2ndC

PHYSIQUE-CHIMIE

EXERCICES

DE MECANIQUE
ET
DE CHIMIE

INTEGRALEMENT
CORRIGES

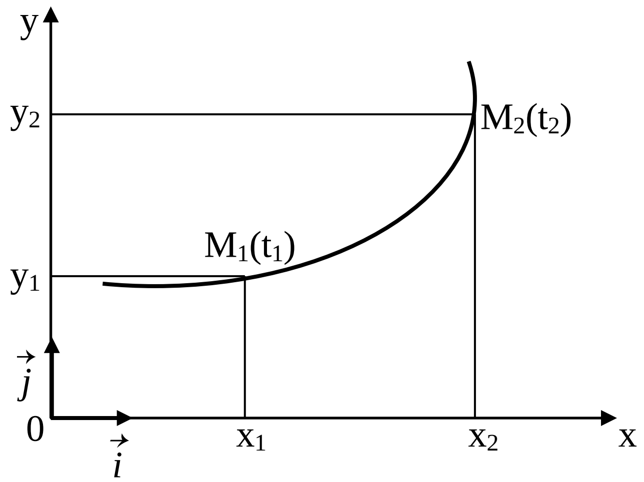
SOMMAIRE

Chapitre 1 MOUVEMENT - VITESSE

Résumé

1- Déplacement et trajectoire

- Pour décrire le mouvement d'un solide, il est nécessaire de définir le référentiel, c'est-à-dire le corps de référence par rapport auquel on l'étudie (un référentiel usuel est la terre).
- Le mobile est repéré :
* Dans l'espace, par ses coordonnées dans un repère orthonormé lié au référentiel choisi. L'unité de longueur est le mètre (m).
* Dans le temps, par sa date, en choisissant une origine des temps. L'unité du temps est la seconde (s).
- La trajectoire est l'ensemble des positions occupées par le mobile au cours du temps.
- Si le mobile M se déplace du point M_1 jusqu'au point M_2 entre les dates t_1 et t_2 , le vecteur déplacement est le vecteur : $\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1).\vec{i} + (y_2 - y_1).\vec{j}$

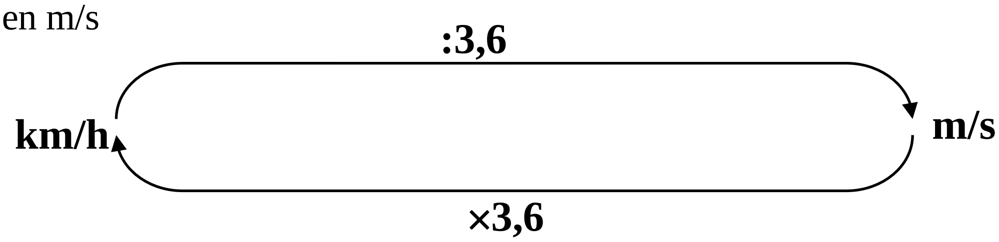


2- Vitesse

- La vitesse moyenne d'un solide entre deux instants quelconques t_1 et t_2 , est le quotient de la distance M_1 M_2 parcourue par la durée du parcours.

$V_m = \dfrac{M_1\,M_2}{t_2 - t_1}$ M_1 M_2 la distance réelle parcourue en m et $t_2 - t_1$ la durée en seconde (s)

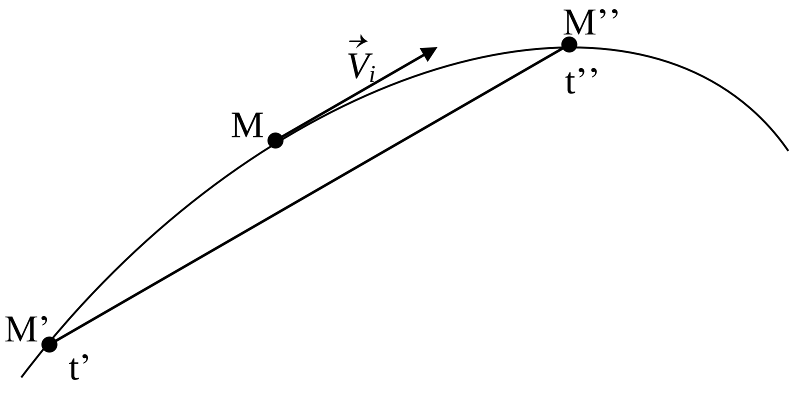
- Passage des km/h en m/s



- Vecteur vitesse instantanée

$\vec{V}_i = \dfrac{\overrightarrow{M'M''}}{t'' - t'}$ Exprimée en m/s

$\vec{V_i}$ est la valeur indiquée par le compteur d'un véhicule



3- Différents mouvements

- Mouvement uniforme : V_i est constante
- Mouvement rectiligne : la trajectoire est une droite ; la direction de $\overrightarrow{V_i}$
- Mouvement rectiligne uniforme : $\overrightarrow{V_i}$ est un vecteur constant et quelques soient $t_2 - t_1$.
- Mouvement varié : le vecteur $\overrightarrow{V_i}$ varie (en direction et en norme)

Exercice 1

Exprimer, en unité légale les valeurs des vitesses suivantes :

72 km/h ; 5 cm/ms ; 32 mm/ms ; 4cm/τ avec $\tau = \frac{1}{60}$ s

Corrigé 1

L'unité légale de la vitesse est le mètre par seconde notée m/s ou $m.s^{-1}$

- 72 km/h = $\frac{72}{3,6}$ = 20 m/s ; - 50 cm/s = 50.10^{-2} m/s = 0,5 m/s

- 25 cm/ms = $\frac{25.10^{-2}}{10^{-3}}$ = 250 m/s ;- 4 cm/τ = $\frac{4.10^{-2}}{\frac{1}{60}}$ = 2,4 m/s

Exercice 2

Vous êtes immobilisés dans une file de voiture à 300m d'un feu rouge. Le feu passe au vert. Il dure une minute. La file de voitures démarre à la vitesse moyenne de 15km/h.

1) Avez-vous une chance de passer ?

2) Déterminer votre position par rapport au feu lorsque celui-ci passera de nouveau au rouge.

Corrigé 2

1) Calculons la distance parcourue par la file de voiture en 1 min.

$V = \frac{d}{\Delta t} \Leftrightarrow \boxed{d = V\times\Delta t}$ V = 15 km/h = 4,16 m/s ; Δt = 1 min = 60 s

AN : $d = 4,16\times60 \Leftrightarrow d = 250$ m

250 m < 300 m alors nous n'avons pas de chance pour passer ce feu.

2) Notre position par rapport au feu lorsqu'il passera de nouveau au rouge sera :

d' = 300 – 250 = 50 m

Exercice 3

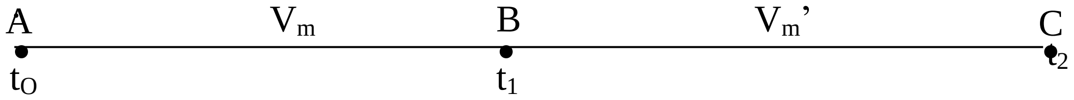
Un automobiliste parti à t_0 = 8h05 min se dirige vers la ville voisine située à 60 km. A mi parcourt, il constate qu'il est t_1 = 8h35 min. Il calcule alors sa vitesse moyenne V_m . Lorsqu'il arrive dans la ville voisine à la date t_2 = 8h55 min, il calcule à nouveau sa vitesse moyenne V_m' pour la deuxième moitié du parcours.

1) Déterminer les valeurs V_m et V_m'(en km/h)

2) Déterminer la vitesse moyenne V au cours de son parcours.

3) L'automobiliste pense que sur l'ensemble du parcours, sa vitesse moyenne vaut $\frac{V_m + V_m'}{2}$ = 75 km/h. Etes vous d'accord avec lui ?

Corrigé 3



1) Calculons les vitesses moyennes

$$\boxed{V_m = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{AB}{t_1 - t_O}}$$

Avec $t_1 - t_0 = 30 \text{ min} = \frac{1}{2}\text{h}$

<u>AN</u> : $V_m = \frac{30}{\frac{1}{2}} = 60 \text{ km/h}$

$$\boxed{V_m' = \frac{BC}{\Delta t} = \frac{BC}{t_2 - t_1}}$$

Avec $t_2 - t_1 = 20 \text{ min} = \frac{1}{3}\text{h}$

<u>AN:</u> $V_m' = \frac{30}{1/3} = 90 \text{ km/h}$

2) La vitesse moyenne de l'automobiliste au cours du trajet

$$\boxed{V = \frac{AC}{\Delta t} = \frac{AC}{t_2 - t_0}}$$

Avec $t_2 - t_0 = 50 \text{ min} = \frac{5}{6}\times\text{h}$

<u>AN:</u> $V = \frac{60}{5/6} = 72 \text{ km/h}$

$72 \text{ km/h} \neq 75 \text{ km/h}$ alors nous ne sommes pas d'accord avec lui car par définition, la vitesse moyenne

$$\boxed{V_m = \frac{L}{\Delta t}}$$

<u>Exercice 4</u>

Pierre et Paul courent dans le même sens. Leurs vitesses constantes ont pour valeurs respectives $v = 8 \text{ m.s}^{-1}$ et $v' = 5 \text{ m.s}^{-1}$. A la date $t = 0$, Pierre est à 21m derrière Paul ?

1) A quelle date Pierre rattrapera-t-il Paul ?

2) Quelle sera la distance entre pierre et Paul

a) à la date $t_1 = 5$s ?

b) à la date $t_2 = 10$s ?

3) A quelle date la distance séparant Pierre et Paul vaudra-t-elle 50m ?

Corrigé 4

Paul et Pierre se rencontrent à la date t

<u>Données</u> : AC = AB + BC = 21 m + BC

1) La date à laquelle Pierre rattrapera Paul sera :

- En C, Pierre a pour vitesse $V = \dfrac{AC}{t} \Leftrightarrow \mathbf{t = \dfrac{AC}{V}}$ (1)

- En C, Paul a pour vitesse $V' = \dfrac{BC}{t} \Leftrightarrow \mathbf{t = \dfrac{BC}{V'}}$ (2)

$(1) = (2) \Leftrightarrow \dfrac{AC}{V} = \dfrac{BC}{V'} \Leftrightarrow V\times BC = V'\times AC \Leftrightarrow V\times BC = V'(AB + BC)$

$\Leftrightarrow BC(V - V') = V'AB$

$\boxed{BC = \dfrac{V'}{V - V'}\times AB}$ AN : $BC = \dfrac{5}{8-5}\times 21 = 35$ m $\Rightarrow$ **BC = 35 m**

Cette distance BC nous permettra de déterminer le temps t dans l'une des (1) ou (2).

$V' = \dfrac{BC}{t'} \Leftrightarrow \mathbf{t' = \dfrac{BC}{V'}}$ AN : $t' = \dfrac{35}{5} = 7$ s

2) a) La distance entre Pierre et Paul

$V = \dfrac{d_1}{t_1} \Leftrightarrow \mathbf{d_1 = V\times t_1}$ AN : $d_1 = 8\times 5 = 40$ m $\Rightarrow$ $\mathbf{d_1 = 40}$ **m**

- distance parcourue par Paul

$V' = \dfrac{d_2}{t_1} \Leftrightarrow \mathbf{d_2 = V\times t_1}$ AN : $d_2 = 5\times 5 = 25$ m $\Rightarrow$ $\mathbf{d_2 = 25}$ **m**

- Paul ayant déjà une avance de 21 m, la distance totale parcourue par Paul est :
$d' = 21 \text{ m} + d_2 = 21 + 25 = 46$ m. $\Rightarrow$ **d'= 46 m**

b) - Pierre ayant rattrapé Paul en 7s, le temps qui les sépare maintenant est :
$t = 10 \text{ s} - 7 \text{ s} = 3$ s
- La distance qui les sépare est :
$d = (V - V')\times t$ AN : $d = (8 - 5)\times 3 = 9$ m

3) Le temps qui correspond à 50 m de séparation

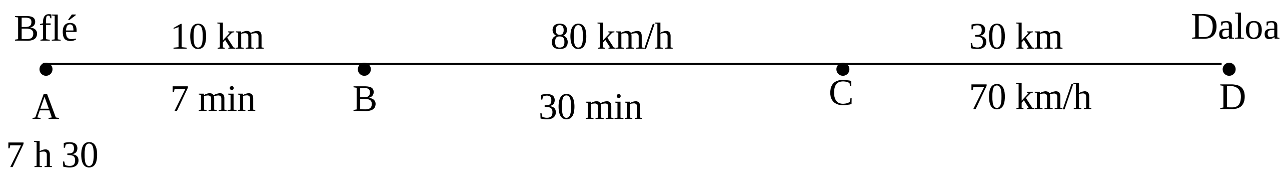
$d = (V - V')\times \Delta t \Leftrightarrow$ $\mathbf{\Delta t = \dfrac{d}{V - v'}}$ AN : $\Delta t = \dfrac{50}{8-5} = 16{,}66$ s. $\Rightarrow$ $\mathbf{\Delta t = 16{,}66}$ **s**

Exercice 5

Lors d'une excursion à Daloa, Un car de SOTRAMCI, parti de Bouaflé à 7h30 min parcourt 10 km en 7min. Ensuite pendant 30 min son compteur marque 80 km/h. Enfin, il parcourt 30km à la vitesse de 70 km/h. Calculer :

1) La vitesse moyenne du car dans chaque étape du parcours en km/m.
2) La distance totale parcourue.
3) La durée totale du mouvement.
4) La vitesse moyenne pour tout le mouvement.

Corrigé 5



1) La vitesse moyenne entre A et B

$\boxed{V_{m1} = \frac{AB}{\Delta t}}$ AN : $V_{m1} = \frac{10.000}{420} = 23{,}8$ m/s ou $V_{m1} = 23{,}8 \times 3{,}6 = 85$ km/h

- La vitesse moyenne entre B et C : $V_{m2} = 80$ km/h $\Leftrightarrow V_{m2} = \frac{80}{3{,}6} = 22{,}22$ m/s

- La vitesse moyenne entre C et D : $V_{m3} = 70$ km/h $\Leftrightarrow V_{m3} = \frac{70}{3{,}6} = 19{,}44$ m/s

2) La distance totale parcourue :

- La distance entre B et C

$V_{m2} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Leftrightarrow \boxed{d_2 = V_{m2} \times \Delta t_2}$ AN : $\Delta t_2 = 30$ min = ½ h ; $d_2 = 80 \times \frac{1}{2} = 40$ km

- La distance totale parcourue entre A et D

$\boxed{d = d_1 + d_2 + d_3}$ AN : $d = 10 + 40 + 30 = 80$ km

3) La durée totale du mouvement

- La durée entre C et D

$V_{m3} = \frac{d_3}{\Delta t_3} \Leftrightarrow \mathbf{\Delta t_3 = \frac{d_3}{V_{m3}}}$ AN : $\Delta t_3 = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$h $\Leftrightarrow \Delta t_3 = 25$ min 42 s

- La durée totale du trajet

$\boxed{t = t_1 + t_2 + t_3}$ AN : $t = 7$ min + 30 min + 25 min + 42 min $\Leftrightarrow t = 1$ h 02 min 42 s

4) La vitesse moyenne du trajet :

$\mathbf{V_m = \frac{d}{t}}$ AN : $V_m = \frac{80.000}{(3600 + 120 + 42)} = 21{,}26$ m/s $\Leftrightarrow$ $V_m = 21{,}26 \times 3{,}6 = 76{,}55$ km/h

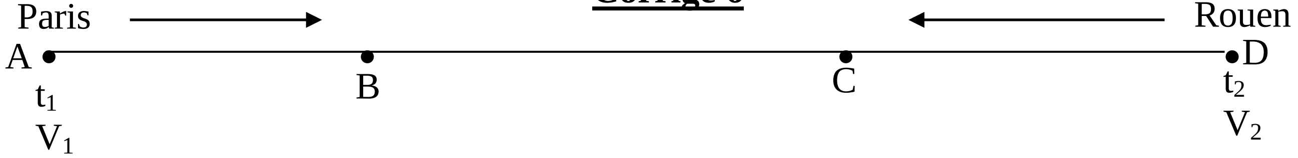
<u>Exercice 6</u>

Un train part de Paris à 11h56min pour Rouen. Il roule à la vitesse moyenne de 120 km/h. A 12h11min, un autre train part de Rouen pour Paris en roulant à la vitesse moyenne de 70 km/h. La distance Paris-Rouen vaut 140 km.

1) A quelle heure les trains arrivent –ils à destination ?

2) A quelle heure et à quelle distance de Paris la rencontre a-t-elle lieu ?

<u>Corrigé 6</u>



1) Pour le train de Paris à Rouen

$V_1 = \frac{AD}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \mathbf{\Delta t_1 = \frac{AD}{V_1}}$ AN : $\Delta t_1 = \frac{140}{120} = \frac{7}{6}$h $\Leftrightarrow \Delta t_1 = 1$h10 min

L'heure d'arrivée à Rouen est:
$\mathbf{T_1 = t_1 + \Delta t_1}$ AN : T_1 = 11h 56 min + 1h10 = 13h 06 min

- Pour le train de Rouen à Paris

$V_2 = \dfrac{AD}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \mathbf{\Delta t_1 = \dfrac{AD}{V_2}}$ AN : $\Delta t_2 = \dfrac{140}{70} = 2h$

L'heure d'arrivée à Paris est:
$\mathbf{T_2 = t_2 + \Delta t_2}$ AN : T_2 = 12h 11 min + 2h = 14h 11min

2) Déterminons d'abord la distance AB parcourue par le train de Paris avant 12h11min

$V_1 = \dfrac{AB}{\Delta t_{AB}} \Leftrightarrow \mathbf{AB = V_1 \times \Delta t_{AB}}$ Avec $\Delta t_{AB} = t_2 - t_1$ = 15 min $\Leftrightarrow$ $\Delta t_{AB} = \dfrac{1}{4}$ h

AN : $AB = 120\times\dfrac{1}{4} = 30$ km

Tout se passe comme si les deux trains démarraient ensemble à la même heure 12h11 min avec une avance de 30 km pour le train de Paris.

- Déterminons maintenant la date t à laquelle les deux trains se rencontrent au point C

* Pour le train de Paris $V_1 = \dfrac{BC}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{BC}{V_1}$

* Pour le train de Rouen $V_2 = \dfrac{CD}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{CD}{V_2}$

$\Rightarrow \dfrac{BC}{V_1} = \dfrac{CD}{V_2}$

BC + CD = BD ; BD + AD – AB = 140 – 30 = 110 km or CD = BD – BC

$\Leftrightarrow \dfrac{BC}{V_1} = \dfrac{BD - BC}{V_2}$ En faisant le produit en croix, nous avons: $\mathbf{BC = \dfrac{BD\times V_1}{V_1 + V_2}}$

AN : $BC = \dfrac{110\times120}{120 + 70} = 69{,}47$ km avec $t = \dfrac{BC}{V_1}$ on a $t = \dfrac{69{,}47}{120} = 0{,}57h \Leftrightarrow t$ = 34 min 44s

* L'heure de rencontre depuis Paris

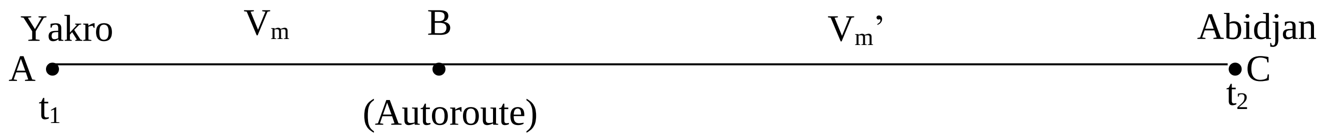
$\boxed{T = t_1 + \Delta t_2 + t}$ AN : T = 11h56min + 15 min + 34 min44s $\Leftrightarrow$ T = 12h 45min 44s

* La distance de rencontre depuis Paris
AC = AB + BC AN : AC = 30 + 69,47 = 99,47 km

Exercice 7

Kra, un entrepreneur résidant à Yamoussoukro, a un rendez-vous avec une société à 9h00 à Abidjan, distante de 246km. Parti de Yamoussoukro à 6h40min, il parcourt le trajet Yamoussoukro – Autoroute long de 102km, à la vitesse moyenne de 90 km/h.
1-a) Quel est le temps mis entre Yamoussoukro et l'autoroute ?
1-b) A quelle heur arrive-t-il à l'autoroute ?
2-a) Quel temps lui reste-t-il pour parcourir l'autoroute ?
2-b) Quelle distance lui reste-t-il à parcourir l'autoroute ?
3) Déterminer la vitesse à laquelle doit rouler l'entrepreneur pour arriver à l'heure au rendez-vous.

Corrigé 7



1) a) Le temps mis entre A et B Δt_2

$V_m = \dfrac{AB}{\Delta t_{AB}} \Leftrightarrow \boldsymbol{\Delta t_{AB} = \dfrac{AB}{V_m}}$ AN : $\Delta t_{AB} = \dfrac{102}{90} = 1{,}13$ h $\Leftrightarrow \Delta t_{AB} = 1$ h 08 min

1) b) Il arrive à l'autoroute à :

$\boldsymbol{T = t_1 + \Delta t_{AB}}$ AN: Δt = 6h 40 – 1h08 min = 7h48 min

2) a) Le temps qu'il lui reste

$\boldsymbol{\Delta t = t_2 - T}$ Δt = 9h00 – 7h48 min = 1h12 min

2) b) Déterminons la distance BC qu'il lui reste à parcourir

AC = AB + BC $\Leftrightarrow$ **BC = AC – AB**   AN: BC = 246 – 102 = 144 km

3) Déterminer la vitesse à laquelle il doit parcourir

$\boldsymbol{V_m' = \dfrac{BC}{\Delta t}}$ AN : $V_m' = \dfrac{144.000}{(3600 + 720)} = 33{,}33$ m/s $\Leftrightarrow V_m' = 33{,}33 \times 3{,}6 = 120$ km/h

Exercice 8

Le document ci-après est une reproduction de positions d'un point mobile. La durée entre deux inscriptions successives est $\tau = \dfrac{1}{20}$ s

1) Calculer la vitesse moyenne entre les instants $t_1(A_1)$ et $t_3(A_3)$ puis entre $t_4(A_4)$ et $t_6(A_6)$.
2) Calculer les valeurs des vecteurs vitesses instantanées du mobile aux dates t_3 et t_4.
3) Représenter les vecteurs vitesses instantanées à ces dates à l'échelle :
1 cm ⟶ 0,2 m/s
4) Quelle est la nature du mouvement du point mobile ? Justifie ta réponse.

Corrigé 8

1) Calculons les vitesses moyennes

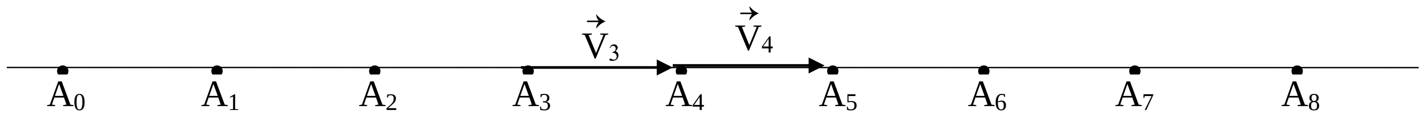
- Entre A_1 et A_3 : $V_m = 0{,}4$ m/s ; - Entre A_4 et A_6 : $V_m = 0{,}4$ m/s

2) Calculons les valeurs des vitesses instantanées

- A la date t_3 : $V_3 = 0{,}4$ m/s ; - A la date t_4 : $V_4 = 0{,}4$ m/s

3) Représentation des vecteurs vitesses instantanées

$\vec{V}_3 \longleftrightarrow$ 2 cm ; $\vec{V}_4 \longleftrightarrow$ 2 cm



Exercice 9

On a relevé le mouvement d'un point mobile à des intervalles de temps régulièrement espacés τ = 40 ms

1) Calculer les vitesses moyennes entre les points M_0 et M_1 ; M_0 et M_2 ; M_0 et M_3 ; M_0 et M_4

2) Calculer les vitesses instantanées à la date t_1 et t_3

3) Représenter les vecteurs vitesses $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$

On prendra comme échelle : 1 cm $\longrightarrow$ 0,25 m/s

4) Quelle est la nature du mouvement du mobile ?

Corrigé 9

1) Calculons les vitesses moyennes

- Entre M_0 et M_1

$\mathbf{V_{m1} = \dfrac{M_0M_1}{\tau}}$ AN : $V_{m1} = \dfrac{4.10^{-2}}{4.10^{-3}} = 1$ m/s

- Entre M_0 et M_2

$\mathbf{V_{m2} = \dfrac{M_0M_2}{2\tau}}$ AN : $V_{m2} = \dfrac{7.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}} = 0{,}875$ m/s

- Entre M_0 et M_3

$\mathbf{V_{m3} = \dfrac{M_0M_3}{3\tau}}$ AN : $V_{m3} = \dfrac{9.10^{-2}}{3\times 40.10^{-3}} = 0{,}75$ m/s

- Entre M_0 et M_4

$\mathbf{V_{m4} = \dfrac{M_0M_4}{4\tau}}$ AN : $V_{m4} = \dfrac{10\times 10^{-2}}{4\times 4.10^{-3}} = 0{,}625$ m/s

2) Calculons les vitesses instantanées

- A la date t_1

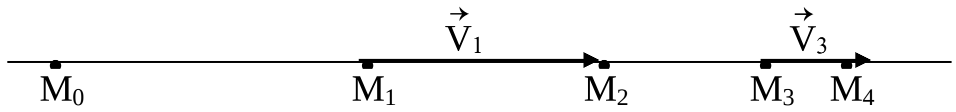
$\mathbf{V_1 = \dfrac{M_0M_2}{2\tau}}$ AN : $V_1 = \dfrac{7.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}} = 0{,}875$ m/s

- A la date t_3

$\mathbf{V_3 = \dfrac{M_2M_4}{2\tau}}$ AN : $V_3 = \dfrac{3.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}} = 0{,}375$ m/s

3) Représentation des vecteurs vitesses instantanées

$\vec{V}_1 \longleftrightarrow$ 3,5 cm $\qquad \vec{V}_3 \longleftrightarrow$ 1,5 cm



4) Le mouvement est rectiligne varié car $V_1 = V_3$

Exercice 10

On photographie la chute d'une bille suivant la verticale à intervalle de temps réguliers τ = 20 ms. Les distances parcourues par la bille depuis son départ sont indiquées dans le tableau suivant :

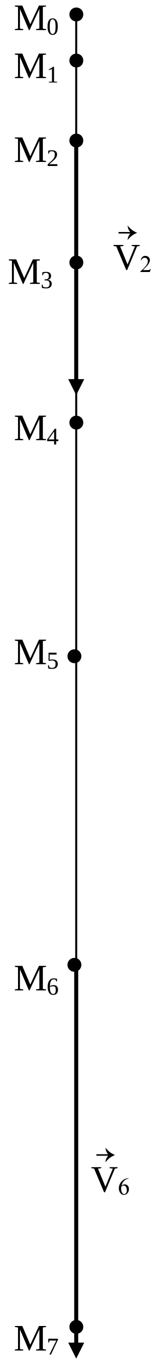
	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ	8τ
d (cm)	0	0,2	0,8	1,8	3,1	4,9	7,1	9,6	12,5

1) Déterminer la vitesse moyenne de la bille entre t = 0 et t = 8τ

2) Quelle est la vitesse instantanée à la date $t_2 = 2\tau$? et à la date $t_6 = 6\tau$?

3) Représenter les vecteurs vitesses $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_6$. Quelle est la nature du mouvement ?

