Physique

Cinématique du point 1

…, il n'ya pas de temps sans mouvement. «Aristote»

Exercices d'application

Exercice 1 — Corrigé Page 9

La position d'un point mobile M dans un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) est donnée par $\begin{cases} x = 2t^2 \\ y = 5t - 1 \end{cases}$

1. Exprimer dans la base($\vec{i}$, $\vec{j}$).
   1.1 le vecteur-position,
   1.2 le vecteur vitesse
   1.3 le vecteur accélération
2. Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire sa nature.

Exercice 2 — Corrigé Page 9

L'unité est le cm. Dans un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$), la position d'un point M est définie à chaque instant par :

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = 2t \\ y = 4t - 3 \\ z = 0 \end{vmatrix.$$

1. Donner les positions respectives du point M aux instants 0 s, 1 s, 2 s et 3 s.
2. Tracer la trajectoire du point M à l'échelle : 1cm → 1 unité puis écrire son équation cartésienne.
3. Calculer la distance M_1M_3.

Exercice 3 — Corrigé Page 9

Le vecteur position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$) est :
$\overrightarrow{OM}$ = 2t $\vec{i}$ + ($2t^2$ – 5t) $\vec{j}$ + 3 $\vec{k}$ (x et y en mètres et t en secondes)

1. Montrer que le mobile se déplace dans un plan et définir ce plan.
2. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?
3. A quel instant le mobile passe-t-il au point d'abscisse x = 10 m ? calculer sa vitesse à cet instant.

Exercice 4 — Corrigé Page 10

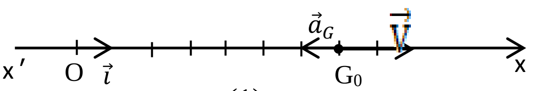
Un mobile M est animé dans un plan lié au repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'un mouvement circulaire. Ces coordonnées s'expriment par : $\begin{cases} x = 2\cos(t) + 2 \\ y = 2\sin(t) - 1 \end{cases}$ x, y en mètre

1- Montrer que le mouvement est circulaire uniforme.
2- Déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

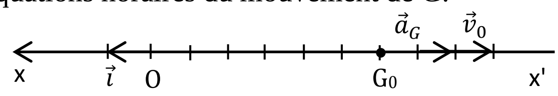
Exercice 5 — Corrigé Page 10

A partir des schémas, ci-dessous :

1. Préciser la nature du mouvement du centre d'inertie G du solide;
2. Préciser les conditions initiales et écrire les équations horaires du mouvement de G.



(1)



(2)

3. Déterminer dans chaque cas la position du centre d'inertie du solide à t = 2 s et en déduire la distance parcourue. On donne : $\|\vec{i}\|$ = 1m = 1 m.s^{-1} = 1 m.s^{-2}.

Exercice 6 — Corrigé Page 11

L'hélice d'un ventilateur est animée d'un mouvement circulaire uniforme à raison de N = 1200 tours/min.

1- Déterminer:
   1.1- La fréquence f et la période T du mouvement de l'hélice.
   1.2- La vitesse angulaire de cette hélice.
   1.3- La vitesse linéaire d'un point M de l'hélice situé à 30cm de son axe de rotation.

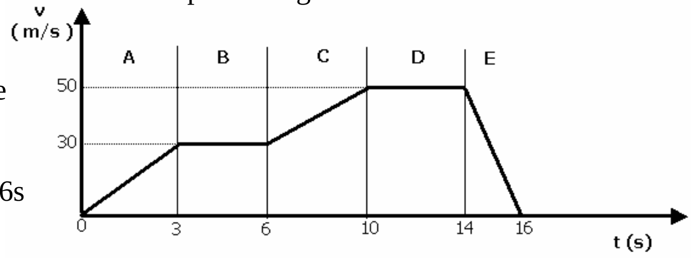
2- Calculer l'accélération normale a_n et l'accélération tangentielle a_t. En déduire l'accélération a du point M.

3- Représenter les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ à un instant quelconque.
On donne : 1cm ↔ 6 cm ; 1 cm ↔ 10 $m.s^{-1}$; 1cm ↔ $2.10^3 m.s^{-2}$.

Exercice 7 Corrigé Page 11

Un mobile se déplace sur un trajet rectiligne. Sa vitesse est caractérisée par le diagramme ci-contre.
Déterminer sur les 5 intervalles de temps :

1. La valeur algébrique de l'accélération a.
2. L'expression v = f(t). On utilisera au début de chaque phase un nouveau repère de temps.
3. La nature du mouvement.
4. Quelle est la distance totale parcourue pendant les 16s



Exercice 8 Corrigé Page 12

1. Un mobile A décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère d'espace (O, $\vec{i}$); son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à t_F = 10 s. A l'instant t_0 = 0, le mobile part du point A_0, d'abscisse x_0 = -1m, avec une vitesse v_0 = -2 $m.s^{-1}$. Puis, il passe au point A_1, d'abscisse x_1 = +6 m, avec une vitesse v_1 = 5$m.s^{-1}$
   1-1 Calculer l'accélération a du mobile.
   1-2 Donner l'équation horaire du mobile.
   1-3 Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point A_1.
2. A la date τ = 2s, un deuxième mobile B part de l'abscisse x_1 = +6 m, avec un mouvement rectiligne et uniforme dont la vitesse est v_B = 3,5$m.s^{-1}$.
   2-1 Ecrire l'équation horaire du mouvement du mobile B.
   2-2 Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles.
   2-3 Calculer l'abscisse x_R où aura lieu cette rencontre.

3- Vérifier ces deux derniers résultats à l'aide d'un diagramme des espaces.
Echelle : 1cm ↔ 1s et 1cm ↔ 3m

Exercice 9 Corrigé Page 13

1. Un car quitte Abidjan pour Soubré à la vitesse constante de 15m/s. A la sortie d'une ville A, il accélère; sa vitesse atteint la valeur 30m/s au bout de 337,5m de parcourt. Déterminer :
   1.1 l'accélération a_1 du car.
   1.2 La durée t_1 de cette phase du mouvement.
   1.3 L'équation horaire du mobile dans cette phase.
2. Ensuite le car roule pendant 90 min à 30 m/s.
   2.1 Monter que l'accélération a_2 du car dans cette phase est nulle.
   2.2 Etablir l'équation horaire dans cette deuxième phase.
3. Au bout de 90 min, le conducteur amorce un freinage pour permettre la descente d'un passager à l'entrée d'une ville B. Le car s'immobilise 7,5s plus tard. Déterminer :
   3.1 L'accélération a_3 de cette troisième phase du mouvement .
   3.2 L'équation horaire de cette phase et la vitesse du car en fonction du temps.
4. Trouver la distance d séparant les villes A et B

Exercice 10 Corrigé Page 13

A la date t = 0, un solide est lancé depuis l'origine O d'un repère orthonormé (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) avec une vitesse $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 2\vec{j}$. Le vecteur accélération est supposé constant et a pour expression $\vec{a} = -4\vec{j}$. Le mouvement du solide se poursuit dans le plan de tir. (x, y sont en mètre et t en seconde)

1- Donner les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ et celles du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ du mobile à une date t quelconque.
2- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide. En déduire la nature de cette trajectoire.
3- Trouver les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire.
4- Dessiner l'allure de la trajectoire dans le plan à l'échelle 1cm pour 0,2 m
5- Calculer les composantes et la valeur du vecteur vitesse au moment où le mobile repasse sur l'axe (Ox).
6- Représenter sur le schema de la question 4 ce vecteur vitesse à l'échelle 1cm ↔1m/s puis déterminer l'angle θ qu'il fait avec l'axe (Oy)

Exercice 11

Corrigé Page 14

Une automobile A se déplace à vitesse constante v_A = 72km/h sur une route rectiligne. Une deuxième automobile B initialement immobile démarre et se déplace dans le même sens que A d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération a = 1m/s^2. Au moment du démarrage de B, l'automobile A se trouve à une distance d = 150m derrière B.

On choisit l'instant du démarrage de B comme origine des dates et sa position comme origine des espaces.

1. Déterminer les équations horaires $x_A(t)$ et $x_B(t)$.
2. Déterminer les dates t_1 et t_2 des dépassements des deux automobiles.
3. Déterminer les abscisses x_1 et x_2 des dépassements.

Exercice 12

Corrigé Page 14

Le mouvement initialement immobile d'un ascenseur se décompose en 3 phases :

- La première phase est uniformément accélérée de durée t_1= 5 s.
- La deuxième phase est uniforme de vitesse v =1m /s sur une hauteur h_2= 12 m.
- La troisième phase est uniformément retardée de durée t_3 = 4 s jusqu'à l'arrêt.

1. Calculer les accélérations a_1, a_2 et a_3 sur les 3 phases du mouvement.
2. Déterminer les hauteurs h_1 et h_3 de la première et de la troisième phase.
3. En déduire la hauteur total h parvenue pendant la montée.
4. Calculer la durée Δt correspondante.
5. Exprimer la vitesse v = f(t) sur les 3 phases du mouvement.
6. Construire le diagramme de la vitesse v = f (t). Echelle : 1cm pour 2s et 1cm pour 0,25m/s

A chercher

Exercice 13

Un élève du Lycée Moderne Bernard Zadi Zaourou 1 de Soubré en retard pour son cours de Physique-chimie décide d'emprunter un taxi. Alors qu'il se trouve à la distance d = 20m de la gare de taxi, il voit son taxi démarrer. Le taxi est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié d'accélération a_1 = 0,6 m.s^{-2}. L'élève court à la vitesse constante v_2 = 3 m.s^{-1}. On prendra comme origine des dates l'instant du démarrage du taxi et comme origine des espaces la position initiale du taxi arrêté à la gare.

1.

1.1 Etablir les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ des mouvements du taxi et de l'élève.

1.2 Montrer que l'élève ne rattrapera pas le taxi.

1.3 Calculer la distance minimale entre l'élève et le taxi.

2. Rattrapage du taxi.

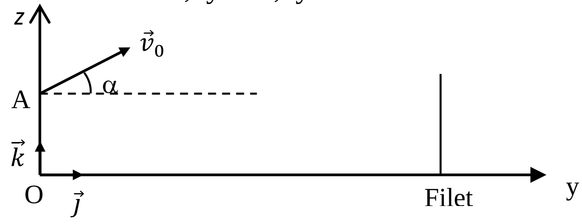
2.1 Déterminer la vitesse minimale à laquelle doit courir l'élève pour rattraper le taxi.

2.2 Déterminer la distance parcourue par l'élève.

Exercice 14

Au cours d'un tournoi de tennis, un joueur lance une balle, supposée ponctuelle, dans le plan (O,$\vec{\imath}$, $\vec{k}$) à partir d'un point A de coordonnées (0; 2). Le vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ est incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontal et a pour intensité v_O = 8m.s^{-1}. Son vecteur accélération a est vertical et dirigé vers le bas; sa valeur est égale à 10ms^{-2}.

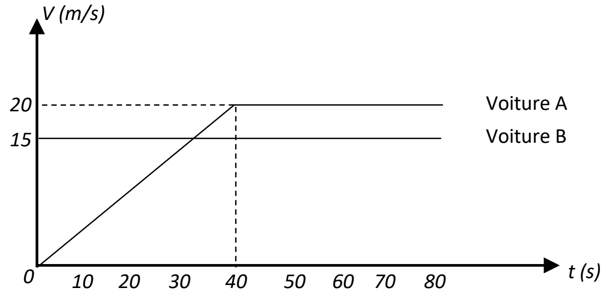
1. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le plan (O,$\vec{\imath}$, $\vec{k}$).
2. En déduire la nature du mouvement de la balle suivant l'axe (Oy) et l'axe (Oz).
3. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_0$
4. Déterminer les équations horaires du mouvement de la balle pour t > 0, sachant qu'à t_0 = 0s, la balle quitte le point A avec le vecteur vitesse $\vec{v}_0$.
5. Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire de la balle est : z = -0,1y^2 + 0,6y + 2. En déduire la nature de cette trajectoire.
6. Le filet de hauteur 0,8 m est situé à 6m du point O. La balle passe-t-elle au dessus du filet ? Justifier.
7. A quelle date la balle coupe-t-elle l'axe (Oy)? En déduire ses coordonnées.
8. Représenter z en fonction de y. 1cm ↔ 1m



Exercice 15

Une voiture A est arrêtée à un feu de la circulation. Le feu vert s'allume et la voiture A démarre d'un mouvement rectiligne uniformément varié. A l'instant où elle démarre, la voiture A est dépassée par une voiture B qui se déplace d'un mouvement uniforme.

Le graphique ci-contre représente les vitesses des deux voitures en fonction du temps.



1. Déterminer l'accélération de la voiture A pendant la période de démarrage.
2. Combien de temps faut-il à la voiture A pour se déplacer à la même vitesse que la voiture B ?
3. Quelle est à cet instant l'avance de la voiture A ?
4. A l'instant t = 40s, le mouvement de la voiture A devient rectiligne uniforme, de vitesse 20 m/s.
   Quelle est, à cet instant, la distance qui sépare les deux véhicules ?
5. En prenant pour origine des dates, l'instant de démarrage de la voiture A et pour origine d'espace, la position du feu, écrire les équations horaires des voitures A et B.
6. A quel instant la voiture A rejoint-elle la voiture B ?
7. Depuis le feu, quelle distance ont-elles parcourues au moment où la voiture A rattrape B ?

Exercice 16

Deux voitures M_1 et M_2 se suivent à une distance d à la même vitesse constante vo = 108km/h.
M_1 est devant M_2. A un certain moment correspondant à l'origine des temps (t = 0 s), la voiture M_1 commence à freiner avec une décélération $a_1 = 6\ m/s^2$; la voiture M_2 ne commence à freiner qu'avec un retard d'une seconde et une décélération $a_2 = 5\ m/s^2$.

1. Etablir les équations horaires des mouvements des voitures M_1 et M_2.
2. Quelle condition doit satisfaire d pour que la voiture M_2 s'arrête sans heurter M_1?
3. Si d = 30 m la voiture M_2 heurte M_1. A quel instant aura lieu le choc. Déterminer les vitesses respectives de M_1 et M_2 au moment du choc.
4. Si d = 55 m la collusion n'aura pas lieu. Déterminer la distance D séparant les deux voitures lorsqu'elles s'arrêtent.

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Exprimons dans la base$(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$:
   1.1 le vecteur-position
   $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} \implies \overrightarrow{OM} = 2t^2\,\vec{\imath} + (5t-1)\,\vec{\jmath}$
   1.2 le vecteur vitesse
   $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d(2t^2)}{dt}\vec{\imath} + \frac{d(5t-1)}{dt}\vec{\jmath}$
   $\vec{v} = 4t\,\vec{\imath} + 5\,\vec{\jmath}$
   1.3 le vecteur accélération
   $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(4t)}{dt}\vec{\imath} + \frac{d(5)}{dt}\vec{\jmath} = 4\,\vec{\imath} + 0\,\vec{\jmath}$ d'où $\vec{a} = 4\,\vec{\imath}$

2. Etablissons l'équation cartésienne de la trajectoire.
   $y = 5t - 1 \Leftrightarrow t = \frac{y+1}{5}$ d'où $x = 2(\frac{y+1}{5})^2$ $\boldsymbol{x = \frac{2}{25}(y+1)^2}$

La nature de la trajectoire : la trajectoire est une parabole

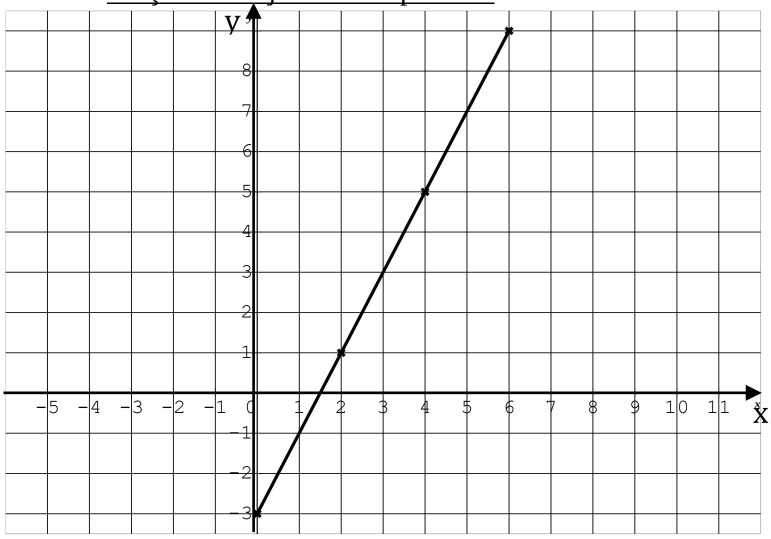
Exercice 2 — Corrigé

1. Les positions respectives du point M

Pour $t = 0$ s ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\times 0 = 0 \\ y = 4\times 0 - 3 = -3\text{cm} \\ z = 0 \end{cases}$; pour $t = 1$ s ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\times 1 = 2\text{ cm} \\ y = 4\times 1 - 3 = 1\text{ cm} \\ z = 0 \end{cases}$

Pour $t = 2$ s ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\times 2 = 4\text{ cm} \\ y = 4\times 2 - 3 = 5\text{ cm} \\ z = 0 \end{cases}$; Pour $t = 3$ s ; $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\times 3 = 6\text{ cm} \\ y = 4\times 3 - 3 = 9\text{ cm} \\ z = 0 \end{cases}$

2. Traçons la trajectoire du point M



Equation cartésienne de la trajectoire.

La trajectoire est une droite : son équation est de la forme : $y = ax + b$

avec a : le coefficient directeur de la droite et b : l'ordonnée à l'origine

graphiquement $b = -3$

Calcul de a : $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-(-3)}{6-0} = 2$

Finalement, l'équation cartésienne de la trajectoire est : $\boldsymbol{y = 2x - 3}$

3. Calculons la distance M_1M_3

$M_1M_3 = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$; A.N : $M_1M_3 = \sqrt{(6-2)^2 + (9-1)^2} = 8{,}94$ cm

Exercice 3 — Corrigé

Le vecteur position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath} ; \vec{k})$ est :

$\overrightarrow{OM} = 2t\,\vec{\imath} + (2t^2 - 5t)\,\vec{\jmath} + 3\,\vec{k}$ (x ,y et z en mètres et t en secondes)

1. Montrons que le mobile se déplace dans un plan et définissons ce plan.
   $\forall$ t , z = 3m = constante : le mouvement est donc plan et s'effectue dans le plan (O, x, y)

2. Établissons l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile

$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + z\,\vec{k} \Rightarrow x = 2t$; $y = 2t^2 - 5t$ et $z = 3$ m

$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$ d'où $y = 2(\frac{x}{2})^2 - 5\times\frac{x}{2}$; $\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x}$ **: la trajectoire est une parabole**

3. Calculons t pour $x = 10$ m

$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$ A.N : $t = \frac{10}{2} = 5$ s

Calculons sa vitesse à t = 5 s.

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ d'où : $\vec{v} = 2\,\vec{i} + (4t - 5)\,\vec{j}$ avec $\frac{dz}{dt} = 0$

$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ A.N : $v = \sqrt{2^2 + (4 \times 5 - 5)^2 + 0^2} = 15{,}13$ m/s

Exercice 4 Corrigé

1. Montrons que la trajectoire est circulaire uniforme.

$x = 2\cos(t) + 2 \Rightarrow \cos(t) = \frac{x-2}{2}$. De même $y = 2\sin(t) - 1 \Rightarrow \sin(t) = \frac{y+1}{2}$

$\cos^2(t) + \sin^2(t) = 1 \Rightarrow (\frac{x-2}{2})^2 + (\frac{y+1}{2})^2 = 1 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2^2$: on a l'équation d'un cercle de centre A de coordonnées (2 ; - 1) et de rayon r = 2 : la trajectoire est donc circulaire

Montrons que le mouvement est uniforme.

La norme du vecteur-vitesse $\vec{v}$ est : $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ avec $\dot{x} = -2\sin(t)$ et $\dot{y} = 2\cos(t)$

$v = \sqrt{(-2\,sin(t))^2 + (2cos\,(t))^2} = \sqrt{4(sin^2(t) + cos^2(t))} = \sqrt{4 \times 1}$ avec $sin^2(t) + cos^2(t) = 1$

d'où $v = 2$m/s = cste : le mouvement est donc uniforme

Conclusion.

La trajectoire est un cercle et la valeur du vecteur-vitesse est constante : le mouvement est donc circulaire uniforme

2. Déterminons les coordonnées du vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} \ddot{x} = -2\cos(t) \\ \ddot{y} = -2\sin(t) \end{cases}$$

Exercice 5 Corrigé

1. Précisons la nature du mouvement du centre d'inertie G du solide :

Schéma (1) : mouvement rectiligne uniformément retardé car $\vec{a}_G.\vec{v}_0 < 0$

Schéma (2) : mouvement rectiligne uniformément accéléé car $\vec{a}_G.\vec{v}_0 > 0$

2. Précisons les conditions initiales du mouvement de G.

Schéma (1) : à t = 0 ; $\vec{a}_G = -\vec{\imath}$; $\vec{v}_0 = 2\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OG_0} = 7\vec{\imath}$

Schéma (2) : à t = 0 ; $\vec{a}_G = -2\,\vec{\imath}$; $\vec{v}_0 = -3\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OG_0} = -6\vec{\imath}$

Les équations horaires x(t) du mouvement de G.

Les équations horaires sont de la forme : $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0$

Schéma (1) : $\mathbf{x(t) = -0{,}5t^2 + 2t + 7}$; schéma (2) : $\mathbf{x(t) = -t^2 - 3t - 6}$

3. Déterminons la position du centre d'inertie G du solide à t = 10 s dans chaque cas

Schéma (1) : $x = -0{,}5 \times 2^2 + 2 \times 2 + 7 = 9$ m ; schéma (2) : $x = -2^2 - 3 \times 2 - 6 = -16$ m

Calculons la distance parcourue d dans chaque cas.

Schéma (1) : $d_1 = x(2) - x(0) = 9 - 7 = 2$m ; Schéma (2) : $d_2 = |x(2) - x(0)| = |-16 - (-6)| = 10$m

Exercice 6 Corrigé

1- Déterminons:

1.1-La fréquence f et la période T du mouvement de l'hélice.

$f = \frac{\omega}{2\pi}$ or $\omega = \frac{2\pi N}{60}$ avec 1min = 60s donc $f = \frac{N}{60}$; $\mathbf{f = \frac{1200}{60} = 20\ Hz}$; $T = \frac{1}{f}$; $\mathbf{T = \frac{1}{60} = 0{,}05s}$

1.2-La vitesse angulaire ω de cette hélice.

$\omega = 2\pi f$; $\omega = 2\pi \times 20 = 125{,}6$ rad/s

1.3- La vitesse linéaire d'un point M de l'hélice situé à 30cm de son axe de rotation.

$v = R.\omega$ avec R = 30cm ; A.N : $v = 0{,}3 \times 125{,}6 = 37{,}68 m.s^{-1}$

2- Calculons l'accélération normale a_n et l'accélération tangentielle a_t.

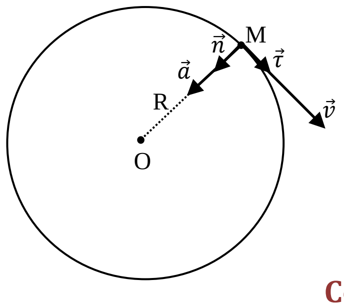
$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$; A.N : $a_n = \frac{(37{,}68)^2}{0{,}3} = 4732{,}61 m.s^{-2}$; $a_t = \frac{dv}{dt}$ or $v = 37{,}68 m.s^{-2}$ = cste; donc $a_t = 0$

Déduisons-en l'accélération a du point M.

$a = \sqrt{{a_n}^2 + {a_t}^2} = \sqrt{a_n^2} = a_n$; a = 4732,61 m.s^{-2}

3- Représentons les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{v}$ à un instant quelconque.

	R	v	a
Dimension réelle	30cm	37,68 m/s	4732,61m/s^2
Dimension sur le dessin	5cm	3,8 cm	2,4 cm



Exercice 7 Corrigé

Déterminer sur les 5 intervalles de temps :

1. La valeur algébrique de l'accélération a. $\mathbf{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$

$\forall\ t \in [0\,;3s]$; $a_1 = \frac{30-0}{3-0} = 10 m.s^{-2}$ $\forall\ t \in [3s\,;6s]$; $a_2 = \frac{30-30}{6-3} = 0$

$\forall\ t \in [6s\,;10s]$; $a_3 = \frac{50-30}{10-6} = 5 m.s^{-2}$ $\forall\ t \in [10s\,;14s]$; $a_4 = \frac{0-0}{14-10} = 0$

$\forall\ t \in [14s\,;16s]$; $a_5 = \frac{0-50}{16-14} = -25 m.s^{-2}$

2. L'expression v = f(t).

au début de chaque phase, on prend un nouveau repère de temps (t = 0).

L'équation de la vitesse est de la forme : $v(t) = at + v_0$

$\forall\ t \in [0; 3s]$; $v(t) = a_1t + v_{01} \Rightarrow v(t) = 10t$ avec $a_1 = 10 m.s^{-2}$ et $v_{01} = 0$

$\forall\ t \in [3s; 6s]$; $v(t) = a_2t + v_{02} \Rightarrow v = 30$ m/s avec $a_2 = 0 m.s^{-2}$ et $v_{02} = 30$ m/s

$\forall\ t \in [6s; 10s]$; $v(t) = a_3t + v_{03} \Rightarrow v(t) = 5t + 30$ avec $a_3 = 5 m.s^{-2}$ et $v_{03} = 30$ m/s

$\forall\ t \in [10s; 14s]$; $v(t) = a_4t + v_{04} \Rightarrow v = 50$ m/s avec $a_4 = 0 m.s^{-2}$ et $v_{04} = 50$ m/s

$\forall\ t \in [14s; 16s]$; $v(t) = a_5t + v_{05} \Rightarrow v(t) = -25t + 50$ avec $a_5 = -25 m.s^{-2}$ et $v_{05} = 50$ m/s

3. La nature du mouvement du véhicule.

$\forall\ t \in [0\,;3s]$; $\vec{a}.\vec{v} = 10 \times t = 10t > 0$: mouvement rectiligne uniformément accéléré

$\forall\ t \in [3s\,;6s]$; $\vec{a}.\vec{v} = 0 \times 30 = 0$: mouvement rectiligne uniforme

$\forall\ t \in [6s\,;10s]$; $\vec{a}.\vec{v} = 5 \times (5t+30) > 0$: mouvement rectiligne uniformément accéléré

$\forall\ t \in [10s\,;14s]$; $\vec{a}.\vec{v} = 0 \times 50 = 0$: mouvement rectiligne uniforme

$\forall\ t \in [14s\,;16s]$; $\vec{a}.\vec{v} = -25 \times (-25t + 50) < 0$: mouvement rectiligne uniformément retardé

4. La distance totale d parcourue pendant les 16s

$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4$

Distance d_1 parcourue lors de la 1ère phase : $t \in [0\,;3s]$: $d_1 = \frac{\Delta v^2}{2a} = \frac{30^2-0}{2\times10} = 45m$

Distance d_2 parcourue lors de la 2e phase : $t \in [3s\,;6s]$: $d_2 = 30\Delta t = 30 \times 3 = 90$ m

Distance d_3 parcourue lors de la 3e phase : $t \in [6s\,;10s]$: $d_3 = \frac{\Delta v^2}{2a} = \frac{50^2-30^2}{2\times5} = 160$ m

Distance d_4 parcourue lors de la 4e phase : $t \in [10s\,;14s]$; $d_4 = 50\Delta t = 30 \times 4 = 120$ m

Distance d_5 parcourue lors de la 5e phase : $t \in [14s\,;16s]$: $d_5 = \frac{\Delta v^2}{2a} = \frac{0-50^2}{2\times(-25)} = 50$ m

Finalement : **d = 45 + 900+ 160 + 120 + 50 = 1275 m**

Exercice 8 Corrigé

1.

1-1 Calculons l'accélération a du mobile.

$\Delta v^2 = 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{\Delta v^2}{2\Delta x}$ AN: $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{5^2-(-2)^2}{2(6-(-1))} = 1{,}5$ m/s

1-2 Donner l'équation horaire du mobile.

a = cste $\neq 0$: le mouvement est rectiligne uniformement varié, l'équations horaire est de la forme :

$x_A(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$; $\mathbf{x_A(t) = 0,75t^2 - 2t - 1}$

1-3 Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point A_1.

$v_1 - v_0 = a(t_1 - t_0)$ $\Rightarrow t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}$ avec $t_0 = 0$; $t_1 = \frac{5-(-2)}{1,5} = 4,67s$

2-

2-1 Ecrivons l'équation horaire du mouvement du mobile B.

Le mouvement de B est rectiligne uniforme : a = 0 alors $x_B(t) = v_B t + x_0$

$x_B(t) = 3,5t + x_0$, pour $t = \tau = 2s$; $x = 6m$ d'où $6 = 3,5 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -1m$ donc $\mathbf{x_B(t) = 3,5t - 1}$

2-2 Calculons la date t_R de la rencontre des deux mobiles.

A la rencontre on a : $x_A = x_B \Leftrightarrow 0,75t_R^2 - 2t_R - 1 = 3,5t_R - 1 \Leftrightarrow t_R(0,75t_R - 5,5) = 0$

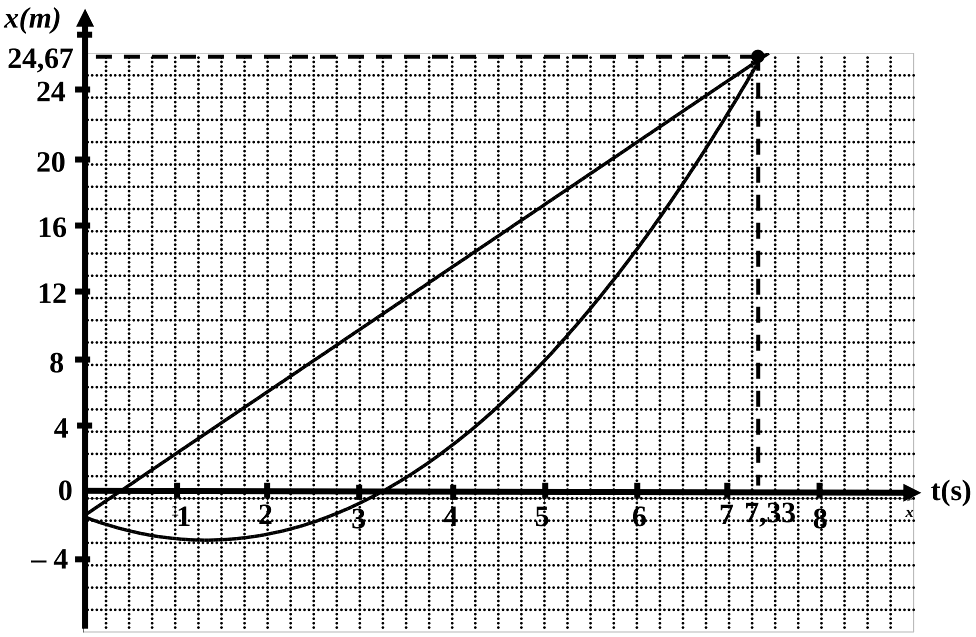
$t_R \neq 0$ donc $\mathbf{t_R = \frac{5,5}{0,75} = 7,33s}$

2-3 Calculons l'abscisse x_R où a lieu la rencontre.

$x_R = 3,5t_R - 1$ A.N : $x_R = 3,5 \times 7,33 - 1 = 24,67m$

3- Vérifions ces deux derniers résultats à l'aide d'un diagramme des espaces.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_A(m)	–1	–2,25	–2	–0,25	3	7,75	14	21,75	31
x_B(m)	–1	2,5	6	9,5	13	16,5	20	23,5	27



Exercice 9 Corrigé

1. Déterminons:

1.1 l'accélération a_1 du car.

$a_1 = \frac{\Delta v^2}{2d}$ A.N : $a_1 = \frac{30^2 - 15^2}{2 \times 337,5} = 1 \text{ m.s}^{-2}$

1.2 La durée t_1 de cette phase du mouvement.

$\Delta v = a_1 \times t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\Delta v}{a_1}$ A.N : $t_1 = \frac{30-15}{1} = 15s$

1.3 L'équation horaire du car dans cette phase.

a = cste $\neq 0$: le mouvement est rectiligne uniformement varié, l'équations horaire est de la forme :

$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$; $\mathbf{x(t) = 0,5t^2 + 15t}$ avec $x_0 = 0$

2.

2.1 Montrons que l'accélération a_2 du car dans cette phase est nulle.

$a_2 = \frac{\Delta v^2}{2d} = \frac{30^2 - 30^2}{2 \times d} = 0$

2.2 Etablissons l'équation horaire dans cette deuxième phase.

Le mouvement est rectiligne uniforme : a = 0 alors $x(t) = vt + x_{02}$ $\quad$ $\mathbf{x_B(t) = 30t}$ avec $x_0 = 0$

2.3 Déterminons :

2.3.1 L'accélération a_3 de cette troisième phase du mouvement.

$\Delta v = a_3 \times \Delta t \Leftrightarrow a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\quad$ A.N : $\mathbf{a_3 = \frac{0-30}{7,5} = -4\ m/s^2}$

2.3.2 L'équation horaire de cette phase et la vitesse du car en fonction du temps.

a = cste ≠ 0 : le mouvement est rectiligne uniformément varié, l'équations horaire est :

$x(t) = \frac{1}{2} a_3 t^2 + v_{03}t + x_{03}$; $\mathbf{x(t) = -2t^2 + 30t}$ avec $x_{03} = 0$ $\qquad$ $v(t) = a_3 t + v_{03}$; $\mathbf{v(t) = -4t + 30}$

3. Trouvons la distance d séparant les villes A et B

Phase 1 : distance parcourue $d_1 = 337,5$ m

Phase 2 : distance parcourue $d_2 = 30 \times 90 \times 60 = 162000$m = 162 km

Phase 3 : distance parcourue $d_3 = -2 \times (7,5)^2 + 30 \times 7,5 = 112,5$ m

$d = d_1 + d_2 + d_3$ $\qquad$ d = 162450 m = 162,45 km

Exercice 10 — Corrigé

1. Donnons les composantes de $\vec{v}$ et de $\overrightarrow{OG}$ du mobile à une date t.

$\vec{a} = \overrightarrow{cste} \neq \vec{0}$: le mouvement est uniformément varié : les équations horaires sont de la forme :

$\vec{v} \begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} \end{cases}$ et $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{cases}$

On a : $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = 2\ m/s \\ v_{0y} = 2\ m/s \end{cases}$; $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ v_y = -4\ m/s^2 \end{cases}$

D'où les composantes de $\vec{v}$ et de $\overrightarrow{OG}$: $\boldsymbol{\vec{v} \begin{cases} v_x = 2\ m/s \\ v_y = -4t + 2 \end{cases}}$ $\qquad$ $\boldsymbol{\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = -2t^2 + 2t \end{cases}}$

2. Etablissons l'équation cartésienne de la trajectoire et déduisons-en la nature.

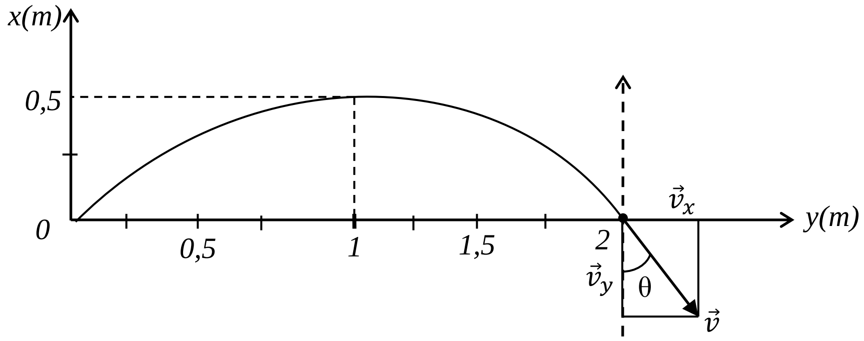
$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$ d'où $y = -2(\frac{x}{2})^2 + 2 \times \frac{x}{2}$; $\mathbf{y = -\frac{1}{2}x^2 + x}$: **la trajectoire est une parabole**

3. Trouvons les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire.

Au point S, on a : $v_y = 0 \Rightarrow -4t + 2 = 0 \Rightarrow t = 0,5$ s d'où les coordonnées de S :

$S \begin{cases} x_S = 2 \times 0,5 \\ y_S = -2 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 \end{cases}$ $\qquad$ $S \begin{cases} x_S = 1\ m \\ y_S = 0,5\ m \end{cases}$

4. Dessinons l'allure de la trajectoire dans le plan à l'échelle 2cm pour 0,5 m



5. Calculons les composantes et la valeur du vecteur vitesse au moment où le mobile repasse sur l'axe (Ox).

Lorsque le mobile touche l'axe (Ox), $y = 0 \Rightarrow -2t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t(-2t + 2) = 0$ or $t \neq 0$ donc t = 1 s

d'où les composantes du vecteur vitesse suivant : $\vec{v} \begin{cases} v_x = 2\ m/s \\ v_y = -4 \times 1 + 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = 2\ m/s \\ v_y = -2\ m/s \end{cases}$

La valeur de $\vec{v}$ est : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $\qquad$ A.N : $v = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2,83$ m/s

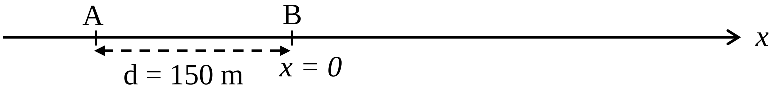
6. Représentation de $\vec{v}$ (voir schéma de la question 4)

déterminons l'angle θ qu'il fait avec l'axe (Oy)

$\tan\theta = \frac{v_x}{v_y} \Rightarrow \theta = tan^{-1}(\frac{v_x}{v_y})$ A.N : $\theta = tan^{-1}(\frac{2}{-2}) = -45°$

Exercice 11 Corrigé

1. Déterminons les équations horaires $x_A(t)$ et $x_B(t)$.



$x_A(t) = v_A t + x_{0A} \Rightarrow \boldsymbol{x_A(t) = 20t - 150}$ avec $v_A = 20$ m/s et $x_{0A} = -150$ m

$x_B(t) = \frac{1}{2} a\, t^2 + v_B t + x_{0B} \Rightarrow \boldsymbol{x_B(t) = 0{,}5\, t^2}$ avec $v_B = 0$ m/s et $x_{0B} = 0$ m

2. Déterminons les dates t_1 et t_2 des dépassements des deux automobiles.

Il ya dépassement si : $x_B = x_A \Rightarrow 0{,}5\, t^2 = 20t - 150 \Rightarrow 0{,}5\, t^2 - 20t + 150 = 0$

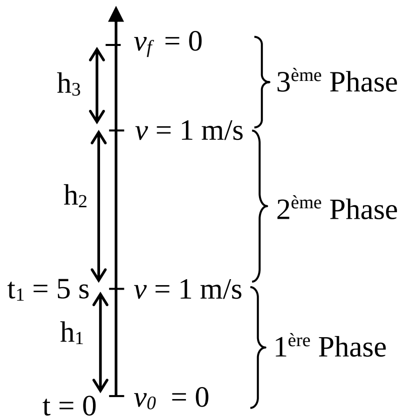
$\Delta = 100 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 10$ d'où $\mathbf{t_1} = \frac{20-10}{2\times0{,}5} = \mathbf{10\ s}$ et $\mathbf{t_2} = \frac{20+10}{2\times0{,}5} = \mathbf{30\ s}$

Conclusion : la voiture A va rattraper et dépasser la voiture B après 10 s et ensuite c'est la voiture B qui Dépasser la voiture A après 30 s.

3. Déterminons les abscisses x_1 et x_2 des dépassements.

$x_1 = 0{,}5 \times \mathbf{10}^2 = 50$ m et $x_2 = 0{,}5 \times \mathbf{30}^2 = 450$ m

Exercice 12 Corrigé



1. Calculons les accélérations a_1, a_2 et a_3 sur les 3 phases du mouvement.

- 1ère Phase : $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t_1}$ A.N : $a_1 = \frac{1-0}{5} = 0{,}2$ m.s^{-2}
- 2ème Phase : mouvement uniforme donc $a_2 = 0$
- 3ème Phase : $a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v}{t_3}$ A.N : $a_3 = \frac{0-1}{4} = -0{,}25$ m.s^{-2}

2. Déterminons les hauteurs h_1 et h_3.

$v^2 - v_0^2 = 2 \times a_1 \times h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \times a_1}$ A.N : $h_1 = \frac{1^2 - 0}{2 \times 0{,}2} = 2{,}5$ m

$h_3 = \frac{v_f^2 - v^2}{2 \times a_3}$ A.N : $h_3 = \frac{0 - 1^2}{2 \times -0{,}25} = 2$ m

3. Déduisons-en la hauteur total h parvenue pendant la montée.

$h = h_1 + h_2 + h_3$ A.N : $h = 2{,}5 + 12 + 2 = 16{,}5$ m

4. Calculons la durée Δt correspondante.

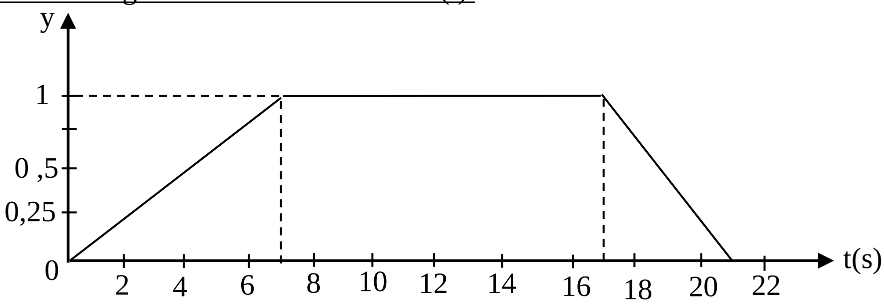
$\Delta t = t_1 + t_2 + t_3$ On a : $h_2 = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{h_2}{v} = \frac{12}{1} = 12$ s

d'où $\boldsymbol{\Delta t = 5 + 12 + 4 = 21\ s}$

5. Exprimons la vitesse v = f(t) sur les 3 phases du mouvement.

- 1ère Phase , $t \in [0\,; 5s]$: $v_1(t) = a_1 t + v_0 \Rightarrow \boldsymbol{v_1(t) = 0{,}2\, t}$
- 2ème Phase , $t \in [5s\,; 17s]$: $\boldsymbol{v_2 = v = 1}$ **m/s**
- 3ème Phase , $t \in [17s\,; 21s]$: $v_3(t) = a_3 t + v \Rightarrow \boldsymbol{v_3(t) = -0{,}25\, t + 1}$

6. Construisons le diagramme de la vitesse v = f (t).



Mouvement du centre d'inertie

2

Dès lors qu'on ne peut prouver ni quantifier qu'une chose existe, pour la science, elle n'existe pas.

Exercices d'application

Exercice 1

Corrigé Page 19

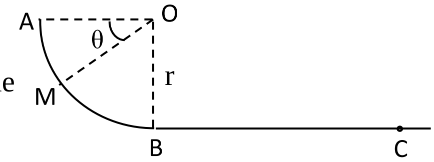
Un skieur de masse m = 80 kg, équipement compris, prend le départ sur une piste de descente rectiligne inclinée d'un angle $\alpha = 30°$.

1. La piste étant verglacée, on néglige tout frottement sur la piste et dans l'air.
 1.1 Calculer l'accélération a_1 du skieur dans la descente. On prendra $g = 9{,}8 m/s^2$.
 1.2 On suppose que le skieur part avec une vitesse initiale $v_0 = 2m/s$. Calculer sa vitesse v_1 lorsqu'il a parcouru la distance d = 25 m.
2. La piste est maintenant recouverte de neige fraiche créant des forces de frottement. L'ensemble de ces forces de frottement agissant sur le skieur est équivalent à une force unique et constante f = 90N, de même direction que sa vitesse et de sens opposé.
 2.1 Calculer la nouvelle accélération a_2 du skieur dans la descente.
 2.2 On suppose que ce dernier part toujours avec la même vitesse initiale $v_0 = 2$ m/s. Calculer sa nouvelle vitesse v_2 lorsqu'il a parcouru la distance d = 25 m.

Exercice 2

Corrigé Page 19

Un mobile de masse m, supposé ponctuel, peut glisser le long d'une piste ABC dont la forme est donnée par la figure ci-dessous. Le mouvement a lieu dans un plan vertical.



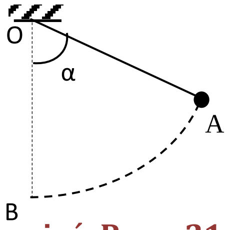
On donne r = 1m ; BC = L = 2m ; m = 150g ; $g = 10 m/s^2$.

1. La partie curviligne est un quart de cercle parfaitement lisse, de telle sorte que les frottements sont négligeables.
 Le mobile est lancé en A avec une vitesse $v_A = 2$ m/s.
 1.1 Etablir l'expression de la vitesse v_M du mobile en un point M quelconque de l'arc de cercle en fonction de v_A, g, r et θ.
 1.2 Faire l'application numérique au point B.
 1.3 Etablir l'expression de la valeur de la réaction de la piste sur le mobile en fonction de m ; g ; θ ; r et v_A.
 1.4 Faire l'application numérique en B.
2. La portion BC est rectiligne et rugueuse. Les forces de frottements sont assimilables à une force unique $\vec{f}$ constante et opposé au mouvement.
 2.1 Sachant que $v_C = 2$ m/s. Déterminer f.
 2.2 Calculer le travail des forces de frottement sur la piste BC, de deux manières différentes.

Exercice 3

Corrigé Page 20

Un pendule est constitué par une bille de masse m = 50g suspendue en un point O par l'intermédiaire d'un fil inextensible, sans masse, de longueur $\ell = 60cm$. La bille sera assimilée à un point matériel. Elle est lâchée sans vitesse initiale d'un point A, telle que OA fasse un angle $\alpha = 30°$ avec la verticale.



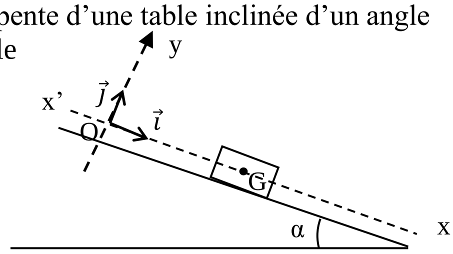
1-Calculer la vitesse V_B avec laquelle la bille arrive au point B.

2-Exprimer l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil lors du passage de la bille en B, en fonction de m, ℓ, g, α et V_B. En déduire sa valeur.

Exercice 4

Corrigé Page 21

Un mobile de masse m = 200g glisse le long de la ligne de plus grande pente d'une table inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal. Ce mobile est lâché sans vitesse initiale et l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché à une date quelconque, que l'on prendra pour origine des dates.



Le tableau ci-dessous donne les abscisses x du centre d'inertie en fonction du temps.

On suppose les frottements négligeables.

t(s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
x(cm)	0	7,5	18	31,5	48	67,5	90

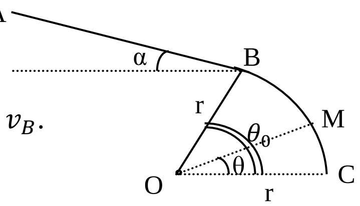
1. Les intervalles de temps séparant deux mesures consécutives sont suffisamment courts pour qu'on puisse assimiler les valeurs des vitesses instantanées et des vitesses moyennes.
   Calculer les valeurs de la vitesse aux dates t = 0,05 s ; t = 0,15 s ; … ; t = 0,55 s,
   et compléter le tableau suivant :

t(s)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
v(m.s^{-1})						

2. Tracer sur une feuille de papier millimétré, la courbe représentant la vitesse du mobile en fonction du temps. Echelle : 1 cm pour 0,05 s et 1 cm pour 0,01 m.s^{-1}
3. A partir de la courbe v = f(t), déduire :
   3.1 l'accélération a du mobile.
   3.2 sa vitesse à t = 0 s, ainsi que sa date de départ.
4. Ecrire les lois horaires $v_x(t)$ et x(t) du mouvement du mobile
5. Etablir l'expression de l'accélération du mobile puis calculer l'angle α.

Exercice 5 Corrigé Page 22

Une glissière est formée de deux parties (voir figure) : AB est un plan incliné de α = 30^o par rapport à l'horizontal, de longueur AB = ℓ = 1m ; BC est une portion de cercle, de centre O de rayon r = 2m et d'angle $\theta_0 = (OC, OB) = 60^o$. Dans tout le problème, on prendra g = 10m/s^2 et on considèrera les frottements comme négligeables.



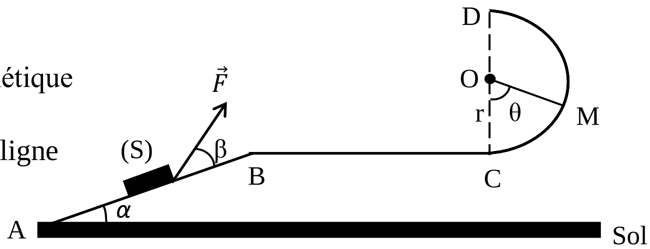
1. Un solide ponctuel, de masse m =100g quitte A sans vitesse initiale. Exprimer puis calculer la vitesse v_B du solide en B.
2. Le solide aborde la partie circulaire de la glissière avec la vitesse v_B. Exprimer, pour un point M du cercle comme l'indique la figure, la vitesse v_M en fonction de v_B, r, g, θ et θ_0.
3. Quelle est, au point M, la réaction R de la glissière sur l'objet ? Exprimer R en fonction de v_B ; r ; g ; θ ; m et θ_0.
4. Montrer que le solide quitte la piste circulaire en un point N et calculer $\theta_1 = (OC, ON)$.

Exercice 6 Corrigé Page 23

Un solide (S) de masse m =1,5kg se déplace sur une piste ABC.

- La portion AB est rectiligne, incliné d'un angle α=30° par rapport à l'horizontale de longueur ℓ = AB = 2m.
- La portion BC est rectiligne et horizontale.

Le solide (S) initialement au repos en A, est tiré par une force $\vec{F}$ incliné d'un angle β=10° par rapport AB. (voir figure). Les frottements étant supposé négligeables sur la portion AB. La vitesse atteinte par (S)au point B est v = 2m/s.



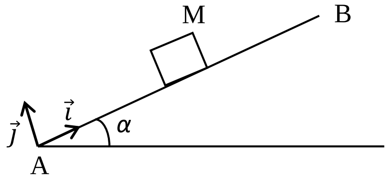
1.
1.1 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à (S), calculer la valeur F de $\vec{F}$.
1.3 Sachant que le mouvement de (S) est rectiligne uniformément accéléré, calculer son accélération sur AB.

2. Arrivé au point B l'action du vecteur $\vec{F}$ cesse et (S) se déplace vers C. Pour simplifier le problème, on suppose que le vecteur-vitesse $\vec{v}_B$ est parallèle à $\overrightarrow{BC}$ et de même sens avec v_B= 2m/s. (S) arrive au point C avec une vitesse v_C =1,5m/s
2.1 Calculer la variation de l'énergie mécanique ΔE_m du solide(S). Conclure.
2.2 Faire le bilan des forces et les représenter.

2.3 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que le travail des forces de frottement f entre B et C est égal à ΔE_m.
2.4 Sachant que BC = L = 3m, calculer la valeur f de $\vec{f}$.
3. La portion CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r.
On suppose que la piste CD est parfaitement lisse et que la résistance de l'air est négligeable. Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OM}) = \theta$, établir, en fonction de m, r, θ, V_C et g ($\vec{g}$ étant l'accélération de la pesanteur), l'expression de :
3.1 La valeur V de la vitesse de S ;
3.2 L'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste. En déduire l'angle maximal atteint par le solide (S) avant de redescendre. *On donne* $r = 1\ m$; $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

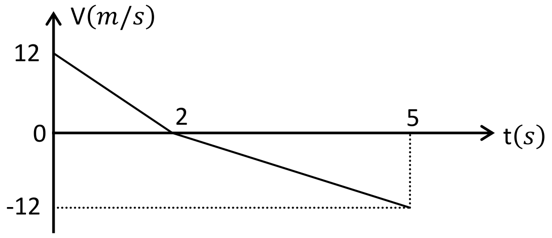
Exercice 7

Corrigé Page 24



Un solide M, de masse m = 200g, est lancé vers le haut à partir de A avec une vitesse $\vec{v}_A$ parallèle à $\overrightarrow{AB}$ et de valeur $v_A = 12 m.s^{-1}$.
Une force de frottements $\vec{f}$, de norme constante, dirigée en sens contraire, s'exerce sur le solide M, à la montée et à la descente.
On prendra pour origine des temps l'instant du lancement pour le mouvement du solide M (montée comme descente). Les deux mouvements seront étudiés dans le même repère (A, $\vec{i}$, $\vec{j}$) : $\vec{i}$ est parallèle à AB. On prendra $g = 10 m.s^{-2}$

1. Après avoir fait l'inventaire des forces s'exerçant sur le solide M, en montée, puis en descente, donner les expressions littérales des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (descente) en fonction de m, g, f et α. Quelle est la nature du mouvement dans chaque cas.
2. En déduire les expressions des vitesses $\vec{v}_1$(montée) et $\vec{v}_2$(descente) en fonction de a_1, a_2, v_A et t.
   Un relevé de la valeur algébrique de la vitesse de M en fonction du temps nous donne la courbe ci-dessous.



3. A partir du relevé, déterminer les valeurs numériques a_1 ; a_2 de la question 1.
4. En déduire les valeurs numériques de f et α.
5. Calculer la vitesse de M quand il repasse en A et vérifier que la variation d'énergie mécanique du système M, est égale au travail de la force $\vec{f}$

A Chercher

Exercice 8

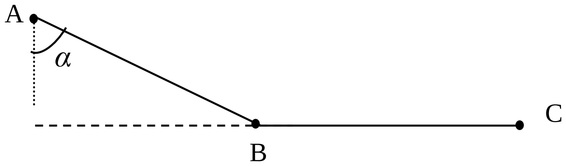
Un véhicule de masse M roulant à vitesse constante $\vec{V}_0$, sur une route rectiligne et horizontale, doit faire face à un obstacle imprévu situé à 50m. Le véhicule équipé d'un système de freinage lui permet d'appliquer sur la chaussée une force de frottement constante et horizontale. Cette force a pour intensité f. On suppose que l'accélération du véhicule est constante.

1. Exprimer la valeur de cette accélération en fonction de f et M.
2. Dans un repère que l'on précisera, établir les équations horaires du mouvement pendant cette phase de ralentissement.
3. Déterminer le temps d'arrêt t et la distance du freinage d. Le choc est il inévitable ?
4. Répondre aux mêmes questions si les frottements sont réduits de moitié en temps pluvieux.

Données : $f = 6.10^3$ N ; $v_0 = 24 m/s$; $M = 1$ tonne, $g = 10 m/s^2$

Exercice 9

Un tremplin comporte une partie AB formant un angle α avec la verticale passant par le point A et une partie BC, horizontale. On donne : m = 500 g ; f = 0,5 N ; α = 60° ; g = 10 m/s^2 ; AB = ℓ =100 cm
Un solide ponctuel de masse m est lâché sans vitesse initiale en A. Il glisse le long de ce tremplin. Les forces de frottements sont équivalentes à une force $\vec{f}$ constamment parallèle au déplacement et de valeur constante sur tout le trajet ABC.



1. Mouvement du solide sur le plan incliné AB

1.1 Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide entre A et B et les représenter.

1.2 En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer sa vitesse V_B en B.

1.3 En appliquant le théorème du centre d'inertie, déterminer l'accélération a_1 du solide entre A et B. En déduire la nature du mouvement sur AB

2. Mouvement du solide sur la portion horizontal BC

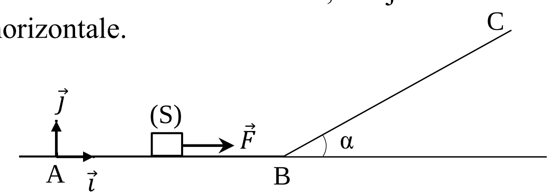
2.1 Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide entre B et C et les représenter.

2.2 Déterminer l'accélération a_2 du solide entre B et C. En déduire la nature du mouvement.

3. Déterminer la distance maximale parcourue par le solide de A jusqu'à son arrêt au point C.

Exercice 10

Un objet S de masse m = 5kg assimilable à un point matériel, est lancé en A sur des rails horizontaux de longueur AB = L = 9 m. A la fin du lancement en B, l'objet doit s'élever sur un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale.



1. Mouvement du solide sur les rails horizontaux

Pour tester sa force, une personne pousse l'objet (S), en exerçant une force constante $\vec{F}$, sur le parcours AB. Le solide glisse sans frottements en partant de sa position de repos A pour arriver en B avec la vitesse $\vec{v}_B$ = 6 m.s^{-1}.

1.1 Exprimer l'intensité F de la force $\vec{F}$ en fonction de m, v_B et L. Calculer sa valeur.

1.2 Montrer que l'accélération a du mobile sur le parcours AB peut s'exprimer par la relation suivante : a = $\frac{v_B^2}{2L}$. En déduire la nature du mouvement de l'objet (S) sur les rails.

1.3 L'origine des dates est pris à l'instant de lancement. Déterminer les équations horaires x (t) et v(t) du mouvement de (S). Déterminer la date t_B à laquelle le solide arrive en B.

2. Mouvement du solide sur le plan incliné

L'action de la force $\vec{F}$ cesse en B et le solide monte le plan incliné. On néglige les frottements.

2.1. Quelle distance d devrait parcourir (S) sur le plan incliné avant de d'arrêter en C ?

2.2. En réalité, à cause des frottements, le solide ne parcourt que la distance d'=2m.

2.2.1 Exprimer l'intensité f de la force équivalente à l'ensemble des forces de frottements $\vec{f}$.

2.2.2 Calculer sa valeur.

2.3. Déterminer l'expression et la valeur a' de l'accélération du solide lors de sa montée en considérant les frottements.

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

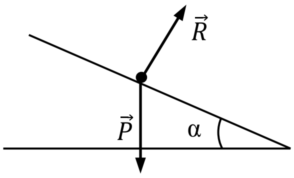
1.

1.1 Calculons l'accélération a_1 du skieur dans la descente.

Système : un skieur

Référentielle : terrestre supposé galiléen muni d'un repère orthonormé $(o\ ;\vec{\imath}\ ;\vec{\jmath}\ )$

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

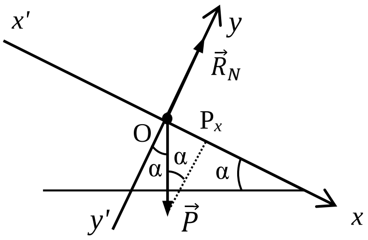


- le poids $\vec{P}$ du skieur
- la réaction $\vec{R}$ du support sur le skieur

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ (1)

Projetons la relation (1) sur l'axe $(x'x)$ du repère :



$P_x + R_x = ma_x$

$P\sin\alpha + 0 = ma_1$

$mg\sin\alpha = ma_1 \Leftrightarrow a_1 = g\sin\alpha$

A.N : $a_1 = 9{,}8 \times \sin 30° = 4{,}9\ m.s^{-2}$

1.2 Calculons la vitesse v_1 du skieur lorsqu'il a parcouru la distance d = 25 m.

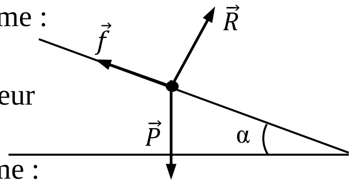
$\Delta v^2 = 2a_1d \Leftrightarrow v_1^2 - v_0^2 = 2a_1d \quad \Leftrightarrow \quad v_1 = \sqrt{2a_1d + v_0^2}$

A.N : $v_1 = \sqrt{2 \times 4{,}9 \times 25 + 2^2} = 15{,}78$ m/s

2.

2.1 Calculons la nouvelle accélération a_2 du skieur dans la descente.

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

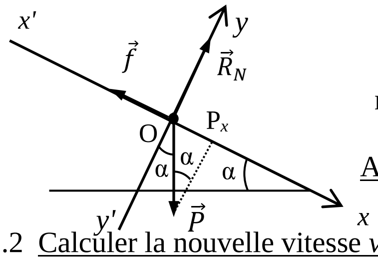


- le poids $\vec{P}$ du skieur
- la réaction normale $\vec{R}_N$ du support sur le skieur
- les forces de frottements $\vec{f}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_G$ (2)

Projetons la relation (2) sur l'axe $(x'x)$ du repère :



$P_x + R_{Nx} + f_x = ma_x$

$P\sin\alpha + 0 - f = ma_2$

$mg\sin\alpha - f = ma_2 \Leftrightarrow a_2 = g\sin\alpha - \frac{f}{m}$

A.N : $a_2 = 9{,}8 \times \sin 30° - \frac{90}{80} = 3{,}775\ m.s^{-2}$

2.2 Calculer la nouvelle vitesse v_2 lorsqu'il a parcouru la distance d = 25 m.

$\Delta v^2 = 2a_2d \Leftrightarrow v_2^2 - v_0^2 = 2a_2d \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = \sqrt{2a_2d + v_0^2}$

A.N : $v_2 = \sqrt{2 \times 3{,}775 \times 25 + 2^2} = 13{,}88$ m/s

Exercice 2 — Corrigé

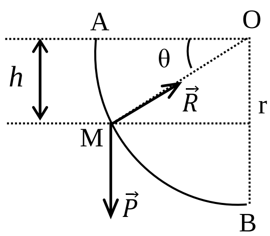
1.

1.1 Etablissons l'expression de la vitesse v_M du mobile en fonction de v_A, g, r et θ.

Système : un mobile de masse m

Référentielle : terrestre supposé galiléen muni du repère de Frenet $(\ \vec{\tau}\ ;\vec{n}\ )$

Bilan des forces extérieures appliquées au système :



- le poids $\vec{P}$ du système
- la réaction $\vec{R}$ du support sur le mobile

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_M :

$\Delta Ec_{A\to M} = \sum W(\vec{F}ext)_{(AM)} \Rightarrow E_{CM} - E_{CA} = W(\vec{P})_{AM} + W(\vec{R})_{AM}$

On a: $W(\vec{R})_{AM} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{AM}$; $W(\vec{P})_{AM} = mgh$ d'où $\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgr\sin\theta$

avec $h = r\sin\theta$. Finalement : $v_M = \sqrt{v_A^2 + 2gr\sin\theta}$

1.2 Faisons l'application numérique au point B.

Au point B, θ = 90° d'où $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gr}$ avec sin 90° = 1

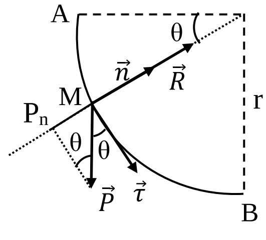
A.N : $v_B = \sqrt{2^2 + 2 \times 10 \times 1} = 4{,}90$ m/s

1.3 Etablissons l'expression de la valeur de la réaction en fonction de m ; g ; θ ; r et v_A.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ (1)

Projetons la relation (1) sur la normale $\vec{n}$ du repère de Frenet:



$P_n + R_n = ma_n$

$-P\sin\theta + R = m\frac{v_M^2}{r}$ avec $P_n = -P\sin\theta$; $R_n = R$ et $a_n = \frac{v_M^2}{r}$

$R = m\frac{v_M^2}{r} + mg\sin\theta = m\left(\frac{v_A^2 + 2gr\sin\theta}{r} + g\sin\theta\right)$

$\mathbf{R = m\left(\frac{v_A^2}{r} + 3g\sin\theta\right)}$

1.4 Faisons l'application numérique en B.

Au point B, θ = 90° ⇒ sinθ = sin90° = 1 d'où $R = m\left(\frac{v_A^2}{r} + 3g\right)$

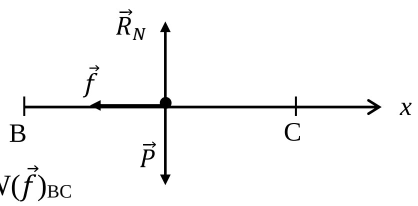
A.N : $\mathbf{R = 0{,}15\left(\frac{2^2}{1} + 3 \times 10\right) = 5{,}1N}$

2.

