-COOH$

$A_2 : H_2N-CH(CH_3)-CONH-CH_2-COOH$

2/ a/ Formules possibles du composé C

$C_1 : OH-CH_2-CONH-CH(CH_3)-COOH$

$C_2 : OH-CH(CH_3)-CONH-CH_2-COOH$

b/ Equation de la réaction d'hydrolyse

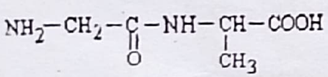
pour C_1 : $HO-CH_2-CO_2H$ *et* $H_2N-CH(CH_3)-CO_2H$; *acide glycoline*

pour C_2 : $HO-CH(CH_3)-CO_2H$ *et* $H_2N-CH_2-CO_2H$

C correspond donc à la formule C_1.

c/ Formule sémi développée de A

A correspond à A_1



: Gly-Ala

CHIMIE MINERALE

1 - SOLUTIONS AQUEUSES

EXERCICE 164

a/ Calcul du volume V_1

- Equations bilan :

* $Na_2SO_4 \xrightarrow{H_2O} 2Na^+ + SO_4^{2-}$ * $NaNO_3 \xrightarrow{H_2O} Na^+ + NO_3^-$

* $Ca(OH)_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2OH^-$

- Calcul : $[Na^+] = \dfrac{2C_1.V_1 + C_2.V_2}{V_1+V_2+V_3} \Rightarrow V_1 = \dfrac{(V_2+V_3).[Na^+] - C_2.V_2}{2C_1 - [Na^+]}$

AN : $V_1 = 0,1$ L soit 100 cm^3

b/ Calcul des concentrations des ions

$[SO_4^{2-}] = \dfrac{C_1.V_1}{V_1+V_2+V_3} = 0,025\,mol.L^{-1}$ $[NO_3^-] = \dfrac{C_2.V_2}{V_T} = 0,04\,mol.L^{-1}$

$[Ca^{2+}] = \dfrac{C_3.V_3}{V_T} = 0,025\,mol.L^{-1}$ $[OH^-] = \dfrac{2C_3.V_3}{V_T} = 0,05\,mol.L^{-1}$

c/ Calcul du pH de la solution

$pH = -\log[H_3O^+] = -\log(\dfrac{Ke}{[OH^-]}) = 12,7$

EXERCICE 165

1/ Equations bilan des réactions

* $NaC\ell \xrightarrow{H_2O} Na^+ + C\ell^-$ * $CaBr_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2Br^-$

* $CaC\ell_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2C\ell^-$ * $NaBr \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Br^-$

2/ Calcul des quantité de matière et concentration

- $n_{Na^+} = C_1.V_1 + \dfrac{m_4}{M_4}$; $A.N : n_{Na^+} = 0,03\,mol$ $[Na^+] = \dfrac{n_{Na^+}}{V_T} = 0,24\,mol.L^{-1}$
- $n_{Ca^{2+}} = C_2.V_2 + n_3$; $A.N : n_{Ca^{2+}} = 0,0275\,mol$ $[Ca^{2+}] = \dfrac{n_{Ca^{2+}}}{V_T} = 0,22\,mol.L^{-1}$
- $n_{C\ell^-} = C_1.V_1 + 2n_3$; $A.N : n_{C\ell^-} = 0,05\,mol$ $[C\ell^-] = \dfrac{n_{C\ell^-}}{V_T} = 0,4\,mol.L^{-1}$

• $n_{Br^-} = 2C_2V_2 + n_4$; $A.N : n_{Br^-} = 0,035\,mol$ $[Br^-] = \frac{n_{Br^-}}{V_T} = 0,28\,mol.L^{-1}$

3/ Vérification de l'électroneutralité

$2[Ca^{2+}]+[Na^+]=0,68\,mol.L^{-1}$ et $[C\ell^-]+[Br^-]=0,68\,mol.L^{-1}$

$\Rightarrow 2[Ca^{2+}]+[Na^+]=[C\ell^-]+[Br^-]$

La solution est donc électriquement neutre.

EXERCICE 166

1/ Equation bilan de la réaction de dissociation

$$FeSO_4,(NH_4)_2SO_4,6H_2O \xrightarrow{H_2O} Fe^{2+}+2NH_4^+ +2SO_4^{2-}+6H_2O$$

2/ Calcul des concentrations molaires et Electroneutralité

$[Fe^{2+}] = \frac{m_T}{M_X V}$ avec $X = Fe(SO_4),(NH_4)_2SO_4,6H_2O$

A.N: $[Fe^{2+}]=0,2\,mol.L^{-1}$ $[NH_4^+] = \frac{2m_T}{M_X V} = 0,4\,mol.L^{-1}$ $[SO_4^{2-}] = 0,4\,mol.L^{-1}$

Electroneutralité

$2[Fe^{2+}]+[NH_4^+]=0,8\,mol.L^{-1}$ et $[SO_4^{2-}]=0,8\,mol.L^{-1}$

$\Rightarrow 2[Fe^{2+}]+[NH_4^+]=[SO_4^{2-}]$

La solution est électriquement neutre

3/ a/ Calcul des concentrations

Espèces présentes : Fe^{2+} ; SO_4^{2-} ; NH_4^+ ; Na^+ ; OH^-

$[Fe^{2+}] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = 0,08\,mol.L^{-1}$ $[NH_4^+] = \frac{2C_1V_1}{V_T} = 0,16\,mol.L^{-1}$

$[Na^+] = [OH^-] = \frac{C_2V_2}{V_T} = 1,2.10^{-4}\,mol.L^{-1}$ $[SO_4^{2-}] = \frac{2C_1V_1}{V_T} = 0,16\,mol.L^{-1}$

b/ Calcul du pH de la solution

$pH = -\ell og[H_3O^+] = -\ell og(\frac{Ke}{[OH^-]}) = 10,1$

4/ Volume V' à prélever

$S_1\begin{cases}V'\\C_1=2.10^{-1}\,mol.L^{-1}\end{cases}$; $S_2\begin{cases}V_2=30\,cm^3\\C_2=2.10^{-4}\,mol.L^{-1}\end{cases}$; $S\begin{cases}V_T=V'+V_2\\pH=9\end{cases}$

$n_i(OH^-)=n_f(OH^-) \Rightarrow C_2V_2=[OH^-].(V'+V_2)$ d'où $V' = \frac{C_2V_2}{[OH^-]_f} - V_2$

or $[OH^-] = \frac{Ke}{10^{-pH}}$ donc $V' = \frac{C_2V_2}{\frac{Ke}{10^{-pH}}} - V_2 = 0,57\,L$ soit $570\,cm^3$

EXERCICE 167

1/ Volumes des solutions et masse du solide

• Equations des réactions:

(1) : $KNO_3 \rightarrow K^+ + NO_3^-$ (2) : $Ca(NO_3)_2 \rightarrow Ca^{2+}+2NO_3^-$

(3) : $KC\ell \rightarrow K^+ + C\ell^-$ (4) : $MgC\ell_2,6H_2O \rightarrow Mg^{2+}+2C\ell^- +6H_2O$

• Calcul des volumes : $n_{NO_3^-} = n_1+2n_2 = n_1+2n_{Ca^{2+}}$ donc $n_1 = n_{NO_3^-} - 2n_{Ca^{2+}}$

soit $\frac{n_1}{V_T} = [NO_3^-]-2[Ca^{2+}] \Rightarrow \frac{C_1V_1}{V_T} = [NO_3^-]-2[Ca^{2+}]$

d'où $V_1 = \frac{V_T}{C_1}([NO_3^-]-2[Ca^{2+}])$; $A.N : V_1 = 0,1L$

$n_{K^+} = n_1+n_3 \Rightarrow n_3 = n_{K^+} - n_1$ en procédant

comme précédemment $V_3 = \frac{V_T}{C_3}([K^+]-C_1V_1) = 0,2L$

• $n_2 = n_{Ca^{2+}} \Rightarrow \frac{C_2V_2}{V_T} = [Ca^{2+}]$ d'où $V_2 = \frac{V_T}{C_2}.[Ca^{2+}] = 0,125\,L$

$n_4 = n_{Mg^{2+}} \Rightarrow \frac{n_4}{V_T} = [Mg^{2+}]$ d'où $\frac{m_4}{M_4V_T} = [Mg^{2+}]$

$m_4 = M_4 V_T.[Mg^{2+}] = 40,66\,g$

2/ Calcul de la concentration molaire de $C\ell^-$

$[C\ell^-] = \frac{C_3V_3}{V_T} + \frac{2m_4}{M_4} = 0,6\,mol.L^{-1}$

3/ Vérification de l'électroneutralité

$2[Mg^{2+}]+[K^+]=0,85\,mol.L^{-1}$ et $[C\ell^-]+[NO_3^-]=0,85\,mol.L^{-1}$

$\Rightarrow 2[Mg^{2+}]+[K^+]=[C\ell^-]+[NO_3^-]$

La solution est donc électriquement neutre.