Echelle : 1 cm $\longrightarrow$ 20 cm/s



Corrigé 10

1) Déterminons la vitesse moyenne

$$\mathbf{V_m = \frac{M_0M_8}{t_8 - t_0}} \quad \textbf{AN :} \quad V_m = \frac{12{,}5.10^{-2}}{8\times20.10^{-3}} = 0{,}78 \text{ m/s}$$

2) Calculons les vitesses instantanées

- A la date t_2

$$\mathbf{V_2 = \frac{M_1M_3}{t_3 - t_1} = \frac{M_1M_3}{3\tau - \tau}} \quad \textbf{AN :} \quad V_2 = \frac{(1{,}8 - 0{,}2).10^{-2}}{2\times20.10^{-3}} = 0{,}4 \text{ m/s}$$

- A la date t_6

$$\mathbf{V_6 = \frac{M_5M_7}{t_7 - t_5} = \frac{M_5M_7}{7\tau - 5\tau}} \quad \textbf{AN :} \quad V_6 = \frac{(9{,}6 - 4{,}9).10^{-2}}{2\times20.10^{-3}} = 1{,}175 \text{ m/s}$$

3) Représentation des vecteurs vitesses instantanées

1 cm $\longleftrightarrow$ 0,2 m/s
$\vec{v}_2 \longleftrightarrow$ 0,4 m/s || $\vec{v}_2 \longleftrightarrow$ 2 cm

1 cm $\longleftrightarrow$ 0,2 m/s
$\vec{v}_6 \longleftrightarrow$ 1,175 m/s || $\vec{v}_6 \longleftrightarrow$ 1,175 cm

Attention:
Cette fois ci le mouvement est vertical.
Le mouvement est rectiligne varié car $V_2 \neq V_6$

Exercice 11

On a repéré la position d'un point mobile sur un plan à des intervalles de temps égaux à τ = 30 ms. Les coordonnés de chaque point sont indiquées dans le tableau suivant :

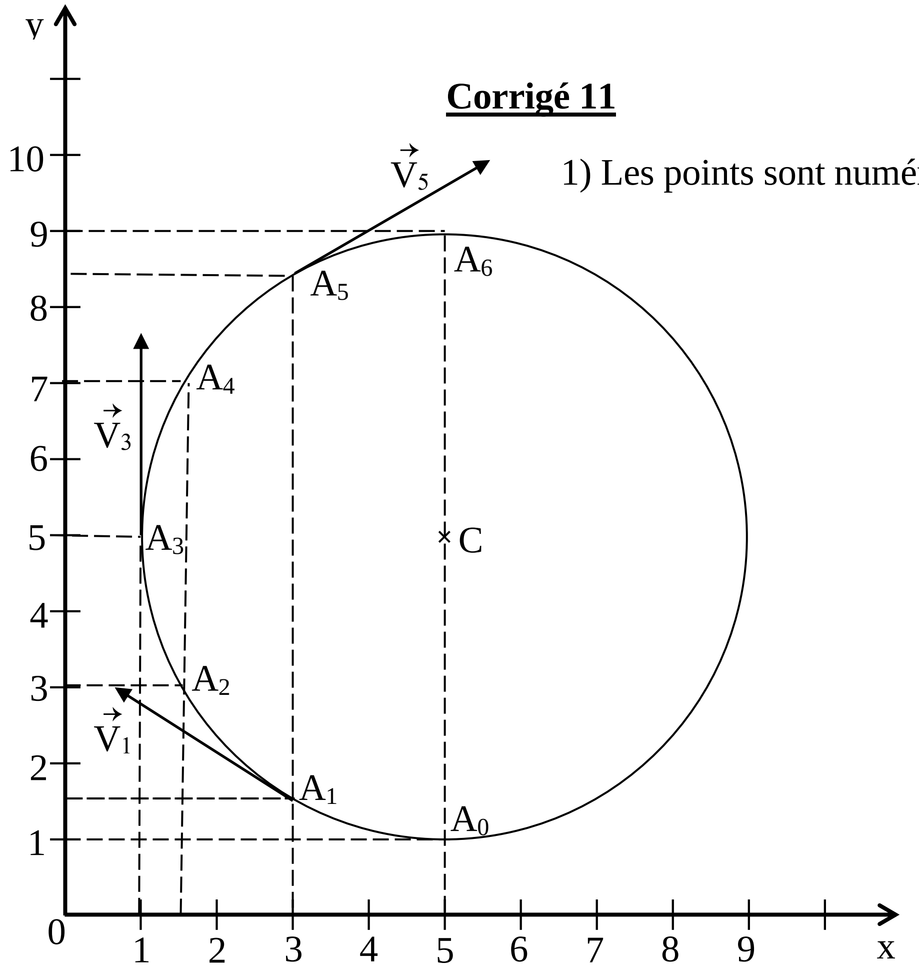
Positions	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ
x (cm)	5	3	1,5	1	1,5	3	5
y (cm)	1	1,5	3	5	7	8,5	9

1) Représenter ces points dans un système d'axes orthonormés.
2) Déterminer une valeur approchée de la norme de la vitesse aux instants $t_1 = \tau$; $t_3 = 3\tau$; $t_5 = 5\tau$. Quelle est la nature du mouvement ? Représenter les vecteurs vitesses à ces instants. Echelle : 1 cm $\longrightarrow \frac{1}{3}$ m/s

Vérifier que la trajectoire est un cercle et que tous les points sont à la même distance du centre.
3) Si le mobile était muni d'un indicateur de vitesse, quelle serait la valeur indiquée par ce dernier ?

Corrigé 11

1) Les points sont numérotés de A_0 à A_6



2) – La valeur approchée de la vitesse en A_1

$\boxed{V_1 = \dfrac{A_0A_2}{2\tau}}$ Le vecteur $\overrightarrow{A_0A_2}\begin{pmatrix}1{,}5-5\\3-1\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_0A_2}\begin{pmatrix}-3{,}5\\2\end{pmatrix}$

La norme $\|\overrightarrow{A_0A_2}\| = \sqrt{(-3{,}5)^2 + 2^2} = 4$ cm <u>AN</u> : $V_1 = \dfrac{4.10^{-2}}{2\times30.10^{-3}} \Leftrightarrow V_1 = 0{,}67$ m/s

- De la même façon :

$\boxed{V_3 = \dfrac{A_2A_4}{2\tau}}$ <u>AN:</u> $V_3 = \dfrac{(\sqrt{0+4^2}).10^{-2}}{2\times30.10^{-3}} \Leftrightarrow V_3 = 0{,}67$ m/s

$\boxed{V_5 = \dfrac{A_4A_6}{2\tau}}$ AN: $V_5 = \dfrac{(\sqrt{(3{,}5)^2 + 2^2}).10^{-2}}{2\times30.10^{-3}} \Leftrightarrow$ V5 = 0, 67 m/s

La valeur de la vitesse est constante :
$V_1 = V_3 = V_5 = 0{,}67$ m/s. Le mouvement est donc uniforme.

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 0{,}33\text{cm} \\ X \longrightarrow 0{,}67\text{ m/s} \end{array}\right\| \quad X = 2\text{ cm}$$

$\vec{V}_1 \longleftrightarrow 2$ cm ; $\vec{V}_3 \longleftrightarrow 2$ cm ; $\vec{V}_5 \longleftrightarrow 2$ cm

Après avoir tracé les vecteurs vitesses précédents, on remarque que les perpendiculaires à ces vecteurs en A_1 ; A_3 et A_5 se coupent en un point unique C. La trajectoire est donc circulaire uniforme de centre C.

Remarque :
On peut vérifier que tous les points A_i sont à la même distance de C. ($CA_i = 4$ cm)

3) Le mobile effectue un ½ tour : $A_0A_6 = \frac{2\Pi R}{2} = \Pi R \Leftrightarrow A_0A_6 = \Pi R = \Pi.CA$

Ce ½ tour est effectué en 6τ. Sa vitesse réelle est donc :

$\mathbf{V = \frac{\Pi.CA}{6\tau}}$ AN : $V = \frac{3{,}14 \times 4.10^{-2}}{6 \times 30.10^{-3}} = 0{,}70$ m/s

Exercice 12

Dans le plan rapporté au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$cm. Un point mobile M est Repéré à la date t par ces coordonnées (x,y).

Position	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4
t(ms)	-50	-20	10	40	70
x(cm)	-120	-60	0	60	120
y(cm)	62	32	2	-28	-58

1) Représenter avec une échelle convenable, les positions successives du mobile. Tracer alors la trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
2) A chacune des dates indiquées dans le tableau, déterminer la vitesse instantanée du mobile.
3) En déduire la nature précise du mouvement.
4) Donner les coordonnées du point P où se trouve le mobile à la date t = 130 ms.
5) Calculer la distance parcourue par le mobile entre t = -20 ms et t = 100 ms.

Corrigé 12

1) On prend par exemple comme échelle 1 cm $\longleftrightarrow$ 10 cm
Construire sur papier millimétré.
2) Déterminons les vitesses instantanées
- **A la date t = 20 ms**

$\boxed{V_1 = \frac{M_0M_2}{t_2 - t_0}}$ AN : $M_0M_2 = \frac{1}{\sqrt{(0+1{,}2)^2 + (0{,}02 - 0{,}62)^2}} = 1{,}34$ m $\quad \overrightarrow{M_0M_2}\begin{pmatrix}120 \\ -60\end{pmatrix}$

$t_2 - t_0 = 10 + 50 = 60\text{ ms} = 60.10^{-3}\text{ s}$ $\quad V_1 = \dfrac{1,34}{0,06} = 22,36\text{ m/s}$

- **A la date t = 10 ms**

$\boxed{V_2 = \dfrac{M_1M_3}{t_3 - t_1}}$ $\quad$ AN : $M_1M_3 = \sqrt{(0,6+0,6)^2 + (-0,28-0,32)^2} = 1,34\text{ m}$ $\quad \overrightarrow{M_1M_3}\begin{pmatrix}120\\ -60\end{pmatrix}$

$$V_2 = \frac{1,34}{(40+20).10^{-3}} = 22,36\text{ m/s}$$

- **A la date t = 40 ms**

$V_3 = \dfrac{M_2M_4}{t_4 - t_2}$ $\quad$ AN : $M_2M_4 = \sqrt{(1,2-0)^2 + (0,58-0,02)^2} = 1,34\text{ m}$ $\quad \overrightarrow{M_2M_4}\begin{pmatrix}120\\ -60\end{pmatrix}$

$t_4 - t_2 = (70 - 10).10^{-3} = 0,06\text{ s}$ $\quad V_3 = \dfrac{1,34}{0,06} = 22,36\text{ m/s}$

3) Le mouvement est rectiligne uniforme $V_1 = V_2 = V_3 = 22,36\text{ m/s}$

4) Soit $P(X_P ; Y_P) \in$ à la trajectoire puisque le mouvement est rectiligne uniforme.

Les vecteurs ayant les mêmes cordonnées, alors $\overrightarrow{M_4P} = \overrightarrow{M_2M_4}$

$$\begin{pmatrix}X_P - 120\\ Y_P + 58\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}120\\ -60\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}X_P = 240\text{ cm}\\ Y_P = -118\text{ cm}\end{cases}$$

P(240 ; - 118) bien sur en cm

5) Déterminons les coordonnées du point M_5 venant juste après M_4

$$M_5(X_5 ; Y_5)\ \ \overrightarrow{\mathbf{M_3M_5}} = \overrightarrow{M_2M_4} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}X_5 - 60\\ Y_5 + 28\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}120\\ -60\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}X_5 = 180\text{ cm}\\ Y_5 = -88\text{ cm}\end{cases}$$

D'où $M_5(180 ; 88)$

Calculons la distance M_1M_5 qui représente la distance entre -20 ms et 100 ms

$M_1M_5 = \sqrt{(1,8+0,6)^2 + (0,88-0,32)^2} \quad \Leftrightarrow \quad M_1M_5 = 2,68\text{ m}$

Exercice 13

On considère un tapis roulant du métro dont la longueur est l = 50 m et qui avance à la vitesse constante v = 4,5 km/h.

1) Un premier voyageur utilise le tapis roulant en restant immobile par rapport au tapis. Quel temps mettra t-il pour effectuer le trajet ?

2) Un second voyageur utilise en marchant dans le même sens que lui, à la vitesse de 4 km/h (vitesse par rapport au tapis). Quel temps mettra t- il pour effectuer le trajet ?

3) A quelle vitesse doit-il se déplacer par rapport au tapis pour effectuer le trajet en 50 s ?

Corrigé 13

1) Le temps qu'il mettra

V = 4,5 km/h = 4,5/3,6 = 1,25 m/s $V = \frac{l}{t} \Leftrightarrow \mathbf{t = \frac{l}{V}}$ AN: $t = \frac{50}{1,25} = 40$ s

2) Le temps qu'il mettra

La vitesse de l'ensemble est:

V' = 4,5 km/h + 4 km/h = 8,5 km/h ⇔ V' = 8,5/3,6 = 2,36 m/s

$V' = \frac{l}{t'} \Leftrightarrow \mathbf{t' = \frac{l}{V'}}$ AN: $t' = \frac{50}{2,36} = 21,18$ s

3) 50 s > 40 s C'est-à-dire que le déplacement a lieu dans le sens inverse.

- Soit v'' la vitesse de déplacement inverse du voyageur
- La vitesse de l'ensemble V – v'' = 1,25 – V''

$1,25 - V'' = \frac{l}{t''} \Leftrightarrow \mathbf{V'' = 1,25 - \frac{l}{t''}}$ AN: $V'' = 1,25 - \frac{50}{50} \Leftrightarrow V'' = 0,25$ m/s

V'' = 0,25 m/s est la vitesse qu'il doit faire pour effectuer le trajet en 50 s.

Exercice 14

Le mouvement d'une automobile sur une route comporte les 3phases suivantes :

- Première phase : pendant 10 km, mouvement uniforme à la vitesse $V_1 = 60$ km/h.
- Deuxième phase : pendant 15 mn, mouvement uniforme sur un trajet de longueur $l_2 = 20$ km.
- Troisième phase : pendant 20mn, mouvement uniforme à la vitesse $V_3 = 108$ km/h.

1) Calculer en m/s la vitesse de l'automobile au cours de chacune des trois phases.
2) Calculer la distance totale parcourue et la durée totale du mouvement.
3) Calculer la vitesse moyenne de l'automobile sur l'ensemble du trajet.

Corrigé 14

1) La vitesse de l'automobiliste au cours des 3 phases en m/s

- 1^ère^ phase : $V_1 = \frac{60}{3,6} \Leftrightarrow V_1 = 16,66$ m/s
- 2^ème^ phase: $\mathbf{V_2 = \frac{l_2}{\Delta t_2}}$ AN: $V_2 = \frac{20}{1/4} \Leftrightarrow V_2 = 80$ km/h ou $V_2 = \frac{80}{3,6} = 22,22$ m/s
- 3^ème^ phase: $V_3 = \frac{108}{3,6} = 30$ m/s

2) La distance totale : $D = l_1 + l_2 + l_3$

- Déterminons l_3 de la 3^ème^ phase

$V_3 = \frac{l_3}{\Delta t_3} \Leftrightarrow \mathbf{l_3 = V_3\, \Delta t_3}$ AN: $l_3 = 108 \times \frac{20}{60} \Leftrightarrow l_3 = 3$ km

D = 10 + 20 + 36 = 66 km

- La durée totale du mouvement

$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ avec $\Delta t_3 = \frac{l_3}{V_3} = \frac{10}{60} \Leftrightarrow \Delta t_3 = 0,16$ h ou $\Delta t_3 = 10$ min

$\Delta t = 10 + 15 + 20 \Leftrightarrow \Delta t = 45$ min

3) La vitesse moyenne de l'automobile

$\mathbf{V_m = \frac{D}{\Delta t}}$ AN: $V_m = \frac{66}{3/4}$ $\Leftrightarrow$ $V_m = 88$ km/h ou $V_m = \frac{88}{3,6} = 24,44$ m/s

Exercice 15

Un disque 45 tours tourne à la vitesse de rotation de 45 tours par minute (45 tr/mn).

1) Quelle est la trajectoire d'un point M du disque situé à 10 cm de l'axe de rotation par rapport au centre du disque ?

2) Quelle est la nature du mouvement du point M ?

3) Calculer la longueur de la trajectoire du point lorsque le disque fait un tour.

4) Calculer la vitesse linéaire du point M.

5) Représenter sur la trajectoire de M, le vecteur vitesse.

Echelle : 1cm pour 0,1 m/s

Corrigé 15

1) Le point M décrit une circonférence de rayon r = 10 cm. Sa trajectoire est circulaire.

2) Le disque tournant régulièrement, son mouvement est circulaire uniforme (Sa vitesse de rotation est constante).

3) Calculons la longueur de sa trajectoire en un tour :

$L = 2\Pi r = 2\times3,14\times10 = 62,8$ cm = 0,628 m

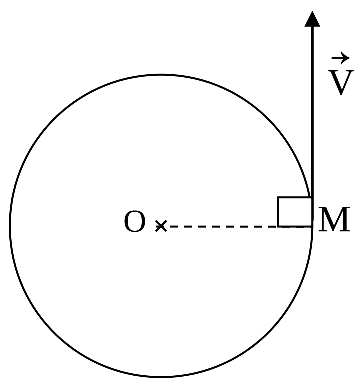
4) En 45 tr, il effectuera une longueur $L = 45\times0,628$ $\Leftrightarrow$ $L = 28,26$ m

Sa vitesse est : $\mathbf{V = \frac{L}{\Delta t}}$ AN: $V = \frac{22,26}{60}$ $\Leftrightarrow$ $V_m = 0,471$ m/s

5) Représentation du vecteur vitesse

1 cm ⟶ 0,1 m/s
V ⟶ 0,471 m/s || $\vec{V}$ ⟷ 4,71 cm ≈ 4,8 cm

Le vecteur $\vec{V}$ d'origine M est perpendiculaire à OM.



Chapitre 2 ACTION MECANIQUE

Résumé

- Une force est l'action mécanique capable de :
  * mettre en mouvement un objet.
  * modifier le mouvement d'un objet
  * déformer un objet.

- Toute force est caractérisée par un vecteur qui a:
  * une direction ou droite d'action
  * un sens
  * une norme (mesurée en newton) appelée souvent intensité de la force.
  * un point d'application.

- Le poids d'un corps est une force caractérisée par :
  * sa direction verticale
  * son sens descendant
  * son point d'application G qui est le centre de gravité du corps

* son intensité $\boxed{\mathbf{P = m \times g}}$

P en N
m en kg
g en N/kg

- Le champ de pesanteur g varie avec la latitude et l'altitude en obéissant à la loi de Newton sur la gravitation Universelle.

La loi es : $\mathbf{g = g_0 \dfrac{\mathit{R}^2}{(\mathit{R}+\mathit{h})^2}}$

g_0 : intensité du champ de pesanteur à la surface de la terre
R : rayon de la terre
h: altitude ou hauteur où se trouve l'objet.

- Un ressort qu'il soit détendu ou comprimé exerce une force de rappel appelée tension du ressort. Sa norme est proportionnelle à la variation de longueur Δl du ressort et sa constance de raideur k:

$\boxed{\mathbf{T = k \| \Delta l \|}}$ avec $\Delta l = l - l_0$

T en N
k en N/kg
Δl en m

Exercice 1

Sur un solide sont appliquées :

- une force $\vec{F}_1$ verticale, dirigée vers le bas d'intensité 3 N.

- une force $\vec{F}_2$ horizontale, dirigée vers la droite d'intensité 4 N.

Caractériser la somme $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

1) Par la méthode graphique : échelle 1 cm $\longrightarrow$ 1 N
2) Par la méthode analytique

Corrigé 1

1) Caractérisons la somme $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

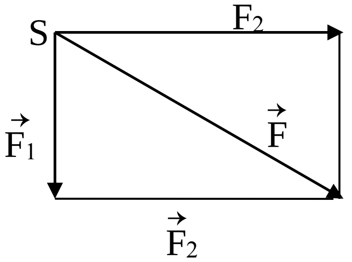
- Par la méthode graphique avec une échelle de 1 cm $\longrightarrow$ 1 N

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 1\text{ N} \\ L(\vec{F}_1) \longrightarrow 3\text{N} \end{array}\right\| \Rightarrow L(\vec{F}_1) = 3\text{ cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 1\text{ N} \\ L(\vec{F}_1) \longrightarrow 4\text{N} \end{array}\right\| \Rightarrow L(\vec{F}_2) = 4\text{ cm}$$

$$\begin{array}{l} 1\text{cm} \longrightarrow 1\text{N} \\ 5\text{ cm} \longrightarrow F \end{array}$$

$\Rightarrow$ F = 5 N



2) **Caractérisons la somme $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$**

Par la méthode analytique : Pour illustrer notre analyse, voir figure précédente

$\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$ alors d'après la propriété de Pythagore, on a :

$$\|\vec{F}\|^2 = \|\vec{F}_1\|^2 + \|\vec{F}_2\|^2 \Rightarrow F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

<u>AN</u> : $F = \sqrt{3^2 + 4^2} \Leftrightarrow F = 5\text{ N}$

<u>Exercice 2</u>

Un solide est soumis à deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. La force $\vec{F}_1$ d'intensité 50 N fait vers le haut l'angle $\propto = 30°$ avec l'horizontale. La force $\vec{F}_2$ d'intensité 40 N fait vers le bas, l'angle $\beta = 20°$ avec la même horizontale.

Déterminer $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

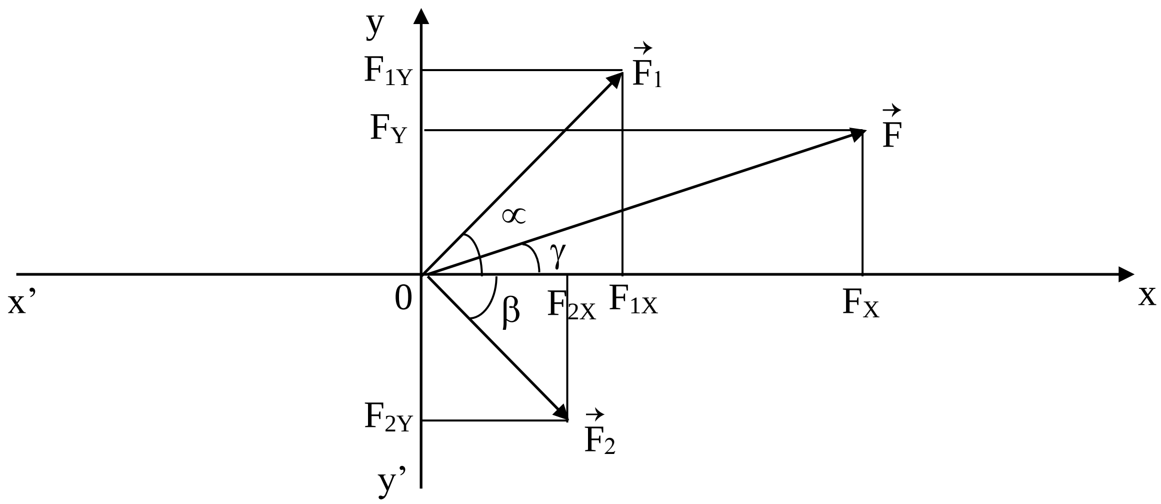
Corrigé 2

1) Déterminons $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

Faisons un schéma pour illustrer notre exercice

Associons ces forces à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$



$\vec{F}\begin{pmatrix} F_x \\ F_Y \end{pmatrix}$ $\vec{F_1}\begin{pmatrix} F_1\cos\alpha \\ F_1\sin\alpha \end{pmatrix}$ $\vec{F_2}\begin{pmatrix} F_2\cos\beta \\ -F_2\sin\beta \end{pmatrix}$

Comme $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ alors $F_x = F_1\cos\alpha + F_2\cos\beta$ et $F_Y = F_1\sin\alpha - F_2\sin\beta$

$$\begin{cases} F_x = 50\times\cos30° + 40\times\cos20° \\ F_Y = 50\times\sin30° - 40\times\sin20° \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = 80{,}89\ N \\ F_Y = 11{,}32\ N \end{cases}$$

D'après Pythagore on a: $\mathbf{F = \sqrt{F_x^2 + F_Y^2}}$

$\tan\gamma = \frac{F_Y}{F_x} = \frac{11{,}32}{80{,}89} \Leftrightarrow \tan\gamma = 0{,}13 \quad \Leftrightarrow \gamma = 7{,}96° \approx 8°$

La force $\vec{F}$ fait un angle de 8° avec l'axe (x'x)

<u>AN :</u> $F = \sqrt{80{,}89^2 + 11{,}32^2} \Leftrightarrow F = 81{,}68\ N$

<u>NB</u> : - F_2 parce que F_2 se trouve dans la graduation négative de l'axe (yy')
- Dans ce genre d'exercice ou les forces ne sont pas orthogonales, on les munies d'un système d'axes (ox) et (oy) orthogonaux pour trouver leurs composantes.

<u>Exercice 3</u>

Un corps de masse m = 400g est légèrement plus lourd au pôle où à l'équateur. En se plaçant dans les deux cas, au niveau de la mer, la différence des deux poids est de 0,02 N.
Déterminer la différence des intensités de pesanteur g_p au pôle Nord et g_e à l'équateur.

<u>Corrigé 3</u>

Déterminons la différence des intensités de pesanteur g_P et g_E

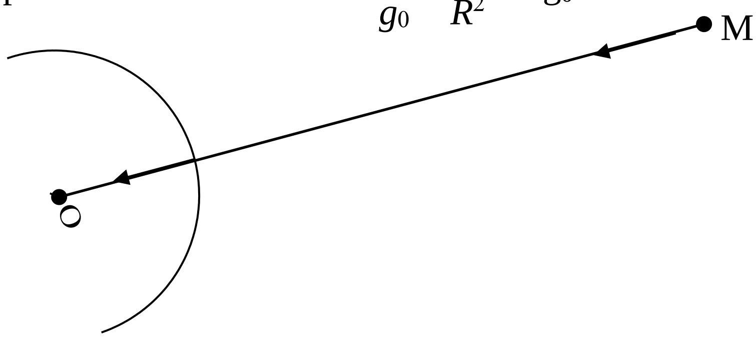
$P_P - P_E = m\times g_P - m\times g_E \Leftrightarrow P_P - P_E = m\times(g_P - g_E)$

$\mathbf{(g_P - g_E) = \frac{P_P - P_E}{m}}$ <u>AN</u> : $g_P - g_E = \frac{0{,}02}{0{,}4} = 0{,}05\ N/kg$

<u>Exercice 4</u>

En un point M situé à la distance 0M = R du centre 0 de la terre, l'intensité de la pesanteur g_M est proportionnelle à $\frac{1}{R^2}$ pour $R \geqslant R_0$ (R_0 est le rayon de la terre)

Cette propriété se traduit par la relation suivante : $\frac{g_M}{g_0} = \frac{R_0^2}{R^2}$ où g_0 est l'intensité de la pesanteur au niveau du sol.



1) Compléter le tableau suivant :

$\frac{R}{R_0}$	1	1,01	1,1	1,5	2	5	10
Altitude (km) $h = R - R_0$							
g_M (N/kg)							

2) Représenter graphiquement les variations de g_M en fonction de $\frac{R}{R_0}$

3) A quelle altitude, le poids d'un corps est-il : g_M
- 10 fois plus petit qu'au sol ?
- 100 fois plus petit qu'au sol ?

4) Jusqu'à quelle altitude h peut-on considérer que le poids d'un corps est constant à 1% près.