2.1 Déterminons f.

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

- le poids $\vec{P}$ du mobile
- la réaction normale $\vec{R}_N$ du support sur le système
- les forces de frottements $\vec{f}$



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_B et t_C :

$\Delta Ec_{B\to C} = \sum W(\vec{F}ext)_{(BC)} \Rightarrow E_{CC} - E_{CB} = W(\vec{P})_{BC} + W(\vec{R}_N)_{BC} + W(\vec{f})_{BC}$

or $W(\vec{P})_{BC} = 0$ car $\vec{P} \perp \overrightarrow{BC}$; $W(\vec{R}_N)_{BC} = 0$ car $\vec{R}_N \perp \overrightarrow{BC}$ et $W(\vec{f})_{BC} = -f \times BC$

d'où $\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -f \times BC$ donc $f = \frac{-m(v_C^2 - v_B^2)}{2 \times BC}$

A.N : $\boldsymbol{f} = \frac{-0{,}15(2^2 - 4{,}90^2)}{2 \times 2} = \mathbf{0{,}75\ N}$

2.2 Calculons le travail des forces de frottement sur BC, de deux manières différentes.

➢ 1ère manière : en utilisant la formule :

$W(\vec{f})_{BC} = \vec{f}.\overrightarrow{BC} = f \times BC \times \cos(\vec{f};\overrightarrow{BC}) = -f \times BC$ avec $\cos(\vec{f};\overrightarrow{BC}) = \cos\pi = -1$

A.N : $W(\vec{f})_{BC} = -0{,}75 \times 2 = -1{,}5$ J

➢ 2e manière : en appliquant le théorème de l'énergie cinétique

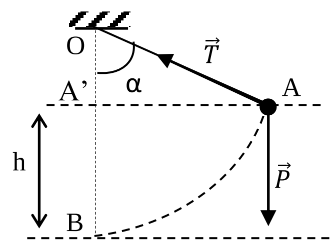
$\Delta Ec_{B\to C} = \sum W(\vec{F}ext)_{(BC)} \Rightarrow E_{CC} - E_{CB} = W(\vec{P})_{BC} + W(\vec{R}_N)_{BC} + W(\vec{f})_{BC}$

or $W(\vec{P})_{BC} = W(\vec{R}_N)_{BC} = 0$ d'où $\frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{f})_{BC}$

donc $W(\vec{f})_{BC} = \frac{m(v_C^2 - v_B^2)}{2}$ A.N : $W(\vec{f})_{BC} = \frac{0{,}15(2^2 - 4{,}90^2)}{2} = -1{,}5$ J

Exercice 3 — Corrigé

1-Calculons la vitesse V_B avec laquelle la bille arrive au point B.



Système : une bille de masse m

Référentielle : terrestre supposé galiléen muni du repère de Frenet ($\vec{\tau}$;$\vec{n}$)

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

- le poids $\vec{P}$ du système
- la tension $\vec{T}$ du fil

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_B :

$\Delta Ec_{A\to B} = \sum W(\vec{F}ext)_{(AB)} \Rightarrow E_{CB} - E_{CA} = W(\vec{P})_{AB} + W(\vec{T})_{AB}$

On a: $W(\vec{T})_{AB} = 0$ car $\vec{T} \perp \overrightarrow{AB}$; $E_{CA} = 0$ car $v_A = 0$ et $W(\vec{P})_{AB} = mgh$ d'où $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$

h = OB – OA' = ℓ(1 – Cosα). Finalement : $v_B = \sqrt{2g\ell(1 - Cos\alpha)}$

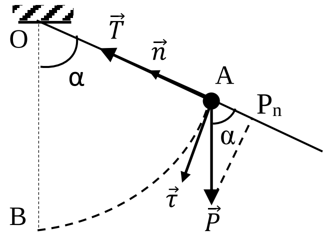
A.N : $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}6 \times (1 - Cos30°)}$ = 1,27 m.s $^{-1}$

2-Exprimons l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil en fonction de m, ℓ, g, α et v_B.

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$ (1)

Projetons la relation (1) sur la normale $\vec{n}$ du repère de Frenet:



$P_n + T_n = ma_n$

$- P\cos\alpha + T = m\frac{v_B^2}{\ell}$ avec $P_n = - P\cos\alpha$; T_n = R et $a_n = \frac{v_B^2}{\ell}$

$$\mathbf{T = m\frac{v_B^2}{\ell} + mg\cos\alpha = m(\frac{v_B^2}{\ell} + g\cos\alpha)}$$

A.N: $T = 0{,}05\times(\frac{1{,}27^2}{0{,}6} + 10\times\cos30°) = 0{,}57$ N

Exercice 4 Corrigé

1. Calculons les valeurs de la vitesse aux dates indiqués et complétons le tableau :

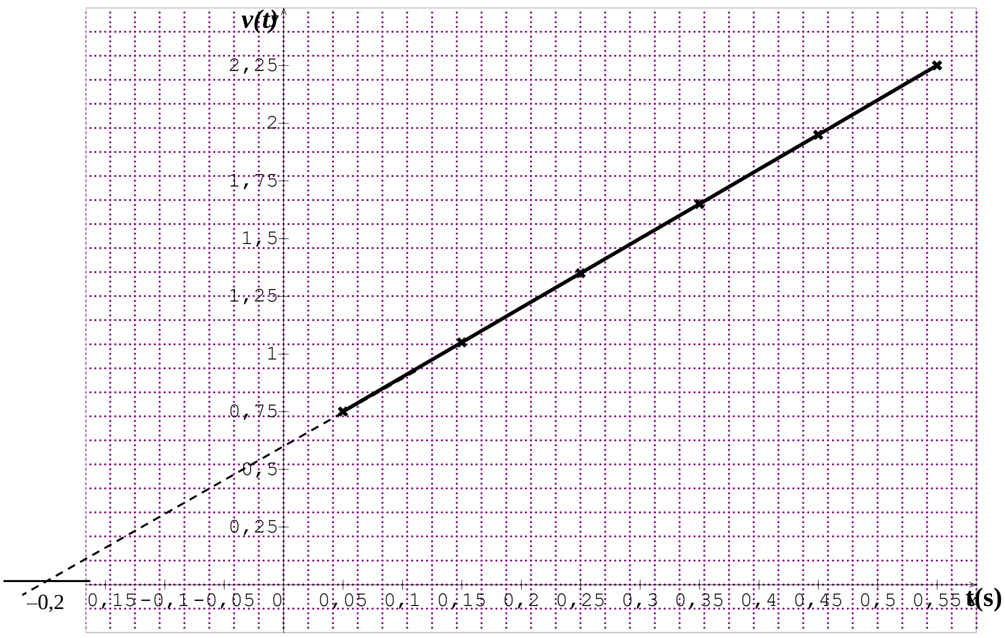
$v(0{,}05) = \frac{(0{,}75-0).10^{-2}}{0{,}1-0} = 0{,}75$ m.s^{-1} ; $v(0{,}15) = \frac{(18-7{,}5).10^{-2}}{0{,}2-0{,}1} = 1{,}05$ m.s^{-1}

$v(0{,}25) = \frac{(31{,}5-18).10^{-2}}{0{,}3-0{,}2} = 1{,}35$ m.s^{-1} ; $v(0{,}35) = \frac{(48-31{,}5).10^{-2}}{0{,}4-0{,}3} = 1{,}65$ m.s^{-1}

$v(0{,}45) = \frac{(67{,}5-48).10^{-2}}{0{,}5-0{,}4} = 1{,}95$ m.s^{-1} ; $v(0{,}55) = \frac{(90-67{,}5).10^{-2}}{0{,}6-0{,}5} = 2{,}25$ m.s^{-1}

t(s)	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55
v(m.s^{-1})	0,75	1,05	1,35	1,65	1,95	2,25

2. Traçons, la courbe représentant la vitesse du mobile en fonction du temps.



3. A partir de la courbe, déduisons :

3.1 l'accélération a du mobile.

La courbe est une droite ; son équation est de la forme : v = at +b

a est le coefficient directeur de la droite. a représente aussi l'accélération du mobile ;

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$; $a = \frac{2{,}25-0{,}75}{0{,}55-0{,}05}$ = 3m.s^{-2}

3.2 sa vitesse à t = 0 s, ainsi que sa date de départ.

la vitesse à t = 0 est l'ordonné à l'origine b de la droite donc v_0 = 0,6 m/s la date de départ t_0 est la date où la vitesse est nulle: $\mathbf{t_0 = -0{,}2s}$.

$t_0 = -0{,}2s < 0$: signifie que la date quelconque pris comme origine des dates où l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie a été déclenché se situe 0,2s après que le mobile soit lancé.

4. Ecrivons les lois horaires $v_x(t)$ et $x(t)$ du mouvement du mobile

a = cste ≠ 0 : le mouvement est rectiligne uniformement varié, les lois horaires sont de la forme :

$v(t) = at + v_0$ et $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$;

$v(t) = 3t + 0{,}6$ et $x(t) = 1{,}5t^2 + 0{,}6t$ avec $x_0 = 0$

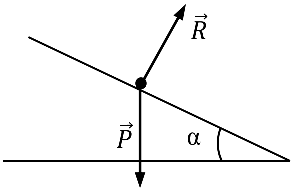
5. Etablissons l'expression de l'accélération a du mobile puis calculons l'angle α.

Système : un mobile de masse m

Référentielle : terrestre supposé galiléen muni d'un repère orthonormé $(o\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

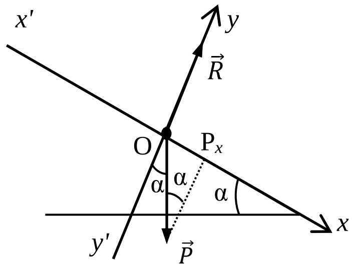
– le poids $\vec{P}$ du système
– la réaction $\vec{R}$ de la table sur le mobile



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$ (1)

Projetons la relation (1) sur l'axe $(x'x)$ du repère :



$P_x + R_x = ma_x$

$P\sin\alpha + 0 = ma$

$mg\sin\alpha = ma \Leftrightarrow \mathbf{a = g\sin\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(\frac{a}{g})$

A.N: $\alpha = \sin^{-1}(\frac{3}{9{,}8}) = 17{,}82°$

Exercice 5 — Corrigé

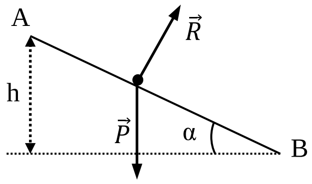
1. Exprimons puis calculons la vitesse v_B du solide en B.

Système : un solide de masse m

Référentielle : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces extérieures appliquées au système :

– le poids $\vec{P}$ du système
– la réaction $\vec{R}$ de la glissière sur le solide



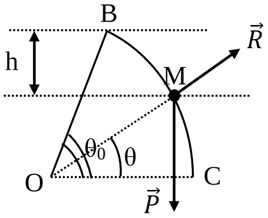
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_B :

$\Delta Ec_{A\to B} = \sum W(\vec{F}ext)_{(AB)} \Rightarrow Ec_B - Ec_A = W(\vec{P})_{AB} + W(\vec{R})_{AB}$

On a : $W(\vec{R})_{AB} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{AB}$; $W(\vec{P})_{AB} = mgh = mg\ell\sin\alpha$ avec $h = \ell\sin\alpha$; $Ec_A = 0$ car $v_A = 0$

d'où $\frac{1}{2}mv_B^2 = mg\ell\sin\alpha$ Finalement : $\boldsymbol{v_B = \sqrt{2g\ell\sin\alpha}}$ A.N : $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1 \times \sin 30°} = 3{,}16\,m.s^{-1}$

2. Exprimons la vitesse v_M en fonction de v_B, r, g, θ et θ_0.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et M :

$\Delta Ec_{B\to M} = \sum W(\vec{F}ext)_{(BM)} \Rightarrow Ec_M - Ec_B = W(\vec{P})_{BM} + W(\vec{R})_{BM}$

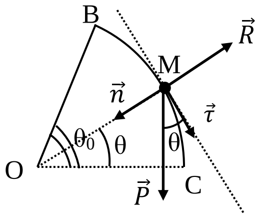
On a : $W(\vec{R})_{BM} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{BM}$;

$W(\vec{P})_{AB} = mgh = mgr(\sin\theta_0 - \sin\theta)$ avec $h = r(\sin\theta_0 - \sin\theta)$

d'où $\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgr(\sin\theta_0 - \sin\theta)$

Finalement : $v_M = \sqrt{2gr(\sin\theta_0 - \sin\theta) + v_B^2}$

3. La réaction R de la glissière sur l'objet au point M



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

Projetons cette relation sur la normale $\vec{n}$ de la base de Frenet$(\vec{\tau},\vec{n})$

$P_n + R_n = ma_n$

$P\sin\theta - R = m\frac{v_M^2}{r}$ avec $P_n = -P\sin\theta$; $R_n = R$ et $a_n = \frac{v_M^2}{r}$

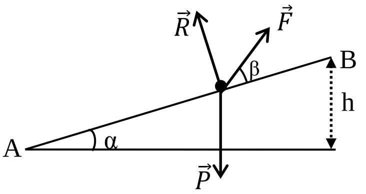
$$\mathbf{R = mgsin\theta - m\frac{v_M^2}{r}}$$

4. <u>Exprimons R en fonction de v_B ; r ; g ; θ ; m et θ_0.</u>
On a : $v_M^2 = 2gr(sin\theta_0 - sin\theta) + v_B^2$. En remplaçant v_M^2 par son expression dans R, on obtient :
$\mathbf{R = mg(3sin\theta - 2sin\theta_0) - \frac{mv_B^2}{r}}$

5. <u>Montrons que le solide quitte la piste en N tel que $\theta_1 = (\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{ON}})$ et calculons θ_1.</u>
Le solide quitte la piste si l'équation R = 0 admet une solution θ_1 tel que $\theta_1 < \theta_0$
$R = 0 \Leftrightarrow mg(3sin\theta_1 - 2sin\theta_0) - \frac{mv_B^2}{r} = 0 \Leftrightarrow 3sin\theta_1 - 2sin\theta_0 = \frac{v_B^2}{gr} \Leftrightarrow sin\theta_1 = \frac{v_B^2}{3gr} + \frac{2sin\theta_0}{3}$
$\Leftrightarrow \theta_1 = sin^{-1}(\frac{v_B^2}{3gr} + \frac{2sin\theta_0}{3})$ A.N : $\theta_1 = sin^{-1}(\frac{3{,}16^2}{3\times10\times2} + \frac{2\times sin60°}{3}) = 48{,}05°$
$\theta_1 = 48{,}05° < \theta_0 = 60°$: donc le solide quitte la piste en N tel que $\theta_1 = (\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{ON}})$ $\mathbf{\theta_1 = 48{,}05°}$

Exercice 6 Corrigé

1.
1.1 <u>En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à (S), calculons la valeur F de $\vec{F}$.</u>
système : un solide (S)
Référentiel : terrestre supposé galiléen
Bilan des forces :
– le poids $\vec{P}$ du solide (S)
– la réaction $\vec{R}$ du plan incliné
– la force de traction $\vec{F}$



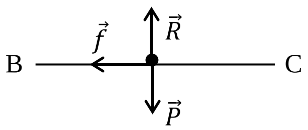
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_A et t_B :
$\Delta Ec_{A\to B} = \sum W(\vec{F}ext)_{(AB)} \Rightarrow Ec_B - Ec_A = W(\vec{P})_{AB} + W(\vec{R})_{AB} + W(\vec{F})_{AB}$
On a : $W(\vec{R})_{AB} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{AB}$; $W(\vec{P})_{AB} = - mgh = - mg\ell sin\alpha$ avec $h = \ell sin\alpha$;
$W(\vec{F})_{AB} = F\ell cos\beta$; $Ec_A = 0$ car $v_A = 0$ d'où $\frac{1}{2}mv_B^2 = - mg\ell sin\alpha + F\ell cos\beta$

Finalement : $F = \frac{m(2g\ell sin\alpha + v_B^2)}{2\ell cos\beta}$ <u>A.N</u> : $F = \frac{1{,}5(2\times9{,}8\times2\times sin30° + 2^2)}{2\times2\times cos10°} = 8{,}99N$

1.2 <u>Calculons l'accélération sur AB.</u>
Le mouvement du solide est rectiligne uniformément accéléré : $v_B^2 - v_A^2 = 2a\ell \Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2\ell}$ avec $v_A^2 = 0$;

<u>A.N</u> : $a = \frac{2^2}{2\times2} = 1m.s^{-1}$

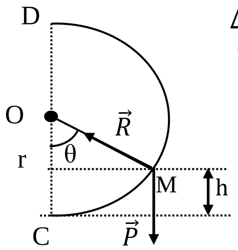
2.
2.1 <u>Calculons la variation de l'énergie mécanique ΔE_m du solide</u>
$\Delta E_m = \Delta E_C$ car $Ep_C = Ep_B$ d'où $\Delta E_m = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2)$ <u>A.N</u> : $\Delta E_m = \frac{1}{2}\times1{,}5\times(1{,}5^2 - 2^2) = - 1{,}31J$
<u>Conclusion</u> : $\Delta E_m \neq 0$: il existe des forces de frottement.
2.2 <u>Faisons le bilan des forces puis représenter.</u>
Bilan des forces :
– le poids $\vec{P}$ solide (S) ;
– la réaction $\vec{R}$ du support sur le solide
– les forces de frottement $\vec{f}$



2.3 <u>Montrons que le travail des forces de frottement f entre B et C est égal à ΔE_m</u>.
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre B et C :
$\Delta Ec_{B\to C} = \sum W(\vec{F}ext)_{(BC)} \Rightarrow \Delta Ec_{B\to C} = W(\vec{P})_{BC} + W(\vec{R}_N)_{BC} + W(\vec{f})_{BC}$
or $W(\vec{P})_{BC} = 0$ car $\vec{P} \perp \overrightarrow{BC}$; $W(\vec{R}_N)_{BC} = 0$ car $\vec{R}_N \perp \overrightarrow{BC}$
$\Delta Ec_{B\to C} = W(\vec{f})_{BC}$ or $\Delta E_m = \Delta E_C$ donc $\Delta E_m = W(\vec{f})_{BC}$
2.4 <u>Calculons la valeur f de $\vec{f}$.</u>
$W(\vec{f})_{BC} = - f \times L = \Delta E_m \Rightarrow f = -\frac{\Delta E_m}{L}$ <u>A.N</u>: $f = -\frac{(-1{,}31)}{3} = 0{,}44N$
3. <u>Etablissons au point M, en fonction de m, r, θ, v_C et g, l'expression de</u> :
3.1 <u>la valeur v de la vitesse de S</u>
Bilan des forces extérieures appliquées au système :

– le poids $\vec{P}$ du système
– la réaction $\vec{R}$ du support sur le solide

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les instants t_C et t_M :



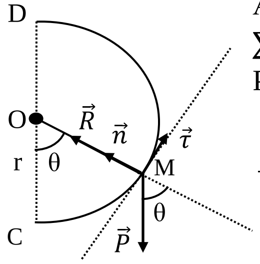
$\Delta Ec_{C\to M} = \sum W(\vec{F}ext)_{(CM)} \Rightarrow Ec_M - Ec_C = W(\vec{P})_{CM} + W(\vec{R})_{CM}$

$W(\vec{R})_{CM} = 0$ car $\vec{R} \perp \overrightarrow{CM}$; $W(\vec{P})_{AM} = -mgh = -mgr(1-\cos\theta)$ avec $h = r(1-\cos\theta)$

d'où $\frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = -mgr(1-\cos\theta)$

Finalement : $v_M = \sqrt{v_C^2 + 2gr(\cos\theta - 1)}$

3.2 <u>L'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste</u>.



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

Projetons la relation sur la normale $\vec{n}$ du repère de Frenet:

$P_n + R_n = ma_n$

$-P\cos\theta + R = m\frac{v_M^2}{r}$ avec $P_n = -P\cos\theta$; $R_n = R$ et $a_n = \frac{v_M^2}{r}$

$R = m\frac{v_M^2}{r} + mg\cos\theta = m\left(\frac{v_C^2+2gr(\cos\theta-1)}{r} + g\sin\theta\right)$ **$R = m\left(\frac{v_C^2}{r} + 3g\cos\theta - 2g\right)$**

<u>Déduisons-en l'angle maximal atteint par le solide (S) avant de redescendre.</u>

Pour $\theta = \theta_m$, $v = 0 \Rightarrow v_C^2 + 2gr(\cos\theta_m - 1) = 0 \Rightarrow \cos\theta_m = 1 - \frac{v_C^2}{2gr}$

$\theta_m = \cos^{-1}(1 - \frac{v_C^2}{2gr})$ <u>A.N</u>: $\theta_m = \cos^{-1}(1 - \frac{1{,}5^2}{2\times9{,}8\times1}) = 27{,}72°$

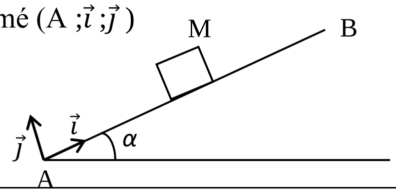
Exercice 7 Corrigé

1. <u>Donnons les expressions des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (descente) en fonction de m, g, f et α et la nature du mouvement dans chaque cas</u>.

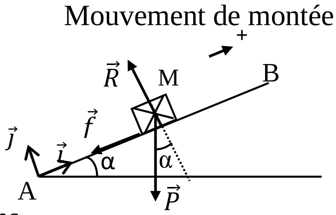
Système : un solide M

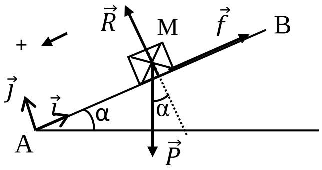
Référentielle : terrestre supposé galiléen muni d'un repère orthonormé (A ;$\vec{\imath}$;$\vec{\jmath}$)

Inventaire des forces s'exerçant sur le solide:



– le poids $\vec{P}$ du système
– la réaction normale $\vec{R}_N$ du support sur le solide
– les forces de frottements $\vec{f}$

<table>
<tr><th>Mouvement de montée</th><th>Mouvement de descente</th></tr>
<tr><td>


Appliquons
le théorème du centre d'inertie au système :
$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_G$
Projetons la relation sur l'axe (A,$\vec{\imath}$) du repère :
$P_x + R_{Nx} + f_x = ma_x$
$-P\sin\alpha + 0 - f = ma_1$
$-mg\sin\alpha - f = ma_1 \Leftrightarrow a_1 = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$
a_1 = cste en plus
$\vec{a}_1.\vec{v} = -(g\sin\alpha + \frac{f}{m}).v < 0$: le mouvement est rectiligne uniformement retardé
</td><td>


Appliquons
le théorème du centre d'inertie au système :
$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_G$
Projetons la relation sur l'axe (A,$\vec{\imath}$) du repère :
$P_x + R_{Nx} + f_x = ma_x$
$-P\sin\alpha + 0 + f = ma_2$
$-mg\sin\alpha + f = ma_2 \Leftrightarrow a_2 = -g\sin\alpha + \frac{f}{m}$
a_2 = cste : le mouvement est rectiligne uniformement varié :
(accéléré si $\frac{f}{m} > g\sin\alpha$) ;
(retardé si $\frac{f}{m} < g\sin\alpha$)
</td></tr>
</table>

2. <u>Les expressions de $\vec{v}_1$(montée) et $\vec{v}_2$(descente) en fonction de a_1, a_2, v_A et t.</u>

Mouvement de montée

$v_1 = a_1t + v_A$

Mouvement de descente

$v_2 = a_2(t - t') = a_2t - a_2t'$ avec t' la date à laquelle v_1 s'annule

Déterminons t'

A t = t' ; $v_1 = 0 \Rightarrow a_1t' + v_A = 0 \Rightarrow t' = -\frac{v_A}{a_1}$ Finalement : $v_2 = a_2t + \frac{a_2v_A}{a_1}$

3. <u>Déterminons les valeurs numériques a_1 ; a_2 de la question 1</u>.

Calcul de a_1 : $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $a_1 = \frac{0-12}{2-0} = -6\ m.s^{-1}$ Calcul de a_2 : $a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $a_2 = \frac{-12-0}{5-2} = -4\ m.s^{-1}$

4. <u>Déduisons les valeurs numériques de f et α.</u>

$a_1 = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$ et $a_2 = -g\sin\alpha + \frac{f}{m}$

$a_1 + a_2 = -2g\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{-(a_1+a_2)}{2g} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(\frac{-(a_1+a_2)}{2g})$ <u>A.N</u> : $\alpha = \sin^{-1}(\frac{-(-6-4)}{2\times10}) = 30°$

$a_1 - a_2 = \frac{2f}{m} \Rightarrow f = \frac{m(a_1-a_2)}{2}$ <u>A.N</u>: $f = \frac{0,2(-4+6)}{2} = 0,2N$

5. <u>Calculons la vitesse v_A' de M quand il repasse en A</u>

Considérons le mouvement de descente : $v'^2_A - v^2_B = 2a_2(x_A - x_B) = -2a_2AB$

Considérons le mouvement de montée : $v^2_B - v^2_A = 2a_1(x_B - x_A) = 2a_1AB$

$AB = \frac{-v^2_A}{2a_1}$ avec $v_B = 0$ d'où $v'_A = \sqrt{-2a_2 \times \frac{-v^2_A}{2a_1}}$; $v'_A = v_A\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}$ <u>A.N</u> : $v'_A = 12\times\sqrt{\frac{-4}{-6}} = 9,8m/s$

6. <u>Vérifions que la variation d'énergie mécanique du système M, est égale au travail de la force $\vec{f}$</u>

$W(\vec{f}) = W(\vec{f})_{montée} + W(\vec{f})_{descente} = -f \times AB + (-f \times AB) = -2f \times AB$ or $AB = \frac{-v^2_A}{2a_1}$

d'où $W(\vec{f}) = \frac{f\times v^2_A}{a_1}$ <u>A.N</u>: $W(\vec{f}) = \frac{0,2\times12^2}{-6} = -4,8\ J$

$\Delta E_m = E'm_A - Em_A = E'p_A + E'c_A - (Ep_A + Ec_A) = E'c_A - Ec_A$ car $E'p_A = Ep_A = 0$

$\Delta E_m = \frac{1}{2}m(v'^2_A - v^2_A)$ <u>A.N</u> : $\Delta E_m = \frac{1}{2}\times0,2\times(9,8^2 - 12^2) = -4,796J \approx -4,8\ J$ donc $\Delta E_m = W(\vec{f})$

Mouvements dans des champs (g et E) uniformes 3

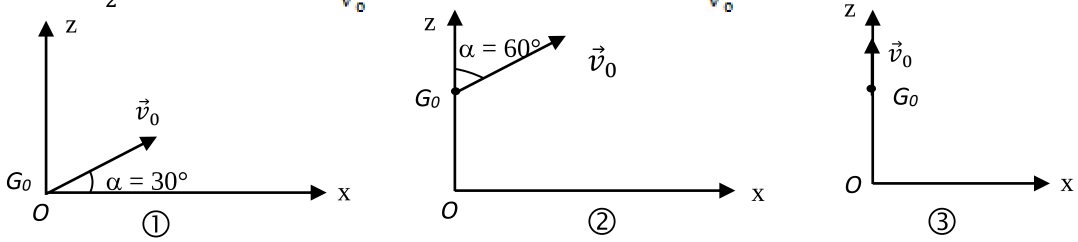
… et pourtant elle tourne. Galilée

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 32

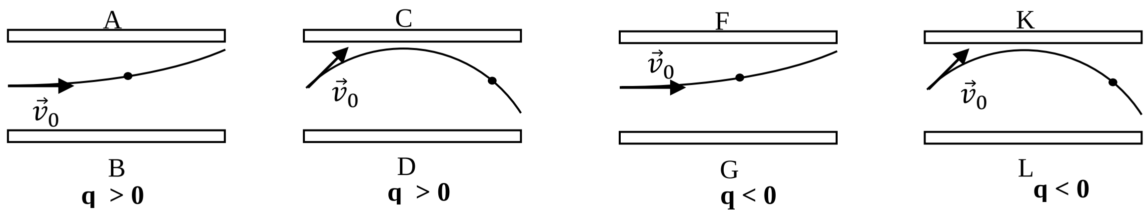
1. Donner les coordonnées du vecteur position et du vecteur vitesse à t = 0s dans chacun des schémas 1; 2 et 3.
2. Donner la nature de la trajectoire correspondant à chaque schéma et dessiner son allure.
3. Associer l'équation cartésienne à chaque schéma.

$$z = -g\frac{t^2}{2} + V_0 t + z_0 \; ; \quad z = \frac{-1.33gx^2}{{v_0}^2} + 0{,}58x + z_0 \; ; \quad z = -\frac{1{,}33gx^2}{{v_0}^2} + 0{,}58x$$



Exercice 2 Corrigé Page 32

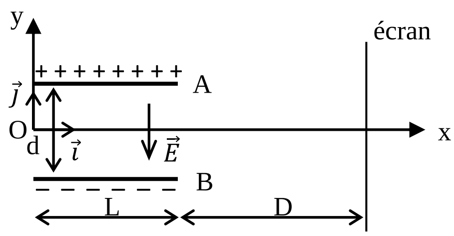
1. Préciser le signe des plaques correspondant à chacun des schémas ci-dessous
2. Représenter le champ $\vec{E}$ dans chaque cas.



Exercice 3 Corrigé Page 32

On maintient entre les plaques A et B d'un condensateur une différence de potentielle U. La longueur de ses plaques est L et leur distance est d. Un ion sélénium Se^{2-}est injecté dans une direction perpendiculaire au champ avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = v_0.\vec{i}$ au point O équidistant des plaques.

Données : L= 2cm; d =1 cm; D = 30 cm; U = 100V;
vo = 4.10^4 m/s; m (Se^{2-}) = $1{,}31.10^{-25}$kg ; - e = $-1{,}6.10^{-19}$C.



On négligera le poids de l'ion sélénium.

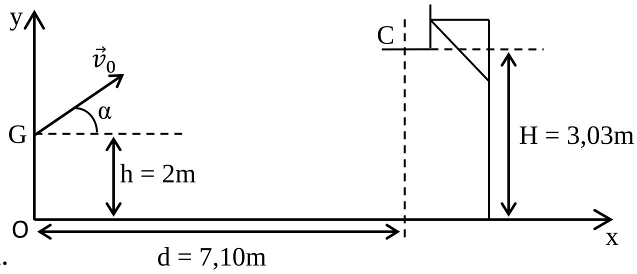
1. Calculer le champ électrostatique (uniforme) entre les deux plaques.
2. Etablir les équations horaires du mouvement de l'ion Se^{2-}dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$). En déduire l'équation de la trajectoire puis donner sa nature.
3. L'ion sélénium sort de la région où règne un champ électrique en un point S.
   - 3.1 Calculer les coordonnées de S
   - 3.2 Calculer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ au point S. En déduire v_S
4. On place un écran à la distance D de l'extrémité des plaques. Vérifier que le point d'impact de l'ion sur l'écran est situé à 9,45 cm de l'axe (Ox)

Exercice 4 — Corrigé Page 33

Au cours d'une compétition de basket-ball au palais des sports de Treichville, un basketteur A, tire en direction du panier constitué d'un simple cercle métallique, dont le plan horizontal est situé à 3,05m du sol. Lorsque le ballon est lancé par le joueur A :

– Le centre G du ballon est à 2,00m du sol ;
– La distance séparant les verticales passant par le centre C du panier et G est 7,10m ;
– Sa vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle α = 45⁰ avec l'horizontale. (voir figure)

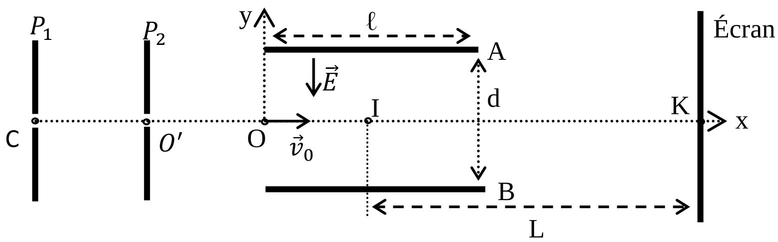
Le panier est marqué ou réussi lorsque le centre du ballon passe par le centre du panier. On néglige les frottements de l'air sur le ballon.



Données : masse du ballon : m = 0,60Kg ; g = 9,8m/s².

1.
 1.1 Etablir que l'équation de la trajectoire de G dans le repère (Ox, Oy) est :
 y = $\frac{-gx^2}{2v_0^2\,(\cos\alpha)^2} + x\tan\alpha + y_G$ avec y_G= 2,00m.
 1.2 Montrer que y peut se mettre sous la forme y = $\frac{-9{,}8x^2}{v_0^2} + x + 2$.
 1.3 Calculer la valeur de la vitesse $\vec{v}_0$ pour que le panier soit réussi.
2. Dans la suite de l'expérience, la valeur de la vitesse du ballon au départ est v_0= 9,03m/s.
 2.1 Etablir et calculer la durée nécessaire au ballon pour parvenir au centre du panier.
 2.2 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse du ballon lorsque le panier est marqué.
 2.3 Un joueur B de l'équipe adverse, situé à 0,90m du joueur A, entre celui-ci et le panier, tente maintenant d'empêcher le tire en levant verticalement les bras. La hauteur atteinte par B est 2,70m. si le ballon part avec la même vitesse v_0 que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?

Exercice 5 — Corrigé Page 34



1. Une particule α (noyau d'hélium He^{2+}) émise en C avec une vitesse nulle, est accélérée entre deux plaques P_1 et P_2 par une tension U_0= V_{P1} - V_{P2}= – 4000V.
 1.1 Représenter le vecteur champ électrostatique $\vec{E}_0$ entre les plaques P_1 et P_2. Justifier votre réponse.
 1.2 Etablir l'expression de la vitesse v_0 de la particule en O' en fonction de m, U_0, et e. Calculer sa valeur.
 1.3 Indiquer en justifiant votre réponse, la nature du mouvement de la particule entre O' et O.
2. La particule pénètre en O, avec un vecteur-vitesse horizontal de valeur v_0, entre les armatures A et B d'un condensateur. Les armatures de longueur ℓ, sont distants de d. On établit entre elles une tension positive U = $V_A - V_B$.
 2.1 Etablir les équations horaires du mouvement de la particule dans le champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) .
 2.2 En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire sous forme y = kx^2, où k est une constante fonction de U, U_0 et d. Calculer la valeur de k.
 2.3 Donner la condition pour que la particule sorte du champ $\vec{E}$ sans heurter l'une des plaques. Déterminer l'ordonnée y_s du point S à la sortie des armatures.
 2.4 Préciser en justifiant votre réponse si la particule sort du champ $\vec{E}$.
3. On suppose que la particule sort du champ $\vec{E}$. Elle arrive ensuite sur un écran fluorescent. Déterminer la déflexion électrostatique Y_m.

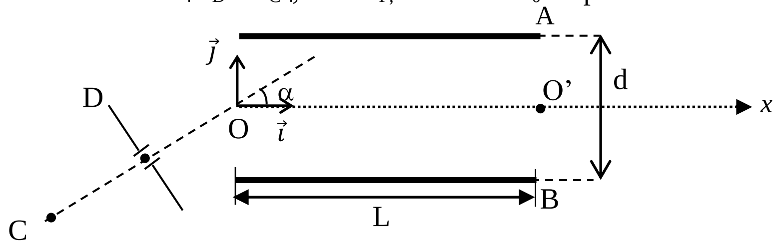
Données: e = 1,6.10^{-19}C ; m = 6,68.10^{-27}Kg; ℓ = 4cm; d = 2cm; L = IK = 40cm et U=1500V

Exercice 6 Corrigé Page 35

Un condensateur plan est constitué de deux plaques parallèles métalliques rectangulaires horizontales A et B de longueur L, séparées par une distance d. On néglige le poids des protons et l'expérience est faite dans le vide. Un faisceau homocinétique d'électrons, émis au point C sans vitesse initiale, est accéléré entre les points entre les points C et D, situés dans le plan ($\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) ; il pénètre en O, en formant l'angle α avec $\vec{\imath}$, dans le champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, du condensateur.

1- Indiquer en le justifiant, le signe de $V_D – V_C$.

2- Calculer en fonction de U = $|V_D - V_C|$, e et m_P, la vitesse v_0 de pénétration dans le champ $\vec{E}$.



3-Indiquer en le justifiant le signe de U' = V_A-V_B tel que le faisceau de protons puisse passer par le point O'.

4-Etablir l'équation de la trajectoire dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$) en fonction de U, U' = $|V_A$-$V_B|$, α et d. Préciser la nature du mouvement des protons.

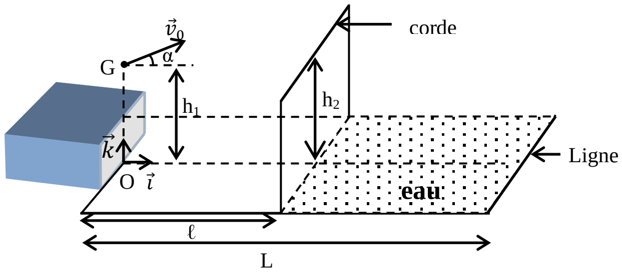
4-1 En déduire la valeur de U' pour la sortie des protons en O'.

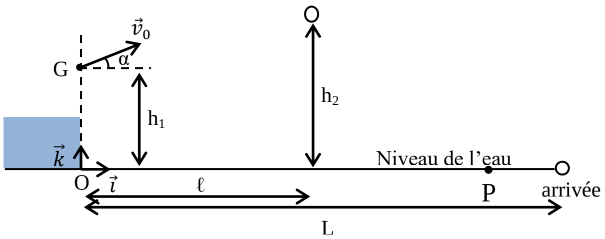
4-2 A quelle distance minimale de la plaque A, passe alors le faisceau de protons?

On donne : U = 100V ; m_P = 1,6.10^{-27}kg ; e = 1,6.10^{-19}C ; α = 30° ; L =20cm et d = 7cm.

Exercice 7 Corrigé Page 36

Des élèves se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au jeu de plongeons. Ce jeu réalisé à la piscine, consiste à passer au dessus d'une corde puis atteindre la surface de l'eau en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage. Le bassin d'eau a pour longueur L = 20 m et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitté un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur h_1 = 1,5m au dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachée à une distance ℓ = 1,6m du tremplin. Elle est à une hauteur h_2 = 2m du niveau de l'eau (voir figure) Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point G. Les essais différents par la valeur du vecteur vitesse initial du solide ou par l'angle dudit vecteur avec l'horizontal. Le mouvement du solide est étudié dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$). Le point O est le point d'intersection entre la verticale passant par la position initiale de jeu et la surface de l'eau. La direction de l'axe $\vec{\imath}$ est perpendiculaire au plan verticale contenant la corde.





On néglige les frottements et on prendra g = 10 m.s^{-2}.

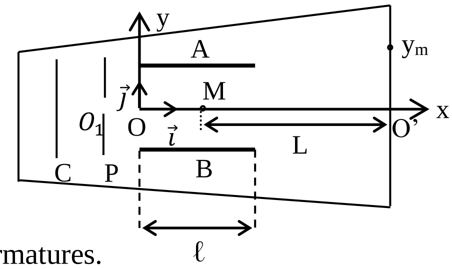
1. Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G, à la date t = 0, avec une vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α = 45° avec l'horizontale, de valeur v_0 = 8m.s^{-1} et appartenant au plan vertical défini par ($\vec{\imath}$, $\vec{k}$).
   1.1 Etablir les équations paramétriques du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
   1.2 Le solide passe-t-il au dessus de la corde ? Justifier la réponse.
   1.3 Au cas où le solide passe au dessus de la corde, quelle distance d le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau en un point P ?
   1.4 Calculer la norme du vecteur vitesse et l'angle β que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau.
2. Dans un second essai, les élèves voudraient que le solide touche l'eau en un point P' distant de 8 m de la ligne d'arrivée. Quelle doit être alors la valeur de la vitesse initiale pour α = 45° ?

A Chercher

Exercice 8

1. La cathode C d'un oscilloscope électronique émet des électrons avec une vitesse négligeable. Les électrons sont accélérés entre la cathode C et l'anode P.ils la traverse par l'ouverture O_1. On établit une différence de potentiel $U_0 = V_P - V_C = 2000V$.
   1.1 Déterminer la vitesse V_0 des électrons à leur passage en O_1. Calculer sa valeur.
   1.2 Indiquer en justifiant votre réponse, la nature de leur mouvement au delà de P entre O_1 et O.
   On admettra que le poids d'un électron est négligeable par rapport aux autres forces appliquées.
2. Les électrons pénètrent en O entre les armatures horizontales A et B d'un condensateur.

Les armatures, de longueur ℓ, sont distantes de AB = d. On établit entre les armatures une tension positive $U = V_A - V_B$. On donne : charge d'un électron $q = -e = -1{,}6.10^{-19}C$; masse de l'électron $m = 9{,}1.10^{-31}Kg$; L = 4cm ; d = 2cm et MO' = L.

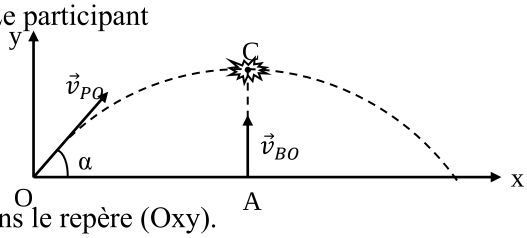


2.1 Représenter sur un schéma le champ électrique $\vec{E}$ et la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur un électron entre les deux armatures.
2.2 Déterminer l'accélération des électrons entre les deux armatures dans le système d'axe (Ox,Oy). Etablir l'équation de la trajectoire sous la forme $y = Kx^2$ où K est une constante fonction de U, U_0 et d.
2.3 Exprimer en fonction de ℓ, d et U_0 la condition sur U pour que les électrons puissent sortir du condensateur AB sans heurter une des armatures. Calculer cette valeur limite de la tension U.

3.Le faisceau d'électrons arrive ensuite sur un écran fluorescent situé à la distance L du centre de symétrie M des plaques.
3.1 Exprimer le déplacement Y_m du spot sur l'écran en fonction de U, ℓ, L, d et U_0.
N.B on peut utiliser la propriété suivante : la tangente à la trajectoire, à la sortie des plaques passe par le point M.
3.2 On peut obtenir une déviation maximale Y_m = 4cm. Sachant que la valeur de L est L = 40cm. Calculer la valeur de U qu'il faut alors appliquer entre les plaques.

Exercice 9

On étudie le mouvement d'un pigeon d'argile lancé pour servir de cible à un tireur. Le pigeon d'argile de masse m_P = 0,10 kg assimilé à un point matériel M est lancé avec un vecteur vitesse $\vec{v}_{PO}$ de valeur $v_{PO} = 30\ m.s^{-1}$ faisant un angle α de 45° par rapport à l'horizontale. Le participant situé en A tir verticalement une balle de masse m_B = 0,020 kg avec un fusil. La vitesse initiale de la balle est v_{BO}. La balle, assimilé à un point matériel B, part du point A. OA = 45m. Le pigeon et la balle démarre t_0. *On donne $g = 10\ m.s^{-2}$.*



I. Etude du mouvement du pigeon
1. Etablir les équations horaires $x_P(t)$ et $y_P(t)$ du pigeon d'argile dans le repère (Oxy).
2. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.
3. A quelle date le pigeon d'argile atteint-t-il le sommet C de sa trajectoire ?

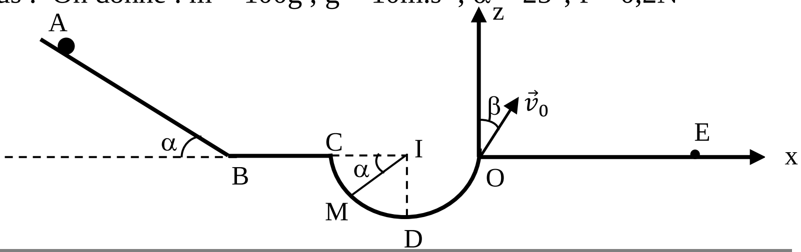
II. Etude du mouvement de la balle
1. Etablir dans le repère (Oxy), les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ de la balle.
2. En déduire l'équation de sa trajectoire.

III. Tir réussi.
1. Quelle est l'abscisse x_C du point d'impact C du pigeon d'argile et de la balle ?
2. Vérifier à partir de l'abscisse x_C de l'impact, que le temps de « vol » du pigeon d'argile est $\Delta t = 2{,}1s$.
3. En déduire la vitesse v_{BO} pour que le tir soit réussi.

Exercice 10

Une bille ponctuelle de masse m est abandonnée sans vitesse initiale en A. Elle glisse alors sur une piste ABCDOE représenté par la figure ci-dessous : On donne : m = 100g ; $g = 10m.s^{-2}$; α = 25°; f = 0,2N

AB = ℓ = 2m ; r = IM =ID = 20cm ;
BC = ℓ' = 1m.



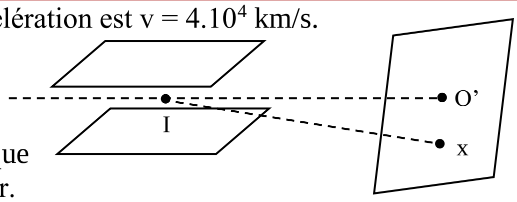
1-Lors du parcours ABC, la bille est soumise à des frottements représentés par une force unique $\vec{f}$, opposée au vecteur vitesse de valeur f.

1.1 Déterminer l'accélération a_1 de la bille au cours de son mouvement sur le trajet AB.
1.2 Calculer sa vitesse v_B à son arrivée au point B.
1.3 Calculer son accélération a_2 au cours du déplacement BC.
1.4 Exprimer sa vitesse v_C à son arrivée en C en fonction de g, ℓ, f, ℓ' et m. Faire l'application numérique.
2. Lors du parcours CDO, les frottements sont supposés nuls
3.1 Etablir l'expression de la vitesse de la bille lorsqu'elle passe en M en fonction de g, v_C, θ et r.
3.2 En déduire la valeur de cette vitesse aux points D et O.
4. La bille quitte le point O situé au même niveau que C avec le vecteur vitesse $\vec{v}_0$, faisant un angle β = 20° avec la verticale passant par ce point. On donne v_0 = 2,13 m.s^{-1}.
3.1 Etablir, dans le repère indiqué sur la figure, l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille.
3.2 Déterminer les coordonnées du point de chute E de la bille.
3.3 La bille arrive au point E avec une vitesse $\vec{v}_E$. Donner les caractéristiques de $\vec{v}_E$.

Exercice 11

Dans un tube d'oscilloscope la vitesse des électrons en fin d'accélération est v = 4.10^4 km/s.
1. Quelle est la tension d'accélération ?

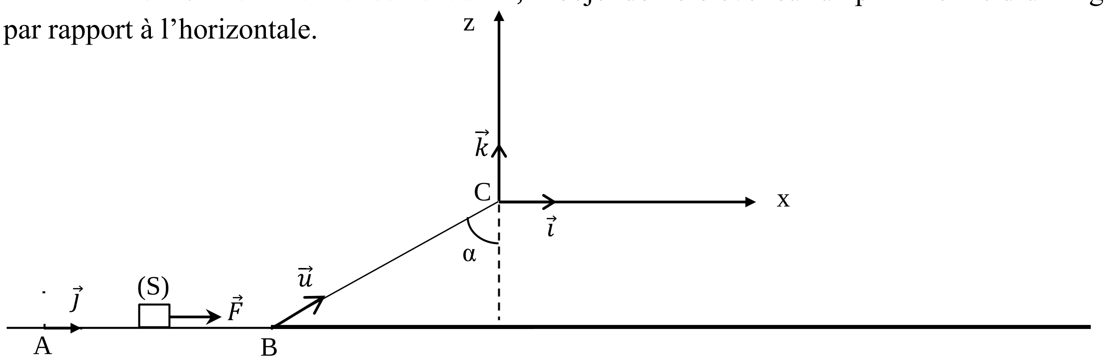
Ce faisceau d'électron convenablement diaphragmé passe entre les armatures d'un condensateur plan distantes de d = 1 cm, longue de L = 2 cm. On suppose le champ électrostatique uniforme entre les armatures et nul à l'extérieure du condensateur.



Celui-ci est disposé de telle sorte que le champ électrostatique $\vec{E}$ est perpendiculaire à la vitesse $\vec{v}$ des électrons qui pénètrent dans le champ. On observe l'impact des électrons sur un écran cathodique situé à 20 cm de la sortie du condensateur.
2. Quelle est la tension U appliquée au condensateur qui produit un déplacement de spot de x = 2 cm sur l'écran cathodique.
3. Comment doit varier cette tension U pour que le spot se déplace à la vitesse constante sur l'écran.
4. Ce spot effectue maintenant sur l'écran un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude X_m = 4 cm. A la date t = 0, il est au centre de l'écran en x = 0 avec une vitesse maximale positive. Donner l'expression de la tension U aux bornes du condensateur si la période du mouvement sur l'écran est T = 0,25s.

Exercice 12

Un objet S de masse m = 500g assimilable à un point matériel, est lancé en A sur des rails horizontaux de longueur AB = L = 9 m. A la fin du lancement en B, l'objet doit s'élever sur un plan incliné d'un angle α = 60° par rapport à l'horizontale.



1. Mouvement du solide sur les rails horizontaux

Pour tester sa force, une personne pousse l'objet (S), en exerçant une force constante $\vec{F}$, sur le parcours AB. Le solide glisse sans frottements en partant de sa position de repos A pour arriver en B avec la vitesse v_B = 6 m.s^{-1}.

1.1 Exprimer l'intensité F de la force $\vec{F}$ en fonction de m, v_B et L. Calculer sa valeur.
1.2 Montrer que l'accélération a du mobile sur le parcours AB peut s'exprimer par la relation suivante : a = $\frac{v_B^2}{2L}$.
1.3 Donner la nature du mouvement de l'objet (S) sur les rails.
1.4 L'origine des dates est pris à l'instant de lancement. Déterminer les équations horaires x (t) et

v(t) du mouvement de (S). Déterminer la date t_B à laquelle le solide arrive en B.

2. Mouvement du solide sur le plan incliné

L'action de la force $\vec{F}$ cesse en B et le solide monte le plan incliné. Pour simplifier les calculs, on suppose que le solide aborde le plan incliné avec la vitesse v_B donner en 1. On néglige les frottements.

2.4. Quelle distance d parcourue par (S) sur le plan incliné si sa vitesse en C est 5 m/s ?

2.5. En réalité, à cause des frottements, le solide arrive en C avec la vitesse de 4m/s.

2.2.3 Exprimer l'intensité f de la force équivalente à l'ensemble des forces de frottements $\vec{f}$.

2.2.4 Calculer sa valeur.

2.6. Déterminer l'expression et la valeur a' de l'accélération du solide lors de sa montée en considérant les frottements.

3. Mouvement du solide dans le champ $\vec{g}$

La voiturette quitte la piste en C.

4.1 Etablir l'équation de la trajectoire de la voiturette après quelle ait quitté la piste en C dans le repère (C, $\vec{\imath}$, $\vec{k}$).

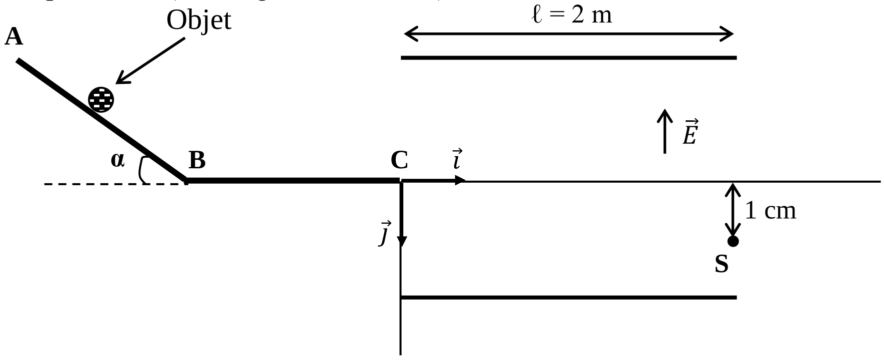
4.2 Déterminer :

4.2.1 La hauteur maximale h_{max} atteinte par la voiturette par rapport à la table.

4.2.2 La vitesse V de la voiturette lorsqu'elle retouche la table.

Exercice 13

Un objet de masse m et de charge q considéré comme ponctuel, est lâché en A sans vitesse initiale. Il glisse le long d'un tremplin ABC (Voir figure ci-dessous).



Les forces de frottements le long du trajet ABC sont assimilables à une force unique $\vec{f}$.

Données : m = 10 g ; f = 10^{-2} N , α = 30 °, q = -10^{-3} C , AB = BC = L = 50 cm ; g = 10 N/kg.

1- Déterminer :

1.1- l'accélération a_1 de l'objet entre A et B.

1.2- l'accélération a_2 de l'objet entre B et C.

1.3- la valeur de la vitesse v_B de l'objet au point B.

1.4- la valeur de la vitesse v_C de l'objet au point C.

1.5- la durée de parcourt du trajet ABC.

2- A partir du point C, l'objet quitte la partie BC avec une vitesse v_c = 1,7 m.s^{-1} et évolue dans un espace où règnent un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme. L'étude du mouvement de l'objet se fera dans le repère (C, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

On négligera le poids devant toutes autres forces.

2.1- Etablir les équations horaires du mouvement de l'objet.

2.2- Déterminer l'expression de l'équation de la trajectoire.

2.3- Déterminer la valeur du champ $\vec{E}$ pour que l'objet sorte de l'espace au point S d'ordonnée y_S = 1 cm.

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Donnons les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG_0}$ et du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ à t = 0s

Schéma 1

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0x} = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

Schéma 2

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = OG_0 = z_0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0x} = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

Schéma 3

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = OG_0 = z_0 \end{cases} \qquad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0x} = v_0 \end{cases}$$

2. Donnons la nature de la trajectoire et dessinons son allure

Schéma 1

Trajectoire parabolique

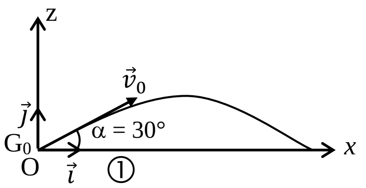


Schéma 2

Trajectoire parabolique

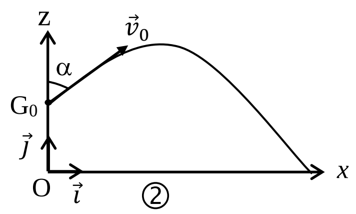
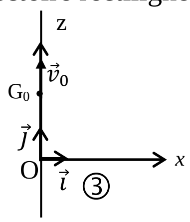


Schéma 3

Trajectoire rectiligne



3. Associons l'équation cartésienne à chaque schéma.

Schéma 1

$$z = \frac{-1{,}33gx^2}{v_0^2} + 0{,}58x$$

Schéma 2

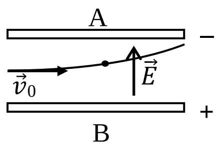
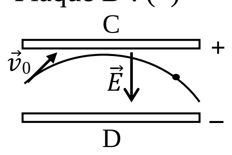
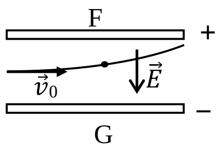
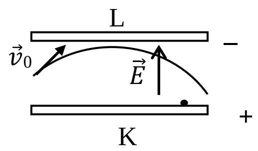
$$z = \frac{-1{,}33gx^2}{v_0^2} + 0{,}58x + z_0$$

Schéma 3

$$z = -g\frac{t^2}{2} + v_0 t + z_0$$

Exercice 2 — Corrigé

1. Précisons le signe des plaques et représentons le champ $\vec{E}$:

Plaque A : (–) Plaque B : (+)  **q > 0**	Plaque C : (+) Plaque D : (–)  **q > 0**	Plaque F : (+) Plaque G : (–)  **q < 0**	Plaque K : (+) Plaque L : (–)  **q < 0**

2. Précisons le signe des tensions

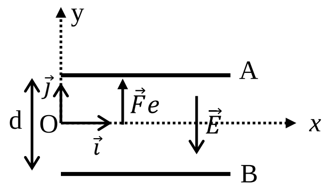
$V_A < V_B$	$V_C > V_D$	$V_F > V_G$	$V_L < V_K$
$V_A - V_B < 0$	$V_C - V_D > 0$	$V_F - V_G > 0$	$V_L - V_K < 0$
donc $U_{AB} < 0$	donc $U_{CD} > 0$	donc $U_{FG} > 0$	donc $U_{LK} < 0$

Exercice 3 Corrigé

1. Calculons le champ électrostatique entre les deux plaques.

$E = \frac{|U|}{d}$ A.N : $E = \frac{100}{1.10^{-2}} = 10^4$ V/m

2. Etablir les équations horaires du mouvement de l'ion Se^{2-} dans le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$).



Système : un ion sélénium Se^{2-}

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}e = q\vec{E}$

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F}e = m\vec{a}_G \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaire sont donc de la forme :

$$\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} \end{cases} \qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

A t = 0 ; $\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$

A t ≠ 0 ; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-qE}{m} = \frac{2eE}{m} \end{cases}$ avec q = –2e

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{2eE}{m}t \end{cases} \qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0 t & (1) \\ y(t) = \frac{eE}{m}t^2 & (2) \end{cases}$$

Déduisons-en l'équation de la trajectoire puis donnons sa nature.

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient :

$y = \frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$; $\boldsymbol{y = \frac{eE}{mv_0^2}x^2}$: **la trajectoire est une parabole**

3.

3.1 Calculer les coordonnées de S.

A la sortie S, $x_S = L = 2.10^{-2}$m

$y_S = \frac{eE}{mv_0^2}L^2$; $y_S = \frac{1,6.10^{-19}\times10^4\times(2.10^{-2})^2}{1,31.10^{-25}\times(4.10^4)^2} = 0,3.10^{-2}$m d'où $S\begin{cases} x_S = 2.10^{-2}\text{ m} \\ y_S = 0,3.10^{-2}\text{ m} \end{cases}$

3.2 Calculons les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}_S$ au point S.

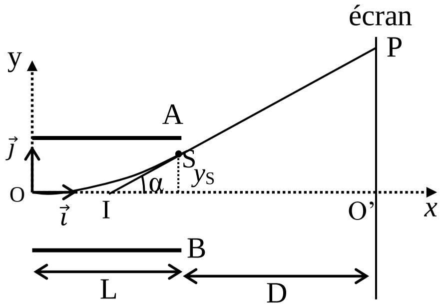
Au point S, $x_S = v_0 t_S \Rightarrow t_S = \frac{x_S}{v_0}$

d'où : $\vec{v}_S\begin{cases} v_{Sx} = v_0 \\ v_{Sy} = \frac{2eE}{mv_0}x_S \end{cases}$ $\vec{v}_S\begin{cases} v_{Sx} = 4.10^4 \text{ m/s} \\ v_{Sy} = \frac{2\times1,6.10^{-19}\times10^4\times2.10^{-2}}{1,31.10^{-25}\times4.10^4} = 4,88.10^4 \text{ m/s} \end{cases}$

Déduisons-en v_S

$v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2}$ A.N : $v_S = \sqrt{(4.10^4)^2 + (4,88.10^4)^2} = 6,31.10^4$ m/s

4. Vérifier que le point d'impact P de l'ion sur l'écran est situé à 9,3cm de l'axe (Ox)



$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{O'P}{O'I} \Rightarrow \frac{y_S}{\frac{L}{2}} = \frac{O'P}{(D+\frac{L}{2})} \Rightarrow O'P = \frac{2y_S(D+\frac{L}{2})}{L}$

A.N : $O'P = \frac{2\times0,3.10^{-2}\times(30.10^{-2}\times\frac{2.10^{-2}}{2})}{2.10^{-2}} = 9,3$ m

Exercice 4 — Corrigé

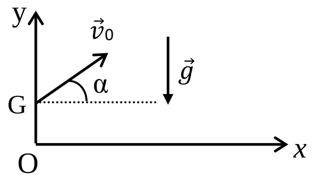
1.

1.1 Etablissons que l'équation de la trajectoire de G dans le repère (Ox, Oy) est :

$$y = \frac{-gX^2}{2v_0^2\,(\cos\alpha)^2} + x\tan\alpha + y_G$$

Système : un ballon

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)



Bilan des forces extérieures : Le poids $\vec{P}$ du ballon

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaire sont donc de la forme :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y}\end{cases} \qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0\end{cases}$$

A t = 0 ; $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = OG = y_G\end{cases}$ $\quad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha\end{cases}$

A t ≠ 0 ; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g\end{cases}$ $\quad \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha\end{cases}$ $\quad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)t & (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\cos\alpha)t + y_G & (2)\end{cases}$

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient :

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} + x\tan\alpha + y_G$$

1.2 Montrons que y peut se mettre sous la forme : $y = \frac{-9{,}8x^2}{v_0^2} + x + 2$.

On a $(\cos\alpha)^2 = (\cos45°)^2 = 0{,}5$ d'où $2(\cos\alpha)^2 = 1$; $\tan\alpha = \tan(45°) = 1$; $y_G = 2$ et $g = 9{,}8$ m.s^{-2} donc

$$y = \frac{-9{,}8x^2}{v_0^2} + x + 2.$$

1.3 Calculons la valeur de la vitesse $\vec{v}_0$ pour que le panier soit réussi.

Le tir est réussi si : $x = x_C = d = 7{,}10$m et $y = y_C = H = 3{,}03$m

On a donc : $y_C = \frac{-9{,}8x_C^2}{v_0^2} + x_C + 2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{-9{,}8x_C^2}{y_C - x_C - 2}} = \sqrt{\frac{-9{,}8d^2}{H - d - 2}}$

A.N : $v_0 = \sqrt{\frac{-9{,}8\times(7{,}10)^2}{3{,}03 - 7{,}10 - 2}} = 9{,}02$ m.s^{-1}

2

2.1 Etablissons et calculons la durée nécessaire au ballon pour parvenir au centre du panier.

Au centre du panier C , $x = x_C = d = 7{,}10$m : (1) devient donc $x_C = v_0\cos\alpha t$

d'où $t = \frac{x_C}{v_0\cos\alpha}$ A.N : $t = \frac{7{,}10}{9{,}03\times\cos45°} = 1{,}11$s

2.2 Calculons la valeur de la vitesse du ballon lorsque le panier est marqué.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre t_G et t_C :

$\Delta Ec_{G\to C} = \sum W(\vec{F}ext)_{(GC)} \Rightarrow Ec_C - Ec_G = W(\vec{P})_{GC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg(H-h)$ avec $W(\vec{P})_{GC} = mg(H-h)$

donc: $v_C = \sqrt{v_0^2 - 2g(H-h)}$ A.N : $v_C = \sqrt{(9{,}03)^2 - 2\times 9{,}8(3{,}03 - 2)} = 7{,}83$m/s

2.3 Le panier sera-t-il marqué ?

Calculons la hauteur y_b atteinte par le ballon pour $x = 0{,}90$ m.

$y_b = \frac{-9{,}8\times(0{,}90)^2}{(9{,}03)^2} + 0{,}90 + 2 = 2{,}80$m

$y_b = 2{,}80$m $> y_B = 2{,}70$m : donc le panier est marqué.

Exercice 5 — Corrigé

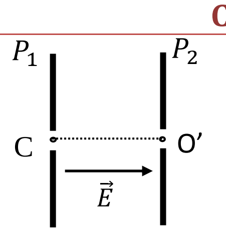
1.

1.1 Représentons le vecteur champ électrostatique $\vec{E}_0$ en Justifiant la réponse.

$U_0 = V_{P2} - V_{P1} < 0 \Rightarrow V_{P2} < V_{P1}$

or le vecteur champ électrostatique $\vec{E}_0$

décroît les potentiels donc $\vec{E}_0$ est orienté de P_1 vers P_2.