EXERCICE 168

1/ Masse du composé

m = n.M

Au cours de la dissolution, il y a conservation de la quantité de matière d'où n = $C.V_S$ donc m = $C.V_S.M$ = 16,1 g.

2/ Calcul des concentrations molaires

$Na_2SO_4)_2 \rightarrow 2Na^+ + SO_4^{2-}$

$[Na^+]=2C=0,2\times 2=0,4\,mol.L^{-1}$ et $[SO_4^{2-}]=C=0,2\,mol.L^{-1}$

3/ Masse du chlorure de sodium à peser

$NaC\ell \rightarrow Na^+ + C\ell^-$

$m = n_{NaCl} M_{NaCl} = [NaC\ell] V_S M_{NaCl}$

D'après l'équation $[NaC\ell] = [Na^+]$ donc $m = [Na^+] V_S M_{NaCl} = 2{,}34\ g$

2 - ACIDE FORT BASE FORTE

EXERCICE 169

1/pH de la solution B

$n(H_3O^+) = n_A(H_3O^+) + n_B(H_3O^+)$

$C_f V_f = C_A V_A + C_B V_B$ soit $10^{-pH}.(V_A + V_B) = 10^{-pH_A} V_A + 10^{-pH_B} V_B$

$\Rightarrow 10^{-pH_B} = \dfrac{10^{-pH}(V_A + V_B) - 10^{-pH_A} V_A}{V_B} = 5{,}33.10^{-4}$

$pH_B = -\ell og[H_3O^+] = -\ell og(5{,}33.10^{-4}) = 3{,}3$

2/ pH de la solution finale

$n_f(H_3O^+) = n_1(H_3O^+) + n_2(H_3O^+)$

$C.V = C_1 V_1 + C_2 V_2$ soit $10^{-pH}.(V_1 + V_2) = 10^{-pH_1} V_1 + 10^{-pH_2} V_2$

$\Rightarrow 10^{-pH} = \dfrac{10^{-pH_1}.V_1 + 10^{-pH_2}.V_2}{V_1 + V_2} = 3{,}7.10^{-4}$ soit $pH = 3{,}4$

EXERCICE 170

1/ a/ Equation bilan de la réaction de dissolution

$HC\ell + H_2O \rightarrow H_3O^+ + C\ell^-$

b/ Masse de chlorure d'hydrogène dissous

$C_1 V_1 = \dfrac{m_1}{M_1} \Rightarrow m_1 = C_1 V_1 M_1$; $A.N : m_1 = 0{,}23\ g$

2/ a/ Inventaire des espèces chimiques

- équations :

$(1) : HC\ell + H_2O \rightarrow H_3O^+ + C\ell^-$ $(2) : HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$

$(3) : NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

- espèces : H_3O^+ ; Na^+ ; $C\ell^-$; NO_3^- ; OH^-

b/ Espèces susceptibles de réagir

Ce sont H_3O^+ ; OH^-

c/ Equation bilan de la réaction

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$

d/ Calcul des quantité de matière

$(S_1) : n(H_3O^+) = C_1 V_1 = n(C\ell^-) = 3.10^{-4}\ mol$

$(S_2) : n(H_3O^+) = C_2 V_2 = n(NO_3^-) = 10^{-3}\ mol$

$(S_3) : n(Na^+) = C_3 V_3 = n(OH^-) = 5.10^{-4}\ mol$

c/ Calcul des quantités de matières des espèces présentes dans S

$n(C\ell^-) = C_1 V_1 = 3.10^{-4}\ mol$; $n(NO_3^-) = C_2 V_2 = 10^{-3}\ mol$

$n(Na^+) = C_3 V_3 = 5.10^{-4}\ mol$

$n(H_3O^+) = C_1 V_1 + C_2 V_2 - C_3 V_3 = 8.10^{-4}\ mol$

f/ Détermination du pH de la solution

$pH = -\ell og[H_3O^+] = -\ell og(\dfrac{8.10^{-4}}{40.10^{-3}}) = 1{,}7$

EXERCICE 171

1/ Concentration de la solution commerciale

La quantité de matière d'acide pur contenu dans le mélange est tel que :

$n_{pur} = 35\% \times n_c \Rightarrow C.V = \dfrac{35 \times \rho \times V}{100 \times M}$ avec $d = \dfrac{\rho}{\rho_e} = 1{,}18$

$C = \dfrac{d.\rho_{eau} \times 35}{100 M}$; $A.N : C = \dfrac{1{,}18.10^3 \times 35}{100 \times 36{,}5} = 11{,}31\ mol.L^{-1}$

2/ Détermination du volume V

La dissolution conserve la quantité de matière donc $n_i = n_f$

$C_i.V = C_f.V_f \Rightarrow V = \dfrac{C_f.V_f}{C_i} = \dfrac{1 \times 0{,}5}{11{,}31} = 0{,}044\ L$

EXERCICE 172

1/ pH de la solution finale

$S_1 \begin{cases} m_1 = 0{,}8\ g \\ V_1 = 500\ mL \end{cases}$; $S_A \begin{cases} pH_2 = 12 \\ V_2 = 1L \end{cases}$; $S \begin{cases} pH = ? \\ V = V_1 + V_2 \end{cases}$

$n(OH^-) = n_1(OH^-) + n_2(OH^-)$

$[OH^-] = \dfrac{\frac{m_1}{M_1} + C_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow [OH^-] = \dfrac{\frac{m_1}{M_1} + 10^{pH_2 - 14} V_2}{V_1 + V_2}$

A.N : $[OH^-] = 0{,}02\ mol.L^{-1}$ donc $pH = -\ell og[H_3O^+] = 14 + \ell og[OH^-] = 12{,}3$

2/ pH du mélange

$n(OH^-) = n_1(OH^-) + n_2(OH^-)$

$[OH^-] = \dfrac{C_1.V_1 + C_2.V_2}{V_1 + V_2} = \dfrac{10^{pH_1 - 14}.V_1 + 10^{pH_2 - 14}.V_2}{V_1 + V_2}$

A.N : $[OH^-] = 2,44.10^{-3}$ mol.L^{-1}

donc $pH = -\ell og[H_3O^+] = 14 + \ell og[OH^-] = 11,4$

EXERCICE 173

1/ Equation bilan de la réaction

$$Ca(OH)_2 \xrightarrow{H_2O} Ca^{2+} + 2OH^-$$

2/ Calcul de la concentration molaire

$c = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV}$; $A.N : c = 1,35.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$[OH^-] = 2c = 2,7.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$pH = 14 + \ell og[OH^-] = 12,4$

3/ pH de la solution B

$S_A\begin{cases} c_A = 1,35\ mol.L^{-1} \\ V_A = 500\ mL \end{cases}$; $S_B\begin{cases} pH_B = ? \\ V_B = 500\ mL \end{cases}$; $S\begin{cases} pH = 12,2 \\ V = V_A + V_B \end{cases}$

$n(OH^-) = n_A(OH^-) + n_B(OH^-)$

$CV = 2C_AV_A + C_BV_B \Rightarrow C_B = \frac{CV - 2C_AV_A}{V_B} = \frac{10^{pH-14}V - 2C_AV_A}{V_B} = 4,7.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$pH = 14 + \ell og C_B = 11,7.$