<u>Corrigé 4</u>

1) Complétons le tableau

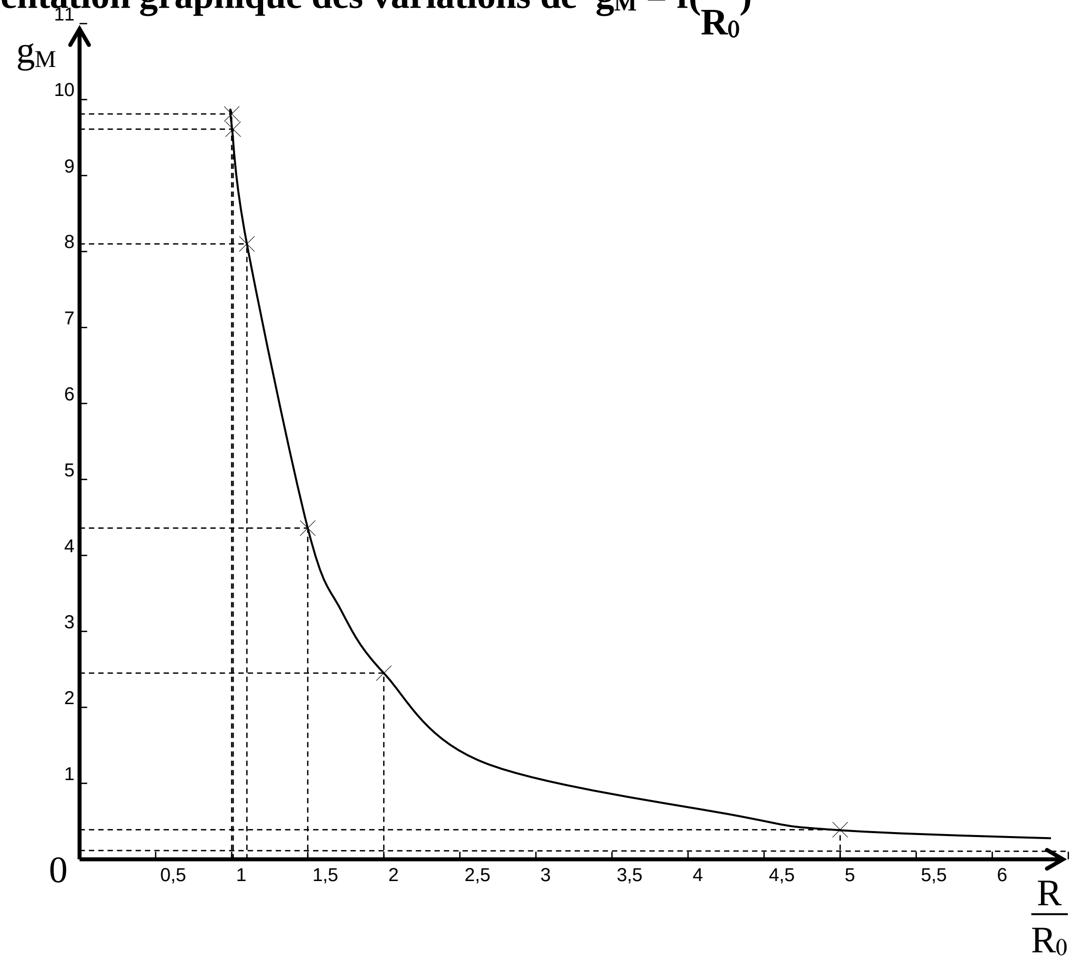
$\frac{g_M}{g_0} = \frac{R_0^2}{R^2} \Leftrightarrow \boldsymbol{g_M = g_0 \times (\frac{R_0^2}{R^2})}$

Exemple de calcul pour le 1er cas

$\frac{R}{R_0} = 1 \Rightarrow R = R_0$, $h = R - R_0 = 0$ et $g_M = 9{,}81 \times (1)^2 – 9{,}81$N/kg

$\frac{R}{R_0}$	1	1,01	1,1	1,5	2	5	10
$h = R - R_0$ (km)	0	64	640	3200	6400	25600	57600
g_M (N/Kg)	9,81	9,61	8,1	4,36	2,45	0,39	0,09

2) Représentation graphique des variations de $g_M = f(\frac{R}{R_0})$



3) L'altitude à laquelle le poids d'un corps est :

- 10 fois plus petit qu'au sol est :

$P_M = \frac{P_0}{10} \Rightarrow mg_M = \frac{mg_0}{10} \Rightarrow g_M = \frac{g_0}{10} \Leftrightarrow \frac{\mathbf{g_M}}{\mathbf{g_0}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10}}$ (a) or $\frac{\mathbf{g_M}}{\mathbf{g_0}} = \left(\frac{\mathbf{R_0}}{\mathbf{R}}\right)^2$ (b)

(a) = (b) $\Leftrightarrow \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{R_0}{R} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow R = R_0\sqrt{10}$

Dans le tableau $h = R - R_0 \Leftrightarrow h = R_0(\sqrt{10} - 1)$ AN : $h = 6400(\sqrt{10} - 1) = 1383{,}57$ km

- 100 fois plus petit qu'au sol est : Même raisonnement on aboutit à :

$h = R_0(\sqrt{100} - 1) \Leftrightarrow h = R_0\,(10 -) = 9R_0$ AN : Voir tableau $h = 9\times6400 = 57600$ km

4) Si le poids reste constant c'est que g_M est constante aussi. D'après la courbe et le tableau, g_M est constant à partir de : $\frac{R}{R_0} \geqslant 10 \Leftrightarrow R \geqslant 10\ R_0$ c'est-à-dire $h \geqslant 57600$ km

Exercice 5

L'intensité du champ de gravitation terrestre assimilable au champ de pesanteur varie avec l'altitude h selon la relation : $g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}$

R = 6370 km, rayon de la terre

g_0 9,8 N/kg, intensité du champ de pesanteur à la surface de la terre.

1) Calculer le poids P d'un engin spatial de masse m = 1 tonne qui décrit autour de la terre une trajectoire circulaire à l'altitude h = 400 Km.

2) Comparer- le au poids de P_0 de l'engin sur la terre.

3) La distance Terre- Lune est d'environ 380.000 Km. A la surface de la Lune le champ de gravitation à une intensité g'_0= 1,62 N/Kg.

Le véhicule spatial est posé sur la Lune. Calculer le poids P'_0 de l'engin sur la Lune et le comparer avec le poids P' que la Terre exerce encore sur l'engin à la surface de la Lune.

4°) Indiquer la position h_1 du point M situé entre la terre et la Lune où les attractions terrestre et lunaire g' varie avec l'altitude selon la même loi que g Le rayon de la Lune est R' = 1740 Km.

$$g' = g_0^{'}\times\frac{R'^2}{(R'+h')^2}$$

Corrigé 5

1) Le poids de cet engin spatial

$\mathbf{P = m\times g = m\times g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$ AN : $P = 1000\times9{,}81\times\left(\frac{6370}{6370+400}\right)^2 \Leftrightarrow P = 8685$ N

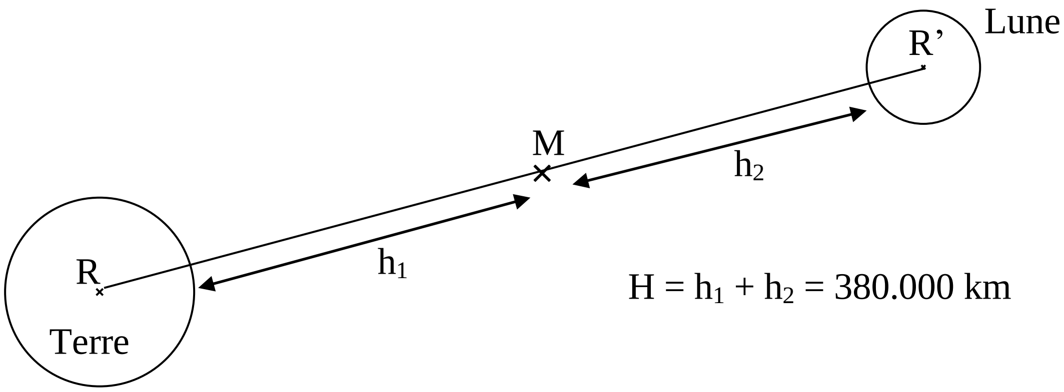
2) Le poids de l'engin sur la terre :

$\mathbf{P_0 = m\times g_0}$ AN : $P_0 = 1000\times9{,}81 \Leftrightarrow P_0 = 9810$ N

On remarque que $P_0 > P$. Le poids P_S de l'engin sur la terre est supérieur à son poids à l'altitude h.

3) Le poids P' que la terre exerce sur l'engin à la surface de la lune:

$$\mathbf{P' = m\times g_0\left(\frac{R}{R+h'}\right)^2} \quad \underline{\text{AN:}} \quad P' = 1000\times 9{,}81\times \frac{6370}{6370+380.000} \quad \Leftrightarrow \quad P' = 2{,}67\ \text{N}$$



Conclusion: $P_0' > P'$

4)

Soit P_M l'attraction terrestre sur le point M : $P_M = m\times g_0\left(\frac{R}{R+h_1}\right)^2$

et P_M' l'attraction lunaire sur le point M : $P_M' = m\times g_0'\left(\frac{R'}{R'+h_2}\right)^2$

Les deux attractions se composent alors

$$P_M = P_M' \Leftrightarrow g_0\left(\frac{R}{R+h_1}\right)^2 = g_0'\left(\frac{R'}{R'+h_2}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{R'+h_2}{R+h_1}\right)^2 = \frac{g_0'}{g_0}\left(\frac{R'}{R}\right)^2$$

$$\frac{R+h_1}{R+h_2} = \frac{R}{R'}\times\sqrt{\frac{g_0'}{g_0}} \qquad \text{Posons} \quad a = \sqrt{\frac{g_0}{g_0'}} \quad \text{et} \quad h_2 = H - h_1 \quad \text{et} \quad b = \frac{R}{R'}$$

On trouve $R+h_1 = a\times b(R'+h_2) \Leftrightarrow R+h_1 = a\times b\times h_2 + a\times b\times R'$

$\Leftrightarrow R+h_1 = a\times b(H - h_1) + a\times b\times R' \Leftrightarrow R+h_1 = a\times b\times H - a\times b\times h_1 + a\times b\times R'$

$\Leftrightarrow h_1+a\times b\times h_1 = a\times b(H+R') - R \Leftrightarrow (1 + a\times b)h_1 = a\times b(H + R') - R$

$$\mathbf{h_1 = \frac{a\times b(H + R') - R}{1 + a\times b}} \quad \text{avec} \quad a = \sqrt{\frac{9{,}81}{1{,}62}} = 2{,}46 \quad \text{et} \quad b = \frac{6370}{1740} = 3{,}66$$

$$h_1 = \frac{2{,}46\times 3{,}66(380.000+1740) - 6370}{1 + 2{,}46\times 3{,}66} \quad \Leftrightarrow \quad h_1 = 342942{,}96 \approx 342943\ \text{km}$$

__Exercice 6__

1) Un ressort, dont la constance de raideur K=50N/m peut subir un allongement maximal de 20 cm (au delà de cet allongement le ressort risque de rester déformé).

Quelle est l'intensité maximale de la force mesurable avec ce dynamomètre ?

2) Un ressort, dont la constance de raideur vaut 60 N/m a une longueur à vide $l_0 = 5$ cm. Calculer la longueur l du ressort quant il subit à chacune de ses extrémités une force de 6 N.

Corrigé 6

1) L'intensité maximale T_{max} est:

Par définition $\mathbf{T_{max} = k\Delta l_{max}}$ AN : $T_{max} = 50\times0,2 = 10$ N

2) On sait que : $T = k\Delta l \Leftrightarrow T = k(l - l_0) \Leftrightarrow \mathbf{l = \frac{T}{k} + l_0}$

AN : $l = \frac{6}{60} + 0,05 \Leftrightarrow l = 0,15$ m ou $l = 15$ cm

Exercice 7 Etalonnage d'un ressort.

On accroche un dynamomètre à l'une des extrémités d'un ressort. L'autre extrémité étant fixée; pour différentes valeurs de la tension T on a mesuré la longueur ℓ du ressort (Voir tableau ci dessous)

Tension T (N)	3	5	8	10
Longueur l (cm)	11,2	12	13,2	14

1) Représenter graphiquement la tension T en fonction de la longueur ℓ.

Echelle: Abscisse : 1 cm $\longrightarrow$ 1 cm

Ordonnée : 1 cm $\longrightarrow$ 1N

2) Déterminer la longueur à vide ℓ_0 du ressort

3) Déterminer la constance de raideur k du ressort

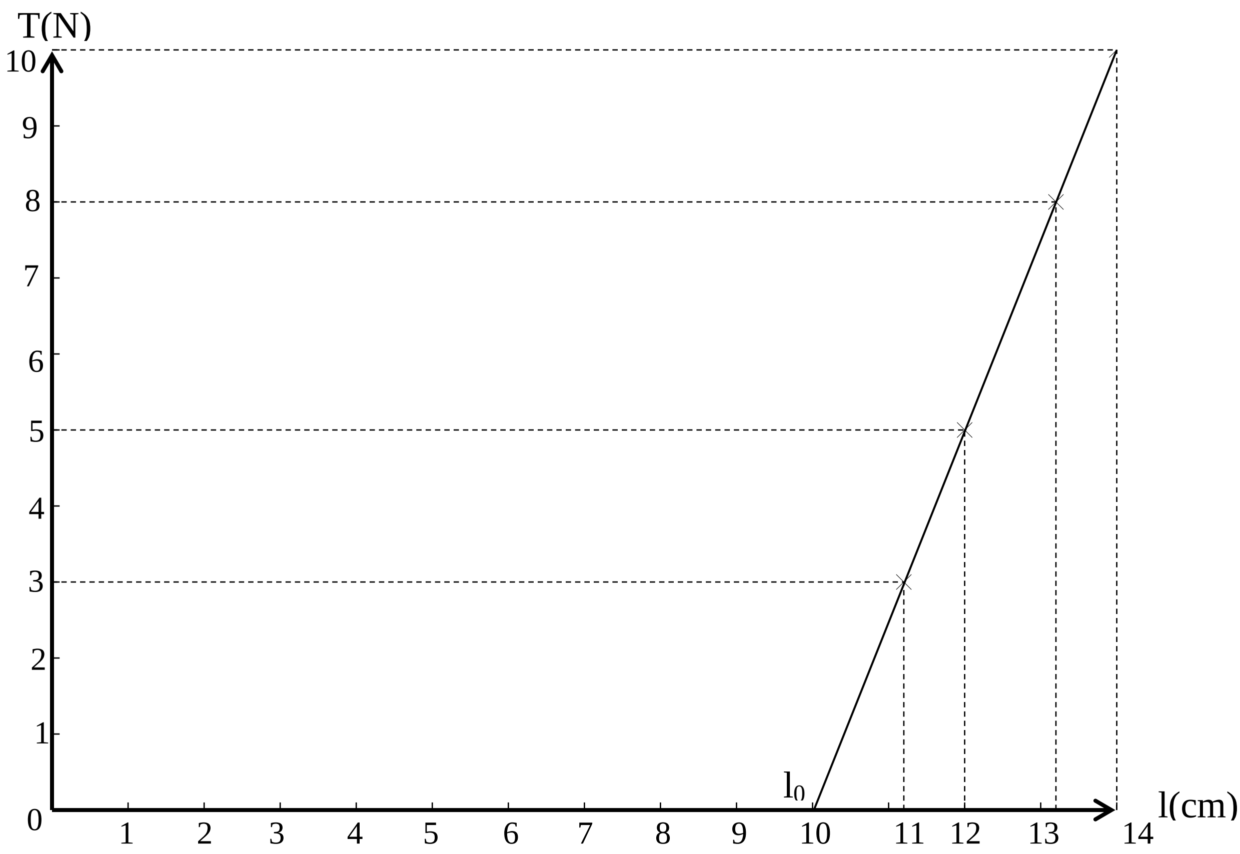
4) Ecris l'expression de la tension T en fonction de la longueur ℓ

5).Déterminer T si ℓ = 20 cm.

Corrigé 7

1) Représentation

Echelle : 1 cm $\longrightarrow$ 1 cm en abscisses et 1 cm $\longrightarrow$ 1N en ordonnées



2) La longueur à vide du ressort est : Pour $T = 0$ N ; $\ell_0 = 10$ cm (sur le graphique)

3) Déterminons la constante de raideur k

$K = \frac{\Delta t}{\Delta l} = \frac{T_2 - T_1}{l_2 - l_1}$ AN : $k = \frac{10-5}{(14-12).10^{-2}} \Leftrightarrow K = 250$ N/m

4) L'expression de la tension T en fonction de la longueur l est :

$T = k\Delta l \Leftrightarrow T = k(\ell - \ell_0) \Leftrightarrow T = k\ell - k\ell_0)$; AN $T = 250\ell - (250\times0{,}1) \Leftrightarrow \mathbf{T = 250\ell - 25}$

5) Calculons T pour ℓ = 20 cm : $T = 250\times0{,}2 - 25 \Leftrightarrow T = 25$ N

Exercice 8

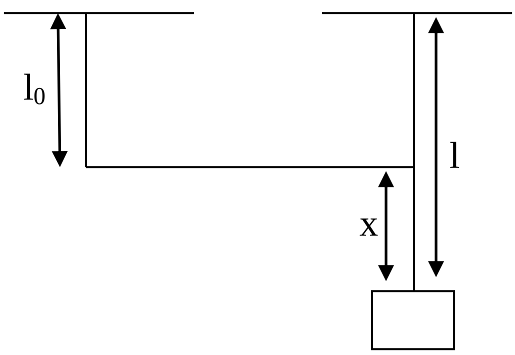
Pour étudier l'allongement d'un fil élastique, on fixe une de ses extrémités en un point 0 et on accroche à l'autre extrémité des masses marquées de valeurs m croissantes; on mesure l'allongement x du fil à chaque équilibre. Les mesures sont rapportées dans le tableau ci-dessous :

M (g)	0	8	20	30	50	80	100	120
X (cm)	1	2	2,5	3,7	6,3	10	12,5	15

1) Qu'appelle- t-on allongement du fil ?
2) Exprimer la tension T du fil à l'équilibre en fonction de m et g (g = l0 N/Kg).
Tracer le graphe donnant T en fonction de x sur papier millimétré.
1 cm -----> 1 cm en abscisses
l cm -----> 0,1 N en ordonnées
3) Déduire du graphe une relation mathématique simple entre T et x.
4) La longueur à vide du fil est $1_0 = 20$ cm. Déterminer la masse maximale qu'on peut accrocher, sachant qu'il se casse si sa 'longueur dépasse 1 = 40cm.

Corrigé 8

1) L'allongement x du fil est la différence entre la longueur totale l du fil étiré et sa longueur l_0 lorsqu'il n'est pas étiré (longueur à vide l_0) $x = l - l_0 = \Delta l$



2) La masse marquée est soumise à son poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du fil.

A l'équilibre $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ En norme **T = P = mg** AN T = 10 m (avec m en kg)

Complétons le tableau :

x(cm)	0	1	2,5	3,7	6,3	10	12,5	15
T(N)	0	0,08	0,2	0,3	0,5	0,8	1	1,2

3) On constate que la caractéristique du fil est une droite qui passe par l'origine. C'est donc une droite linéaire. Une telle droite a pour équation y = ax.

Dans notre cas : **T = kx** où k est la constante de raideur du fil.

Déterminons k : Soit M(0,1 ;0,8) $\in$ à la caractéristique.

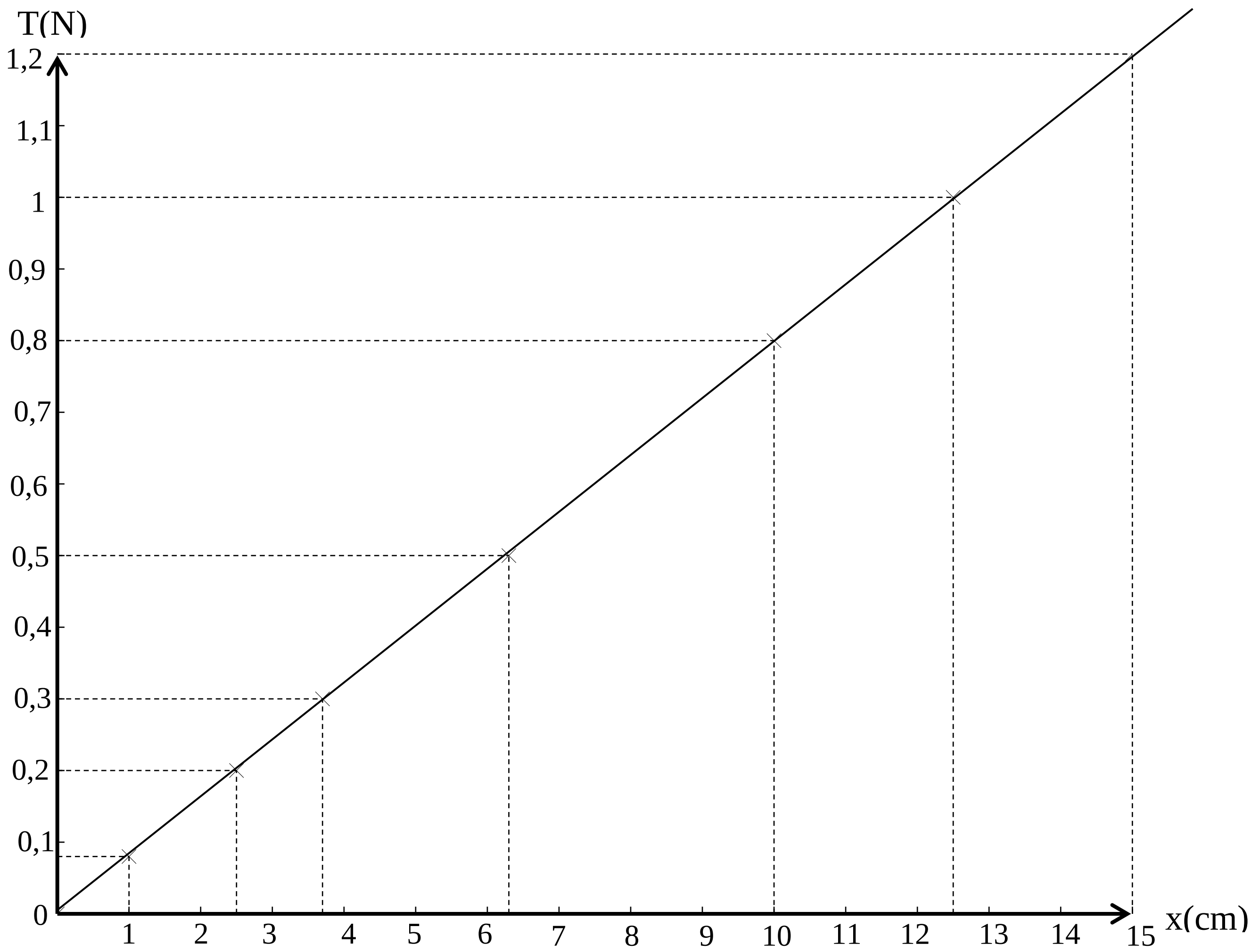
$T = kx \Leftrightarrow k = \frac{T}{x}$ AN : $k = \frac{0,8}{0,1} = 8 \Leftrightarrow$ **k = 8 N/m**

La relation mathématique est : **T = 8x**

4) On sait que $T = k(l - l_0) = mg$ d'où $\mathbf{m = \frac{k(l - l_0)}{g}}$

AN : $m = \frac{(40 - 20).10^{-2}}{10} = 0,16\ kg \Leftrightarrow$ **m = 160 g**

Représentation graphique de la question n°2

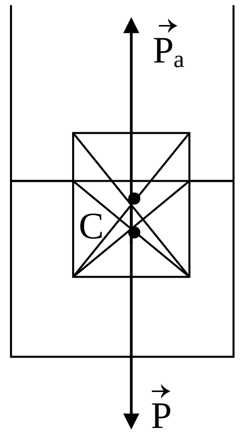


Exercice 9

Un cube de bois d'arête a = 10 cm flotte à la surface de l'eau. La masse volumique de ce bois est φ_s = 500 Kg/m^3

1) Quelles sont les caractéristiques de la force $\vec{P}_A$ équivalente à l'ensemble des forces exercées par l'eau sur le cube à l'équilibre (direction -sens- intensité) ?
2) La hauteur de cube immergé est h' = 5 cm. Calculer le poids de l'eau «déplacée» par le cube.
Le théorème d'Archimède :(un corps plongé totalement ou non dans un liquide subit une force verticale vers le haut égale au poids du liquide «déplacé ») est-il vérifié ici ?
3) Le cube précédent flotte, à la surface d'un liquide de masse volumique a_1
Calculer a_1 sachant que la hauteur de cube qui émerge du liquide vaut c = 2cm.

Corrigé 9



1) Les caractéristiques de $\vec{P}_a$ sont :

$\vec{P}_a$
- Origine : Centre de poussée C
- direction : la verticale du lieu
- sens : du bas vers le haut
- intensité : $P_a = P$ car le corps flotte

$P_a = P = m\times g = (V\times\rho)\times g$

AN : $P_a = 1\ dm^3\times 0,5\ kg/dm^3\times 10\ N/kg \Leftrightarrow P_a = 5\ N$

2) Le poids du liquide déplacé

$P_l = m_l\times g$ avec $m_l = V_l\times\rho_l$

avec V_l : volume de la partie immergé et ρ_l : masse volumique de l'eau ; $\rho_l = 1\ kg/dm^3$

$P_l = V_l\times\rho_l\times g$ AN : $P_l = 0,5\times 1\times 10 \Leftrightarrow P_l = 5\ N$

On Remarque que $P_a = P_l = 5$ N. Le théorème d'Archimède est vérifié.