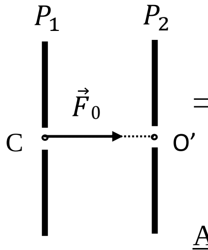


1.2 <u>Etablissons l'expression de la vitesse v_0 en O' en fonction de m, U_0, et e puis calculons sa valeur.</u>

Système : une particule α

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$)

Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}_0 = q\vec{E}_0$



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et O' :

$\Delta Ec_{C\to O'} = \sum W(\vec{F}ext)_{(CO')} \Rightarrow Ec_{O'} - Ec_C = W(\vec{F}_0)_{CO'}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{O'}^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = q(V_{P1} - V_{P2})$ on a: $v_C = 0$; $V_{P1} - V_{P2} = -U_0$;

$v_{O'} = v_0$ et q = 2e d'où : $\frac{1}{2}mv_0^2 = -2eU_0 \Rightarrow \boldsymbol{v_0 = \sqrt{\frac{-4eU_0}{m}}}$

<u>A.N</u> : $v_0 = \sqrt{\frac{-4\times1,6.10^{-19}\times(-4000)}{6,68.10^{-27}}} = 6,19.10^5$ m/s

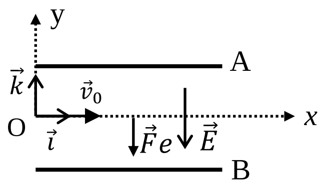
1.3. <u>Indiquons en justifiant la réponse, la nature du mouvement de la particule</u>

Entre O' et O la particule n'est soumise à aucune force, elle est isolée. D'après le principe de l'inertie, son mouvement est rectiligne uniforme.

2.

2.1 <u>Etablissons les équations horaires du mouvement de la particule dans le champ $\vec{E}$.</u>

Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}e = q\vec{E}$



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum\vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F}e = m\vec{a}_G \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaire sont donc de la forme : $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$; $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \overrightarrow{OG}_0$

A t = 0 ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$ $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$;

A t ≠ 0 ; $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{-qE}{m} = \frac{-2eE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$ avec q = 2e $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{-2eE}{m}t \\ v_y = 0 \end{cases}$ $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{eE}{m}t^2 \quad (2) \\ z(t) = 0 \end{cases}$

2.2 <u>Déduisons-en l'équation cartésienne de sa trajectoire sous forme z = kx^2</u>

(1) ⇒ t = $\frac{x}{v_0}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient :

$y = \frac{eE}{mv_0^2}x^2$ or $E = \frac{|U|}{d} = \frac{U}{d}$ et $v_0^2 = \frac{-4eU_0}{m}$ d'où $y = \frac{U}{4dU_0}x^2$ y = kx^2 avec $k = \frac{U}{4dU_0}$

<u>calculons la valeur de k</u> : $k = \frac{1500}{4\times2.10^{-2}\times(-4000)} = -4,6875$ m^{-1}

2.3 <u>Donnons la condition pour que la particule sorte du champ $\vec{E}$.</u>

Pour que la particule sorte du champ $\vec{E}$ en un point S, il faut que : $x_S = \ell$ et $|y_S| > \frac{d}{2}$ car $y_S < 0$

<u>Déterminons les coordonnées du point S à la sortie des armatures.</u>

A la sortie S, $x_S = \ell = 4.10^{-2}$m ; $z_S = 0$ et $y_S = k\ell^2$;

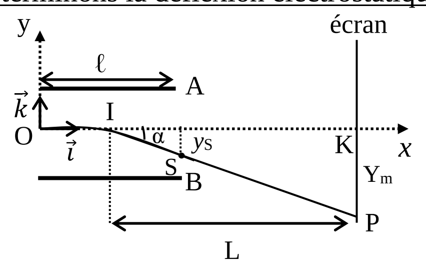
$y_S = -4,6875\times(4.10^{-2})^2 = -7,5.10^{-3}$m d'où les coordonnées de S: $S\begin{cases} x_S = 2.10^{-2} \text{ m} \\ y_S = 7,5.10^{-2} \text{ m} \\ z_S = 0 \end{cases}$

2.4 <u>Précisons si la particule sort du champ $\vec{E}$.</u>

$|y_S| = 7,5.10^{-3}$m = 7,5 mm et $\frac{d}{2} = \frac{2.10^{-2}}{2} = 10^{-2}$ m = 10 mm

$|y_S| < \frac{d}{2}$: donc la particule sort du champ $\vec{E}$

3. <u>Déterminons la déflexion électrostatique Y_m.</u>



$\tan\alpha = \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}} = \frac{KP}{KI} \Rightarrow \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}} = \frac{Y_m}{L} \Rightarrow Y_m = \frac{2y_SL}{\ell}$

<u>A.N</u> : $Y_m = \frac{2\times(-7,5.10^{-2})\times40.10^{-2}}{2.10^{-2}} = -0,3$ m

Exercice 6 Corrigé

1. <u>Indiquons en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$.</u>

Système : un électron de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}_0 = q\vec{E}_0$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et D :

$\Delta Ec_{C\to D} = \sum W(\vec{F}ext)_{(CD)} \Rightarrow Ec_D - Ec_C = W(\vec{F}_0)_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = q(V_C - V_D)$

on a: $v_C = 0$; $V_C - V_D = -U$ et $q = -e$ d'où : $\frac{1}{2}mv_D^2 = eU \Rightarrow \mathbf{U = \frac{mv_D^2}{2e}} > 0$

2. <u>Exprimons en fonction de $U = |V_D - V_C|$, e et m, la vitesse v_0 puis calculons sa valeur</u>

On a : $U = \frac{mv_D^2}{2e}$ or $v_D = v_0$ d'où $v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

<u>A.N</u> : $v_0 = \sqrt{\frac{2\times1,6.10^{-19}\times100}{9,1.10^{-31}}} = 5,93.10^6$ m/s

3. <u>Indiquons en le justifiant le signe de V_A-V_B.</u>

Les électrons sont repoussés par l'armature A vers l'armature B sous l'action de la force électrostatiques $\vec{F}_e = q\vec{E}$; $q = -e < 0$ alors $\vec{F}_e$ et $\vec{E}$ sont de sens opposés c'est-à-dire que $\vec{E}$ est orienté de B vers A. or $\vec{E}$ décroit les potentiels, donc $V_A < V_B$

$V_A - V_B < 0 \Rightarrow U' < 0$

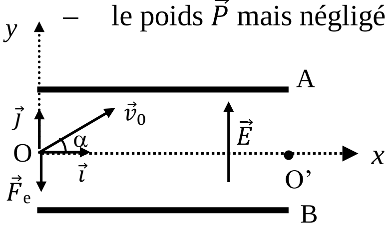
4.

4.1 <u>Etablissons l'équation de la trajectoire en fonction de U, $U' = |VA - VB|$ α et d</u>

Bilan des forces :

– la force électrostatique $\vec{F}_e = q\vec{E}$

– le poids $\vec{P}$ mais négligé devant la force électrostatique



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum\vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{F}e = m\vec{a}_G \Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaire sont donc :

$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$; $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{OG}_0$

A t = 0 ; $\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$ $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{eE}{2m}t^2 + (v_0\sin\alpha)t \quad (2) \\ z(t) = 0 \end{cases}$

A $t \neq 0$; $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} = \frac{-eE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$ avec $q = -e$; $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = \frac{-eE}{m}t + v_0\sin\alpha \\ v_z = 0 \end{cases}$

(1) $t = \frac{x}{v_0 cos\alpha}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient :

$y = \frac{-eE}{2mv_0^2(cos\alpha)^2}x^2 + x\tan\alpha$ or $E = \frac{U'}{d}$ et $v_0^2 = \frac{2eU_0}{m}$

d'où $y = \frac{-U'}{4dU}x^2 + x\tan\alpha$: la trajectoire est parabolique

4.2 <u>Déduisons-en la valeur de U' pour la sortie des électrons en O'.</u>

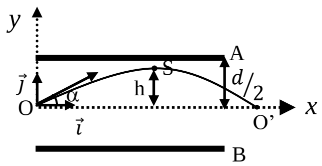
A la sortie en O', $x_{O'} = L$ et $y_{O'} = 0$ d'où : $\frac{-U'}{4dU}L^2 + L\tan\alpha = 0$

$U' = \frac{4LUtan\alpha}{L}$ <u>A.N</u> : $U' = \frac{4\times7.10^{-2}\times100\times tan30°}{20.10^{-2}} = 80,83V$

4.3 <u>La distance minimale d_{min}</u> .

$d_{min} = \frac{d}{2} - h$

Calculons la hauteur maximale(la flèche h) atteinte par les électrons :



au sommet S, $v_{Sy} = 0 \Rightarrow t_S = \frac{mv_0sin\alpha}{eE} = \frac{mdv_0sin\alpha}{eU'}$

en remplaçant t par l'expression de t_S dans (2) on obtient : $y_S = h = \frac{mdv_0^2sin^2\alpha}{2eU'}$

A.N : $y_S = \frac{9{,}1.10^{-19}\times 7.10^{-2}\times(5{,}93.10^{6})^2\times \sin^2 30°}{2\times 1{,}6.10^{-19}\times 80{,}83}$ = 2,16.10^{-2}m ≈ 2,2cm ; Finalement : $d_{min} = \frac{7}{2} - 2{,}2 = 1{,}3$cm

Exercice 7 — Corrigé

1.1 Equations paramétriques du mouvement du solide et déduisons-en l'équation cartésienne.

Système : un solide

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$)

Bilan des forces extérieures : Le poids $\vec{P}$ du système

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaires sont donc :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = 0 \\ v_z = a_z t + v_{0z}\end{cases} \qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \frac{1}{2}a_z t^2 + v_{0z}t + z_0\end{cases}$$

à t = 0 ;
$$\overrightarrow{OG}_0\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = h_1\end{cases} \qquad \vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = v_0\sin\alpha\end{cases}$$

A t ≠ 0 ;
$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g\end{cases} \qquad \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_0\sin\alpha\end{cases} \qquad \overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)t \quad (1) \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\cos\alpha)t + h_1 \quad (2)\end{cases}$$

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient :

$$z = \frac{-gx^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} + x\tan\alpha + h_1$$

1.2 Montrons que le solide passe ou non au dessus de la corde.

Calculons z au niveau du filet c'est-à-dire pour $x = \ell$

$z = \frac{-g\ell^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} + \ell\tan\alpha + h_1$ A.N: $z = \frac{-10\times 1{,}6^2}{2\times 8^2\times(\cos 45°)^2} + 1{,}6\times\tan 45° + 1{,}5 = 2{,}7$ m

z = 2,7m et h_2 = 2m . On a z > h_2 : donc le solide passe au dessus de la corde.

1.3 La distance d qui sépare le solide de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau

Lorsque le solide touche l'eau, z = 0 $\Rightarrow \frac{-gx_P^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} + x_P\tan\alpha + h_1 = 0 \Rightarrow -0{,}156x_P^2 + x_P + 1{,}5 = 0$

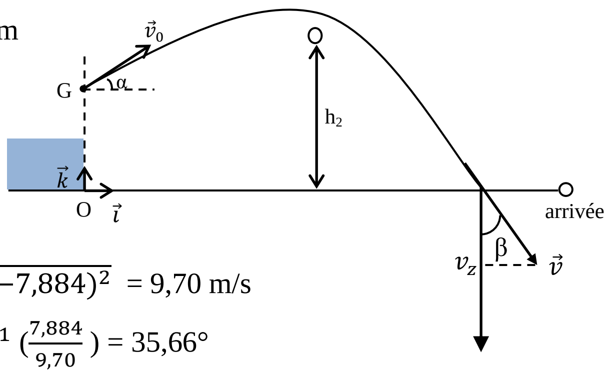
$\Delta = 1 - 4\times(-0{,}156)\times 1{,}5 = 1{,}936$ $\qquad x_P = \frac{-1-\sqrt{\Delta}}{2\times(-0{,}156)} = 7{,}66$m

$d = L - x_P$ A.N : d = 20 – 7,66 = 12,34 m

1.4 Calculons la norme du vecteur vitesse et l'angle β que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau.

Lorsque le solide touche l'eau, z = 0 et x_P = 7,66m

d'où $t_P = \frac{x_P}{v_0\cos\alpha} = \frac{7{,}66}{8\times\cos 45} = 1{,}35$s



$$\vec{v}\begin{cases} v_x = 5{,}657 \text{ m/s} \\ v_y = 0 \\ v_z = -7{,}884 \text{ m/s}\end{cases}$$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ A.N: $v = \sqrt{5{,}657^2 + (-7{,}884)^2}$ = 9,70 m/s

$\cos\beta = \frac{v_z}{v} \Rightarrow \beta = \cos^{-1}(\frac{v_z}{v})$ A.N: $\beta = \cos^{-1}(\frac{7{,}884}{9{,}70}) = 35{,}66°$

2. Déterminons v_0 si le solide touche l'eau en un point P'distant de 8 m de la ligne d'arrivée

Au point P', $x_{P'}$ = OP' = 20 – 8 = 12m et z = 0

on a : $\frac{-gx_{P'}^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} + x_{P'}\tan\alpha + h_1 = 0 \Rightarrow \frac{-gx_{P'}^2}{2v_0^2(\cos\alpha)^2} = -(x_{P'}\tan\alpha + h_1) \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx_{P'}^2}{2\times(\cos\alpha)^2(x_{P'}\tan\alpha + h_1)}}$

A.N: $v_0 = \sqrt{\frac{10\times(12)^2}{2\times(\cos 45)^2(12\times\tan(45°)+1{,}5)}}$ = 10,33 m/s

Oscillations mécaniques libres

4

Soit A un succès dans la vie. Alors A = X + Y + Z où X = Travailler, Y = s'amuser, Z = se taire. Albert Einstein

Exercices d'application

Exercice 1
Corrigé Page 42

Le centre d'inertie G d'un solide de masse m = 100g attaché à l'extrémité libre d'un ressort a un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'équation horaire est : $x = 5\cos(15t - \frac{\pi}{3})$ avec x en cm et t en (s).

1. Déterminer l'amplitude maximale, la période propre, la fréquence propre et la phase initiale du mouvement.
2. Ecrire l'expression de la vitesse du centre d'inertie G en fonction du temps. En déduire la vitesse maximale.
3. Calculer l'élongation du mouvement à t = 2s.
4. Calculer la raideur k du ressort.
5. Calculer l'énergie mécanique du pendule élastique horizontal.

Exercice 2
Corrigé Page 42

Etablir la loi horaire donnant l'abscisse x(t) d'un pendule élastique horizontal de masse m = 100g et de raideur k = 20 $N.m^{-1}$ qui passe par sa position d'équilibre à la date t = 1 s avec une vitesse v = – 2 $m.s^{-1}$.

Exercice 3
Corrigé Page 42

Un oscillateur vertical s'allonge de 10 cm quand on lui accroche une masse m = 50g
1. Calculer sa constante de raideur k
2. Cet oscillateur effectue 10 oscillations en 26s.
   2.1 Calculer sa période.
   2.2 En déduire sa pulsation.
3. Calculer l'énergie mécanique totale de cet oscillateur.

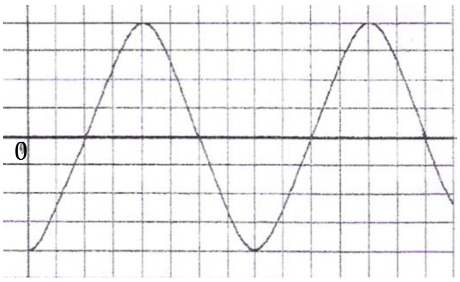
Exercice 4
Corrigé Page 42

L'énergie cinétique d'un pendule élastique horizontal est donnée par la relation: $E_C = 2{,}5.10^{-3} - 50x^2$

En se servant de la définition de l'énergie mécanique et de la relation précédente, déterminer les valeurs de l'énergie mécanique du pendule et de la constante de raideur du ressort.

Exercice 5
Corrigé Page 43

Un solide S, de masse m = 400 g est accroché à un ressort de constante de raideur k. Il peut glisser sans frottements sur un plan horizontal. Le centre d'inertie G de S est repéré sur un axe horizontal (Ox) dont l'origine O correspond à la position de repos G_0 de S. Le ressort est comprimé d'une longueur x_0 et le solide est lâché sans vitesse initiale à la date t = 0. Un dispositif permet d'enregistrer les variations de l'abscisse x du centre d'inertie G de S en fonction du temps. On obtient le graphique ci-contre.



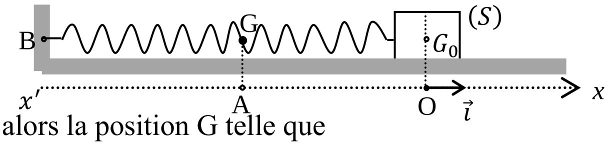
Echelle : Abscisses : 31,4 ms/div ; Ordonnées : 5 cm/div

1. Déterminer, à partir du graphique,
   1.1 la position initiale x_0 de S.
   1.2 la période T_0 du mouvement. En déduire la constante de raideur k du ressort.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
3. Vérifier que l'équation $x = X_m\cos(\omega_0 t + \phi)$ est solution de cette équation différentielle.
4. Que représentent les grandeurs X_m, ω_0 et ϕ ? Les calculer puis en déduire l'expression de l'équation horaire du mouvement.
5. Calculer l'énergie potentielle élastique du pendule lorsque x est maximale.
6. Pour x = – 1,5 cm, calculer la valeur de la vitesse $\vec{v}$ de S.

Exercice 6

Corrigé Page 44

Un ressort à spires non jointives de constante de raideur k = 25N/m dont l'axe a une direction constante, est fixé à un point B par l'une de ses extrémités. A l'autre extrémité, est accroché un solide (S) de masse m = 0,250kg. Le solide (S) se déplace sans frottements sur le plan horizontal pris comme origine des énergies potentielles de pesanteur. (Voir figure ci-dessous).



A l'équilibre, le centre d'inertie du solide occupe la position G_0.

1. On comprime le ressort en déplaçant le solide (S). le centre d'inertie du solide occupe alors la position G telle que $\overline{GoG} = \overline{OA} = -0{,}14$m. A l'instant t = 0, on lâche le solide (s) sans vitesse initiale.

1.1 Faire l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter sur un schéma lorsque le solide se trouve entre A et O.

1.2 Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide (S) dans le repère $(O,\vec{\imath})$.

1.3 A quelle condition l'équation horaire $x(t)=X_m\,cos(\omega_0 t+\varphi)$ est solution de l'équation différentielle de la question 1.2 ?

1.4

1.4.1 Déduire de ce qui précède les expressions de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 du mouvement.

1.4.2 Calculer ω_0 et T_0.

1.5 Déterminer :

1.5.1 l'amplitude X_m et la phase à l'origine φ du mouvement et en déduire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement du centre d'inertie du solide(S).

1.5.2 La valeur maximale V_{max} de la vitesse.

2 Déterminer :

2.1 la valeur de l'énergie mécanique E_m (0) à l'instant t = 0 $\left(on\ prendra\ l'énergie\ potentielle\ nulle\ lorsque\ x = 0\right)$;

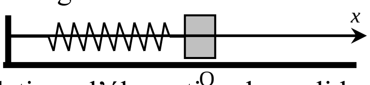
2.2 la valeur maximale de la vitesse du solide en utilisant la conservation de l'énergie mécanique et la comparer au résultat de la question 1.5.2.

On donne : g=10 m.s^{-2}.

Exercice 7

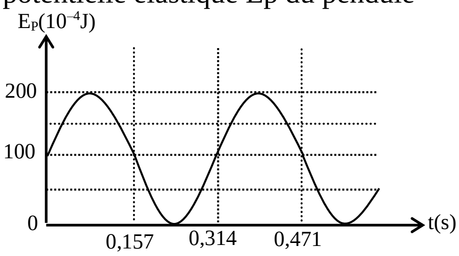
Corrigé Page 46

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur k = 50N.m^{-1} et de masse négligeable, enfilé à travers une tige, à l'extrémité duquel est soudé un solide ponctuel (S) de masse m pouvant coulisser sans frottement à travers la tige. A l'origine des dates on écarte le solide (S) de x_o à partir de sa position d'équilibre dans le senspositif puis on l'abandonne avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans le sens



positif. A un instant t quelconque, au cours des oscillations, l'élongation du solide est x et sa vitesse est v. (on prendra π = 3,14)

1. Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule en fonction de k, m, *x* et *v*.
2. Sachant que le système {(S), (R)} est conservatif, déduire l'équation différentielle régissant les oscillations du solide (S).
3. Exprimer la pulsation propre ω_0 et vérifier que $x = X_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ est une solution de l'équation différentielle obtenue
4. Le graphe de la figure ci-dessous représente les variations de l'énergie potentielle élastique Ep du pendule au cours du temps.



4.1. Etablir l'expression : $E_P = \frac{1}{4}\,k\,X_m^2[1-cos(2\omega_0 t+2\varphi)]$

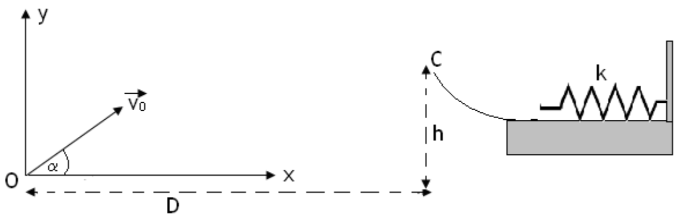
4.2. Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de k et x_m.

4.3. Déterminer par exploitation du graphique et de ce qui précède X_m, x_0, T_0 , m, et v_o.

Exercice 8

Corrigé Page 46

Au cours d'un jeu, un joueur doit réussir le pari d'expédier, par un lancer, une boule de masse m = 100g dans un circuit C situé à D = 5m et à une hauteur h = 1m afin qu'elle aille s'accroché à un ressort de masse négligeable et de raideur k = 10 N/m. En homme averti, il impose à la vitesse initiale de la boule une inclinaison α = 45° par rapport à l'horizontale.(voir figure)

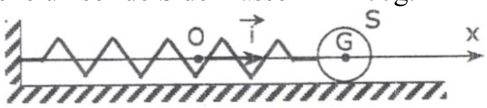


1. Etablir l'équation de la trajectoire de la boule dans le repère proposé.
2. Montrer que si v_0 est fixée, le joueur a raison de choisir α = 45° pour obtenir une portée maximale. On pourra utiliser la relation 2sinαcosα = sin2α.
3. Calculer la valeur de v_0 à communiquer à la boule pour la faire tomber exactement au point C situé à 1m du sol sur lequel est pris l'axe (Ox).
4. Déterminer la valeur de la vitesse au point C.
5. Déterminer l'amplitude des oscillations du système (m, k) dans le cas où le lanceur est réussit et en considérant que le circuit C est suffisamment court pour que la vitesse y reste constante. Les frottements sont négligeables.
6. Déterminer l'équation horaire des oscillations du système (m, k). On prendra t = 0, l'instant d'accrochage du solide au ressort.

A Chercher

Exercice 9

Un ressort à spires non jointives, de raideur k = 10 N/m, dont l'axe à une direction constante, est fixé en un point A par l'une de ses extrémités. A l'autre extrémité est accroché un solide S de masse m = 100g.
Ce solide peut se déplacer sans frottement sur le plan horizontal. A l'équilibre son centre d'inertie est en G_0.
La position du centre d'inertie est repérée par $\overrightarrow{G_0G} = x\,\vec{i}$.



A partir de la position d'équilibre, l'origine du repère d'espace (O, $\vec{i}$), on comprime le ressort et on le lâche. A l'instant pris comme origine des dates, le centre d'inertie G du solide à la vitesse v_0 = 0,45m/s et l'abscisse x_0 = - 4,5cm.

1- En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du solide.
2- A quelle condition l'équation horaire $x(t)=X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle ?
3- Déterminer cette équation horaire.
4- Calculer l'énergie mécanique E_0 du système (ressort + solide) à l'instant t = 0.
5- Ecrire l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de fonction de k et Xm, En utilisant le résultat de la question précédent, confirmer la valeur de l'amplitude Xm trouvée à la question 3.
6- Avec quelle vitesse le solide passe t-il pour la première fois par sa position d'équilibre ?

Exercice 10

Un solide assimilable à un point matériel de masse m, se déplace sur la piste ABCOE (voir fig. ci-dessous).

- La portion AB est inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.
- la portion BC est un arc de cercle de centre O' et de rayon r ;
- la portion COE est horizontale ;

Données : AB = 2 m ; CO = 2 m ; α = 30° ; θ = 60° ; g = 10 m.s^{-2} ; m = 100 g ; r = 1,5 m ; k = 100 N/m.
On lâche le solide du point A sans vitesse initiale.

1. On suppose que les frottements sont négligeables sur la portion ABC. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique.
   1.1 Faire l'inventaire des forces extérieures sur la portion AB puis les représenter.
   1.2 Déterminer la vitesse v_B du solide en B.
   1.3 Exprimer la vitesse v_C du solide en C en fonction de v_B, g, r et θ et vérifier que v_C = 5,9 m/s.

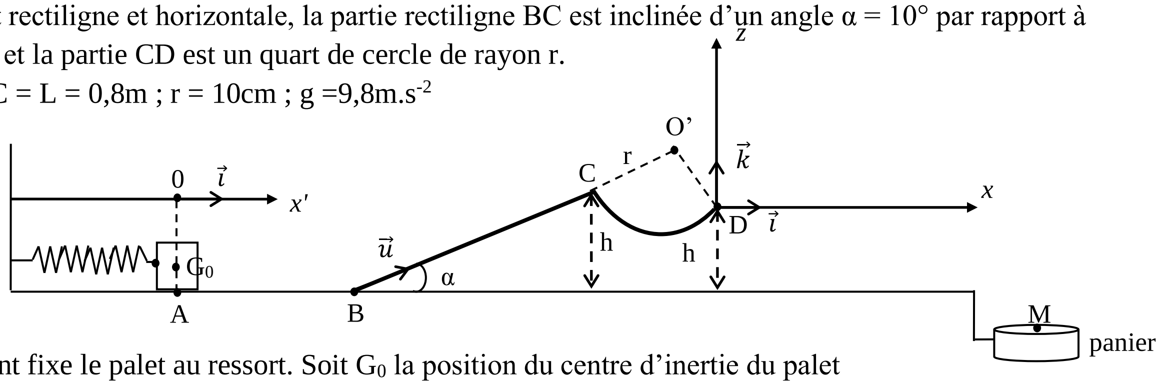
2. Sur la portion CO, il existe des forces de frottement de valeurs f = 0,65 N, colinéaires et de sens opposé au vecteur vitesse.
   2.1 Faire l'inventaire et représenter les forces extérieures agissant sur le solide entre C et O.
   2.2 Sachant que le solide arrive au point O avec la vitesse v_0 = 3m/s, déterminer en utilisant le théorème du centre d'inertie, l'accélération algébrique a_x, sur la portion CO.
   2.3 En déduire la nature exactebdu mouvement sur CO.
3. On suppose maintenant que les frottements sont négligés sur la portion COE. Le solide arrive alors en O avec une vitesse v_0 = 5,90 m/s et heurte un ressort horizontal de raideur k = 100 $N.m^{-1}$ au repos. L'ensemble effectue alors un mouvement oscillatoire autour du point O.
   3.1 En utilisant la loi de conservation de l'énergie mécanique.
      3.1.1 Déterminer l'amplitude X_m des oscillations.
      3.1.2 Faire le bilan des forces agissant sur le solide puis les représenter.
      3.1.3 En utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement lorsque le solide est entre O et E.

3.2 En prenant le point O comme origine des temps et des espaces, établir l'équation horaire du mouvement.

Exercice 11

Un jeu d'enfant consiste à propulser par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k = 10$N.m^{-1}$, un palet de masse m = 100g dans un panier M. Le palet glisse alors sur une piste ABCD située dans un plan vertical. La partie AB est rectiligne et horizontale, la partie rectiligne BC est inclinée d'un angle α = 10° par rapport à l'horizontale et la partie CD est un quart de cercle de rayon r.

On donne BC = L = 0,8m ; r = 10cm ; g =9,8$m.s^{-2}$



1. Un enfant fixe le palet au ressort. Soit G_0 la position du centre d'inertie du palet à l'équilibre. Il allonge le ressort d'une longueur a = 25cm à partir de sa position d'équilibre et le lâche avec une vitesse initiale v_0 = 0,75 m/s. Le palet reste coller au ressort et se met à osciller.
   1.1 Etablir l'équation différentielle du mouvement du palet.
   1.2 Calculer la pulsation propre et la fréquence propre de cet oscillateur.
   1.3 Etablir l'équation horaire du mouvement du palet. On prendra comme origine des dates et des espaces l'instant où on lâche le palet.
2. Lors de la cinquième oscillations, le palet se détache du ressort en A et se dirige vers B
   2.1 Calculer la durée de ces cinq oscillations.
   2.2 Calculer la vitesse v_A du palet en appliquant la conservation de l'énergie mécanique. En déduire v_B.
   2.3 Sur la partie BCD, le palet est soumis à des forces de frottement $\vec{f}$ de valeur f = 0,05N
      2.3.1 Calculer l'accélération algébrique a du palet sur la piste BC. En déduire la nature du mouvement du palet sur cette partie.
      2.3.2 Déterminer la durée du parcours BC. En déduire la valeur de la vitesse $\vec{v}_C$.
      2.3.3 Calculer la valeur de la vitesse $\vec{v}_D$ du palet au point D sachant que $h_C = h_D$.
   2.4 Le palet quitte la piste en D avec une vitesse $\vec{v}_D$ fait un angle θ = 60° avec l'horizontale.
      2.4.1 Représenter qualitativement $\vec{v}_D$ sans soucis d'échelle.
      2.4.2 Etablir dans le repère (D, $\vec{i}$, $\vec{k}$), les équations horaires du mouvement du palet à partir du point D. Montrer que l'équation de la trajectoire du palet peut se mettre sous la forme : $z = ax^2 + bx$
      2.4.3 où a et b sont des constantes que l'on calculera.
      2.4.4 Le tir est réussi si le centre d'inertie G du palet passe par le point M de coordonnées x_M = 0,11m et $z_M = -$ 1,54m. Le tir est-t-il réussi? Justifier.

Exercice 1 — Corrigé

1. Déterminons :
   - l'amplitude maximale : $X_m = 5$ cm $= 5.10^{-2}$ m
   - la période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{15} = 0{,}42$ s
   - la fréquence propre : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}42} = 2{,}38$ Hz
   - la phase initiale du mouvement : $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ rad
2. Ecrivons l'expression de la vitesse du centre d'inertie G en fonction du temps.
   $v = \frac{dx}{dt}$; $v = -5\times15\sin(15t - \frac{\pi}{3}) = -75\sin(15t - \frac{\pi}{3})$ avec v en cm/s
   Déduisons-en la vitesse maximale : $V_m = 75$ cm/s $= 0{,}75$ m/s
3. Calculons l'élongation du mouvement à t = 2s.
   $x = 5\cos(15\times2 - \frac{\pi}{3}) = -3{,}89$ cm (le ressort est raccourci à t = 2s)
   N.B : pour calculer x, il faut mettre la calculatrice en mode radian car la phase $(15t - \frac{\pi}{3})$ est en radian
4. Calculons la raideur k du ressort.
   $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$ d'où $k = m\omega_0^2$ A.N: $k = 0{,}1\times(15)^2 = 22{,}5$ N/m
5. Calculons l'énergie mécanique E_m du pendule élastique horizontal.
   $E_m = E_{Cmax} = E_{Pemax}$ $E_m = \frac{1}{2}k X_m^2$ A.N : $E_m = \frac{1}{2}\times 22{,}5\times(5.10^{-2})^2 = 2{,}81.10^{-2}$ J

Exercice 2 — Corrigé

Etablissons la loi horaire donnant l'abscisse $x(t)$ d'un pendule élastique horizontal $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Déterminons : X_m ; ω_0 et φ

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{20}{0{,}1}} = 14{,}14$ rad/s ;

A $t \neq 0$: $\begin{cases} x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)\end{cases}$; à t = 1s : $\begin{cases} x(1) = X_m\cos(\omega_0 + \varphi) = 0 & (1) \\ v(1) = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 + \varphi) = -2 & (2)\end{cases}$

(1) $\Rightarrow \cos(\omega_0 + \varphi) = 0 \Rightarrow (\omega_0 + \varphi) = \frac{\pi}{2}$ ou $(\omega_0 + \varphi) = -\frac{\pi}{2}$

(2) $\Rightarrow \omega_0\sin(\omega_0 + \varphi) = \frac{-2}{-X_m\omega_0} = \frac{2}{X_m\omega_0} > 0$ d'où $(\omega_0 + \varphi) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\omega_0 + \frac{\pi}{2} = -12{,}57$ rad $= -4\pi$ rad

(2) $\Rightarrow X_m = \frac{2}{\omega_0\sin(\omega_0+\varphi)} = \frac{2}{\omega_0}$ avec $\sin(\omega_0 + \varphi) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$ $X_m = \frac{2}{14{,}14} = 0{,}14$ m

Finalement : $\mathbf{x(t) = 0{,}14\cos(14{,}14t - 4\pi)}$

Exercice 3 — Corrigé

1. Calculer sa constante de raideur k.

A l'équilibre, on a T = P avec T : la tension du ressort et P : le poids du solide

Or $T = k\Delta\ell$ d'où $k\Delta\ell = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta\ell}$ A.N : $k = \frac{50.10^{-3}\times10}{10.10^{-2}} = 5$N/m

2.
   2.1 Calculons sa période T_0.
   $T_0 = \frac{26}{10} = 2{,}6$ s
   2.2 Déduisons-en sa pulsation ω_0.
   $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$; A.N : $\omega_0 = \frac{2\pi}{2{,}6} = 2{,}42$ rad/s
3. Calculons l'énergie mécanique totale E_m de cet oscillateur.
   $E_m = E_{Pemax} = \frac{1}{2}k X_m^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$ avec $X_m = \Delta\ell$ A.N: $E_m = \frac{1}{2}\times 5\times(0{,}1)^2 = 2{,}5.10^{-2}$ J

Exercice 4 — Corrigé

Déterminons la valeur:

- de l'énergie mécanique E_m :

On a : $E_C = 2{,}5.10^{-3} - 50x^2$ (1)

Par définition, l'énergie mécanique E_m d'un pendule élastique horizontal est : $E_m = E_C + E_{Pe} \Rightarrow E_C = E_m - E_{Pe}$

Par identification avec la relation (1), on déduit que : $\mathbf{E_m = 2{,}5.10^{-3}}$ **J**

- de la constante de raideur k :

par la relation (1), on a : $E_{Pe} = 50x^2$ or $E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2$ d'où $\frac{1}{2}k = 50 \Rightarrow$ **k = 100 N/m**

– la pulsation ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \;;\; \underline{\text{A.N}} : \boldsymbol{\omega_0} = \sqrt{\frac{100}{0{,}25}} = \mathbf{20\ rad/s}$$

– l'élongation maximale X_m:

$$E_m = \frac{1}{2}k\,X_m^2 \Rightarrow X_m = \sqrt{\frac{2E_m}{k}} \qquad \underline{\text{A.N}} : \mathbf{X_m} = \sqrt{\frac{2\times2{,}5.10^{-3}}{100}} = \mathbf{7{,}07.10^{-3}\ m}$$

– la vitesse maximale V_m:

$$E_m = \frac{1}{2}m\,V_m^2 \Rightarrow V_m = \sqrt{\frac{2E_m}{m}} \qquad \underline{\text{A.N}} : \mathbf{V_m} = \sqrt{\frac{2\times2{,}5.10^{-3}}{0{,}25}} = \mathbf{0{,}14\ m/s}$$

Exercice 5 — Corrigé

1. Déterminer, à partir du graphique,

 1.1 la position initiale x_0 de S.

 $x_0 = -4\times5 = -20$ cm $= -0{,}2$ m

 1.2 la période T_0 du mouvement.

 $T_0 = 8\times31{,}4 = 251{,}2$ ms $= 0{,}2512$ s

 Déduisons-en la constante de raideur k du ressort :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\times\omega_0^2 = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \qquad \underline{\text{A.N}} : k = \frac{4(3{,}14)^2\times0{,}4}{(0{,}2512)^2} = 250\text{N/m}$$

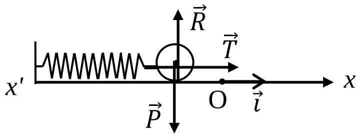
2. Etablissons l'équation différentielle du mouvement de S.

 Système : un solide S

 Référentielle : terrestre supposé galiléen muni d'un repère (o ;$\vec{i}$)

 Bilan des forces extérieures appliquées au système :

 – le poids $\vec{P}$ du système
 – la réaction $\vec{R}$ du support sur le solide
 – la tension $\vec{T}$ du ressort



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

Projetons cette relation sur l'axe $(x'x)$ du repère :

$$P_x + R_x + T_x = ma_x \Rightarrow 0 + 0 - kx = m\ddot{x}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow m(\ddot{x} + \frac{k}{m}x) = 0$$

$m \neq 0$ donc $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$: équation différentielle du mouvement de S

3. Vérifions que $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle.

 $\dot{x} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$; $\ddot{x} = -X_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi)$

 $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = -X_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{k}{m}X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) = (-X_m\omega_0^2 + \frac{k}{m}X_m)\cos(\omega_0 t + \varphi)$ or $\frac{k}{m} = \omega_0^2$

 D'où $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = (-X_m\omega_0^2 + X_m\omega_0^2)\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0\times\cos(\omega_0 t + \varphi)$

 $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ donc l'équation $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle

4. Ce que représentent les grandeurs X_m, ω_0 et φ

 X_m représente l'amplitude maximale des oscillations

 ω_0 représente la pulsation propre

 φ représente la phase à l'origine des dates.

 Calcul de X_m, ω_0 et φ

 $X_m = -x_0 = -(-0{,}2) = 0{,}2$m

 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$; $\underline{\text{A.N}}$: $\omega_0 = \frac{2\pi}{0{,}2512} = 25$ rad/s

$$A\ t \neq 0 ,\ \begin{cases} x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases} \;;\; \text{à } t = 0 ,\ \begin{cases} x_0 = X_m\cos\varphi & (1) \\ v_0 = -X_m\omega_0\sin\varphi = 0 & (2) \end{cases}$$

(2) $\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$ rad ; (1) $\Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{X_m} < 0$ car $x_0 < 0$

$\cos\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \pi$ rad d'où l'équation horaire du mouvement: $x(t) = 0{,}2\cos(25t + \pi)$

5. Calculons l'énergie potentielle élastique du pendule lorsque x est maximale.

$E_{Pemax} = \frac{1}{2} k X_m^2$ A.N: $E_m = \frac{1}{2} \times 250 \times (0,2)^2 = 5$ J

6. Calculons la valeur de la vitesse $\vec{v}$ de S.

$E_m = E_C + E_{Pe} \Rightarrow E_C = E_m - E_{Pe}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m\, v_x^2 = E_m - \frac{1}{2} kx^2 = E_{Pemax} - \frac{1}{2} kx^2$ avec $E_m = E_{Pemax}$

d'où $v_x = \sqrt{\frac{2E_{Pemax} - kx^2}{m}}$ A.N : $v_x = \sqrt{\frac{2\times5 - 250\times(-1{,}5.10^{-2})^2}{0{,}4}} = 4{,}98$ m/s

la valeur de la vitesse $\vec{v}$ de S : $v = \sqrt{v_x^2} = v_x = 4{,}98$ m/s

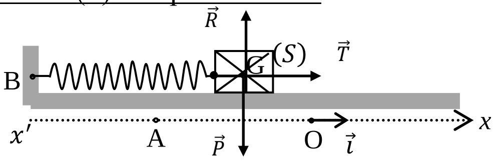
Exercice 6 Corrigé

1. Système : un solide S

Référentielle : terrestre supposé galiléen muni d'un repère $(o\,;\vec{\imath}\,)$

1.1 Inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur le solide (S) et représentation.

- le poids $\vec{P}$ du système
- la réaction $\vec{R}$ du support sur le solide
- la tension $\vec{T}$ du ressort



1.2 Etablissons l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie du solide

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

Projetons cette relation sur l'axe (O, x) du repère :

$P_x + R_x + T_x = ma_x \Rightarrow 0 + 0 - kx = m\ddot{x} \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow m(\ddot{x} + \frac{k}{m}x) = 0$

$m \neq 0$ donc $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$: équation différentielle du mouvement du solide

1.3 L'équation horaire $x(t) = X_m\, cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle si : $\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \Rightarrow -X_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{k}{m}X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$

$\Rightarrow (-X_m\omega_0^2 + \frac{k}{m}X_m)\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0 \Rightarrow -X_m\omega_0^2 + \frac{k}{m}X_m = 0$ car $\cos(\omega_0 t + \varphi) \neq 0$ $\boldsymbol{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$

1.4

1.4.1 Déduisons de ce qui précède les expressions de ω_0 et de T_0 du mouvement.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

1.4.2 Calculons ω_0 et T_0.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{25}{0{,}25}} = 10$ rad/s ; $T_0 = \frac{2\pi}{10} = 0{,}628$ s $\approx 0{,}63$ s

1.5 Déterminons :

1.5.1 l'amplitude X_m et la phase à l'origine φ du mouvement

$X_m = OA = 0{,}14$m

A $t \neq 0$; $\begin{cases} x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$ à t = 0 $\begin{cases} x_0 = X_m\cos\varphi & (1) \\ v_0 = -X_m\omega_0\sin\varphi = 0 & (2) \end{cases}$

(2) $\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$ rad ; (1) $\Rightarrow \cos\varphi = \frac{x_0}{X_m} < 0$ d'où $\varphi = \pi$ rad

L'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du solide est donc : $x(t) = 0{,}14\cos(10t - \pi)$

1.5.2 La valeur maximale V_{max} de la vitesse.

$V_{max} = X_m\omega_0$ A.N : $V_{max} = 0{,}14 \times 10 = 1{,}4$ m.s^{-1}

2 Déterminons :

2.1 la valeur de l'énergie mécanique E_m (0) à l'instant t = 0

On a $E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2$; à t = 0 ; $v = 0$ et $x = X_m$

donc $E_m(0) = \frac{1}{2} k X_m^2$ A.N : $E_m(0) = \frac{1}{2} \times 25 \times (0{,}14)^2 = 0{,}245$ J

2.2 la valeur maximale de la vitesse en utilisant la conservation de l'énergie mécanique

Soient : $E_m(0)$: l'énergie mécanique du solide à t =0

E_{m0} : l'énergie mécanique lorsque le solide atteint sa position d'équilibre

$E_{m0} = \frac{1}{2} k V_m^2$ car $x = 0$

Conservation de l'énergie mécanique: $E_{m0} = E_m(0) \Rightarrow \frac{1}{2} k V_m^2 = E_m(0)$

d'où $V_m = \sqrt{\frac{2E_m(0)}{m}}$ A.N : $V_m = \sqrt{\frac{2\times0{,}245}{0{,}25}} = 1{,}4\ m.s^{-1}$

Comparaison : on obtient le même résultat qu'à la question 1.5.2

Exercice 7 Corrigé

1. Donnons l'expression de l'énergie mécanique du pendule en fonction de k, m, x et v.

$E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2$

2. L'équation différentielle régissant les oscillations du solide (S).

$\frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2 = E_m \Rightarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} k\, x^2) = \frac{dE_m}{dt}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times2m\frac{dv}{dt}v + \frac{1}{2}\times2k\frac{dx}{dt}x = 0$ (car E_m = cste)

$\Rightarrow m\frac{dv}{dt}v + k\frac{dx}{dt}x = 0$ or $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ et $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ d'où $m\ddot{x}\dot{x} + k\dot{x}x = 0 \Rightarrow m\dot{x}(\ddot{x} + \frac{k}{m}x) = 0$

$m\dot{x} \neq 0$ *donc* $\boldsymbol{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$: L'équation différentielle régissant les oscillations de (S).

3. Exprimons la pulsation propre ω_0 et vérifions que $x = X_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de l'équation différentielle obtenue

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\dot{x} = X_m\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$; $\ddot{x} = -X_m\omega_0^2\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = -X_m\omega_0^2\sin(\omega_0 t + \varphi) + \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}} X_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$= (-X_m\omega_0^2 + \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}} X_m)\sin(\omega_0 t + \varphi)$ or $\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}} = \omega_0^2$

D'où $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = (-X_m\omega_0^2 + X_m\omega_0^2)\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$= 0 \times \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ donc l'équation $x = X_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle

4.

4.1 Etablissons l'expression : $E_P = \frac{1}{4} k\, X_m^2[1 - cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$

$E_P = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} kX_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ or $\sin^2\alpha = \frac{1-cos2\alpha}{2}$

d'où $\sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1-cos\,[2(\omega_0 t+\varphi)]}{2} = \frac{1-cos\,(2\omega_0 t+2\varphi)}{2}$

Finalement: $E_P = \frac{1}{2} kX_m^2\left[\frac{1-cos\,(2\omega_0 t+2\varphi)}{2}\right] = \frac{1}{4} kX_m^2[1 - cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$

4.2 Déduisons l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de k et x_m.

On a : $E_m = E_C + E_P \Rightarrow E_P = E_m - E_C$ (1)

On a aussi: $E_P = \frac{1}{2} k\, x^2 = \frac{1}{2} kX_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2} kX_m^2(1 - \cos^2(\omega_0 t + \varphi))$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow \boldsymbol{E_m = \frac{1}{2} kX_m^2}$

4.3 Déterminons par le graphique et de ce qui précède X_m, x_0, T_0, m, φ et v_0.

$E_m = E_{Pmax} = \frac{1}{2} k\, X_m^2 \Rightarrow X_m = \sqrt{\frac{2E_{Pmax}}{k}}$ A.N: $X_m = \sqrt{\frac{2\times200.10^{-4}}{50}} = 2{,}83.10^{-2}$ m

$E_{P0} = \frac{1}{2} k\, x_0^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{2E_{P0}}{k}}$ A.N: $x_0 = \sqrt{\frac{2\times100.10^{-4}}{50}} = 2.10^{-2}$ m

$T_0 = 0{,}314$ s

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = k(\frac{T_0}{2\pi})^2$ A.N : $m = 50\times(\frac{0{,}314}{2\times0{,}314})^2 = 0{,}125$kg

$x = X_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$; à t = 0 , $x_0 = X_m\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = \frac{x_0}{X_m} \Rightarrow \varphi = \sin^{-1}(\frac{x_0}{X_m})$

A.N : $\varphi = \sin^{-1}(\frac{2.10^{-2}}{2{,}83.10^{-2}}) = 44{,}96°$ $\varphi \approx 45°$

A t = 0, $E_m = E_{C0} + E_{P0} \Rightarrow E_{C0} = E_m - E_{P0} \Rightarrow \frac{1}{2} mv_0^2 = E_{Pmax} - E_{P0}$ avec $E_m = E_{Pmax}$

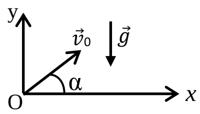
d'où $v_0 = \sqrt{\frac{2(E_{Pmax} - E_{P0})}{m}}$ A.N : $v_0 = \sqrt{\frac{2\times(200.10^{-4} - 100.10^{-4})}{0,125}}$ = 0,4 m.s^{-1}

Exercice 8 — Corrigé

1. Etablissons l'équation de la trajectoire de la boule dans le repère proposé.

Système : une boule

Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)



Bilan des forces extérieures : Le poids $\vec{P}$ de la boule

Appliquons le théorème du centre d'inertie au système :

$\sum \vec{F}ext = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} = \overrightarrow{cste}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cste}$: le mouvement est uniformément varié, les équations horaire sont donc de la forme : $\vec{v}\begin{cases} v_x = a_x t + v_{0x} \\ v_y = a_y t + v_{0y} \end{cases}$ $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$

A t = 0 ; $\overrightarrow{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{cases}$

A t ≠ 0 ; $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$; $\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$; $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)t \quad (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\cos\alpha)t \quad (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$; en remplaçant t par son expression dans (2), on obtient : $y = \frac{-g}{2v_0^2(\cos\alpha)^2}x^2 + x\tan\alpha$

2. Montrons que si v_0 est fixée, le joueur a raison de choisir α = 45° pour obtenir une portée maximale.

Au point P où la boule tombe, on a : $y_P = 0 \Rightarrow -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_P^2 + (\tan\alpha)\, x_P = 0$

$\Rightarrow x_P(-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_P + \tan\alpha) = 0$

$x_P \neq 0$ donc $-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_P + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0 \Rightarrow x_P = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \times \frac{2v_0^2\cos^2\alpha}{g} = \frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$

$\Rightarrow x_P = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}$ avec $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin(2\alpha)$

La portée x_P est maximale si sin(2α) = 1 $\Rightarrow$ 2α = 90° soit α = 45°

3. Calculons la valeur de v_0 à communiquer à la boule pour la faire tomber au point C.

Au point C, x_C = D et y_C = h d'où : $\frac{-g}{2v_0^2(\cos\alpha)^2}D^2 + D\tan\alpha = h$

$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{-gD^2}{2(\cos\alpha)^2(h - D\tan\alpha)}}$ A.N: $v_0 = \sqrt{\frac{-10\times5^2}{2(\cos45°)^2(1-5\times\tan45°)}}$ = 7,90 m/s

4. Déterminons la valeur de la vitesse au point C.

Au point C, $x_C = D = (v_0\cos\alpha)t_C \Rightarrow t_C = \frac{D}{v_0\cos\alpha}$ d'où $\vec{v}_C\begin{cases} v_{Cx} = v_0\cos\alpha \\ v_{Cy} = -g\times\frac{D}{v_0\cos\alpha} + v_0\sin\alpha \end{cases}$

On a $v_C = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2} = \sqrt{v_0^2 + (\frac{-gD}{v_0\cos\alpha})^2 - 2gD\tan\alpha}$

A.N: $v_C = \sqrt{(7,90)^2 + (\frac{-10\times5}{7,90\times\cos45°})^2 - 2\times10\times\tan45°}$ = 6,52 m/s

5. Déterminons l'amplitude des oscillations du système (m, k)

Au début des oscillations, l'énergie mécanique E_{m1} = l'énergie cinétique E_C ($E_{m1} = E_C$)

Lorsqu'on atteint l'amplitude maximale, $E_{m2} = E_{Pe}$

En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_{m2} = E_{m1} \Rightarrow E_{Pe} = E_C$

$\frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}kv_C^2 \Rightarrow X_m = v_C\times\sqrt{\frac{k}{m}}$ A.N: $X_m = 6,52\times\sqrt{\frac{10}{0,1}}$ = 65,2 m

6. Déterminons l'équation horaire des oscillations du système (m, k).

L'équation horaire est sous la forme : $x = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

X_m = 65,2m ; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ A.N: $\omega_0 = \sqrt{\frac{10}{0,1}}$ = 10 rad.s^{-1}

A t ≠ 0 , $\begin{cases} x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$; à t = 0 , $\begin{cases} x_0 = X_m\cos\varphi = 0 \quad (1) \\ v_0 = -X_m\omega_0\sin\varphi = v_C \quad (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ rad ou $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad ; (2) $\Rightarrow \sin\varphi = \frac{v_C}{-X_m\omega_0} < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad

On obtient finalement l'équation horaire : $x(t) = 65,2\cos(10t - \frac{\pi}{2})$

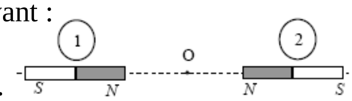
Champ magnétique 5

L'imagination est plus importante que le savoir. Albert Einstein

Exercices d'application

Exercice 1
Corrigé Page 49

Deux aimants droits identiques sont placés sur le même axe selon le schéma suivant :



Chaque aimant crée au point O un champ magnétique d'intensité 4,0 mT.

1. Représenté graphiquement les deux vecteurs champs magnétiques au point O.
2. Si on néglige le champ magnétique terrestre, quelle est la valeur du champ résultant en ce point ?
3. On retourne l'aimant 1. Quelle sera la nouvelle valeur du champ résultant au point O ?

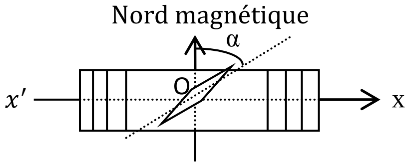
Exercice 2
Corrigé Page 49

Une bobine de longueur ℓ =20 cm comporte N =1000 spires de diamètre d = 3cm. Elle est traversée par un courant d'intensité I=200 mA.

1. Peut-on considérer cette bobine comme un solénoïde ?
2. Quelle est la valeur du champ magnétique à l'intérieur de la bobine?
3. Pour quelle valeur de I, l'intensité du champ est-elle égale à Bh ?
4. Représenter cette bobine en y indiquant le sens du courant I dans les spires, le sens du champ magnétique $\vec{B}$ et les faces de cette bobine.

Exercice 3
Corrigé Page 49

Un solénoïde d'axe horizontal (Δ) de grande longueur L par rapport à son diamètre D, comporte une couche de fil isolée par un vernis d'épaisseur négligeable à spires jointives. Le diamètre du fil est d.



1. Exprimer en fonction de l'intensité I du courant dans le solénoïde, μ_0 et d l'expression du champ magnétique B_S au centre de la bobine et calculer sa valeur. On donne L = 0,4m ; d = 0,5mm ; μ_0=4π.10^{-7}S.I.
2. L'axe (Δ) du solénoïde est perpendiculaire au méridien magnétique terrestre et la composante horizontale du champ magnétique terrestre est B_h= 2.10^{-5}T. On dispose d'une aiguille aimantée placée à l'intérieur du solénoïde en son centre O.
   2.1 La bobine n'étant parcourue par aucun courant, préciser la position d'équilibre stable de l'aiguille aimantée.
   2.2 On fait passer un courant continu d'intensité I dans le solénoïde, l'aiguille aimantée dévie d'un angle α = 60^o.
      2.2.1 Représenter sur un schéma le sens du courant I et celui du champ $\vec{B}$ dans le solénoïde.
      2.2.2 Calculer l'intensité du courant I.
      2.2.3 Calculer l'intensité du champ crée par la bobine et celle du champ résultant $\vec{B}_T$.

Exercice 4
Corrigé Page 50

1. Un solénoïde parcouru par un courant continu d'intensité I crée un champ magnétique $\vec{B}$.
   1.1 Reproduire le schéma du solénoïde ci-dessous et représenter le sens du courant choisi, le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde et les lignes de champ et leur sens.
   1.2 Compléter le schéma en y indiquant les faces du solénoïde.

2. Pour utiliser ce solénoïde, on se propose de déterminer le nombre de spire qui n'est malheureusement pas indiqué. Pour ce faire, on mesure la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde en faisant varier l'intensité du courant qui le traverse.
   2.1 Faire un dispositif annoté du dispositif expérimental.
   2.2 Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

I(A)	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
B(mT)	0	0,63	0,94	1,25	1,55	1,89	2,15	2,48	2,80

   2.3 Tracer la courbe B = f(I) avec 1 cm pour 0,5 A et 1 cm pour 0,5 mT.
   2.4 Déduire de la courbe que B est proportionnel à I et déterminer le coefficient de proportionnalité k en unité S.I.

2.5 Donner l'expression de B en fonction de la longueur ℓ, du nombre de spires N, de l'intensité du courant I et de la perméabilité du vide μ_0.

2.6 Déterminer le nombre de spires N. On donne l = 40 cm et $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ *S.I*

A Chercher

Exercice 5

Un solénoïde est constitué d'un enroulement de fil de diamètre d = 1 mm, recouvert de vernis isolant d'épaisseur négligeable. Les spires sont jointives et assimilées à des cercles parfaits de rayons r = 2,5 cm.

1- Calculer le nombre de spires par unité de longueur du solénoïde.

2- La longueur du fil de cuivre utilisée est L = 62,8 m.

2-1 Calculer la longueur ℓ du solénoïde.

2-2 Peut-on considérer ce solénoïde comme infiniment long ?

3- Le solénoïde est branché aux bornes d'un générateur de courant continu de f.é.m. 12 V et de résistance interne r = 3 Ω. On néglige la résistance interne du solénoïde.

3-1 Calculer l'intensité I du courant dans le solénoïde.

3-2 Calculer la valeur du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

4- Le solénoïde est maintenant placé dans un endroit où règne un champ magnétique uniforme horizontal de valeur $B_h = 2.10^{-5}$ T. En l'absence de courant électrique, une aiguille aimantée, placée au centre du solénoïde, s'oriente perpendiculairement à l'axe du solénoïde. On établit un courant continu d'intensité I = 0,01 A. De quel angle dévie l'aiguille aimantée ?

Exercice 6

On négligera le champ magnétique terrestre. On prendra $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$SI.

Les parties I et II sont indépendants.

I/ Trois aimants sont disposés comme l'indique la figure 1 :

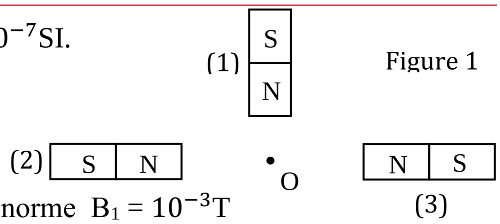


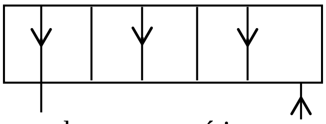
Figure 1

Au point O, ces aimants créent chacun un champ magnétique dont les caractéristiques sont :

– le champ de B_1 provenant de l'aimant (1) est vertical et a pour norme $B_1 = 10^{-3}$T
– le champ de B_2 issu de l'aimant (2) est horizontal et a pour norme $B_2 = 2.10^{-3}$T
– le champ de B_3 crée par l'aimant (3) est horizontal et a pour norme $B_3 = 1{,}5.10^{-3}$T

1. Représenter B_1, B_2 et B_3 au point O.
2. Calculer l'intensité B_T de la résultante du champ magnétique au point O.

II/ Une bobine de longueur ℓ = 20 cm comporte N = 150 spires de rayon r = 2 cm. Le champ magnétique au centre de la bobine vaut B = 2 mT.



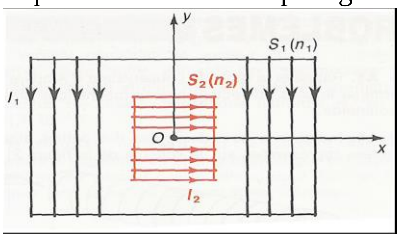
1. Calculer l'intensité du courant dans la bobine.
2. La bobine est maintenant parcourue par un un courant I' = 5A et est placée dans un champ magnétique uniforme de valeur B_0 = 3 mT. L'axe de la bobine et le champ $\vec{B}_0$ sont perpendiculaire
   2.1 Calculer la valeur du champ magnétique B' à l'intérieur de la bobine.
   2.2 Représenter, au point O, sur un schéma clair, les champ $\vec{B}_0$, $\vec{B}$ et le champ résultant $\vec{B}_r$.
   2.3 Calculer la valeur B_r du champ magnétique résultant au point O.
   2.4 Quelle direction prendrait une aiguille aimantée placée au point O

Exercice 8

A l'intérieur d'un solénoïde S_1 comportant 1000 spires/mètre et parcouru par un courant d'intensité 2 A, on a placé un solénoïde S_2 dont l'axe est perpendiculaire à celui de S_1 (cf figure). Le solénoïde S_2 est formé de 200 spires régulièrement enroulées sur une longueur de 5 cm et l'intensité du courant qui y circule vaut 1 A.

1- Calculer l'intensité du champ magnétique crée à l'intérieur de chaque solénoïde.

2- Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique au point O (direction, sens et norme).



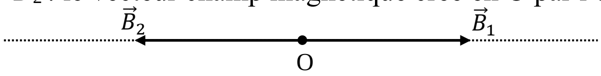
CORRIGE

Exercice 1 Corrigé

1. Représentons graphiquement les deux vecteurs champs magnétiques au point O.

Soit : $\vec{B}_1$: le vecteur champ magnétique créé en O par l'aimant 1

$\vec{B}_2$: le vecteur champ magnétique créé en O par l'aimant 2



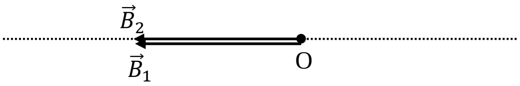
2. La valeur du champ résultant au point O

$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{0}$ car $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ sont colinéaires de sens opposé et de même intensité.

$B_T = 0$

3.

3.1 Représentons à nouveau les deux vecteurs champs magnétiques au point O.



3.2 La nouvelle valeur du champ résultant au point O ?

$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$; $B_T = B_1 + B_2$ car $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ sont colinéaires de même sens.

A.N : $B_T = 4{,}0 + 4{,}0 = 8{,}0$ mT

Exercice 2 Corrigé

1.

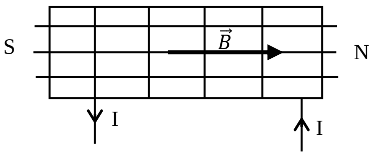
On a : $\frac{\ell}{r} = \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33 > 10$: donc la bobine peut être considérée comme un solénoïde

2. La valeur du champ magnétique à l'intérieur de la bobine

$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ A.N : $B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{1000}{0{,}2} \times 0{,}2 = 1{,}26.10^{-3}$T

3. L'intensité du champ est égale à B_h pour $I = 0$

4. Représentons la bobine en y indiquant le sens de I, de $\vec{B}$ et les faces de la bobine.



Exercice 3 Corrigé

1. Exprimons en fonction de I, μ_0 et d l'expression du champ B_S au centre de la bobine

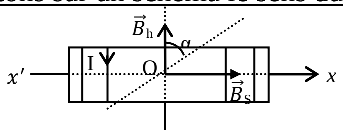
$B_S = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{L} I$ or $N = \frac{L}{d}$ d 'où $B_S = \mu_0 \frac{I}{d}$

2.

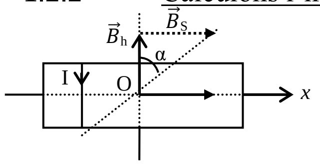
1.1 La position d'équilibre stable de l'aiguille aimantée est celle du méridien magnétique terrestre. (la perpendiculaire à l'axe (Δ) du solénoïde)

1.2

1.2.1 Représentons sur un schéma le sens du courant I et celui du champ $\vec{B}_S$.



1.2.2 Calculons l'intensité du courant I.



$\tan\alpha = \frac{B_S}{B_h} \Rightarrow B_S = B_h \times \tan\alpha$

$\Rightarrow \mu_0 \frac{I}{d} = B_h \times \tan\alpha \Rightarrow I = \frac{d \times B_h \times \tan\alpha}{\mu_0}$

A.N: $I = \frac{0{,}5.10^{-3} \times 2.10^{-5} \times \tan 60}{4\pi.10^{-7}} = 0{,}014$ A

1.2.3 Calculons l'intensité du champ B_S et celle du champ résultant $\vec{B}_T$.

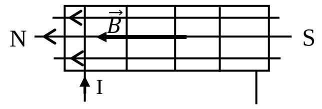
$B_S = \mu_0 \frac{I}{d}$ A.N : $B_S = 4\pi.10^{-7} \times \frac{0{,}014}{0{,}5.10^{-3}} = 3{,}52.10^{-5}$T

$B_T = \sqrt{B_h^2 + B_S^2}$ A.N : $B_T = \sqrt{(2.10^{-5})^2 + (3{,}52.10^{-5})^2} = 4{,}05.10^{-5}$T

Exercice 4 Corrigé

1.

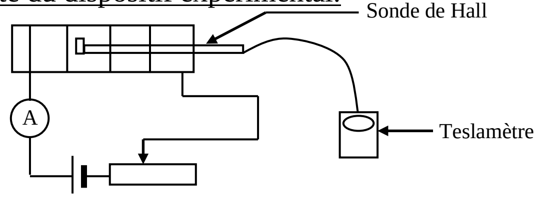
1.1



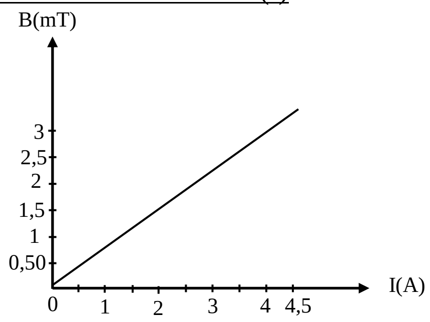
1.2 Voir schéma.

2.