EXERCICE 174

1/ a/ Concentration molaire de la solution de potasse

KOH est une base forte donc $pH = 14 + \ell og C \Rightarrow C = 10^{pH-14} = 0,2\ mol.L^{-1}$

b/ Pureté de la potasse artisanale

- Masse de potasse pur est telle que :

$$C = \frac{n_p}{V} = \frac{m_p}{MV} \Rightarrow m_p = C.V.M = 1,14\ g$$

- Pureté : $\%(KOH) = \frac{m_p}{m_t} \times 100 = 20,36\%$

2/ a/ Concentration molaire des espèces présentes

- Equations :

$(1) : KOH \rightarrow K^+ + OH^-$ $(2) : NaC\ell \rightarrow Na^+ + C\ell^-$

$(3) : HC\ell + H_2O \rightarrow H_3O^+ + C\ell^-$

- Calcul de $n(H_3O^+)$ et $n(OH^-)$ initiales :

$n(OH^-) = CV = 4.10^{-3}\ mol.L^{-1}$; $n(H_3O^+) = C_2V_2 = 8.10^{-3}\ mol.L^{-1}$.

$n_i(H_3O^+) > n_i(OH^-)$ donc $n_r(H_3O^+) = n_i(H_3O^+) - n_i(OH^-) = 4.10^{-3}$ mol car il y a réaction totale entre H_3O^+ et OH^-

- Calcul des concentrations molaires :

$[H_3O^+] = 0,05\ mol.L^{-1}$; $[K^+] = \frac{CV}{V_1 + V_2 + V_3} = 0,05\ mol.L^{-1}$

$[Na^+] = \frac{C_1V_1}{V_T} = 0,025\ mol.L^{-1}$, $[OH^-] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_T} = 0,125\ mol.L^{-1}$

b/ Nature de la solution obtenue

$n(H_3O^+) \rangle\rangle\ n(OH^-)$: la solution est acide.

c/ pH de la solution

$pH = -\ell og[H_3O^+] = 1,3$

EXERCICE 175

1/ Concentration molaire des ions

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$[K^+] = \frac{C_1V_1}{V_1 + V_2} = 9,52.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$[K^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Br^-] \Rightarrow [Br^-] = [K^+] + [H_3O^+] - [OH^-] = 8,52.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

2/ Concentration molaire de la solution

$[Br^-] = \frac{C.V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow C = \frac{[Br^-](V_1 + V_2)}{V_2} = 0,18\ mol.L^{-1}$

3/ Volume d'acide bromhydrique à ajouter

A l'équivalence :

$C_a.V_a = C_b.V_b$ càd $C_a(V_2 + V') = C_1V_1 \Rightarrow V' = \frac{C_1V_1}{C} - V_2 = 0,5\ cm^3$

4/ pH de la solution d'acide bromhydrique

$pH = -\ell og C = 0,7$

EXERCICE 176

1/ a/ Concentration molaire de la solution S

$pH = -\ell og C \Rightarrow C = 10^{-pH} = 7,94.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

b/ Encadrement de la concentration

$2 \le pH \le 2,2$ soit $10^{-2,2} \le C \le 10^{-2}$

$6,31.10^{-3}\ mol.L^{-1} \le C \le 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2/ a/ pH de la solution

$pH = -\ell og C$ avec $C = \frac{V_f}{V_{mol}.V_S} = 8.10^{-3}\ mol.L^{-1}$ donc $pH = 2,1$

b/ pH du point d'équivalence

- pH au point d'équivalence est égal à 7 car il s'agit du mélange d'un acide fort et d'une base forte.

- Indicateur coloré convenable est le bleu de bromothymol.
- Concentration de S : à l'équivalence $C_a.V_a = C_b.V_b$

$$\Rightarrow C_a = \frac{C_b.V_b}{V_a} = 8,2.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$6,31.10^{-3}\ mol.L^{-1} < C_a < 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

EXERCICE 177

1/ Concentration C_0 de la solution commerciale

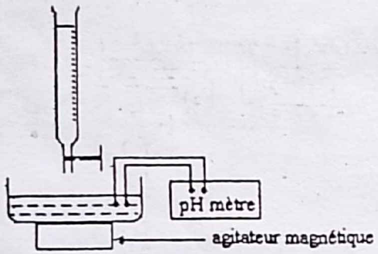
$$C_0 = \frac{\%(HC\ell).\rho}{100M} \quad ; \quad A.N : C_0 = 12,06\ mol.L^{-1}$$

2/ Concentration C_S de la solution S

La dilution conserve la quantité de matière donc $n_i = n_f$

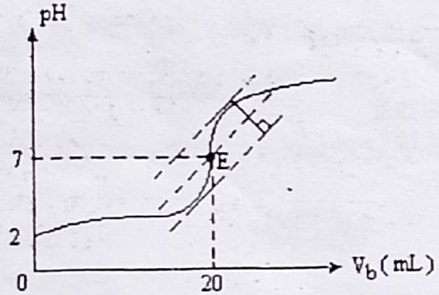
$$C_0.V_0 = C_S.V_S \quad \Rightarrow C_S = \frac{C_0.V_0}{C_S} = \frac{12 \times 1,7.10^{-3}}{2} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

3/ a/ Schéma du dispositif expérimental



b/ Graphe pH = f (Vb)

- Courbe à réaliser sur papier millimétré par l'élève.



c/ Détermination graphique des points d'équivalence

Coordonnées : $E \begin{cases} V_{bE} = 20\,mL \\ pH_E = 7 \end{cases}$

d/ Concentration molaire Ca de la solution acide

à l'équivalence :

$$n_a = n_b \quad \Leftrightarrow C_a.V_a = C_b.V_{bE} \quad càd \ C_a = \frac{C_b.V_{bE}}{V_a} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

e/ Equation bilan de la réaction et masse du composé obtenu

- $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$
- Masse du composé obtenu : après évaporation , il se forme du chlorure de sodium $NaC\ell$.

$$n(NaC\ell) = n(H_3O^+) \quad d'où \ \frac{m}{M} = C_a.V_a \Rightarrow m = C_a.V_a.M = 1,17.10^{-2}\ g.$$

EXERCICE 178

1/ a/ Calcul du volume d'eau

La quantité de matière de A se retrouve après la dilution : elle est constante ; soit n_A cette quantité.

$$n_A = C_i.V_i = C_f.V_f \quad avec \ V_f = V_i + V_{eau}$$

$$d'où \ V_{eau} = V_i.(\frac{C_i}{C_f} - 1) = V_i.(x-1)$$

b/ Calcul du volume d'eau

- dilution au 10ème : pour une telle dilution , x = 10 donc $V_{eau} = 9.V_i$
- dilution au 100ème : x = 100 et $V_{eau} = 99.V_i$

c/ Protocole expérimental

Pour diluer au 10ème , par exemple , une solution aqueuse de concentration molaire C_i , compte tenu des résultats du paragraphe précédent , il faut ajouter un volume d'eau égal à $9.V_i$ pour que $V_f = 10\ V_i$.

- matériel : pipette jaugée ; fiole jaugée
- protocole : on prélève $V_i = 10\ cm^3$ de solution avec une pipette jaugée. On les introduit dans une fiole jaugé de volume $V_f = 100\ cm^3$ et on complète ce contenu avec de l'eau distillé jusqu'au trait de jauge.