3) Le corps flottant sur ce liquide on alors :

$P_a = P = 5\ N$ or $P_a = a_t\times V_i\times g \Leftrightarrow \mathbf{a_t = \dfrac{P_a}{V_i\times g}}$ avec $V_i = a\times a\times b$

AN: $V_i = 10\times 10\times 8 = 800\ cm^3 = 0,8\ dm^3 \Rightarrow a_t = \dfrac{5}{0,8\times 10} \Leftrightarrow a_t = 0,625\ kg/dm^3$

Exercice 10

Soient deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, on donne : $F_1 = 0,2$ N ; $F_2 = 0,4$ N ; $(\widehat{\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2}}) = 120°$

1) A l'échelle 2 cm $\longrightarrow$ 0,1N, représenter $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

2) Déterminer graphiquement la force $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

3) Déterminer graphiquement la force $\vec{F}$ telle que : $\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

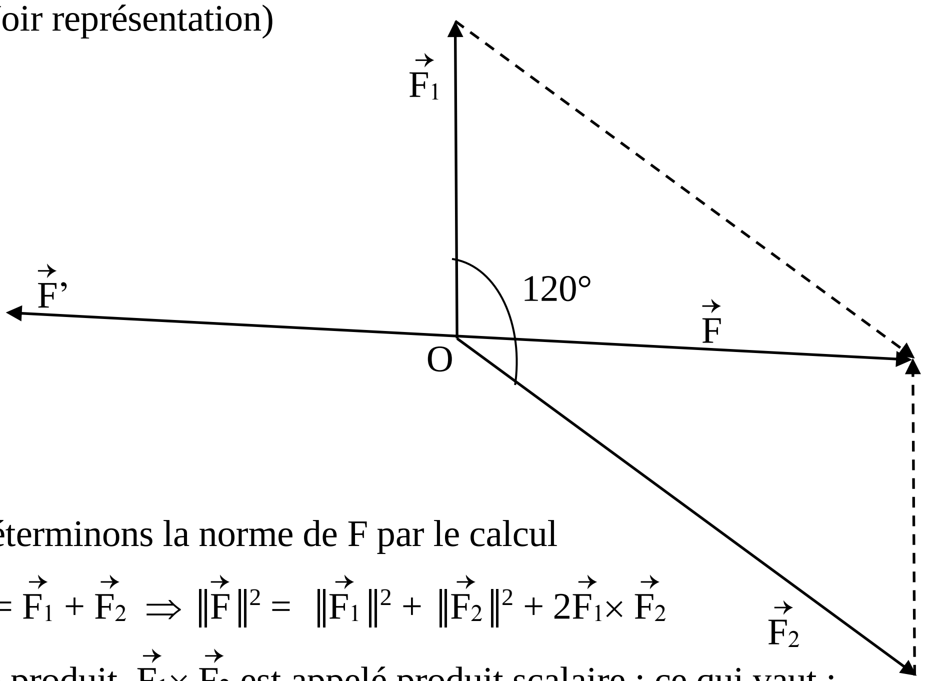
Corrigé 10

1) $2\text{ cm} \longrightarrow 0{,}1\text{ N}$
$L(\vec{F}_1) \longrightarrow 0{,}2\text{ N}$ $\Big\|$ $L(\vec{F}_1) = 4\text{ cm}$

$2\text{ cm} \longrightarrow 0{,}1\text{ N}$
$L(\vec{F}_2) \longrightarrow 0{,}4\text{ N}$ $\Big\|$ $L(\vec{F}_2) = 8\text{ cm}$

2) $2\text{ cm} \longrightarrow 0{,}1\text{ N}$
$2\text{ cm} \longrightarrow F$ $\Big\|$ $F = 0{,}35\text{ N}$

3) $\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \iff \vec{F}' = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$. En norme $F' = F = 0{,}35\text{ N}^2$
(Voir représentation)



Déterminons la norme de F par le calcul

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \|\vec{F}\|^2 = \|\vec{F}_1\|^2 + \|\vec{F}_2\|^2 + 2\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$

Le produit $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$ est appelé produit scalaire ; ce qui vaut :

$\vec{F}_1 \times \vec{F}_2 = F_1 \times F_2 \cos(\widehat{\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2}})$ $\quad \|\vec{F}\| = F$; $\|\vec{F}_1\| = F_1$ et $\|\vec{F}_2\| = F_2$

D'où $F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \times F_2 \cos(\widehat{\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2}}) \iff$ $\mathbf{F = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \times F_2 \cos(\widehat{\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2}})}$

AN : $F = \sqrt{(0{,}2)^2 + (0{,}4)^2 + 2 \times 0{,}2 \times 0{,}4\cos 120°} \iff F = 0{,}35\text{ N}$

Exercice 11

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'unité de force étant le Newton, on donne :

$\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{F}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j}$

1) Donner les coordonnées de F_1 et F_2 et les représenter.
2) Calculer la norme de chaque force.

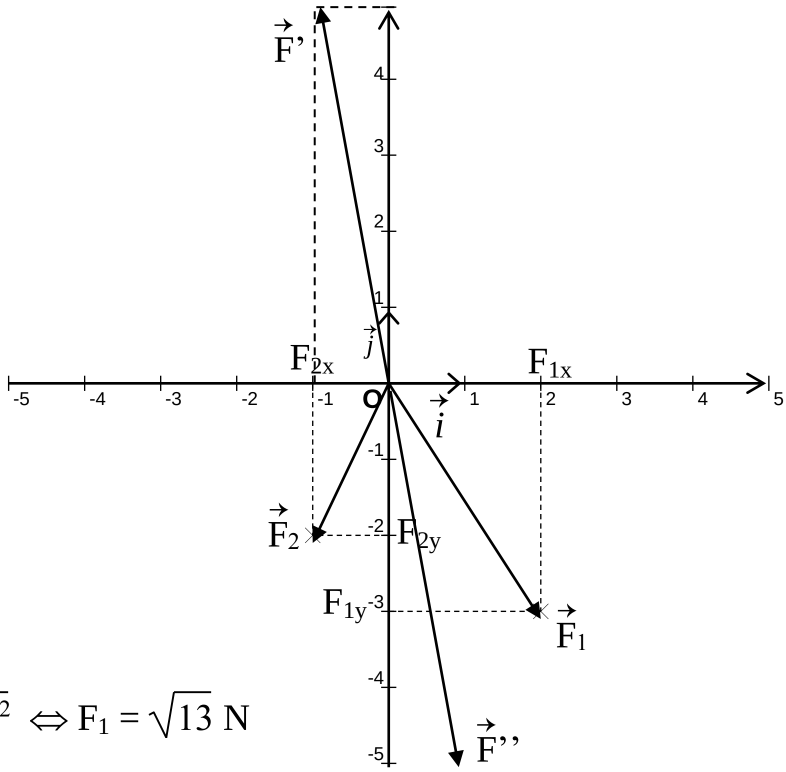
3) Déterminer les angles $(\widehat{\vec{i}, \overrightarrow{F1}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2}})$

4) Tracer $\vec{F} = 2\vec{F}_1 + 4\vec{F}_2$. Déterminer l'angle $(\widehat{\vec{i}, \vec{F}})$

5°) Représenter la force $\vec{F}'$ telle que $\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$

Corrigé 11

1) Les coordonnées de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$



$\vec{F}_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$; $\vec{F}_2 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

2) Les normes des forces

$F_1 = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2} \Rightarrow F_1 = \sqrt{2^2 + (-3)^2} \Leftrightarrow F_1 = \sqrt{13}$ N

$F_2 = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} \Rightarrow F_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} \Leftrightarrow F_2 = \sqrt{5}$ N

3) Déterminer les angles $\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F1})}$ et $\widehat{(\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2})}$

- $\cos\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F1})} = \frac{F_{1x}}{F_1}$ AN : $\cos\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F1})} = \frac{2}{\sqrt{13}} = 0,55 \Leftrightarrow \mathbf{\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F1})} = 56,3°}$

- $\cos\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F2})} = \frac{F_{2x}}{F_2}$ AN : $\cos\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F2})} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0,44 \Leftrightarrow \mathbf{\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F2})} = 63,43°}$

$\widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F1})} + \widehat{(\vec{i}, \overrightarrow{F2})} + \widehat{(\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2})} = 180°$

$\Leftrightarrow \widehat{(\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2})} = 180° - (56,3° + 63,43°) \Leftrightarrow \widehat{(\overrightarrow{F1}, \overrightarrow{F2})} = 60,27°$

4) Déterminons les coordonnées de $\vec{F}$ et l'angle $\widehat{(\vec{i}, \vec{F})}$

$\vec{F} = 2\vec{F}_1 + 4\vec{F}_2 \Leftrightarrow \vec{F} = 2(2\vec{i} - 3\vec{j}) + (-\vec{i} - 2\vec{j})$

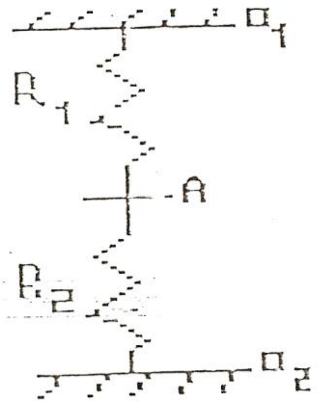
$\vec{F} = O\vec{i} - 14\vec{j} \Rightarrow \vec{F} \begin{pmatrix} 0 \\ -14 \end{pmatrix}$

$\vec{F}$ est colinéaire à $\vec{j}$ mais de sens opposé. Or $\widehat{(\vec{i}, \vec{j})} = 90°$. D'où $\widehat{(\vec{i}, \vec{F})} = 90°$

5) $\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}' = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Leftrightarrow \vec{F}' = -\vec{F}''$

Exercice 12

Deux ressorts R_1 et R_2 de masses négligeables, sont accrochés l'un à l'autre au point A, leurs deux autres extrémités sont accrochées en 0_1 et 0_2 à deux supports fixes distants de
L = 50 cm.
Leur constante de raideur sont $k_1 = 20$N/m et $k_2 = 30$N/m et leurs longueurs à vide sont $L_{01} = 20$ cm et $lo_2 = 15$ cm.
1) Déterminer les Longueurs l_1 et l_2 des deux ressorts.
2) Quelles sont les forces de réaction exercées sur les ressorts par les supports en 0_1 et 0_2 ?



Corrigé 12

1) Les ressorts étirés exercent en A les tensions $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$

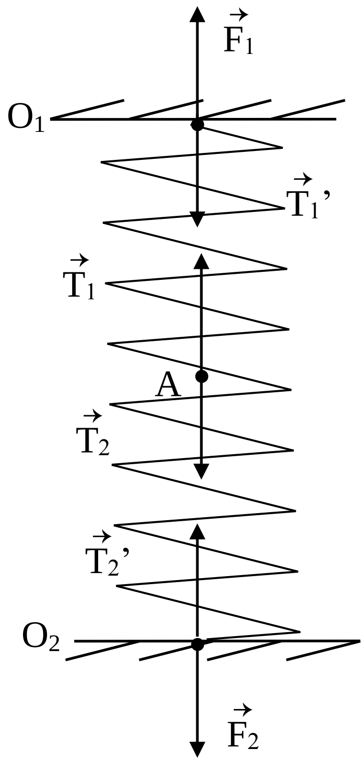
- $\vec{T}_1$ exercée par R_1 sur R_2
- $\vec{T}_2$ exercée par R_2 sur R_1
- D'après le principe des actions réciproques:

$\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$ d'où $T_1 = T_2$
$T_1 = T_2 \Leftrightarrow k_1(l - l_{01}) = k_2(l - l_{02})$
D'autre part $l_1 + l_2 = L$
l_1 et l_2 en centimètre sont donc solutions des systèmes

$$\begin{cases} 20(l_1 - 20) = 30(l_2 - 15) \\ l_1 + l_2 = 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2l_1 - 3l_2 = -5 \\ l_1 + l_2 = 50 \end{cases}$$

Solutions : $l_1 = 29$ cm et $l_2 = 21$ cm



2) En O_1 et O_2 , les ressorts exercent sur les supports

Les tensions $\vec{T}_1$' et $\vec{T}_2$' (de sens opposé à $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ mais de même norme).

D'après le principe des actions réciproques, chaque support exerce sur le ressort une force opposée à celle qu'il subit :

En O_1 ; le support exerce $\vec{F_1} = - \vec{T_1}' = \vec{T_1}$

En O_2 ; le support exerce $\vec{F_2} = - \vec{T_2}' = \vec{T_2}$

Donc $\vec{F_2} = - \vec{F_1} \Rightarrow \vec{F_2} + \vec{F_1} = \vec{0}$ (l'ensemble (R_1 , R_2) est en équilibre sous l'action de ces forces).

$F_1 = T_1 = k_1(l_1 - l_{01})$ AN : $F_1 = 20(0,29 - 0,20) \Leftrightarrow F_1 = 1,8$ N

D'où $F_1 = F_2 = T_1 = T_2 = 1,8$ N

<u>Exercice 13</u> Recherche de force

La figure ci- contre représente un solide (s) de masse m = 3 Kg suspendu en B à un fil. Ce fil est fixé au point A à un support fixe.

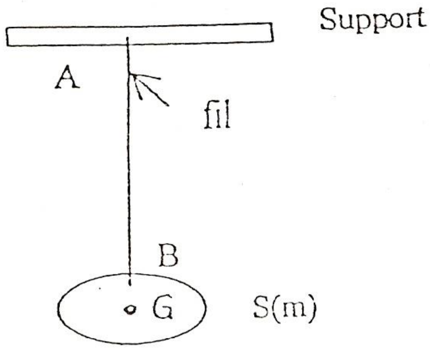
l) Calculer le poids P du solide S (intensité de la pesanteur g = 9,8 N/kg).

Représenter le vecteur poids $\vec{P}$ du solide S.

2) Représenter la force $\vec{T}$ exercée par le Fil sur le solide S. On s'intéressera au système mécanique constitué par le solide S seul, préciser toutes les forces qui s'appliquent sur lui.

3) Représenter la force $\vec{F}$ exercée par le fil sur le support en A.

4) On s'intéresse maintenant au système mécanique constitué par le fil (fil+solide) quelles sont les forces qui s'appliquent lui ?



<u>Corrigé 13</u>

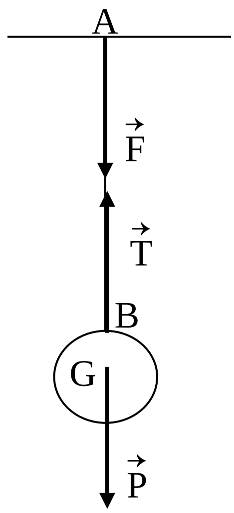
1) Calculons le poids P du solide S :

P = m×g $\Leftrightarrow$ P = 3×9,8 = 29,4 N

2) Le solide étant en équilibre alors $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

ou $\vec{T} = - \vec{P}$; les deux forces ont même direction, des sens opposés et ont même norme.

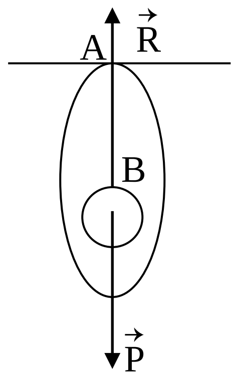
3)



4) Considérons le système S' constitué par le solide et le fil.

Bilan des forces :

Le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ du support sur le fil.
Toutes ces forces ont même norme : P = T = F = P' = 29,4 N



Exercice 14

La longueur naturelle d'un ressort est l_0 = 25 cm. Sa longueur devient 29 cm quand on lui accroche une masse m = 400 g en un lieu où l'intensité de la pesanteur vaut g = 9,8 N/Kg.

1) Calculer la raideur de ce ressort en précisant l'unité.
2) Calculer sa longueur l' quand on lui accroche une masse m' = 750 g au même lieu.
3) Calculer la masse m" qu'il faut lui suspendre pour qu'au même lieu sa longueur devienne l'' = 38 cm.

Corrigé 14

1) Calculons la constante de raideur du ressort

$$P = k\Delta l \iff \mathbf{k = \frac{m \times g}{(l - l_0)}} \quad AN : \ k = \frac{(0{,}4 \times 9{,}8)}{(29 - 25).10^{-2}} \iff k = 98 \text{ N/m}$$

L'unité est newton par mètre: $N.m^{-1}$

2) Sa longueur l' quand on lui accroche une m' = 750 g

$$P = k\Delta l \iff m' \times g = l(l - l_0) \iff m' \times g = kl' - kl_0$$

$$kl' = m' \times g + kl_0 \iff \mathbf{l' = \frac{m' \times g + kl_0}{k}}$$

$$AN: \ l' = \frac{75 \times 9{,}8 + 98 \times 25.10^{-2}}{98} \iff l' = 0{,}325 \text{ m ou } l' = 32{,}5 \text{ cm}$$

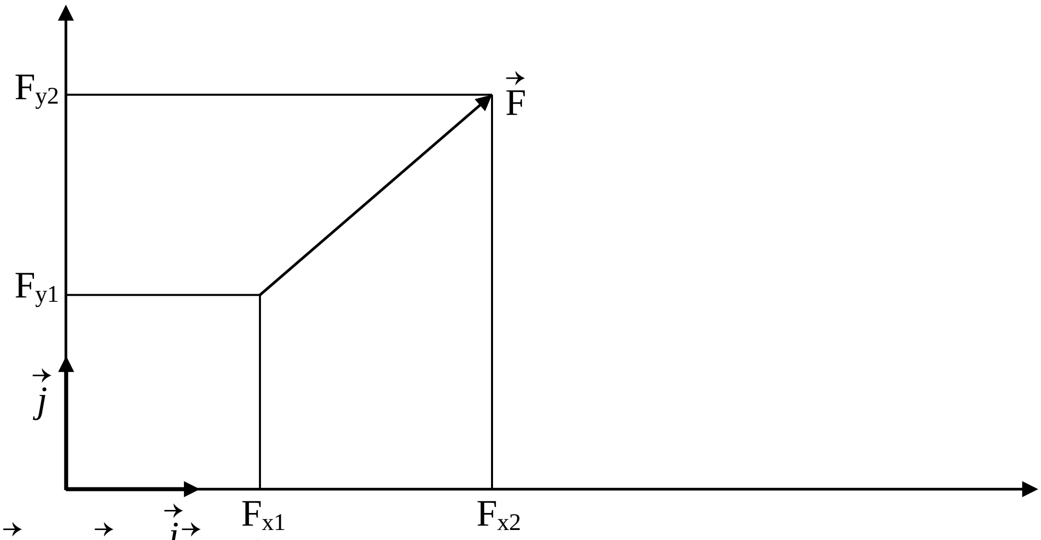
3) La masse m'' qu'il faudra accrocher pour que l'' = 38 cm

$$P = k\Delta l \iff m'' \times g = k(l'' - l_0) \iff \mathbf{m'' = \frac{kl'' - kl_0}{k}}$$

$$AN: \ m'' = \frac{98 \times 38.10^{-2} - 98 \times 25.10^{-2}}{9{,}8} \iff m'' = 1{,}3 \text{ kg ou } m'' = 1300 \text{ g}$$

Exercice 15

Dans un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), on a représenté un vecteur force $\vec{F}$, l'unité de force est le Newton.



1) On peut écrire $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$. Déterminer F_x et F_y

2) Nous voulons calculer l'intensité de la force $\vec{F}$ en Newton et l'angle que fait $\vec{F}$ avec $\vec{i}$,

Soit $\propto = \widehat{(\vec{i}, \vec{F})}$. Exprimer sin∝ ; cos∝ et tan∝ en fonction de F_x , F_y et F.
Calculer ces valeurs numériquement.

3) Dans le même système d'axes, représenter le vecteur $\vec{F}' = -2\vec{i} + 3\vec{j}$.
Répondre ensuite aux mêmes questions que précédemment.

Corrigé 15

1) Déterminons F_x et F_y

$\vec{F}\begin{pmatrix} F_{x2} - F_{x1} \\ F_{y2} - F_{y1} \end{pmatrix}$ $\quad$ $F \left| \begin{array}{l} F_x = F_{x2} - F_{x1} \Rightarrow F_x = 4 - 2 = 2 \\ F_y = F_{y2} - F_{y1} \Rightarrow F_y = 3 - 2 = 1 \end{array} \right.$ $\quad$ $\vec{F}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) Calculons l'intensité de la force F

D'après Pythagore , on a $\mathbf{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$ AN : $F = \sqrt{2^2 + 1^2}$ $\Leftrightarrow$ $F = \sqrt{5}$

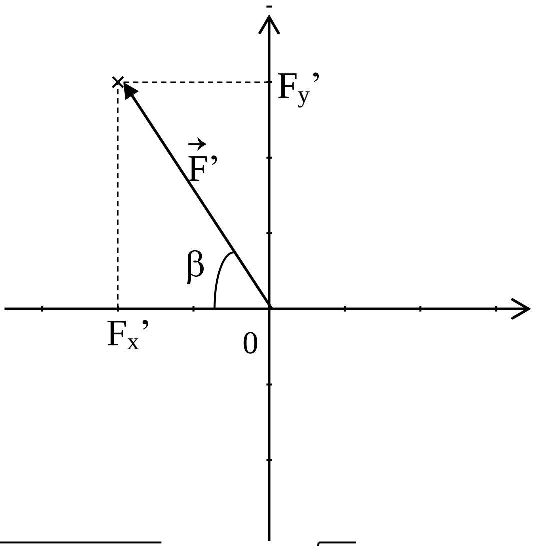
L'expression en fonction de F_x , F_y et F.

$\mathbf{\sin\propto = \frac{F_y}{F}} \Leftrightarrow \sin\propto = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\mathbf{\cos\propto = \frac{F_x}{F}} \Leftrightarrow \cos\propto = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\mathbf{\tan\propto = \frac{F_y}{F_x}}$ $\quad \tan\propto = \frac{1}{2}$. De la tangente, on a mes∝ = 26,57° ≈ 26,6°

3) **Déterminons F_x et F_y**

Sachant que l'on peut écrire $\vec{F}' = F_x'\vec{i} + F_y'\vec{j}$ donc $F_x' = -2$ et $F_{y'} = 3$



- Déterminons sa norme $F' = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} \Leftrightarrow F' = \sqrt{13}$ N

- L'expression en fonction de F_x' , F_y' et F'

$\sin\beta = \dfrac{F_y'}{F'}$; $\cos\beta = \dfrac{F_x'}{F'}$; $\tan\beta = \dfrac{F_y'}{F_x'}$

Calculons les valeurs numériques

$\sin\beta = \dfrac{F_y'}{F'} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$; $\cos\beta = \dfrac{F_x'}{F'} = \dfrac{-2}{\sqrt{13}}$; $\tan\beta = \dfrac{F_y'}{F_x'} = \dfrac{3}{-2}$

D'après tanβ, l'angle que fait $\vec{F}'$ avec l'horizontal est β = 56,31°

La mesure $(\widehat{\vec{i}\,,\vec{F}})$ est telle que : $mes(\widehat{\vec{i}\,,\vec{F}}) = 180° - \beta$

AN : $mes(\widehat{\vec{i}\,,\vec{F}}) = 180° - 56{,}31°$ $\Leftrightarrow$ $mes(\widehat{\vec{i}\,,\vec{F}}) = 123{,}69$

Chapitre 3 EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A DEUX FORCES OU TROIS FORCES NON PARALLELES

Résumé

- Un système est l'objet ou l'ensemble d'objets que l'on désire étudier. Une fois le système est défini, il faut faire le bilan des forces extérieures qui s'appliquent au système (solide)

- Lorsqu'un solide S, soumis à deux forces extérieures $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, est en équilibre dans un référentiel donné, nécessairement :
* les deux forces ont la même droite d'action

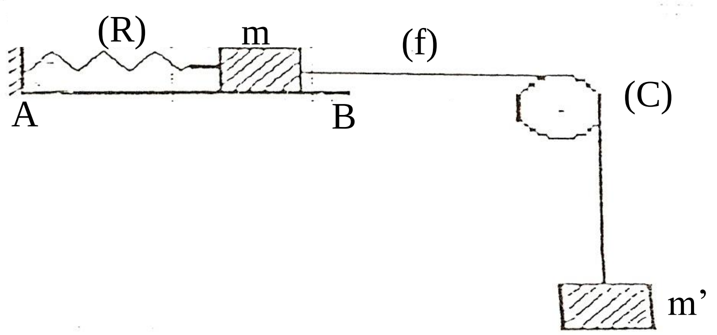
* leur somme vectorielle est nulle $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ signifie que ($F_1 = F_2$)

- Lorsqu'un solide S, soumis à trois forces extérieures $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$, est en équilibre dans un référentiel donné, nécessairement :
* les droites d'action des forces sont coplanaires et concourantes

* la somme vectorielle des forces est nulle $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Exercice 1

On réalise le dispositif ci-dessous. AB est un plan horizontal. (R) est un ressort de raideur k = 50 N/m ; (f) est un fil de masse négligeable, (C) est une poulie de masse négligeable, m et m' sont des masses marquées m =100 g et m'=200 g s et g = 10 N/kg.



1) Faites l'inventaire des forces extérieures qui s'appliquent sur chaque masse.
2) Etablis la condition d'équilibre pour chaque masse.
3) En déduis l'intensité de la tension du ressort.
4) Détermine l'allongement Δl du ressort.

Corrigé 1

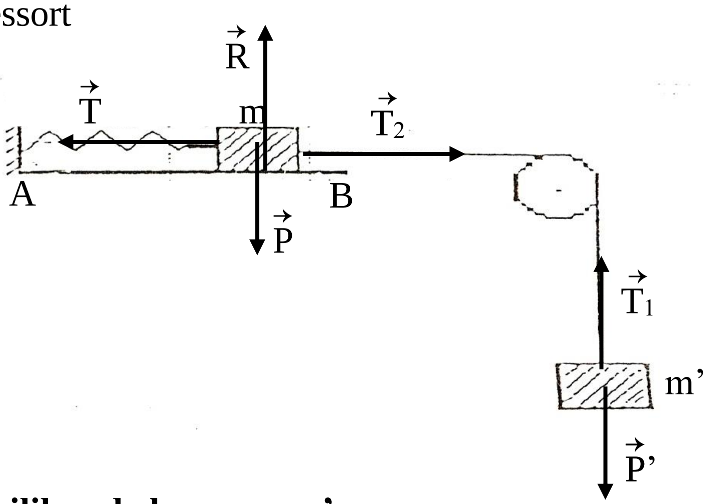
1) L'inventaire des forces appliquées au solide de masse m'

- le poids $\vec{P}'$ du solide (m') ; - la tension $\vec{T}_1$ du fil

L'inventaire des forces appliquées au solide de masse m'

- la réaction $\vec{R}$ du plan AB ; - le poids $\vec{P}$ du solide m ; - la tension $\vec{T}_2$ du fil

- la tension $\vec{T}$ du ressort



2) Condition d'équilibre de la masse m'

$\vec{T}_1 + \vec{P}' = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad T_1 = P'$ en intensité

Condition d'équilibre de la masse m

$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T}_2 + \vec{T} = \vec{0}$

Le poids $\vec{P}$ compense la réaction $\vec{R}$; seulement les forces dans le plan horizontal du support (AB) qui nous intéresse : $\vec{T}_2 + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow T = T_2$ en intensité

3) Déterminons l'intensité T_1

$\vec{T}_1 + \vec{P}' = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{T_1 = P' = m' \times g}$ AN : $T_1 = 0{,}2 \times 10 = 2$ N

Déterminons l'intensité T_2

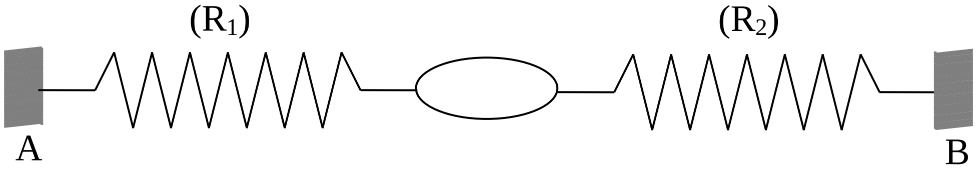
$\vec{T}_2 + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow T = T_2 = 2$ N

4) Calculons l'allongement Δl du ressort.

$T = k\Delta l \Leftrightarrow \boldsymbol{\Delta l = \frac{T}{k}}$ AN : $\Delta l = \frac{2}{50} \Leftrightarrow \Delta l = 0{,}04$ m

<u>**Exercice 2**</u>

Un dispositif constitué de deux ressorts (R_1 et R_2) et d'un anneau de poids et de dimension négligeables est représenté comme l'indique la figure ci-dessous.



Le ressort (R_1) a une longueur à vide l_{01} = 10 cm et s'allonge de 1 cm pour uns force appliquée de 1N. Quant au ressort (R_2), il a une longueur à vide l_{02} = 15 cm et s'allonge de 3 cm pour une force appliquée de 1N. Les deux crochets fixant les ressorts aux extrémités sont distants de AB=30 cm.

1) Calculer les constantes de raideur k_1 et k_2 des ressorts. Que constates-tu ?
2) Quelles sont les forces qui s'appliquent sur l'anneau ? Les représenter qualitativement.
3) Ecris la condition d'équilibre de l'anneau.
4) Détermine les longueurs l_1 et l_2 des ressorts.
5) En déduis la tension de chaque ressort.