2.1 Dispositif annoté du dispositif expérimental.



2.2 Tracé de la courbe B = f(I)



2.3 Déduisons de la courbe que B est proportionnel à I et déterminons le coefficient de proportionnalité k.

La courbe obtenue est une droite qui passe par l'origine du repère. Son équation est de la forme : B = kI ; B est donc proportionnel à I.

Le coefficient de proportionnalité k : $k = \frac{\Delta B}{\Delta I} = \frac{(2{,}80-0).10^{-3}}{4{,}5-0} = 6{,}22.10^{-4}$ T/A

2.4 Donnons l'expression de B en fonction de ℓ, N, I et de μ_0.

$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

2.5 Déterminons le nombre de spires N.

$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = kI \Rightarrow N = \frac{k\ell}{\mu_0}$ A.N: $N = \frac{6{,}22.10^{-3} \times 0{,}4}{4\pi.10^{-7}}$ = 198 spires

.

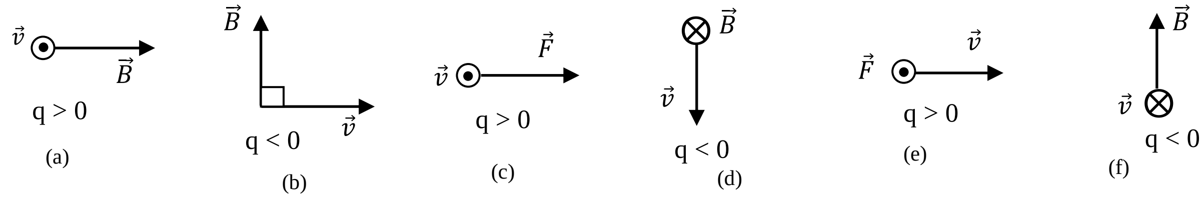
Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

6

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 56

Sur chacun des schémas suivants doivent figurer les trois vecteurs orthogonaux: vitesse $\vec{v}$, champ magnétique $\vec{B}$ et la force de Lorentz $\vec{F}$. Représenter, dans chaque cas, le vecteur manquant.



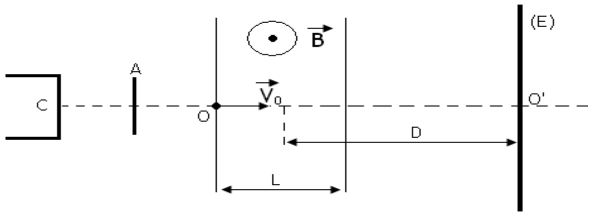
Exercice 2 Corrigé Page 56

Des électrons pénètrent dans un champ magnétique $\vec{B} \perp \vec{v}_0$.

1. Représenter sur un schéma, $\vec{v}_0$, $\vec{B}$ et $\vec{F}$.
2. Calculer la norme de $\vec{F}$ pour $v_0 = 2.10^5$ m.s^{-1} et B = 0,2 T.
3. Comparer F et P. Conclure. On prendra me = 1,67.10^{-27} kg et g =10 m.s^{-2}.
4. Répondre aux mêmes questions si la particule est un noyau d'hélium $_2^4He^{2+}$ de masse m = 6,7 .10^{-27}kg.

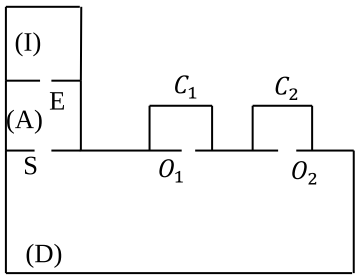
Exercice 3: déviation par un champ magnétique Corrigé Page 56

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés par l'anode A. Ils pénètrent en O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan de la figure. Le champ $\vec{B}$ n'existe que sur une zone de longueur L. (Voir figure)



1. Calculer la tension accélératrice U = U_{AC} entre l'anode et la cathode pour $v_0 = 10^7$ m/s.
2. Donner la nature du mouvement d'un électron dans le champ magnétique et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire pour B = 1 mT.
3. Un écran E placé à une distance D = 50 cm du centre I de l'espace champ magnétique, reçoit le faisceau d'électrons. Calculer la déviation du faisceau d'électrons sachant que L = 1 cm. En déduire la déflexion magnétique Dm = O'P où P est le point d'impact du faisceau sur l'écran.
4. Dans l'espace de longueur L = 1 cm, on fait agir simultanément le champ précédent et un champ électrique $\vec{E}$ afin de ne plus observer de déviation sur l'écran.
   - 4.1 Calculer l'intensité E du champ électrique.
   - 4.2 De quel coté serait dévié le faisceau si la vitesse du faisceau augmente, diminue ?
   - 4.3 Quel est l'intérêt d'un tel dispositif ?

Exercice 4: spectrographe de masse Corrigé Page 57



Dans cet exercice on ne fera pas apparaitre des valeurs absolues dans les expressions littérales. La figure ci-contre représente une coupe horizontale, vue de dessus d'un spectrographe de masse.

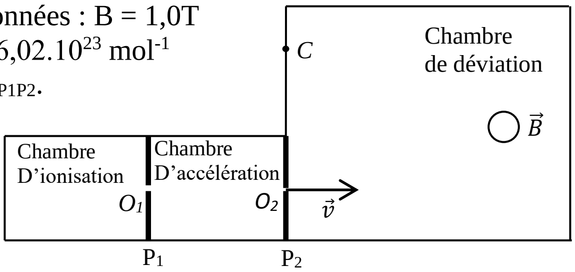
1. Des ions de masse m et de charge q négative sont produits dans une chambre d'ionisation I avec une vitesse pratiquement nulle. Ils entrent en E dans une enceinte A, sous vide, où ils sont accélérés et ressortent en S. les orifices E et S sont pratiquement ponctuels et on note $U_0=V_E-V_S$ la différence de potentiels accélératrice.

2. La vitesse des ions reste suffisamment faible pour que les lois de la mécanique classique soient applicables. Etablir l'expression de la valeur de la vitesse d'un ion à sa sortie en S en fonction de q, m et U_0.
3. A leur sortie en S les ions pénètrent dans une deuxième enceinte sous vide D, dans laquelle règne un champ magnétique uniforme vertical.
   3.1 Quel doit être le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que les ions puisse atteindre les point O_1 et O_2 ? Justifier la réponse.
   3.2 En S, le vecteur- vitesse des ions est perpendiculaire à la droite passant par O_1, O_2 et S. Montrer que la trajectoire d'un ion est circulaire et uniforme dans l'enceinte D.
   3.3 Exprimer le rayon R de la trajectoire d'un ion en fonction de B, q, m, et U_0.
4. Le jet d'ions sortant de la chambre de la chambre d'ionisation est un mélange d'ions $^{79}Br^-$, de masse m_1=1,3104.10^{-25}kg, et des ions $^{81}Br^-$, de masse m_2=1,3436.10^{-25}kg.
   4.1 Dans quel collecteur sont reçus les ions de masse m_1 ? Justifier la réponse.
   4.2 Exprimer la distance entre les entrées O_1 et O_2 des deux collecteurs C_1 et C_2 chargés de récupérer les deux types d'ions en fonction de B, U_0, q, m_1 et m_2.
5. En chaque minute les quantités d'électricité reçues respectivement sont q_1'=-6,60.10^{-8}C et q_2'=-1,95.10^{-8}C. Déterminer la composition du mélange d'ions. Justifier votre réponse.
   On donne $|U_0|=4.10^4 V$; $B=0,1T$; $e=1,6.10^{-19}C$

A Chercher

Exercice 5

On place un élément inconnu X dans une chambre d'ionisation. Elle produit des ions X^{n+} qui sont introduits avec une vitesse négligeable en O_1 dans le dispositif ci-dessous. La masse des ions est notée m et n est un entier positif. De plus on notera e la charge élémentaire. Données : B = 1,0T ;$|U|$ = 1kV ; e = 1,602.10^{-19} C ; Nombre d'Avogadro Na = 6,02.10^{23} mol^{-1}



1. Entre P_1 et P_2, on applique une tension électrique $U = U_{P1P2}$.
   1.1. Quel est le signe de U ? Justifier.
   1.2. Exprimer la vitesse v des ions en O_2 en fonction de n, e, m et U.
2. En O_2, ouverture très petite, les ions pénètrent avec une vitesse horizontale dans une région où règne un champ magnétique perpendiculaire au plan de la figure. Les particules sont détectées au point C.
   2.1. Indiquer sur la figure le sens du champ magnétique.
   2.2. Quelle est la puissance instantanée de la force magnétique ? Déduire la nature du mouvement.
   2.3. Quelle est alors la vitesse en C ? Justifier votre réponse.
   2.4. Montrer que la trajectoire des ions est circulaire. (On tracera la trajectoire d'un ion)
   2.5. En déduire la distance O_2C en fonction de m, n, e, B et U.
3. De par un protocole expérimental antérieur, on sait que l'élément X peut être l'un des quatre éléments chimiques décrit dans le tableau suivant :

Elément chimique	Aluminium	Nickel	Cuivre	Argent
Ion produit	Al^{3+}	Ni^{2+}	Cu^{2+}	Ag^+
Masse molaire M(g/mol)	27	59	63	108

   3.1. Compléter le tableau ci-dessous

Elément chimique	Aluminium	Nickel	Cuivre	Argent
Masse m(g)				
Distance O_2C (cm)				

   3.2. On trouve O_2C = 9,45 cm. Quel est l'élément chimique X correspondant ?

Exercice 6

Dans ce problème, on négligera le champ de pesanteur et le champ magnétique terrestre devant les autres champs donnés. Les expériences se font dans le vide.

1. Des ions $^{27}_{13}Al^{3+}$ sont injectés avec une vitesse initiale négligeable par un orifice A dans un champ électrique uniforme $\vec{E}_1$ existant entre deux plaques parallèles C et D d'un condensateur plan (figure 1). On appelle U_1, la d.d.p. entre les plaques et d la distance les séparant.
   1.1 Calculer la vitesse v_1 des ions lorsqu'ils arrivent au point K sur la plaque D.

1.2 Quelle est la charge des plaques ? Justifier.
1.3 Calculer l'accélération subie par les ions entre les deux plaques et en déduire la nature et l'équation de leur mouvement.

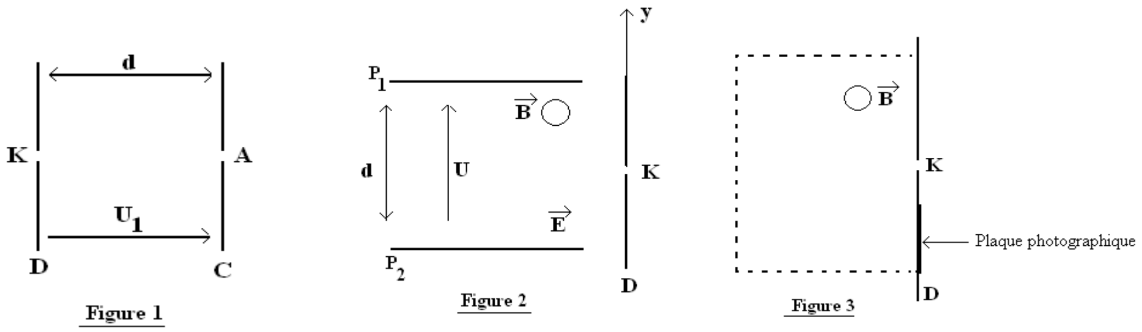
2 Les particules arrivant en K avec la vitesse v_1 entrent dans une zone où règnent un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ uniformes. Les plaques P_1 et P_2 sont séparées par une distance d. La tension entre les plaques est U (Figure 2).

2.1 Indiquer le sens de $\vec{B}$ et $\vec{E}$ pour que les ions aient une trajectoire rectiligne uniforme.
2.2 représenter les différentes forces agissant sur un ion au point K.
2.3 Déterminer la valeur de U.
2.4 Des ions $^{27}_{13}Al^{3+}$ et $^{29}Al^{3+}$ arrivent en K avec la vitesse v_1 et pénètrent dans une chambre de déviation où règne le champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On dispose d'une plaque photographique sur la plaque D que les ions viennent frapper (Figure 3). Le mouvement des ions est circulaire et uniforme.

2.4.1 Indiquer le sens du champ magnétique $\vec{B}$.
2.4.2 Donner l'expression du rayon de la trajectoire.

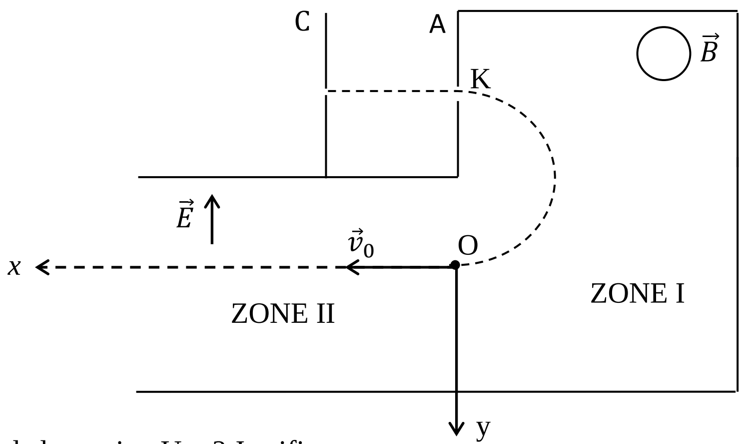
2.5 Déterminer les positions T_1 et T_2 des impacts des ions sur la plaque photographique.

<u>Données</u> : Unit é de masse atomique u = $1{,}66 \times 10^{-27}$ kg ; Charge élémentaire e = $1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; d = 10 cm ; B = 0,5 T ; U_1 = 1400 V.



Exercice 7

Des électrons émis sans vitesse initiale d'une cathode C chauffés, sont accélérés vers l'anode A par une tension U_{AC}. Ils pénètrent par un trou K dans une zone I où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et perpendiculaire au plan de la figure. Les électrons ressortent en un point O après avoir décrit un arc de cercle.



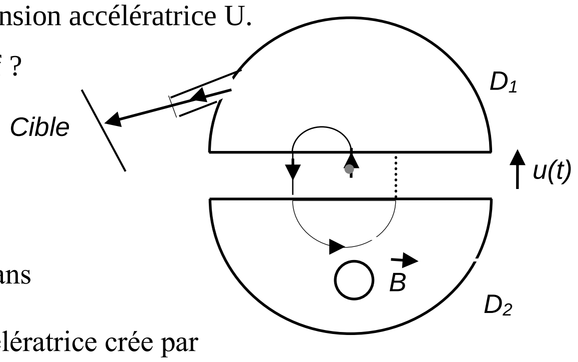
1. Quel est le signe de la tension U_{AC} ? Justifie.
2. Préciser le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ sur la figure.
3. Montrer que dans la zone I, le mouvement des électrons est uniforme et circulaire de rayon R = $\frac{mv}{eB}$; v étant la vitesse d'un électron.
4.
   4.1 Etablir l'expression de la vitesse v de l'électron dans le champ magnétique $\vec{B}$ en fonction de e, B, OK et m. Calculer sa valeur. On donne : OK = 20 cm ; B = 10^{-3}T ; m = $9{,}1.10^{-31}$kg.
   4.2 En déduire alors l'énergie cinétique d'un électrons au point K.

4.3 Calculer la valeur de la tension U_{AC}.
4.4 Quelle est la vitesse de l'électron au point O. Justifier.

5. Les électrons pénètrent en O dans la zone II où règne un champ électrique $\vec{E}$.
5.1 Etablir les équations horaires du mouvement d'un électron dans le repère (O, x, y).
5.2 En déduire l'équation de la trajectoire d'un électron dans ce repère. Préciser sa nature.
5.3 Tracer l'allure de cette trajectoire.

Exercice 8 : le cyclotron

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques (appelés dees) D_1 et D_2, placées horizontalement dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire au plan de la figure. Dans l'espace compris entre D_1 et D_2, les protons, initialement immobiles à partir du point O, sont soumis à un champ électrique alternatif, produisant une tension accélératrice U.

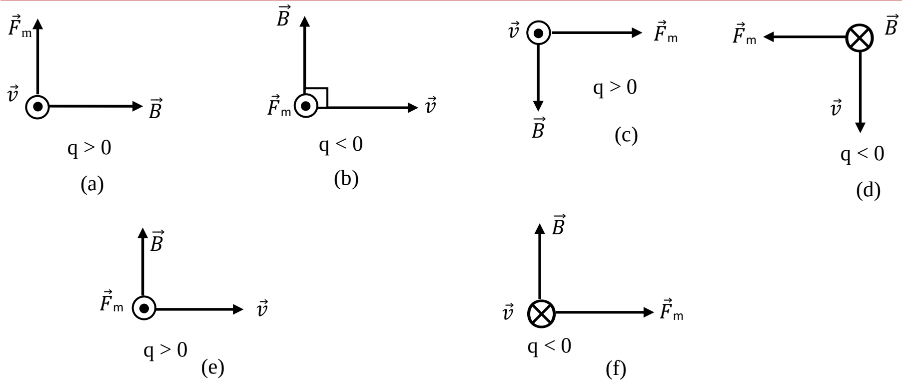


1-Pourquoi utilise-t-on un champ électrostatique alternatif ?
2-Montrer que la vitesse v des protons dans un 'dee ' est constante.
3-Montrer alors que leur trajectoire est un demi-cercle de rayon R (à exprimer en fonction m, B, v et e).
4-Exprimer la durée t de ce parcours. Dépend-elle de v?
5- Préciser le sens de $\vec{B}$ qui permet d'obtenir la rotation dans le sens de la figure.
6-Donner l'expression de la fréquence f de la tension accélératrice crée par le champ électrique alternatif en fonction de m, e et B.
7-Le rayon maximal des dées est R.
7-1-Exprimer l'énergie cinétique maximale Ecm des protons en fonction de R, e, B et m.
7-2- Calculer Ecm.
7-3- Combien de tours les protons ont-ils effectué pour acquérir cette énergie?

On donne $B = 1{,}5T$; $q = e = 1{,}6.10^{-19}C$; $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; $R = 0{,}7m$; $U = 10^4V$.

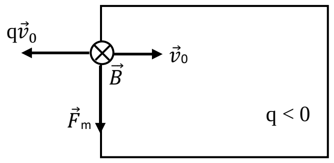
CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé



Exercice 2 — Corrigé

1. Représentons sur un schéma, $\vec{v}_0$, $\vec{B}$ et $\vec{F}_m$.



(e)

2. Calculer la norme de $\vec{F}_m$ et celle du poids $\vec{P}$

   $F_m = |q|v_0B\left|\sin(q\vec{v}_0, \overrightarrow{B})\right| = e\,v_0B$ avec $|q| = e$; $\left|\sin(q\vec{v}_0, \overrightarrow{B})\right| = 1$ car $\vec{B} \perp \vec{v}_0$.

   A.N : $F_m = 1{,}6.10^{-19} \times 2.10^5 \times 0{,}2 = 6{,}4.10^{-15}$N

   $P = m \times g$ A.N : $P = 9{,}1.10^{-31} \times 10 = 9{,}1.10^{-30}$N

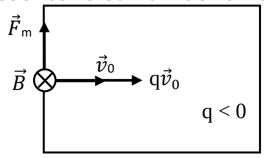
3. Comparons F_m et P.

   $\frac{F_m}{P} = \frac{6{,}4.10^{-15}}{9{,}1.10^{-30}} \simeq 7.10^{14} \Rightarrow F_m \simeq 7.10^{14}$ P

   Conclusion : le poids $\vec{P}$ est négligeable devant la force magnétique $\vec{F}_m$

4. Répondons aux mêmes questions si la particule est ${}_2^4He^{2+}$

– Représentons sur un schéma, $\vec{v}_0$, $\vec{B}$ et $\vec{F}_m$.



– Calculer la norme de $\vec{F}_m$ et celle du poids $\vec{P}$

   $F_m = |q|v_0B\left|\sin(q\vec{v}_0, \overrightarrow{B})\right| = 2e\,v_0B$ avec $|q| = 2e$; $\left|\sin(q\vec{v}_0, \overrightarrow{B})\right| = 1$

   A.N : $F_m = 2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 2.10^5 \times 0{,}2 = 1{,}28.10^{-14}$N

   $P = m \times g$ A.N : $P = 6{,}7.10^{-27} \times 10 = 6{,}7.10^{-26}$N

– Comparons F_m et P.

   $\frac{F_m}{P} = \frac{1{,}28.10^{-14}}{6{,}7.10^{-26}} = 1{,}91\,.10^{11} \Rightarrow F_m = 1{,}91.10^{11}$ P

   Conclusion : le poids $\vec{P}$ est négligeable devant la force magnétique $\vec{F}_m$

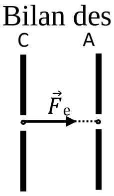
Exercice 3: déviation par un champ magnétique — Corrigé

1. Calculons la tension $U = U_{AC}$ entre l'anode et la cathode pour $v_0 = 10^7$ m/s.

   Système : un électron

   Référentiel : terrestre supposé galiléen

   Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}_e = q\vec{E}$



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre C et A :

$\Delta Ec_{C\to A} = \sum W(\vec{F}ext)_{(CA)} \Rightarrow Ec_A - Ec_C = W(\vec{F}_e)_{CA}$

on a: $Ec_C = 0$ car $v_C = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = q(V_C - V_A)$ avec $v_0 = v_A$

$\frac{1}{2}mv_0^2 = -e\times(-U_{AC}) = e\times U_{AC}$ avec $q = -e$; $V_C - V_A = U_{CA} = -U_{AC}$

$\mathbf{U_{AC}} = \frac{mv_0^2}{2e}$ <u>A.N</u> : $U_{AC} = \frac{9,1.10^{-31}\times(10^7)^2}{2\times1,6.10^{-19}} = 284,37$ V

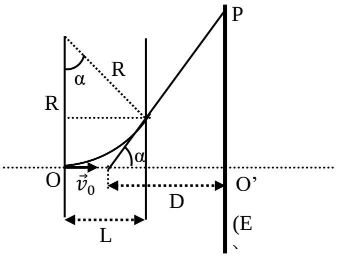
2. <u>Donnons la nature du mouvement d'un électron dans le champ magnétique et calculons le rayon de la trajectoire.</u>

Le mouvement d'un électron dans le champ magnétique est circulaire uniforme.

Le rayon de la trajectoire est : $R = \frac{mv_0}{eB}$ <u>A.N</u> : $R = \frac{9,1.10^{-31}\times10^7}{1,6.10^{-19}\times10^{-3}} = 5,69.10^{-2}$m

3. D = 50 cm

3.1 <u>Calculons la déviation du faisceau d'électrons.</u>



$sin\,\alpha = \frac{L}{R} \Rightarrow \alpha = sin^{-1}(\frac{L}{R})$

<u>A.N</u> : $\alpha = sin^{-1}(\frac{10^{-2}}{5,6875.10^{-2}}) = 10,12°$

3.2 <u>Déduisons-en la déflexion magnétique Dm = O'P.</u>

$tan\,\alpha = \frac{O'P}{D} \Rightarrow$ O'P = D×tanα

Dm = O'P = D×tanα <u>A.N</u> : $Dm = 50.10^{-2}\times tan(10,12°) = 8,93.10^{-2}$m

Exercice 4: spectrographe de masse — Corrigé

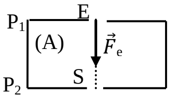
$U_0 = V_{P1} - V_{P2}$.

1. <u>Le signe de la tension U_0</u>

Système : un ion

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces extérieures : La force électrostatique $\vec{F}_e = q\vec{E}$



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre E et S :

$\Delta Ec_{E\to S} = \sum W(\vec{F}ext)_{(ES)} \Rightarrow Ec_S - Ec_E = W(\vec{F}_e)_{ES}$

on a: $Ec_E = 0$ car $v_E = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_S^2 = q(V_{P1} - V_{P2}) = qU_0 \Rightarrow U_0 = \frac{mv_S^2}{2q} < 0$ car $mv_S^2 > 0$ et $q < 0$

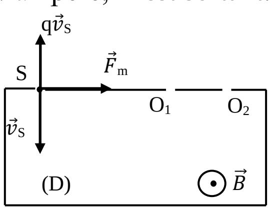
2. <u>Donnons l'expression de la vitesse des ions en S en fonction de m, q et μ_0.</u>

$U_0 = \frac{mv_S^2}{2q} \Rightarrow v_S = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$

3.

3.1 <u>Précisons le sens du champ $\vec{B}$ pour que les ions puissent atteindre le point O_1 ou le point O_2.</u>

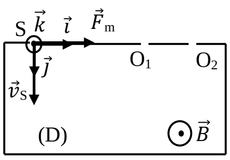
Les ions sont déviés sous l'action de la force magnétique de Lorentz $\vec{F}_m = q\vec{v}_S \wedge \vec{B}$ avec q < 0. Le sens de $\vec{B}$ est tel que le trièdre $(q\vec{v}_S, \vec{B}, \vec{F}_m)$ est direct. D'après la règle du bonhomme d'ampère, $\vec{B}$ est sortant.



3.2 <u>Montrons que le mouvement des ions est plan, circulaire et uniforme.</u>

<u>Mouvement plan</u>

Bilan des forces extérieures : La force magnétique $\vec{F}_m$



Appliquons le théorème du centre d'inertie au système dans le repère orthonormé $(S, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ tel que $\vec{B} = B\vec{k}$ et $\vec{v}_S = v_S\vec{\jmath}$

$\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_m = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{v}\wedge\vec{B} = m\vec{a}$ d'où $\vec{a} = \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}$

$\vec{a} = \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}$ $\Rightarrow$ $\vec{a} \perp \vec{B}$ or $\vec{B}$ = B$\vec{k}$ $\Rightarrow a_z = 0$; $a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ v_z = cste = v_{0z} = 0 car $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$

$v_z = \frac{dz}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ z = cste = z_0 = 0 car à t = 0, $z_0 = 0$

$\forall$ t, z = 0 donc le mouvement de la particule est plan et s'effectue dans le plan (xSy).

<u>mouvement uniforme</u>

La puissance de $\vec{F}_m$ est : P($\vec{F}_m$) = $\vec{F}_m \cdot \vec{v}$ = 0 car $\vec{F}_m \perp \vec{v}$ Or P($\vec{F}_m$) = $\frac{w(\vec{F}_m)}{\Delta t}$ = 0 $\Rightarrow$ w($\vec{F}_m$) = 0

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique: ΔE_C = w($\vec{F}_m$) = 0 $\Rightarrow$ v = cste: le mouvement est donc uniforme.

<u>mouvement circulaire</u>

Expression de l'accélération dans la base de Frenet,

$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$ avec ρ le rayon de courbure de la trajectoire

or v = cste $\Rightarrow$ $\frac{dv}{dt} = 0$ donc $\vec{a} = \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$ (1)

d'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{a} = \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m}$ (2)

(1) et (2) $\Rightarrow \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m} = \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$ $\Rightarrow$ $\frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|}{m} \times v \times B \times \left|Sin(q\vec{v},\vec{B})\right|$

$\frac{v^2}{\rho} = \frac{|q|vB}{m}$ car $(q\vec{v},\vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ rad d'où $\rho = \frac{mv}{|q|B}$

m, v, q et B sont des constantes donc $\rho = \frac{mv}{|q|B}$ = cste = R : le mouvement est donc circulaire de rayon R

<u>conclusion</u> : le mouvement des ions est plan, circulaire et uniforme.

4.

4.1 <u>Déterminons le collecteur qui reçoit les ions de masse m_1.</u>

Soit R_1 le rayon de la trajectoire des ions de masse m_1 : $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{-2m_1U_0}{|q|}}$

Soit R_2 le rayon de la trajectoire des ions de masse m_2 : $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{-2m_2U_0}{|q|}}$

$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} < 1$ car $m_1 < m_2$; $\frac{R_1}{R_2} < 1$ $\Rightarrow$ $R_1 < R_2$: le collecteur qui reçoit les ions de masse m_1 est C_1

4.2 <u>Calculons la distance séparant les deux collecteurs.</u>

d = $SO_2 - SO_1 = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1)$

$d = 2\left(\frac{1}{B}\sqrt{\frac{-2m_2U_0}{|q|}} - \frac{1}{B}\sqrt{\frac{-2m_1U_0}{|q|}}\right) = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{-2U_0}{|q|}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$

<u>A.N</u>: $d = \frac{2}{0,1}\sqrt{\frac{-2\times(-4.10^3)}{1,6.10^{-19}}}(\sqrt{1,3436.1O^{-25}} - \sqrt{1,3436.1O^{-25}})$ = 0,02 m

4.3 <u>Déterminons la composition du mélange d'ion.</u>

% $^{79}Br^-$ = $\frac{q_1\times100}{q_1+q_2}$ <u>A.N</u> : % $^{79}Br^-$ = $\frac{-6,60.10^{-8}\times100}{-6,60.10^{-8}+(-1,95.10^{-8})}$ = 77,19

% $^{80}Br^-$ = $\frac{q_2\times100}{q_1+q_2}$ <u>A.N</u> : % $^{80}Br^-$ = $\frac{-1,95.10^{-8}\times100}{-6,60.10^{-8}+(-1,95.10^{-8})}$ = 22,81

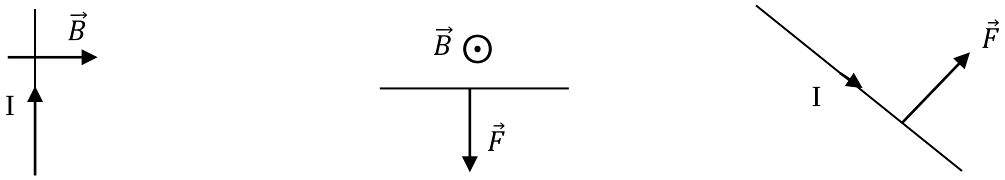
Loi de Laplace

7

Exercices d'application

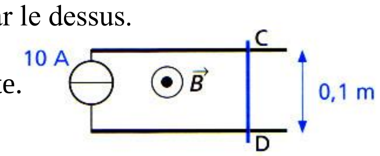
Exercice 1 — Corrigé Page 62

Compléter les schémas suivants en représentant le vecteur champ magnétique $\vec{B}$, le vecteur force $\vec{F}$ ou le sens du courant.



Exercice 2 — Corrigé Page 62

On considère les rails de Laplace (dispositif vu en cours) que l'on regarde par le dessus.



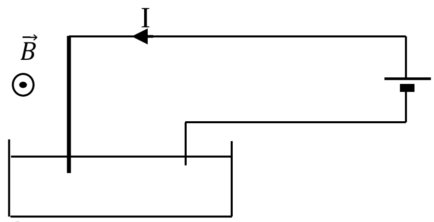
1\. Indiquer sur le schéma le sens du courant électrique et la force de Laplace qui agit sur la barre CD pour que celle-ci se déplace vers la droite.

1\. Donner l'expression de la force de Laplace en fonction de I, B et de la distance d qui sépare les deux rails.

3\. Calculer le module de cette force si le module de B est de 100 mT.

Exercice 3 : tige de Laplace — Corrigé Page 62

Un fil de cuivre rigide, rectiligne, homogène, de longueur R est susceptible de se mouvoir dans un plan vertical, autour d'une de ses extrémités. L'autre extrémité plonge dans un bac de mercure qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue. L'intensité du courant électrique dans le circuit est I. Le dispositif peut être plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, horizontal et orthogonal au plan de la figure.



1- Que se passe-t-il lorsque :

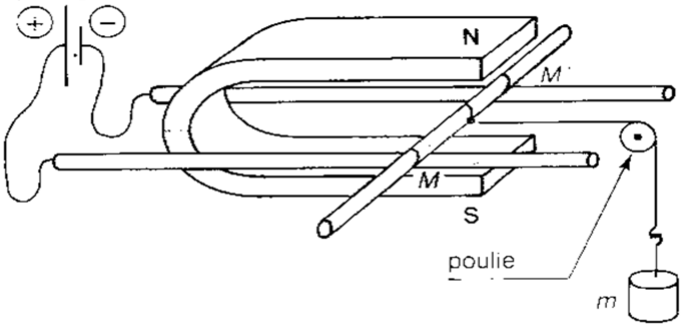
- 1-1 $I = 0$, $B \neq 0$;
- 1-2 $I \neq 0$, $B = 0$;
- 1-3 $I \neq 0$, $B \neq 0$?

2- Modifie-t-on quelque chose quand on permute les bornes du générateur ?

3- On néglige la longueur de la partie de la tige située dans le mercure et l'on admet d'autre part que la ligne d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige.
Calculer la déviation angulaire de la tige quand elle atteint sa position d'équilibre dans le cas où $I = 6A$; $B = 0{,}02$ T ; $R = 10$ cm. Le poids de la tige est égal à 8.10^{-2} N.

Exercice 4 : rails de Laplace — Corrigé Page 62

La figure suivante reproduit l'expérience des rails de Laplace. Le conducteur mobile de masse m est situé dans le champ magnétique uniforme de l'aimant en U et on a $B = 0{,}1$ T.



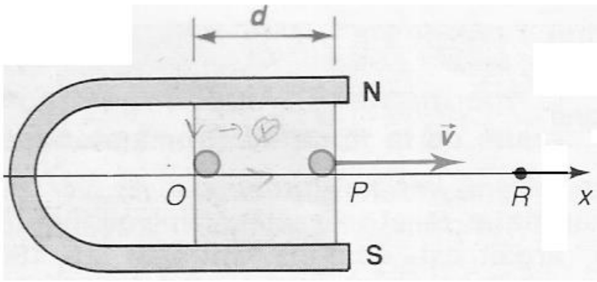
Le conducteur est parcouru par un courant $I = 5A$ et il est soumis à l'action du champ magnétique sur la longueur $MM' = \ell = 5$ cm.

1. Dans les conditions de la figure ci-dessus, déterminer :
 1.1 la direction et le sens de la force électromagnétique qui s'exerce sur le conducteur mobile.
 1.2 La valeur de m pour que le conducteur reste en équilibre.
2. On supprime le fil, la poulie, la masse m et on inverse le sens du courant. Le conducteur MM' est initialement au repos en O (voir figure suivante) et il est soumis à l'action du champ magnétique sur une distance d = 4 cm.

2.1 Que peut on dire de son mouvement entre O et P ?
 Quelle est la valeur de sa vitesse en P?

2.2 Quel temps met-il pour aller de O à R tel que PR = 20 cm ?

On prendra m = 5 g comme masse du conducteur et on négligera tous les frottements.



Exercice 5 : balance de Cotton

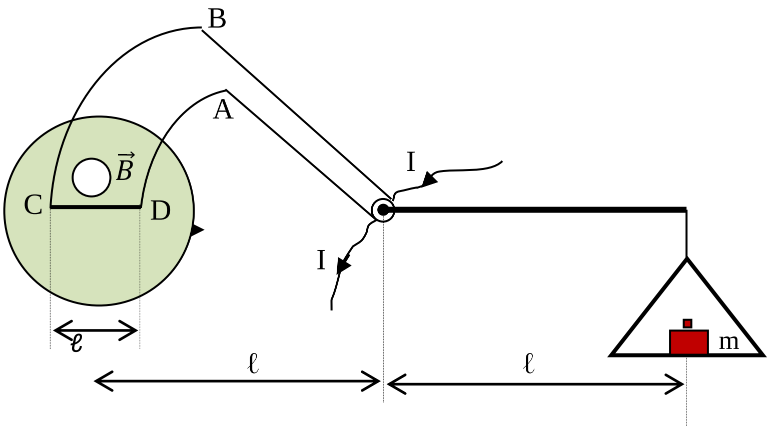
Corrigé Page 63

On se propose de déterminer la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ dans l'entrefer d'un aimant en U. Pour cela on utilise le dispositif de la balance de Cotton. On place différentes masses marquées dans le plateau et on détermine l'intensité I du courant nécessaire pour rétablir l'équilibre. On obtient le tableau suivant :

I(A)	0,74	1,50	2,35	3,20	3,90	4,80
m (mg)	5	10	15	20	25	30

1. Indiquer sur le schéma le sens de $\vec{B}$ crée par l'aimant.
2. Montrer que les forces de Laplace s'exerçant sur les portions BC et DA n'ont aucune action sur l'équilibre de la balance.
3. Déterminer l'expression de I en fonction de B, v, g et m.
4. A partir du tableau, tracer la courbe I = f (m).
5. Déduire de cette courbe la valeur de B du champ magnétique.

 On donne g = 10m.s^{-2} ; l = BC = 2,9 cm. Echelles : 2cm ↔ 5mg et 2 cm ↔ 0,75 A



A Chercher

Exercice 6

Un conducteur de longueur L et de masse m, est susceptible de tourner autour d'un axe passant par le point A. Dans sa position d'équilibre, le conducteur fait un angle α avec la verticale. Il est alors parcouru par un courant d'intensité I. La portion du conducteur soumise au champ magnétique est symétrique par rapport au centre d'inertie G du conducteur.

1-Exprimer l'intensité de la force de Laplace qui agit sur le conducteur en fonction de α, I, h et B.

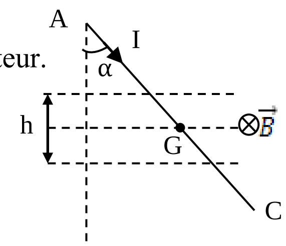
2-Représenter sur le schéma, les forces agissant sur le conducteur.

3-Ecrire la relation entre les moments de ces forces traduisant l'équilibre du conducteur.

4-En déduire l'expression de l'intensité I du courant en fonction de m, g, α, h et B.

5-Calculer I.

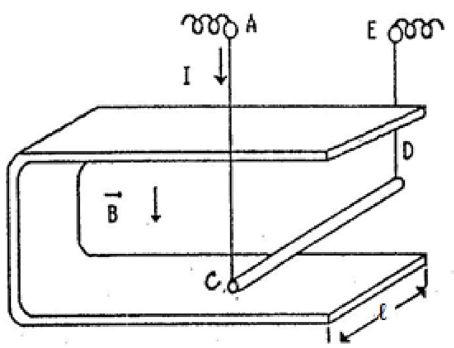
Donner : m = 20 g ; g = 10 N/kg ; h = 5 cm ; B = 0,5 T. α = 10°



Exercice 7

Une barre cylindrique CD, de masse m est suspendue horizontalement par 2 fils conducteurs verticaux AC et ED, de même longueur et de masse négligeable. La barre traverse symétriquement l'espace champ magnétique ℓ, uniforme, vertical, d'un aimant en U de largeur ℓ. (Voir schéma ci-après).

On fait passer un courant I constant de A vers E.



1. Faire le bilan des forces appliquées à la barre et les représenter en direction et sens.
2. A l'équilibre, les fils AC et ED sont inclinés du même angle α par rapport à la verticale.
   2.1 Déterminer la condition d'équilibre de la barre.
   2.2 Exprimer la valeur littérale de l'angle α correspondante.
   2.3 Application numérique : calculer l'intensité I et la
   2.4 tension des fils
   2.5 si α = 10°, ℓ = 5 cm, B = 0,2 T, m = 7g et g = 10N/kg.
3. Représenter le diagramme des forces à l'équilibre

Exercice 8

Une tige de cuivre MN, de masse m = 20g et de section constante est placée sur deux rails parallèles et horizontaux (PQ) et (RS), perpendiculairement aux rails. Les rails sont reliés par un générateur débitant un courant électrique d'intensité I = 3A. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, vertical et descendant d'intensité B = 0,2T. (Voir figure 1).On admettra que la tige ne peut que glisser sans frottement sur les rails.

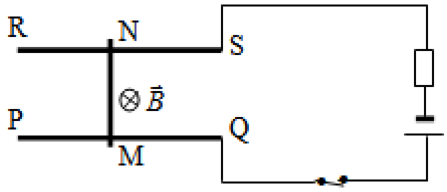


Figure 1

1. Faire le bilan des forces appliquées à la tige et les représenter sur un schéma.
2. Déterminer l'accélération de la tige et en déduire la nature du mouvement.
3. Etablir les équation horaires v(t) et x(t) du mouvement.
4. Déterminer la vitesse de la tige 0,5s après la fermeture du circuit.
5. De quel angle α doit-on incliner les rails (PQ) et (RS) pour que la tige soit en équilibre dans les deux cas suivants : (voir figure 2)
   5.1 $\vec{B}$reste perpendiculaire aux rails
   5.2 $\vec{B}$ est vertical.

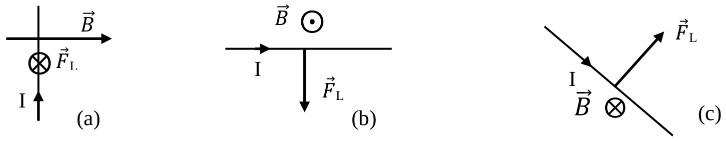
Figure 2

On donne :
m = 20g ; MN = ℓ = 10cm ; B = 0,2T ; I = 3A ; g = 10ms^{-2}

CORRIGE

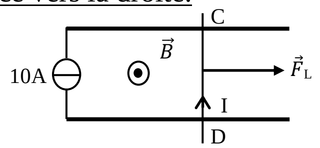
Exercice 1 — Corrigé

Représentons le vecteur champ $\vec{B}$, le vecteur force $\vec{F}_L$ ou le sens du courant.



Exercice 2 — Corrigé

1. Indiquons le sens du courant électrique et de la force de Laplace qui agit sur la barre CD pour que celle-ci se déplace vers la droite.

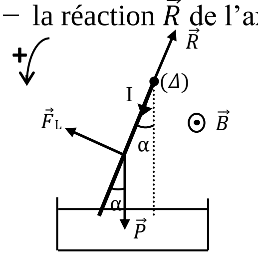


2. Donnons l'expression de F_L en fonction de I, B et de d puis calculons son module
   $F_L = I \times d \times B$ A.N : $F_L = 10 \times 0,1 \times 0,1 = 0,1N$

Exercice 3 : tige de Laplace — Corrigé

1. Lorsque :
   1.1 $I = 0$, $B \neq 0$; le fil de cuivre est immobile (position verticale)
   1.2 $I \neq 0$, $B = 0$; le fil de cuivre est immobile et vertical
   1.3 $I \neq 0$, $B \neq 0$; le fil dévie vers la gauche
2. Quand on permute les bornes du générateur, le fil dévie vers la droite.
3. Calculons la déviation angulaire de la tige I = 6A ; B = 0,02 T.

Système : un fil de cuivre
Référentiel : terrestre supposé galiléen
Bilan des forces extérieures :
- la force de Laplace $\vec{F}_L$
- le poids $\vec{P}$ du système
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation sur le fil



Appliquons le théorème des moment :

$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$

$\Rightarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_L) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ (1)

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ car sa droite d'action coupe l'axe de rotation (Δ) ; $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = P \times d = \frac{1}{2} mg\ell \sin\alpha$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_L) = -F_L \times \frac{\ell}{2} = -\frac{IB\ell^2}{2}$

La relation (1) devient : $-\frac{IB\ell^2}{2} + \frac{1}{2} mg\ell \sin\alpha + 0 = 0 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{IB\ell}{mg}$

$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{IB\ell}{mg}\right)$ A.N: $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{6 \times 0,02 \times 0,1}{8.10^{-3} \times 10}\right) = 8,62°$

Exercice 4 : rails de Laplace — Corrigé

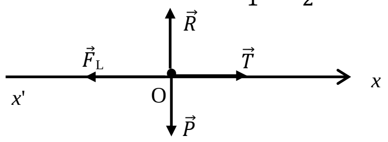
1. Déterminons :
   1.1 la direction et le sens de la force électromagnétique $\vec{F}_m$

$\vec{F}_m \begin{cases} \text{Direction : parallèle aux rails} \\ \text{Sens : vers la gauche} \end{cases}$

   1.2 La valeur de m pour que le conducteur reste en équilibre.

Système : un conducteur
Référentiel : terrestre supposé galiléen munie d'un repère $(O, \vec{i})$
Bilan des forces extérieures :
- la force de Laplace $\vec{F}_L$
- le poids $\vec{P}$ du système

– la tension $\vec{T}$ du fil
– la réaction $\vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2$ des deux rails sur le conducteur.



Condition d'équilibre : $\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}$

$\vec{F}_L + \vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

Projetons cette relation sur l'axe (O,x)

$-F_L + 0 + T + 0 = 0 \Rightarrow T = F_L$

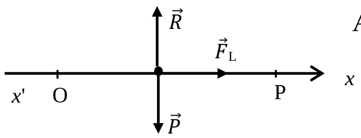
Or $F_L = I\ell B$ et $T = P' = mg$ avec P' le poids de la masse marquée

d'où $mg = I\ell B \Rightarrow m = \frac{I\ell B}{g}$ A.N : $m = \frac{5\times5.10^{-2}\times0{,}1}{10} = 2{,}5.10^{-3}$kg

2. On supprime le fil, la poulie, la masse m et on inverse l une distance d = 4 cm.

2.1 Exprimons puis calculons l'accélération a du conducteur entre O et P.

Bilan des forces extérieures :
– la force de Laplace $\vec{F}_L$
– le poids $\vec{P}$ du système
– la réaction $\vec{R}$ des rails sur le conducteur.



Appliquons le théorème du centre d'inertie:

$\sum(\vec{F}_{ext}) = m'\,\vec{a}$

$\vec{F}_L + \vec{P} + \vec{R} = m'\,\vec{a}$

Projetons cette relation sur l'axe (O,x)

$F_{Lx} + P_x + R_x = m'a_x$

$F_L + 0 + 0 = m'a \Rightarrow a = \frac{F_L}{m'} = \frac{IB\ell}{m'}$ A.N : $a = \frac{5\times5.10^{-2}\times0{,}1}{5.10^{-3}} = 5$ m.s^{-2}

Déduisons-en la nature de son mouvement.

$\vec{a}.\vec{v} = a\times v > 0$ et la trajectoire est rectiligne donc le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

2.2 La valeur de sa vitesse en P

On a : $v_P^2 - v_0^2 = 2ad$ or $v_0^2 = 0$ d'où $v_P^2 = 2ad \Rightarrow v_P = \sqrt{2ad}$

A.N: $v_P = \sqrt{2\times5\times4.10^{-2}} = 0{,}63$ m/s

2.3 La nature du mouvement entre P et R

Entre P et R, le conducteur est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ des rails qui se compensent à chaque instant. Le système est pseudo-isolé. D'après le principe de l'inertie, le mouvement est rectiligne uniforme.

2.4 Le temps Δt mis pour aller de O à R

temps Δt_1 mis pour aller de O à P : mouvement rectiligne uniformément accéléré : $v_P - v_0 = a\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{v_P}{a}$ avec $v_0 = 0$

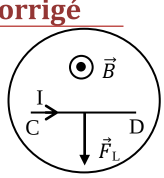
temps Δt_2 mis pour aller de P à R : mouvement rectiligne uniforme : $\Delta t_2 = \frac{PR}{v_P}$

Finalement : $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{v_P}{a} + \frac{PR}{v_P}$ A.N : $\Delta t = \frac{0{,}63}{5} + \frac{0{,}2}{0{,}63} = 0{,}44$s

Exercice 5 : balance de Cotton — Corrigé

1. Indiquons sur le schéma le sens de $\vec{B}$ crée par l'aimant.

La force de Laplace $\vec{F}_L = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ agissant sur CD est dirigée vers le bas. Le sens de $\vec{B}$ est tel que le trièdre ($I\vec{\ell}$, $\vec{B}$, $\vec{F}_L$) est direct. D'après la règle des trois doigts de la main droite, $\vec{B}$ est sortant.



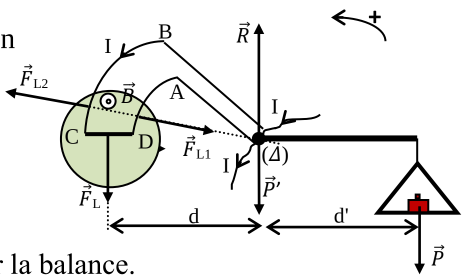
2. Déterminons l'expression de I en fonction de B, ℓ, g et m.

Système : la balance de Cotton

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces extérieures :

– la force de Laplace $\vec{F}_L$ s'exerçant sur la portion CD
– le poids $\vec{P}$ de la masse marquée
– la tension $\vec{P}$' de la balance
– la réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation sur la balance.
– la force de Laplace $\vec{F}_{L1}$ s'exerçant sur la portion AD
– la force de Laplace $\vec{F}_{L2}$ s'exerçant sur la portion BC



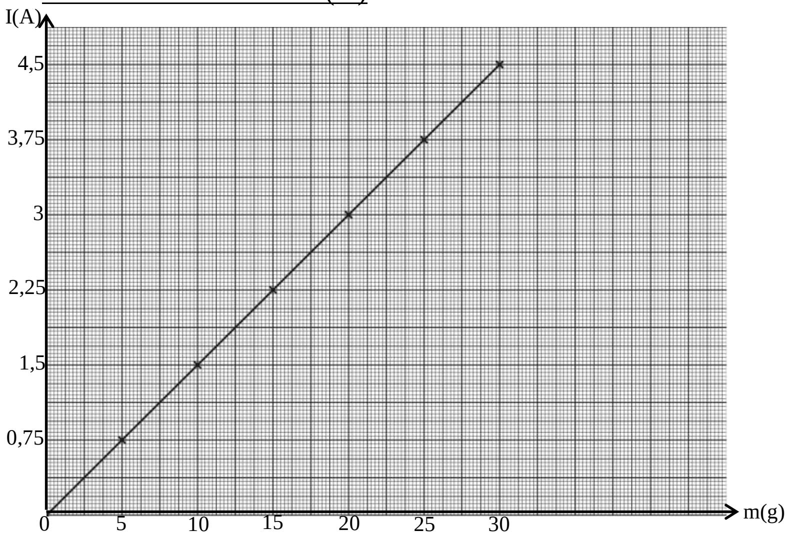
Appliquons le théorème des moments : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_L) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{L1}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}') + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{L2}) = 0$ (1)

On a : $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{L1}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}') = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{L2}) = 0$ car leurs droites d'action coupent l'axe de rotation (Δ) ; $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P}) = P\times d' = mgd'$; $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_L) = F_L\times d = I\ell B\times d$

(1) devient : $I\ell B\times d - mgd' = 0 \Rightarrow I = \frac{mg}{B\ell}$

3. Tracé de la courbe I = f (m)



4. Déduisons de cette courbe la valeur B du champ magnétique.

La courbe est une droite qui passe par l'origine du repère. Son équation est de la forme : I = k.m avec k le coefficient directeur de la droite.

$k = \frac{\Delta I}{\Delta m} = \frac{4{,}50-0}{30-0} = 0{,}15$ A/g

d'où $I = 0{,}15\times m$ or $I = \frac{gm}{B\ell} \Rightarrow k = \frac{g}{B\ell}$ donc $B = \frac{g}{k\ell}$

A.N: $B = \frac{10}{0{,}15\times 3.10^{-2}} = 0{,}67$ T

Auto-induction 8

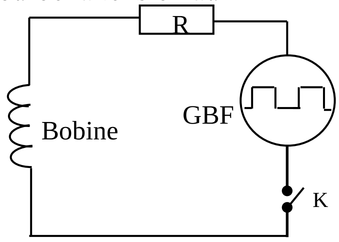
Exercices d'application

Exercice 1 — Corrigé Page 68

1. Décrire une expérience qui permet de mettre en évidence le phénomène d'auto-induction
2. Expliquer l'origine de la force électromotrice auto-induite.
3. Une bobine d'inductance L = 50 mH et de résistance interne r = 20 Ω est parcourue par un courant d'intensité croissante i(t) = 20 t + 2. Calculer pour t = 0,1 s la valeur de :
   - 3.1 la f.é.m. auto-induite
   - 3.2 la tension aux bornes de la boine.
   - 3.3 l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine

Exercice 2 — Corrigé Page 68

On considère le montage ci-contre. On veut visualiser à l'aide d'un oscilloscope bicourbe la tension aux bornes du générateur GBF sur la voie A et l'intensité du courant sur la voie B.



1. Reproduire le schéma avec tous les branchements nécessaires représenter les grandeurs électriques observées sur la voie A et sur la voie B.
2. Donner l'allure des oscillogrammes obtenus.
3. Quel est le rôle de la bobine ?
4. Quel phénomène physique a-t-on mis en évidence dans cette expérience ?

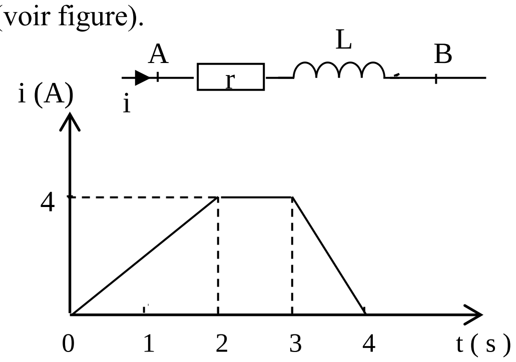
Exercice 3 — Corrigé Page 68

Une bobine (A,B) d'inductance L = 0,2 H et de résistance r = 5Ω est traversée par un courant d'intensité i.

1. L'intensité du courant dans la bobine varie en fonction du temps (voir figure).

 1.1 Déterminer la f.é.m.(e) induite dans la bobine pendant les intervalles de temps en (s) $]0,2[\,,\,]2,3[\,,\,]3,4[$.

 1.2 Représenter graphiquement e en fonction du temps.



2. Exprimer i en fonction du temps sur les intervalles précédents.
3.
 3.1 Déterminer la tension U_{AB} aux bornes de la bobine pendant ces mêmes intervalles de temps.
 3.2 Représenter graphiquement U_{AB} = f(t).

Exercice 4 — Corrigé Page 69

1. En supposant que les formules d'une bobine infiniment longue lui soient applicables, calculer l'inductance L d'un solénoïde sans noyau de fer doux. On donne π^2 =10 ; l =30cm ; r =2,5cm ; N =1000 spires ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.
2. On branche en série aux bornes d'un générateur basse fréquence (GBF) un conducteur ohmique de résistance R = 100Ω et une bobine d'inductance, L = 0,3H et de résistance négligeable (fig.1). Le G.B.F. délivre un signal dépendant du temps. Les tensions u_1 et u_2 sont appliquées aux bornes d'un oscillographe à deux voies. On obtient l'oscillogramme de la figure 2 observé sur la voie y_1.

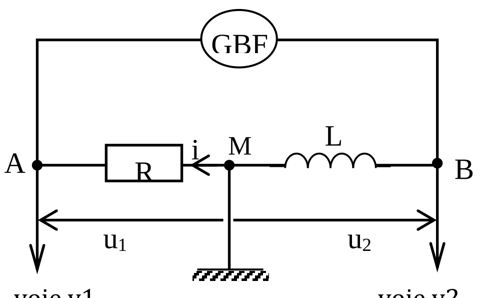


figure 1

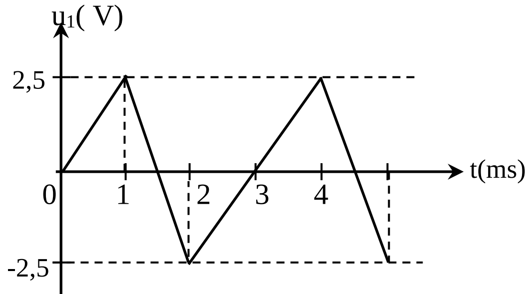


figure 2

2.1. Exprimer u_1 en fonction de R et i.

2.2 Exprimer u_2 en fonction de la f.é.m. e qui apparaît dans la bobine.

2.3. En déduire l'expression de u_2 en fonction de L et $\frac{di}{dt}$, puis en fonction de L, R et $\frac{du_1}{dt}$.

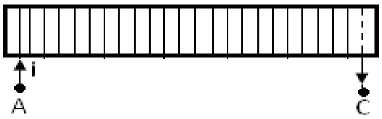
2.4. Calculer u_2 sur chaque intervalle pour t $\in [0;3ms]$.

2.5 Représenter graphiquement u_2 en fonction du temps. *Echelle : 1cm pour 5V 1cm pour 1ms*

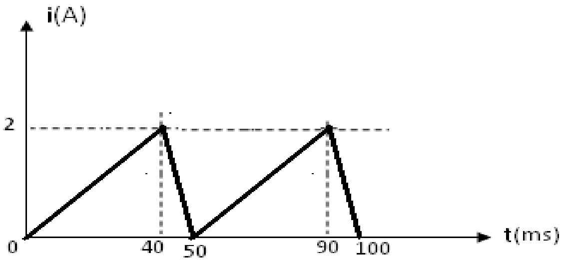
Exercice 5 Corrigé Page 70

On donne $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

Soit un solénoïde (A, C) de résistance négligeable et de longueur ℓ = 1 m. Il comporte N = 500 spires circulaires de rayon r = 10 cm. L'orientation pour i est choisie de A vers C.



1. Il est parcouru par un courant d'intensité I = 5 A. Donner les caractéristiques du champ magnétique crée dans la région centrale du solénoïde par le passage de i.
2. Ce solénoïde d'auto-inductance L = 10 mH est maintenant parcouru par un courant i(t) dont l'intensité varie avec le temps comme l'indique la figure suivante :
   Un phénomène d'auto-induction prend naissance dans le solénoïde dont les bornes A et C sont reliées à un oscilloscope afin de visualiser la tension u_{AC}.



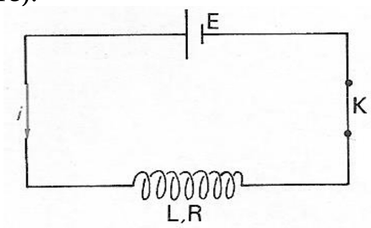
   2.1 Donner l'expression de la tension u_{AC} au cours des deux phases pour t variant de 0 à 50 ms.
   2.2 Tracer la courbe u_{AC} = f(t) visualisée à l'oscilloscope sachant que :
   La base de temps est réglée sur 10 ms/cm ; la sensibilité verticale est de 0,5 V/ cm.

A Chercher

Exercice 6

Un circuit se compose d'un générateur de f.é.m. E = 20 V et de résistance intérieure négligeable, d'un interrupteur et d'une bobine de résistance R et d'auto-inductance L (voir figure).

On ferme l'interrupteur à l'instant t = 0 et on enregistre à l'oscillographe la représentation graphique de la fonction i = f(t), où t est la durée comptée à partir de la fermeture du circuit et i l'intensité du courant.



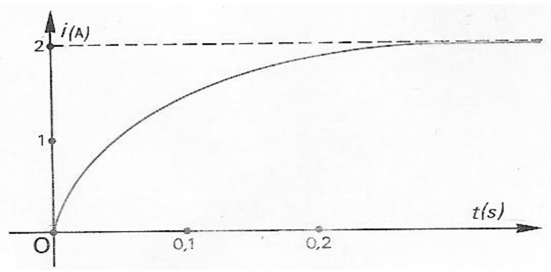
Cette courbe présente à l'instant t = 0, une tangente dont le coefficient directeur est 40 dans les unités S.I. Au bout du temps t = 0,2 s, on peut considérer que le courant est établi, son intensité est constante et égale à 2 A.

1-A l'aide de la représentation graphique, préciser comment varie qualitativement la f.e.m. d'auto-induction.

2

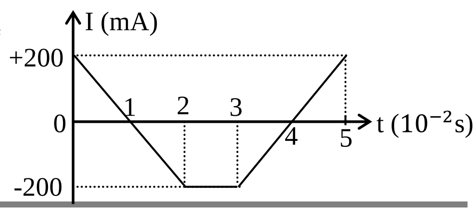
2-1Déterminer à l'instant de la fermeture, lorsque l'intensité est encore pratiquement nulle, la valeur de la f.e.m d'auto-induction e.

2-2 En déduire l'auto-inductance L de la bobine.



Exercice 7 Corrigé Page 85

Un solénoïde de bornes A et C, d'inductance L = 0,3H et de résistance r = 10Ω est traversé par un courant d'intensité i. l'intensité du courant dans la bobine varie en fonction du temps comme l'indique la figure ci-dessous.



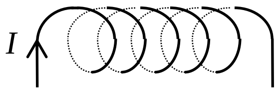
1. Faire le symbole équivalent du solénoïde et y représenter l'intensité instantanée qui le traverse, la f.é.m, la tension instantanée entre ses bornes et la tension instantanée aux bornes du résistor.
2. Donner l'expression de l'intensité instantanée i(t) du courant qui traverse le solénoïde pour 0<t<0,02s ; 0,02s <t< 0,03s ;

$0{,}03s < t < 0{,}05s$.

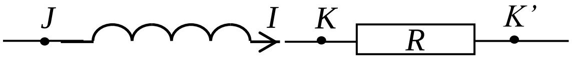
3. Déterminer la f.é.m auto-induite e sur les intervalles de temps précédents.
4. Déterminer la tension instantanée u(t) entre les bornes du solénoïde durant chacun des intervalles ci-dessus.
5. Représenter sur le même graphe les variations e et u(t) à l'échelle:
   1cm ↔ 2V et 2cm ↔ 0,01s
6. Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée dans le solénoïde pour chacun des intervalles de temps.

Exercice 8

1. Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique crée à l'intérieur d'un solénoïde, supposé infiniment long, lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité $I = 10$ A.
   Données : $N = 300$ spires ; $L = 60$ cm; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.
2. Représenter sur le schéma ci-dessous le vecteur champ magnétique.

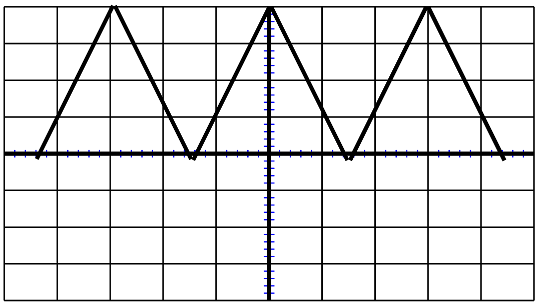


3. Le solénoïde est à présent monté en série avec une résistance R (voir figure)



On branche ensuite aux bornes de cette résistance un oscilloscope. On observe l'oscillogramme ci-après.

Oscillogramme



Sensibilité verticale : 1 div → 5 V

Sensibilité horizontale : 1 div → 20 ms

En l'absence de signal appliqué sur chaque voie, les traces observées sur l'écran coïncident avec la ligne horizontale médiane. La résistance a pour valeur $R = 1000\ \Omega$.

3.1
   - 3.1.1 Donner l'expression de la loi d'Ohm pour un conducteur ohmique de résistance R.
   - 3.1.2 Préciser la raison pour laquelle la tension aux bornes de la résistance nous renseigne sur l'intensité du courant traversant le solénoïde.

3.2 Déterminer à l'aide de l'oscillogramme, les valeurs de l'intensité maximale I_{max}, de l'intensité minimale I_{min}, de la période T et de la fréquence N du courant correspondant.

4.
   - 4.1 Donner l'expression de la force électromotrice d'auto-induction e apparaissant dans le solénoïde.
   - 4.2 Donner le nom du phénomène qui se déroule ainsi dans le solénoïde.

5. L'inductance du solénoïde ayant pour valeur $L = 90$ mH, calculer cette force électromotrice, lorsque l'intensité du courant varie comme l'indique l'oscillogramme. On étudiera le phénomène pour les intervalles : $0 \leq t \leq \frac{T}{2}$ et $\frac{T}{2} \leq t \leq T$, où T est la période de l'intensité I.
6. La résistance du solénoïde étant négligeable, déterminer la valeur de la tension U_{JK} à ses bornes.

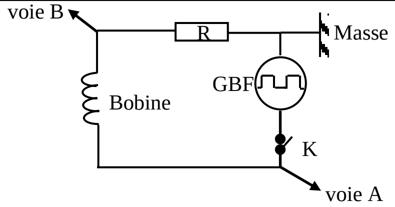
CORRIGE

Exercice 1 Corrigé

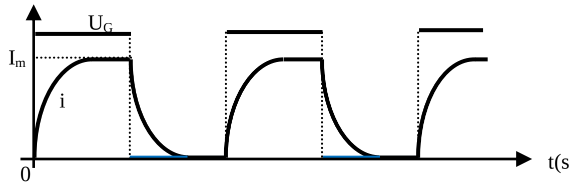
1. Décrire une expérience qui permet de mettre en évidence le phénomène d'auto-induction
2. Expliquer l'origine de la force électromotrice auto-induite.
3. Une bobine d'inductance L = 50 mH et de résistance interne r = 20 Ω est parcourue par un courant d'intensité croissante i(t) = 20 t + 2. Calculer pour t = 0,1 s la valeur de :
   3.1 la f.é.m. auto-induite
   3.2 la tension aux bornes de la boine.
   3.3 l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine

Exercice 2 Corrigé

1. Le schéma avec tous les branchements nécessaires



2. Donnons l'allure des oscillogrammes obtenus.



3. Une bobine placée dans le circuit s'oppose à l'établissement du courant ou à sa rupture.
4. Le phénomène physique mis en évidence est l'auto-induction.