2/ Volume d'eau à ajouter à l'acide chlorhydrique

Il s'agit d'une solution aqueuse diluée d'un acide fort dont la concentration molaire est C_f.

$$pH = -\ell og\left[H_3O^+\right] = -\ell og C_f \quad d'où \ C_f = 10^{-pH}$$

$$or \ V_{eau} = V_i.(\frac{C_i}{C_f} - 1) = V_A(\frac{C_a}{10^{-pH}} - 1) \quad ; \ A.N : V_{eau} = 54.10^{-3}\ L$$

3/ Concentration de la solution initiale

Il s'agit d'une solution basique diluée dont la concentration molaire est $14+\log C_f$ d'où $C_f = 10^{pH-14}$

$$or\ C_i V_i = C_f V_f \quad donc \quad C_i = \frac{C_f.(V_i+V_{eau})}{V_i} = 9,9.10^{-5}\ mol.L^{-1}$$

3 - ACIDE FAIBLE - BASE FAIBLE - CONSTANTE D'ACIDITE

EXERCICE 179

1/ Equation bilan de la réaction

$$HCOONa \xrightarrow{H_2O} HCOO^- + Na^+$$

2/ Calcul de la concentration molaire

$$c = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V} \quad ; \quad A.N : c = 2,88.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

3/ a/ Equation bilan de la réaction

$$HCOO^- + H_2O \rightleftarrows HCOOH + OH^-$$

b/ Calcul des concentrations molaires

- Espèces présentes : H_3O^+ ; Na^+ ; OH^- ; $HCOO^-$; $HCOOH$
- Calcul :

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-8,6} = 2,51.10^{-9}\ mol.L^{-1} ; [OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 3,98.10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

$$[Na^+] = C_b = 0,2\ mol.L^{-1}$$

$$E.N.S : [Na^+] + [H_3O^+] = [HCOO^-] + [OH^-] \Rightarrow [HCOO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-]$$

$$[HCOO^-] \approx [Na^+] = 0,2\ mol.L^{-1}$$

$$C.M : [HCOO^-]_i = [HCOO^-]_f + [HCOOH]_f \quad d'où\ [HCOOH]_f = C_b - [HCOO^-]_f$$

$$\Rightarrow [HCOOH] = C_b - ([Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-]) = [OH^-] = 3,98.10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

c/ Pourcentage d'ions transformés

$$\alpha = \frac{[HCOOH]_f}{C_b} \times 100 = 2.10^{-3}\%$$

EXERCICE 180

1/ Identification des solutions

Flacon N° 1 : $NaC\ell$ $\Rightarrow$ solution neutre car pH = 7.

Flacon N° 2 : NH_3 $\Rightarrow$ base faible car pH ≠ 14 + log C donc pH = 10,6

Flacon N° 3 : NaOH $\Rightarrow$ base forte car pH = 14 + log C donc pH = 12

Flacon N° 4 : $NH_4C\ell$ $\Rightarrow$ acide faible. car pH ≠ - log C donc pH = 5,6

Flacon N° 5 : $HC\ell$ $\Rightarrow$ acide fort car pH = - log C donc pH = 2

2/ Equations bilans

$$A : NH_4C\ell \xrightarrow{H_2O} NH_4^+ + C\ell^- \qquad B : NaC\ell \xrightarrow{H_2O} Na^+ + C\ell^-$$

$$NH_4^+ + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+ \qquad C : HC\ell + H_2O \rightarrow H_3O^+ + C\ell^-$$

$$D : NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^- \qquad E : NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$$

3/ a/ Calcul des concentrations molaires

- Espèces : H_3O^+ ; NH_4^+ ; OH^- ; $C\ell^-$; NH_3
- Concentrations :

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-9,2} = 6,31.10^{-10}\ mol.L^{-1} ; [OH^-] = 1,58.10^{-5}\ mol.L^{-1} \ ;$$

$$[C\ell^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$E.N.S : [NH_4^+] = [C\ell^-] + [OH^-] - [H_3O^+] = [C\ell^-] = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$CM : C_0 = [NH_3] + [NH_4^+] \quad soit \quad \frac{C_a V_a + C_b V_b}{V_a + V_b} = [NH_3] + [NH_4^+]$$

$$donc\ [NH_3] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

- Calcul du pKa : $pKa = pH - \log(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}) = 9,2$

b/ Déductions

Acide le plus fort est CH_3COOH et la base la plus forte est CH_3NH_2.

EXERCICE 181

1/ Mise en évidence du caractère basique

Le pH > 7 donc la pyridine est une base.

2/ Acide conjugué

Au sens de Brönsted la pyridine est une base car elle peut libérer un proton. Son acide conjugué est : $C_5H_4N^+$

3/ Calcul des concentrations molaires

$$C_5H_5N + H_2O \rightleftarrows C_5H_4N^+ + OH^-$$

- Espèces : H_3O^+ ; $C_5H_4N^+$; OH^- ; C_5H_5N
- Calcul :

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 2,51.10^{-9}\ mol.L^{-1} \ ; \ [OH^-] = 3,98.10^{-6}\ mol.L^{-1} \ ;$$

$$E.N.S : [C_5H_4N^+] = [OH^-] = 3,98.10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

$$C.M : C_0 = [C_5H_4N^+] + [C_5H_5N] \quad donc \quad [C_5H_5N] = C_0 - [C_5H_4N^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

4/ Justification

$[OH^-] \neq C_0$ donc la pyridine est une base faible.

5/ Constante d'acidité et pKa

$$Ka = \frac{[C_5H_5N].[H_3O^+]}{[C_5H_4N^+]} = 6{,}3.10^{-6} \quad donc\ pKa = -\ell ogKa = 5{,}2$$

6/ Base la plus faible

$pKa(NH_4^+/NH_3) \rangle\ pKa(C_5H_4N^+/C_5H_5N)$ donc la pyridine est une base faible.

EXERCICE 182

1/ Montrons que l'acide est faible

Si l'acide est fort alors

$$pH = -\ell ogC = -\ell og\frac{C_1}{10} = -\ell ogC_1 + \ell og10 soit\ pH = 1 - \ell ogC_1 = 1 + pH_1$$

$or\ 2{,}9 \neq 1 + pH_1$

L'acide est donc faible.

2/ a/ Formule sémi développée et nom de l'acide

$M = 14n + 32 \Rightarrow n = \frac{M-32}{14} = 1$. La formule sémi développée est donc :

$H-COOH$ *acide méthanoique*

b/ Formule sémi développée de la base conjuguée

$H-COO^-$: *ion méthanoate*

3/ a/ Inventaire des espèces et concentrations molaires

$$R-COONa \xrightarrow{H_2O} R-COO^- + Na^+$$

$$R-COO^- + H_2O \rightleftarrows R-COOH + OH^- \quad et\ R-COOH + H_2O \rightleftarrows RCOO^- + H_3O^+$$

Espèces : H_3O^+ ; Na^+ ; OH^- ; $R-COO^-$; $R-COOH$

Calcul :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 5.10^{-5}\,mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 2.10^{-10}\,mol.L^{-1}$; $[Na^+] = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = 6{,}66.10^{-2}\,mol.L^{-1}$

$E.N.S : [Na^+] + [H_3O^+] = [R-COO^-] + [OH^-] \Rightarrow [R-COO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-] = 6{,}66.10^{-2}\,mol.L^{-1}$

$C.M : C_0 = [RCOO^-] + [RCOOH]$ d'où $[RCOOH] = C_0 - [RCOO^-] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1+V_2} - [RCOO^-] = 6{,}66.10^{-2}\,mol.L^{-1}$

b/ Calcul du pKa

$$pKa = pH - \ell og(\frac{[RCOO^-]}{[RCOOH]}) = 4{,}3$$

c/ Nom et propriété du mélange

pH = pKa donc solution tampon.

Le pH du mélange varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

EXERCICE 183

1/ 1.1/ Expression des concentrations molaires

En utilisant la méthode habituelle , on aboutit à

$$[CH_3COOH] = \frac{C_aV_a}{V_a+V_b} \quad et \quad [CH_3COO^-] = \frac{C_bV_b}{V_a+V_b}$$

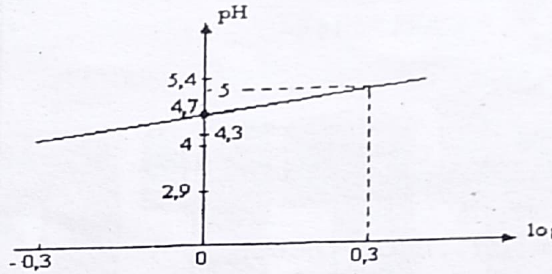
En faisant le rapport entre ces deux expressions . on obtient :

$$\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = \frac{V_b}{V_a}$$

1.2/ a/ Représentation graphique

pH	2,9	4	4,3	4,7	5,0	5,4
Log α	//////////	- 0,7	- 0,30	0	0,30	0,7

- L'élève fera la représentation graphique en tenant compte de l'échelle donnée.