Corrigé 2

1) Calculons les constantes de raideur

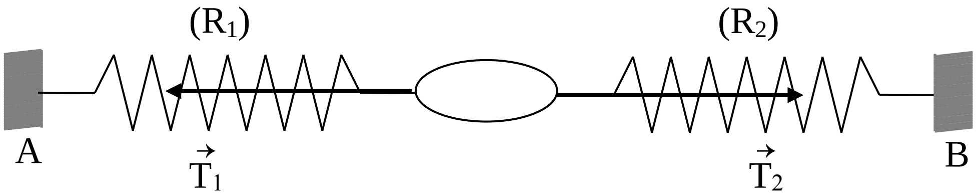
- k_1 du ressort R_1 : $T = k_1x_1 \Leftrightarrow \mathbf{k_1 = \frac{T}{x_1}}$ AN : $k_1 = \frac{1}{0,01} = 100$ N/m

- k_2 du ressort R_2 : $T' = k_2x_2 \Leftrightarrow \mathbf{k_2 = \frac{T'}{x_2}}$ AN : $k_2 = \frac{1}{0,03} = 33,33$ N/m

On remarque que $\mathbf{k_1 = 3k_2}$

2) Les forces qui s'appliquent sur l'anneau :

- la tension $\vec{T}_1$ du ressort (R_1) ; - la tension $\vec{T}_2$ du ressort (R_2)



3) La condition d'équilibre : $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

4) Déterminons les longueurs l_1 et l_2 des ressorts

$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$ signifie que $T_1 = T_2$ en norme

or $\left|\begin{array}{l} T_1 = k_1\Delta l_1 = k_1(l_1 - l_{01}) \\ T_2 = k_2\Delta l_2 = k_2(l_2 - l_{02}) \end{array}\right.$ avec $l_1 + l_2 = AB = 30$ cm

$T_1 = T_2 \Leftrightarrow k_1(l_1 - l_{01}) = k_2(l_2 - l_{02}) \Leftrightarrow 3k_2(l_1 - l_{01}) = k_2(l_2 - l_{02})$
$\Leftrightarrow 3l_1 - l_2 = 3l_{01} - l_{02}$ avec $l_1 + l_2 = 30$ cm. On forme le système d'équation :

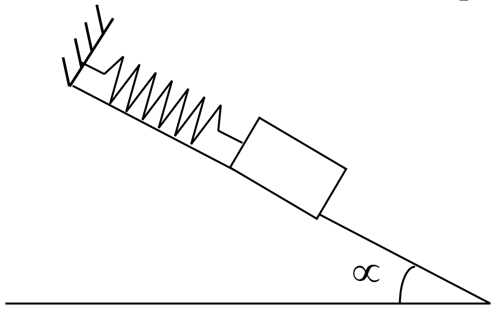
$$\left\{\begin{array}{l} 3l_1 - l_2 = 3\times10 - 15 \\ l_1 + l_2 = 30 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3l_1 - l_2 = 15 \\ l_1 + l_2 = 30 \end{array}\right.$$

En résolvant le système on trouve : $l_1 = 11,25$ cm et $l_2 = 18,75$ cm

5) La tension de chaque ressort
$T_1 = k_1(l_1 - l_{01})$ AN : $T_1 = 100(0,1125 - 0,1) = 1,25$ N $\Leftrightarrow T_1 = 1,25$ N
$T_1 = T_2 = 1,25$ N

Exercice 3

Un ressort à spires non jointives, de longueur à vide l_0 = 15 cm est attaché au sommet d'un rail rectiligne incliné, faisant un angle a = 30° avec le plan horizontal. A l'extrémité du ressort est fixé un corps de masse m = 150g qui peut se déplacer sans frottement sur le rail. La constante de raideur du ressort est k = 20 N/m. On donne g = 9,8 N/kg.



1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide.
2) Ecrire la condition d'équilibre du solide.

3) Détermine la valeur de la tension $\vec{T}$ du ressort.
4) En déduis la longueur 1 du ressort.

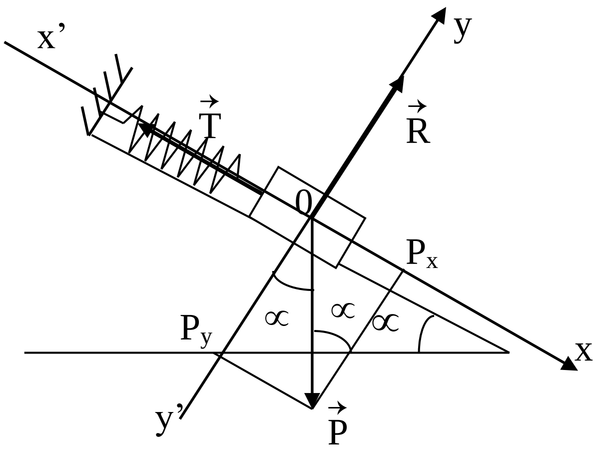
5) Calcule la valeur de la réaction $\vec{R}$ du plan incliné sur le solide.

Corrigé 3

1) les forces qui s'exercent sur le solide sont :

- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné ; - le poids $\vec{P}$ du solide ; - la tension $\vec{T}$ du ressort

2) Le solide est en équilibre on a : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$
3) Faire une représentation sommaire qui s'appliquent sur le solide



On associe à ce schéma un système d'axes horizontaux afin de trouver les composantes ou les coordonnées des vecteurs forces dans ce système d'axes : (0x) ⊥ (0y).

Ainsi : $\vec{T}\begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix}$; $\vec{P}\begin{pmatrix} P\sin\propto \\ -P\cos\propto \end{pmatrix}$ $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ecrire $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ signifie :

$$\begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P\sin\alpha \\ -P\cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Suivant l'axe (0x) et (0y), on a le système d'équation

$$\begin{cases} -T + 0 + P\sin\alpha = 0 \quad (1) \\ 0 + R - P\cos\alpha = 0 \quad (2) \end{cases}$$

On choisit (1) car c'est dans cette relation que se trouve la tension du ressort :

$-T + 0 + P\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{T = P\sin\alpha}$ <u>AN</u> : $T = 0{,}15 \times 9{,}8 \times \sin 30° \Leftrightarrow T = 0{,}735$ N

4) La tension du ressort :

On sait que $T = k\Delta l = k(l - l_0) \Leftrightarrow T = kl - kl_0 \Leftrightarrow \mathbf{l = \frac{T}{k} + l_0}$

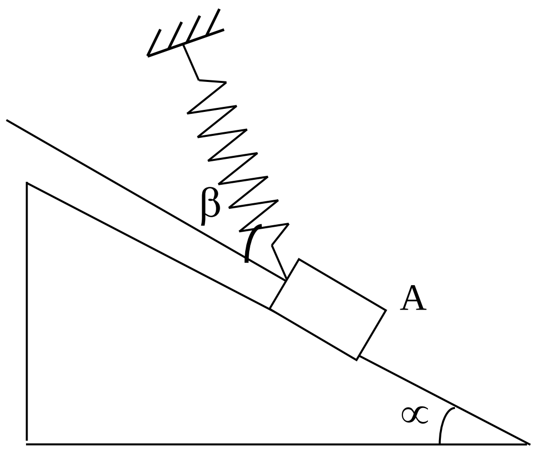
AN : $l = \frac{0{,}735}{20} + 0{,}15 \Leftrightarrow l = 0{,}1867$ m $= 18{,}67$ cm

5) On choisit maintenant la relation (2)

$R - P\cos\alpha = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{R = mg\cos\alpha}$ <u>AN</u> : $R = 0{,}15 \times 9{,}8 \times \cos 30° \Leftrightarrow R = 1{,}27$ N

<u>**Exercice 4**</u>

Un corps A de masse m = 300 g repose sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. On donne g =10 N/kg. La réaction du plan sur le corps A est perpendiculaire au plan. Ce corps est maintenu sur le plan incliné par l'intermédiaire d'un ressort faisant un angle β avec la ligne de plus grande pente du plan.



1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le corps A

2) Ecrire la condition d'équilibre du corps A.

3) En déduire l'expression de l'intensité T exercé par le ressort sur A en fonction de l'angle β, α, m, et g.

4) Calculer T pour $\beta = 0°$; $\beta = 30°$; $\beta = 60°$

5) En déduire dans chaque cas précédent l'allongement Δl de ce ressort de raideur K = 50 N/m.

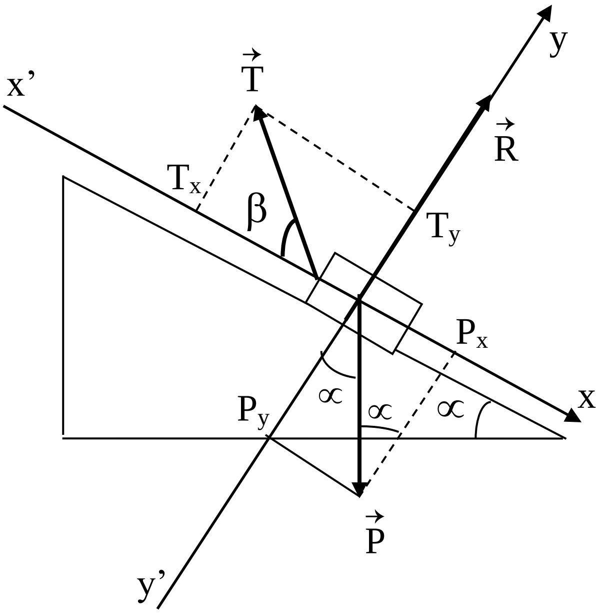
Corrigé 4

1) Le bilan des forces qui s'appliquent sur le solide A :

- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné ; - le poids $\vec{P}$ du solide ; - la tension $\vec{T}$ du ressort

2) La condition d'équilibre : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

3) Faire une représentation sommaire qui s'appliquent sur le solide



-Tcosβ

Déterminons les coordonnées des forces dans le système d'axes (ox) et (oy) orthogonaux :

$$\vec{T}\begin{pmatrix} T\sin\beta \\ \\ \end{pmatrix} \; ; \; \vec{P}\begin{pmatrix} P\sin\propto \\ -P\cos\propto \end{pmatrix} \; ; \; \vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} \quad \vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ecrire $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ signifie :

$$\begin{cases} -T\cos\beta + P\sin\propto + 0 = 0 & (1) \\ T\sin\beta - P\cos\propto + P = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow -T\cos\beta + P\sin\propto + 0 = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{T = \dfrac{mg\sin\propto}{\cos\beta}}$

4) Déterminons T

- Pour $\beta = 0°$; $T = \dfrac{0{,}3 \times 10 \times \sin 30°}{\cos 0°} \Leftrightarrow T = 1{,}5\ N$

- Pour $\beta = 30°$; $T = \dfrac{0{,}3 \times 10 \times \sin 30°}{\cos 30°} \Leftrightarrow T = 1{,}73\ N$

- Pour $\beta = 60°$; $T = \dfrac{0{,}3 \times 10 \times \sin 30°}{\cos 60°} \Leftrightarrow T = 3\ N$

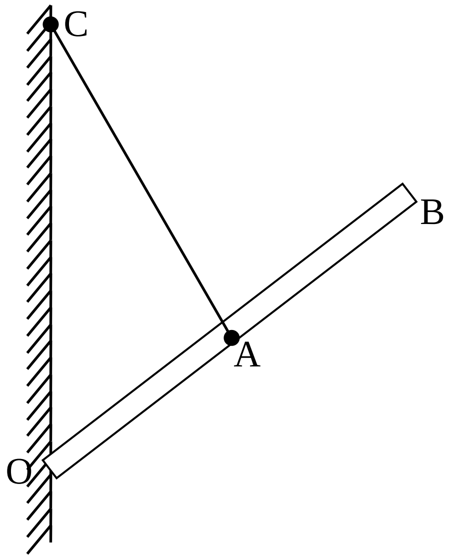
5) On sait que T = Δl $\Leftrightarrow$ $\mathbf{\Delta l = \frac{T}{k}}$ - Pour β = 0° ; $\Delta l = \frac{1{,}5}{50}$ $\Leftrightarrow$ Δl = 0,03 m = 3 cm

- Pour β = 30° ; $\Delta l = \frac{1{,}73}{50}$ $\Leftrightarrow$ Δl = 3,46 cm ; - Pour β = 60° ; $\Delta l = \frac{2}{50}$ $\Leftrightarrow$ Δl = 6 cm

Exercice 5

Une barre homogène OB de masse m =10 kg est articulé en 0. Elle est maintenue en équilibre à l'aide d'un fil inextensible et de masse négligeable.

On donne : OB = 2OA = OC = 2 m ; $\widehat{CAO}$ = 90° ; g = 10 N/kg ; A milieu de [OB]



1) Définir et représenter les trois forces extérieures appliquées à la barre.
2) Rappeler les conditions d'équilibre de la barre.

3) Déterminer l'angle $\widehat{OCA}$

4) Calculer l'intensité de la tension $\vec{T}$ du fil et de la réaction $\vec{R}$ de l'articulation en O
a) Graphiquement : échelle 20 N $\longrightarrow$ 1 cm
b) Par la méthode analytique.

Corrigé 5

1) La barre est soumise à :

- la réaction $\vec{R}$ du mur en O ; - la tension $\vec{T}$ du fil dont le point d'application est en A

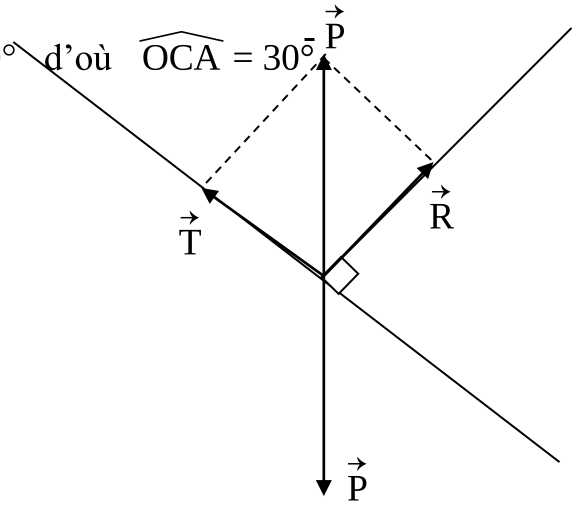
- le poids $\vec{P}$ de la barre dont le point d'application est en A

2) Les conditions d'équilibre :
- les forces sont coplanaires (dans le même plan)
- les forces sont concourantes en un point fixe qui est A
- leur somme vectorielle est : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

3) Déterminons l'angle $\widehat{OCA}$

Considérons le triangle OCA rectangle en A

$\sin\alpha = \dfrac{OA}{OC}$ AN : $\sin\alpha = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = 30°$ d'où $\widehat{OCA} = 30°$



4) Déterminons les valeurs de $\vec{R}$ et $\vec{T}$

a) <u>Par la méthode graphique</u>

$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} + \vec{T} = -\vec{P}$

($P = m\times g = 10\times 10 = 100$ N ; $L(\vec{P}) = 5$ cm)

En mesurant on trouve d'après l'échelle :

$L(\vec{R}) = 2{,}7$ cm ; $L(\vec{T}) = 4{,}4$ cm

En se rapportant à l'échelle, il vient :

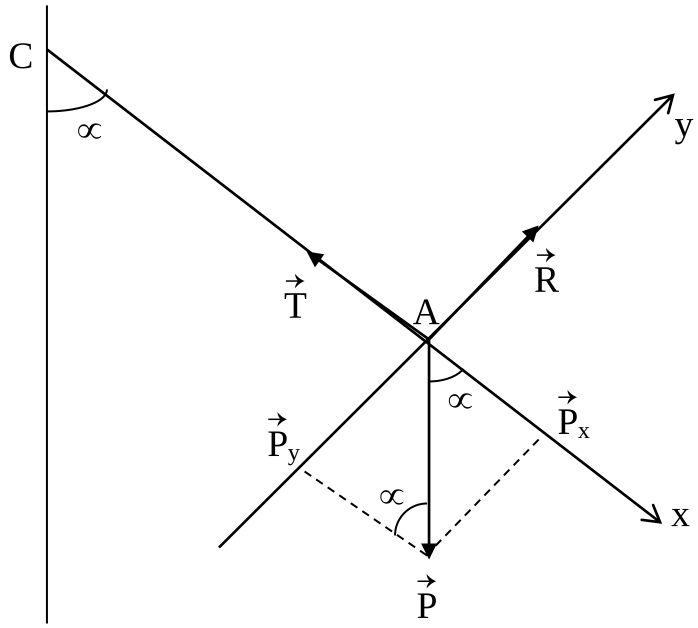
1 cm $\longrightarrow$ 20 N

$T = 4{,}4\times 20 = 88$ N

$R = 2{,}7\times 20 = 54$ N

b) <u>Par la méthode analytique</u>

Choisissons le système d'axes (Ax) et (Ay) puisque la droite de $\vec{R}$ et celle de $\vec{T}$ sont déjà perpendiculaires



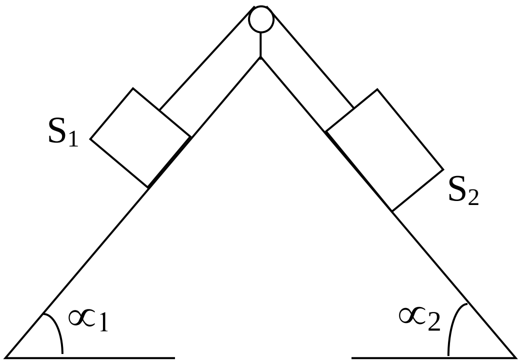
$\vec{R} + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$ les trois forces sont concourantes en A. C'est ce point en ce point qu'on choisit le système d'axes orthogonaux.

- Déterminons les composantes de ces forces

$$\begin{cases} -T + 0 + P\cos\alpha = 0 \\ 0 + R - P\sin\alpha = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -T + P\cos\alpha = 0 & (1) \\ R - P\sin\alpha = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow T = m \times g \times \cos\alpha$ AN: $T = 10 \times 10 \times \cos 30° \Leftrightarrow T = 86{,}6\ N$
(2) $\Rightarrow R = m \times g \times \sin\alpha$ AN: $R = 10 \times 10 \times \sin 30° \Leftrightarrow R = 50\ N$

<u>Exercice 6</u>
On considère l'équilibre schématisé ci-dessous. Le fil a une masse négligeable. La poulie est sans frottement, les plans inclinés et les objets S_1 et S_2 sont parfaitement lisses.



1) Représenter les forces s'exerçant sur S_1 puis sur S_2
2) Etablir l'expression qui relie m_1, m_2 , α_1 , α_2
3) Application numérique :
L'équilibre est réalisé avec $m_1 = 100$ g ; $m_2 = 130$ g ; $\alpha_1 = 30°$ Calculer α_2

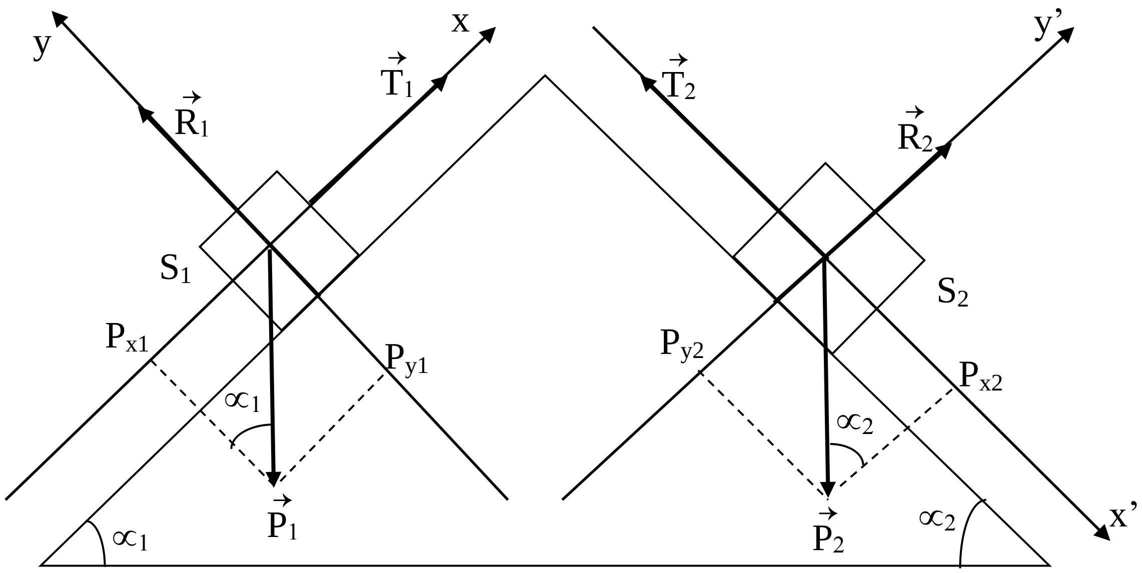
<u>Corrigé 6</u>

1) Représentation des forces s'exerçant sur S_1 puis sur S_2
***Les forces qui s'exercent sur S_1**

- la tension $\vec{T}_1$ du fil ; - le poids $\vec{P}_1$ du solide ; - la réaction $\vec{R}_1$ du plan incliné

***Les forces qui s'exercent sur S_1**

- la tension $\vec{T}_2$ du fil ; - le poids $\vec{P}_2$; - la réaction $\vec{R}_2$ du plan incliné ;



2) Etablissement de l'expression qui relie m_1, m_2 , $\propto_1$, $\propto_2$

- Le solide S_1 en équilibre : $\vec{T_1} + \vec{P_1} + \vec{R_1} = \vec{0}$ (1)

- Le solide S_2 en équilibre : $\vec{T_2} + \vec{P_2} + \vec{R_2} = \vec{0}$ (2)

* De la condition d'équilibre (1) on obtient le système d'équation

$$\begin{cases} T_1 - P_1 \sin\propto_1 = 0 \\ R_1 - P_1 \cos\propto_1 = 0 \end{cases} \qquad \mathbf{T_1 = m_1 \times g \times \sin\propto_1} \quad (a)$$

* De la condition d'équilibre () on obtient le système d'équation

$$\begin{cases} T_2 - P_2 \sin\propto_2 = 0 \\ R_2 - P_2 \cos\propto_2 = 0 \end{cases} \qquad \mathbf{T_2 = m_2 \times g \times \sin\propto_2} \quad (b)$$

Ayant une poulie fixe, il y a transmission de force d'où

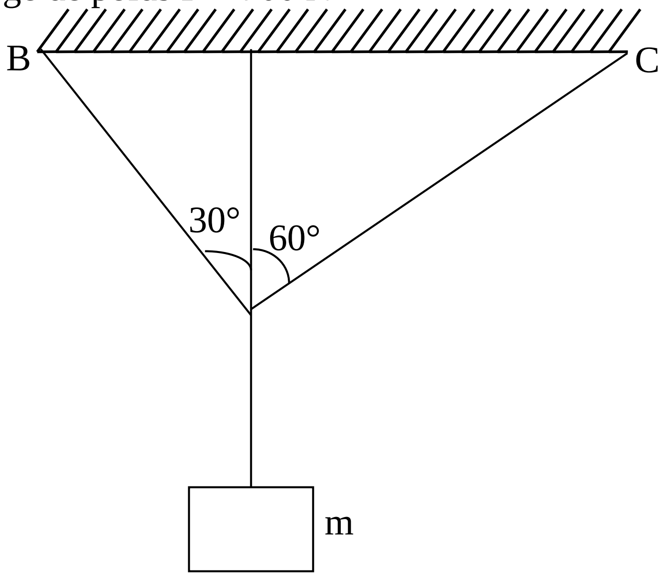
$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow m_1 \times g \times \sin\propto_1 = m_2 \times g \times \sin\propto_2 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{\sin\propto_2 = \frac{m_1 \times g \times \sin\propto_1}{m_2 \times g}}$$

3) Application numérique :

$$\sin\propto_2 = \frac{100 \times \sin 30°}{130} = 0{,}38 \Leftrightarrow \propto_2 = 22{,}61°$$

<u>Exercice 7</u>

Deux fils inextensibles AB et AC sont fixés au plafond horizontal en B et C. En A, ils supportent une charge de poids P = 700 N



1) Déterminer graphiquement les tensions des fils exercées en A

Echelle : 1cm ⟶ 175 N

2) Retrouver ces résultats par le calcul (méthode analytique)

Corrigé 7

1) Déterminons graphiquement les tensions des fils exercées en A

- Les forces appliquées en A sont :

* la tension $\vec{T}_1$ du fil (AC) ; * la tension $\vec{T}_2$ du fil (AB)

* le poids $\vec{P}$ du solide de masse (m)

- Le point A en équilibre est soumis à la condition d'équilibre :

$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \boldsymbol{\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}}$

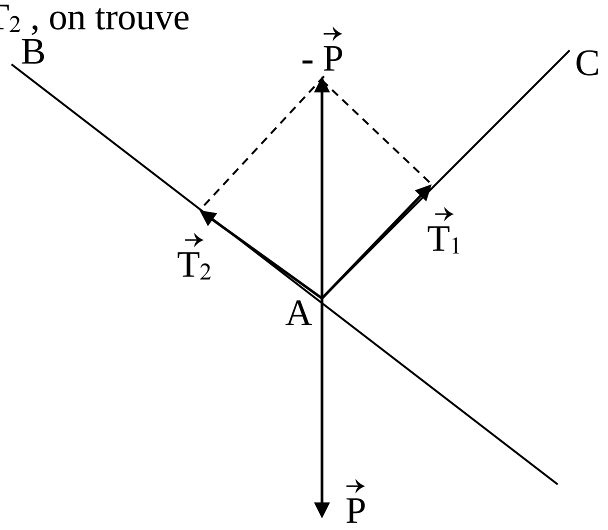
$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 175\text{ N} \\ L(\vec{P}) \longrightarrow 700\text{ N} \end{array}\right\} \Rightarrow L(\vec{P}) = \dfrac{1\text{ cm}\times 700}{175} = 4\text{ cm}$

En mesurant les longueurs des vecteurs $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$, on trouve

$L(\vec{T}_1) = 3{,}2$ cm ; $L(\vec{T}_2) = 2{,}5$ cm

1 cm $\longrightarrow$ 175 N alors $T_1 = 560$ N

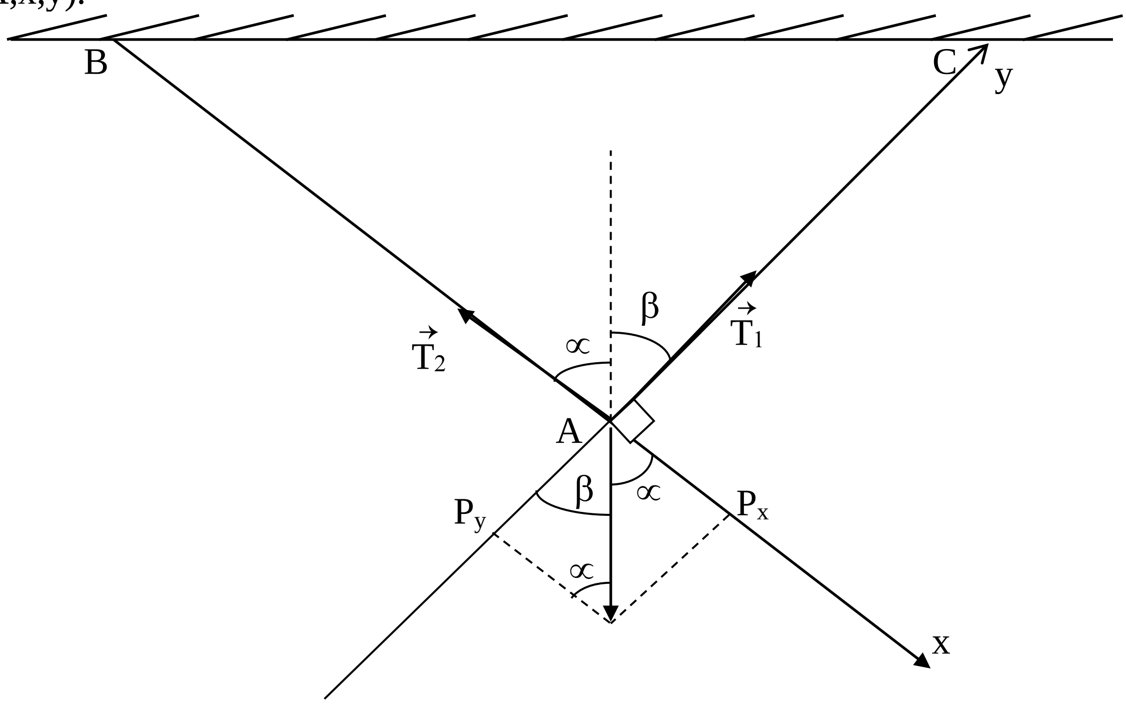
1 cm $\longrightarrow$ 175 N alors $T_2 = 437{,}5$ N



2) Retrouver ces résultats par le calcul (méthode analytique)

Il est plus simple de choisir comme système d'axes orthogonaux les deux droites d'action de $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$. Soit (AC) et (AB) ; car $\vec{T}_1 \perp \vec{T}_2$

$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$ signifie qu'il faut déterminer les composantes des vecteurs $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ et $\vec{P}$ dans le repère (A,x,y).