Exercice 3 Corrigé

1.

1.1 Déterminons la f.é.m.(e) induite dans la bobine

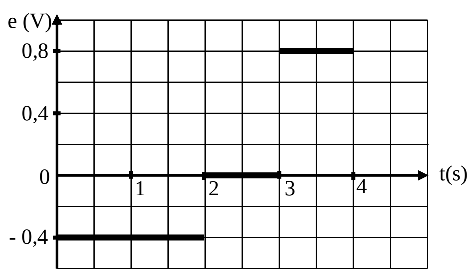
$e = -L\frac{di}{dt}$

$\forall\ t\ \epsilon\ [0; 2s]$; i(t) = a_1t avec $a_1 = \frac{\Delta I}{\Delta t}$: le coefficient directeur de la portion de droite. $e = -L\frac{d(a_1 t)}{dt} = -L\times a_1 = -L\times\frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N: $e = -0,2\times\frac{4-0}{2-0} = -0,4V$

$\forall\ t\ \epsilon\ [2s; 3s]$; i(t) = cste = 4A $\Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$ d'où e = 0

$\forall\ t\ \epsilon\ [3s; 4s]$; i(t) = a_2t + b avec $a_2 = \frac{\Delta I}{\Delta t}$: le coefficient directeur de la portion de droite. $e = -L\frac{d(a_2 t+b)}{dt} = -L\times a_2 = -L\times\frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N: $e = -0,2\times\frac{0-4}{4-3} = 0,8V$

1.2 Représentons graphiquement e en fonction du temps.



2. Exprimons i en fonction du temps sur les intervalles précédents.

$\forall\ t\ \epsilon\ [0; 2s]$; i(t) = a_1t avec $a_1 = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} = 2A/s$ d'où i(t) = 2t

$\forall\ t\ \epsilon\ [2s; 3s]$; i(t) = 4A

$\forall\ t\ \epsilon\ [3s; 4s]$; i(t) = a_2t + b avec $a_2 = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0-4}{4-3} = 4A/s \Rightarrow$ i(t) = 4t + b

Pour t = 4s ; i = 0 d'où $0 = 4\times4 + b \Rightarrow b = -16$ A

Finalement : $i(t) = 4t - 16$

3. Déterminons la tension U_{AB} aux bornes de la bobine pendant ces mêmes intervalles.

$u_{AB} = ri - e$

$\forall\ t \in [0; 2s]$; $i(t) = 2t$ et $e = -0,4V$ donc $u_{AB} = 0,5\times 2t - (-0,4)$; $u_{AB} = t + 0,4$

$\forall\ t \in [2s; 3s]$; $i = 4A$ et $e = 0$ donc $u_{AB} = 0,5\times 4 - 0$; $u_{AB} = 2V$

$\forall\ t \in [3s; 4s]$; $i(t) = 4t - 16$ et $e = 0,8V$ donc $u_{AB} = 0,5\times(4t - 16) - 0,8$; $u_{AB} = 2t + 8,8$

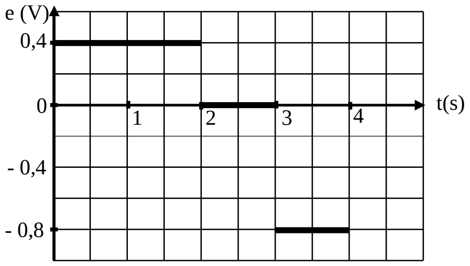
4. Déterminons la tension u_{AB} puis représentons graphiquement $U_{AB} = f(t)$.

Pour $r = 0$, $u_{AB} = -e$

$\forall\ t \in [0; 2s]$; $u_{AB} = 0,4V$

$\forall\ t \in [2s; 3s]$; $u_{AB} = 0$

$\forall\ t \in [3s; 4s]$; $u_{AB} = -0,8V$



Exercice 4 Corrigé

1. Calculons l'inductance L d'un solénoïde sans noyau de fer doux.

$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell} = 4\pi.10^{-7} \frac{N^2 \pi r^2}{\ell}$

$L = 4.10^{-7} \frac{N^2 \pi^2 r^2}{\ell}$ A.N : $L = 4.10^{-7} \times \frac{1000^2 \times 10 \times (2{,}5.10^{-2})^2}{10.10^{-2}} = 8{,}33.10^{-3}H$

2.

2.1 Exprimons u_1 en fonction de R et i.

$u_1 = -u_R = -R\times i$

2.2 Exprimons u_2 en fonction de la f.é.m. e qui apparaît dans la bobine.

$u_2 = ri - e$ or $r = 0$ donc $u_2 = -e$

2.3 Exprimons de u_2 en fonction de L et $\frac{di}{dt}$ puis en fonction de L, R et $\frac{du_1}{dt}$.

$u_2 = -e$ or $e = -L\frac{di}{dt}$ d'où $u_2 = L\frac{di}{dt}$

on a : $u_1 = -R\times i \Rightarrow i = -\frac{u_1}{R}$ donc $u_2 = L\frac{d(-\frac{U_1}{R})}{dt} = -\frac{L}{R}\frac{dU_1}{dt}$

2.4 Calculons u_2 sur chaque intervalle pour $t \in [0{,}3ms]$.

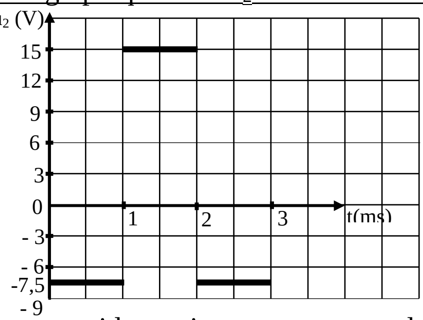
$u_2 = -\frac{L}{R}\frac{\Delta U_1}{\Delta t}$

$\forall\ t \in [0; 1ms]$; $u_2 = -\frac{0{,}3}{100}\times\frac{2{,}5-0}{(1-0).10^{-3}} = -7{,}5\ V$

$\forall\ t \in [1ms; 2ms]$; $u_2 = -\frac{0{,}3}{100}\times\frac{(-2{,}5-2{,}5)}{(2-1).10^{-3}} = 15\ V$

$\forall\ t \in [2ms; 3ms]$; $u_2 = -\frac{0{,}3}{100}\times\frac{(0-2{,}5)}{(3-2).10^{-3}} = -7{,}5\ V$

2.5 Représentons graphiquement u_2 en fonction du temps sur ce même intervalle.



2.6 Expliquons pourquoi la tension u_2 est rectangulaire.

La tension u_2 est rectangulaire car elle est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension u_1 qui est fonction affine ($u_1 = at + b$)

$u_2 = -\frac{L}{R}\frac{dU_1}{dt} = -\frac{L}{R}\times a = cste$: d'où le signal rectangulaire de la tension u_2.

Exercice 5 — Corrigé

1. Donnons les caractéristiques du champ magnétique crée.

$\vec{B}$ $\begin{cases} \text{Direction : axe du solénoïde} \\ \text{Sens : orienté vers la gauche} \\ \text{Intensité : } B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \end{cases}$ A.N : $B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{500}{1} \times 5 = 3{,}14.10^{-3}$ T

2.

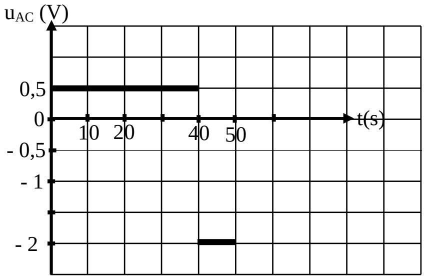
2.1 Donnons l'expression de la tension u_{AC} pour t variant de 0 à 50 ms.

$u_{AC} = ri - e$ or $r = 0$ et $e = -L\frac{di}{dt}$ d'où $u_{AC} = L\frac{di}{dt}$

$\forall$ $t \in [0; 40ms]$; $i(t) = a_1 t$ avec $a_1 = \frac{\Delta I}{\Delta t}$: le coefficient directeur de la portion de droite. $u_{AC} = L\frac{d(a_1 t)}{dt} = L \times a_1 = L \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N: $u_{AC} = 10.10^{-3} \times \frac{2-0}{(40-0).10^{-3}} = 0{,}5V$

$\forall$ $t \in [40ms; 50ms]$; $i(t) = a_2 t + b$ avec $a_2 = \frac{\Delta I}{\Delta t}$: le coefficient directeur de la portion de droite. $u_{AC} = L\frac{d(a_2 t + b)}{dt} = L \times a_2 = L \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$ A.N: $u_{AC} = 10.10^{-3} \times \frac{0-2}{(50-40).10^{-3}} = -2V$

2.2 Traçons la courbe $u_{AC} = f(t)$



Montages dérivateur et intégrateur

9

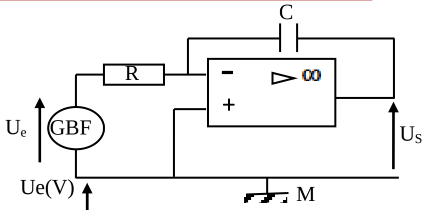
Exercices d'application

Exercice 1
Corrigé Page 73

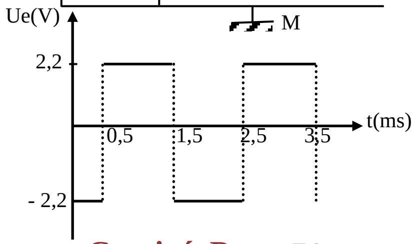
1. Quel type de signal obtient-on à la sortie d'un montage dérivateur lorsqu'on applique à l'entrée un signal continu ? Un signal en dent de scie ?
2. Quel type de signal obtient-on à la sortie d'un montage intégrateur si le signal à l'entrée est en créneaux ?
3. Dans un montage dérivateur, on utilise C = 0,1μF et R =10 kΩ. La tension à l'entrée est un signal triangulaire alternatif de fréquence N = 500 Hz et d'amplitude U = 1V. Représente sur un même graphique et sur deux périodes, ce signal et celui observé à la sortie du montage sachant qu'à t = 0, U_e = 0. Echelle : 1cm ↔ 0,5ms ; 2cm ↔ 1V

Exercice 2
Corrigé Page 73

On réalise le montage électronique ci- contre :

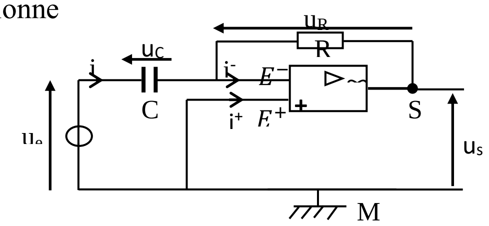


1. Ce montage est-il un montage intégrateur ou dérivateur? Justifier votre réponse en considérant l'AO comme parfait.
2. Avec un oscillographe à deux voies, on veut observer la tension aux bornes du générateur BF sur la voie A et la tension de sortie Us sur la voie B. A l'aide d'un schéma clair indiquer le mode de branchement de l'oscillographe
3. A l'entrée, on observe le signal ci-contre. Quelle est la période de ces oscillations?
4. Dessiner l'allure du signal observé à la sortie.



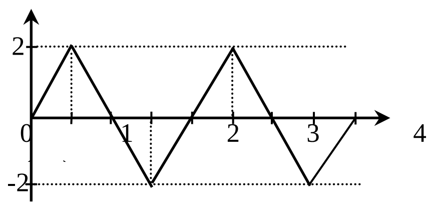
Exercice 3
Corrigé Page 74

Dans le montage ci-contre, l'amplificateur opérationnel est idéal et fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire : $V_E^+ = V_E^-$; $i^+ = i^- = 0$.



1. En respectant les conventions utilisées sur le schéma, exprimer les tensions u_e en fonction de u_C et u_S en fonction de u_R.
2.

2.1 Exprimer la tension de sortie u_S en fonction de R, C et de $\frac{du_e}{dt}$.
2.2 De quel type de montage s'agit-il ? Justifier la réponse.
3. La tension d'entrée $u_e(t)$ est une tension « en dent de scie » dont les caractéristiques sont portées sur le graphe ci-contre.
3.4Déterminer la période T et la fréquence N de ce signal.
3.5 Exprimer le signal de sortie $u_s(t)$ pour $t \in [0; 2{,}5ms]$.
3.6 Représenter sur le même graphe $u_e(t)$ et $u_S(t)$ pour $t \in [0; 2{,}5ms]$.
Echelles : 1cm ↔ 0,5ms ; 1cm ↔ 1V. On donne C = 50nF ; R = 20 Kω

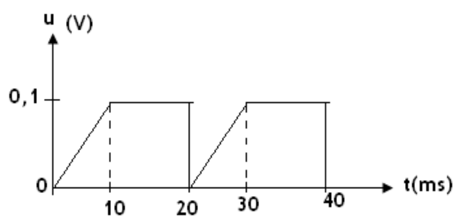


A Chercher

Exercice 4

On réalise un montage dérivateur avec un AO idéal. La tension ci-dessous est appliquée à l'entrée du montage.

1. Donner l'expression de la tension à la sortie du montage.
2. Calculer les différentes valeurs de cette tension pour R = 10 kΩ et C = 10nF
3. Donner sa représentation graphique.



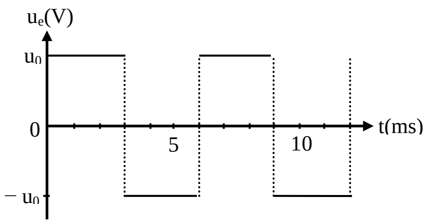
Exercice 5

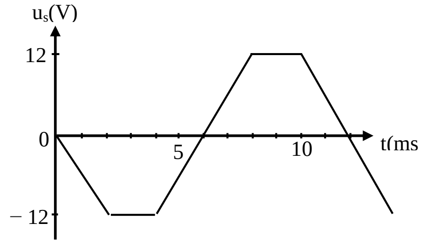
Dans un montage intégrateur où $C = 0,1\ \mu F$ et $R = 10\ k\Omega$, la tension à l'entrée est une tension alternative en créneaux de fréquence N = 200 Hz et d'amplitude U = 2V.

1. Représenter sur un même graphique les tensions à l'entrée et à la sortie sur une période. Echelle : 1cm ↔ 0,5V et 1cm ↔ 0,5 ms
2. On désire obtenir une tension d'amplitude U' = 10 V à la sortie. Quelle doit être la nouvelle capacité du condensateur si la résistance devient $R' = 5\ k\Omega$?

Exercice 6

On étudie un montage intégrateur. L'A.O est parfait et fonctionne en régime linéaire.
Données : $V_{sat} = \pm 13V$; $R = 10k\Omega$; $C = 100nF$ et $u_0 = 6V$.
Les variations en fonction du temps des tensions d'entrée u_e et de sortie u_s sont représentées ci-dessous.





1. Faire le schéma du montage en y notant les branchements de l'oscillographe pour qu'il visualise la tension u_e sur la voie A et la tension u_s sur la voie B
2. Quelle est la forme de la tension d'entrée ?
3. Quelle sont la période T et la fréquence N de cette tension ?
4. Etablir l'expression de la tension de sortie u_s en fonction de R, C et u_e.
5. Pour $0 < t < \frac{T}{2}$, déduire de la relation trouvée au 4 l'expression littérale de $u_s = f(t)$ en fonction de R, C et u_0. On prendra $u_s = 0$ pour $t = 0$.
6. Quelle est la valeur de u_s pour $t = \frac{T}{2}$? Comparer cette valeur à la valeur lue sur la courbe et expliquer la différence.
7. Comment doit-on modifier la valeur de u_0 pour que l'A.O fonctionne effectivement en régime linéaire ?

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Lorsqu'on applique à l'entrée d'un montage dérivateur un signal continu, on obtient un signal nul à la sortie.
Lorsqu'on applique à l'entrée d'un montage dérivateur un signal en dent de scie, on obtient un signal rectangulaire à la sortie.
2. Lorsqu'on applique un signal en créneaux à l'entrée d'un montage intégrateur, on obtient un signal triangulaire à la sortie.
3. <u>Représentons sur un même graphique et sur deux périodes Ue et U_S.</u>

Calculons la période T de Ue et U_S : $T = \frac{1}{N} = \frac{1}{500} = 2.10^{-3}$s = 2ms

Montage dérivateur : la tension de sortie est $U_S = -RC\frac{dU_e}{dt}$

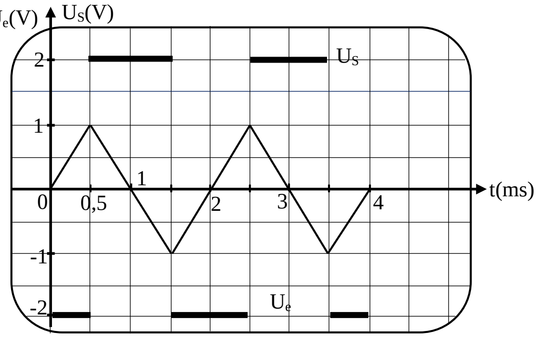
$\forall\ t \in [0; 0{,}5ms]$; $U_S = -RC\frac{\Delta U_e}{\Delta t}$

$U_S = -10.10^3 \times 0{,}1.10^{-6}\frac{(1-0)}{(0{,}5-0).10^{-3}} = -2V$

$\forall\ t \in [0{,}5ms; 1{,}5ms]$; $U_S = -RC\frac{\Delta U_e}{\Delta t}$

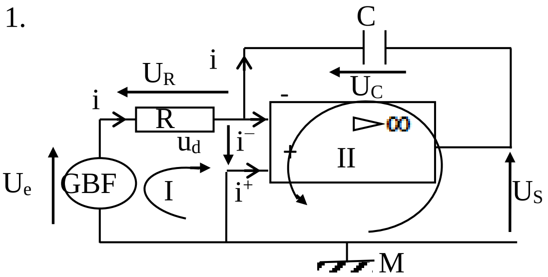
$U_S = -10.10^3 \times 0{,}1.10^{-6}\frac{(-1-1)}{(1{,}5-0{,}5).10^{-3}} = -2V$

d'où la représentation ci-contre:



Exercice 2 — Corrigé

1.



Appliquons la loi des mailles :

maille I : $U_e - U_R + U_d = 0$

or $U_d = 0$ (A.O . ideal) d'où $U_e = U_R$

$U_e = Ri \Rightarrow i = \frac{Ue}{R}$

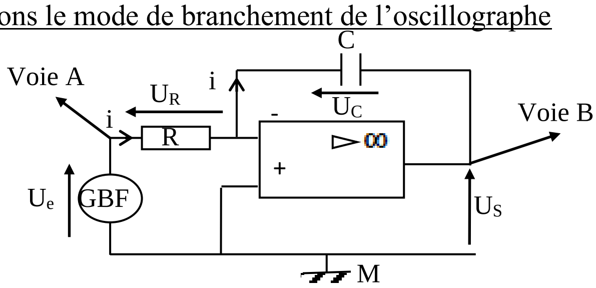
maille II: $U_S + U_C + U_d = 0$ $U_d = 0$

$\Rightarrow U_S = -U_C$ or $U_C = \frac{q}{C}$ d'où $U_S = -\frac{q}{C}$

$\frac{dU_S}{dt} = -\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{C} \times i = -\frac{U_e}{RC}$

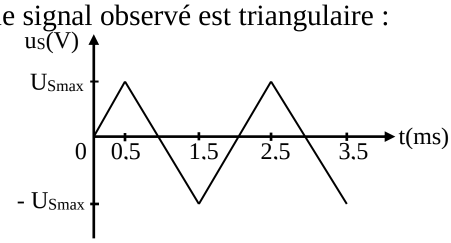
$\frac{dU_S}{dt} = -\frac{1}{RC}U_e \Rightarrow dU_S = -\frac{1}{RC}U_e\,dt$ d'où $U_S = -\frac{1}{RC}\int_0^t U_e dt$: la tension de sortie U_S est proportionnelle à une primitive de la tension d'entrée U_e : c'est donc un montage intégrateur.

2. <u>Indiquons le mode de branchement de l'oscillographe</u>



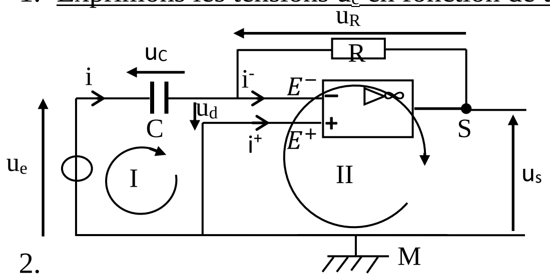
3. La période de ces oscillations est : T = 2ms = 2.10^{-3}s
4. <u>Dessinons l'allure du signal observé à la sortie.</u>

A la sortie le signal observé est triangulaire :



Exercice 3 Corrigé

1. Exprimons les tensions u_e en fonction de u_C et u_S en fonction de u_R.



Appliquons la loi des mailles :

maille I : $U_e - U_C + U_d = 0$

$U_d = 0$ (A.O . ideal) d'où $U_e = U_C$

maille II: $-U_d - U_R - U_S = 0$ $U_d = 0 \Rightarrow U_S = -U_R$

2.

2.1 Exprimons la tension de sortie u_S en fonction de R, C et de $\frac{du_e}{dt}$.

$U_e = U_C \Rightarrow U_e = \frac{q}{C} \Rightarrow q = CU_e$ avec $U_C = \frac{q}{C}$

$U_S = -U_R = -Ri$ or $i = \frac{dq}{dt}$ $\boldsymbol{U_S = -R\frac{dq}{dt} = -RC\frac{dU_e}{dt}}$ avec $q = CU_e$

2.2 Il s'agit d'un montage dérivateur car la tension de sortie U_S est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée U_e.

3.

1.1Déterminons la période T et la fréquence N de ce signal.

$T = 2ms = 2.10^{-3}s$; $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}} = 500Hz$

1.2 Exprimons le signal de sortie $u_s(t)$ pour $t \in [0; 2{,}5ms]$.

$u_S = -RC\frac{du_e}{dt}$

$\forall\ t \in [0; 0{,}5ms]$; $u_e = a_1t$ avec $a_1 = \frac{\Delta u_e}{\Delta t}$

$u_S = -RC\frac{d(a_1t)}{dt} = -RC\times a_1 = -RC\times\frac{\Delta u_e}{\Delta t}$; $u_S = -20.10^3\times 50.10^{-9}\times\frac{2-0}{(0{,}5-0).10^{-3}} = -4V$

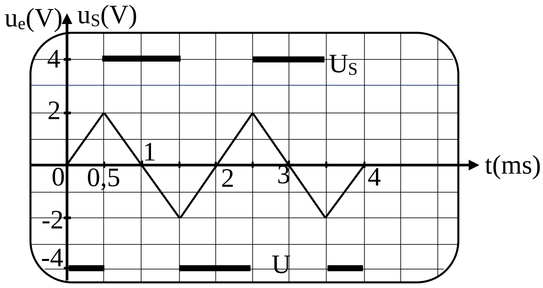
$\forall\ t \in [0{,}5ms; 1{,}5ms]$; $u_e = a_2t + b$ avec $a_2 = \frac{\Delta u_e}{\Delta t}$

$u_S = -RC\frac{d(a_2t+b)}{dt} = -RC\times a_2 = -RC\times\frac{\Delta u_e}{\Delta t}$; $u_S = -20.10^3\times 50.10^{-9}\times\frac{(-2-2)}{(1{,}5-0{,}5).10^{-3}} = 4V$

$\forall\ t \in [1{,}5ms; 2{,}5ms]$; $u_e = a_3t + c$ avec $a_1 = \frac{\Delta u_e}{\Delta t}$

$u_S = -RC\frac{d(a_3t+c)}{dt} = -RC\times a_3 = -RC\times\frac{\Delta u_e}{\Delta t}$; $u_S = -20.10^3\times 50.10^{-9}\times\frac{(2-(-2))}{(2{,}5-1{,}5).10^{-3}} = -4V$

1.3 Représentons sur le même graphe $u_e(t)$ et $u_S(t)$ pour $t \in [0; 2{,}5ms]$.



Oscillations électriques libres dans un circuit LC 10

Exercices d'application

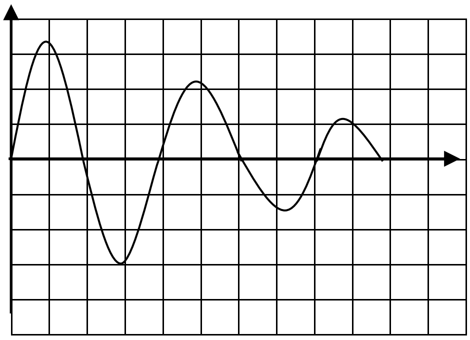
Exercice 1 Corrigé Page 78

Un condensateur de capacité C = 1µF initialement chargé sous une tension U_{AB} = 20 V, est branché aux bornes d'une bobine d'inductance L= 40 mH.

1- Calculer la charge maximale Qm du condensateur.
2- Calculer la fréquence propre N_0 du circuit ainsi réalisé.
3- En déduire l'intensité maximale Im du courant qui traverse ce circuit.

Exercice 2 Corrigé Page 78

1. Un condensateur de capacité C = 10^{-5} F est initialement chargé sous une tension constante U_0.
A l'instant initial t = 0, il est connecté aux bornes d'une bobine d'inductance L.
1.1-Faire le schéma du montage.
1.2-Quel phénomène se produit-il entre le condensateur et la bobine ?
2-Un oscilloscope à mémoire permet d'obtenir l'oscillogramme ci-dessous.



2.1-Interpréter l'allure de ce graphe.
Que peut-on dire de l'énergie électrique du circuit ?
2.2-Mesurer la pseudo période T des oscillations.
2.3-A quel phénomène électrique est dû l'amortissement des oscillations ?
2.4-Calculer la valeur numérique de l'inductance L

Exercice 3 Corrigé Page 78

On considère le montage ci-dessous (figure 1).

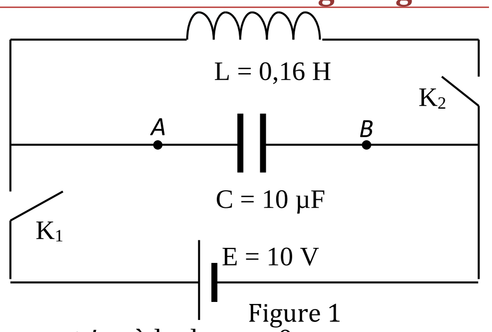


Figure 1

1. L'interrupteur K_1 est fermé pendant un temps suffisamment long pour permettre la charge du condensateur. L'interrupteur K_2 étant ouvert.
1.1 Déterminer la tension U_C aux bornes du condensateur.
1.2 Préciser l'armature qui s'est chargée positivement.
1.3 Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur.
3. A l'instant t = 0, K_1 est ouvert et K_2 est fermé.
La bobine a une résistance négligeable.
3.1 Donner les valeurs U_0 de la tension u_{AB} et I_0 de l'intensité du courant i_{AB} à la date t = 0.
3.2 Etablir l'équation différentielle donnant la variation de la charge q du condensateur en fonction du temps.
3.3 Montrer que cette équation peut s'écrire : $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$
3.4 Calculer la pulsation propre ω_0.
3.5 Calculer la fréquence propre du circuit L, C.
3.6 Donner la solution de l'équation différentielle en u_c et en q.

4. On visualise u_c sur l'écran d'un oscilloscope (voir figure 2). Le balayage horizontal correspond à 2.10^{-3}s/division et la sensibilité verticale est 5V/division. Pour vérifier si l'oscilloscope ci-contre correspond bien à une représentation de la fonction u_c= f(t), compare :
4.1 la tension maximale calculée à celle mesurée.
4.2 la valeur de la fréquence mesurée à celle calculée.

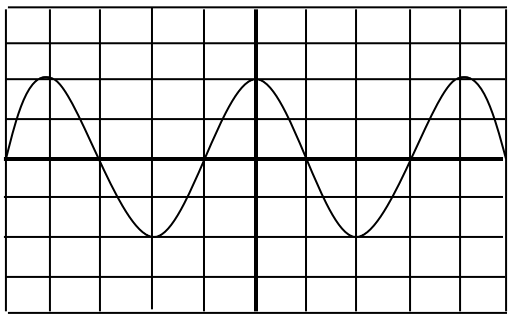


Figure 2

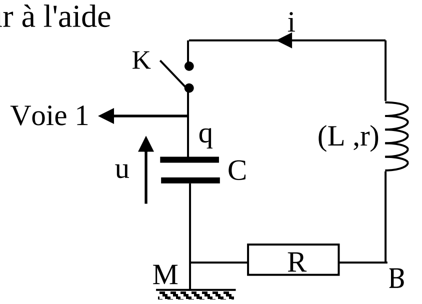
Exercice 4

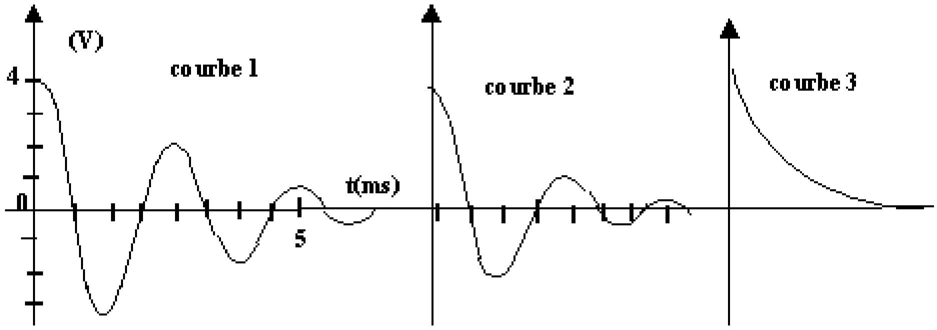
On étudie les oscillations électriques d'un dipôle constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine inductive d'inductance L= 9 mH, de résistance r = 2Ω et d'un condensateur de capacité C = 20 μF. On enregistre la tension u aux bornes du condensateur à l'aide d'un oscilloscope.

On appelle q la charge de l'armature A du condensateur et i l'intensité du courant arrivant sur l'armature A.

Le condensateur étant chargé, on ferme l'interrupteur K et l'enregistrement débute.

On effectue trois enregistrements de u pour les valeurs de R_f = R+r égales à 2 Ω, 12Ω, 70Ω.



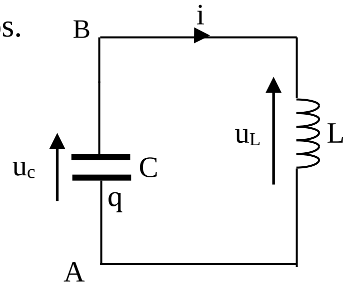


1-Attribuer à chaque courbe la valeur de la résistance totale du dipôle. Justifier.

2-On souhaite modéliser la courbe de variation de u au cours du temps. On se place dans le cas où la résistance totale est nulle, toutes les autres variables étant inchangées.

Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q au cours du temps.

Dans la suite de l'exercice on considère que la solution de l'équation différentielle précédente est du type : $q = q_0 \cos(\omega_0 t)$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$



3-On souhaite comparée la période théorique et la période expérimentale. La période théorique est : $T_0 = 2\,\pi\sqrt{LC}$

1.1 Calculer la période théorique des oscillations.

1.2 Déterminer à partir de l'enregistrement correspondant au règime le moins amorti, la valeur de la pseudo-période.

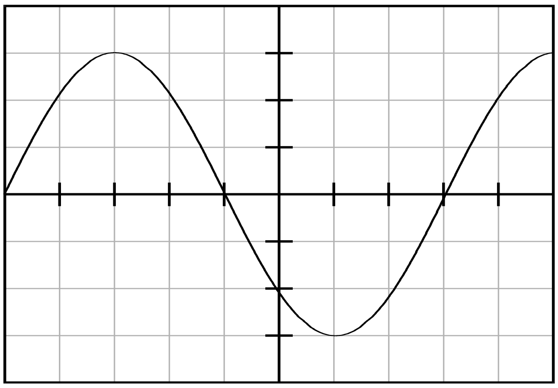
1.3 Comparer ces valeurs.

Exercice 5

On charge un condensateur de capacité C = 0,8 µF à l'aide d'un générateur de f.é.m e_0.

On le décharge ensuite dans une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Un ordinateur couplé à interface, permet de visualiser la tension aux bornes du condensateur. On observe le chronogramme suivant :

Réglages : 2V/cm et 500 ms/cm.



1. Quelle est la charge maximale du condensateur ?
2. Quelle est l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur ?
3. Etablir l'équation différentielle des oscillations électriques dans le circuit (L, C).
4. Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine ?
5. Déterminer l'intensité maximale du courant.
6. Comment serait modifié le chronogramme si l'inductance est divisée par 4 ?
7. Comment serait modifié le chronogramme si la résistance de la bobine n'est plus négligeable ?

Exercice 6

Un oscillateur électrique peut être modélisé par la figure 1 comprenant un condensateur de capacité C et une inductance pure de valeur L. Dans le but de connaître les variations de l'intensité i en fonction du temps t, on a, en fait placé en série une résistance r non représentée sur la figure. L'énergie dissipée dans cette résistance est néanmoins considérée comme négligeabledevant l'énergie du circuit.

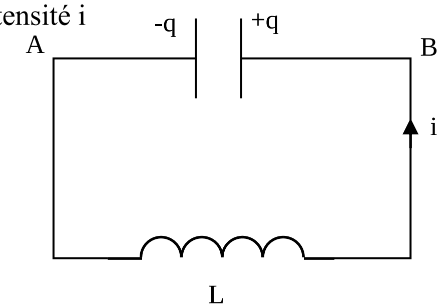


Figure 1

La tension u aux bornes de cette résistance, mesurée par un oscillographe, permet de connaître l'inensité i du courant dans le circuit.
On observe sur l'écran la courbe qui représente la figure 2.
Le réglage de l'oscillographe est le suivant :

- balayage (sensibilité horizontale) : 25 µs/div
- Sensibilité verticale : 4 mA/div

1-Déterminer la fréquence propre de l'oscillation libre du circuit et la capacité du condensateur.
On donne : L = 25,3 mH.

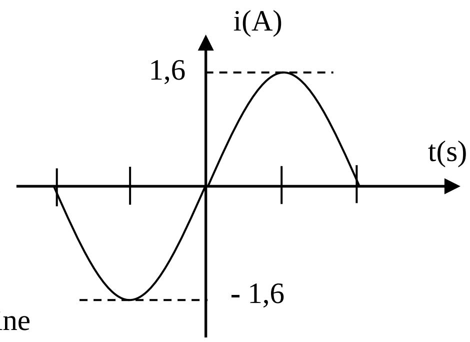


Figure 2

2-
2-1 Donner l'expression de l'intensité du courant i(t).
2-2 En déduire les expressions de u_C (t) et u_L(t).
3-
3-1 Donner l'expression de l'énergie emmagasinée par la bobine et celle de l'énergie emmagasinée par le condensateur.
3-2 Montrer que l'énergie emmagasinée par le circuit ne dépend pas du temps.
3-3 Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur et par la bobine à $t = T_0/4$, T_0 étant la période propre des oscillations.

CORRIGE

Exercice 1 Corrigé

1. Calculons la charge maximale Q_m du condensateur.

$Q_m = C\times U_{AB}$ A.N : $Q_m = 10^{-6}\times 20 = 2.10^{-5}$C

2. Calculons la fréquence propre N_0 du circuit ainsi réalisé.

$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ avec $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ A.N : $N_0 = \frac{1}{2\pi\times\sqrt{40.10^{-3}\times10^{-6}}} = 795{,}77$Hz

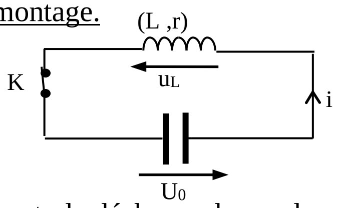
3. Déduisons-en l'intensité maximale I_m du courant qui traverse ce circuit.

$I_m = \omega_0 Q_m = 2\pi N_0 Q_m$ A.N : $I_m = 2\pi\times795{,}77\times2.10^{-5} = 0{,}1$A

Exercice 2 Corrigé

1.

1.1 Le schéma du montage.



1.2 Le phénomène est : la décharge du condensateur dans la bobine.

2.

1.1 Interprétons l'allure du graphe.

L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps. Les oscillations sont amorties.
L'énergie électrique du circuit diminue progressivement. Elle n'est pas constante.

2.2 Mesurons la pseudo période T des oscillations.

T = 5 ×4 = 20 ms = 0,02s

2.3 L'amortissement des oscillations est dû à la perte d'énergie par effet joule.

2.4 Calculons la valeur numérique de l'inductance L **(à vérifier)**

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow L = \frac{1}{C}\times(\frac{T}{2\pi})^2 = \frac{T^2}{4C\times\pi^2}$ A.N: $L = \frac{0{,}02^2}{4\times10^{-5}\times\pi^2} = 1{,}01$H

Exercice 3 Corrigé

1.

1.1 Déterminons la tension U_C aux bornes du condensateur.

A la fin de la charge : $U_C = E = 10$V

1.2 L'armature qui s'est chargée positivement est l'armature A.

1.3 Calculons l'énergie emmagasinée dans le condensateur.

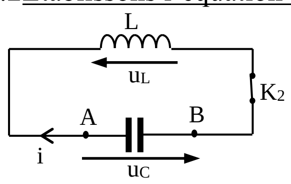
$E_C = \frac{1}{2}CU_C^2$ A.N : $E_C = \frac{1}{2}\times10.10^{-6}\times10^2 = 5.10^{-4}$ J

2.

2.1 Donnons les valeurs U_0 de la tension u_{AB} et I_0 de l'intensité du courant i_{AB} à t = 0s.

$U_0 = 10$V et $I_0 = 0$

2.2 Etablissons l'équation différentielle donnant la variation de la charge q.



Appliquons la loi des mailles au circuit :

$u_L + u_C = 0$ or $u_C = \frac{q}{C}$ et $u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$

d'où $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L(\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC}) = 0$

$L \neq 0$ donc $\boldsymbol{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0}$: l'équation différentielle donnant la variation de la charge q au cours du temps

2.3 Montrons que cette équation peut s'écrire : $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$

On a : $u_c = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C\times u_c$ l'équation différentielle devient : $\frac{d^2(C\times u_c)}{dt^2} + \frac{1}{LC}(C\times u_c) = 0$

$C\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{L}u_c = 0 \Rightarrow C(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c) = 0$ $C \neq 0$ donc $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0$

2.4 Calculons la pulsation propre ω_0.

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ A.N : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}16\times10.10^{-6}}} = 790{,}57$ rad/s

2.5<u>Calculons la fréquence propre du circuit L, C</u>.

$N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ <u>A.N</u> : $N_0 = \frac{790,57}{2\pi} = 125,82Hz$

2.6<u>Donnons la solution de l'équation différentielle en u_c et en q.</u>

$q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $u_C(t) = U_{Cm}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

déterminons Q_m , U_{Cm} et φ

$Q_m = C\times U_C = 10.10^{-6}\times 10 = 10^{-4}C$; $U_{Cm} = \frac{Q_m}{C} = \frac{10^{-4}}{10.10^{-6}} = 10V$

A $t \neq 0$ $\begin{cases} q(t) = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \dot{q}(t) = i(t) = -Q_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$; à t = 0 $\begin{cases} q(0) = Q_m\cos\varphi = Q_m & (1) \\ i(0) = -Q_m\omega_0\sin\varphi = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$ rad (2) $\Rightarrow \cos\varphi = 1 > 0$ donc $\varphi = 0$

Finalement : $q(t) = 10^{-4}\cos(790,57t)$ et $u_C(t) = 10\cos(790,57t)$

3. comparons :

3.1<u>la tension maximale calculée à celle mesurée.</u>

Tension maximale calculée : $U_{Cm}=10V$; Tension maximale mesurée : $U_{Cm}=2\times 5 = 10V$

Tension maximale calculée est égale tension maximale mesurée

3.2<u>la valeur de la fréquence mesurée à celle calculée.</u>

valeur de la fréquence mesurée : $N_0 = 125,82Hz$

valeur de la fréquence calculée : $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2.10^{-3}\times 4} = 125Hz$

La valeur de la fréquence calculée est sensiblement égale à celle mesurée

Circuit RLC en régime sinusoïdal forcé 11

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 85

Un générateur impose aux bornes d'un dipôle une tension u = 25cos100πt. (u en V et t en s). L'intensité du courant qui traverse ce dipôle est de la forme : i = 0,5cos(100πt-π/4). (i en A)

1- Calculer l'intensité efficace et la tension efficace aux bornes de ce dipôle.
2- Déterminer la fréquence du courant.
3- Donner la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant. En déduire la phase de l'intensité par rapport à la tension.
4- Calculer l'impédance Z du circuit

Exercice 2 Corrigé Page 85

Un circuit est constitué d'une résistance R = 200Ω, d'une bobine d'inductance L = 0,1H et de résistance nulle et d'un condensateur de capacité C = 1μF. Il est alimenté par un générateur B.F. qui délivre à ses bornes une tension sinusoïdale u de fréquence 250Hz et de valeur efficace U = 5V.

1. Déterminer l'impédance Z du circuit.
2. Calculer l'intensité I du courant dans le circuit.
3. Calculer les tensions efficaces U_R, U_B et U_C, respectivement aux bornes de la résistance R, de la bobine et du condensateur.
4. Faire la représentation de Fresnel à l'échelle 1cm pour 1V
5. Comparer la somme $U_R+U_B+U_C$ à U et conclure.

Exercice 3 Corrigé Page 85

1. Un circuit comprenant une résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance interne r, un condensateur C montés en série, est alimenté sous une tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace U de fréquence réglable.

Données : U = 2,00 V ; R = 12,0 Ω; r = 2Ω ; L = 69,6 mH; C = 10,0 μF.

1.1 Pour une pulsation ω correspondant à une fréquence *f*, exprimer l'impédance Z du circuit, l'intensité efficace I du courant et la phase $\varphi_{u/i}$ de la tension d'alimentation par rapport au courant.

1.2 Calculer Z, I et $\varphi_{u/i}$ si *f* = 175 Hz.

1.3Donner les expressions de *u*(t) et de *i*(t) ; i est pris comme référence pour la phase.

2. Pour des fréquences variant de 90 à 300 Hz, on relève les valeurs correspondantes de l'intensité efficace du courant :

f(Hz)	90	120	150	160	170	180	185	190
I(mA)	14,9	22,8	38,5	60,4	83,2	116,3	132,7	142,5

195	200	210	250	300
141,7	135,4	93,5	40,9	25,7

2.1 Tracer la courbe représentant I en fonction de *f*, sur papier millimétré avec les échelles suivantes : 1 cm pour 20 Hz et 1 cm pour 10 mA.

2.2 Déterminer graphiquement la fréquence f_0 et l'intensité efficace I_0 du courant correspondant à la résonance.

2.3 Calculer ces valeurs et comparer à celles déterminées graphiquement.

3.

3.1 Pour la fréquence de résonance f_0, donner l'expression littérale de la tension efficace U_C aux bornes du condensateur.

3.2 Montrer que cette tension peut se mettre sous la forme $U_C = Q \times U$
(Q indépendant de U)

3.3 Q est appelé le coefficient de surtension. Indiquer un autre nom possible pour Q.

3.4 Calculer numériquement Q et U_C.

3.5 Indiquer l'inconvénient que peut présenter le phénomène de surtension.

4. On appelle bande passante en fréquence l'intervalle de fréquence pour lequel l'intensité efficace I est supérieure ou égale à $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

4.1 Déterminer graphiquement la bande passante B = $f_2 - f_1$, f_2 et f_1 étant les fréquences pour lesquelles I = $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

4.2 Comparer cette largeur de la bande ainsi déterminée à celle calculée à partir de la relation B = $\frac{f_0}{Q}$

Exercice 4 Corrigé Page 87

Un circuit comprend, associés en série, un résistor de résistance R = 40Ω, une bobine d'inductance L = 0,13H et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C inconnue. Ce circuit est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale u(t) = $U\sqrt{2}\,cos(\omega t + \phi)$ de fréquence variable et de valeur efficace U = 1V.

1. On fait varier la fréquence du générateur et on constate que l'intensité du courant est maximale pour une fréquence N_0 = 600Hz.

1.1 Quel phénomène est ainsi mis en évidence ?

1.2 Quelle est l'impédance totale du circuit dans ce cas ?

1.3 Calculer la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit dans ce cas.

1.4 Déterminer la capacité C du condensateur.

2. On fixe maintenant la fréquence à la valeur N = 630Hz. En admettant que C = 0,53µF,

2.1Calculer dans ce cas :

2.1.1. L'impédance totale Z du circuit ;

2.1.2 L'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit ;

2.1.3 Les valeurs efficaces des tensions U_R, U_L, U_C aux bornes du résistor, de la bobine et du condensateur.

2.2

2.2.1. Calculer ϕ, la phase de la tension instantanée aux bornes du circuit par rapport au courant instantanée.

2.2.2. Ecrire l'expression de l'intensité du courant i(t).

3. On veut observer la tension instantanée et l'intensité instantanée à l'aide d'un oscilloscope. Faire un schéma du circuit électrique et y faire apparaître les branchements de l'oscilloscope qui permettent de visualiser sur la voie A, la tension aux bornes du circuit et, sur la voie B, une tension proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le circuit.

Exercice 5 Corrigé Page 87

On réalise un circuit série fermé comportant (figure 1):
- un générateur G de tension sinusoïdale
- un conducteur ohmique de résistance R = 40Ω
- un condensateur de capacité C.

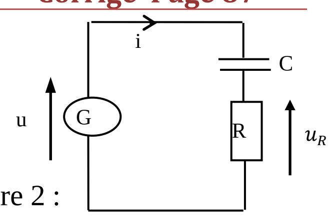


Figure 1

Pour analyser ce circuit on utilise un oscillographe bicourbe, on observe sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes u_R et u représentées ci-dessous sur la figure 2 :

1. Indiquer sur un schéma le branchement permettant de visualiser u_R sur la voie 1 et u sur la voie 2. Expliquer pourquoi u_R est " l'image " de l'intensité du courant dans le circuit.

2. A partir des courbes observées sur l'écran :

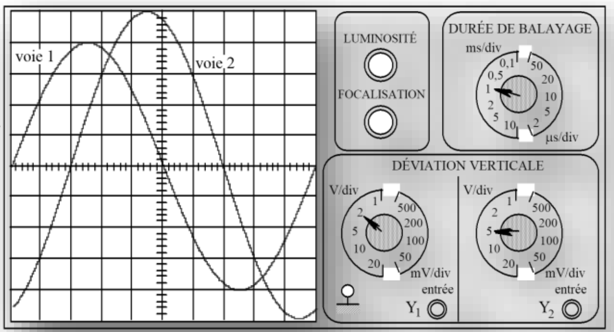
2.1 Déterminer la période T de la tension d'alimentation. en déduire la fréquence f.

2.2 L'intensité i est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? Justifier.

2.3 En déduire le signe de $\varphi_{u/i}$.

2.4 Déterminer la phase $\varphi_{u/i}$ entre la tension u et l'intensité i du courant passant dans le circuit.

Figure 2



3. A partir des courbes observées sur l'écran :

3.1. Donner les valeurs maximales de u et u_R.

En déduire les valeurs efficaces U et U_R de u et u_R, puis la valeur efficace I de i.

3.2. Écrire les expressions i(t) et u(t) de l'intensité i du courant et de la tension u en fonction du temps, en prenant l'intensité i comme référence.
3.3. Calculer numériquement l'impédance Z du dipôle (R, C).
4.
4.1. Construire la représentation de Fresnel du circuit (R,C) avec les tensions maximales à l'échelle : 1cm pour 1 V
4.2. A partir de cette représentation déterminer :
4.2.1 la tension maximale aux bornes du condensateur, en déduire sa capacité
4.2.2 la relation donnant cosφ en fonction de R et Z.

Exercice 6

Corrigé Page 88

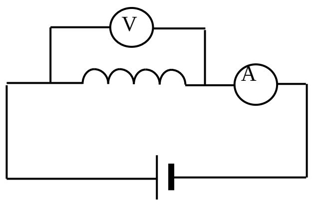
Dans un circuit électronique, on souhaite insérer un circuit résonant de fréquence propre N_0. Pour le réaliser, on dispose d'une bobine (de résistance r et d'inductance L) et de deux condensateurs ; l'une de capacité $C_1=1\mu F$, l'autre de capacité inconnue C_2.

1. <u>Etude de la bobine.</u>

Pour déterminer r et L, on réalise les expériences schématisées suivantes.

1.1 <u>Expérience 1</u>

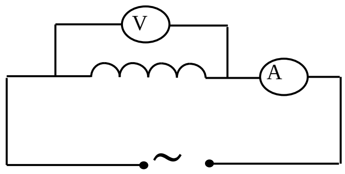
L'ampèremètre indique I=0,15A, le voltmètre indique U=6V.



1.1.1 Quelle est la nature du courant dans ce circuit ?
1.1.2 Reproduire le schéma, représenter la tension U et indiquer le sens de l'intensité I.
1.1.3 Quelle caractéristique de la bobine cette expérience permet-elle de déterminer ? Calculer sa valeur

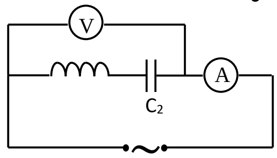
1.2 <u>Expérience 2</u>

L'ampèremètre indique I=0.015A ; le voltmètre indique U=6V.
Le GBF délivre une tension de fréquence f_1=1000Hz.



1.2.1 Quelle est la nature du courant dans ce circuit ?
1.2.2 Quelle caractéristique de la bobine cette expérience permet-elle de déterminer ? calculer sa valeur.

2. <u>Etude du condensateur de capacité inconnue.</u>



Pour déterminer la valeur de la capacité C_2, on réalise le circuit suivant : L'ampèremètre indique I = 0,012A ; le voltmètre indique U = 6V. La fréquence vaut f_2 =100Hz.

2.1 Ecrire sans démonstration la relation donnant l'impédance Z en fonction de U et I. Calculer sa valeur.
2.2 Ecrire sans démonstration la relation donnant l'impédance Z en fonction de r, L,C_2 et ω
2.3 Calculer la valeur de C_2.

3. <u>Etude du circuit résonant.</u>

On utilise les composants précédents pour réaliser le circuit résonant. Sa fréquence propre doit- être f_0 = 317Hz.

3.1 Quelle relation y-a-t-il entre N_0 et les caractéristiques des composantes ?
3.2 L'inductance de la bobine étant fixée et égale à L=63mH, calculer la valeur de la capacité nécessaire à la réalisation du circuit.
3.3 Peut-on obtenir cette valeur avec les condensateurs fournis, sachant que C_1=1µF et C_2=3µF ? si oui, comment doivent-ils être associés ?

A Chercher

Exercice 7

On considère un circuit comprenant en série une bobine (L, r) et un condensateur de capacité C. L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale $u_{AD} = 52\sqrt{2}\cos 100\pi t$. On mesure les valeurs efficaces : U_{AB} = 30 V ; U_{BD} = 60 V et I = 0,2 A.

1. Le circuit est-il globalement inductif ou capacitif ? Justifier votre réponse.
2. Calculer successivement:
   - L'impédance Z_C et la capacité C du condensateur.
   - L'impédance Z_B de la bobine et les coefficients r et L.
   - L'impédance totale Z_T du circuit AD.

3. Faire la construction de Fresnel relative aux impédances: 1cm ↔ 50 Ω.
4. Donner les valeurs instantanées de l'intensité i et des tensions partielles u_b et u_C.

Exercice 8

Un circuit RLC est constitué :

- D'un conducteur ohmique de résistance R = 250 Ω
- D'une bobine d'inductance L = 450 mH
- D'un condensateur de capacité C = 1,6 µF.

1. Le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence N = 150 Hz et de valeur efficace U = 12 V.

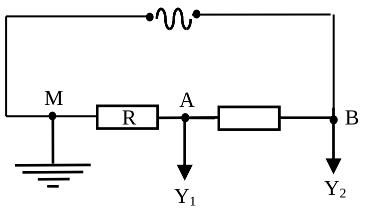
1.1 Exprimer l'impédance Z du circuit en fonction de R, L, C et ω. Calculer sa valeur.
1.2 Calculer l'intensité efficace du courant dans le circuit.
1.3 Calculer les tensions efficaces U_L, U_R et U_C, respectivement aux bornes de la bobine, du conducteur ohmique et du condensateur.
1.4 Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions U_L, U_R et U_C et U et faire apparaître sur un schéma la phase φ de la tension d'alimentation du circuit par rapport à l'intensité du courant.
Echelle : 1 cm représente 3 V
1.5 Le circuit est-il capacitif ou inductif ? Justifier la réponse.
1.6 Calculer la phase φ.
1.7 Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du circuit sous la forme $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$.

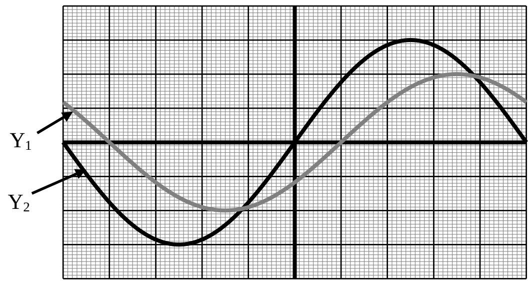
2. La tension efficace d'alimentation du circuit est maintenue à 12 V. On fait varier la fréquence de cette tension et on prélève les valeurs correspondantes de l'intensité efficace I du courant. Lorsqu'on représente la variation de l'intensité efficace en fonction de la fréquence N, la courbe passe par un maximum pour une valeur particulière N_0 de la fréquence.

2.1 A quel phénomène correspond cette valeur particulière N_0 de la fréquence ?
2.2 Calculer :
2.2.1 la valeur N_0 de la fréquence
2.2.2 l'intensité efficace I_0 du courant lorsque $N = N_0$.
2.2.3 les tensions efficaces U_{0R} ; U_{0L} et U_{0C} respectivement aux bornes du conducteur ohmique, de la bobine et du condensateur lorsque $N = N_0$.

Exercice 9

On considère un circuit série comprenant un conducteur ohmique de résistance R= 10Ω et un dipôle de nature inconnue. On applique aux bornes de circuit une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi)$. Un oscillographe bi courbe est branché comme l'indique le montage ci-dessous. Les réglages sont les suivants : 1V/div pour la voie Y_1 et 2V/div pour la voie Y_2 et 1ms/div pour le balayage.





1. Calculer les tensions efficaces U et U_R aux bornes du générateur et du conducteur ohmique R.
2. En déduire l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit.
3. Calculer l'impédance Z du circuit.
4. Calculer la fréquence N.
5. Calculer la phase φ de la tension par rapport à l'intensité. Justifier que $\varphi > 0$.
6. Exprimer en fonction du temps u(t) et i(t).
7. Calculer la puissance moyenne consommée dans ce dipôle (M, B).
8. On suppose que le dipôle (A, B) est une bobine d'inductance L et de résistance r.

8.1 Faire la construction de Fresnel relative au circuit : 1cm ↔ 0,5 V.
8.2 Calculer r et L.

Exercice 10

On dispose en série d'un conducteur ohmique de résistance R, une bobine de résistance r, d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. On alimente l'ensemble par un G.B.F. dont la tension efficace est maintenue constante à U et contrôlée par un voltmètre. On fixe U =6V ; R= 250Ω et on fait varier la fréquence N du générateur. On note les valeurs efficaces de l'intensité I mesurées par un ampèremètre dans le tableau ci-dessous :

N(Hz)	380	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600	640	660
I(mA)	4,4	6,3	7,7	9,7	12,4	15,4	17	15,4	12,9	10,6	8,8	6,5	5,8

1. Faire le schéma de cette expérience en utilisant tous les appareils appropriés.
2. Représenter I = f(N). Echelles 1cm ↔ 20Hz et 1cm ↔ 2mA. L'axe des fréquences sera gradué à partir de 350Hz.
3. Donner les valeurs de l'intensité I_0 de résonance et la fréquence propre N_0.
4. On désigne par N_1 et N_2 ($N_1 < N_2$) les fréquences délimitant la bande passantes à 3dB.

4.1 Calculer les valeurs de l'intensité I_1 et I_2 correspondant aux fréquences N_1 et N_2.

4.2 Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante. En déduire le facteur de qualité de ce circuit. Comment peut-on qualifier la résonance obtenue ?

5.Déduire des résultats précédents les valeurs de r, L et C.

6. On désire observer le phénomène précédent obtenu à la fréquence N= 520Hz à l'aide d'un oscilloscope bicourbe.

6.1 Compléter le schéma de la question 1.

6.2 Représenter les courbes observables à l'écran de l'oscilloscope. Echelle 1cm ↔ 1ms et 1cm ↔ 2V.

CORRIGE

Exercice 1 Corrigé

1. Calculons l'intensité efficace et la tension efficace aux bornes de ce dipôle.

$U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ A.N : $U = \frac{25}{\sqrt{2}} = 17{,}68V$; $I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ A.N : $I = \frac{0{,}5}{\sqrt{2}} = 0{,}35A$

2. Déterminons la fréquence du courant.

$N = \frac{\omega}{2\pi}$ A.N : $N = \frac{100\pi}{2\pi} = 50Hz$

3. Donnons la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant.

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$ rad

Déduisons-en la phase de l'intensité par rapport à la tension : $\varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{4}$ rad

4. Calculons l'impédance Z du circuit

$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}}$ A.N : $Z = \frac{25}{0{,}5} = 50\Omega$

Exercice 2 Corrigé

1. Déterminer l'impédance Z du circuit.

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC})^2}$ avec $\omega = 2\pi N$

A.N : $Z = \sqrt{200^2 + (2\pi \times 250 \times 0{,}5 - \frac{1}{2\pi\times250\times10^{-6}})^2} = 519{,}57\Omega$

2. Calculons l'intensité I du courant dans le circuit.

$U = Z\times I \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$ A.N : $I = \frac{5}{519{,}57} = 9{,}62.10^{-3}A$

3. Calculons les tensions efficaces U_R, U_B et U_C.

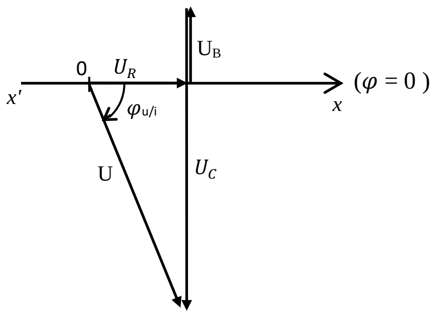
$U_R = R\times I$ A.N : $U_R = 200\times 9{,}62.10^{-3} = 1{,}92V$

$U_B = Z_B\times I = L\omega\times I = 2\pi NL\times I$ A.N : $U_B = 2\pi\times250\times0{,}1\times 9{,}62.10^{-3} = 1{,}51V$

$U_C = Z_C\times I = \frac{I}{C\omega} = \frac{I}{2\pi NC}$ A.N : $U_C = \frac{9{,}62.10^{-3}}{2\pi\times250\times10^{-6}} = 6{,}13V$

4. Représentation de Fresnel

$\ell U_R = \frac{1{,}92\times1}{1} = 1{,}9cm$; $\ell U_B = \frac{1{,}51\times1}{1} = 1{,}5cm$; $\ell U_C = \frac{6{,}13\times1}{1} = 6{,}1cm$



5. Comparons la somme $U_R+U_B+U_C$ à U

$U_R + U_B + U_C = 1{,}92 + 1{,}51 + 6{,}13 = 9{,}56V$ et $U = 5V$ donc $U_R + U_B + U_C \neq U$

Conclusion : le circuit n'est pas à la résonance d'intensité.

Exercice 3 Corrigé

1.

1.1 Exprimons l'impédance Z du circuit, l'intensité efficace I et la phase $\varphi_{u/i}$.

$Z = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \sqrt{(R + r)^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}$ avec $\omega = 2\pi f$

$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}}$

$\tan\varphi_{u/i} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} = \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R+r} \Rightarrow \varphi_{u/i} = \tan^{-1}(\frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R+r})$

1.2 Calculons Z, I et $\varphi_{u/i}$ si $f = 75Hz$.

$Z = \sqrt{(12+2)^2 + (2\pi \times 175 \times 69{,}6.10^{-3} - \frac{1}{2\pi\times175\times10.10^{-6}})^2} = 20{,}10\Omega$

$I = \frac{2}{20{,}10} = 0{,}099A \simeq 0{,}1A$

$\varphi_{u/i} = \tan^{-1}(\frac{2\pi\times175\times69{,}5.10^{-3} - \frac{1}{2\pi\times175\times69{,}6.10^{-3}}}{12+2}) = -\,0{,}80$ rad

1.3 <u>Donnons les expressions de *u*(t) et de *i*(t).</u>

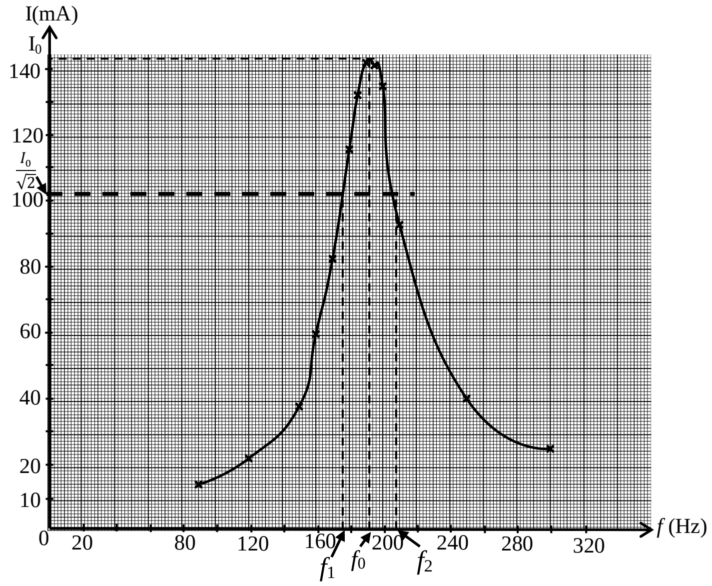
$u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i}) = U\sqrt{2}\cos(2\pi f\, t - 0{,}80)$ avec $U_m = U\sqrt{2}$ et $\varphi_{u/i} = -\,0{,}80$ rad

$u(t) = 2\sqrt{2}\cos(350\pi t - 0{,}80)$

$i(t) = I_m\cos(\omega t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi f\, t)$; $i(t) = 0{,}14\cos(350\pi t)$

2.

2.1 <u>Traçons la courbe représentant I en fonction de *f*</u>



2.2 <u>Déterminons graphiquement la fréquence f_0 et l'intensité efficace I_0 du courant.</u>

$f_0 = 191$Hz ; $I_0 = 143$ mA

2.3 <u>Calculons f_0 et I_0 puis comparons à celles déterminées graphiquement.</u>

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ <u>A.N</u> : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{69{,}6.10^{-3}\times10.10^{-6}}} = 190{,}77$ Hz $\simeq 191$ Hz

A la résonance d'intensité: $U = (R+r)I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{R+r}$

<u>A.N</u> : $I_0 = \frac{2}{12+2} = 142{,}86$ mA $\simeq 143$ mA

Les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales de f_0 et de I_0 sont en accords.

3.

3.1 <u>Donnons l'expression littérale de la tension efficace U_C.</u>

A la résonance d'intensité : $U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$

3.2 <u>Montrons que cette tension peut se mettre sous la forme $U_C = Q\times U$</u>

$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0}$ or $I_0 = \frac{U}{R+r}$ d'où $U_C = \frac{U}{(R+r)C\omega_0} = \frac{1}{(R+r)C\omega_0}\times U$

$U_C = Q\times U$ avec $Q = \frac{1}{(R+r)C\omega_0}$

3.3 Q est aussi appelé le facteur de qualité

3.4 <u>Calculons numériquement Q et U_C.</u>

$Q = \frac{1}{(R+r)C\omega_0} = \frac{1}{(R+r)C\times2\pi f_0}$ avec $\omega_0 = 2\pi f_0$ <u>A.N</u> : $Q = \frac{1}{(12+2)\times10.10^{-6}\times2\pi\times191} = 5{,}95$

$U_C = 5{,}95\times2 = 11{,}90$ V

3.5 Le phénomène de surtension peut produire des tensions très élevées qui sont dangereuses pour la manipulation.

4.