Equation de la droite :

$$pH = b.\ell og\alpha + a \quad avec\ a = 4{,}7\ \ et\ b = \frac{\Delta pH}{\Delta \ell og\alpha} = 1\ donc\ pH = \ell og\alpha + 4{,}7$$

b/ Constante d'acidité du couple

Posons a = pKa $\Rightarrow$

$$pH = \ell og\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} + pKa \Rightarrow pKa = pH - \log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$-\ell ogKa = pH - \ell og\alpha = -\ell og[H_3O^+] - \ell og\alpha = -\ell og(\frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}) \Rightarrow$$

$$Ka = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \quad A.N:\ Ka = 10^{-pKa} = 10^{-4{,}7} = 2.10^{-5}$$

2/ Détermination de Ka

$pH = 2{,}9 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-2{,}9} = 1{,}25.10^{-3}\,mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 7{,}94.10^{-12}\,mol.L^{-1}$

$E.N.S : [H_3O^+] = [CH_3COO^-] + [OH^-]$

$\Rightarrow [CH_3COO^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = [H_3O^+] = 1{,}25.10^{-3}\,mol.L^{-1}$

$CM : C_0 = [CH_3COO^-] + [CH_3COOH]$ d'où $[CH_3COOH] = C_0 - [CH_3COO^-] = 9{,}87.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$$Ka' = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1{,}58.10^{-5} \Rightarrow pKa = 4{,}8$$

EXERCICE 184

1/ a/ Equation bilan

$AH / A^- : AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$

b/ Espèces chimiques et calcul des concentrations

$H_3O^+ ; OH^- ; A_1^- ; A_1H$

$$\left.\begin{array}{l} [H_3O^+] = 2{,}5.10^{-2}\ mol.L^{-1} \\ [OH^-] = 4.10^{-13}\ mol.L^{-1} \\ [A_1^-] = 2{,}5.10^{-2}\ mol.L^{-1} \\ [A_1H] = 5{,}8.10^{-1}\ mol.L^{-1} \end{array}\right\} \text{acide 2 - bromo propanoïque}$$

$H_3O^+ ; OH^- ; A_2^- ; A_2H$

$$\left.\begin{array}{l} [H_3O^+] = 2{,}5.10^{-4}\ mol.L^{-1} \\ [OH^-] = 4.10^{-11}\ mol.L^{-1} \\ [A_2^-] = 2{,}5.10^{-4}\ mol.L^{-1} \\ [A_2H] = 7{,}5.10^{-4}\ mol.L^{-1} \end{array}\right\} \text{acide 3 - bromo propanoïque}$$

2/ a/ Calcul des coefficients d'ionisation

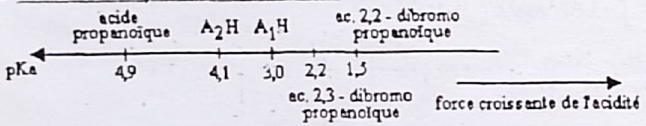
$\alpha_1 = 4{,}2.10^{-2}$ et $\alpha_2 = 2{,}5.10^{-1}$

b/ Non, les concentrations initiales sont différentes.

3/ Calcul de Ka et pKa

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+].[A_1^-]}{[A_1H]} = 1{,}1.10^{-3} \Rightarrow pKa_1 = 3{,}0 \quad et \quad Ka_2 = \frac{[H_3O^+].[A_2^-]}{[A_2H]} = 8{,}3.10^{-5} \Rightarrow pKa_2 = 4{,}1$$

4/ a/ Classement par ordre croissant



b/ Influence sur la force de l'acide

Plus il y a d'atomes de brome, plus l'acide est fort ; plus les atomes de brome sont placés sur des atomes de carbone proches de la fonction acide, plus l'acide est fort.

EXERCICE 185

1/ Calcul des quantités de matière

- Solutions initiales

* pour CH_3COONa : espèces : H_3O^+, OH^-, Na^+, CH_3COO^-, CH_3COOH

$pH = 8{,}9 \Rightarrow [H_3O^+] = 1{,}26.10^{-9}\ mol.L^{-1}$ soit $n_{H_3O^+} = [H_3O^+].V = 1{,}26.10^{-10}\ mol$

$[OH^-] = 7{,}9.10^{-6}\ mol.L^{-1}$; $[Na^+] = 10^{-1}\ mol.L^{-1}$

$E.N : [CH_3COO^-] + [OH^-] = [Na^+] + [H_3O^+]$

$\Rightarrow [CH_3COO^-] = [Na^+] - [OH^-]$ car H_3O^+ ultraminoritaire

$[CH_3COO^-] = 9{,}9.10^{-2}\ mol.L^{-1}$ soit $n_{CH_3COO^-} = [CH_3COO^-].V = 9{,}9.10^{-3}\ mol = 10^{-2}\ mol$

* pour $HC\ell$: $H_3O^+ ; OH^- ; C\ell^-$

$[H_3O^+] = C = 10^{-1}\ mol.L^{-1}$ et $n_{H_3O^+} = [H_3O^+].V = 10^{-2}\ mol$

- Solutions finales

espèces : H_3O^+, OH^-, Na^+, $C\ell^-$, CH_3COO^-, CH_3COOH, (H_2O)

$pH = 3 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$ et $n_{H_3O^+} = [H_3O^+]V_T = 2.10^{-4}\ mol$

$$[OH^-] = 10^{-11}\ mol.L^{-1} ; \ [Na^+] = \frac{10^{-1} \times 0{,}1}{0{,}2} = 5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$[C\ell^-] = \frac{10^{-1} \times 0{,}1}{0{,}2} = 5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$EN : [CH_3COO^-] + [OH^-] + [C\ell^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$$[CH_3COO^-] = [H_3O^+] - \underbrace{[OH^-]}_{\text{négligeable}} + \underbrace{[Na^+] - [C\ell^-]}_{0}$$

$[CH_3COO^-] = [H_3O^+] = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$ et $n_{H_3O} = [CH_3COO^-].V_T = 2.10^{-4}\ mol$

Conclusion :

solution initiale : $n_{CH_3COO^-}$ *dans* CH_3COONa *est égale à* $n_{H_3O^+}$ *dans* $HC\ell$.

solution finale : $n_{CH_3COO^-} = n_{H_3O^+}$

2/ Equation bilan

$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

Calcul des concentrations molaires

Espèces : H_3O^+ ; OH^- ; Na^+ ; CH_3COO^- ; CH_3COOH.

$pH = 4{,}2 \Rightarrow [H_3O^+] = 6{,}31.10^{-5}\ mol.L^{-1}$

$$[OH^-] = 1{,}58.10^{-10}\ mol.L^{-1} ; \ [Na^+] = \frac{20.10^{-3} \times 10^{-1}}{0{,}1}\ 2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$EN : [CH_3COO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = 2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$$CM : \frac{C_1V_1}{V_1 + V_2} + \frac{C_2V_2}{V_1 + V_2} = [CH_3COO^-] + [CH_3COOH]$$

$$\Rightarrow \quad [CH_3COOH] = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} + \underbrace{\frac{C_2V_2}{V_1+V_2} - [CH_3COO^-]}_{0} = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} \quad soit \quad [CH_3COOH] = 8.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

EXERCICE 186

1/ a/ Acide le plus fort

Un acide est d'autant plus fort que son pKa est faible. $pK_{a1} > pK_{a2} \Rightarrow$ l'acide méthanoïque est un acide plus fort que l'acide éthanoïque.

b/ Démonstration

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \quad et \quad Ka_2 = \frac{[H_3O^+].[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$\frac{Ka_2}{Ka_1} = \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}.\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} \Rightarrow \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{Ka_2}{Ka_1}.\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

$$or \quad K = \frac{Ka_2}{Ka_1} = \frac{10^{-pKa_2}}{10^{-pKa_1}} = 10 \Rightarrow \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 10\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$$

- L'acide méthanoïque est 10 fois ionisé que l'acide éthanoïque ; donc en accord avec la réponse précédente.