$\vec{T_1}\begin{pmatrix} 0 \\ T_1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{T_2}\begin{pmatrix} -T_2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{P}\begin{pmatrix} P\cos\alpha \\ -P\sin\alpha \end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

On forme le système d'équation suivante :

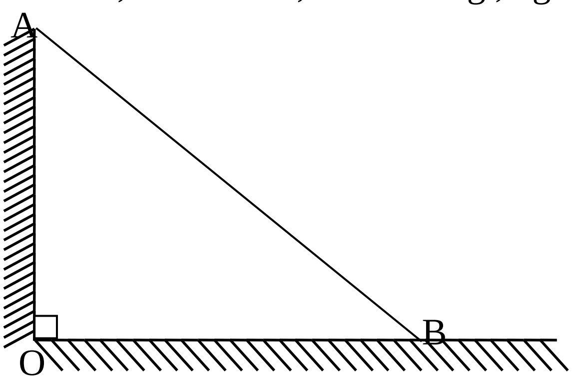
$$\begin{cases} 0 - T_2 + P\cos\alpha = 0 \\ T_1 + 0 - P\sin\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 = P\cos\alpha \\ T_1 = P\sin\alpha \end{cases}$$

AN : $T_1 = 700 \times \sin 30° \Leftrightarrow T_1 = 350$ N ; $T_2 = 700 \times \cos 30° \Leftrightarrow T_2 = 606{,}21$ N

Exercice 8

Une poutre homogène (AB) de masse m est posée contre un mur vertical ; le sol est rugueux et horizontal ; l'action du mur sur la poutre est une force $\vec{R_A}$ localisée perpendiculairement au mur vertical ; celle du sol est une force $\vec{R_B}$ localisée en B.

On donne: OA = 4 m ; OB = 3m ; m = 80 kg ; g =10 N/kg.



1) Représenter les forces s'exerçant sur la poutre.
2) Enoncer la condition d'équilibre de la poutre.
3) Quel est l'angle que fait la direction de $\vec{R_B}$ avec la verticale.
4) Calculer alors les intensités R_A et R_B.

Corrigé 8

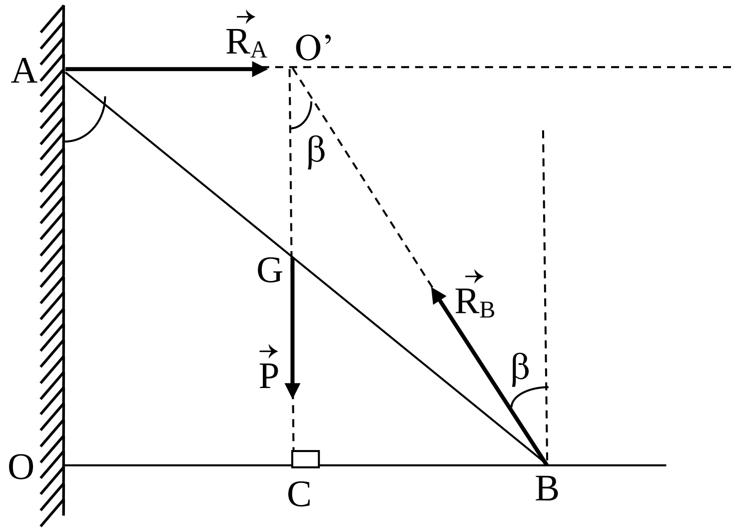
1) Les forces appliquées sur la poutre sont :

- le poids $\vec{P}$ de la poutre ; - la réaction $\vec{R_A}$ du mur ; la réaction $\vec{R_B}$ du sol

2) La condition d'équilibre

$\vec{P} + \vec{R_A} + \vec{R_B} = \vec{0}$

Les trois forces sont concourantes en un point fixe O'. C'est pourquoi la réaction $\vec{R_B}$ est dirigée dans ce sens.

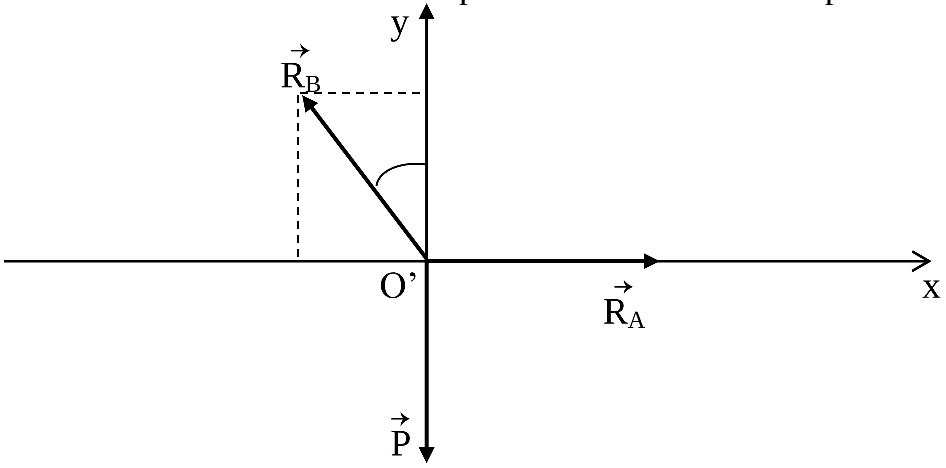


3) Déterminons l'angle β que fait $\vec{R}_B$ avec la verticale

Considérons le triangle O'CB rectangle en C.

$\mathbf{tan\beta = \frac{CB}{O'C} = \frac{1}{2}\times\frac{OB}{OA}}$ AN : $\tan\beta = \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} = 0{,}375 \Leftrightarrow \beta = 20{,}55°$

4) Au point concourant O' des trois, associons au système d'axes (O'x) et (O'y) orthogonaux. Tout se passe comme si ces trois forces prenaient naissance à ce point. Soit le repère suivant :



- Etablir la condition d'équilibre $\vec{P} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$
- Trouver les composantes des forces dans le repère choisi

$\vec{R}_A \begin{pmatrix} R_A \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{R}_B \begin{pmatrix} -R_B\sin\beta \\ -R_B\cos\beta \end{pmatrix}$ $\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$ $\vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- On obtient le système suivant :

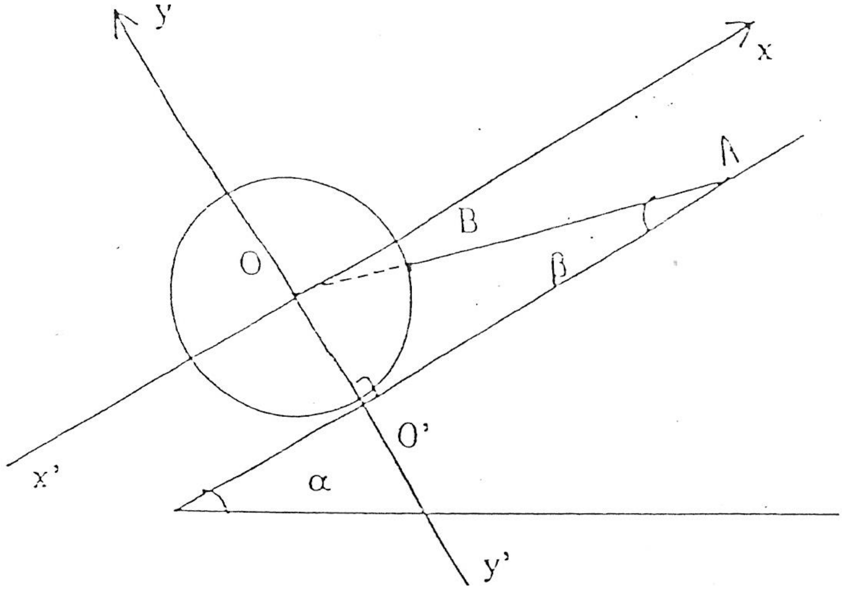
$$\begin{cases} R_A - R_B\sin\beta + 0 = 0 \\ 0 - R_B\cos\beta - P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_A = R_B\sin\beta \\ R_B = \dfrac{P}{\cos\beta} \end{cases}$$

AN: $R_A = 854{,}36\times\sin 20{,}55° \Leftrightarrow R_A = 299{,}90\text{ N} \approx 300\text{ N}$

$R_B = \dfrac{80\times10}{\cos 20{,}55°} \Leftrightarrow R_B = 854{,}36\text{ N}$

Exercice 9

Une sphère de rayon r = 8 cm et de masse m =1,7 kg est maintenue le long d'un plan parfaitement lisse, incliné d'un angle ∝ = 40°, par un fil AB de longueur 1 =2 5 cm et de masse négligeable.



1) Calculer l'angle β que fait le fil avec le plan incliné.
2) Représenter les forces qui s'exercent sur la sphère.
3) Calculer en utilisant le repère indiqué sur la figure, la norme de chacune des forces. On donne g = 10 N/kg.

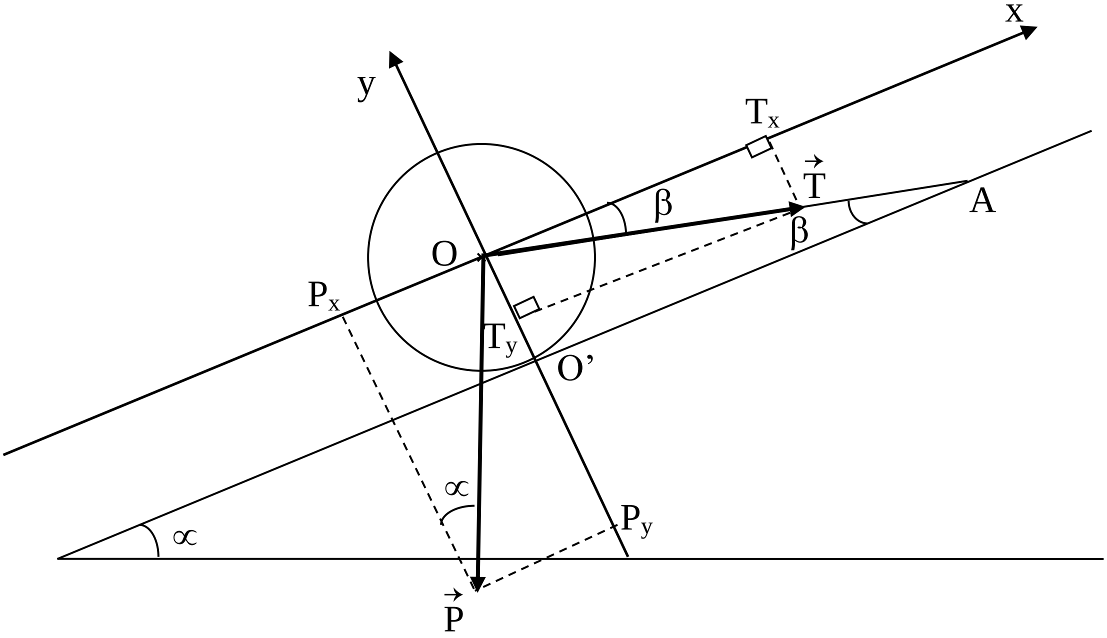
Corrigé 9

1) Considérons le triangle OAO' rectangle en O'

$$\mathbf{\sin\beta = \frac{OO'}{OA} = \frac{r}{l + r}} \quad \text{AN : } \sin\beta = \frac{8}{25 + 8} \Leftrightarrow \sin\beta = 0{,}24 \Leftrightarrow \beta = 14°$$

2) Représentons les forces qui s'exercent sur la sphère

- la tension $\vec{T}$ du fil ; le poids $\vec{P}$ de la sphère ; la réaction $\vec{R}$ du plan incliné



Même raisonnement :

- Condition d'équilibre : $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
- les composantes des forces dans le repère choisi :

$$\vec{R}\begin{pmatrix} 0 \\ R \end{pmatrix} \qquad \vec{P}\begin{pmatrix} -P\sin\alpha \\ -P\cos\alpha \end{pmatrix} \qquad \vec{T}\begin{pmatrix} T\cos\beta \\ -T\sin\beta \end{pmatrix} \qquad \vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le système formé

$$\begin{cases} 0 + - P\sin\alpha + T\cos\beta = 0 \\ R - P\cos\alpha - T\sin\beta + 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \mathbf{T = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\beta}} \text{ et } \mathbf{R = mg\cos\alpha + T\sin\beta}$$

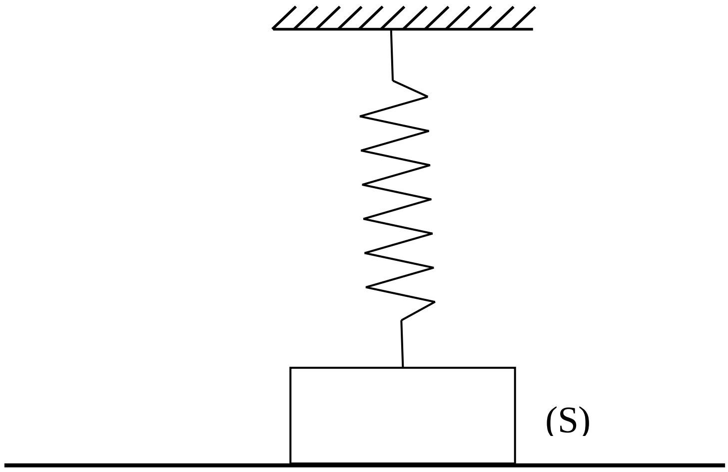
AN : $T = \dfrac{1{,}7\times10\times\sin40°}{\cos14°} \Leftrightarrow T = 11{,}26\ N$

$R = 1{,}7\times10\times\cos40° + 11{,}26\times\sin14° = 15{,}74\ N$

Exercice 10 Cas de trois forces colinéaires.

Un solide S de poids P = 12 N est suspendu à un ressort vertical de longueur à vide l_0 =18 cm, de raideur k = 120 N/m et la masse négligeable. Le solide repose sur un plan horizontal et la longueur du ressort est 1 = 22 cm. Déterminer :

1) La réaction du plan sur le solide (S)
2) La distance dont il faut monter verticalement l'extrémité supérieure du ressort pour que cesse le contact du solide (S) avec le plan.



Corrigé 10

1) Déterminer la réaction du plan sur le solide (S)

Les forces appliquées sont (Voir schéma):

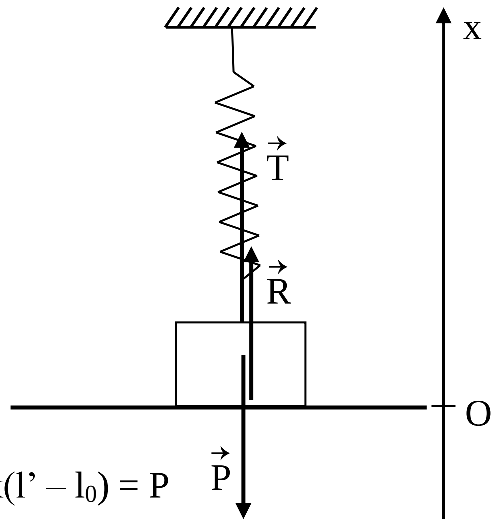
- la tension $\vec{T}$ du ressort ; le poids $\vec{P}$ du solide ; la réaction $\vec{R}$ du support

- Condition d'équilibre : $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

Selon l'axe orienté on a : $-P + R + T = 0 \Leftrightarrow R = P - T$ d'où $\mathbf{R = P - k(l - l_0)}$

AN : $R = 12 - 120(0{,}22 - 0{,}18) \Leftrightarrow R = 7{,}2\ N$

2) Déterminons la distance dont il faut monter verticalement l'extrémité supérieure du ressort pour que cesse le contact du solide (S) avec le plan.



En relevant le ressort, la masse n'est plus en contact

Avec le support d'où inexistence de la réaction $\vec{R}$.

Les deux forces en présence sont le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$.

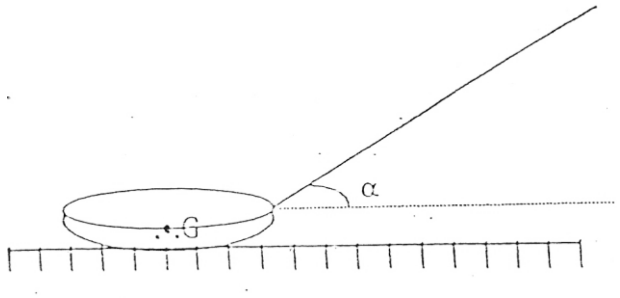
Condition d'équilibre : $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$ signifie que T = P $\Leftrightarrow$ $k(l' - l_0) = P$

$\mathbf{l' = \frac{P}{k} + l_0}$ <u>AN</u> : $l' = \frac{12}{120} + 0{,}18 \Leftrightarrow l' = 0{,}28$ m

La distance qu'il faut est donc **: $\Delta l = l' - l$** $\Leftrightarrow$ $\Delta l = 28 - 22$ $\Leftrightarrow$ $\Delta l = 6$ cm

<u>Exercice 11</u>

Un traîneau chargé de masse m = 120 kg est sur un sol horizontal. En tirant sur une corde, un homme exerce une force dont la droite d'action est dans le plan de symétrie.........
angle $\propto = 30°$ sur l'horizontale.



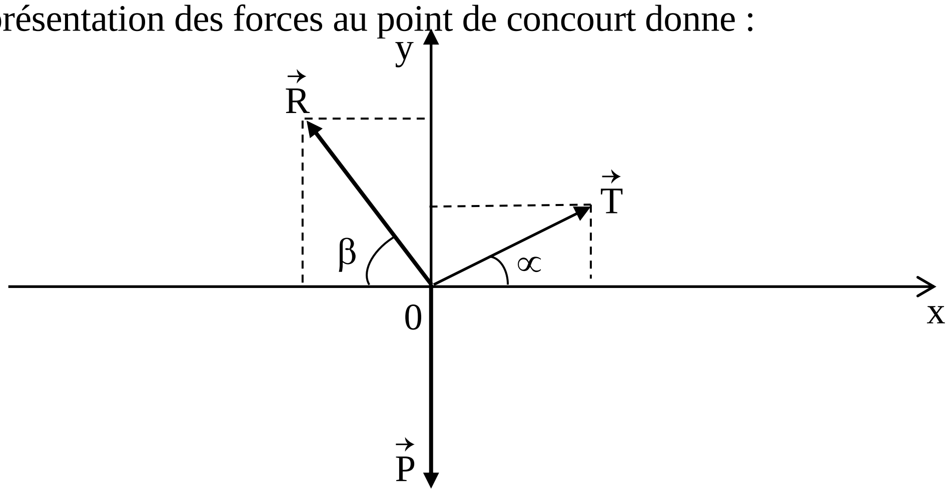
Lorsque la tension de la corde vaut T = 400 N, le traîneau reste immobile. g =10 N/kg

Quelles sont alors les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ exercée par le sol sur le traîneau ?

<u>Corrigé 11</u>

Les forces appliquées au traineau sont :

- la tension $\vec{T}$ de la corde ; le poids $\vec{P}$ du traineau ; la réaction $\vec{R}$ du sol
- Condition d'équilibre : $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
- Une représentation des forces au point de concourt donne :



$$\begin{cases} T\cos\alpha + 0 - R\cos\beta = 0 \\ T\sin\alpha - P + R\cos\beta = 0 \end{cases}$$

$\vec{T}\begin{pmatrix} T\cos\alpha \\ T\sin\alpha \end{pmatrix}$ $\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$ $\vec{R}\begin{pmatrix} -R\cos\beta \\ R\cos\beta \end{pmatrix}$ $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Le système formé donne :

$$\begin{cases} T\cos\alpha + 0 - R\cos\beta = 0 \\ T\sin\alpha - P + R\cos\beta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R\cos\beta = T\cos\alpha \quad (1) \\ R\sin\beta = P - T\sin\alpha \quad (2) \end{cases}$$

En faisant le rapport $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \mathbf{\tan\beta = \frac{P - T\sin\alpha}{T\cos\alpha}}$

<u>AN</u> : $\tan\beta = 1200 - \frac{1200 - 400\times\sin30°}{400\times\cos30°} \Leftrightarrow \tan\beta = 2{,}88 \Leftrightarrow \beta = 70{,}89° \approx 71°$

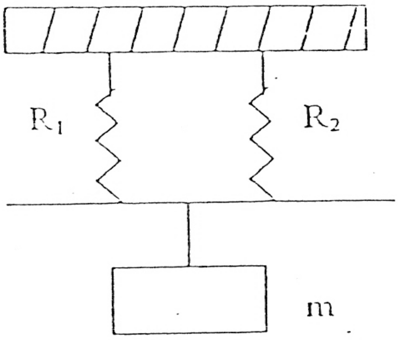
La relation (1) donne $\mathbf{R = \frac{T\cos\alpha}{R\cos\beta}}$ <u>AN</u> : $R = \frac{400\times\cos30°}{\cos71°} \Leftrightarrow R = 1064\ N$

La tension $\vec{R}$ du sol d'intensité 1064 N fait l'angle $\beta = 71°$ avec l'horizontal. Son point d'application est le point de contact avec le traineau.

<u>Exercice 12</u>

Deux ressorts R_1 et R_2 de même longueur naturelle et dont les raideurs sont :

$k_1 = 100$ N/m et $k_2 = 2\ 00$ N/m. Sont disposés comme le montre la figure ci-dessous. En utilisant un dispositif de masse négligeable, on suspend une masse m au système.



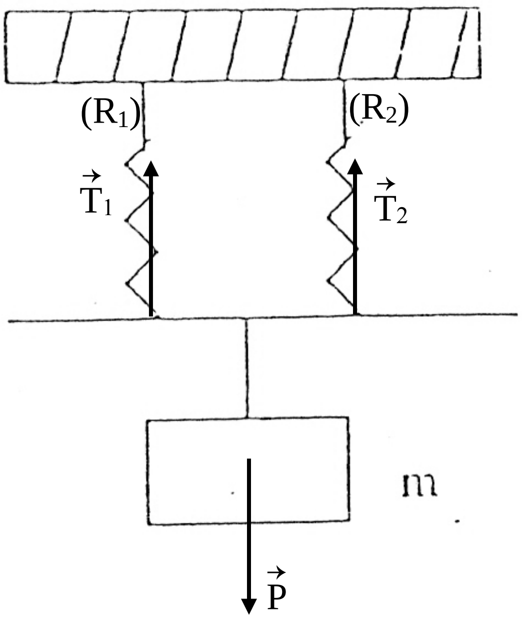
l) Représenter les tensions des deux ressorts et le poids de la masse m

2) Quel est l'allongement des ressorts quand la masse suspendue est m = 3 kg.
On prendra g =9,8 N/kg.

3) Quelle est la masse suspendue si l'allongement des ressorts est X = 15 cm ?

Corrigé 12

1) Représentation des tensions et le poids



2) Allongement des ressorts quand la masse suspendue est m = 3 kg.

Même raisonnement que l'exercice 10

$\mathbf{T_1 + T_2 = P}$ or $T_1 = k_1x$ et $T_2 = k_2x$

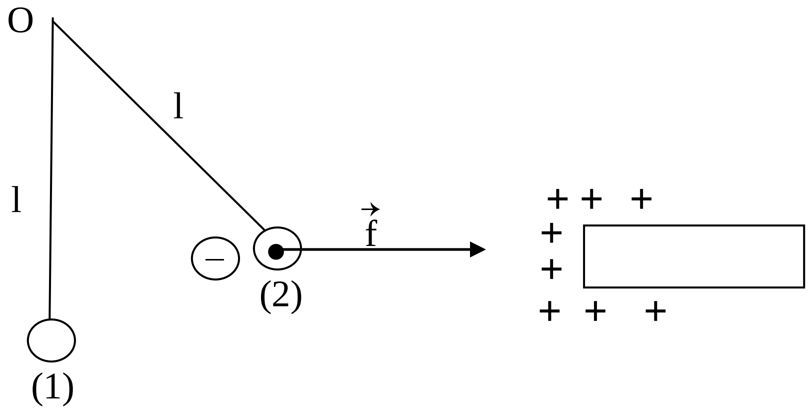
$(k_1 + k_2)x = P \Leftrightarrow \mathbf{x = \dfrac{P}{k_1 + k_2}}$ AN : $x = \dfrac{3 \times 9{,}8}{100 + 200} \Leftrightarrow x = 0{,}098$ m ou $x = 9{,}8$ cm

3) Calculons la masse suspendue si l'allongement des ressorts est X = 15 cm

$(k_1 + k_2)X = m \times g \Leftrightarrow \mathbf{m = \dfrac{(k_1 + k_2)x}{g}}$ AN : $m = \dfrac{(100 + 200) \times 0{,}15}{9{,}8} \Leftrightarrow m = 4{,}59$ kg

Exercice 13

Une pendule électrique est constituée par une petite boule de sureau très légère (masse m = 1g) suspendue à l'extrémité d'un fil isolant de longueur l.