4.1 <u>Déterminons graphiquement la bande passante $B = f_2 - f_1$</u>

$\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{143}{\sqrt{2}}$ = 101,1 mA ; graphiquement : f_2 = 207 Hz et f_1 = 175 Hz donc B = 207 – 175 = 32 Hz

4.2 Comparons cette largeur de la bande celle calculée à partir de la relation B = $\frac{f_0}{Q}$

B = $\frac{191}{5,95}$ = 32,1 Hz : les deux valeurs de la largeur de la bande passante sont en accord.

Exercice 4 Corrigé

1.

1.1 Le phénomène est ainsi mis en évidence est la résonance d'intensité.

1.2 L'impédance totale du circuit.

Z = R = 40Ω

1.3 Calculer la valeur efficace I_0 de l'intensité du courant qui traverse le circuit.

$U = Z\times I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U}{Z}$ A.N : $I_0 = \frac{1}{40} = 2,5.10^{-2}$A

1.4 Déterminons la capacité C du condensateur.

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi N_0 \Rightarrow \frac{1}{LC} = 4\pi^2 N_0^2 \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}$ A.N : $C = \frac{1}{4\pi^2 600^2\times 0,13}$ =$5,41.10^{-7}$F

2.

2.1 Calculons:

2.1.1 L'impédance totale Z du circuit ;

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC})^2}$ avec ω = 2πN

A.N: $Z = \sqrt{40^2 + (2\pi \times 630 \times 0,13 - \frac{1}{2\pi\times 630\times 0,53.10^{-6}})^2}$ = 55,13Ω

2.1.2 L'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit ;

$U = Z\times I \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$ A.N : $I = \frac{1}{55,13} = 1,81.10^{-2}$A

2.1.3 Les valeurs efficaces des tensions U_R, U_L, U_C.

$U_R = R\times I$ A.N : $U_R = 40\times 1,81.10^{-2} = 0,72$V

$U_L = Z_L\times I = L\omega\times I = 2\pi NL\times I$ A.N : $U_L = 2\pi\times 630\times 0,13\times 1,81.10^{-2}$= 9,31V

$U_C = Z_C\times I = \frac{1}{C\omega}\times I = \frac{I}{2\pi NC}$ A.N : $U_C = \frac{1,81.10^{-2}}{2\pi\times 630\times 0,53.10^{-6}}$ = 8,63V

2.2

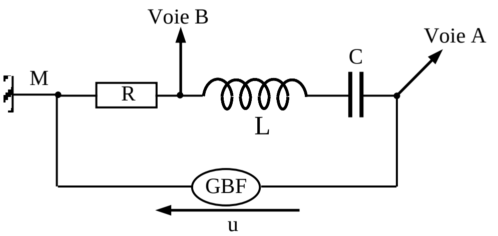
2.2.1 Calculons φ.

$\tan\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(\frac{U_L - U_C}{U_R})$ A.N : $\varphi = \tan^{-1}(\frac{9,31-8,63}{0,72})$ = 0,75 rad

2.2.2 Expression de l'intensité du courant i(t).

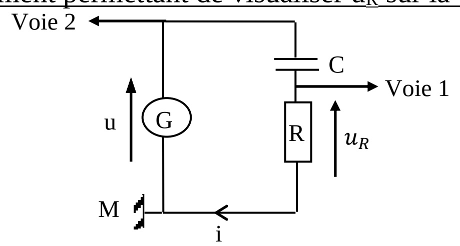
$i(t) = I_m\cos(\omega t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt)$; $i(t) = 2,56.10^{-2}\cos(1260\pi t)$

3. Faire un schéma du circuit électrique avec les branchements



Exercice 5 Corrigé

1. Le branchement permettant de visualiser u_R sur la voie 1 et u sur la voie 2.



u_R est " l'image " de l'intensité i du courant dans le circuit car $u_R = R\times i$ et $i = \frac{u_R}{R}$

2.

2.1 Déterminons la période T de la tension et déduisons-en la fréquence f

$T = 10\times1.10^{-3} = 10^{-2}$s ; $f = T^{-1} = 100$Hz

2.2 L'intensité i lié à u_R est en avance sur la tension u car la courbe de u_R atteint son maximum avant celle de u.

2.3 Le signe de $\varphi_{u/i}$ est négatif

2.4 Déterminer la phase $\varphi_{u/i}$ entre la tension u et l'intensité i du courant.

$\varphi_{u/i} = -\frac{2\pi}{T}\tau$ avec τ : le décalage horaire ; $\varphi_{u/i} = -\frac{2\pi}{10^{-2}} \times 2.10^{-3} = -\frac{2\pi}{5}$ rad

3.

3.1. Donnons les valeurs maximales de u, u_R et i

$U_m = 5\times5 = 25$V ; $U_{Rm} = 2\times4 = 8$V ; $I_m = \frac{U_{Rm}}{R} = \frac{8}{40} = 0{,}2$A

Déduisons-en les valeurs efficaces U, U_R et I.

$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{25}{\sqrt{2}} = 17{,}68$V ; $U_R = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5{,}66$V , $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}2}{\sqrt{2}} = 0{,}14$A

3.2. Écrivons les expressions i(t) et u(t) de l'intensité i du courant et de la tension u.

$i(t) = I_m\cos(\omega t)$; $i(t) = 0{,}2\cos(200\pi t)$ avec $\omega = 2\pi f = 200\pi$ rad/s

$u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i})$; $u(t) = 25\cos(200\pi t - \frac{2\pi}{5})$

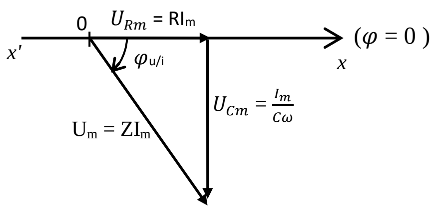
3.3 Calculons numériquement l'impédance Z du dipôle (R, C).

$U_m = Z\times I_m \Rightarrow Z = \frac{U_m}{I_m}$; A.N : $Z = \frac{25}{0{,}2} = 125\Omega$

4.

4.1. Construisons la représentation de Fresnel du circuit (R, C) à l'échelle :1cm ↔ 5V

$\ell U_{Rm} = \frac{8\times1}{5} = 1{,}6$cm ; $\ell U_m = \frac{25\times1}{5} = 5$cm ; $\varphi_{u/i} = -\frac{2\pi}{5}$ rad $= -72°$



4.2. A partir de cette représentation déterminons :

4.2.1 la tension maximale aux bornes du condensateur, puis déduisons-en sa capacité $\tan\varphi_{u/i} = -\frac{U_{Cm}}{U_{Rm}}$

$\Rightarrow U_{Cm} = -U_{Rm}\times\tan\varphi_{u/i}$ A.N: $U_{Cm} = -8\times\tan(-72°) = 24{,}62$V $U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega} = \frac{I_m}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{I_m}{2\pi f U_{Cm}}$

A.N: $C = \frac{0{,}2}{2\pi\times100\times24{,}62} = 1{,}29.10^{-5}$F

4.2.2 la relation donnant $\cos\varphi$ en fonction de R et Z.

$\cos\varphi_{u/i} = \frac{U_{Rm}}{U_m} = \frac{R\times I_m}{Z\times I_m} = \frac{R}{Z}$

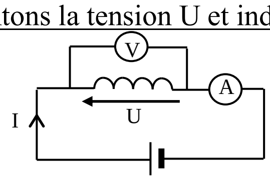
Exercice 6 Corrigé

1.

1.1 Expérience

1.1.1 C'est un courant continu

1.1.2 Représentons la tension U et indiquons le sens de l'intensité I.



1.1.3 Cette expérience permet de déterminer la résistance interne r de la bobine.

Calculons la valeur de r : $U = ri + L\frac{di}{dt}$ or $i = I =$ cste d'où $\frac{di}{dt} = 0$

Donc $U = r\times I \Rightarrow r = \frac{U}{I}$ A.N : $r = \frac{6}{0{,}15} = 40\Omega$

1.2 Expérience 2

1.2.1 C'est un courant alternatif

1.2.2 Cette expérience permet de déterminer l'inductance L de la bobine

calculer la valeur de L : U = Z_L×I = $\sqrt{r^2 + (L\omega_1)^2}$×I avec $Z_L = \sqrt{r^2 + (L\omega_1)^2}$

$U^2 = (r^2 + (L \times 2\pi f_1)^2)\times I^2 \Rightarrow L = \dfrac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - r^2}}{2\pi f_1}$ A.N: $L = \dfrac{\sqrt{\frac{6^2}{0{,}015^2} - 40^2}}{2\pi\times 1000} = 6{,}33.10^{-2}$H

2.

2.1 Ecrivons l'impédance Z en fonction de U et I et calculons sa valeur

U = Z×I $\Rightarrow Z = \frac{U}{I}$ A.N : $Z = \frac{6}{0{,}012} = 500\Omega$

2.2 Ecrivons la relation donnant l'impédance Z en fonction de r, L,C_2 et ω

$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2}$

2.3 Calculons la valeur de C_2.

$Z^2 = r^2 + (L \times 2\pi f_2 - \frac{1}{C_2\times 2\pi f_2})^2$ avec $\omega = 2\pi f_2$

$(2\pi L f_2 - \frac{1}{2\pi f_2 C_2})^2 = Z^2 - r^2$; $Z^2 > r^2 \Rightarrow Z^2 - r^2 > 0$

d'où : $2\pi L f_2 - \frac{1}{2\pi f_2 C_2} = \sqrt{Z^2 - r^2}$ ou $2\pi L f_2 - \frac{1}{2\pi f_2 C_2} = -\sqrt{Z^2 - r^2}$

$\frac{1}{2\pi f_2 C_2} = 2\pi L f_2 - \sqrt{Z^2 - r^2}$ *ou* $\frac{1}{2\pi f_2 C_2} = 2\pi L f_2 + \sqrt{Z^2 - r^2}$

$C_2 > 0$ donc sa valeur est déterminée l'équation $\frac{1}{2\pi f_2 C_2} = 2\pi L f_2 + \sqrt{Z^2 - r^2}$ puisque

$\frac{1}{2\pi f_2 C_2} = 2\pi L f_2 - \sqrt{Z^2 - r^2}$ donne $C_2 < 0$

Finalement : $C_2 = \frac{1}{2\pi f_2(2\pi L f_2 + \sqrt{Z^2 - r^2})}$

A.N : $C_2 = \frac{1}{2\pi\times 100(2\pi\times 6{,}33.10^{-2}\times 100 + \sqrt{500^2 - 40^2})} = 2{,}96.10^{-6}\text{F} \approx 3.10^{-6}\text{F} \approx 3\mu F$

3.

3.1 Relation entre f_0 et les caractéristiques des composantes.

A la résonance d'intensité : $LC\omega_0^2 = 1$ or $\omega_0 = 2\pi f_0$ d'où $LC(2\pi f_0)^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L(2\pi f_0)^2}$

3.2 Calculons la valeur de la capacité nécessaire à la réalisation du circuit.

A.N: $C = \frac{1}{0{,}063\times(2\times\pi\times 317)^2} = 4.10^{-6}$ F

3.3 On a : $4\mu F = 1\mu F + 3\mu F \Rightarrow C = C_1 + C_2$

Oui, on peut obtenir $C = 4\mu F$ avec les condensateurs fournis C_1 et C_2 en les associant en dérivation.

Réactions nucléaires 12

Exercices d'application

Exercice 1 — Corrigé Page 112

1. Enoncé les lois de conservation que doivent vérifier les équations nucléaires
2. Complète les équations des réactions suivantes :

a) ${}^{14}_{6}C \rightarrow N + {}^{0}_{-1}e$ b) $Fe \rightarrow {}^{53}_{25}Mn + {}^{0}_{1}e$

c) ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + Pb$ d) ${}^{107}_{48}Cd \rightarrow {}^{107}_{47}Ag + \ldots\ldots$

Exercice 2 — Corrigé Page 112

L'iode ${}^{131}I$ est utilisé en médecine. Sa période est de 8,1jours. A l'instant t = 0, l'activité d'un échantillon est égale à $2{,}2.10^5$Bq.

1. Calculer le nombre moyen d'atomes radioactifs présents à cet instant.
2. Même question pour t = 1an. Conclure.
3. Quelle est la masse de l'iode utilisée pour obtenir cette activité de $2{,}2.10^5$Bq ?

Exercice 3 — Corrigé Page 112

1. Calculer le défaut de masse de chacun des noyaux ${}^{235}_{92}U$ et ${}^{238}_{92}U$ en MeV/C^2 et en kg
2. Calculer en MeV puis en joule les énergies de liaison par nucléons des noyaux.
3. Préciser le noyau le plus stable.

On donne : C = 3.10^8m.s^{-1} ; les masses, en unités de masse atomique u : proton m_p = 1,007 276 u ; neutron m_n = 1,008 665 u ; noyau ${}^{235}_{92}U$: m (235) = 234, 9942 u ; noyau ${}^{238}_{92}U$: m(238) = 238, 0508 u et

1u = 931,5 MeV/c² = $1{,}6606.10^{-27}$kg

Exercice 4 — Corrigé Page 113

Le laboratoire d'un lycée possède une source contenant du césium 137. L'activité initiale de cette source est A_0 = $1{,}5.10^5$ Bq. Le césium 137 est radioactif de type β^-, sa demi-vie est de 30,2 ans. On utilisera le tableau de classification périodique.

1. Ecrire l'équation de la désintégration du césium 137 sachant que le noyau fils est obtenu d'abord dans un état excité.
2. Calculer la constante radioactive du césium 137
3. Calculer le nombre d'atomes initialement présents dans la source.
4. En déduire la masse initiale m_0 de césium 137 dans cette source.
5. Calculer l'activité de cette source 3 ans plus tard
6. Cette source n'est plus utilisable lorsque son activité devient inférieure $0{,}3.10^5$ Bq. Déterminer la durée pendant laquelle elle est encore utilisable. Quelle est alors la masse de la source ?

On donne : $\mathcal{N}_A$=$6{,}022.10^{23}$ mol^{-1} ; masse molaire du césium 137 M(Cs)=136,9g/mol

Exercice 5 — Corrigé Page 114

1. Le nucléide ${}^{210}_{84}Po$ est radioactif : c'est un émetteur α.

Ecrire l'équation de la désintégration d'un noyau de polonium ${}^{210}_{84}Po$ en précisant les lois utilisées. On donne l'extrait de la classification :

$_{82}$Pb	$_{83}$Bi	$_{84}$Po	$_{85}$At	$_{86}$Ru

2. Calculer l'énergie libérée (en eV) par la désintégration d'un noyau de polonium.

On donne : 1 u = $1{,}6606.10^{-27}$kg = 931,5 MeV/C^2 ; c = 3.10^8m.s^{-1} ; m (particule α) = 4,00150 u ;
m (${}^{210}_{84}Po$) = 209,9368 u ; m (noyau fils) = 205,9295 u.

t (jours)	0	40	80	100	120	150
N/N_0	1	0,82	0,67	0,61	0,55	0,47

3. À une date origine t = 0, un échantillon de polonium contient N_o noyaux radioactifs. A une date t, on détermine le nombre N de noyaux non désintégrés. On obtient les résultats suivants :

3.1. Définir la période radioactive d'un nucléide.

3.2. Le tableau précédent permet de donner un encadrement de celle du polonium. Lequel ?

3.3Tracer la courbe : $-\ln(\frac{N}{N_0}) = f$ (t). Echelle : 1cm ↔ 10jours et 1cm ↔ 0,05

3.4 Déduire de la courbe la valeur de la période T.

3.5 Etablir l'expression de la constante radioactive λ en fonction de T. Calculer λ.

A Chercher

Exercice 6

On donne :1 u = 1,660 54.10^{-27}kg = 931,5 MeV/C^2 ; Vitesse de la lumière dans le vide C = 3,00.10^8 m s^{-1}
L'air contient du radon 222 en quantité plus ou moins importante. Ce gaz radioactif naturel est issu des roches contenant de l'uranium et du radium. Le radon se forme par désintégration du radium (lui-même issu de la famille radioactive de l'uranium 238, selon l'équation de réaction nucléaire suivante : (I) $^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$

1. Quel est le type de radioactivité correspondant à cette réaction de désintégration ? justifier votre réponse.
2. Défaut de masse

2.1 Donner l'expression littérale du défaut de masse Δm du noyau de symbole $^{A}_{Z}X$ et de masse m_X.

2.2 Calculer le défaut de masse du noyau de radium Ra. L'exprimer en unité de masse atomique u.

3. Ecrire la relation d'équivalence masse-énergie.

Nom de la particule	Radon	Radium	Hélium	Neutron	Proton	Electron
Symbole	$_{86}^{222}Rn$	$_{88}^{226}Ra$	$_{2}^{4}He$	$_{0}^{1}n$	$_{1}^{0}p$	$_{-1}^{0}e$
Masse (en u)	221,970	225,977	4,001	1 ,009	1,007	5,49.10^{-4}

4. Le défaut de masse Δm(Rn) du noyau de radon Rn vaut 3,04.10^{-27} kg.

4.1 Définir l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau.

4.2 Calculer, en joule, l'énergie de liaison E_ℓ (Rn) du noyau de radon en MeV

4.3 En déduire l'énergie de liaison par nucléon E_ℓ /A du noyau de radon. Exprimer ce résultat en MeV nucléon^{-1}.

5. Bilan énergétique

5.1 Etablir littéralement la variation d'énergie ΔE de la réaction (I) en fonction de m_{Ra} , m_{Rn} et m_{He}, masses respectives des noyaux de radium, de radon et d'hélium.

5.2 Exprimer ΔE en joule.

Exercice 7

Le sodium 24 est radioactif β^- de période T = 15 h. On injecte dans le sang d'un individu V = 10 mL d'une solution contenant initialement du sodium 24 ($^{24}_{11}Na$) de concentration molaire c = 10^{-3} mol/L.

1. Quelle est la quantité de matière n_0 de sodium introduit dans le sang ?
2. Etablir la loi de décroissance radioactive d'un radionucléide.
3. En déduire la relation entre la quantité de matière n de noyaux radioactifs à l'instant t et n_0.
4. Quelle est l'activité initiale de l'individu ? On donne le nombre d'Avogadro N = 6,02.10^{23}.mol^{-1}.
5. Quelle quantité de matière de sodium 24 reste –t-il au bout de 6 heures ?

Au bout de 6 heures, on prélève V' = 10 ml de sang de cet individu. On ne trouve dans ce prélèvement que 1,5.10^{-8} mol de sodium 24. En supposant le sodium 24 uniformément reparti dans tout le volume sanguin, calculer ce volume.

Exercice 8

I. N_o est le nombre moyen de noyaux radioactifs présents dans un échantillon à la date t = 0. Le nombre moyen de noyaux radioactifs présents dans un échantillon à la date t est N(t) = $N_o e^{-\lambda t}$ où λ est la constante radioactive, positive, caractéristique du nucléide considéré et du mode de désintégration.

1. Pourquoi qualifie-t-on cette loi de «loi de décroissance » du nombre moyen de noyaux ?
2. La période radioactive T (ou demi-vie) est la durée nécessaire pour qu'un échantillon contenant N noyaux n'en contienne plus que $\frac{N}{2}$. Montrer que T = $\frac{\ln 2}{\lambda}$
3. Déduire que N(t) = $N_o.2^{-\frac{t}{T}}$ et calculer N(t) pour t = T, t = 2T, et t = 3T.
4. Représenter la fonction N = f(t) dans le cas du polonium 210 dont la période est 138 jours, et en supposant que N_o = 1250.10^{16}.

II. Les physiciens nucléaires s'intéressent plutôt au nombre de désintégration par seconde ; ils appellent ce nombre «activité radioactive», le notent A(t) et A(t) = -N'(t). L'unité d'activité est le becquerel (Bq).

1. Vérifier que A(t) = λN(t).
2. Expliquer pourquoi la courbe d'équation y = $\ln A(t)$ est une droite. Quel est son coefficient directeur ?

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Enonçons les lois de conservation que doivent vérifier les équations nucléaires
   - La somme des protons Z des nucléides formés est égale à la somme des Z des nucléides de départ.
   - La somme des nucléons A des nucléides formés est égale à la somme des A des nucléides de départ.
   - La somme des énergies des nucléides formés est égale à la somme des énergies des nucléides de départ.
2. Complétons les équations des réactions suivantes :

a) ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$ b) ${}^{53}_{26}Fe \rightarrow {}^{53}_{25}Mn + {}^{0}_{1}e$

c) ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$ d) ${}^{107}_{48}Cd \rightarrow {}^{107}_{47}Ag + {}^{0}_{1}e$

Exercice 2 — Corrigé

1. Calculons le nombre moyen d'atomes radioactifs présents à t = 0.

A t = 0: $A_0 = \lambda N_0$ avec N_0 : le nombre d'atomes radioactifs présents à t = 0 et $\lambda = \frac{ln2}{T}$

d'où : $N_0 = \frac{A_0 \times T}{ln2}$ A.N : $N_0 = \frac{2,2.10^5 \times 8,1 \times 24 \times 3600}{ln2} \approx 2,22.10^{11}$atomes

2. Calculons le nombre moyen d'atomes radioactifs présents pour t = 1an.

Pour $t \neq 0$; $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{ln2 \times t}{T}}$ A.N : $N = 2,22.10^{11} e^{-\frac{ln2 \times 365}{8,1}} \approx 6.10^{-3}$atome

Conclusion : $6.10^{-3} << 1$; au bout de 1 an, la substance radioactive s'est totalement désintégrée.

3. La masse de l'iode utilisée pour obtenir cette activité de $2,2.10^5$Bq.

La masse d'un atome est: $m = 131 \times u$;

la masse de l'iode utilisée est : $m_I = N_0 \times m = N_0 \times 131u = \frac{N_0 \times 131}{\mathcal{N}_A}$ avec $u = \frac{1}{\mathcal{N}_A}$

A.N : $m_I = \frac{2,22.10^{11} \times 131}{6,02.10^{23}} = 4,83.10^{-11}$kg $= 4,83.10^{-4}$ mg

Exercice 3 — Corrigé

1. Calculons le défaut de masse de chacun des noyaux ${}^{235}_{92}U$ et ${}^{238}_{92}U$

$\Delta m = \left[Zm_p + (A-Z)m_n - m_x\right]$

– Pour le noyau ${}^{235}_{92}U$:

$\Delta m = [92 \times 1,007276u + (235-92) \times 1,008665u - m(235)]$

$\Delta m = [92,669392u + 144,239095u - 234,9942u] = 1,914287u$

$\Delta m = 1,914287 \times 931,5 = 1783,16 MeV/C^2$

$\Delta m = 1,914287 \times 1,6606.10^{-27} = 3,18.10^{-27}$kg

– Pour le noyau ${}^{238}_{92}U$:

$\Delta m = [92 \times 1,007276u + (238-92) \times 1,008665u - m(238)]$

$\Delta m = [92,669392u + 147,26509u - 238,0508u] = 1,883682u$

$\Delta m = 1,883682 \times 931,5 = 1754,65 MeV/C^2$

$\Delta m = 1,883682 \times 1,6606.10^{-27} = 3,13.10^{-27}$kg ;

2. Calculons les énergies de liaison par nucléons des noyaux.

– Pour le noyau ${}^{235}_{92}U$:

$E = \frac{E_\ell}{A} = \frac{\Delta m \times C^2}{A}$ A.N : $E = \frac{1,914287 \times 931,5}{235} = 7,59$ MeV ; En joule : $E = \frac{7,59.10^6 \times 1,6.10^{-19}}{1} = 1,21.10^{-12}$J

avec $1eV = 1,6.10^{-19}$J et $7,59 MeV = 7,59.10^6$ eV

– Pour le noyau ${}^{238}_{92}U$:

$E = \frac{E_\ell}{A} = \frac{\Delta m \times C^2}{A}$ A.N : $E = \frac{1,883682 \times 931,5}{238} = 7,37$ MeV ; En joule : $E = \frac{7,37.10^6 \times 1,6.10^{-19}}{1} = 1,20.10^{-12}$J

3. Le noyau le plus stable est l'uranium 235 car son énergie de liaison par nucléon est plus grande.

Exercice 4 — Corrigé

1. Ecrivons l'équation de la désintégration du césium 137.

${}^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{A}_{Z}X^* + {}^{0}_{-1}e$

${}^{A}_{Z}X^* \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{0}\gamma$

${}^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\gamma$

Déterminons le noyau fils ${}^{A}_{Z}X$ en appliquant les lois de conservation :

- Conservation de la masse : $A + 0 + 0 = 137 \Rightarrow A = 137$
- Conservation du nombre de protons : $Z - 1 + 0 = 55 \Rightarrow Z = 55 + 1 = 56$

Le noyau fils est donc le baryum 137 ${}^{137}_{56}Ba$

Finalement l'équation de la désintégration du césium 137 est : ${}^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\gamma$

2. <u>Calculons la constante radioactive λ du césium 137</u>

$\lambda = \frac{ln2}{T}$ <u>A.N</u> : $\lambda = \frac{ln2}{30,2} = 2,295.10^{-2}$ an^{-1} ; λ peut aussi s'exprimer en mois^{-1}, , jour^{-1}, h^{-1}, s^{-1}…..

En s^{-1} : $\lambda = \frac{ln2}{30,2\times365,25\times24\times3600} = 7,27.10^{-10}$s^{-1} avec 1an = 365,25jours ; 1jour = 24h et 1heure = 3600s.

3. <u>Calculons le nombre d'atomes initialement présents dans la source.</u>

$A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$ <u>A.N</u> : $N_0 = \frac{1,5.10^5}{7,27.10^{-10}} = 2,06.10^{14}$

4. <u>Déduisons-en la masse initiale m_0 de césium 137 dans cette source.</u>

$m_0 = \frac{N_0\times M(Cs)}{\mathcal{N}_A}$ <u>A.N</u> : $m_0 = \frac{2,06.10^{14}\times136,9}{6,022.10^{23}} = 4,69.10^{-8}$g

5. <u>Calculons l'activité de cette source 3 ans plus tard</u>

$A = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ avec $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ or $A_0 = \lambda N_0$ donc $A = A_0\, e^{-\lambda t}$

<u>A.N</u> : $A = 1,5.10^5 e^{-2,295.10^{-2}\times3} = 1,4.10^5$Bq

6. <u>Déterminons la durée pendant laquelle la source est encore utilisable</u>.

$A = A_0\, e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0} \Rightarrow \ln e^{-\lambda t} = \ln(\frac{A}{A_0}) \Rightarrow -\lambda t = \ln(\frac{A}{A_0}) \Rightarrow \lambda t = \ln(\frac{A_0}{A})$

$t = \frac{ln(\frac{A_0}{A})}{\lambda}$ <u>A.N</u>: $t = \frac{ln(\frac{1,5.10^5}{0,3.10^5})}{2,295.10^{-2}} = 70,13$ans

<u>La masse de la source</u>

$m = \frac{N\times M(Cs)}{\mathcal{N}_A}$ or $N = \frac{A}{\lambda}$ d'où $m = \frac{A\times M(Cs)}{\lambda\times\mathcal{N}_A}$ <u>A.N</u>: $m = \frac{0,3.10^5\times236,9}{2,295.10^{-2}\times6,022.10^{23}} = 5,14.10^{-16}$g

Exercice 5 Corrigé

1. <u>Ecrivons l'équation de la désintégration d'un noyau de polonium ${}^{210}_{84}Po$</u>

${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}He$

Appliquons les lois de conservation pour déterminer le noyau fils ${}^{A}_{Z}X$

− Conservation du nombre de nucléons : A + 4 = 210 ⇒ A = 210 – 4 = 206

− Conservation du nombre de protons: Z + 2 = 84 ⇒ Z = 84 − 2 = 82

Le noyau fils est donc le plomb 206 ${}^{206}_{82}Pb$

L'équation de la désintégration d'un noyau de polonium est : ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$

2. <u>Calculons l'énergie libérée (en eV) par la désintégration d'un noyau de polonium.</u>

Calculer d'abords le défaut de masse : d'après l'équation de la désintégration, on a :

$\Delta m = m({}^{206}_{82}Pb) + m({}^{4}_{2}He) - m({}^{210}_{84}Po)$ A.N: Δm = 205,9295 u + 4,00150 u − 209,9368 u = − 0,0058u

L'énergie libérée est: $\Delta E = \Delta m\times C^2$ <u>A.N</u> : $\Delta E = -0,0058\times931,5.10^6 = -5,4.10^6$eV

<u>N.B</u> : on peut aussi calculer l'énergie en joule : $\Delta E = \Delta m\times C^2$ avec Δm en kg et C m/s. Ensuite on convertie le joule en eV sachant que 1eV → $1,6.10^{-19}$J

3.

3.1 <u>Définissons la période radioactive d'un nucléide.</u>

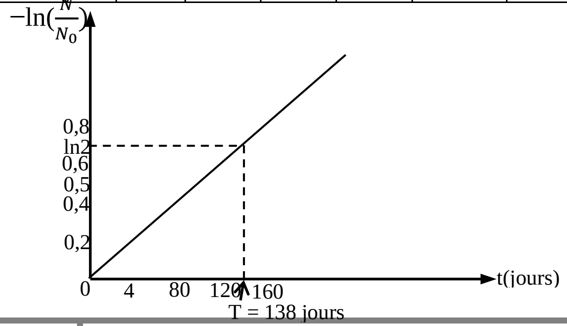
On appelle période radioactive T la durée nécessaire pour que la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon soit désintégré

3.2<u>Donnons un encadrement de celle du polonium.</u>

A t = T ; $\frac{N}{N_0}$ = 0,5 or d'près le tableau, 0,45 < 0,5 < 0,55 donc 120jours < T < 150jours

3.3Traçons la courbe $-\ln(\frac{N}{N_0}) = f(t)$. Echelle : 1cm ↔ 10jours et 1cm ↔ 0,05

t(jours)	0	40	80	100	120	150
$-\ln(\frac{N}{N_0})$	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8



3.4 <u>Déduisons de la courbe la valeur de la période T</u>.

T = 138 jours

3.5 <u>Etablissons l'expression de λ en fonction de T et calculons sa valeur.</u>

On a : $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$; à t = T, $N(T) = N_0 e^{-\lambda T} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow$

$e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$

$\ln(e^{-\lambda T}) = \ln(\frac{1}{2}) \Rightarrow -\lambda t = -\ln2$ d'où $\lambda = \frac{ln2}{T}$

<u>A.N</u> : $\lambda = \frac{ln2}{138} = 5,02.10^{-3}$ jours^{-1}

Chimie

Les alcools 1

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 97

Donner les noms et les classes des alcools suivants :

a) $CH_3-CH(CH_3)-C(CH_3)(OH)-CH_2-CH_3$

b) $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-C(CH_3)(OH)-CH_2-CH_3$

c) $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-OH$.

d) $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH(OH)-CH(C_2H_5)-C_2H_5$

Exercice 2 Corrigé Page 97

1- Ecrire la formule générale d'un alcool.
2- Ecrire la formule brute générale d'un alcool à chaîne carbonée saturée.
3- On considère l'alcool à chaîne carbonée saturée de masse molaire $M = 74g.mol^{-1}$.
 3.1. Déterminer la formule brute de cet alcool.
 3.2. Ecrire les formules semi développées possibles de cet alcool, préciser leur nom et leur classe.

Exercice 3 Corrigé Page 97

Soient les alcools suivants :
① Ethanol ② Butan-2-ol ③ Méthylpropan-2-ol ④ Pentan-1-ol
1. Ecrire la formule semi-développée et indiquer la classe à laquelle appartient chacun de ces alcools
2. On tente de procéder à une oxydation ménagée de chacun de ces alcools. Indiquer pour quelles molécules cette oxydation ménagée est possible et à quelle famille de molécules organiques appartient l'espèce chimique obtenue?

Exercice 4 Corrigé Page 97

L'analyse d'un composé A saturé acyclique de formule brute C_XH_YO montre que : $\frac{\%C}{\%H} = 4{,}8$ et $\%O = 21{,}62$
1-
 1.1 Calcule la masse molaire du composé A.
 1.2 Détermine x et y et déduis-en la formule brute de A.
 1.3. Ecris les formules semi-développées possibles, les noms et classes de A.
2-L'oxydation ménagée de A par une solution acidifiée de dichromate de potassium produit l'acide 2-méthylpropanoïque noté B.
 2.1. Définir une oxydation ménagée
 2.2. Donne les formules semi-développées et les noms des composés A et B.
 2.3 Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

A Chercher

Exercice 5

On place 1,80 g d'un alcool A, à chaine saturée non cyclique, dans un tube à essais avec un excès de sodium métal. Un gaz se dégage que l'on recueille. Son volume, mesuré dans les CNTP, vaut V = 336mL.
1. Quelle est la nature de ce gaz ?
2. En déduire la masse molaire M de l'alcool A et sa formule brute.
3. Donner la formule semi-développée et le nom de A sachant que ce dernier se forme de façon majoritaire au cours de l'addition d'eau sur le propène en milieu sulfurique.
On donne en g/mol : M(H) = 1 ; M(O) = 16 ; M(C) = 12.Volume molaire normal :22,4 L. mol^{-1}

Exercice 6

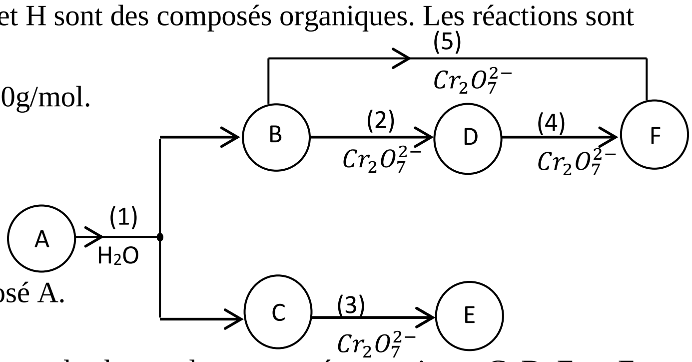
La combustion complète dans le dioxygène d'un monoalcool saturé E de formule brute générale $C_nH_{2n+2}O$, a entraîné la formation de 11,2L de dioxyde de carbone, mesuré dans des conditions où le volume molaire est V_m = 22,4 L/mol, et 10,8g d'eau.

1. Ecrire l'équation bilan de la combustion complète de E.
2. E est un alcool ramifié. Donner la formule semi – développée et le nom de chacun de ses isomères.
3. E a été obtenu majoritairement par hydratation du 3-méthylbut-1-ène. Identifier E.
4. Sachant que l'hydratation a donné 17,6g de E, déterminer la masse de l'alcène utilisé. On admet que le rendement de la réaction est de 70 %.

On donne en g/mol : C = 12 ; H = 1 ; O = 8

Exercice 7

On considère le schéma ci-dessous où A, C, D, E et H sont des composés organiques. Les réactions sont représentées par des flèches numérotées de 1 à 5.



1. A est un alcène de masse molaire moléculaire 70g/mol.

1.1 Déterminer la formule brute de A.

1.2 Donner les formules semi-développées et les noms des isomères ramifiés de A.

2. B est le 3-méthylbutan-1-ol. Ecrire sa formule semi-développée puis identifier le composé A.

3. Après analyse du schéma réactionnel :

3.1 Déterminer la formule semi-développée et le nom de chacun des composés organiques C, D, E, et F.

3.2 Ecrire l'équation-bilan des réactions 3 et 5.

On donne en g/mol : C = 12 ; H = 1 ; O = 8

Exercice 8

Un composé organique A est un alcool dérivant d'un alcane à chaîne carbonée saturée. La chaîne carbonée de sa molécule est linéaire et possède 5 atomes de carbone.
L'addition progressive d'une solution acide de dichromate de potassium sur cet alcool permet de mettre en évidence la formation de deux composés organiques.
En effet, en chauffant la solution obtenue, on constate que les vapeurs, au début de l'addition de la solution oxydante, font rosir un papier imbibé de réactif de Schiff, puis font jaunir un papier imbibé de bleu de bromothymol.

1. Donne la formule développée et le nom l'alcool A. Justifier la réponse.
2. Ecris les équations bilans de formation des deux produits d'oxydation B et C (bilans de A à B et de A à C). On donnera les formules semi développée et les noms de B et de C.
3. A 22g d'alcool A, on a ajouté 0,15 mol de dichromate de potassium en solution aqueuse acide. En supposant des réactions de rendement 90%, déduis – en les masses de B et de C obtenues (A ayant complètement disparu).

M_H =1g/mol; M_C =12g/mol / M_O =16g/mol.

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

a) 2,3-diméthylpentan-3-ol
b) 3,5-diméthylhexan-3-ol
c) 3-méthylbutan-1-ol
d) 3-éthyl-6-méthylheptan-4-ol

Exercice 2 — Corrigé

1- Formule générale d'un alcool

R – OH ou C_nH_{2n+1} – OH

2- Formule brute générale d'un alcool à chaîne carbonée saturée

$C_nH_{2n+2}O$

3-

3.1. Déterminons la formule brute de cet alcool.

$M(C_nH_{2n+2}O) = 74$ g/mol → $14n + 18$ → $n = 4$. d'où la formule brute $C_4H_{10}O$

3.2. Formules semi développées possibles, nom et classe

CH_3- CH_2- CH_2-CH_2-OH : butan-1-ol (classe I)

CH_3- CH_2- CH-CH_2 : butan-2-ol (classe II)
OH

CH_3- CH- CH_2-OH : 2-méthylpropan-1-ol (classe I)
CH₃

CH₃
CH_3- C- CH_3 : 2-méthylpropan-2-ol (classe III)
OH

Exercice 3

1. Formule semi-développées et classes des alcools

① CH_3-CH_2-OH : (classe I)

② CH_3- CH_2- CH-CH_2 : (classe II)
OH

CH₃
③ CH_3- C - CH_3 : (classe III)
OH

④ CH_3- CH_2- CH_2-CH_2-CH_2 - OH : (classe I)

2. L'oxydation ménagée est possible pour les molécules ①, ② et ④.
Pour la molécule ①, on obtient un aldéhyde ou un acide carboxylique
Pour la molécule ②, on obtient une cétone
Pour la molécule ④, on obtient un aldéhyde ou un acide carboxylique

Exercice 4 — Corrigé

1-

1.1. Calculons la masse molaire du composé A

$\%O = \frac{16\times100}{M_A} \leftrightarrow M_A = \frac{1600}{\%O}$ A.N : $M_A = \frac{1600}{21,62} = 74$ g/mol

1.2. Déterminons x et y et déduisons-en la formule brute de A

$\left.\begin{array}{l}\%C = \frac{12x\times100}{M_A} \\ \%H = \frac{y\times100}{M_A}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\%C}{\%H} = \frac{12x}{y} = 4,8 \leftrightarrow y = 2,5x$

On a $M(C_xH_yO) = (12x + y + 16)$g/mol = 74g/mol → $12x + y + 16 = 74$

$12x + 2,5x + 16 = 74$ → $x = 4$ et $y = 2,5 \times 4 = 10$ d'où la formule brute de A : $C_4H_{10}O$

1.3. Formules semi-développées possibles, les noms et classes de A.

CH_3- CH_2- CH_2-CH_2-OH : butan-1-ol (classe I)

CH_3- CH_2- CH-CH_2 : butan-2-ol (classe II)
OH

$$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-CH_2-OH$$: 2-méthylpropan-1-ol (classe I)

$$CH_3-\overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}}}-CH_3$$: 2-méthylpropan-2-ol (classe III)

2-

2.1. Une oxydation ménagée est une oxydation douce au cours de laquelle la chaine carbonée est conservée.

2.2. <u>Formules semi-développées et les noms des composés A et B.</u>

A : $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-CH_2-OH$: 2-méthylpropan-1-ol

B : $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-COOH$: Acide 2-méthylpropanoïque

2.3 Equation-bilan de la réaction.

$$(Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 7H_2O) \times 2$$

$$(CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-CH_2\text{-OH} + H_2O \rightleftharpoons CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-COOH + 4H^+ + 4e^-)\times 3$$

$$3CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-OH + 2Cr_2O_7^{2-} + 16H^+ \longrightarrow 3CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}H}-COOH + 4Cr^{3+} + 11H_2O$$

Composés carbonylés : Aldéhydes et Cétones 2

Exercices d'application

Exercice 1
Corrigé Page 102

Soit le composé de formule brute C_4H_8O.

1. Ecris ses formules semi-développées possibles.
2. Donne leurs noms et précise leurs fonctions chimiques.

Exercice 2
Corrigé Page 102

1. On dispose d'un hydrocarbure gazeux A dont la densité par rapport à l'air est d = 1,45. On fait brûler une petite quantité de A dans le dioxygène et on obtient alors 2,7g d'eau et 3,6L de dioxyde de carbone dans des conditions où le volume molaire vaut 24 L/mol. Déterminer la formule brute, la famille et le nom de A.

2. En présence d'un catalyseur, on fait réagir A avec de l'eau. On obtient un mélange de deux corps B_1 et B_2. On traite B_1 par le permanganate de potassium en milieu acide ; on obtient successivement deux corps C_1 et D_1. C_1 rosit le réactif de Schiff et D_1 rougit le papier pH. On traite également B_2 par le permanganate de potassium et on obtient un seul composé C_2 qui est sans action sur le réactif de Schiff et sur le papier pH.

2.1 Identifier (formule semi développée et nom) les composés B_1, C_1, D_1, B_2 et C_2.

2.2 Ecrire l'équation bilan de formation du composé C_2.

Exercice 3
Corrigé Page 102

L'hydratation d'un alcène linéaire A conduit à un seul composé B. l'oxydation ménagée de B donne un composé C.

1. Donner la fonction chimique de B. Quelles sont les classes possibles de B ?
2. L'oxydation ménagée de B donne un composé C. C réagit avec le 2,4-dinitrophénilhydrazine (DNPH) en formant un précipité jaune, mais C ne réagit pas avec la liqueur de Fehling.
   Donner la fonction chimique de C et préciser la classe de B.
3. La formule brute du composé B est $C_4H_{10}O$. en déduire sa formule semi-développée et les noms des composés A,B et C.

A Chercher

Exercice 4

1. La combustion complète d'une mole d'un composé X de formule C_xH_yO produit 108 g d'eau et 220 g de dioxyde de carbone (CO_2).

1.1. Ecris l'équation-bilan de la combustion de X.

1.2. Détermine la formule brute de X et Précise la fonction chimique de X.

2. On désire identifier les trois isomères à chaînes carbonées linéaires notés A, B et C de l'alcool de formule brute $C_5H_{12}O$.

2.1. Ecris les formules semi-développées, les noms et les classes des isomères à chaînes carbonées linéaires de ce composé.

2.2. Afin d'identifier les isomères A, B et C, on procède aux réactions $\mathbf{R_1}$ et $\mathbf{R_2}$ suivantes :

$\mathbf{R_1}$: A donne par chauffage sur l'alumine un seul alcène D, B donne par chauffage sur l'alumine un seul alcène E alors que C en donne deux D et E.

$\mathbf{R_2}$: L'oxydation ménagée de B par une solution acidifiée de permanganate de potassium (MnO_4^-/Mn^{2+}) produit un composé F qui ne réagit pas avec le réactif de Tollens, mais seulement avec la 2,4-DNPH.

2.2.1. A partir des expériences $\mathbf{R_1}$ et $\mathbf{R_2}$, Identifier (formule semi développée et nom) les composés A, B et C.

2.2.2. Donne les formules semi-développées et les noms des composés D, E et F.

3. Ecrire l'équation-bilan de la réactions $\mathbf{R_2}$.

<u>Données :</u> masse molaire en g/mol : C : 12 ; H : 1 ; O : 16.

Exercice 5

Un composé organique, liquide B, ne contient que du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène. L'analyse élémentaire montre que cette substance contient en masse 11,1% , d'hydrogène et 22% d'oxygène.

1. Déterminer sa formule brute sachant que sa masse molaire M = 72 g/mol.
2. Si on verse quelques gouttes de cette substance B dans un tube contenant de la 2,4-DNPH, on obtient un précipité jaune.
   2.1 Quelles sont les formules semi- développées que l'on peut envisager pour le liquide B ?
   2.2 Indiquer le nom des produits correspondants à chaque formule.
3. Une solution de dichromate de potassium est réduite par le composé B en milieu acide.
   3.1 A quelle famille de produits organiques le composé B appartient-il ?
   3.2 Indiquer les formules qu'on peut retenir.
4. Le composé B est en fait l'isomère à chaine ramifiée.
   4.1 Indiquer la formule semi – développée et le nom du corps organiques C obtenu dans la réaction de B avec la solution de dichromate de potassium.
   4.2 Ecrire l'équation bilan de la réaction d'oxydoréduction qui conduit B à C.
5. Le liquide B provient de l'oxydation ménagée d'un alcool A.
   5.1 Préciser le nom, la formule semi-développée et la classe de A.
   5.2 Peut-on obtenir A à partir de l'hydratation d'un alcène ? Justifier.

On donne en g/mol : M(C) = 12 ; M(H) = 1 et M(O) = 16.

Exercice 6

On dispose de deux isomères A et B de formule brute $C_5H_{12}O$. On procède aux réactions suivantes :

- R_1 : A et B réagissent tous deux sur le sodium.
- R_2 : A donne par chauffage sur l'alumine un alcène C et B en donne deux produits: C et D.
- R_3 : B donne par chauffage sur le cuivre en présence d'air un composé E qui ne réagit pas avec le réactif de Tollens, mais seulement avec la 2,4-DNPH.
- R_4 : En revanche, A par chauffage sur le cuivre en présence d'air donne un produit F qui ne réagit ni avec la 2,4-DNPH, ni avec le réactif de Tollens.

1. Préciser les fonctions chimiques de A et de B. En déduire leur groupe caractéristique.
2. Quels sont les formules semi-développées et les noms des isomères possibles de A et B ?
3. Identifier les composés organiques A, B, C, D, E et F.
4. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de A avec le dichromate de potassium acidifié.

On donne : $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$

Exercice 7

1. L'alcène R-CH = CH_2 est hydraté en présence d'acide sulfurique. Quels sont les deux composés susceptibles d'être obtenus ?
2. Pratiquement on considère qu'un seul composé se forme. Soit A ce composé. On fait réagir 20g de A avec une solution de dichromate de potassium et d'acide sulfurique. Le composé B obtenu, de masse molaire M = 58g/mol donne un précipité avec la D.N.P.H mais ne réduit pas la liqueur de Fehling. En déduire la nature de B et de A. écrire leur formule semi-développée et donner leur nom.
3. Ecris l'équation bilan de la réaction entre le composé A et l'ion dichromate.
4. Quel volume minimal de solution de dichromate de potassium de concentration C = 1mol/l faut-il utiliser pour que la totalité du composé A soit oxydé ?

M_O= 16g/mol; M_H = 1g/mol; M_C =12g/mol.

Exercice 8

Un alcène gazeux non ramifié A, de densité par rapport à l'air d = 1,931, conduit par hydratation à un mélange de deux composés B et C. Afin de déterminer ces composés, on procède à leur déshydrogénation catalytique, en l 'absence d'air, sur du cuivre maintenu à 300°C. Les composés B' et C respectifs, obtenus sont condensés. B' et C sont traités par un excès de DNPH : On obtient dans les deux cas un précipité jaune. B' traité par un large excès de liqueur de Fehling donne un précipité rouge brique. C ne donne aucune réaction avec la liqueur de Fehling. Déterminer la masse molaire puis la formule brute de l 'alcène.

1. En déduire la formule semi -développée et le nom de A. Donner la fonction chimique de B' et C.

2. Déterminer leur formule semi -développée ainsi que leur nom.
3. En déduire le nom et la formule semi- développée de B et C. Lequel d'entre eux est obtenu de façon majoritaire? Justifier votre réponse.
4. Ecrire les équations des réactions de passage de B à B' et de C à C'.
5. Ecrire l'équation de la réaction observée avec la liqueur de Fehling (Cu^{2+} ; OH^-).
   Couple Liqueur de Fehling : Cu^{2+}/Cu_2O.

Exercice 9

1. La combustion complète d'un composé organique A de formule C_XH_YO donne exclusivement du dioxyde de carbone et d'eau. Avec1,74g de ce composé on obtient 3,96g de dioxyde de carbone et 1,62g d'eau.
   1.1 Ecrire l'équation-bilan générale de cette réaction et équilibrer.
   1.2 Déterminer la formule brute de A.
   1.3 Donner les fonctions chimiques du composé X puis préciser leur groupement fonctionnel.
   1.4 Déterminer tous ses isomères de X et donner leurs noms.
2. Afin d'identifier complètement le composé A, on réalise les expériences suivantes :
   - l'un des isomères B du composé A donne un précipité jaune avec la 2,4-DNPH et un précipité rouge brique avec la liqueur de Fehling.
   - l'autre isomère B' réagit seulement avec la 2,4-DNPH.

   2.1 Identifier les composés organique B et B'.
   2.2 Ecrire l'équation-bilan de la réaction de B avec la liqueur de Fehling puis nommer le composé organique C formé.
3. Le composé organique a réagit avec l'ion permanganate en milieu acide.
   3.1 Nommer cette réaction puis préciser ces caractéristiques.
   3.2 Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.
   3.3 Donner le nom du composé organique D formé.

   Données : masse molaire atomique en (g/molC) : 12 ; H : 1 ; O : 16

CORRIGE

Exercice 1

1. Formules semi-développées possibles.

$CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CHO$ (A) ; $CH_3\text{-}CH(CH_3)\text{-}CHO$ (B) ; $CH_3 - CH_2 - CO - CH_3$ (C)

2. Noms et fonctions chimiques.

A : Butanal (aldéhyde) ; B : 2-méthylpropanal (aldéhyde) ; C : Butanone (cétone)

Exercice 2 — Corrigé

1. Déterminons la formule brute, la famille et le nom de A.

$$C_xH_y + \left(x + \frac{y}{4}\right) O_2 \longrightarrow xCO_2 + \frac{y}{2} H_2O$$

Bilan molaire : $\frac{n_A}{1} = \frac{n(CO_2)}{x} = \frac{2n(H_2O)}{y}$; $\frac{V(CO_2)}{xV_m} = \frac{2m(H_2O)}{yM(H_2O)} \rightarrow \frac{3,6}{24x} = \frac{2\times2,7}{18y} \leftrightarrow y = 2x$

Or $M(C_xH_y) = 29\times d \leftrightarrow 12x + y = 29\times1,45 \leftrightarrow 12x + 2x = 42,05 \leftrightarrow 14x = 42,05 \leftrightarrow x = 3 \rightarrow y = 2\times3 = 6$

d'où la formule brute de A : C_3H_6 ; famille de A : alcène ; nom de A : propène ou prop-1-ène

2.

2.1 Identifions les composés B_1, C_1, D_1, B_2 et C_2.

B_1 : $CH_3 - CH_2 - CH_2 - OH$: Propan-1-ol

B_2 : $CH_3 - CH(OH) - CH_3$: Propan-2-ol

C_1 : $CH_3 - CH_2 - CHO$: Propanal

D_1 : $CH_3 - CH_2 - COOH$: Acide Propanoïque

C_2 : $CH_3 - CO - CH_3$: Propanone

2.2. Equation bilan de formation du composé C_2.

$$(MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O) \times 2$$

$$(CH_3-CH(OH)-CH_3 \rightleftharpoons CH_3-CO-CH_3 + 2H^+ + 2e^-)\times 5$$

$$5\,CH_3-CH(OH)-CH_3 + 2\,MnO_4^- + 6H^+ \longrightarrow 5CH_3-CO-CH_3 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$$

Exercice 3

1. Fonction chimique de B : Alcool.
   Classes possibles de B : classe I et classe II

2. Fonction chimique de C : Cétone ; classe de B : classe II

3. Formule semi-développée et nom des composés A, B et C.

A : $CH_3 - CH = CH - CH_3$: but-2-ène ; B : $CH_3\text{-}CH_2\text{-}CH(OH)\text{-}CH_2$: butan-2-ol

C : $CH_3 - CH_2 - CO - CH_3$: butan-2-one

Les amines 3

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé 105

Nommer les composés suivants :

a) $CH_3 - \underset{}{\overset{C_2H_5}{\overset{|}{CH}}} - CH_2 - NH_2$

b) $C_6H_5 - \overset{CH_3}{\overset{|}{N}} - CH_3$

c) $CH_3 - CH_2 - CH_2 - \overset{CH_3}{\overset{|}{N}} - CH_2 - CH_3$.

d) $CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{CH_3}{|}}{N} - C_2H_5$

e) $CH_3 - \overset{CH_3}{\overset{|}{\underset{\underset{CH_3}{|}}{N^+}}} - CH_3$

f) $C_2H_5 - NH - CH_2 - C_2H_5$

g) $CH_3 - \overset{NH_2}{\overset{|}{CH}} - CH_3$

Exercice 2 Corrigé 105

Ecrire les formules semi – développées des amines suivants et donner leur classe :

a) Butan-2-amine b) N- méthyléthylamine c) diéthylamine
d) Triméthylamine e) N-méthylaniline f) N-éthyl-N-méthylpropanamine

Exercice 3 Corrigé 105

Soit une amine tertiaire ayant des groupements alkyles identiques. On fait réagir sur cette amine de l'iodoéthane en solution dans l'éther. Il se forme un précipité blanc qui est un solide ionique.

1-Ecrire l'équation bilan de la réaction.
2-Quelles propriétés des amines cette réaction met-elle en évidence ?
3-Une solution aqueuse de cette amine de concentration molaire 0,2 mol/ L a été préparée en dissolvant 20,2 g d'amine pour 1L de solution.
  3-1-Quelle est sa masse molaire ?
  3-2- Déterminer sa formule brute.
  3-3-Donner sa formule développée et son nom.

A Chercher

Exercice 4

Une amine est obtenue formellement à partir de l'ammoniac NH_3 en remplaçant 1, 2 ou 3 atomes H par des groupes carbonés. Donner la formule semi – développée, le nom et la classe des amines obtenues en remplaçant :

1. Un atome H par un groupe éthyle.
2. Un atome H par un groupe éthyle et un autre par un groupe éthyle.
3. Deux atomes H par deux groupes éthyle et un autre par un groupe méthyle.
4. Deux atomes H par deux groupes éthyle et un autre par un groupe phényle.
5. Un atome H par un groupe méthyle, Un atome H par un groupe éthyle et un atome H par un groupe phényle.

Exercice 5

On considère une monoamine primaire à chaîne carbonée saturée non cyclique.

1-Indiquer la formule brute d'une telle amine sachant qu'elle comporte n atomes de carbones.
  Exprimer en fonction de n, le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient.
2-Une masse de 27 g d'une telle amine contient 5,2% d'azote. Quelle est sa formule brute ?
3-Ecrire les formules semi-développées des isomères possibles de ces amines primaires et donner leurs noms.
4-On considère une solution aqueuse de l'amine primaire de concentration C.

Son pH est-il inférieur ou égal à celui d'une solution d'hydroxyde de sodium de même concentration ?

Exercice 6

1. On considère les amines possédant trois atomes de carbone.
   1.1 Donner leur formule brute.
   1.2 Donner les formules semi – développées et les noms des amines isomères.
   On précisera la classe de chacune d'elles.
2. Parmi ces isomères, on considère l'amine tertiaire. On dissout cette amine dans l'eau.
   2.1 Ecrire l'équation – bilan de la réaction. Préciser le caractère de l'amine.
   2.2 On fait réagir cette amine sur l'iodométhane. Ecrire l'équation – bilan de la réaction.
   Quel caractère de l'amine cette réaction met – elle en évidence ? Expliquer.
3. On utilise une solution de l'amine primaire à chaîne linéaire. D'autre part, on dispose d'une solution d'acide chlorhydrique obtenue par dissolution de 1,12 L de chlorure d'hydrogène (mesuré dans les conditions normales : Vm = 22,4 L/mol) dans 0,5L d'eau.
   3.1 Ecrire l'équation bilan de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau.
   3.2 Calculer la concentration molaire Ca de la solution d'acide chlorhydrique obtenue.
4. Il faut ajouter 18 cm^3 de cette solution acide à 20 cm^3 de la solution d'amine primaire pour obtenir l'équivalence acido-basique.
   4.1 Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit lors du mélange.
   4.2 Calculer la concentration C_b de la solution d'amine.
   4.3 En déduire la masse d'amine qu'il faut dissoudre dans 1L d'eau pour obtenir la solution précédente.

On donne en g/mol C = 12 ; H = 1 ; N = 14

Exercice 1 — Corrigé

Nommons les composés :

a) 2-méthylbutan-1-amine ; b) N,N-diméthylphénylamine ; c) N-éthyl-N-méthylpropylamine

d) N-éthyl-N-méthyléthylamine ; e) ion tétramethylammonium ; f) N-éthylpropylamine ;

g) propan-2-amine

Exercice 2 — Corrigé

Formules semi – développées et classes des amines :

a) $CH_3 - \underset{}{\overset{NH_2}{\overset{|}{C}H}} - CH_2 - CH_3$ (classe I)   b) $CH_3 - NH - C_2H_5$ (classe II)

c) $CH_3 - CH_2 - NH - CH_2 - CH_3$ (classe II)   d) $CH_3 - \underset{CH_3}{\underset{|}{N}} - CH_3$ (classe III)

e) $C_6H_5 - NH - CH_3$ (classe II)   f) $C_2H_5 - \overset{CH_3}{\overset{|}{N}} - CH_2 - C_2H_5$ (classe III)

Exercice 3 — Corrigé

1-Ecris l'équation bilan de la réaction.

$$(C_nH_{2n+1})_3\overline{N} \quad + \quad C_2H_5-I \longrightarrow (C_nH_{2n+1})_3N^{+}-C_2H_5 \quad + \quad I^{-}$$

2- Propriétés nucléophiles

3-

3-1- La masse molaire de l'amine

$$C = \frac{n}{V} \quad \text{or} \quad n = \frac{m}{M} \quad \text{d'où} \quad C = \frac{m}{M\times V} \leftrightarrow M = \frac{m}{C\times V} \qquad \text{A.N : } M = \frac{20{,}2}{0{,}2\times 1} = 101 \text{g/mol}$$

3-2- Déterminons sa formule brute.

$$M((C_nH_{2n+1})_3N) = (42n + 17)\ \text{g/mol} = 101\text{g/mol} \rightarrow 42n + 17 = 101 \rightarrow n = 2$$

3-3- Donnons sa formule semi-développée et son nom.

$C_2H_5 - \overset{C_2H_5}{\overset{|}{N}} - C_2H_5$ Triéthylamine

Les acides carboxyliques et dérivés 4

Exercices d'application

Exercice 1
Corrigé Page 110

On donne les formules de cinq corps: a) CH_3-CH_2-CH_2-OH; b) CH_3-CH(OH)-CH_3;
c) CH_3-CH_2-COCl; d) CH_3-C(CH_3)$_2$-COOCH_2-CH_3 ; e) CH_3-CH_2-CO-NH_2.

1-Indiquer la fonction et le groupe fonctionnel caractéristiques de chacun de ces corps.

2- Donner les noms de chacun des composés ci-dessus.

Exercice 2
Corrigé Page 110

Ecrire les formules semi développées des composés organiques suivants:

a) Acide 2,3-diméthylbutanoïque ; b) chlorure de 2-méthylbutanoyle ; c) anhydride éthanoïque

d) benzoate de propyle e) N- ethyl, N-méthylbutanamide;

Exercice 3
Corrigé Page 110

On dispose d'un alcool saturé A contenant en masse 64.68 % de carbone.

1. Déterminer la formule brute et les isomères possibles de cet alcool.
2. Par oxydation ménagée de A on obtient un composé B sans action sur la liqueur Fehling mais réagit positivement sur la 2.4 - DNPH.

 2.1 Quelle est la nature de chaque composé A et B.

 2.2 Donner les noms et les formules de A et B.

3. L'action du chlorure d'éthanoyle sur A donne un composé C. Donner la formule semi-développée et le nom de C. Ecrire l'équation de la réaction.
4. Deux autres composés organiques D et E réagissant chacun sur A et permettent d'obtenir le composé C.

 4.1 Proposer une formule semi-développée pour D puis pour E. Nommer les.

 4.2 Ecrire l'équation bilan de chacune des réactions.

 4.3 Comparer ces deux réactions.

Exercice 4
Corrigé Page 111

L'hydrolyse d'un ester (E) de formule $C_5H_{10}O_2$ conduit à la formation de l'acide éthanoïque et d'un composé (A).

1. A quelle famille appartient le composé (A) ?
2. Le composé (A) est oxydé par le permanganate de potassium en milieu acide. Il se forme un composé (B). (B) réagit avec la DNPH et est sans action sur la liqueur de Fehling.

 2.1 A quelle famille appartient le composé (B) ?

 2.2 Donner les formules semi-développées et les noms des composés (A) et (B).

3.

 3.1 Donner la formule semi-développée et le nom de l'ester (E).

 3.2 Ecrire l'équation bilan de la réaction d'hydrolyse de l'ester (E) ; Donner les caractéristiques de cette réaction.

4. Ecrire une équation-bilan de la réaction permettant de passer de l'acide éthanoïque :

 4.1 au chlorure d'éthanoyle ;

 4.2 à l'anhydride d'éthanoïque ;

 4.3 à l'éthanamide.

A Chercher

Exercice 5

L'odeur de banane est due à un composé organique C .L'analyse élémentaire de ce composé a permis d'établir sa formule brute qui est de $C_8H_{12}O_2$.Afin de déterminer la formule semi développée de ce composé, on réalise les expériences suivantes :

1- L'hydrolyse de C donne un acide carboxylique A et un alcool B.

 L'acide carboxylique a réagi avec le pentachlorure de phosphore (PCl_5) pour donner un composé X par action de l'ammoniac sur X on obtient un composé organique D à chaîne carbonée saturée non ramifiée. La masse molaire moléculaire du composé D est égale à 59 g/mol

 1-1 Préciser les fonctions chimiques de C, X, D.

1-2 On désigne par n le nombre d'atomes de carbones contenus dans la molécule du composé D.
1-2-1-Exprimer en fonction de n la formule générale du composé organique D.
1-2-2 Déterminer la formule semi développé de D et donner son nom.
1-3 Donner les formules semi développé et les noms des composés X et A.
2- L'alcool B est un alcool non ramifié. Il est oxydé par une solution acidifiée de permanganate de potassium. Il se forme un composé organique E qui donne un précipité jaune avec la 2,4- DNPH et qui réagit avec la liqueur de Fehling.
2-1 Préciser la fonction chimique de E
2-2 Donner la formule semi développée et le nom de E et B.

Exercice 7

On considère le corps gras suivant :On saponifie une masse $m_A = 3{,}02$ g de ce corps gras, avec la potasse en excès.

$CH_2O\text{-}CO\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3$
$|$
$CHO\text{-}CO\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3$
$|$
$CH_2O\text{-}CO\text{-}CH_2\text{-}CH_2\text{-}CH_3$

1-Représenter le schéma légendé du dispositif expérimental utilisé.
2-Donner les deux caractéristiques de la réaction chimique étudiée.
3-Ecrire l'équation bilan de la réaction chimique, en utilisant les formules semi-développées.
4-Quel nom usuel donne-t-on au produit B de la réaction ayant des propriétés nettoyantes?
5- Quel est le nom de ce produit B dans la nomenclature officielle?
6-Calculer la masse de B obtenue.
7-Nommer l'opération permettant sa séparation du mélange réactionnel.

Masse molaire (g/mol) : M_A=302 ; M_B= 126.

Exercice 8

On veut déterminer la formule d'un acide carboxylique A, à chaîne carbonée saturée. On dissout une masse m = 3,11 g de cet acide dans l'eau pure. La solution obtenue a un volume V = 1L. On en prélève un volume $V_A = 10\ cm^3$ que l'on dose à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B = 5{,}0.10^{-2}$ mol/L. L'équivalence est atteinte lorsqu'on a versé $V_B = 8{,}4\ cm^3$ de la solution d'hydroxyde de sodium.