2/ Equations de conservation et calcul des concentrations

Espèces chimiques : H_3O^+ : OH^- ; $HCOO^-$; CH_3COO^- ; CH_3COOH : $HCOOH$ et H_2O

$[H_3O^+] = 10^{-2,35} = 4,46.10^{-3}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 2,24.10^{-12}\ mol.L^{-1}$

$CM : C_1 = [CH_3COO^-] + [CH_3COOH]$ (1) et $C_2 = [HCOOH] + [HCOO^-]$ (2)

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \Rightarrow [CH_3COOH] = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{Ka_1} \quad (3)$$

$$Ka_1 = \frac{[H_3O^+].[HCOO^-]}{[HCOOH]} \Rightarrow [HCOOH] = \frac{[H_3O^+].[HCOO^-]}{Ka_2} \quad (4)$$

$$(1)\ et\ (3) \Rightarrow C_1 = [CH_3COO^-](1+\frac{[H_3O^+]}{Ka_1}) \Rightarrow [CH_3COO^-] = \frac{Ka_1.C_1}{Ka_1+[H_3O^+]}$$

$A.N$: $[CH_3COO^-] = 1,06.10^{-3}\ mol.L^{-1}$ et $[CH_3COOH] = 3.10^{-1}\ mol.L^{-1}$

$$(2)\ et\ (4) \Rightarrow [HCOO^-] = \frac{Ka_2.C_2}{Ka_2+[H_3O^+]} = 3,43.10^{-2}\ mol.L^{-1} \quad et \quad [HCOOH] = 9,67.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

4 - DOSAGE- SOLUTION TAMPON

EXERCICE 187

1/ Concentrations des espèces chimiques et constante d'acidité

- $CH_3COONa \xrightarrow{H_2O} CH_3COO^- + Na^+$

  $CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$ et $2H_2O \rightleftarrows OH^- + H_3O^+$
- Espèces : H_3O^+ ; OH^- ; Na^+ ; CH_3COO^- ; CH_3COOH

Calcul : $[H_3O^+] = 3,98.10^{-9}\ mol.L^{-1}$

$[OH^-] = 2,51.10^{-6}\ mol.L^{-1}$; $[Na^+] = C = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

- ENS : $[CH_3COO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-] = [Na^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

  $CM : C_0 = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] \Rightarrow [CH_3COOH] = C_0 - ([Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-])$

  $[CH_3COOH] = [OH^-] = 2,51.10^{-6}\ mol.L^{-1}$

  $$Ka = \frac{[H_3O^+].[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1,58.10^{-5}$$

2/ Quantité de matière d'ions H_3O^+ ajoutés

$n(H_3O^+) = C.V = 5.10^{-3}$ mol

3/ Calcul des nouvelles concentrations

$[H_3O^+] = 10^{-4,8} = 1,58.10^{-5}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 6,31\,10^{-10}\ mol.L^{-1}$;

$$[Na^+] = \frac{C_0.V_0}{V+V_0} = 10^{-2}\ mol.L^{-1} \ ; \ [Cl^-] = \frac{C.V}{V+V_0} = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

EN : $[CH_3COO^-] + [OH^-] + [Cl^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$[CH_3COO^-] = [Na^+] - [Cl^-] = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$CM : C_t = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] \Rightarrow [CH_3COOH] = C_t - [CH_3COO^-]$

$$[CH_3COOH] = \frac{C_0V_0}{V+V_0} - [CH_3COO^-] = 5.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

4/ Equation bilan de la réaction

$CH_3COO^- + H_3O^+ \rightarrow CH_3COOH + H_2O$

EXERCICE 188

1/ Inventaire des espèces et calcul des concentrations molaires

$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

Espèces : H_3O^+ ; Na^+ ; OH^-

Calcul : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = \dfrac{Ke}{[H_3O^+]} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$[Na^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2/ a/ Couple introduit

NH_4^+ / NH_3

b/ Inventaire des espèces et calcul des concentrations molaires

- Espèces : H_3O^+ ; NH_4^+ ; OH^- ; $C\ell^-$; NH_3
- Calcul :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-5,6} = 2,51.10^{-6}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = \dfrac{Ke}{[H_3O^+]} = 3,98.10^{-9}\ mol.L^{-1}$

$[C\ell^-] = C = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$E.N.S : [NH_4^+] + [H_3O^+] = [C\ell^-] + [OH^-] \Rightarrow [NH_4^+] = [C\ell^-] + [OH^-] - [H_3O^+]$

$[NH_4^+] \approx [C\ell^-] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$CM : [NH_3]_{\acute{e}} = C - [C\ell^-] - [OH^-] + [H_3O^+] \approx [H_3O^+] = 2,51.10^{-6}\ mol.L^{-1}$

c/ Détermination du pKa du couple

$pKa = pH - \ell og\left(\dfrac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right) = 5,6 - \ell og\left(\dfrac{2,51.10^{-6}}{10^{-2}}\right) = 9,2$

3/ a/ Equation bilan de la réaction

$NH_4^+ + OH^- \rightarrow NH_3 + H_2O$: réaction entre un acide faible et une base forte.

b/ Calcul des concentrations molaires

- Concentrations initiales :

$n_1 = C_1V_1 = 10^{-4}\ mol$ et $n_2 = C_2V_2 = 2.10^{-4}\ mol$ soit $n_2 = 2n_1$

- A la demi équivalence : $[NH_4^+] = [NH_3]$; la réaction se faisant mole à mole, il disparaît autant de NH_4^+ et NH_3. La concentration molaire de NH_4^+ restant est :

$[NH_4^+]_r = [NH_3]_{présent} = \dfrac{C_2V_2}{2(V_1+V_2)}$ soit $[NH_4^+] = [NH_3] = 3,3.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

c/ pH du mélange

Le mélange est une solution tampon

d/ Propriétés du mélange

Le pH du mélange varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

EXERCICE 189

Equation d'ionisation

$HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$

2/ 2.1/ Calcul de la concentration molaire de A

$C_A = \dfrac{m_{HCOOH}}{M_{HCOOH}.V} = 0,1\ mol.L^{-1}$

2.2/ Nature de l'acide

$\left.\begin{array}{l} pH = 2,4 \\ -\ell ogC_A = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow pH \neq -\ell ogC_A$ HCOOH est donc un acide faible.

3/ Calcul du volume V_b

A l'équivalence $C_A.V_A = C_B.V_B \Rightarrow V_B = \dfrac{C_A.V_A}{C_B} = 5.10^{-2}\ L$

4/ 4.1/ Concentrations molaires des espèces chimiques

Inventaire des espèces : H_3O^+ ; OH^- ; Na^+ ; $HCOO^-$; HCOOH

Concentrations :

$[H_3O^+] = 10^{-3,8} = 1,58.10^{-4}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 6,32.10^{-11}\ mol.L^{-1}$; $[Na^+] = \dfrac{C_2.V_2}{V_1+V_2} = 4,76.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$EN : [HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$

$[HCOO^-] = [Na^+] = 4,76.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$CM : \dfrac{C_1V_1}{V_1+V_2} = [HCOO^-] + [HCOOH] \Rightarrow [HCOOH] = 4,75.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

4.2/ pKa de l'acide méthanoïque

$pKa = pH - \ell og\left(\dfrac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}\right) = 3,8$

4.3/ Propriétés du mélange

pH = pKa donc solution tampon.