On charge négativement la boule de sureau et on approche un bâton chargé d'électricité positive. Le fil initialement vertical (position 1) s'écarte alors de la verticale d'un angle $\propto$ (position 2) sous l'action de la force électrique $\vec{f}$ supposé horizontal. Calculer la force électrique f et la tension T du fil avec les données suivantes : $\propto = 20°$; $g = 9{,}8$ N/kg

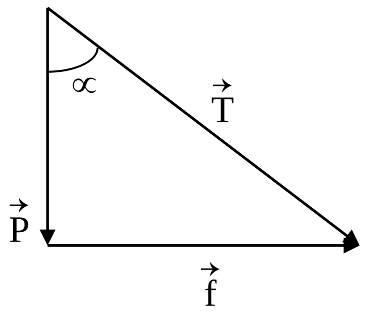
Corrigé 13

- Les forces appliquées à la petite boule sont :

* la force électrique $\vec{f}$; la tension $\vec{T}$ du fil ; le poids $\vec{P}$ de la boule

Deux méthodes s'offrent à nous :

a) La méthode graphique



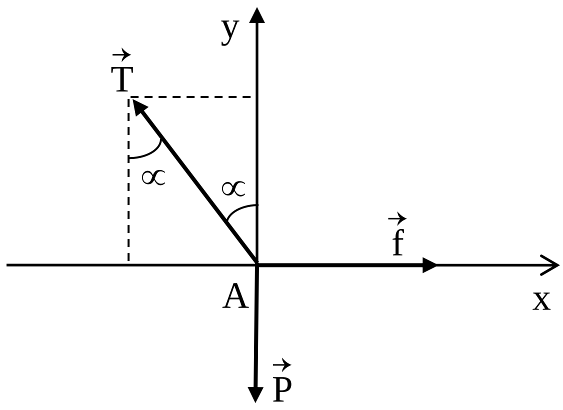
$\tan\alpha = \frac{f}{P} \Leftrightarrow \mathbf{f = m\times g\times \tan\alpha}$

AN: $f = 10 - 3\times9{,}8\times\tan20° \Leftrightarrow f = 3{,}56.10^{-3}$ N

$\cos\alpha = \frac{P}{T} \Leftrightarrow \mathbf{T = \frac{m\times g}{\cos\alpha}}$

AN: $T = \frac{10^{-3}\times9{,}8}{\cos20°} \Leftrightarrow T = 10{,}42.10^{-3}$ N

b) la méthode analytique



Condition d'équilibre

$\vec{T} + \vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$

$\vec{T}\begin{pmatrix} -T\sin\alpha \\ T\cos\alpha \end{pmatrix} \quad \vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \quad \vec{f}\begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$

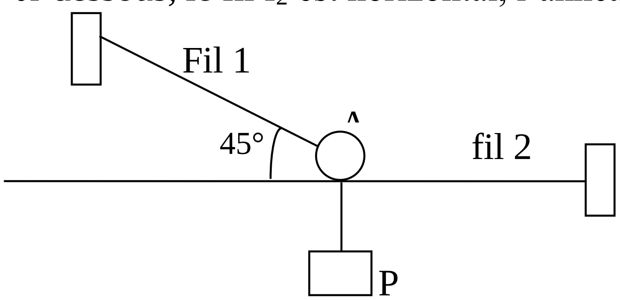
$$\begin{cases} T\sin\alpha + 0 + f = 0 \\ T\cos\alpha - P + 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T\sin\alpha = f \quad (1) \\ T\cos\alpha = m\times g \quad (2) \end{cases}$$

(2) $\Leftrightarrow \mathbf{T = \frac{m\times g}{\cos\alpha}}$ AN : $T = \frac{10^{-3}\times9{,}8}{\cos20°} \Leftrightarrow T = 10{,}42.10^{-3}$ N

(1) $\Leftrightarrow$ **f = Tsin∝** AN : $f = 10{,}42.10^{-3}\times\sin20° \Leftrightarrow f = 3{,}56.10^{-3}$ N

Exercice 14

Dans l'équilibre ci-dessous, le fil f_2 est horizontal, l'anneau A a une masse négligeable et P = 30 N.



1) Déterminer graphiquement toutes les forces qui s'exercent sur l'anneau A.

On prendra 1 cm $\longrightarrow$ 10 N

2) En déduire les intensités T_1 et T_2 des tensions des fils f_1 et f_2.

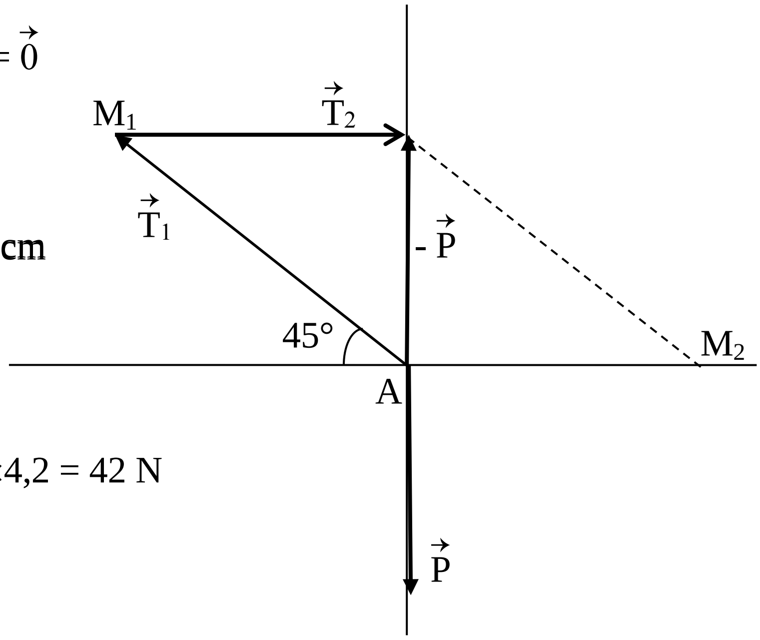
Corrigé 14

1) A l'équilibre, le point A est soumis à trois forces

- le poids $\vec{P}$ du solide ; la tension $\vec{T}_1$ du fil 1 ; - la tension $\vec{T}_2$ du fil 2

Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

Méthode graphique



$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \iff \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}$

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 10\text{ N} \\ L(\vec{P}) \longrightarrow 30\text{ N} \end{array}\right\| \Rightarrow L(\vec{P}) = 3\text{ cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 10\text{ N} \\ 4{,}2\text{ cm} \longrightarrow T_1 \end{array}\right\| \Rightarrow T_1 = 10\times4{,}2 = 42\text{ N}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longrightarrow 10\text{ N} \\ 3\text{ cm} \longrightarrow T_2 \end{array}\right\| \Rightarrow T_2 = 10\times3 = 30\text{ N}$$

2) Méthode analytique

Même raisonnement que l'exercice précédent

$$\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \qquad \vec{T}_1\begin{pmatrix} -T_1\sin45° \\ T_1\cos45° \end{pmatrix} \qquad \vec{T}_2\begin{pmatrix} T_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} T_2 = T_1\sin45° \\ T_1 = \dfrac{P}{\cos45°} \end{cases}$$

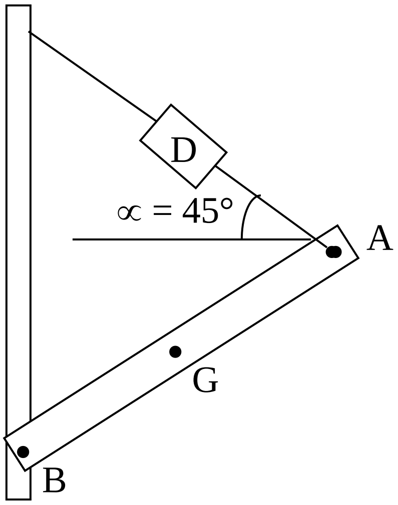
AN : $T_1 = \dfrac{30}{\cos45°} \iff T_1 = 42{,}42\text{ N}$

$T_2 = 42{,}42\times\sin45° \iff T_2 = 30\text{ N}$

Exercice 15

La poutre de poids P = 1000 n est articulée en b dans un mur vertical et maintenue en équilibre grâce à un fil f (voir figure). On suppose que le dynamomètre d permet de mesurer la tension de ce fil ; son indication est voisine de 350 N.

1) Montrer que l'on peut déterminer la réaction $\vec{R}_S$ du mur sur la poutre au point B en effectuant une construction géométrique. Préciser son intensité et l'angle qu'elle forme avec l'horizontale.
2) Vérifier les résultats trouvés par le calcul.



Corrigé 15

1) Les forces appliquées à la poutre sont :

- le poids $\vec{P}$ de la poutre ; la tension $\vec{T}$ du fil ; - la réaction $\vec{R}_B$ du mur

* Condition d'équilibre de la poutre : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_B = \vec{0}$

* Construction graphique des vecteurs :

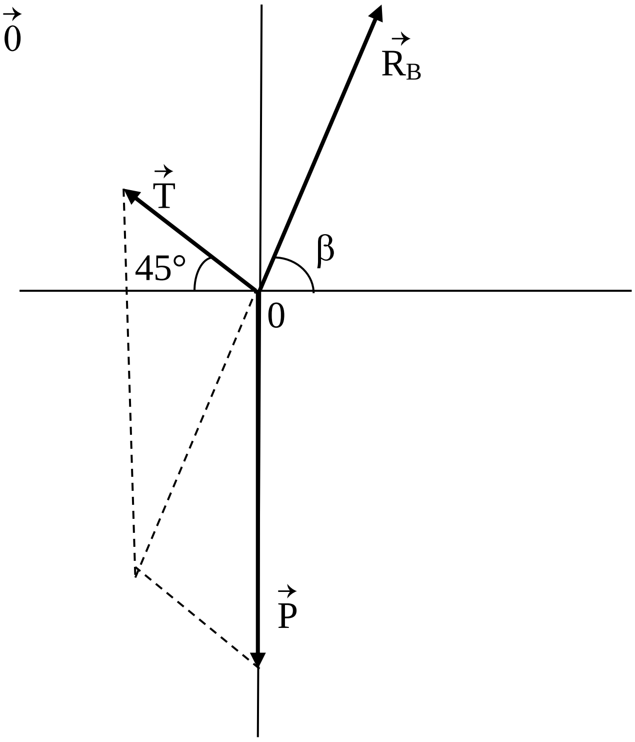
Echelle :

$1\ \text{cm} \longrightarrow 200\ \text{N}$
$L(\vec{P}) \longrightarrow 1000\ \text{N}$ $\Rightarrow$ $L(\vec{P}) = 5\ \text{cm}$

$1\ \text{cm} \longrightarrow 200\ \text{N}$
$L(\vec{P}) \longrightarrow 350\ \text{N}$ $\Rightarrow$ $L(\vec{T}) = 1{,}75\ \text{cm}$

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_B = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_B = -(\vec{P} + \vec{T})$

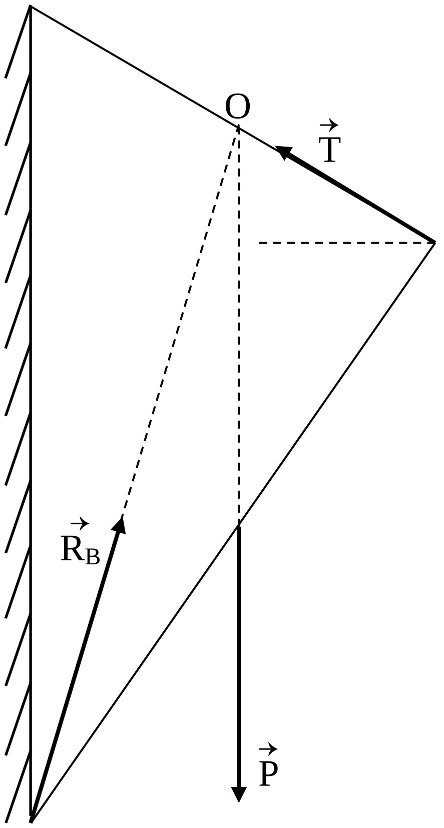
$1\ \text{cm} \longrightarrow 200\ \text{N}$
$4\ \text{cm} \longrightarrow R_B$ $\Rightarrow$ $R_B = 800\ \text{N}$

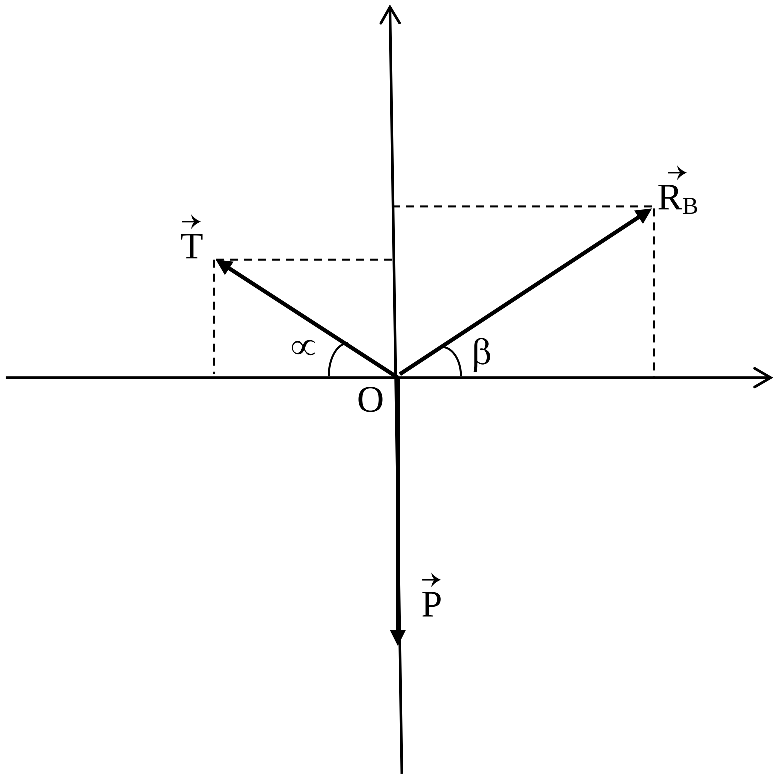


On mesure un rapport $\beta = 72°$

2) <u>Méthode analytique</u>

C'est au point de concourt O des trois forces qu'on rapporte un système d'axes perpendiculaires. Ce qui donne :





$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_B = \vec{0}$

$\vec{T}\begin{pmatrix} -T\cos\propto \\ T\sin\propto \end{pmatrix} \quad \vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \quad \vec{R}_B\begin{pmatrix} R_B\cos\beta \\ R_B\sin\beta \end{pmatrix} \quad \vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

On obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} -T\cos\propto + 0 + R_B\cos\beta = 0 \quad (1) \\ T\sin\propto - P + R_B\sin\beta = 0 \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_B\cos\beta = T\cos\propto \\ R_B\sin\beta = P - T\sin\propto \end{cases}$$

$\frac{(2)}{(1)} \Leftrightarrow \mathbf{\tan\beta = \frac{P - T\sin\propto}{T\cos\propto}} \qquad (2) \Rightarrow \quad \mathbf{R_B = \frac{P - T\sin\propto}{\sin\beta}}$

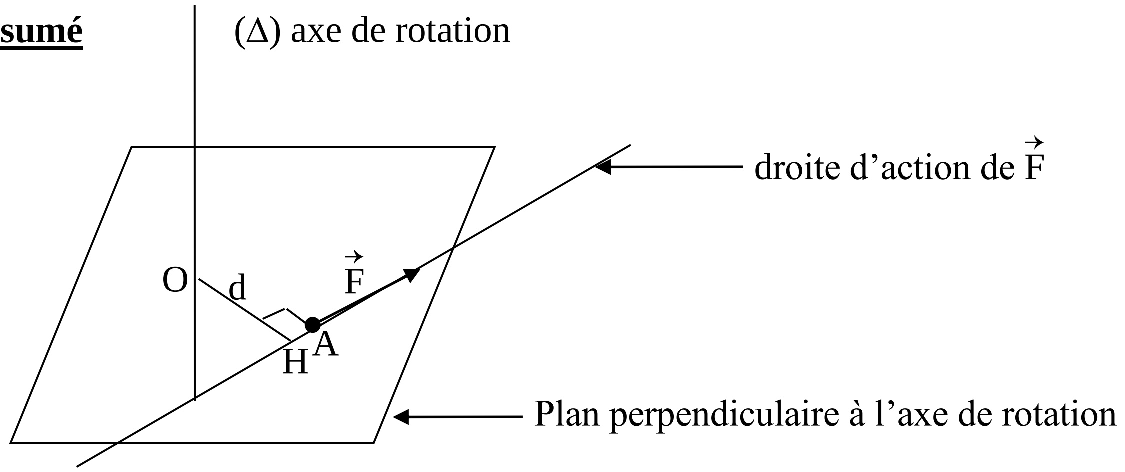
<u>AN</u> :

$\tan\beta = 1000 - 350\times\sin45°/350\times\cos45° \quad \Leftrightarrow \tan\beta = 3{,}04 \Leftrightarrow \beta = 71{,}79°$

$R_B = \frac{1000 - 350\times\sin45°}{\sin71{,}79} \quad \Leftrightarrow \; R_B = 792{,}18\ N$

Chapitre 4 EQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE FIXE

<u>Résumé</u>



- L'intensité du moment par rapport à un axe (Δ) d'une force $\vec{F}$ orthogonale à cet axe est le produit de l'intensité F de cette force par la distance d qui sépare l'axe de rotation et la droite d'action de la force.

$$\boxed{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F\times d}$$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ en N.m ; F en N et d en m

<u>NB</u> : Comment retrouver d sur un schéma ?
Sur un schéma, on retrouve d (appelé aussi bras de levier), en traçant la perpendiculaire à la droite d'action de la force passant par l'axe de rotation (Δ).

- Le $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ est une grandeur algébrique c'est-à-dire il est tantôt négatif, tantôt positif.

On le note $\left|\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})\right| = F\times d$

- Il est positif si la force $\vec{F}$ appliquée tant à faire tourner le solide dans le sens positif choisi.

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F\times d$

- Il est négatif si la force $\vec{F}$ appliquée tant à faire tourner le solide dans le sens contraire du sens positif choisi. $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = - F\times d$

- **<u>Théorème des moments</u>**

Lorsqu'un solide, mobile autour d'un axe fixe et soumis à des forces extérieures, est en équilibre dans un référentiel, la somme des moments rapport à l'axe de toutes les forces extérieures est nulle. $\boldsymbol{\Sigma\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 0}$

- Conditions nécessaires d'équilibre d'un mobile autour d'un axe fixe (Δ)

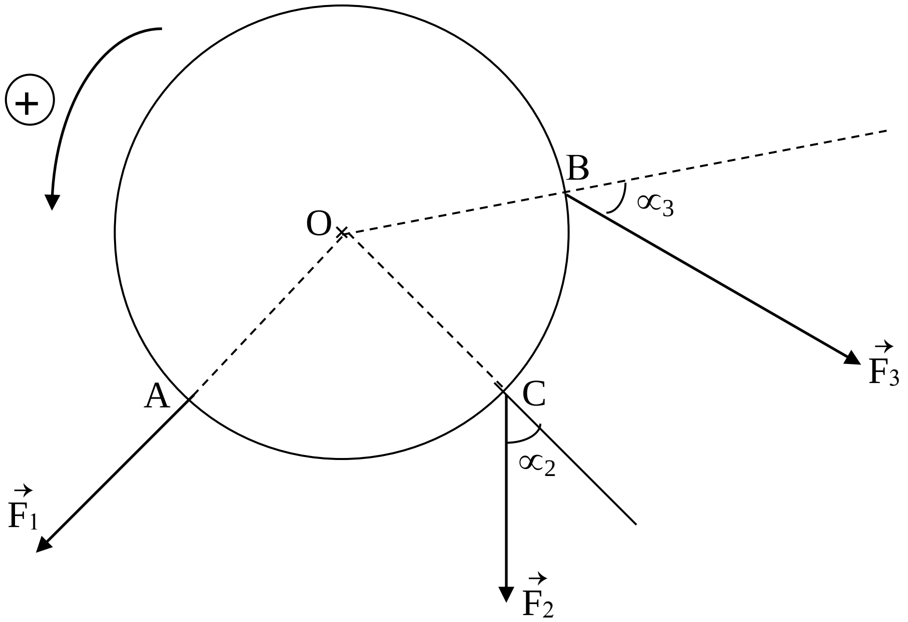
Pour qu'un solide, mobile autour d'un axe fixe (Δ), et soumis à des forces extérieures

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ ………$\vec{F}_i$ soit enéquilibre dans un référentiel terrestre, il faut que:

1) $\Sigma\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i) = 0$;   2) $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$

<u>Exercice 1</u>

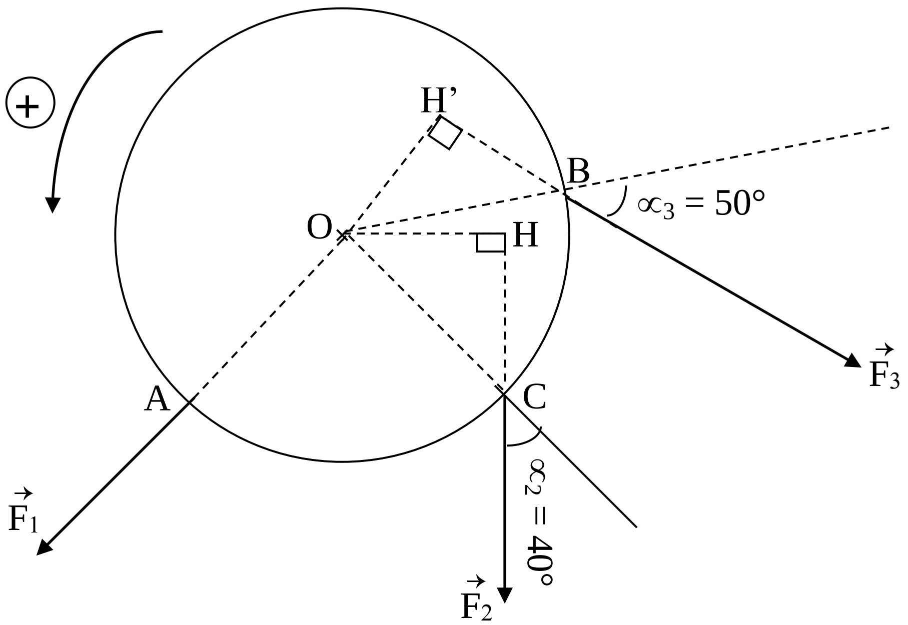
Sur un disque de rayon R =20 cm, on exerce des forces d'intensités égales à 30 N (F1 = F_2 = F_3 = 30 N) et situées dans le plan vertical du disque.



1) Calculer le moment de ces forces par rapport à un axe passant par 0, centre du disque et perpendiculaire au plan du disque.
2) Le disque est-il en équilibre ? Justifie ta réponse.

<u>Corrigé 1</u>

1) Calculer le moment de ces forces par rapport à un axe passant par 0



* $M_0(\vec{F_1}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{F_1}$ passe par l'axe O.

* $M_0(\vec{F_2}) = - F_2 \times OH = - F_2 \times R\sin\alpha_2$

* $M_0(\vec{F_3}) = - F_3 \times OH' = - F_3 \times R\sin\alpha_3$

<u>AN</u>: * $M_0(\vec{F_2}) = - 30 \times 0{,}2 \times \sin 40° \Leftrightarrow M_0(\vec{F_2}) = - 3{,}85$ N.m

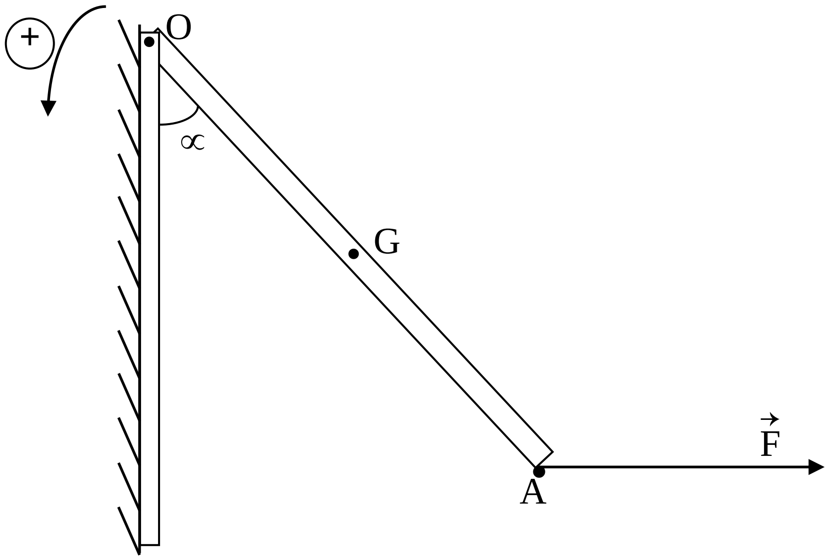
* $M_0(\vec{F_3}) = - 30 \times 0{,}2 \times \sin 50° \Leftrightarrow M_0(\vec{F_2}) = - 4{,}59$ N.m

2) $M_0(\vec{F_1}) + M_0(\vec{F_2}) + M_0(\vec{F_3}) = 0 - 3{,}85 - 4{,}59 \Leftrightarrow M_0(\vec{F_1}) + M_0(\vec{F_2}) + M_0(\vec{F_3}) = - 8{,}44$ N.m

$\sum M_0(\vec{F}) = - 8{,}44$ N.m $\neq 0$. Le disque n'est donc pas en équilibre. Il continuera de tourner dans le sens opposé.

<u>Exercice 2</u>

On considère le dispositif représenté par la figure ci-dessous. La barre OA de poids P = 2N tourne autour de l'axe fixe O.



1) Quelle force $\vec{F}$ horizontale faut-il appliquer au point A pour que la barre OA de longueur OA = 2.OG = 40 cm soit en équilibre autour de l'axe O dans la position correspondant à α = 30°

2°) Sur un schéma, indiquer le sens de la réaction, $\vec{R}$ du mur sur la barre OA au point O.
3°) En déduire son intensité F.