1. Calculer la concentration C_A de la solution acide.
2. En déduire la formule brute de l'acide A, sa formule semi – développée et son nom.
3. On fait agir sur A un agent chlorurant puissant, le pentachlorure de phosphore par exemple. Donner la formule semi – développée et le nom du composé organique obtenu.
4. On fait agir sur A un agent déshydratant puissant, P_4O_{10}, par exemple. Identifier (nom et formule semi – développée) le corps organique obtenu.
5. Donner le nom et la formule semi- développée du corps obtenu par action du butan-2-ol sur A. Ecrire l'équation bilan de cette réaction.
6. On fait agir sur A de l'ammoniac. Le composé obtenu est ensuite déshydraté par chauffage prolongé. Donner le nom et la formule semi développée de la substance qu'on obtient alors.

Exercice 9

Un ester A a pour formule : R – COO - R' ; R et R' étant des radicaux alkyles : C_nH_{2n+1}.
La masse molaire de cet ester A est M = 116 $g.mol^{-1}$. Par hydrolyse de cet ester A, on obtient deux composés B et C.
1. Ecrire l'équation chimique traduisant la réaction d'hydrolyse.
2. Le composé B obtenue est un acide carboxylique. On en prélève une masse m = 1,5 g que l'on dilue dans de l'eau pure. La solution obtenue est dosée par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C = 2 $mol.L^{-1}$. L'équivalence a lieu lorsque l'on a versé V = 12,5 cm^3 de la solution d'hydroxyde de sodium.
2.1 Quelle est la masse molaire du composé B ?
2.2 Donner sa formule semi développée et son nom.
3.
3.1 Le composé C a pour formule brute $C_4H_{10}O$. Donner ses différents isomères.
3.2 En déduire les différentes formules semi développées possibles pour l'ester A. Donner dans chaque cas envisagé le nom de l'ester.
4. L'oxydation de C conduit à un composé D qui donne avec la D.N.P.H. un précipité jaune mais sans action sur le réactif de Schiff.
1.1 Quels sont la formule semi développée et le nom de D.
1.2 Quel est le nom du composé C ?
1.3 Donner maintenant la formule semi développée de l'ester.

Exercice 10

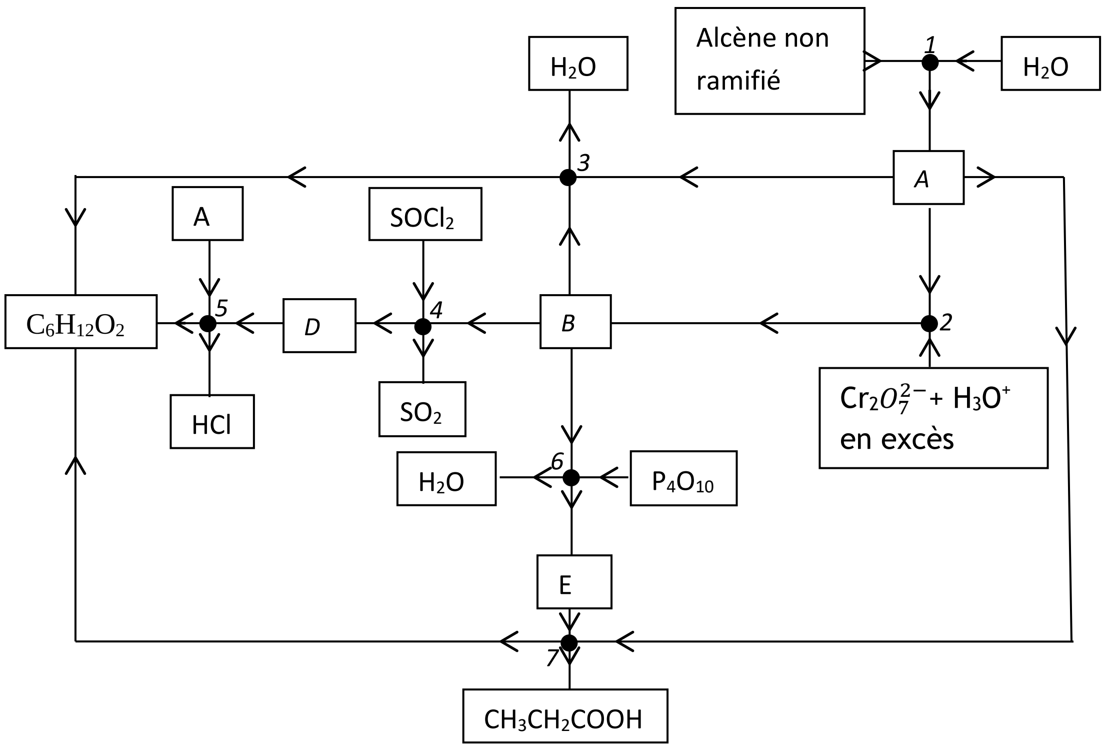
L'hydrolyse d'un ester E produit deux corps A et B.

1. La combustion complète d'une mole de A de formule CxHyOz nécessite six moles de dioxygène, produit 90 g d'eau et 176 g de dioxyde de carbone.
  1.1 Ecrire l'équation bilan de la combustion de A.
  1.2 Montrer que la formule brute de A est $C_4H_{10}O$.
2. L'oxydation ménagée de A par le dichromate de potassium acidifié conduit à un corps A' qui ne réagit pas avec le nitrate d'argent ammoniacal (réactif de Tollens).
  2.1 Quelle est la fonction chimique de A' sachant que sa molécule ne contient pas de groupe carboxyle.
  2.2 En déduire les formules semi – développées et les noms de A et A'.
  2.3 Ecrire l'équation bilan de l'oxydation de A.
3. Le corps B réagit avec le chlorure de thionyle pour donner un composé organique C. L'action de C sur la méthylamine produit du N-méthyléthanamide. En présence d'un déshydratant comme P_4O_{10}, B donne un composé organique D.
Indiquer les noms et formules semi développées de B, C, D et E.
4. On fait agir sur E une solution d'hydroxyde de sodium à chaud.
  4.1 Ecrire l'équation bilan de cette réaction et nommer les produits.
  4.2 Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?
5. Par analogie, écrire l'équation de la réaction de saponification du triester du glycérol et de l'acide oléique ($C_{17}H_{33}COOH$). Nommer les produits obtenus.

Exercice 11

La synthèse d'un composé organique de formule $C_6H_{12}O_2$ est schématisé sur l'organigramme suivant. Les flèches qui arrivent en un point renforcé indiquent les réactifs qui participent à la réaction considérée ; celles qui partent donnent les produits formés. La réaction 1 donne deux produits A et A'. Ici on considère le produit A obtenu en majorité. On veut déterminer les composés A, B, D, E et l'alcène ramifié. On donne :
Ion dichromate en milieu acide($Cr_2O_7^{2-}$+ H_3O^+) ; chlorure de thionyle, chlorurant puissant($SOCl_2$) ; décaoxyde de tétraphosphore, déshydratant (P_4O_{10}).

1. Donner :
  1.1 le nom de chacune des réactions 3, 4, 5 et 6.
  1.3 Les caractéristiques des réactions 3 et 5.
2. Reproduire et remplir le tableau ci-dessous.



composés	Formules semi-développées	Fonctions chimiques	Noms officiels
A			
B			
C			
D			

3. Donner le nom et la formule semi-développée de :
   2.3 l'alcène utilisé.
   2.4 la molécule organique synthétisée de formule brute $C_6H_{12}O_2$.

Exercice 12

1. On réalise l'hydratation du 2-méthylpropène. On peut prévoir théoriquement la formation de deux alcools.
   1.1 Ecrire les deux équations bilans correspondant aux deux réactions possibles en utilisant les formules semi-développées.
   1.1 Donner le nom et la classe de chacun des deux alcools.
2. En réalité, on obtient pratiquement un seul alcool ; on désire déterminer celui-ci. Pour cela, on réalise l'estérification de m_1 = 3,70g de cet alcool par m_2 = 3,00g d'acide éthanoïque.
   1.1 Ecrire l'équation bilan de cette réaction d'estérification à l'aide de la formule générale des alcools.
   1.2 Donner les caractéristiques de cette réaction.
   1.3 Les conditions expérimentales étant respectées, on dose l'acide restant dans la solution par une solution de soude de concentration C = 2,00 mol/L. il faut verser V = 24mL de solution de soude pour atteindre l'équivalence acido-basique. Calculer :
   1.3.1 La quantité d'acide restant (en mole).
   1.3.2 La quantité d'acide ayant réagi (en mole).
   1.3.3 La quantité d'alcool ayant réagi et en déduire la masse d'alcool ayant réagi.
   1.3.4 Le pourcentage(en mole) d'alcool estérifié.

Exercice 1 — Corrigé

1-Indiquons la fonction et le groupe fonctionnel caractéristiques de chacun des corps.

a) $-\overset{|}{\underset{|}{C}}-OH$; b) $-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow Cl\end{smallmatrix}$; c) $-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O-\end{smallmatrix}$ d) $-\overset{\overset{O}{||}}{C}-\underset{|}{N}-$

2- Donnons les noms des composés.

a) Propan-1-ol ; b) Chlorure de propanoyle ; c) 2,2-diméthylpropanoate d'éthyle ; d) Propanamide

Exercice 2 — Corrigé

Formules semi développées des composés organiques :

a) $CH_3-CH_2-\overset{\overset{CH_3}{|}}{\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}}-COOH$ b) $CH_3-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow Cl\end{smallmatrix}$ c) $CH_3-\overset{\overset{O}{||}}{C}-O-\overset{\overset{O}{||}}{C}-CH_3$

d) $C_6H_5-\overset{\overset{O}{||}}{C}-CH-CH_2-CH_3$ e) $CH_3-CH_2-CH_2-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow \underset{\underset{CH_3}{|}}{N}-C_2H_5\end{smallmatrix}$

Exercice 3 — Corrigé

1. Déterminons la formule brute et les isomères possibles de cet alcool.

A : $C_nH_{2n+2}O$; $M_A = (14n + 18)$ g/mol

$\%C = \frac{12n \times 100}{14n+18} \rightarrow 64{,}68 = \frac{12n \times 100}{14n+18} \leftrightarrow (14n + 18) \times 64{,}68 = 1200n \leftrightarrow n \approx 4$

d'où la formule brute de A : $C_4H_{10}O$

Isomères de A.

$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$ $CH_3-CH_2-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$ $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-OH$

$CH_3-\overset{\overset{CH_3}{|}}{\underset{\underset{OH}{|}}{C}}-CH_3$

2.

2.1. A : Alcool secondaire ; B : Cétone

2.2. A : butan-2-ol ; B : butanone

3. Formule semi-développée et le nom de C. Equation de la réaction.

C : $CH_3-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_3\end{smallmatrix}$ Ethanoate de 1-méthylpropyle

$$CH_3-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow Cl\end{smallmatrix} + CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3 \longrightarrow CH_3-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_3\end{smallmatrix} + HCl\nearrow$$

4.

4.1 Formule semi-développée et nom de D et de E.

D : CH_3-COOH : acide éthanoïque ; E : $CH_3-\underset{\underset{O}{||}}{C}-O-\underset{\underset{O}{||}}{C}-CH_3$: anhydride éthanoïque

4.2 Equation-bilan de chacune des réactions.

$$CH_3-COOH + CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3 \rightleftarrows CH_3-C\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_3\end{smallmatrix} + H_2O$$

(1)

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-O-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-CH_3 + CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3 \longrightarrow CH_3-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_2-CH_3\end{matrix} + CH_3-COOH$$

(2)

4.3 <u>Comparaison des deux réactions.</u>

(1) est une réaction d'estérification directe de caractéristiques rapide, totale et exothermique alors que (2) est une réaction d'estérification indirecte de caractéristiques lente, limitée et athermique.

Exercice 4 — Corrigé

1. (A) est un alcool

2.

2.1. (B) est une cétone

2.2. <u>Formules semi-développées et les noms des composés (A) et (B).</u>

A : $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3$: Propan-2-ol B : $CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-CH_3$: Propanone

3.

3.1. <u>Formule semi-développée et nom de l'ester (E)</u>

$$CH_3-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3\end{matrix}$$ éthanoate de méthyléthyle ou éthanoate d'isopropyle

3.2. <u>Equation bilan de la réaction d'hydrolyse de l'ester (E) et caractéristiques de cette réaction.</u>

$$CH_3-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow O-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3\end{matrix} + H_2O \rightleftarrows CH_3-COOH + CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{C}-CH_3$$

4. Equation-bilan de la réaction permettant de passer de l'acide éthanoïque :

4.1 au chlorure d'éthanoyle ;

$$CH_3-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-OH + PC\ell_5 \longrightarrow CH_3-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-C\ell + POC\ell_3 + HC\ell\nearrow$$

4.2 à l'anhydride d'éthanoïque ;

$$CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-OH + CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-OH \longrightarrow CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-O-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-CH_3 + H_2O$$

4.3 à l'éthanamide.

$$CH_3-COOH + NH_3 \rightleftarrows CH_3-COO^- ; NH_4^+ \xrightarrow[\Delta]{} CH_3-\underset{\underset{O}{\Vert}}{C}-NH_2 + H_2O$$

Les acides α- aminés et protéines

5

Exercices d'application

Exercice 1

Donner les formules semi-développées des acides α – aminés suivants :

a) Acide 2 –aminoéthanoïque. b) Acide 2-amino-3-méthylbutanoïque.

c) Acide 2-amino-3-méthylpentanoïque. d) Acide 2-amino-3,4-diméthylpentanoïque.

Exercice 2

1-Ecrire la formule de l'ion mixte dipolaire présent dans une solution aqueuse d'alanine

2-Ecrire les deux couples acide base correspondant à cet ion mixte.

3-Attribuer à chaque couple précédent le pKi correspondant: $pK_1 = 2,3$ et $pK_2 = 9,9$.

4-Préciser l'espèce chimique relative à l'alanine qui est prédominante pour pH = 2; pH = 6 et pH = 11.

Exercice 3

Un acide α – aminé à résidu carboné et saturé possède 6 atomes de carbones.

1. Quelle est sa formule brute ?
2. Donner les formules semi-développées et les noms systématiques des isomères de cet acide.

A Chercher

Exercice 4

On considère un mélange de valine (acide 2-amino- 3-méthylbutanoïque) et d'alanine.

1. Ecrire la formule semi – développée de chacun de ces acides α-aminés.
2. Combien de dipeptides différents peut-on théoriquement avoir dans ce mélange ?
   Ecrire leur formule en mettant en évidence les liaisons peptidiques.

Exercice 5

On veut faire réagir la valine (acide 2-amino – 3 – méthylbutanoïque) sur un autre acide α – aminé dont le résidu R est un groupe carboné saturé.

1. Comment faire pour n'obtenir qu'un seul dipeptide ?
2. Déterminer le résidu R si la masse molaire du dipeptide obtenu est 174 g/mol.
3. En déduire la formule semi – développée et le nom systématique de l'acide α – aminé utilisé. Quelle est alors la formule du dipeptide ? Donner son nom.

On donne en g/mol : N = 14 C = 12 H = 1 O = 16

Exercice 6

1. Un acide α - aminé A contient en masse 11,97 % d'azote. Son résidu R est un groupe carboné saturé avec ramification.
   1.1 Quelle est la formule brute de A?
   1.2 Donner sa formule semi – développée et son nom systématique.
2. L'élimination d'une molécule de dioxyde de carbone sur la molécule de A conduit à un composé B.
   2.1 Quelle est la fonction chimique de B ?
   2.2 Donner sa formule semi – développée, son nom et sa classe.
   2.3 Donner d'autres isomères de B (nom, formule et classe)
3. On fait réagir sur B un chlorure d'acyle C contenant 70,38 % en masse d'oxygène. On obtient un composé organique D.
   3.1 Déterminer la formule et le nom du chlorure d'acyle.
   3.2 Ecrire l'équation bilan de la réaction et nommer D.

On donne en g/mol : Cl = 35,5 N = 14 C = 12 H = 1 O = 1

Solutions aqueuses ioniques – Notion de pH

6

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 115

Choisir la ou les bonne(s) réponse(s).

1. Lorsqu'on dilue une solution sa quantité de matière :
   1.1 augmente.
   1.2 diminue.
   1.3 reste constante.
2. Lorsqu'on dilue une solution son volume :
   2.1 augmente.
   2.2 diminue.
   2.3 reste constante.
3. Lorsqu'on introduit un gaz de volume V_1 dans une solution de volume V_2, le volume final de la solution est :
   3.1 $V = V_1 + V_2$
   3.2 $V = V_1$
   3.3 $V = V_2$
4. Lorsqu'on prélève une quantité d'une solution ; la quantité prélevée et la solution initiale :
   4.1 ont la même concentration.
   4.2 n'ont pas la même concentration.
   4.3 ont la même quantité de matière.
   4.4 n'ont pas la même quantité de matière.

Exercice 2 Corrigé Page 115

1. Ecrire l'équation traduisant la dissolution dans l'eau du sulfate de sodium Na_2SO_4
2. La concentration en soluté apporté du sulfate de sodium est $c = 0,15\ mol \cdot L^{-1}$.
 2.1 Calculer la concentration massique du sulfate de sodium.
 2.2 Quelles sont dans la solution, les concentrations des ions $Na^+(aq)$ et $SO_4^{2-}\ (aq)$?
 On donne en $g.mol^{-1}$ Na = 23; S = 32; O = 16.

Exercice 3 Corrigé Page 115

On dilue 100 fois une solution aqueuse. Pour cela on dispose de la verrerie suivante: pipettes 10mL, 20mL et 25mL; fiole jaugées 100mL, 250mL et 1000mL et une pissette contenant de l'eau distillée.
1. Indiquer de manière précise le mode opératoire.
2. La concentration de la solution diluée est $C = 0,1 mol.L^{-1}$. En déduire la concentration de la solution initiale.

Exercice 4 Corrigé Page 115

1. Le « sel de Mohr » est un corps cristallisé possédant la composition molaire suivante : $FeSO_4(NH_4)_2SO_4,6H_2O$. On dissout 0,784g de ce sel dans $100cm^3$ d'eau.
1.1 Ecrire l'équation de dissolution du « sel de Mohr » dans l'eau.
1.2 Faire l'inventaire de tous les ions présents dans la solution aqueuse de sel de Mohr
1.3 Calculer les concentrations molaires des ces ions de la solution de 25°C.
2. Quelle masse de sulfate de cuivre $CuSO_4,5H_2O$ faut-il dissoudre dans $500cm^3$ d'eau pour obtenir une solution où la concentration molaire en ion cuivre est de 0,025 mol/L.
On donne en $g.mol^{-1}$; N = 14; S = 32; O = 16 ; Fe = 56 ; H = 1 ; Cu = 63,5.

Exercice 5 Corrigé Page 116

1. Quel volume de chlorure d'hydrogène (mesuré dans les CNTP) faut- il dissoudre dans 50 mL d'eau pour obtenir une solution de pH = 4 ? on donne $V_m = 22,4L/mol$
2. On ajoute 0,585g de chlorure de sodium à la solution précédente puis on complète avec de l'eau à 1L.
2.1Calculer les concentrations molaires des différentes espèces contenues dans la solution.
2.2Vérifier l'électroneutralité du mélange obtenu.

A Chercher

Exercice 6

Dans une fiole jaugée, on place 8,33g de chlorure de calcium $CaCl_2$; 0,146g de chlorure de sodium NaCl et 0,278g de chlorure de plomb $PbCl_2$. On complète à 250ml avec de l'eau distillée. La dissolution des solides introduits est totale et ceux-ci existent en solution exclusivement sous forme d'ions.

1. Ecrire les 3 équations de dissociation des composés ioniques ci-dessus.
2. Calculer le nombre de moles d'ions Ca^{2+} ; Cl^- ; Na^+ ; Pb^{2+} apportés par chacune des solutions.
3. En déduire la concentration de chacun des ions dans le mélange.
4. Donner le pH de ce mélange à 25°. Justifier votre réponse.

Exercice 7

On mélange deux solutions S_1 et S_2 pour avoir une solution S_3.

- La solution S_1 est une solution de chlorure de baryum ($BaCl_2$) de volume $V_1 = 400$ mL et de concentration $C_1 = 10^{-2}$ mol/L.
- La solution S_2 est une solution de chlorure de calcium de volume $V_2 = 600$ mL et de concentration $C_2 = 10^{-3}$ mol/L

Le mélange à un pH = 7 à 25°C.

1. Ecrire les équations de dissolution des différents composés dans l'eau.
2. Quels sont les ions présents dans le mélange ?
3. Calculer les concentrations molaires de ces ions.
4. Vérifier l'électroneutralité de la solution S_3.

Exercice 8

On dispose d'une solution aqueuse de nitrate de potassium KNO_3 à 0,5 mol.L^{-1}, d'une solution aqueuse de nitrate de calcium $Ca(NO_3)_2$ à 0,8 mol.L^{-1}, d'une solution aqueuse de chlorure de potassium à 1 mol.L^{-1}, et de chlorure de magnésium cristallisé, de formule : $MgCl_2, 6H_2O$.

On souhaite préparer un litre de solution finale contenant les ions Mg^{2+}, Ca^{2+}, K^+, NO_3^- et Cl^- tels que :

$[Mg^{2+}] = 0{,}2$ mol. L^{-1}; $[NO_3^-] = 0{,}25$ mol. L^{-1}; $[Ca^{2+}] = 0{,}1$ mol. L^{-1}; $[K^+] = 0{,}25$ mol. L^{-1}.

1-Ecrire l'équation bilan de la réaction de dissolution de chaque soluté dans l'eau.

2-Déterminer les volumes des solutions et la masse de solide à mélanger pour préparer cette solution finale, que l'on complète à 1 L avec de l'eau distillée.

3-Calculer directement la concentration $[Cl^-]$.

4-Vérifier l'électroneutralité de la solution.

Exercice 9

L'étiquette d'une bouteille d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :

- Acide chlorhydrique commercial ;
- Masse volumique : $\rho = 1\,190$ kg / m^3 ;
- Pourcentage en masse d'acide pur : 37%
- Masse molaire moléculaire du chlorure d'hydrogène : M(HCl) = 36,5 g/mol ;

1. A partir de ces données, calculer la concentration de la solution commerciale.
2. On prélève 1,0mL de cette solution et on complète à 500mL avec de l'eau distillée.

Quelle est la concentration de la solution obtenue ?

3. Le pH de la solution diluée est 1,6. Calculer la concentration et la quantité de matière des ions H_3O^+ et OH^-.

Exercice 10

1. On prépare une solution S_1 en introduisant une masse m_1=5,85g de chlorure de sodium Na Cl dans 100mL d'eau pure.

1.1 Calculer les concentrations molaires volumiques de tous les ions présents dans la solution s_1.

1.2 La solution S_1 est électriquement neutre. Justifier.

2. On prépare un volume V=10mL de la solution S_1 On y ajoute V'=15mL d'une solution de chlorure de calcium $CaCl_2$ de concentration C'=0,5mol/L. on obtient une solution S_2.

2.1 Calculer les concentrations molaires volumiques de tous les ions présents dans la solution S_2.

2.2 Vérifier l'électro neutralité de cette solution.

3. A cette solution S_2 on ajoute un volume V_A=10mL d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_A=10^{-3}$ mol/L.

3.1 Calculer les concentrations molaires volumiques de tous les ions présents en solution.

3.2 En déduire le pH de ce mélange.

On donne en g/mol. Na : 23 ; Cl : 35,5 ; Ca : 40

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

Choisir la ou les bonne(s) réponse(s).

1. Lorsqu'on dilue une solution sa quantité de matière :
   1.3 reste constante.
2. Lorsqu'on dilue une solution son volume :
   2.1 augmente.
3. Lorsqu'on introduit un gaz de volume V_1 dans une solution de volume V_2, le volume final de la solution est :
   3.1 $V = V_2$
4. Lorsqu'on prélève une quantité d'une solution ; la quantité prélevée et la solution initiale :
   4.1 ont la même concentration.
   4.4 n'ont pas la même quantité de matière.

Exercice 2 — Corrigé

1. Ecrivons l'équation traduisant la dissolution dans l'eau du sulfate de sodium

$$Na_2SO_4 \xrightarrow{H_2O} 2Na^+ + SO_4^{2-}$$

2.

2.1 Calculons la concentration massique du sulfate de sodium.

$\mathcal{C} = \frac{m}{V}$ or $m = n \times M = C \times V \times M$ d'où $\mathcal{C} = C \times M$ A.N: $\mathcal{C} = 0{,}15 \times (2\times23+32+4\times16) = 21{,}3$ g/L

2.2 Les concentrations des ions $Na^+(aq)$ et $SO_4^{2-}(aq)$ dans la solution

D'après le bilan molaire :

$\frac{n(Na^+)}{2} = n(Na_2SO_4) \Rightarrow \frac{[Na^+]\times V}{2} = C\times V \Rightarrow [Na^+] = 2\times C$ A.N : $[Na^+] = 2\times 0{,}15 = 0{,}30$ mol.L^{-1}

$n(SO_4^{2-}) = n(Na_2SO_4) \Rightarrow [SO_4^{2-}]\times V = C\times V \Rightarrow [SO_4^{2-}] = C = 0{,}15$ mol.L^{-1}

Exercice 3 — Corrigé

1. Indiquons de manière précise le mode opératoire.

– Verser une certaine quantité de la solution initiale (solution à diluer) dans un bécher
– Prélever dans ce bécher, la solution aqueuse à l'aide de la pipette de 10mL.
– Verser la quantité de la solution prélevée dans la fiole jaugée de 1000mL.
– A l'aide d'une pissette, compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.
– Homogénéiser la solution obtenue.

2. Déduisons-en la concentration de la solution initiale.

Lors de la dilution : $n_i = n_f \Rightarrow C_i \times V_i = C_f \times V_f \Rightarrow C_i = \frac{C_f \times V_f}{V_i}$

A.N : $C_i = \frac{0{,}1\times1000}{10} = 10$ mol.L^{-1}

Exercice 4 — Corrigé

1.

1.1 Ecrivons l'équation de dissolution du « sel de Mohr » dans l'eau.

$$FeSO_4(NH_4)_2SO_4{,}6H_2O \xrightarrow{H_2O} Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 2NH_4^+ + 3(H_3O^+ + OH^-)$$

1.2 Inventaire de tous les ions présents dans la solution aqueuse de sel de Mohr

H_3O^+, OH^-, SO_4^{2-}, NH_4^+ et Fe^{2+}

1.3 Calculons les concentrations molaires des ces ions de la solution de 25°C.

La solution aqueuse de sel de Mohr est une solution neutre, donc $[H_3O^+]=[OH^-] = 10^{-7}$ mol.L^{-1}

Bilan molaire : $\frac{n(sel)}{1} = \frac{n(Fe^{2+})}{1} = \frac{n(SO_4^{2-})}{2} = \frac{n(NH_4^+)}{2}$

$n(Fe^{2+}) = n(sel) \Rightarrow [Fe^{2+}]\times V = \frac{m(sel)}{M(sel)} \Rightarrow [Fe^{2+}] = \frac{m(sel)}{M(sel)\times V}$

$[Fe^{2+}] = \frac{m(sel)}{M(FeSO_4(NH_4)_2SO_4{,}6H_2O)\times V}$ A.N : $[Fe^{2+}] = \frac{0{,}784}{(56+2\times32+14\times16+2\times14+20)\times0{,}1} = 2.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\frac{n(SO_4^{2-})}{2} = \frac{n(Fe^{2+})}{1} \Rightarrow n(SO_4^{2-}) = 2n(Fe^{2+}) \Rightarrow [SO_4^{2-}]\times V = 2[Fe^{2+}]\times V \Rightarrow [SO_4^{2-}] = 2[Fe^{2+}]$ d'où

$[SO_4^{2-}] = 2\times 2.10^{-2} = 4.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\frac{n(SO_4^{2-})}{2} = \frac{n(NH_4^+)}{2} \Rightarrow n(NH_4^+) = n(SO_4^{2-}) \Rightarrow [NH_4^+]\times V = [SO_4^{2-}]\times V \Rightarrow [NH_4^+] = [SO_4^{2-}] = 4.10^{-2}$ mol.L^{-1}

3. La masse de sulfate de cuivre $CuSO_4,5H_2O$ à dissoudre dans 500cm^3 d'eau pour obtenir une solution où la concentration molaire en ion cuivre est de 0,025 mol/L.

Equation de dissolution du sulfate de cuivre dans l'eau :

$$CuSO_4,5H_2O \xrightarrow{H_2O} Cu^{2+} + SO_4^{2-} + \frac{5}{2}(H_3O^+ + OH^-)$$

D'après le bilan molaire : $\frac{n(CuSO_4,5H_2O)}{1} = \frac{n(Cu^{2+})}{1} = \frac{n(SO_4^{2-})}{1}$

$\frac{n(CuSO_4,5H_2O)}{1} = \frac{n(Cu^{2+})}{1} \Rightarrow n(CuSO_4, 5H_2O) = n(Cu^{2+}) \Rightarrow \frac{m(CuSO_4,5H_2O)}{M(CuSO_4,5H_2O)} = [Cu^{2+}]\times V$

D'où : $m(CuSO_4, 5H_2O) = [Cu^{2+}]\times V\times M(CuSO_4, 5H_2O)$

A.N : $m(CuSO_4, 5H_2O) = 0,025\times0,5\times(63,5+32+9\times16+10) = 3,12g$

Exercice 5 Corrigé

1. Le volume de chlorure d'hydrogène à dissoudre

Equation de dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau: $HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$

D'après le bilan molaire: $n(HCl) = n(H_3O^+)$ or $n(HCl) = \frac{V(HCl)}{Vm}$ et $n(H_3O^+) = [H_3O^+]\times V$

D'où $\frac{V(HCl)}{Vm} = [H_3O^+]\times V \Rightarrow V(HCl) = 10^{-pH}\times V\times V_m$ avec $[H_3O^+] = 10^{-pH}$

A.N : $V(HCl) = 10^{-4}\times50.10^{-3}\times22,4 = 1,12.10^{-4}L$

2.

2.1 Calculons les concentrations molaires des espèces contenues dans la solution.

Equation de dissolution du chlorure de sodium dans l'eau: $NaCl \xrightarrow{H_2O} Na^+ + Cl^-$

Inventaire des espèces contenues dans la solution : H_3O^+ , OH^-, Na^+ et Cl^-

Calcul des concentrations :

$[H_3O^+] = \frac{n(H_3O^+)}{V_T} = \frac{[H_3O^+]\times V}{V_T} = \frac{10^{-pH}\times V}{V_T}$ A.N: $[H_3O^+] = \frac{10^{-4}\times50.10^{-3}}{1} = 5.10^{-6}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-6}} = 2.\ 10^{-9}$ mol.L^{-1}

$[Na^+] = \frac{n(Na^+)}{V_T} = \frac{n(NaCl)}{V_T} = \frac{\frac{m(NaCl)}{M(NaCl)}}{V_T} = \frac{m(NaCl)}{V_T\times M(NaCl)}$ A.N : $[Na^+] = \frac{0,585}{1\times(23+35,5)} = 10^{-2}$mol.L^{-1}

$[Cl^-] = \frac{n(NaCl)+n(HCl)}{V_T} = \frac{n(Na^+)}{V_T} + \frac{n(H_3O^+)}{V_T} = [Na^+] + [H_3O^+]$; $[Cl^-] = 10^{-2} + 5.10^{-6} = 10^{-2}$ mol.L^{-1}

2.2 Vérifions l'électroneutralité du mélange obtenu.

$\sum\gamma[Cations] = [H_3O^+]+[Na^+] = 5.10^{-6} + 10^{-2} \approx 10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\sum\gamma[Anions] = [OH^-]+[Cl^-] = 2.10^{-9} + 10^{-2} \approx 10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\sum\gamma[Cations] = \sum\gamma[Anions]$: la solution est donc électriquement neutre.

Acide fort – Base forte 7

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 119

Une solution aqueuse fait bleuir un papier pH. Un clou imbibé de cette solution, rend jaune une flamme d'un labo gaz.

1. Identifier les constituants de cette solution.
2. Proposer un nom à cette solution.

Exercice 2 Corrigé Page 119

Une solution d'acide chlorhydrique a un pH de 2,3. Vm = 24 L/mol

1. A l'aide de cette solution, on souhaite préparer 2L de solution ayant un pH = 3. Comment procéder ?
2. Quel volume de gaz HCl faut-il dissoudre dans 2 L d'eau pure pour obtenir la même solution ?

Exercice 3 Corrigé Page 119

Une solution aqueuse d'acide nitrique de concentration $C= 2.10^{-3}$ mol/L, à un pH = 2,7.

2. Montrer que l'acide nitrique est un acide fort.
3. Ecrire l'équation de sa réaction avec l'eau.
4. Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution.
5. Citer deux autres exemples d'acides forts
6. Dans un autre bécher B, on dispose de V_B=100mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_B= 2.10^{-2}$mol/L. Déterminer les concentrations et les quantités de matières des espèces présentes dans B.

Exercice 4 Corrigé Page 120

1. On mélange 200 mL d'une solution A d'acide chlorhydrique de pH = 2,5 et 300 mL d'une solution B d'acide chlorhydrique de pH inconnu. Le mélange final C a un PH = 2,8 ; en déduire le pH inconnu.
2. On mélange un volume V_1= 300 mL d'acide iodhydrique de pH_1 = 3 et V_2 =700 mL d'acide chlorhydrique de pH_2 = 4. Quel est le PH de la solution obtenue ?

Exercice 5 Corrigé Page 120

On dispose d'une solution 1 d'hydroxyde de sodium de concentration $C_1 = 5.10^{-3}$mol/L et d'une solution 2 d'hydroxyde de potassium de concentration $C_2 = 10^{-3}$ mol/L.

1. Quel est le pH de chacune de ces solutions ?
2. On mélange un volume V_1 = 10mL de la solution 1 avec un volume V_2 = 50mL de la solution 2.

2.1 Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques dans le mélange.

2.2 Quel est le pH du mélange ?

Exercice 6 Corrigé Page 121

1. On dispose de 500 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de potassium de concentration $C_1 = 2,7.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$. Son pH est 12,4.

1.1. Montrer que la solution d'hydroxyde de potassium est une base forte.

1.2. Ecrire l'équation d'ionisation de KOH dans l'eau.

2. On ajoute à la solution précédente, 500cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium de pH inconnu. La solution finale a un pH = 12,2.

2.1.Calculer la concentration en ions OH^- dans le mélange.

2.2. Déterminer le pH inconnu.
2.3. Calculer les concentrations molaires de toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange. En déduire que la solution est neutre électriquement.

A Chercher

Exercice 7

On dissout une masse m = 0,2g d'hydroxyde de sodium dans un volume V = 200 cm^3 d'eau pure.
1. Ecrire l'équation bilan de la dissolution.
2. Décrire 2 expériences pouvant mettre en évidence la nature des ions présents dans la solution.
3. Calculer le pH de la solution.
4. Quel volume d'eau faut-il ajouter au volume Vi = 20 mL de la solution précédente pour obtenir une solution pH = 11 ?

Exercice 8

On prépare des solutions S_i en introduisant un volume V_i d'une solution S_0 d'hydroxyde de sodium de concentration $C_0 = 5{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1} dans une fiole jaugée de 100 mL et en complétant avec de l'eau distillée. Le pH est ensuite mesuré à 37 °C.
Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Solutions	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
V_i (mL)	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	20,0
pH	10,0	10,3	10,6	10,9	11,2	11,5

1. A partir du tableau des résultats, compléter le tableau suivant

Solutions	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
pH	10,0	10,3	10,6	10,9	11,2	11,5
n_i						
C_i						
$-\log C_i$						

2. Tracer la courbe pH = f($-\log C_i$)
3. Montrer que le pH d'une base forte peut s'écrire : pH = $\log C_b - \log Ke$; Ke étant le produit ionique de l'eau.
4. Déduire de la courbe le produit ionique de l'eau à 37 °C.
5. Une solution neutre a un pH à 37 °C égal à 6,9. Cette solution est-elle acide, basique ou neutre ?

Exercice 9

1. Soit une solution commerciale A_0 d'acide sulfurique H_2SO_4 de densité par rapport à l'eau égale à 1,815 et contenant 90% en masse d'acide pur de H_2SO_4.
   1.1. Calculer la quantité de matière de H_2SO_4 pur dans un litre de solution commerciale.
   1.2. En déduire sa concentration molaire volumique.
2. On souhaite préparer un litre d'une solution A_1 de H_2SO_4 à 4 mol/L.
Quel volume de solution commerciale A_0 faudra-t-il prélever ?
3. Ecrire l'équation de la réaction de H_2SO_4 avec l'eau.
4. La solution A_1 précédemment obtenue sert à préparer deux solutions plus diluées :
500mL d'une solution A_2 de pH = 1,5 et 250mL d'une solution A_3 de pH = 1.
Quels volumes de la solution mère A_1 faudra-t-il utiliser pour cela ?
5. Le mélange de A_2 et de A_3 donne une solution A_4. Quel est le pH de cette solution ?
6. On ajoute à la solution A_4 :
   - 100mL d'une solution B de HCl de pH = 3
   - 200mL d'une solution C de NaCl de concentration 0,025 mol/L
   - 150mL d'une solution D de sulfate de sodium Na_2SO_4 de concentration 0,1mol/L

On donne en g.mol^{-1}: Na : 23 ; O : 16 ; H :1 ; Cl : 35,5 ; S : 32

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Identifions les constituants de cette solution.
 − La solution fait bleuir un papier pH : présence d'ions hydroxyde (OH^-)
 − La solution rend jaune une flamme de labogaz : présence d'ions sodium (Na^+)
2. Proposons un nom à cette solution.

C'est une solution d'hydroxyde de sodium.

Exercice 2 — Corrigé

1. On doit faire une dilution

Le volume Vi de la solution à prélever : lors de la dilution de la solution de HCl,

$n_i(H_3O^+) = n_f(H_3O^+) \Rightarrow [H_3O^+]_i \times V_i = [H_3O^+]_f \times V_f$

$\Rightarrow V_i = \frac{[H_3O^+]_f \times V_f}{[H_3O^+]_i} = \frac{10^{-pH_f} \times V_f}{10^{-pH_f}}$ avec $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ A.N : $V_i = \frac{10^{-3} \times 2}{10^{-2,3}}$ = 0,4L = 400mL

Pour préparer 2L de solution de pH = 3, il faut :

- Verser une certaine quantité de la solution initiale (solution à diluer) dans un bécher
- Prélever dans ce bécher, 400mL de la solution à l'aide d'une pipette convenable.
- Verser la quantité de la solution prélevée dans la fiole jaugée de 2L.
- A l'aide d'une pissette, compléter la fiole jaugée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.
- Homogénéiser la solution obtenue.

2. Le volume de gaz HCl qu'il faut dissoudre

Equation de dissolution de HCl dans l'eau : $HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

D'après le bilan molaire : $\frac{n_{HCl}}{1} = \frac{n_{H_3O^+}}{1} \Rightarrow \frac{V_{HCl}}{V_m} = [H_3O^+] \times V \Rightarrow V_{HCl} = [H_3O^+] \times V \times V_m$

A.N: $V_{HCl} = 10^{-3} \times 2 \times 24 = 4,8.10^{-2}$L = 48mL

Exercice 3 — Corrigé

1. Montrons que l'acide nitrique est un acide fort.

$\left.\begin{array}{l} pH = 2,7 \\ -\log C = -\log(2.10^{-3}) = 2,7 \end{array}\right\} \Rightarrow pH = -\log C$: donc l'acide nitrique est un acide fort

2. Ecrivons l'équation de sa réaction avec l'eau.

$HNO_3 + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + NO_3^-$

3. Calculer la concentration de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution: H_3O^+ ; OH^-; NO_3^- et H_2O

Notons l'acide nitrique A

D'après le bilan molaire : $\frac{n_A}{1} = \frac{n_{H_3O^+}}{1} = \frac{n_{NO_3^-}}{2}$

$n_{H_3O^+} = n_A \Rightarrow [H_3O^+] \times V_A = C_A \times V_A \Rightarrow [H_3O^+] = C_A = 2.10^{-3}$mol.L^{-1}

$n_{NO_3^-} = n_A \Rightarrow [NO_3^-] \times V_A = C_A \times V_A \Rightarrow [NO_3^-] = C_A = 2.10^{-3}$mol.L^{-1}

$Ke = [H_3O^+] \times [OH^-] \Rightarrow [OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ A.N: $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{2.10^{-3}} = 5.10^{-12}$mol/L

4. Citons deux autres exemples d'acides forts
 − Acide chlorhydrique : HCl
 − Acide iodhydrique : HI
5. Déterminons les concentrations et les quantités de matières des espèces dans B.

Equation de dissolution de NaOH dans l'eau : $NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^- ; Na^+ et H_2O
Calcul des concentrations :
D'après le bilan molaire : $\frac{n_B}{1} = \frac{n_{Na^+}}{1} = \frac{n_{OH^-}}{1}$
$n_{Na^+} = n_B \Rightarrow [Na^+]\times V_B = C_B \times V_B \Rightarrow [Na^+] = C_B = 2.10^{-2}$mol.L^{-1}
$n_{OH^-} = n_B \Rightarrow [OH^-]\times V_B = C_B \times V_B \Rightarrow [OH^-] = C_B = 2.10^{-2}$mol.L^{-1}
Ke = $[H_3O^+]\times[OH^-] \Rightarrow [H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]}$ A.N: $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{2.10^{-2}} = 5.10^{-12}$mol.L^{-1}
Calcul des quantités de matière:
$n_{Na^+} = [Na^+]\times V_B$ A.N : $n_{Na^+} = 2.10^{-2}\times 0,1 = 2.10^{-2}$mol
$n_{OH^-} = [OH^-]\times V_B$ A.N : $n_{OH^-} = 2.10^{-2}\times 0,1 = 2.10^{-2}$mol
$n_{H_3O^+} = [H_3O^+]\times V_B$ A.N : $n_{H_3O^+} = 5.10^{-12}\times 0,1 = 5.10^{-13}$mol

Exercice 4 Corrigé

1. Déduisons-en le pH inconnu.
Lors du mélange : $n_C(H_3O^+) = n_A(H_3O^+) + n_B(H_3O^+)$
$[H_3O^+]_C\times V_T = [H_3O^+]_A\times V_A + [H_3O^+]_B\times V_B$
$[H_3O^+]_B = \frac{[H_3O^+]_C\times(V_A+V_B)-[H_3O^+]_A\times V_A}{V_B}$ avec $V_T = V_A + V_B$
$[H_3O^+]_B = \frac{10^{-pH_C}\times(V_A+V_B)-10^{-pH_A}\times V_A}{V_B}$ avec $[H_3O^+] = 10^{-pH}$
pH = $-\log([H_3O^+]) = -\log(\frac{10^{-pH_C}\times(V_A+V_B)-10^{-pH_A}\times V_A}{V_B})$
A.N : pH = $-\log(\frac{10^{-2,8}\times(0,2+0,3)-10^{-2,5}\times 0,2}{0,3}) = 3,3$

2. Le PH de la solution obtenue
Lors du mélange : $n_T(H_3O^+) = n_1(H_3O^+) + n_2(H_3O^+)$
$[H_3O^+]\times V_T = [H_3O^+]_1\times V_1 + [H_3O^+]_2\times V_2$
$[H_3O^+] = \frac{[H_3O^+]_1\times V_1+[H_3O^+]_2\times V_2}{V_1+V_2}$ avec $V_T = V_1 + V_2$
$[H_3O^+] = \frac{10^{-pH_1}\times V_1+10^{-pH_2}\times V_2}{V_1+V_2}$
pH = $-\log([H_3O^+]) = -\log(\frac{10^{-pH_1}\times V_1+10^{-pH_2}\times V_2}{V_1+V_2})$
pH = $-\log(\frac{10^{-3}\times 0,3+10^{-4}\times 0,7}{0,3+0,7}) = 3,4$

Exercice 5 Corrigé

1. Le pH de chacune de ces solutions.
Ces deux solutions sont des solutions de monobase forte donc pH = 14 + logC.
- Pour la solution 1 de NaOH : $pH_1 = 14 + \log C_1 = 14 + \log(5.10^{-3}) = 11,7$
- Pour la solution 2 de KOH : $pH_2 = 14 + \log C_2 = 14 + \log(10^{-3}) = 11$

2.
2.1 Calculons les concentrations de toutes les espèces chimiques dans le mélange.
Equation de dissolution de NaOH et de KOH dans l'eau :
$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$ (1)
$KOH \xrightarrow{H_2O} K^+ + OH^-$ (2)
Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^- ; K^+ ; Na^+ et H_2O
$[Na^+] = \frac{C_1\times V_1}{V_1+V_2}$ A.N : $[Na^+] = \frac{5.10^{-3}\times 10.10^{-3}}{(10+50).10^{-3}} = 8,33.10^{-4}$mol.L^{-1}
$[K^+] = \frac{C_2\times V_2}{V_1+V_2}$ A.N : $[K^+] = \frac{10^{-3}\times 50.10^{-3}}{(10+50).10^{-3}} = 8,33.10^{-4}$mol.L^{-1}
$[OH^-] = \frac{C_1\times V_1}{V_1+V_2} + \frac{C_2\times V_2}{V_1+V_2} = [Na^+] + [K^+]$ A.N : $[OH^-] = 8,33.10^{-4} + 8,33.10^{-4} = 1,66.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]}$ A.N: $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{1,66.10^{-3}} = 6.10^{-12}$mol.L^{-1}

2.2 Le pH du mélange

pH = 14 + log($[OH^-]$) A.N : pH = 14 + log(1,66.10^{-3}) = 11,2

Exercice 6 Corrigé

1.

1.1 Montrons que la solution d'hydroxyde de potassium est une base forte.

$$\left.\begin{array}{r} \text{pH} = 12,4 \\ 14+\log C_1 = 14+\log(2,7.10^{-2}) = 12,4 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{pH} = 14+\log C_1$$: l'hydroxyde de potassium est une base forte.

1.2 Ecrivons l'équation d'ionisation de KOH dans l'eau.

$KOH \xrightarrow{H_2O} K^+ + OH^-$

2.

2.1 Calculons la concentration en ions OH$^-$ dans le mélange.

pH = 14 + log($[OH^-]$) $\Rightarrow$ log($[OH^-]$) = pH −14 $\Rightarrow$ $[OH^-] = 10^{pH-14}$

A.N : $[OH^-] = 10^{12,2-14} = 1,58.10^{-2}$mol.L^{-1}

2.2 Déterminons le pH inconnu.

La quantité de matière des ions OH^- du mélange de KOH (1) et de NaOH (2) est : $n_T(OH^-) = n_1(OH^-) + n_2(OH^-) \Rightarrow [OH^-] \times (V_1 + V_2) = C_1 \times V_1 + C_2 \times V_2$

$C_2 = \frac{[OH^-] \times (V_1 + V_2) - C_1 \times V_1}{V_2}$ $C_2 = \frac{1,58.10^{-2} \times (0,5+0,5) - 2,7.10^{-2} \times 0,5}{0,5} = 4,6.10^{-3}$ mol.L^{-1}

pH = 14+logC_2 = 14+log(4,6.10^{-3}) = 11,7

2.3 Calculer les concentrations molaires de toutes les espèces chimiques présentes dans le mélange.

Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^- ; K^+ ; Na^+ et H_2O

$[Na^+] = \frac{C_2 \times V_2}{V_1 + V_2}$ A.N : $[Na^+] = \frac{4,6.10^{-3} \times 500.10^{-3}}{(500+500).10^{-3}} = 2,3.10^{-3}$mol.L^{-1}

$[K^+] = \frac{C_1 \times V_1}{V_1 + V_2}$ A.N : $[K^+] = \frac{2,7.10^{-2} \times 500.10^{-3}}{(500+500).10^{-3}} = 1,35.10^{-2}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = 1,58.10^{-2}$mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]}$ A.N: $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{1,58.10^{-2}} = 6,33.10^{-13}$mol.L^{-1}

Déduisons que la solution est neutre électriquement.

$\sum \gamma[Cations] = [H_3O^+] + [Na^+] + [K^+]$

$\sum \gamma[Cations] = 6,33.10^{-13} + 2,3.10^{-3} + 1,35.10^{-2} = 1,58.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\sum \gamma[Anions] = [OH^-] = 1,58.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$\sum \gamma[Cations] = \sum \gamma[Anions]$: la solution est donc électriquement neutre.

Réaction acide fort - base forte 8

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 125

On considère la réaction d'un acide fort avec une base forte à 25°C.

1. Citer deux méthodes permettant de déterminer le point d'équivalence acido-basique
2. Donner le pH à l'équivalence de cette réaction.
3. Ecrire la principale équation-bilan de cette réaction puis donner ces caractéristiques

Exercice 2 Corrigé Page 125

Il faut verser 12 mL d'une solution d'hydroxyde de potassium de concentration 5.10^{-2} mol/L dans 8mL d'une solution d'acide chlorhydrique pour obtenir l'équivalence acido-basique.

1- Quelle est la nature de la solution obtenue à l'équivalence ?
2- Calculer la concentration de la solution d'acide chlorhydrique.
3- Calculer le pH initial de chaque solution.

Exercice 3 Corrigé Page 125

1. Dans un bécher A, on dispose de V_A= 60mL d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration C_A=5.10^{-2}mol /L. Déterminer les quantités de matières des espèces dans A. En déduire les concentrations correspondantes.
2. Dans un autre bécher B, on dispose de V_B=100mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B = 2.10^{-2}mol/L. Déterminer les concentrations et les quantités de matières des espèces chimiques présentes dans B.
3. On mélange le contenu de A et B
a. Quelle est l'équation bilan de la réaction?
b. Déterminer les concentrations des espèces dans le mélange et son pH.
4. Quel devrait être le volume V_B d'hydroxyde de sodium pour obtenir un mélange de pH=7?

Exercice 4 Corrigé Page 126

1. On prépare une solution aqueuse S_1 d'acide bromhydrique. Le volume de S_1 est V_1 = 20 cm^3. La masse de bromure d'hydrogène dissous est m_1. le pH de S_1 est pH_1 =1,5. Le bromure d'hydrogène est un acide fort en solution aqueuse.
1.1 Ecrire l'équation bilan de la réaction de dissolution de l'acide bromhydrique dans l'eau.
1.2 Déterminer la masse m_1 de bromure d'hydrogène dissous dans S_1.
2. On mélange les solutions aqueuses suivantes dans les proportions indiquées :
– Solution S_1 : V_1 = 10cm^3 d'une solution d'acide iodhydrique ; C_1 = 3.10^{-2} mol/L.
– Solution S_2 : V_2 = 5 cm^3 d'une solution d'acide nitrique ; C_2 = 2.10^{-1}mol/L.
– Solution S_3 : V_3 = 25cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium ; C_3= 2.10^{-2} mol/L.
On obtient une solution S.
2.1 Ecrire les équations bilan des réactions possibles puis l'équation bilan de la réaction acido-basique lors du mélange.
2.2 Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes en solution.
2.3Calculer les quantités de matière des espèces chimiques présentes dans S.
2.4Déterminer le pH de la solution S.
On donne : Masses molaires atomiques en (g/mol) : Br : 80 ; H : 1.

Exercice 5 Corrigé Page 126

On verse dans 200 cm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique, une solution d'hydroxyde de sodium à 0,5 $mol.L^{-1}$. On mesure le pH en fonction du volume V_B d'hydroxyde de sodium versé. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant (les mesures sont faites à 25°C).

$V_B(cm^3)$	0	0,5	1,0	2,0	2,5	3,0	4,0	4,5	4,9
pH	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,6	2,9	3,6

5,0	5,1	5,5	6,0	8,0	10,0	12,0
5,1	10,3	11	11,3	11,6	11,8	11,9

1.

1.1 Faire le schéma annoté du dispositif expérimental.
1.2 Tracer sur une feuille de papier millimétré la courbe pH = f(V_B).
Echelle : 1cm↔1cm^3 et 1cm↔ 1unité de pH
1.3 Déterminer le point d'équivalence à partir de la courbe pH = f(V_B)
1.4 Quel est l'état chimique (acide, basique, neutre) de la solution obtenue à l'équivalence ? Ce résultat était-il prévisible ? Justifier.
2.
2.1 Ecrire l'équation de la réaction chimique qui a lieu au cours du dosage.
2.2 Calculer la concentration de la solution d'acide chlorhydrique ainsi dosée.
3. On considère le mélange réactionnel lorsque l'on a versé V_B = 3cm^3 d'hydroxyde de sodium.
3.1 Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes à ce moment.
3.2 Calculer les concentrations de ces différentes espèces chimiques.
4. Pour déterminer la concentration de la solution d'acide chlorhydrique, on peut utiliser un indicateur coloré. Expliquer le principe de cette méthode. Parmi les indicateurs suivant, quel est celui qui permettrait le dosage avec la meilleure précision ?
Phénolphtaléine : zone de virage : 8,2 - 10,0.
Bleu de Bromothymol : zone de virage : 6,0 – 7,6.
Hélianthine : zone de virage : 3,1 – 4,4.
Données : M(Na) = 23 ; M(Cl) = 35,5 (en g/mol)

Exercice 6

Corrigé Page 127

L'étiquette d'une bouteille contenant une solution commerciale S_0 d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :
- Acide chlorhydrique : masse volumique ρ = 1,19 kg/L.
- Pourcentage en masse d'acide chlorhydrique : p = 37%. M (HCl) = 36,5 g/mol

1. Vérifier que la concentration molaire de cette solution commerciale est C_0 = 12 mol/L.
2. On introduit un volume V_0 = 4 mL de S_0 dans une fiole jaugée de 2L contenant un peu d'eau distillée puis on complète avec de l'eau jusqu'au trait de jauge. On obtient ainsi une solution d'acide chlorhydrique S de volume V = 2L et de concentration C. Calculer la valeur de C.
3. Afin de vérifier cette concentration, on ajoute progressivement, à un volume V_b = 20 mL d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration Cb = 0,01 mol/L, un volume V_S de la solution S. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci –dessous.

3.1 Faire le schéma du dispositif expérimental.
3.2 Construire la courbe pH = f (V_S). Echelle : 1 cm ↔ 1mL et 1cm ↔1 unité de pH.
3.3 Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence.
3.4 En déduire la concentration Ca de la solution d'acide chlorhydrique.
Comparer Ca et C
3.5 Ecrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange.
3.6 Calculer la masse du composé obtenu à l'équivalence après évaporation de l'eau.
On donne en g/mol : Na : 23 et Cl : 35,5

V_S (mL)	0	1	2	3	4	5	6	7
pH	12,6	12,5	12,45	12,35	12,25	12,10	11,95	11,70
V_S (mL)	8	8,5	9	10	11	12	13	
pH	11,15	3,60	2,72	2,30	2,10	2,0	1,90	

A Chercher

Exercice 7

Une solution commerciale S_o de concentration C_o est constituée d'une base forte B. On veut déterminer sa concentration molaire, pour cela on réalise les expériences suivantes :

1° **Préparation de la solution S à partir de 1 mL de la solution S_o.**

On prépare une solution diluée S de concentration C telle que : $C = \frac{C_0}{100}$

1-1- Déterminer et calculer le volume d'eau distillée nécessaire pour préparer la solution S
1-2- Donner un mode opératoire expérimental pour cette préparation.

2° **Addition de l'acide chlorhydrique.**

On additionne progressivement une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire $C_A = 5.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$ sur un volume V_B= 30 mL de la solution tout en mesurant le pH du mélange.
2-1- Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.
2-2-Ecrire l'équation bilan de la réaction.
2-3-A partir de cette équation justifier le pH à l'équivalence à 25°C.
3° L'équivalence acido-basique est atteinte pour un volume V_A=13,2 mL d'acide versé.
3-1-Déterminer la concentration molaire C de la solution S
3-2-En déduire la concentration molaire de la solution S_o.
4° Présenter l'allure du graphe pH=f(V_A) en indiquant le point de départ et le point d'équivalence ?

Exercice 8

On prépare une solution aqueuse D en prélevant 10 cm^3 d'une solution A d'acide chlorhydrique de concentration inconnue, et en ajoutant à ces 10 cm^3 dans une fiole jaugée, la quantité d'eau nécessaire pour compléter à 250 cm^3. Cette solution D est dosée par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 2.10^{-1}$ mol/L. On mesure les valeurs du pH au cours de cette addition, les résultats sont réunis dans le tableau suivant où l'on a noté le volume d'hydroxyde de sodium versé V_b et le pH de la solution obtenue.

Vb(cm^3)	0	1	2	3	4,5	4,95	5	5,05	6	7	8
pH		2,5	2,6	2,8	3,4	4,4	7,0	9,6	10,9	11,2	11,4

1.
1.1 Tracer la courbe pH en fonction du volume V_b versé et donner les coordonnées du point d'équivalence. Echelle : 1 cm pour 1 unité de pH et 1cm pour 1 cm^3.
1.2. Vérifier que la concentration de la solution D est $C_a = 4.10^{-3}$ mol/L.
1.3. Calculer le pH de la solution D
1.4. Calculer la concentration molaire de la solution initiale A.
1.4. Déterminer le pH du mélange obtenu en ajoutant 4 cm^3 d'hydroxyde de sodium à 2.10^{-1} mol/L à 10 cm^3 de la solution initiale A.
2. A 250 cm^3 de la solution D, on ajoute 250 cm^3 d'eau, on obtient une solution D' puis on réalise les mêmes expériences qu'à la question 1.
2.1. Quel est le nouveau pH à l'équivalence
2.2. Calculer la concentration C' de la solution acide D'.
2.3. Vers quelle valeur tend le pH du mélange au-delà de 8 cm^3 de soude versée.
NB : Toutes les solutions sont prises à 25°C.

Exercice 9

On prépare une solution B, de volume V_B = 2L, à l'aide de pastilles de soude achetées au commerce de masse m = 3,2 g.
1. Calculer la concentration C_0 de la solution B.
2. Afin de vérifier cette concentration, on ajoute progressivement un volume V d'une solution d'acide bromhydrique de concentration $Ca = 15.10^{-3}$ mol/L à Vb = 20 mL de la solution B puis on mesure le pH après chaque addition. Le tableau suivant donne le pH en fonction du rapport $x = \frac{V}{V_B}$

X	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,15	1,30	1,50	2,00	2,50
pH	12,2	12,1	11,8	11,7	11,1	10,5	3,2	2,7	2,4	2,3

1.1Tracer la courbe pH = f(x). Echelle : 1 cm ↔ 1 unité de pH et 4 cm ↔1 unité de x.
1.2Déterminer le pH et le volume d'acide versé à l'équivalence puis en déduire la concentration Cb de la solution B.
1.3 Comparer C_0 et Cb. Conclure.
1.4 Calculer la pureté en masse p des pastilles de soude commerciale.

On donne en g/mol : Na : 23 ; O : 16 H : 1

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Citons deux méthodes permettant de déterminer le point d'équivalence.
   - La méthode colorimétrique (emploi des indicateurs colorés)
   - La méthode des tangentes parallèles
2. Donnons le pH à l'équivalence de cette réaction : $pH_E = 7$
3. Equation-bilan de la réaction et caractéristiques

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\,H_2O$

Caractéristiques : la réaction est totale, rapide et exothermique.

Exercice 2 — Corrigé

1. A l'équivalence, on a une solution neutre de chlorure de potassium.
2. Calculons la concentration C_A de la solution d'acide chlorhydrique.

A l'équivalence acido-basique : $n_A = n_B \Rightarrow C_A \times V_A = C_B \times V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \times V_{BE}}{V_A}$

A.N : $C_A = \frac{5.10^{-2} \times 12}{8} = 7{,}5.10^{-2}$mol/L

3. Calculons le pH initial de chaque solution.

– Pour la solution de KOH : $pH = 14 + \log C_B$; $pH = 14 + \log(5.10^{-2}) = 12{,}7$

– Pour la solution de HCl : $pH = -\log C_A$; $pH = -\log(7{,}5.10^{-2}) = 1{,}1$

Exercice 3 — Corrigé

1.

Déterminons les concentrations des espèces dans A.

$HCl + H_2O \longrightarrow H_3O^+ + Cl^-$

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution: H_3O^+ ; OH^-; Cl^- et H_2O

D'après le bilan molaire : $\frac{n_A}{1} = \frac{n_{H_3O^+}}{1} = \frac{n_{Cl^-}}{1}$

$n_{H_3O^+} = n_A \Rightarrow [H_3O^+] \times V_A = C_A \times V_A \Rightarrow [H_3O^+] = C_A = 5.10^{-2}$mol.L^{-1}

$n_{Cl^-} = n_A \Rightarrow [Cl^-] \times V_A = C_A \times V_A \Rightarrow [Cl^-] = C_A = 5.10^{-2}$mol.L^{-1}

$Ke = [H_3O^+] \times [OH^-] \Rightarrow [OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ A.N: $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-2}} = 2.10^{-13}$mol/L

Déduisons-en les quantités de matières correspondantes.

$n_{H_3O^+} = [H_3O^+] \times V_A = 5.10^{-2} \times 60.10^{-3} = 3.10^{-3}$mol

$n_{Cl^-} = [Cl^-] \times V_A = 5.10^{-2} \times 60.10^{-3} = 3.10^{-3}$mol

$n_{OH^-} = [OH^-] \times V_A = 2.10^{-13} \times 60.10^{-3} = 1{,}2.10^{-14}$mol

2. Déterminons les concentrations et les quantités de matières des espèces présentes dans B

$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$

Inventaire des espèces présentes dans la solution B: Na^+; Cl^-; OH^-; H_3O^+et H_2O

D'après le bilan molaire : $\frac{n_B}{1} = \frac{n_{Na^+}}{1} = \frac{n_{OH^-}}{1}$

$n_{Na^+} = n_B \Rightarrow [Na^+] \times V_B = C_B \times V_B \Rightarrow [Na^+] = C_B = 2.10^{-2}$mol.L^{-1}

$n_{OH^-} = n_B \Rightarrow [OH^-] \times V_B = C_B \times V_B \Rightarrow [OH^-] = C_B = 2.10^{-2}$mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = \frac{Ke}{[OH^-]}$ A.N: $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{2.10^{-2}} = 5.10^{-13}$mol/L

$n_{Na^+} = [Na^+] \times V_B = 2.10^{-2} \times 0{,}1 = 2.10^{-3}$mol

$n_{OH^-} = [Cl^-] \times V_B = 2.10^{-2} \times 0{,}1 = 2.10^{-3}$mol

$n_{H_3O^+} = [H_3O^+] \times V_B = 5.10^{-13} \times 0{,}1 = 5.10^{-14}$mol

3.

3.1 L'équation bilan de la réaction :

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\,H_2O$

3.2 Déterminons les concentrations des espèces dans le mélange et son pH.

Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^-; Na^+ ; Cl^- et H_2O

$[Na^+] = \frac{n_{Na^+}}{V_A+V_B}$ A.N : $[Na^+] = \frac{2.10^{-3}}{(60+100).10^{-3}} = 1{,}25.10^{-2}$mol/L

$[Cl^-] = \frac{n_{Cl^-}}{V_A+V_B}$ A.N : $[Cl^-] = \frac{3.10^{-3}}{(60+100).10^{-3}} = 1{,}88.10^{-2}$mol/L

On a: $n(H_3O^+) > n(OH^-)$: le mélange est donc acide,

d'où $[H_3O^+] = \frac{n(H_3O^+) - n(OH^-)}{V_A+V_B}$ A.N : $[H_3O^+] = \frac{3.10^{-3} - 2.10^{-3}}{(60+100).10^{-3}} = 6{,}25.10^{-3}$mol/L

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ A.N: $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{6,25.10^{-3}} = 1,6.10^{-12}$mol/L

Le pH du mélange: pH = $-\log([H_3O^+]) = -\log(6,25.10^{-3}) = 2,2$

4. Le volume V_B d'hydroxyde de sodium pour obtenir un mélange de pH = 7

pH = 7, on est à l'équivalence acido-basique : $n_A = n_B \Rightarrow C_A \times V_A = C_B \times V_B$

$V_B = \frac{C_A \times V_A}{C_B}$ A.N : $V_B = \frac{5.10^{-2} \times 60.10^{-3}}{2.10^{-2}} = 150$mL.