Le pH du mélange varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

EXERCICE 190

PARTIE A

1/ Calcul des concentrations molaires de A_1 et A_2

Solution A_1 : $C_{A_1} = \dfrac{C_b V_{b_1}}{V_a} = 2{,}5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

Solution A_2 : $C_{A_2} = \dfrac{C_b V_{b_2}}{V_a} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2/ Identification des solutions A_1 et A_2

- $pH = -\log C_{A_2} = 2$ donc A_2 est un acide fort : acide chlorhydrique
- $pH \neq -\log C_{A_1}$ car $1{,}6 \neq 2{,}7$ donc A_1 est un acide faible : acide méthanoïque.

3/ Equation bilan de chaque réaction

Solution $A_1 : HCOOH + OH^- \rightarrow HCOO^- + H_2O^+$

Solution $A_2 : H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$

PARTIE B

1/ Equation de dissociation

$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$

2/ Espèces chimiques et calcul des concentrations molaires

- Espèce : H_3O^+ ; OH^- ; A^- ; AH
- Calcul :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,7} = 2.10^{-3}\ mol.L^{-1}$; $[OH^-] = 5.10^{-12}\ mol.L^{-1}$

$E.N.S : [H_3O^+] = [A^-] + [OH^-] \Rightarrow [A^-] = [H_3O^+] - [OH^-] \approx [H_3O^+] = 2.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$C.M : [AH] = C_a - [A^-] = 2{,}5.10^{-2} - 2.10^{3} = 2{,}3.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

3/ Calcul du pKa

$$Ka = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[AH]} = 1{,}739.10^{-4} \quad donc \quad pKa = -\log Ka = 3{,}76$$

4/ a/ Volume de la solution de soude

A la demi équivalence : $V_b = \dfrac{C_a.V_a}{2C_b} = 5\,mL$

b/ Nom et propriétés de la solution

pH = pKa donc solution tampon.

Le pH du mélange varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

EXERCICE 191

1/ 1.1/ Justification de la base faible

La courbe de dosage présente 2 points d'inflexion E et E'.

A l'équivalence $pH_E < 7 \Rightarrow$ dosage d'une base faible par un acide fort.

BH_2 est donc une base faible.

1.2/ Equation bilan

$BH_2 + H_3O^+ \rightarrow BH_3^+ + H_2O$

1.3/ couple acide base

BH_3^+ / BH_2

1.4/ Calcul de C_b

A l'équivalence, $C_a V_a = C_b V_b \Rightarrow C_b = \dfrac{C_a V_{aE}}{V_b}$ $AN: C_b = 0{,}18\ mol.L^{-1}$

2/ Indicateur coloré approprié

Bleu de bromothymol

3/ 3.1/ Nom du mélange et caractéristiques

A la demi équivalence on a une solution tampon.

Le pH varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

3.2/ Constante d'acidité du couple acide base

A la demi équivalence : pH = pKa

Or $Ka = 10^{-pKa}$ soit $Ka = 2{,}14.10^{-11}$.

EXERCICE 192

1/ Equation bilan et calcul de V_{BE}

$C\ell CH_2 - COOH + OH^- \rightarrow C\ell CH_2 - COO^- + H_2O$

A l'équivalence, $C_A V_A = C_B V_{BE} \Rightarrow V_{BE} = \dfrac{C_A V_A}{C_B}$ $AN : V_{BE} = 25\ cm^3$

b/ pH de la solution

La solution est alors une solution de la base $C\ell CH_2COO^-$; le pH est basique. donc pH > 7.

2/ a/ Calcul du pH de la solution

$$pH = pKa + \log\frac{[B]}{[A]} \quad or \quad [B] = [A] \Rightarrow pH = pKa\ 2{,}9$$

b/ Calcul de V_B

Espèces : H_3O^+, OH^-, Na^+, $C\ell CH_2COO^-$, $C\ell CH_2COOH$

$[H_3O^+] = 1{,}26.10^{-3}\ mol.L^{-1}$ $[OH^-] = 7{,}93.10^{-12}\ mol.L^{-1}$

$$[Na^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

ENS : $\left[H_3O^+\right]+\left[Na^+\right]=\left[C\ell CH_2COO^-\right]+\left[OH^-\right]$

CM : $\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}=\left[C\ell CH_2COOH\right]+\left[C\ell CH_2COO^-\right]$

ENS : $\left[C\ell CH_2COO^-\right]=\left[H_3O^+\right]+\left[Na^+\right]$ $\quad OH^-$ *ultra minoritaire*

dans CM : $\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}=\left[C\ell CH_2COOH\right]+\left[H_3O^+\right]+\left[Na^+\right]$

or $\left[C\ell CH_2COOH\right]=\frac{1}{2}\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}$ car $\left[C\ell CH_2COOH\right]=\left[C\ell CH_2COO^-\right]$

soit $\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}=\frac{1}{2}\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}+\left[H_3O^+\right]+\left[Na^+\right] \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{C_AV_A}{V_A+V_B}=\left[H_3O^+\right]+\left[Na^+\right]$

$\Rightarrow \left[H_3O^+\right]=\frac{C_AV_A-2C_BV_B}{2(V_A+V_B)}$ car $\left[Na^+\right]=\frac{C_BV_B}{V_A+V_B}$

d'où $V_B=\frac{C_AV_A-2V_A\left[H_3O^+\right]}{2(C_B+\left[H_3O^+\right])}$ $\quad AN:\ V_B=8{,}8\ cm^3$

EXERCICE 193

1/ a/ Equation bilan de la réaction

$C_2H_5NH_2+H_2O \rightleftarrows C_2H_5NH_3^++OH^-$

b/ Calcul des concentrations molaires

$\left[H_3O^+\right]=3{,}98.10^{-12}\ mol.L^{-1};\left[OH^-\right]=2{,}51.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$E.N.S:\left[C_2H_5NH_3^+\right]=\left[OH^-\right]-\left[H_3O^+\right]\approx\left[OH^-\right]=2{,}51.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$pH=pKa-\ell og\left(\frac{\left[C_2H_5NH_2\right]}{\left[C_2H_5NH_3^+\right]}\right) \Rightarrow \left[C_2H_5NH_2\right]=\left[C_2H_5NH_3^+\right].10^{pH-pKa}=10^{-2}\ mol.L^{-1}$

c/ Calcul de la concentration X

$CM: X=\left[C_2H_5NH_2\right]+\left[C_2H_5NH_3^+\right]=1{,}25.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2/ a/ Equation bilan de la réaction qui a lieu

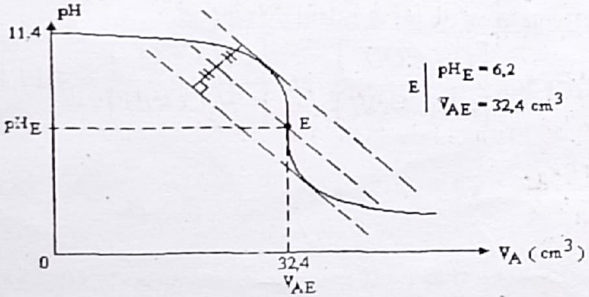
$C_2H_5NH_2+H_3O^+ \rightarrow C_2H_5NH_3^++H_2O$

b/ Caractéristiques de la réaction

Réaction rapide , totale et exothermique.

3/ a/ Tracer de la courbe

Echelle à respecter.



b/ Détermination des coordonnées

$E\begin{cases}V_{AE}=32{,}4\ mL\\ pH_E=6{,}2\end{cases}$

4/ a/ Point d'équivalence :

$C_A.V_{AE}=X.V_b \Rightarrow X=\frac{C_A.V_{AE}}{C_b}=1{,}3.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

b/ $X_{exp}\approx X_{théo}$

5/ Indicateur coloré

C'est le bleu de bromothymol.

EXERCICE 194

1/ 1.1/ Montrons que l'acide éthanoïque est faible

pH = 3,4 et $[H_3O^+]=10^{-3,4}=4.10^{-4}\ mol.L^{-1}\neq Ca$; l'acide éthanoïque est donc faible.

1.2/ Equation bilan de la réaction

$CH_3COOH+H_2O \rightleftarrows CH_3COO^-+H_3O^+$

2/ 2.1/ Equation de la réaction produite dans S

$CH_3COOH+OH^- \rightarrow CH_3COO^-+H_2O$

2.2/ Rapport [B] / [A]

$Ka=\frac{\left[H_3O^+\right].\left[CH_3COO^-\right]}{\left[CH_3COOH\right]} \Rightarrow \frac{\left[CH_3COO^-\right]}{\left[CH_3COOH\right]}=\frac{Ka}{\left[H_3O^+\right]}=1$

donc $\left[CH_3COOH\right]=\left[CH_3COO^-\right]$

C'est la demi équivalence donc pH = pKa = 4,8

2.3/ Relation entre V_1 et V_2

pH = 4,8 ; $\left[CH_3COO^-\right]=\frac{C_b.V_2}{V_1+V_2}$ et $\left[CH_3COOH\right]=\frac{C_a.V_1-C_b.V_2}{V_1+V_2}$

$C_a.V_1-C_b.V_2=C_b.V_2 \Rightarrow V_1=2.V_2$ d'où $V_2=25\,mL$

3/ 3.1/ Calcul du volume V'

V' = 100 – 80 = 20 cm^3

3.2/ Détermination de la concentration C_1

Solution tampon donc pH = pKa

Ainsi $C_2.V_2'=2.C_1.V_1' \Rightarrow C_1=\frac{C_2.V_2'}{2.V_1'}=2.10^{-1}\ mol.L^{-1}$

EXERCICE 195

1/ Identification des solutions

1.1/ Identification de B et C

- $pH_B = 12$: B est une base forte : Hydroxyde de potassium ;

$$pH = 14 + \log C_B = 14 + \log 10^{-2} = 12.$$

- $pH_E = 7$: C est un acide fort : acide chlorhydrique car le dosage d'une base forte par un acide fort donne un pH = 7 à l'équivalence.

1.2/ Identification de D

D est un acide faible car dosé par une base forte $pH_E > 7$: D est l'acide éthanoïque.

1.3/ Identification de A

$pH_A = 7$: A est une solution neutre : chlorure de potassium.

1.4/ Identification de E

Il ne reste que la solution d'ammoniaque.

2/ Détermination du pKa du couple NH_4^+ / NH_3

2.1/ Equation bilan de la réaction

$$NH_4^+ + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+$$

2.2/ Calcul des concentrations molaires

- Espèces : NH_3 ; NH_4^+ ; H_3O^+ ; OH^- ; H_2O
- PH = 10,6 ; C = 10^{-2} mol.L^{-1}

$$[H_3O^+] = 2{,}50.10^{-11}\,mol.L^{-1} ; [OH^-] = 4.10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$ENS : [NH_4^+] = [OH^-] = 4.10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$CM : [NH_3] = C - [NH_4^+] = 10^{-2} - 4.10^{-4} = 9{,}6.10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

2.3/ Calcul du pKa

$$pKa = pH - \log\left(\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}\right) = 10 - \log\frac{9{,}6.10^{-3}}{4.10^{-4}} = 9{,}2$$

3/ Préparation de solution tampon

3.1/ Calcul du volume V_A

$$V_A = \frac{V_B}{2} = 12{,}5\,cm^3 \quad car\ C_A = C_B = C$$

3.2/ Propriétés du mélange

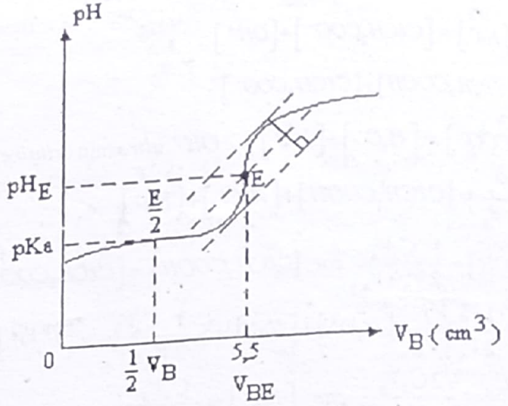
Le pH varie peu :

- lors d'une dilution modéré ;
- lors d'un ajout modéré de base forte ou d'acide fort.

EXERCICE 196

1/ Courbe pH = f(V_B)

- Courbe à réaliser sur papier millimétré par l'élève.



2/ Equation bilan de la réaction et base conjuguée de l'acide ascorbique

$$C_6H_8O_6 + OH^- \rightarrow C_6H_7O_6^- + H_2O$$

base conjuguée : ion ascorbate $C_6H_7O_6^-$

3/ Détermination du volume V_{BE}

- $V_{BE} = 5{,}5\,cm^3$
- A l'équivalence : $n_A = n_B \Leftrightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE}$ donc

$$C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} = 5{,}5.10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

- $$n_A = \frac{m_A}{M_A} = C_A.V_A \Rightarrow m_A = M_A.C_A.V_A = 4{,}84.10^{-2}\,g$$
- pKa = 4,4.

4/ Indicateur coloré convenable

$pH_E = 7{,}5$ est contenu dans la zone de virage du rouge de crésol.

EXERCICE 197

1. 1.1 Equation-bilan

$$CH_3-COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3-COO^- + H_3O^+$$

1.2

1.2.1 Expression du pH et calcul du rapport

$$pH = pKa + \log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \quad et \quad \frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 4{,}17.10^{-2}$$

1.2.2 Concentrations molaires des espèces chimiques

Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , CH_3COO^- , CH_3COOH.

$$[H_3O^+] = 10^{-3,4} = 3,98.10^{-4} = 4.10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{4.10^{-4}} = 2,5.10^{-11}\ mol.L^{-1}$$

$$E.N : [H_3O^+] = [CH_3COO^-] + [OH^-] \Rightarrow [CH_3COO^-] = [H_3O^+] = 4.10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

$$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 4,17.10^{-2} \Rightarrow [CH_3COOH] = \frac{[CH_3COO^-]}{4,17.10^{-2}} = \frac{4.10^{-4}}{4,17.10^{-2}} = 9,6.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

1.2.3 Concentration C_A

$$CM : \ C_A = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

1.2.3 Calcul de la masse m

$$C_A = \frac{n}{V} = \frac{m}{MV} \Rightarrow m = C_A V M = 10^{-2} \times 1 \times 60 = 0,6\,g$$

2.

2.1 Espèces chimiques

H_3O^+ , OH^- , Na^+ , CH_3COO^- , CH_3COOH

2.2 Calcul des concentrations molaires

$$[H_3O^+] = 10^{-8,4} = 4.10^{-9}\ mol.L^{-1} \quad [OH^-] = 2,5.10^{-6}\ mol.L^{-1} \quad [Na^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$E.N : [H_3O^+] + [Na^+] = [OH^-] + [CH_3COO^-] \ \ soit\ \ [CH_3COO^-] = [Na^+] = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$CM : [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] = C_B = [Na^+]$$

$$[CH_3COOH] = [Na^+] - [CH_3COO^-] = \underbrace{[Na^+] - [Na^+]}_{0} + [OH^-] = [OH^-] = 2,5.10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

2.3 Valeur du pKa

$$pKa = pH - \log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 4,8$$

Comparaison

$$pKa_1 = 4,78 \ ; \ pKa_2 = 4,8 \Rightarrow pKa_1 = pKa_2$$

3.

3.1 Montrons que [CH_3COOH] = [CH_3COO^-]

$$[Na^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}$$

$$E.N : [H_3O^+] + [Na^+] = [CH_3COO^-] + [OH^-]$$

$$[CH_3COO^-] = [Na^+] = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$$

$$CM : [CH_3COOH] + [CH_3COO^-] = \frac{C_A V_A + C_B V_B}{V_A + V_B} \quad V_A = V_B \ \ et \ \ C_A = C_B$$

$$[CH_3COOH] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} \Rightarrow [CH_3COOH] = [CH_3COO^-]$$

3.2 pH de la solution

$$pH = pKa + \underbrace{\log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}}_{0} = pKa = 4,8$$

3.3 No... et propriétés de la solution

- Solution tampon
- Solution dont le pH varie très peu à l'ajout modéré d'eau, d'acide ou de base.