Exercice 4 — Corrigé

1.

1.1 Equation bilan de la réaction de dissolution de l'acide bromhydrique dans l'eau.

$HBr + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Br^-$

1.2 Déterminons la masse m_1 de bromure d'hydrogène dissous dans S_1.

D'après le bilan molaire : $\frac{n_1}{1} = \frac{n_{H_3O^+}}{1} = \frac{Br^-}{1}$

$n_1 = n_{H_3O^+} \Rightarrow \frac{m_1}{M_1} = [H_3O^+] \times V_1 \Rightarrow m_1 = [H_3O^+] \times V_1 \times M_1 = 10^{-pH} \times V_1 \times M_1$

A.N : $m_1 = 10^{-1,5} \times 20.10^{-3} \times (80+1) = 5,12.10^{-2}$g

2.

2.1 Equations bilan des réactions possibles

$HI + 2H_2O \rightarrow H_3O^+ + I^-$ (1)

$HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$ (2)

$NaOH \xrightarrow{H_2O} Na^+ + OH^-$ (3)

Equation bilan de la réaction acido-basique lors du mélange.

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\, H_2O$

2.2 Inventaire des espèces chimiques présentes en solution.

H_3O^+, OH^-, Na^+ ; I^- ; NO_3^- et H_2O

2.3 Calculons les quantités de matière des espèces chimiques présentes dans S.

$n(Na^+) = n(NaOH) = C_3 \times V_3$ A.N : $n(Na^+) = 2.10^{-2} \times 25.10^{-3} = 5.10^{-4}$mol

$n(I^-) = n(HI) = C_1 \times V_1$ A.N : $n(I^-) = 3.10^{-2} \times 10.10^{-3} = 3.10^{-4}$mol

$n(NO_3^-) = n(HNO_3) = C_2 \times V_2$ A.N : $n(NO_3^-) = 2.10^{-2} \times 5.10^{-3} = 10^{-4}$mol

Avant le mélange:

$n(H_3O^+) = n_1(H_3O^+) + n_2(H_3O^+) = n(HI) + n(HNO_3) = C_1 \times V_1 + C_2 \times V_2$

$n(H_3O^+) = 3.10^{-4} + 10^{-4} = 4.10^{-4}$ mol

$n(OH^-) = n(NaOH) = C_3 \times V_3 = 5.10^{-4}$mol

Après le mélange: la réaction se déroule mol à mol entre les ions H_3O^+ et les ions OH^-.

De plus $n(OH^-) > n(H_3O^+)$ donc : $n(OH^-)_{rest} = n(OH^-) - n(H_3O^+)$

$n(OH^-)_{rest} = 5.10^{-4} - 4.10^{-4} = 10^{-4}$ mol et $n(H_3O^+) \approx 0$

2.5 Déterminons le pH de la solution S.

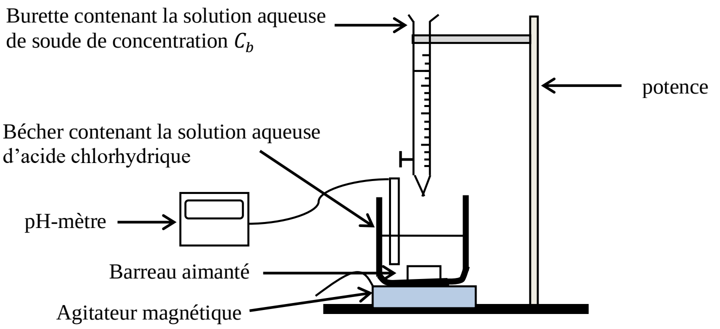
$n(OH^-) > n(H_3O^+)$, le mélange est basique donc pH = $14 + \log([OH^-])$

pH = $14 + \log\left(\frac{n(OH^-)rest}{(V_1+V_2+V_3)}\right)$ A.N: pH = $14 + \log\left(\frac{10^{-4}}{(10+5+25).10^{-3}}\right) = 11,4$

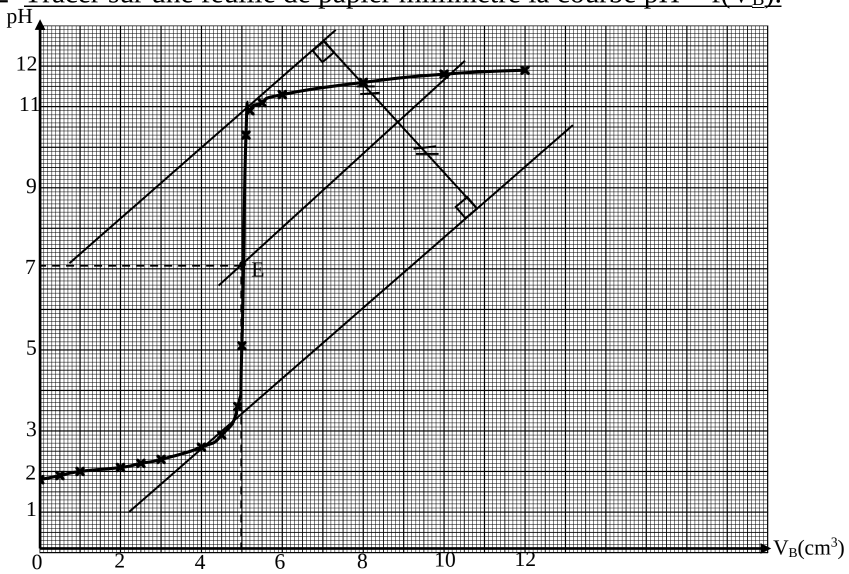
Exercice 5 — Corrigé

1.

1.1 Schéma annoté du dispositif expérimental.



1.2 Tracer sur une feuille de papier millimétré la courbe pH = f(V_B).



1.3 Déterminons le point d'équivalence à partir de la courbe pH = f(V_B)

E(V_{BE} = 5cm^3 ; pH_E = 7)

1.4 A l'équivalence acido-basique, la solution obtenue est neutre.

Ce résultat était prévisible car lors d'un dosage d'un acide fort par une base forte ou vice-versa, à l'équivalence, on obtient une solution neutre (pH = 7).

2.

2.1 L'équation de la réaction chimique qui a lieu au cours du dosage.

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\,H_2O$

2.2 Calculons la concentration de la solution d'acide chlorhydrique ainsi dosée.

A l'équivalence acido-basique : $n_A = n_B$ $\Rightarrow C_A \times V_A = C_B \times V_{BE}$

$\Rightarrow C_A = \frac{C_B \times V_{BE}}{V_A}$ A.N: $C_A = \frac{0{,}5\times5.10^{-3}}{200.10^{-3}} = 1{,}25.10^{-2}$mol/L

3.

3.1 Inventaire des espèces chimiques présentes à ce moment.

H_3O^+, OH^-, Na^+ ; Cl^- et H_2O

3.2 Calculer les concentrations de ces différentes espèces chimiques.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-3}$ mol/L

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$ A.N : $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11}$mol/L

$[Na^+] = \frac{C_B \times V_B}{V_A + V_B}$ A.N: $[Na^+] = \frac{0{,}5\times3.10^{-3}}{(200+3).10^{-3}} = 7{,}39.10^{-3}$mol/L

$[Cl^-] = \frac{C_A \times V_A}{V_A + V_B}$ A.N: $[Cl^-] = \frac{1{,}25.10^{-2}\times3.10^{-3}}{(200+3).10^{-3}} = 1{,}85.10^{-4}$mol/L

4. Le principe de cette méthode.

Il s'agit de déterminer le point d'équivalence au cours d'un dosage acido-basique par le changement de couleur d'un indicateur coloré.

Celui qui permettrait le dosage avec la meilleure précision est le bleu de bromothymol car sa zone de virage contient le pH_E.

Exercice 6 Corrigé

1. Vérifions que la concentration molaire de cette solution commerciale est C_0 = 12 mol/L.

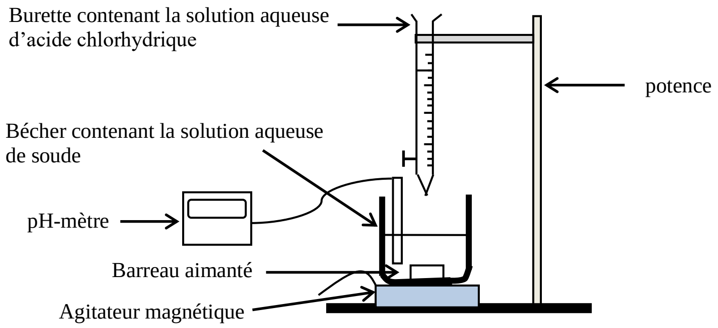
$C_0 = \frac{n}{V}$ or $n = \frac{p\times m}{M(HCl)}$ d'où $C_0 = \frac{p\times m}{M(HCl)\times V} = \frac{p\times \rho}{M(HCl)}$ A.N: $C_0 = \frac{0{,}37\times1{,}19.10^{-3}}{36{,}5}$ = 12,06g/mol ≈ 12g/mol

2. Calculons la valeur de C.

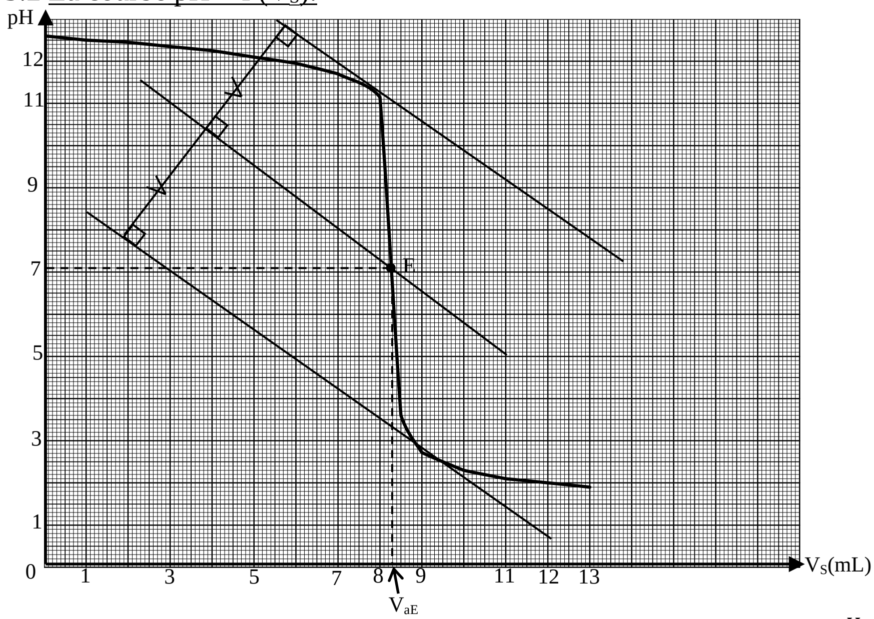
Lors de la dilution : $n = n_0$ $\Rightarrow C\times V = C_0 \times V_0 \Rightarrow C = \frac{C_0 \times V_0}{V}$ A.N : $C = \frac{12\times4.10^{-3}}{2} = 2{,}4.10^{-2}$mol/L

3.

3.1 Le schéma du dispositif expérimental.



3.2 La courbe pH = f (V_S).



3.3 Graphiquement les coordonnées du point d'équivalence E sont : $E\binom{V_{aE}=8,3mL}{pH_E=7}$

3.4 Déduisons-en la concentration Ca de la solution d'acide chlorhydrique.

A l'équivalence acido-basique : $C_a \times V_{aE} = C_b \times V_b \Rightarrow C_a = \frac{C_b \times V_b}{V_{aE}}$

A.N : $C_a = \frac{0,01\times 20.10^{-3}}{8,3.10^{-3}} = 2,4.10^{-2}$mol/L

Comparons Ca et C : les deux valeurs sont en accords

3.5 Ecrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange.

$H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\,H_2O$ ou ($H_3O^+ + Cl^-$) + ($Na^+ + OH^-$) $\rightarrow$ $2H_2O$ + NaCl

3.6 Calculons la masse du composé obtenu à l'équivalence après évaporation de l'eau.

A l'équivalence acido-basique : n(NaCl) = $n_a = n_b$

n(NaCl) = $n_b \Rightarrow \frac{m(NaCl)}{M(NaCl)} = C_b \times V_b \Rightarrow$ m(NaCl)= $C_b \times V_b \times$M(NaCl)

A.N : m(NaCl)= $0,01 \times 20.10^{-3} \times (23+35,5) = 1,17.10^{-2}$g

Acide faible - Base faible

9

Exercices d'application

Exercice 1

Corrigé Page 142

Le pH d'une solution d'acide éthanoïque de concentration Ca = 0,1mol/L est égal à 2,9

1. Calculer le coefficient d'ionisation de cet acide.
2. Comparer cette valeur de α avec la valeur 1 caractéristique d'un acide fort.

Exercice 2

Corrigé Page 142

Une solution d'éthanoate de sodium de concentration 0,1mol/L a un pH de 8,9.

1. Calculer les concentrations molaires des différentes espèces présente dans cette solution.
2. En déduire la proportion d'ions éthanoates transformés en molécules puis conclure.
3. Ecrire l'équation de la réaction des ions éthanoates avec l'eau.

Exercice 3

Corrigé Page 142

Les pH de 2 solutions d'acide éthanoïque A et B de concentration $C_A = 5{,}10^{-2}$ mol/L et $C_B = 5{,}10^{-3}$ mol/L sont respectivement 3 et 3,5.

1. Calculer le coefficient d'ionisation correspondant à chacune des 2 solutions d'acide éthanoïque.
2. Quelle est l'influence de la dilution sur la réaction de l'acide avec l'eau ?

Exercice 4

Corrigé Page 142

On dissout une masse m de chlorure d'ammonium solide dans 500mL d'eau pure. La solution obtenue a une concentration $C_a = 4.10^{-2}$ mol.L^{-1}.

1. Ecrire l'équation de dissolution du chlorure d'ammonium dans l'eau.
2. Calculer la masse m.
3. On mesure le pH et on trouve la valeur de 5,3 à 25°C

3.1 Montrer que la solution contient un acide faible que l'on précisera.

3.2 Ecrire l'équation bilan de la réaction entre cet acide et l'eau.

3.3 Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution puis en déduire le taux d'ionisation de l'acide dans l'eau.

On donne Ke $=10^{-14}$ et H:1 ; Cl : 35 ,5 ; N :14 (g.mol^{-1})

Exercice 5

Corrigé Page 143

1. Une solution aqueuse d'ammoniac NH_3,de concentration C = 0,1 mol/L a un pH égal à 11,1.

1.1. Montrer que NH_3 est une base faible.

1.2. Ecrire l'équation bilan de sa réaction avec l'eau.

1.3. Calculer les concentrations molaires des espèces présentes dans la solution.

2. On dissout 0,1 mole d'acide hypochloreux $HC\ell O_3$ dans 1L d'eau. On obtient une solution de pH = 2,4 à 25°C.

2.1. Montrer que l'acide hypochloreux est un acide faible.

2.2 Ecrire l'équation bilan de sa réaction d'ionisation dans l'eau.

2.3Calculer les concentrations des espèces en solution.

2.4 En déduire le coefficient de dissociation α de l'acide dans l'eau puis conclure.

A Chercher

Exercice 6

1. On dissout une masse m =9,2g d'acide méthanoïque (HCOOH) dans 2L d'eau pure. Le pH de la solution aqueuse obtenue est égal à 2,4.

1.1 Dans cette solution aqueuse deux équilibres coexistent. Ecrire leurs équations bilans.

1.2 Déterminer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans cette solution.

1.3 Calculer le coefficient d'ionisation α de l'acide méthanoïque. Conclure.

2. On mélange un volume $V_1 = 24$mL d'acide méthanoïque de concentration $C_1 = 0{,}1$mol/L avec un volume $V_2= 6$mL d'une solution de concentration $C_2=0{,}2$mol/L obtenue en dissolvant du méthanoate de sodium (HCOONa) dans l'eau pure. la mesure au pH-mètre indique 3,5.

Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans le mélange.
On donne en g/mol H : 1 ; O : 16 ; C : 12

Exercice 7

Les étiquettes de deux flacons portent respectivement la mention S_1 et S_2. Chaque flacon contient une solution aqueuse d'un monoacide. La mesure du pH de ces solutions donne la même valeur 2,4 à 25°C.

1. On prélève $10cm^3$ de chaque solution que l'on dilue avec de l'eau distillée jusqu'à $50cm^3$. Le pH de la solution diluée de S_1 est 3,1 celui de la solution S_2 est 2,8.

1.1 Comparer les quantités d'ions H_3O^+ contenues dans chaque échantillon avant et après dilution.

1.2 En déduire que l'un des flacons contient une solution d'acide fort et l'autre une solution d'acide faible.

2. Déterminer la concentration molaire de la solution S_1.

3. Soit C_o la concentration initiale de la solution S_2.

3.1 Exprimer les coefficients d'ionisation α et α' de la solution S_2 avant et après la dilution en fonction de C_o.

3.2 Comparer α et α'. Conclure.

Exercice 8

Une solution d'acide fluorhydrique HF, à $0{,}1mol.L^{-1}$ et une solution d'acide arsénique de formule HA_SO_3, de concentration $0{,}01mol.L^{-1}$, ont le même pH soit 2,1.

1. Ecrire l'équation de la réaction d'ionisation de chacun de ces acides avec de l'eau.
2. Pourquoi ces deux acides sont des acides faibles.
3. Quel est, qualitativement, de ces deux acides le plus ionisé.
4. Pour chacune des deux solutions, calculer les concentrations des espèces chimiques présentes.
5. Calculer le coefficient d'ionisation de chaque acide. Conclure.

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Calculons le coefficient d'ionisation α de cet acide.

$\alpha = \frac{[H_3O^+]}{Ca} = \frac{10^{-pH}}{Ca}$ A.N : $\alpha = \frac{10^{-2,9}}{0,1} = 1,26.10^{-2}$

2. Comparons cette valeur de α avec la valeur 1 : α < 1

Exercice 2 — Corrigé

1. Calculer les concentrations molaires des différentes espèces présente.

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+ ; OH^- ; CH_3COO^- ; Na^+ ; CH_3COOH et H_2O.

$[Na^+]$ = C = 0,1mol/L ; $[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-8,9} = 1,26.10^{-9}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{1,26.10^{-9}} = 7,94.10^{-6}$mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[Na^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [CH_3COO^-]$

$\Rightarrow [CH_3COO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-]$ or $[H_3O^+] << [OH^-]$ et $[OH^-] << [Na^+]$

donc $[CH_3COO^-] \approx [Na^+] - [OH^-] \approx [Na^+] = 0,1$mol/L

Conservation de la matière : $[CH_3COOH] + [CH_3COO^-] = C$

$[CH_3COOH] = C - [CH_3COO^-] = C - ([Na^+] - [OH^-])$

$[CH_3COOH] = 0,1 - (0,1 - 7,94.10^{-6}) = 7,94.10^{-6} mol/L$

2. Déduisons-en la proportion d'ion éthanoate transformé en molécules et concluons

$\alpha = \frac{[CH_3COOH]}{C}$ A.N: $\alpha = \frac{7,94.10^{-6}}{0,1} = 7,94.10^{-5}$ soit $\alpha = 7,94.10^{-3}$

Conclusion : α < 1, la dissociation des ions éthanoates dans l'eau est partielle. L'ion éthanoate est une base faible.

3. Equation de la réaction des ions éthanoate avec l'eau.

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$

Exercice 3 — Corrigé

1. Calculons le coefficient d'ionisation de chacune des 2 solutions d'acide éthanoïque.

$\alpha_A = \frac{[H_3O^+]_A}{C_A} = \frac{10^{-pH_A}}{C_A}$ A.N: $\alpha_A = \frac{10^{-3}}{5.10^{-2}} = 2.10^{-2}$

$\alpha_B = \frac{[H_3O^+]_B}{C_B} = \frac{10^{-pH_B}}{C_B}$ A.N: $\alpha_B = \frac{10^{-3,5}}{5.10^{-3}} = 6,32.10^{-2}$

2. La dilution favorise l'ionisation de l'acide car $\alpha_B > \alpha_A$

Exercice 4 — Corrigé

1. Equation de dissolution du chlorure d'ammonium dans l'eau.

$NH_4Cl \xrightarrow{H_2O} NH_4^+ + Cl^-$

2. Calculons la masse m.

$n(NH_4Cl) = \frac{m}{M(NH_4Cl)} = Ca \times V \Rightarrow m = Ca \times V \times M(NH_4Cl)$ A.N: $m = 4.10^{-2} \times 0,5 \times (14+4+35,5) = 1,07$g

3. On mesure le pH et on trouve la valeur de 5,3 à 25°C

3.1 Montrons que la solution contient un acide faible et précisons cet acide.

pH = 5,3 < 7 : la solution est acide. De plus $-\log Ca = -\log(4.10^{-2}) = 1,4 \neq pH$:
donc la solution contient un acide faible qui est l'ion ammonium NH_4^+

3.2 Equation bilan de la réaction entre l'ion ammonium NH_4^+ et l'eau.

$NH_4^+ + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+$

3.3 Calculons les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution puis déduisons-en le taux d'ionisation de l'acide dans l'eau.

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+ ; Cl^- ; NH_3 et H_2O.

$[Cl^-] = Ca = 4.10^{-2} mol/L$; $[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-5,3} = 5.10^{-6}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-6}} = 2.10^{-9}$mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

$\Rightarrow [NH_4^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$ et $[H_3O^+] << [Cl^-]$

donc $[NH_4^+] \approx [Cl^-] - [H_3O^+] \approx [Cl^-] = 4.10^{-2}$ mol/L

Conservation de la matière : $[NH_3] + [NH_4^+] = Ca \Rightarrow [NH_3] = Ca - [NH_4^+]$

$[NH_3] = Ca - ([Cl^-] - [H_3O^+]) = Ca - (Ca - [H_3O^+]) = [H_3O^+] = 5.10^{-6}$mol.L^{-1}

4. Le taux d'ionisation α de l'acide dans l'eau est :

$\alpha = \frac{[NH_3]}{Ca}$ A.N: $\alpha = \frac{5.10^{-6}}{4.10^{-2}} = 1{,}25.10^{-4}$ soit $\alpha = 1{,}25.10^{-2}\%$

Exercice 5 Corrigé

1.

1.1. Montrons que NH_3 est une base faible.

$\left.\begin{array}{r} pH = 11{,}1 \\ 14+\log C = 14+\log(0{,}1) = 13 \end{array}\right\}$ $pH \neq 14 + \log C$ donc l'ammoniac est une base faible

1.2. Equation bilan de sa réaction avec l'eau.

$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-$

1.3. Calculons les concentrations molaires des espèces présentes dans la solution.

Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+ ; NH_3 et H_2O.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-11{,}1} = 7{,}94.10^{-12}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{7{,}94.10^{-12}} = 1{,}26.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$ or $[H_3O^+] << [OH^-]$

donc $[NH_4^+] \approx [H_3O^+] = 1{,}26.10^{-3}$ mol/L

Conservation de la matière : $[NH_3] + [NH_4^+] = C \Rightarrow [NH_3] = C - [NH_4^+]$

$[NH_3] = 0{,}1 - 1{,}26.10^{-3} = 9{,}87.10^{-2}$ mol.L^{-1}

3.

2.1. Montrons que l'acide hypochloreux est un acide faible.

$\left.\begin{array}{r} pH = 2{,}4 \\ -\log Ca = -\log(\frac{n_a}{V}) = -\log(\frac{0{,}1}{1}) = 1 \end{array}\right\}$ $pH \neq -\log Ca$ donc l'acide hypochloreux est un acide faible

2.2 Equation bilan de sa réaction d'ionisation dans l'eau.

$HC\ell O_4 + H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + C\ell O_3^-$

2.3 Calculons les concentrations des espèces en solution.

Inventaire des espèces chimiques présentes : H_3O^+ ; OH^- ; $C\ell O_3^-$; $HC\ell O_3$ et H_2O.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-2{,}4} = 3{,}98.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{3{,}98.10^{-3}} = 2{,}51.10^{-12}$ mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[H_3O^+] = [OH^-] + [C\ell O_3^-]$

$\Rightarrow [C\ell O_3^-] = [H_3O^+] - [OH^-]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$ donc $[C\ell O_3^-] \approx [H_3O^+] = 3{,}98.10^{-3}$ mol/L

Conservation de la matière : $[HC\ell O_3] + [C\ell O_3^-] = Ca \Rightarrow [HC\ell O_3] = Ca - [C\ell O_3^-]$

$[HC\ell O_3] = 0{,}1 - 3{,}98.10^{-3} = 9{,}96.10^{-1}$ mol.L^{-1}

2.4 Déduisons-en le coefficient de dissociation α de l'acide dans l'eau puis concluons.

$\alpha = \frac{[C\ell O_3^-]}{Ca} = \frac{[H_3O^+]}{Ca}$ A.N: $\alpha = \frac{3{,}98.10^{-3}}{0{,}1} = 3{,}98.10^{-2}$ soit $\alpha = 3{,}98\%$

$\alpha < 1$, l'acide hypochloreux se dissocie partiellement dans l'eau : c'est la confirmation que l'acide hypochloreux est un acide faible.

Notion de couple acide/base Classification

10

Exercices d'application

Exercice 1 Corrigé Page 149

On donne: pKa (CH_3-NH_3^+/CH_3-NH_2) =10,8 et pKa (CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4,8

On dispose de cinq béchers contenant chacun une solution aqueuse d'un des composes cites ci-dessous. Les solutions sont de même concentration molaire.

Bécher	1	2	3	4	5
Nom du composé	Acide nitrique	Chlorure de méthylammonium	Ethanoate de sodium	Hydroxyde de sodium	Acide éthanoique

1. Ecrire les équations-bilans des réactions de chacun de ces composés avec l'eau. En déduire quelles solutions sont acides et quelles solutions sont basiques.
2. Classer, par ordre de pH, les cinq solutions. Justifier ce classement, sans calcul.

Exercice 2 Corrigé Page 150

Une solution de chlorure d'ammonium (NH_4Cl) de concentration molaire C = 10^{-2} mol.L^{-1} a un pH égal à 5,6.

1. Ecrire l'équation –bilan de la réaction de l'ion ammonium avec l'eau.
2. Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans cette solution puis calculer leur concentration.
3. Calculer la constante d'acidité Ka puis le pKa du couple NH_4^+/ NH_3.
4. On donne le couples acide/base : CH_3COOH/CH_3COO^- (pKa = 4,8).

Comparer la force des acides présents dans les couples NH_4^+/ NH_3 et CH_3COOH/CH_3COO^- en justifiant.

Exercice 3 Corrigé Page 150

L'éthylamine, composé organique dont la formule s'écrit C_2H_5–NH_2 est une base faible. On se propose d'étudier le couple acide/base auquel appartient l'éthylamine.

A 25°C, une solution S d'éthylamine, de concentration C = 10^{-2}mol/L a un pH = 11,3.

1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'éthylamine avec l'eau.
2. Faire le bilan qualitatif et le bilan quantitatif de la solution S.
3. Déterminer le pKa et Ka du couple acide/base auquel appartient l'éthylamine.
4. Le pKa du couple ion ammonium/ammoniac (NH_4^+/ NH_3) est égal à 9,2.

Comparer la force des deux bases éthylamine et ammoniac.

5. Tracer le diagramme des domaines de prédominance du couple d'éthylamine et préciser l'espèce prédominante dans une solution de pH = 2, à 11

Exercice 4 Corrigé Page 151

On dispose d'une solution d'acide méthanoïque de concentration C_A= 0,1mol/L et d'une solution B de méthanoate de sodium C_B= 0,1mol/L. On réalise plusieurs mélanges V_A et V_B. Pour chacun on mesure le pH. On obtient le tableau suivant:

V_A (mL)	30	25	22	18	15	10
V_B (mL)	10	15	18	22	25	30
pH	3,3	3,5	3,7	3,8	4,0	4,3

1. Calculer les concentrations molaires des espèces présentes dans le mélange pour V_A=30 mL et V_B=10mL. Montrer que $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{V_B}{V_A}$
2. Tracer le graphe pH = f(log$\frac{V_B}{V_A}$) Echelle : 1cm ↔ 0,06unité de log et1cm ↔ 0,5unité de pH
3. En déduire que le pH peut s'écrire sous la forme. pH = a.log$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ + b.

   Déterminer les valeurs des constantes a et b.
4. En déduire les valeurs des constantes pKa et Ka du couple $HCOOH/HCOO^-$.

A Chercher

Exercice 5

Corrigé Page 152

Dans tout l'exercice, la température des solutions est égale à 25°C.

1. On dissout une masse m d'acide monochloroéthanoïque pur $CH_2ClCOOH$ dans l'eau : le pH de la solution S obtenue est pH = 2,1 et son volume V = 250 mL.

1.1Sachant que cet acide est faible, écrire l'équation de sa réaction avec l'eau.

1.2 Déterminer les concentrations molaires volumiques des diverses espèces chimiques présentes dans la solution sachant que le pKa du couple acide/base est 2,9.

1.3 Calculer la masse m d'acide pur que l'on a dissout pour fabriquer la solution S.

2. On désigne par :

– A_1H l'acide éthanoïque et par A_1^- sa base conjuguée. La constante d'acidité du couple A_1H/A_1^- est Ka = $1{,}6.10^{-5}$

– A_2H l'acide monochloroéthanoïque précédemment étudié

– A_3H l'acide dichloroéthanoïque. Dans une solution aqueuse de A_3H, de pH = 1,3, les concentrations molaires $[A_3H]$ et $[A_3^-]$ sont égales

– A_4H l'acide trichloroéthanoïque de pH = 1 ; le coefficient de dissociation (ionisation) de A_4H est α = 0,67.

2.1Préciser les différents couples acide/bases en utilisant les formules des acides et des bases correspondants.

2.2Déterminer la constante d'acidité Ka et le pKa de chaque couple.

3. On utilise un indicateur coloré. L'espèce acide de cet indicateur est notée HI_n et l'espèce basique I_n^-. Le couple acide – base (HI_n/I_n^-) de cet indicateur est caractérisé par pK_i = 3,5. On appelle X la couleur imposée par les molécules de HI_n et Y la
couleur imposée par I_n^-.

3.1Déterminer la zone de virage de l'indicateur colorée en admettant que la teinte de cet indicateur est nettement X si l'espèce acide (HI_n) est en concentration 10 fois supérieure à l'espèce basique (I_n^-) ou nettement Y si l'espèce basique (I_n^-) est en concentration 10 fois supérieure à l'espèce acide (HI_n).

3.2 Quelle serait la teinte du mélange si on ajoute quelques gouttes de cet indicateur coloré à la solution d'acide monochloroéthanoïque?

On donne les masses molaires moléculaires en g/mol : Cl : 35,5 ; C : 12 ; O : 16 ; H :

Exercice 6

Les solutions sont prises à 25°C.

1. On prélève V_0 = 10 cm^3 d'une solution d'acide éthanoïque de concentration C_0 = 0,1 mol/L. On ajoute un volume V cm^3 d'eau.

1.1Soit C la nouvelle concentration de la solution. Etablir la relation entre C, C_0, V_0 et V.

1.2 On mesure le pH des solutions ainsi obtenues pour différentes valeurs de v. Recopier et compléter le tableau suivant :

V (cm^3)	0	10	20	40	60	90	150
pH	2,90	3,05	3,15	3,25	3,30	3,40	3,50
C (mol/L)							
- logC							

1.2 Représenter graphiquement pH = f (- logC) à l'échelle 5cm pour 1unité de pH et 5cm pour 1 unité de logC.

1.3 En déduire l'équation numérique de la courbe.

2. Pour V = 90 cm^3 d'eau,

2.1 Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.

2.2 En déduire le Ka et le pKa du couple en solution.

3. L'acide éthanoïque étant faiblement dissocié :

3.1 Montrer que la relation suivante est pratiquement vérifiée : $\frac{CH_3COO-]}{[CH_3COOH]} = \frac{[H_3O+]}{C}$

3.2 En admettant l'égalité précédente utilisable dans tout le domaine d'étude et en utilisant la relation entre pH et pKa, Etablir une relation entre pH, pKa et logC.

3.3 Retrouver la valeur du pKa du couple en utilisant cette relation et l'équation numérique de la courbe.

Exercice 7

1. Soit une solution aqueuse d'acide nitreux HNO_2, de concentration molaire

C = 10^{-2} mol/L, de volume V = 50 cm^3. L'acide nitreux est un acide faible.
1.1. Ecrire l'équation de la réaction de dissolution de l'acide nitreux dans l'eau.
1.2. Ecrire les relations traduisant l'électroneutralité de la solution et la conservation de la matière.
1.3. Quelle est l'expression de la constante d'acidité Ka du couple acide nitreux/ion nitrite ? L'exprimer en fonction de $[H_3O^+]$ et C. Quelle(s) approximation(s) est-il légitime de faire ?
1.4. Le pKa du couple HNO_2/NO_2^- vaut 3,4. Quel est le pH de la solution ?
2. On dissout sans que le volume en soit affecté $2,5.10^{-4}$ mol de chlorure d'hydrogène HCl dans la solution aqueuse d'acide nitreux.
2.1. Ecrire l'équation de dissolution du chlorure d'hydrogène.
2.2. Quelle influence cette dissolution a-t-elle sur la solution de l'acide nitreux ?
2.3. Le pH de la solution vaut 2,3 après dissolution du chlorure d'hydrogène. Vérifier, en calculant les concentrations molaires en acide nitreux HNO_2 et en ion nitrite NO_2^-, la réponse à la question précédente.

Exercice 8

On se propose d'étudier deux solutions S_1 et S_2.

1. La solution S_1 est obtenue en faisant dissoudre dans 1L d'eau pure une masse m d'acide éthanoïque.
   - 1.1 Ecrire l'équation de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.
   - 1.2 Le pH de cette solution à 25°C est 3,4 et le pKa du couple acide base correspondant est 4,78.
     - 1.2.1 Montrer que pour cette solution on a $\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 4,17.10^{-2}$.
     - 1.2.2 Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans S_1.
     - 1.2.3 En déduire la concentration C_1 de S_1.
     - 1.2.4 Déterminer la masse m introduite.
2. La solution S_2 est une solution d'éthanoate de sodium de concentration molaire $C_2 = 10^{-2}$ mol/L et de pH = 8,4 à 25°C.
   - 2.1 Recenser les espèces chimiques présentes dans S_2 et calculer leurs concentrations.
   - 2.2 Calculer la valeur du pKa du couple acide base et la comparer à celle donnée en 1.2

CORRIGE

Exercice 1 — Corrigé

1. Equations-bilans des réactions de chacun de ces composés avec l'eau.

Acide nitrique : $HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$

Chlorure de méthylammonium : $CH_3–NH_3Cl \xrightarrow{H_2O} CH_3\text{-}NH_3^+ + Cl^-$ puis

$CH_3\text{-}NH_3^+ + H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + CH_3\text{-}NH_2$

Ethanoate de sodium : $CH_3COONa \xrightarrow{H_2O} CH_3COO^- + Na^+$ puis

$CH_3COO^- + H_2O \rightleftarrows CH_3COOH + OH^-$

Hydroxyde de sodium : $NaOH \xrightarrow{H_2O} OH^- + Na^+$

Acide éthanoïque: $CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

Les solutions acides sont : la solution d'acide nitrique ; la solution de chlorure de méthylammonium et la solution d'acide éthanoïque.

Les solutions basiques sont : la solution d'hydroxyde de sodium et la solution d'éthanoate de sodium.

2. Classons, par ordre de pH, les cinq solutions.

HNO_3 — CH_3COOH — CH_3NH_3Cl — pH = 7 — CH_3COONa — $NaOH$ → pH croissant

Justifions ce classement :

- Le pH des solutions acides est inférieur à 7 alors que celui des solutions basiques est supérieur à 7
- L'acide nitrique est un acide fort donc son pH est inférieur aux pH des solutions de CH_3COOH et de $CH_3–NH_3Cl$ qui sont des solutions d'acide faible.
- L'acide éthanoïque est plus fort que l'ion méthylammonium($CH_3\text{-}NH_3^+$) car
- pKa (CH_3COOH/CH_3COO^-) < pKa ($CH_3\text{-}NH_3^+/CH_3\text{-}NH_2$)
- l'hydroxyde de sodium est une base forte et CH_3COO^- une base faible donc le pH de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium est supérieur à celui de la solution d'éthanoate de sodium.

Exercice 2 — Corrigé

1. Equation –bilan de la réaction de l'ion ammonium avec l'eau.

$NH_4^+ + H_2O \rightleftarrows NH_3 + H_3O^+$

2. Inventaire des espèces chimiques présentes puis calculons leur concentration.

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+ ; OH^- ; NH_4^+ ; Cl^- ; NH_3 et H_2O.

$[Cl^-] = C = 10^{-2} mol/L$; $[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-5,6} = 2,51.10^{-6}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{2,51.10^{-6}} = 3,98.10^{-9}$mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

$\Rightarrow [NH_4^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$ et $[H_3O^+] << [Cl^-]$

donc $[NH_4^+] \approx [Cl^-] - [H_3O^+] \approx [Cl^-] = 10^{-2}$ mol/L

Conservation de la matière : $[NH_3] + [NH_4^+] = Ca \Rightarrow [NH_3] = Ca - [NH_4^+]$

$[NH_3] = Ca - ([Cl^-] - [H_3O^+]) = Ca - (Ca - [H_3O^+]) = [H_3O^+] = 2,51.\ 10^{-6}$mol.L^{-1}

3. Calculons la constante d'acidité Ka puis le pKa du couple NH_4^+/NH_3.

$Ka = \frac{[NH_3]\times[H_3O^+]}{[NH_4^+]}$ A.N : $Ka = \frac{2,51.10^{-6}\times 2,51.10^{-6}}{10^{-2}} = 6,3.10^{-10}$

pKa = – log Ka   A.N: pKa = – log($6,3 10^{-10}$) = 9,2

4. Comparer la force des acides présents

L'acide éthanoïque CH_3COOH est plus fort que l'ion ammonium NH_4^+ car pKa(CH_3COOH/ CH_3COO^-) < pKa(NH_4^+/ NH_3)

Exercice 3 — Corrigé

1. Equation-bilan de la réaction d'éthylamine avec l'eau.

$C_2H_5–NH_2 + H_2O \rightleftarrows C_2H_5–NH_3^+ + OH^-$

2. Bilan qualitatif et le bilan quantitatif de la solution S.

Bilan qualitatif (il s'agit de faire l'inventaire des espèces chimiques présentes dans S)

H_3O^+; OH^- ; $C_2H_5–NH_3^+$; $C_2H_5–NH_2$ et H_2O.

Bilan quantitatif (il s'agit de calculer les concentrations des espèces chimiques présentes dans S)

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-11,3} = 5.10^{-12}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-12}} = 2.10^{-3}$mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[C_2H_5 - NH_3^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$

$\Rightarrow [C_2H_5 - NH_3^+] = [OH^-] - [H_3O^+]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$

donc $[C_2H_5 - NH_3^+] \approx [OH^-] = 2.10^{-3}$ mol/L

Conservation de la matière : $[C_2H_5 - NH_2] + [C_2H_5 - NH_3^+] = C$

$\Rightarrow [C_2H_5 - NH_2] = C - [C_2H_5 - NH_3^+] = 10^{-2} - 2.10^{-3} = 8.\ 10^{-3}$ mol.L^{-1}

3. <u>Déterminons le pKa et le Ka du couple $C_2H_5 - NH_3^+/C_2H_5 - NH_2$.</u>

pH = pKa + $\log(\frac{[C_2H_5-NH_2]}{[C_2H_5-NH_3^+]})$ $\Rightarrow$ pKa = pH − $\log(\frac{[C_2H_5-NH_2]}{[C_2H_5-NH_3^+]})$ <u>A.N</u> : pKa = 11,3 − $\log(\frac{8.10^{-3}}{2.10^{-3}})$ = 10,7

Ka = 10^{-pKa} <u>A.N</u> : Ka = $10^{-10,7}$= 2.10^{-11}

4. L'éthylamine est plus forte que l'ammoniac
car pKa($C_2H_5 - NH_3^+/C_2H_5 - NH_2$) > pKa($NH_4^+$/ NH_3)

5. <u>Traçons le diagramme des domaines de prédominance du couple d'éthylamine et précisons l'espèce prédominante dans une solution de pH = 2, à 11</u>

pH < pKa :l'acide $C_2H_5-NH_3^+$ prédomine

pH = pKa=10,7 : les deux espèces prédominent

pH > pKa : la base $C_2H_5-NH_2$ prédomine

$\longrightarrow$ pH

$[C_2H_5NH_3^+] > [C_2H_5NH_2]$

$[C_2H_5NH_3^+] = [C_2H_5NH_2]$

$[C_2H_5NH_3^+] < [C_2H_5NH_2]$

- pH = 2, pH < pKa : l'espèce acide (l'ion éthylammonium $C_2H_5-NH_3^+$) prédomine
- pH = 11, pH > pKa : l'espèce basique (l'éthylamine $C_2H_5-NH_2$) prédomine

Exercice 4 — Corrigé

1. <u>Calculons les concentrations molaires des espèces présentes dans le mélange pour V_A=30 mL et V_B=10mL.</u>

Espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+ ; OH^- ; $HCOO^-$; Na^+ ; CH_3COOH et H_2O.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; or pH = 3,3 $[H_3O^+] = 10^{-3,3} = 5.10^{-4}$mol.L^{-1}

$[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5.10^{-4}} = 2.10^{-11}$mol.L^{-1}

$[Na^+] = \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B}$ <u>A.N</u>: $[Na^+] = \frac{0,1\times10.10^{-3}}{(30+10).10^{-3}} = 2,5.10^{-2}$ mol/L

Electroneutralité de la solution : $[Na^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [HCOO^-]$

$\Rightarrow [HCOO^-] = [Na^+] + [H_3O^+] - [OH^-]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$ et $[H_3O^+] << [Na^+]$

donc $[HCOO^-] \approx [Na^+] = 2,5.10^{-2}$mol/L

Conservation de la matière : $[HCOOH] + [HCOO^-] = \frac{C_A \times V_A}{V_A+V_B} + \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B}$

$[HCOOH] = \frac{C_A \times V_A}{V_A+V_B} + \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B} - [HCOO^-]$ or $[HCOO^-] = [Na^+] = \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B}$ $d'où$:

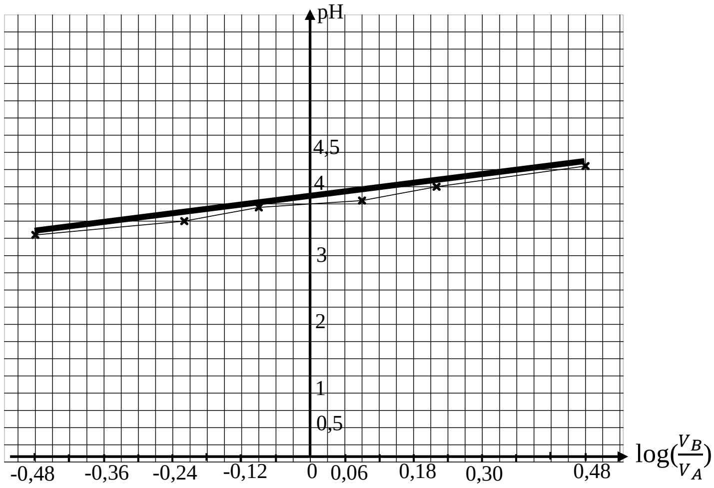
$[HCOOH] = \frac{C_A \times V_A}{V_A+V_B} + \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B} - \frac{C_B \times V_B}{V_A+V_B} = \frac{C_A \times V_A}{V_A+V_B}$; $[HCOO^-] = \frac{0,1\times30.10^{-3}}{(30+10).10^{-3}}$ =$7,5.10^{-2}$ mol/L

Montrons que $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{V_B}{V_A}$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{7,5.10^{-2}}{2,5.10^{-2}} = 3 \\ \frac{V_B}{V_A} = \frac{30}{10} = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{V_B}{V_A}$$

2. <u>Traçons le graphe pH = f($\log\frac{V_B}{V_A}$)</u>

pH	3,3	3,5	3,7	3,8	4,0	4,3
$\log(\frac{V_B}{V_A})$	– 0,48	– 0,22	– 0,09	0,09	0,22	0,48



3. Le graphe obtenu est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère : son équation est donc de la forme pH = a.log$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ + b où a est le coefficient directeur de cette droite et b l'ordonné à l'origine.

a = $\frac{\Delta pH}{\Delta\, log(\frac{V_b}{V_a})} = \frac{4,3-3,3}{0,48-(-0,48)}$ = 1,04 ≈ 1 et b = 3,8 (graphiquement)

4. <u>Déduisons-en les valeurs des constantes pKa et Ka du couple HCOOH/HCOO$^-$.</u>

L'équation de la droite est : pH = 3,8 + log$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ or pH = pKa + log$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$

Par identification : pKa = 3,8 ; Ka = 10^{-pKa} = $10^{-3,8}$ = $1,6.10^{-4}$

Réactions acido - basiques Solutions tampons

11

Exercices d'application

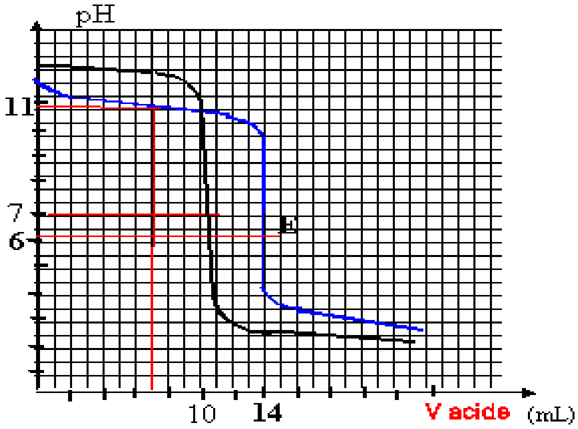
Exercice 1 Corrigé Page 142

1. Une solution A d'acide monochloroéthanoïque $ClCH_2COOH$ de concentration C = 0,1 mol/L a un pH = 2,1.
   1.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.
   1.2. Indiquer les couples acide / base mis en jeu.
   1.3. Calculer les concentrations des différentes espèces en solution.
   1.4. Calculer le coefficient de dissociation α de cet acide.
   1.5. Calculer la constante pKa du couple acide / base précédent.
2. On dose maintenant V_A = 10 mL de A avec une solution B d'hydroxyde de sodium. Il faut un volume V_B = 12,5 mL de B pour atteindre l'équivalence.
   2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage.
   2.2. Calculer la concentration C_B de la solution NaOH.
3. On veut préparer une solution tampon en mélangeant V_A = 20 mL de la solution A et un volume V' de la solution B.
   3.1. Calculer V'.
   3.2. Quel est le pH de ce mélange ?
   3.3. Quelles sont les propriétés de ce mélange ?

Exercice 2 Corrigé Page 142

On dose 2 solutions basiques B_1 (courbe noire) et B_2 (courbe bleue) par la même solution d'acide fort (HCl). Le volume des 2 solutions basiques est égal à 35 mL. La concentration de la solution de HCl est égale à 1mol/L. On obtient les 2 courbes ci-dessous.

1-Déterminer les concentrations C_1 et C_2 des 2 solutions basiques.
2-Identifier (avec 2 arguments différents) laquelle correspond à une base forte, laquelle correspond à une base faible ?
3-Quel indicateur coloré aurait été le plus adapté pour ces 2 dosages?
4-Déterminer la constante d'acidité du couple acide-base faible.
5-Calculer les concentrations de toutes les espèces présentes dans chacune des solutions pour un volume versé égal à 7 mL. (En ce point, pH du dosage de B_2 =10,5 et pH du dosage de B_1 =12).



A Chercher

Exercice 3

NB : Toutes les solutions aqueuses envisagées sont à la température de 25°C.

1. L'acide benzoïque de formule C_6H_5-COOH est un acide faible dont le pK_a vaut 4,2.
   1.1 Après avoir défini un acide, rappeler la différence entre un acide fort et un acide faible.
   1.2 Ecrire l'équation traduisant l'action de cet acide sur l'eau.
2. Une solution aqueuse d'acide benzoïque S_1 de concentration C_1 inconnue a un pH = 3,1.
   2.1 Mis à part l'eau, quelles sont les espèces chimiques présentes en solution ?

2.2 Exprimer, puis calculer, les concentrations, en $mol.L^{-1}$, de ces espèces chimiques.
2.3 En déduire la concentration C_1 de la solution d'acide aqueuse d'acide benzoïque
2.4 Quelle masse m_1 d'acide benzoïque faut-il utiliser pour préparer un litre de la solution ?

3. On mélange un volume V_2 d'une solution S_2 de benzoate de sodium de concentration C_2 à un volume V_1 de la solution d'acide benzoïque S_1 précédente de concentration $C_1 = 1,08.10^{-2}$ mol/L, et l'on obtient une solution S de volume $V = 100\ cm^3$ de pH égal à 4,2.
3.1 Quel est le nom de la solution ? Justifier.
3.2 Quelles sont les propriétés particulières de cette solution ?
3.3 Enumérer les espèces chimiques présentes dans la solution S et calculer leurs concentrations.
3.4 Quel volume V_2 de la solution de benzoate de sodium faut-il utiliser dans le cas où $C_2 = 5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$ et $V_1 = 40\ cm^3$ pour obtenir S ?

Exercice 3

Pour préparer un volume V = 150 mL d'une solution tampon T de pH = 9,2, on dispose de 1 L de chacune des solutions suivantes :

→ Acide chlorhydrique de concentration $C_1 = 0,1$ mol/L ;
→ Hydroxyde de sodium de concentration $C_2 = 0,05$ mol/L ;
→ Ammoniac de concentration $C_3 = 0,05$ mol/L ;
→ Chlorure d'ammonium de concentration $C_4 = 0,1$ mol/L ;
→ Acide éthanoïque de concentration $C_5 = 0,1$ mol/L ;
→ Ethanoate de sodium de concentration $C_6 = 0,05$ mol/L.

Indiquer trois manières précises de fabriquer la solution T.

Exercice 4

On dispose d'une série de solutions aqueuses de même concentration $C = 10^{-2}$ mol/L.

- Solution A : acide méthanoïque HCOOH;
- Solution B : méthanoate de sodium;
- Solution C : hydroxyde de sodium (ou soude);
- Solution D : solution de chlorure de sodium;
- Solution E : solution d'acide chlorhydrique.

Les pH mesurés à 25 °C sont dans l'ordre croissant: 2,0; 2,9; 7,0; 7,9; 12,0.

1. Attribuer sur l'axe des pH, en justifiant brièvement votre choix, à chacune des solutions A, B, C, D, E, la valeur du pH qui correspond.
2. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution A et en déduire le coefficient d'ionisation α de l'acide méthanoïque dans cette solution ainsi que le pK_A du couple $HCOOH/HCOO^-$.
3. On mélange 50 cm^3 de la solution A et 50 cm^3 de la solution B. Le pH du mélange F obtenu est 3,75.
 3.1 Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques contenues dans la solution F.
 3.2 Quelles sont les caractéristiques de la solution F ?
4. On mélange 20 cm^3 de A et 40 cm^3 de B. Calculer le pH de la solution obtenu.
5. On fait tomber progressivement la solution C dans 20 cm^3 de la solution A.
 5.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit.
 5.2. Quel volume de la solution C faut-il verser pour obtenir un mélange ayant un pH de 3,75 ?
 5.3. Donner l'allure, en précisant les points importants, du graphe pH = f(V_C), V_C étant le volume de la solution C ajouté.

Exercice 5

Dans un bécher contenant un volume $V_A = 100$ mL d'acide chlorhydrique, on verse, à l'aide d'une burette, une solution d'éthanoate de sodium de concentration $C_B = 0,1\ mol.L^{-1}$. Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume V_B en mL de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH.

V_B(mL)	0	1,5	3	5	7	7,5	8	8,5	8,7	9	9,3	9,5	10	10,5	11	13
pH	2,1	2,2	2,3	2,4	2,7	2,8	3	3,4	3,7	7	10	10,4	10,8	11	11,2	11,4

1-
 1.2 Faire le schéma du dispositif utilisé pour ce dosage.
 1.2 Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'acide chlorhydrique et l'éthanoate de sodium.
2. Construire le graphique pH = f(V_B) sur papier millimétré.

Echelle : 1 cm → 1 mL ; 1 cm → 1 unité de pH.
3. Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence.
4. Déterminer la concentration C_A de la solution d'acide chlorhydrique utilisée.
5. On donne les deux indicateurs colorés suivants:

Indicateurs colorés	Valeur de pH				
Hélianthine	Rouge	3,1	Orange	4,4	Jaune
Bleu de Bromothymol	jaune	6,0	Vert	7,6	Bleu

5.1 Représenter sur le graphe pH = f(V_B) la zone de virage de chacun de ces indicateurs colorés.
5.2 Lequel de ces indicateurs colorés est le plus approprié pour ce dosage ? Comment serait repéré le volume équivalent?
6. Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans le mélange quand on a versé 8 mL de soude.

Exercice 6

La diéthylamine $(C_2H_5)_2NH$ est une base faible que l'on notera B. son acide conjugué, l'ion diméthylamine sera notée BH^+. On désire déterminer la concentration d'une solution aqueuse de diéthylamine à la température de 25°C. On place un volume V_B = 20mL de la solution de diéthylamine dans un bécher, puis on verse, à l'aide d'une burette, un volume V_A d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 10^{-1}$mol/L. on mesure le pH du mélange en fonction du volume V_A d'acide chlorhydrique versé. On obtient les résultats ci-dessous.

V (mL)	0	1	3	5	7	9	11	13	15	16
pH	11,9	11,7	11,5	11,3	11,1	10,9	10,7	10,4	10,1	9,7
V(mL)	16,5	17	17,2	17,5	18	18,5	19	20	22	25
pH	9,4	8,8	7,5	3,6	2,8	2,6	2,4	2,2	2,0	1,8

1. Faire le schéma annoter du dispositif expérimental pour cette expérience (nom du matériel, nature des solutions)
2. Ecrire l'équation bilan de la réaction entre l'acide chlorhydrique et la diéthylamine.
3.
3.1 Tracer la courbe pH = f(V_A) représentant les variations du pH mélange en fonction du volume V_A versé à l'échelle 1cm pour 1mL et 1cm pour 1unité de pH.
3.2 Déterminer :
3.2.1 Les coordonnée du point d'équivalence E sur la courbe et donner la nature du mélange à l'équivalence.
3.2.2 La concentration molaire volumique C_B de la solution initiale de diéthylamine.
3.3.3 Les coordonnées du point de demi-équivalence.
3.3 Déduire graphiquement le pKa du couple BH^+/B.
4. Le pH de la solution initiale de diéthylamine est égal à 11,9.
4.1 Recenser toutes les espèces chimiques présentes dans cette solution.
4.2 Calculer les concentrations de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution.
4.3 Déduire de la question 4.2 le Ka du couple BH^+/B. Calculer le pKa de ce couple. Ce résultat est-il en accord avec celui de la question 3.3
5. On donne les zones de virage des indicateurs coloré suivants :
   - Le bleu de bromothymol : zone de virage :[6 – 7,5] .
   - L'hélianthine : zone de virage :[3 – 4,5]
   - La phénolphtaléine : zone de virage :[8 – 10].

5.1 Rapporte les zones de virage sur le graphe pH = f(V_A).
5.2 Lequel de ces trois indicateurs faut-il utiliser pour ce dosage ?
5.3 Décris le mode opératoire du dosage colorimétrique.

Exercice 7

Une solution aqueuse acide contient 3,25g d'un acide carboxylique pur dans un litre d'eau. On réalise le dosage de V_A = 100 mL de cette solution par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B =

0,05 mol/L. Le tableau suivant indique le pH de la solution en fonction du volume V_B de solution de soude versé.

V_B (mL)	0	10	20	25	30	40	50	52
pH	3,2	4,2	4,7	4,8	5	5,1	5,9	6,2
V_B (mL)	54	55	56	57	58	60	65	70
pH	6,5	6,8	8,5	10,5	10,8	11,1	11,6	11,9

1. Faire le schéma annoté du dispositif utilisé pour cette expérience (nom du matériel, nature des solutions)
2. Représenter la courbe pH = f(V_B) à l'échelle :1cm pour 1 unité de pH et 1cm pour 5mL.
3. A partir de la courbe :

3.1 Dire s'il s'agit d'un acide faible ou d'un acide fort. Donner deux critères qui justifient votre choix.

3.2 Déterminer les coordonnées du point d'équivalence E. En déduire la concentration C_A de la solution acide.

3.3 Quelle est la nature de la solution à l'équivalence ? Justifier cette nature.

4. Sachant que l'acide dérive d'un alcane non ramifié :

4.1 Déterminer la formule brute et le nom de l'acide carboxylique.

4.2 Ecrire l'équation bilan de sa réaction avec la soude.

5. Déterminer la constante pKa du couple AH/A^- :

5.1 graphiquement.

5.2 par calcul, sachant que le pH de la solution initiale d'acide AH est 3, 2.

6. On se situe à la demi-équivalence :

6.1 Donner le nom et les propriétés du mélange.

6.2 6.2 Faire le bilan des espèces chimiques présentes et calculer leur concentration.

6.3 6.3 Déduire que pH = pKa.

Exercice 9

Toutes les solutions sont à 25°C ; $K_e = 10^{-14}$;K_a (acide méthanoïque/base conjuguée) = $1,58.10^{-4}$

1. L'acide méthanoïque, de formule HCOOH, est secrété comme poison par les fourmis.

1.1 Rappeler, au sens de Bronsted, la définition d'un acide.

1.2 Donner la formule et le nom de la base conjuguée de l'acide méthanoïque

2. Une solution aqueuse A d'acide méthanoïque a une concentration $C_a = 2,0.10^{-3}$ $mol.L^{-1}$ et un pH = 3,25.

2.1 Définir le coefficient d'ionisation α de l'acide méthanoïque en solution.

2.2 Calculer le coefficient d'ionisation de l'acide méthanoïque dans la solution considérée.

2.3 Peut-on qualifier l'acide méthanoïque d'acide faible ? (réponse à justifier).

3. On verse dans un bécher un volume V_a = 20,0 mL de la solution A. On y ajoute progressivement un volume V_b d'une solution aqueuse B d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 2,5.10^{-3}$mol/L

3.1 Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions A et B.

3.2 On note V_{bE} le volume de la solution B qu'il faut verser dans le volume V_a de la solution A pour atteindre l'équivalence acido-basique. On verse un volume $V_b = {}^1/_2\, V_{bE}$ dans le volume V_a de la solution A. Le mélange ainsi obtenu a un pH = 3,80.

3.3 Préciser, en justifiant, la nature du mélange ainsi obtenu. Rappeler une propriété caractéristique du mélange.

3.4 Donner, justification à l'appui, la valeur du pKa du couple acide/base associé à l'acide méthanoïque

4. On se propose de réaliser un mélange de même nature que celui obtenu en 3.3 à l'aide d'une solution S_1 d'acide méthanoïque de concentration $C_1 = 2,0.10^{-3}$ $mol.L^{-1}$ et d'une S_2 de méthanoate de sodium de concentration $C_2 = 3,0.10^{-3}$ $mol.L^{-1}$. Calculer les volumes V_1 de S_1 et V_2 de S_2 nécessaires à la réalisation d'un mélange de volume V = 100 mL et de pH = 3,80.

Exercice1 Corrigé

1.

1.1. Equation bilan de la réaction de cet acide avec l'eau.

$$CH_2ClCOOH + H_2O \rightleftarrows CH_2ClCOO^- + H_3O^+$$

1.2. Les couples acide / base mis en jeu

$CH_2ClCOOH/CH_2ClCOO^-$ et H_3O^+/H_2O

1.3. Calculons les concentrations des différentes espèces en solution.

Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+; OH^-;CH_2ClCOO^-; $CH_2ClCOOH$ et H_2O.

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-2,1} = 7,94.10^{-3}$mol.L^{-1} $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$;

$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{7,94.10^{-3}} = 1,25.10^{-12}$mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[CH_2ClCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$[CH_2ClCOO^-] = [H_3O^+] - [OH^-]$ or $[OH^-] << [H_3O^+]$

donc $[CH_2ClCOO^-] \approx [H_3O^+] = 7,94.10^{-3}$ mol/L

Conservation de la matière : $[CH_2ClCOOH] + [CH_2ClCOO^-] = C$

$\Longleftrightarrow [CH_2ClCOOH] = C - [CH_2ClCOO^-]$ A.N : $[CH_2ClCOOH] = 10^{-2} - 7,94.10^{-3} = 2,06.10^{-3}$ mol/L

1.4. Calculer le coefficient de dissociation α de cet acide.

$\alpha = \frac{[CH_2ClCOO^-]}{C}$ A.N : $\alpha = \frac{7,94.10^{-3}}{10^{-2}} = 7,94.10^{-1}$

1.5. Calculons la constante pKa du couple $CH_2ClCOOH/CH_2ClCOO^-$.

$pH = pKa + \log(\frac{[CH_2ClCOO^-]}{[CH_2ClCOOH]}) \Rightarrow pKa = pH - \log(\frac{[CH_2ClCOO^-]}{[CH2ClCOOH]})$ A.N: $pKa = 2,1 - \log(\frac{7,94.10^{-3}}{2,06.10^{-3}}) = 1,51$

4.

4.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction de dosage.

$$CH_2ClCOOH + OH^- \rightarrow CH_2ClCOO^- + H_2O$$

4.2. Calculons la concentration C_B de la solution NaOH.

A l'équivalence acido-basique : $n_A = n_{OH^-} \rightarrow C \times V_A = C_B \times V_B \leftrightarrow C_B = \frac{C \times V_A}{V_B}$

A.N : $C_B = \frac{10^{-2} \times 10.10^{-3}}{12,5.10^{-3}} = 8.\ 10^{-3}$ mol/L

5.

5.1. Calculons V'

$V' = \frac{V_B}{2}$ A.N : $V' = \frac{12,5}{2} = 6,25$ mL.

5.2. Le pH de ce mélange est : pH = pKa = 1,51

5.3. Les propriétés d'une solution tampon :

Le pH d'une solution tampon varie peu :

– lors d'une dilution

– lors d'un ajout modéré d'acide ou de base

Exercice 2 Corrigé Page 142

1-Déterminons les concentrations C_1 et C_2 des 2 solutions basiques.

A l'équivalence acido-basique, on a : $C_1 \times V_1 = C_A \times V_{AE}$ et $C_2 \times V_2 = C_A \times V_{AE}$

D'où $C_1 = \frac{C_A \times V_{AE}}{V_1}$ et $C_2 = \frac{C_A \times V_{AE}}{V_2}$

A.N : $C_1 = \frac{1 \times 10.10^{-3}}{35.10^{-3}} = 0,29$ mol/L et $C_2 = \frac{1 \times 14.10^{-3}}{35.10^{-3}} = 0,4$ mol/L

2- Identification

B_1 est la solution de base forte car le pH à l'équivalence est 7 ($Ph_E = 7$)

B_2 est la solution de base faible car le pH à l'équivalence est différent de 7 ($Ph_E \neq 7$)

3- L'indicateur coloré qui aurait été le plus adapté pour ces 2 dosages est le Bleu de bromothymol (BBT)

4- La constante d'acidité du couple acide-base faible.

A la demi-équivalence acido-basique, on a : pH = pKa = 10,5 (voir courbe)
On a Ka = 10^{-pKa} A.N : Ka = $10^{-10,5}$ = 3,16. 10^{-11}

5-Calculons les concentrations de toutes les espèces présentes dans la solutions B_1 pour V = 7 mL.
Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution : H_3O^+ ; OH^- ; B^+ et H_2O.
$[H_3O^+] = 10^{-pH}$; $[H_3O^+] = 10^{-12}$ mol.L^{-1} $[OH^-] = \frac{Ke}{[H_3O^+]}$; $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-12}} = 10^{-2}$mol.L^{-1}
Electroneutralité de la solution : $[H_3O^+] + [B^+] = [OH^-]$
$\Rightarrow [B^+] = [OH^-] - [H_3O^+]$ or $[H_3O^+] << [OH^-]$ donc $[B^+] \approx [OH^-] \approx 10^{-2}$mol.L^{-1}