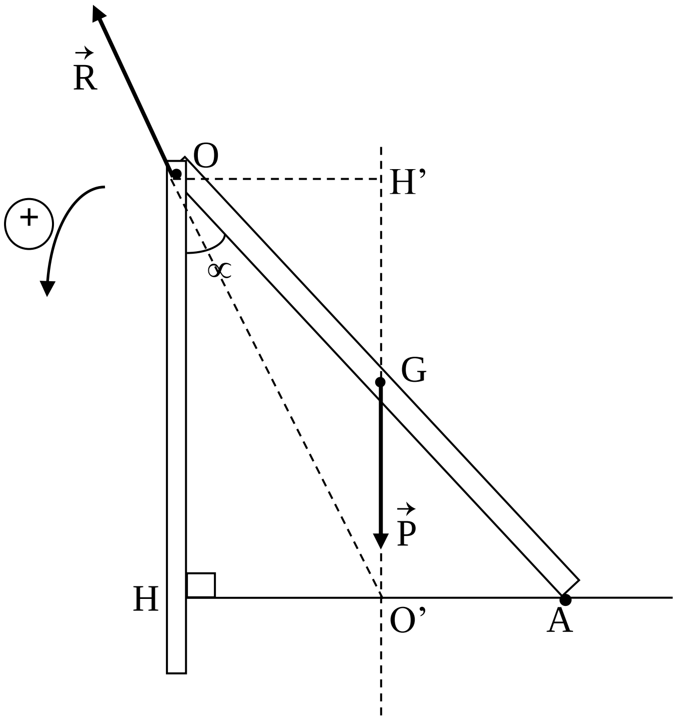
<u>Corrigé 2</u>

1) Les forces appliquées à la barre sont :

- le poids $\vec{P}$ de la barre ; la force $\vec{F}$ qu'il faut appliquer ;

- la réaction $\vec{R}$ du mur au point O

1) Déterminons les moments des forces appliquées à la barre :



$M_0(\vec{F}) = F \times OA \times \cos\alpha$

$M_0(\vec{P}) = -P \times OH' = -P \times OG \times \sin\alpha$

$M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$
Passe par l'axe de rotation

$\sum M_0(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow F \times OA \times \cos\alpha - P \times OG \times \sin\alpha + 0 = 0$

$\Leftrightarrow F \times OA \times \cos\alpha - P \times \frac{1}{2} OA \times \sin\alpha + 0 = 0$

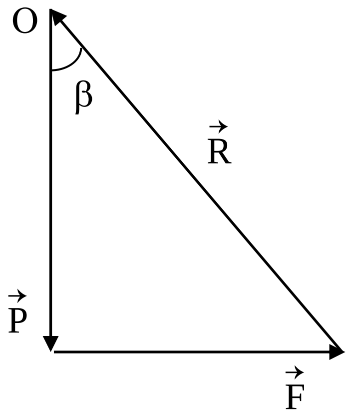
$\Leftrightarrow \mathbf{F = \dfrac{P \times \sin\alpha}{2\cos\alpha} = \dfrac{1}{2} \times P \times \tan\alpha}$

<u>AN</u> :
$F = \frac{1}{2} \times 2 \times \tan 30° \Leftrightarrow F = 0{,}57\ N$

2) Voir schéma

La barre étant en équilibre, on peut écrire $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$
Cette condition d'équilibre signifie que les trois forces sont concourantes en un point fixe O'

3) Au point de concourt O', la représentation graphique des trois forces donne un triangle rectangle. On peut donc appliquer la propriété de pythagore



$R^2 = P^2 + F^2 \Rightarrow \mathbf{R = \sqrt{P^2 + F^2}}$

<u>AN</u> : $R = \sqrt{2^2 + (0{,}57)^2} \Leftrightarrow R = 2{,}08\ N$

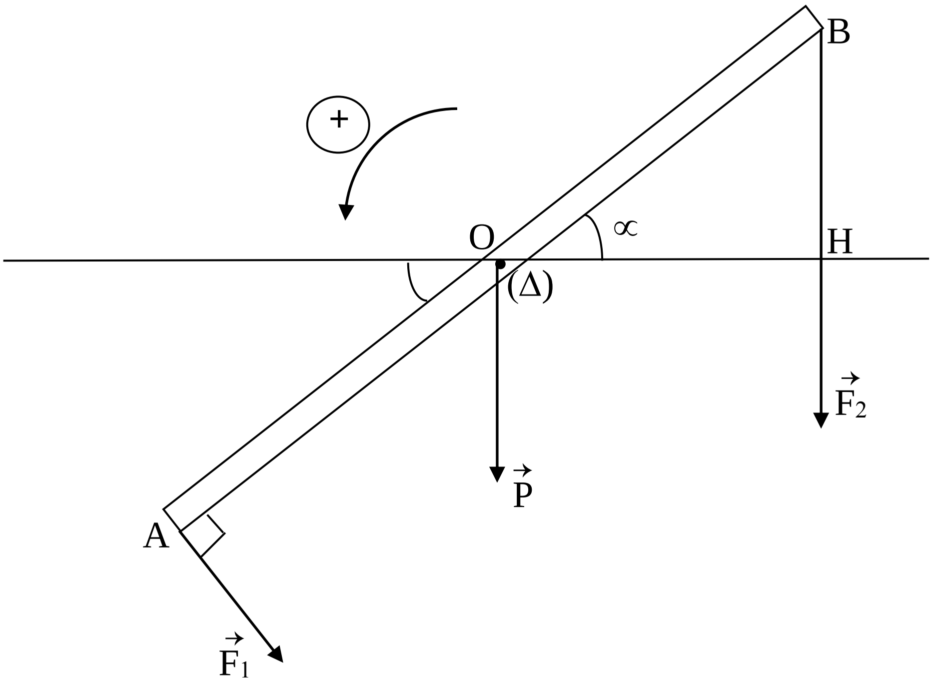
Déterminons l'angle β que fait la réaction du mur avec la veticale

$\tan\beta = \dfrac{F}{P}$

<u>AN</u> : $\tan\beta = \dfrac{0{,}57}{2} \Leftrightarrow \tan\beta = 0{,}285 \Leftrightarrow \beta = 15{,}9°$

<u>Exercice 3</u>

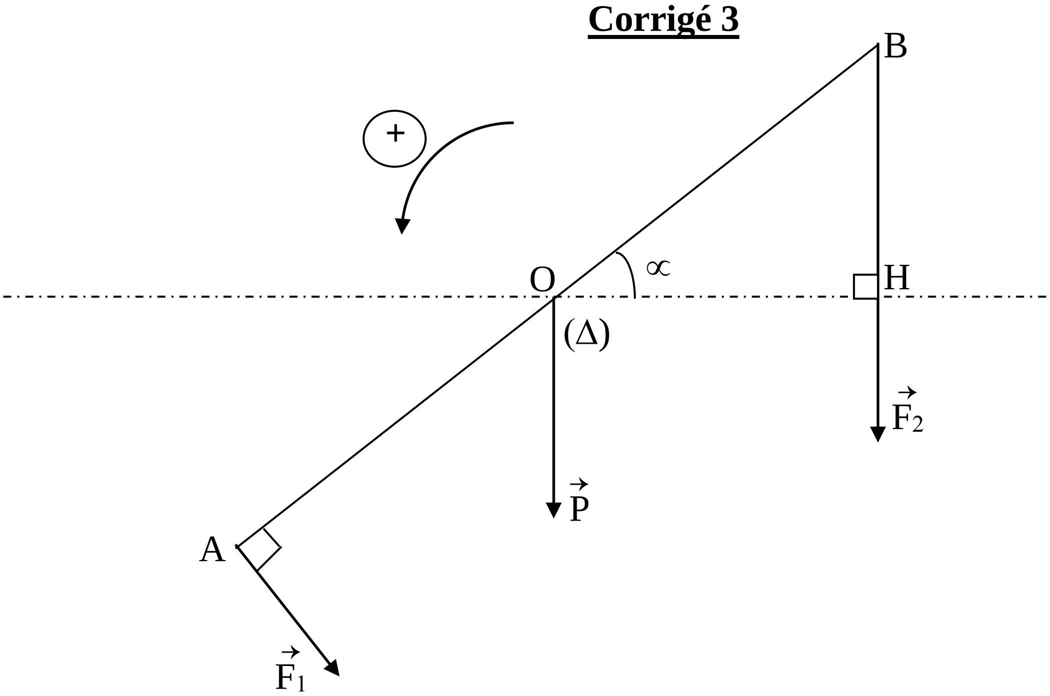
Une tige homogène de longueur l et de poids $\vec{P}$ est mobile autour d'un axe(Δ) perpendiculaire à cette tige en son milieu. On applique à l'extrémité A une force $\vec{F_1}$ perpendiculaire à la tige et à l'extrémité B une force $\vec{F_2}$ verticale.



On donne :
$\propto = 30°$
$AB = l = 10$ cm
$P = 1N$
$F_1 = 2N$
$F_2 = 3$ N

1) Calculer les moments des forces exercées sur la tige par rapport à (Δ).
2) La tige est-elle en équilibre ? Justifie ta réponse.
3) Considérons la même tige avec les mêmes forces mais l'axe de rotation (Δ) est en B. Calculer les moments des forces exercées sur la tige par rapport à (Δ).

Corrigé 3



1) Calculons les moments des forces exercées sur la tige par rapport à (Δ).

- Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$; la réaction $\vec{R}$ de l'axe ; - le poids $\vec{P}$ de la tige

$M_0(\vec{R}) = 0$ et $M_0(\vec{P}) = 0$ car leurs droites d'action passe par l'axe de rotation.

$M_0(\vec{F_1}) = F_1 \times OA = \vec{F_1} \times \frac{1}{2} \times AB$; $M_0(\vec{F_2}) = - F_2 \times OH = - F_2 \times OB\cos\propto = - F_2 \times \frac{1}{2} AB \times \cos\propto$

$\underline{\text{AN}}$: $M_0(\vec{F_1}) = 2\times\frac{1}{2}\times 0{,}1 \Leftrightarrow M_0(\vec{F_1}) = 0{,}1$ N.m

$M_0(\vec{F_2}) = -\frac{1}{2}\times 3\times 0{,}1\times\cos 30° \Leftrightarrow M_0(\vec{F_2}) = -0{,}129 \approx -0{,}13$ N.m

2) $\sum M_0(\vec{F}) = M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{P}) + M_0(\vec{F_1}) + M_0(\vec{F_2}) \Leftrightarrow \sum M_0(\vec{F}) = 0 + 0 + 0{,}1 - 0{,}13 = -0{,}03$ N.m

$\sum M_0(\vec{F}) \neq 0$ donc on peut affirmer que la tige n'est pas en équilibre.

2) Calculons les moments des forces exercées sur la tige par rapport à (Δ) en B.

$M_B(\vec{F_1}) = F_1\times AB$; $M_B(\vec{F_2}) = 0$; $M_B(\vec{R}) = 0$; $M_B(\vec{P}) = P\times\frac{1}{2}\times AB\times\cos\alpha$

$\underline{\text{AN}}$: $M_B(\vec{F_1}) = 2\times 0{,}1 \Leftrightarrow M_B(\vec{F_1}) = 0{,}2$ N.m

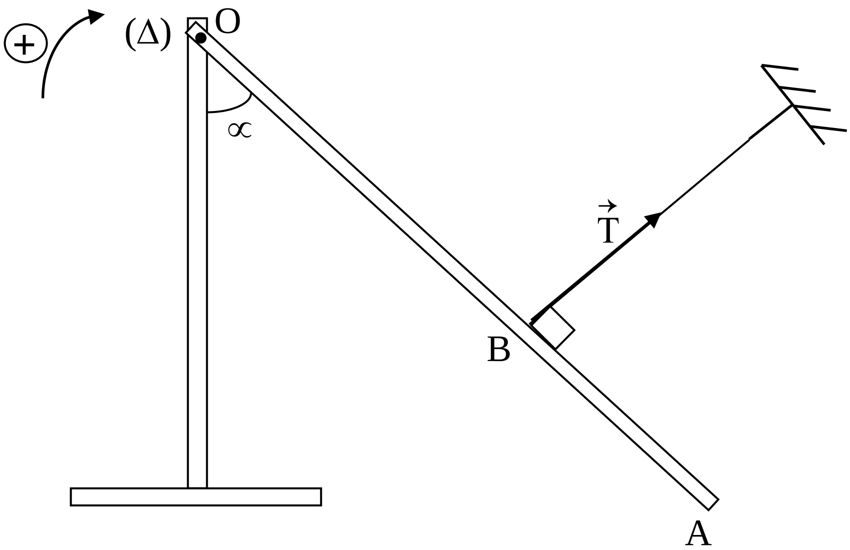
$M_B(\vec{P}) = 1\times\frac{1}{2}\times 0{,}1\times\cos 30° \Leftrightarrow M_B(\vec{P}) = 0{,}043$ N.m

<u>Exercice 4</u>

Une tige homogène OA de masse m et de longueur l peut tourner dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par 0. Un fil accroché en un point B de la tige tel que

$OB = \frac{2}{3}OA$, exerce sur la tige une force $\vec{F}$ qui lui est perpendiculaire ; la tige fait un angle α avec la vertical.

<u>Données</u> : m = 2,5 kg ; α = 15° ; g = 10 N/kg



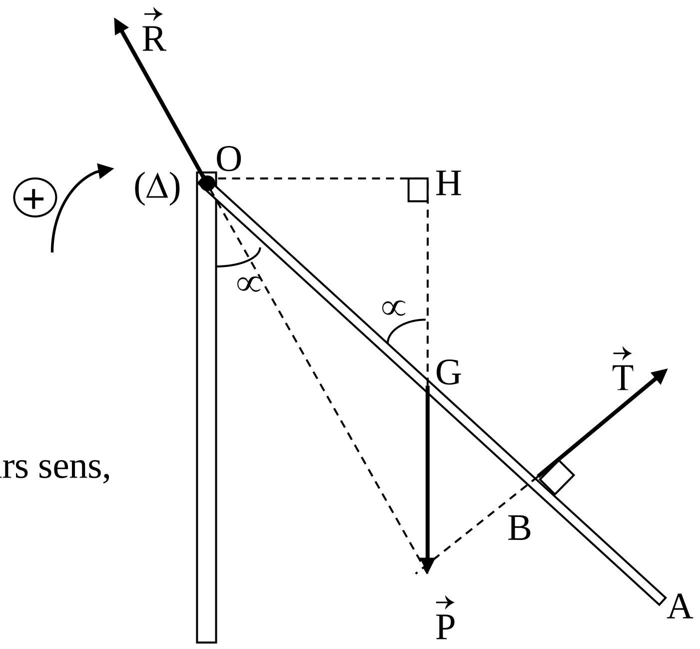
1) Quelles sont les forces qui s'exercent sur la tige à l'équilibre. Les représenter qualitativement.

2) Déterminer en fonction de m, α et g la tension $\vec{T}$ du fil.

3) Déterminer la réaction $\vec{R}$ du support en O.

Corrigé 4

1) Les forces appliquées à la tige sont :



- la tension $\vec{T}$ du fil

- le poids $\vec{P}$ de la tige

- la réaction $\vec{R}$ de la barre

2) Déterminer en fonction de m, $\propto$ et g

la tension $\vec{T}$ du fil

Ayant énuméré les différentes forces et leurs sens,
Déterminons leur moment :

- $M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action passe par l'axe de rotation

- $M_0(\vec{T}) = -T \times OB = -T \times \frac{2}{3} \times OA = -\frac{2}{3} \times T \times OA$

- $M_0(\vec{P}) = P \times OH = P \times OG \times \sin\propto = P \times \frac{1}{2} \times OA \times \sin\propto$

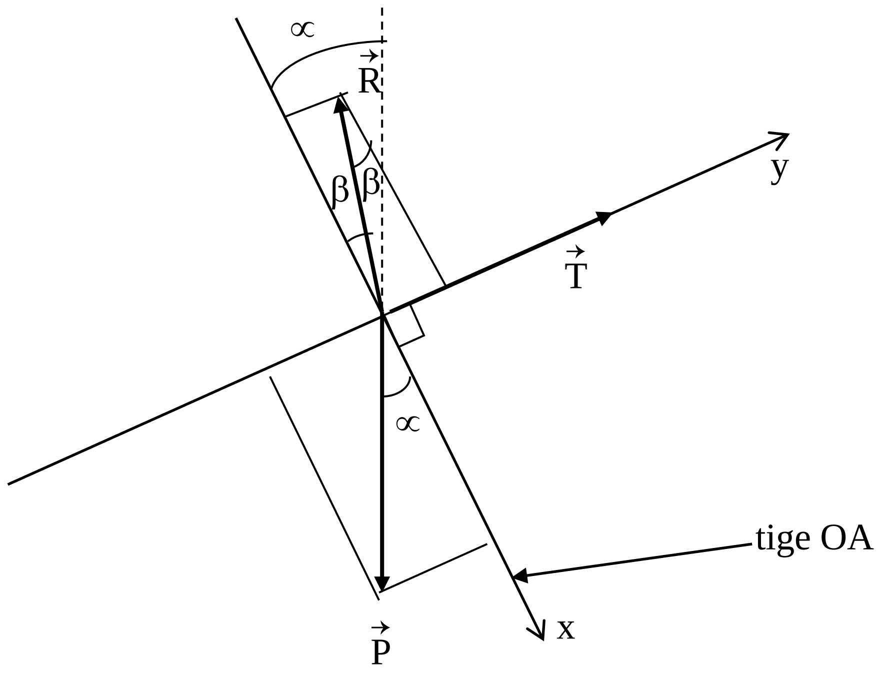
$\sum M_0(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{T}) + M_0(\vec{P}) = 0$

$\Leftrightarrow 0 - \frac{2}{3} \times T \times OA + P \times \frac{1}{2} \times OA \times \sin\propto \Leftrightarrow \mathbf{T = \frac{3}{4} \times m \times g \times \sin\propto}$

<u>AN</u> : $T = \frac{3}{4} \times 2{,}5 \times 10 \times \sin 15° \Leftrightarrow T = 4{,}85\ N$

3) Déterminer la réaction $\vec{R}$ du support en O.

Au point de concourt O' des droites d'action des 3 forces, on associe le repère suivant :



Les composantes des vecteurs dans ce repère :

$\vec{T}\begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}$; $\vec{P}\begin{pmatrix} P\cos\propto \\ -P\sin\propto \end{pmatrix}$; $\vec{R}\begin{pmatrix} -R\cos\beta \\ R\sin\beta \end{pmatrix}$; $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ecrire : $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ donne

$$\begin{cases} 0 + P\cos\propto - R\cos\beta = 0 \\ T - P\sin\propto + R\sin\beta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R\cos\beta = mg\cos\propto \quad (1) \\ R\sin\beta = mg\sin\propto - T \quad (2) \end{cases}$$

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow$ $\mathbf{\tan\beta = \frac{mg\sin\propto - T}{mg\cos\propto}}$

AN : $\tan\beta = \frac{2{,}5\times10\times\sin15° - 4{,}85}{2{,}5\times10\times\cos15°} \Leftrightarrow \tan\beta = 0{,}067 \Leftrightarrow \beta = 3{,}83°$

(1) $\Rightarrow$ $\mathbf{R = \frac{mg\cos\propto}{\cos\beta}}$

AN : $R = \frac{2{,}5\times10\times\cos15°}{\cos3{,}83°} \Leftrightarrow R = 24{,}2\ N$

La réaction $\vec{R}$ du support en O fait l'angle $\boldsymbol{\gamma = \propto - \beta}$ avec la verticale

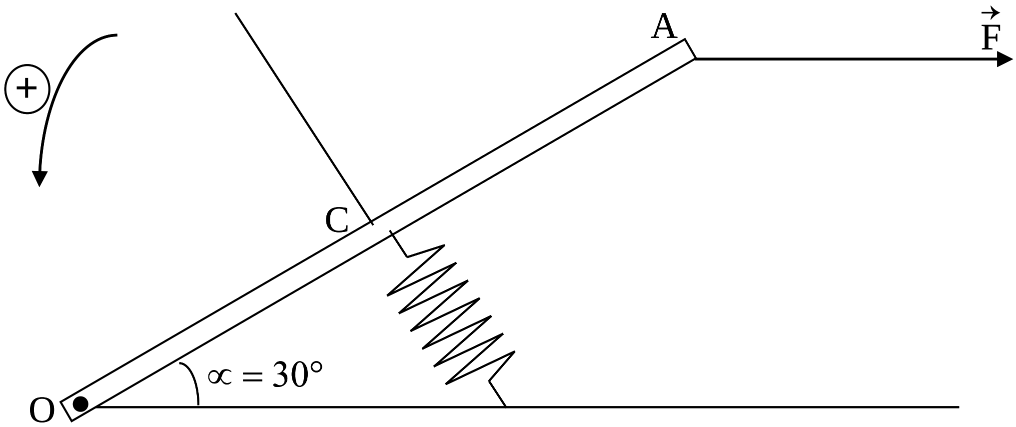
AN: $\gamma = 15 - 3{,}85 \Leftrightarrow \gamma = 11{,}17° \approx 11{,}2°$

Exercice 5

Une pédale OA, de poids négligeable, de longueur 20 cm est mobile autour d'un axe horizontal passant par 0. On exerce en A une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité F = 20 N. La pédale est en équilibre quand le ressort fixé en son milieu C prend une direction perpendiculaire à OA ; OA fait un angle $\propto = 30°$ avec l'horizontale.

Déterminer à l'équilibre :

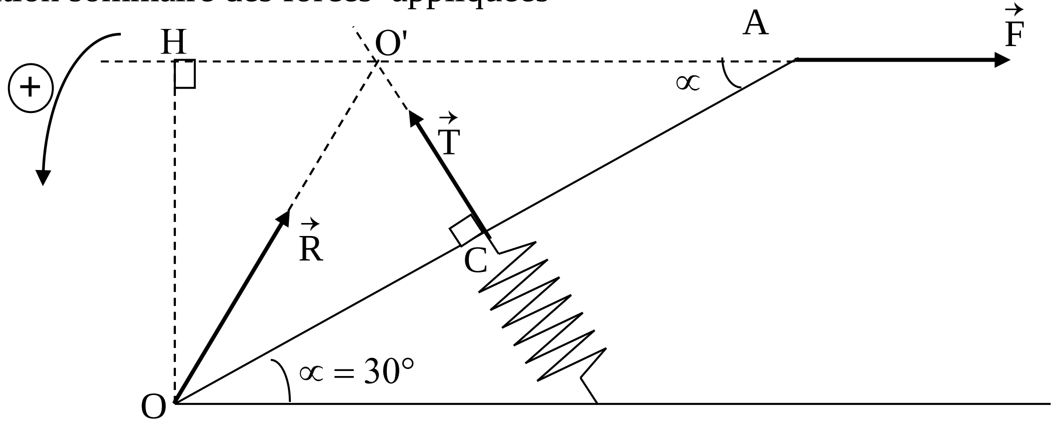
1) La tension exercée par le ressort sur la pédale.
2) La raideur k du ressort, si on veut un raccourcissement de ce dernier à 8 cm.



Corrigé 5

1) Faire toujours l'inventaire des forces appliquées au système :

- la force $\vec{F}$ exercée en A ; - la tension $\vec{T}$ du ressort ; - la réaction $\vec{R}$ du support
Représentation sommaire des forces appliquées



Déterminons le moment de chaque force.

$M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action passe par l'axe de rotation.

$M_0(\vec{F}) = -F\times OH$ or $OH = OA\sin\alpha \Leftrightarrow M_0(\vec{F}) = -F\times OA\sin\alpha$

$M_0(\vec{T}) = T\times OC$ avec $OC = \frac{1}{2}\times OA$ donc $M_0(\vec{T}) = \frac{1}{2}\times T\times OA$

$\sum M_0(\vec{F}) = 0$ à l'équilibre donne : $0 - F\times OA\sin\alpha + \frac{1}{2}\times T\times OA = 0 \Leftrightarrow \mathbf{T = 2\times F\times \sin\alpha}$

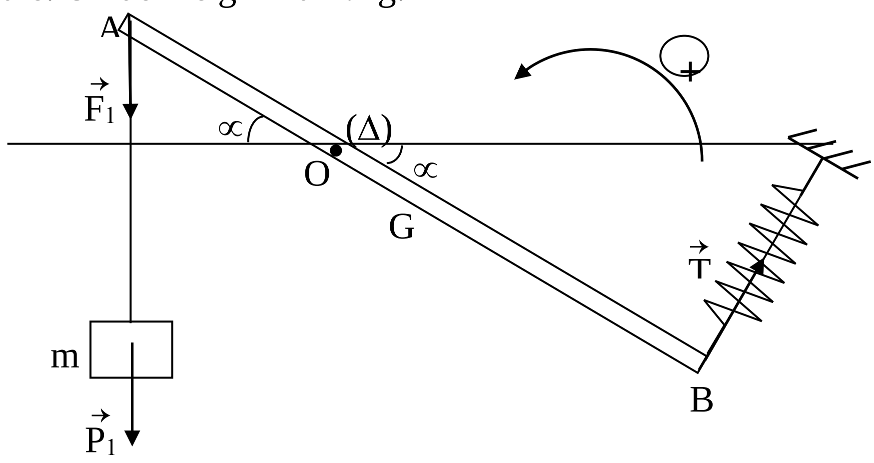
<u>AN</u> : $T = 2\times 20\times \sin 30° \Leftrightarrow T = 20$ N

2) Déterminons La raideur k du ressort, pour un raccourcissement de 8 cm.

On sait que $T = k\Delta l \Leftrightarrow \mathbf{k = \frac{T}{\Delta l}}$ <u>AN</u> : $k = \frac{20}{0{,}08} \Leftrightarrow k = 250$ N/m

Exercice 6

Une barre homogène AB de masse m = 4 kg de longueur AB = 60 cm est mobile autour d'un axe horizontal (Δ) passant par O tel que OA = 10 cm. Cette barre est maintenue en équilibre par la tension $\vec{T}$ d'un ressort et la tension $\vec{F_1}$ d'un fil tendu par le poids $\vec{P_1}$ d'une masse $m_1 = 1$ kg. On néglige les frottements sur l'axe. Calculer T sachant que la direction du ressort est perpendiculaire à la barre et que cette barre est inclinée d'un angle ∝ = 60° par rapport à l'horizontale. On donne g = 10 N/kg.

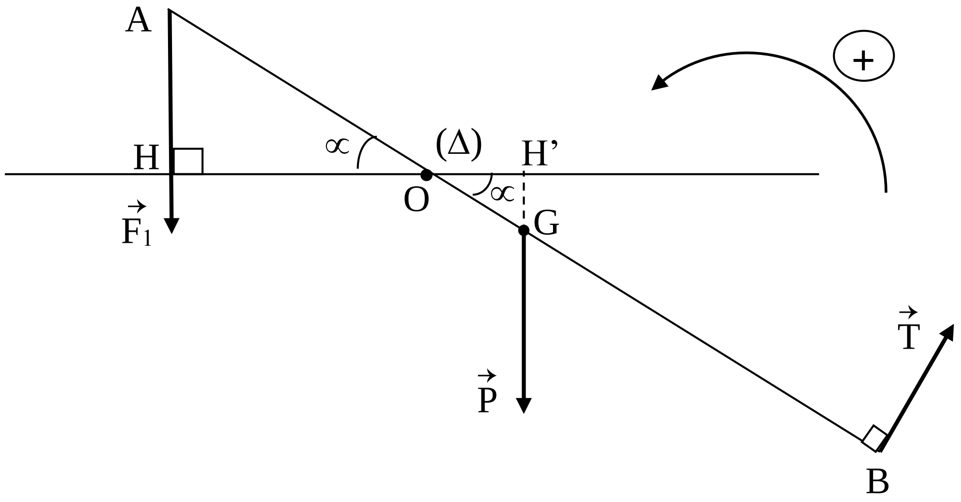


Corrigé 6

Les forces appliquées à la barre AB sont :

- la tension $\vec{T}$ du ressort ; - le poids $\vec{P}$ de la tige ;

- la tension $\vec{F_1}$ du fil avec ($F_1 = P = mg$) ; - la réaction $\vec{R}$ de l'axe



$M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action passe par l'axe de rotation.

$M_0(\vec{P}) = - P\times OH'$ avec $OH' = OG\times\cos\propto$ donc $M_0(\vec{P}) = - m\times g\times OG\times\cos\propto$

$M_0(\vec{F_1}) = F_1\times OH$ avec $OH = OA\times\cos\propto$ donc $M_0(F_1) = m_1\times g\times OA\times\cos\propto$

$M_0(\vec{T}) = T\times OB$

La barre étant en équilibre : $\sum M_0(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{P}) + M_0(\vec{F_1}) + M_0(\vec{T}) = 0$

$\Leftrightarrow 0 - m\times g\times OG\times\cos\propto + m_1\times g\times OA\times\cos\propto + T\times OB = 0$

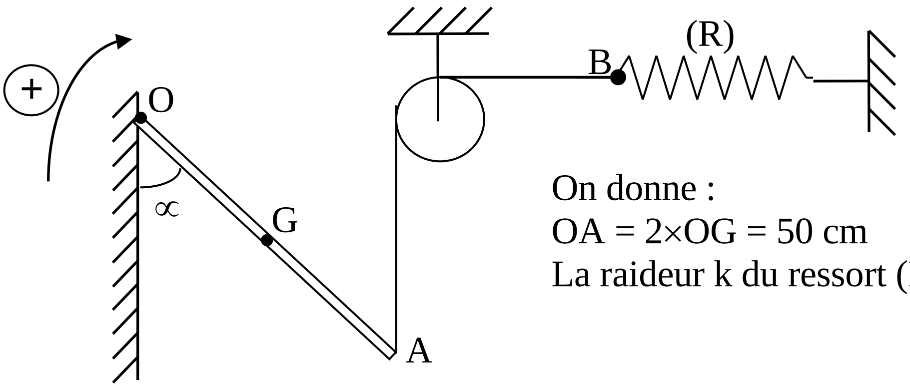
$$\Leftrightarrow \mathbf{T = \frac{(m\times OG - m_1\times OA)\times g\times\cos\propto}{OB}}$$

avec OA = 10 cm = 0,1 m ; OG = 20 cm = 0,2 m ; OB = 50 cm = 0,5 m

$$T = \frac{(4\times0{,}2 - 1\times0{,}1)\times10\times\cos30°}{0{,}5} \Leftrightarrow T = 12{,}12\ N$$

Exercice 7

On étudie l'équilibre de la barre OA de poids P = 20 N, centre d'inertie G, mobile autour de l'axe horizontal O. (voir fig)



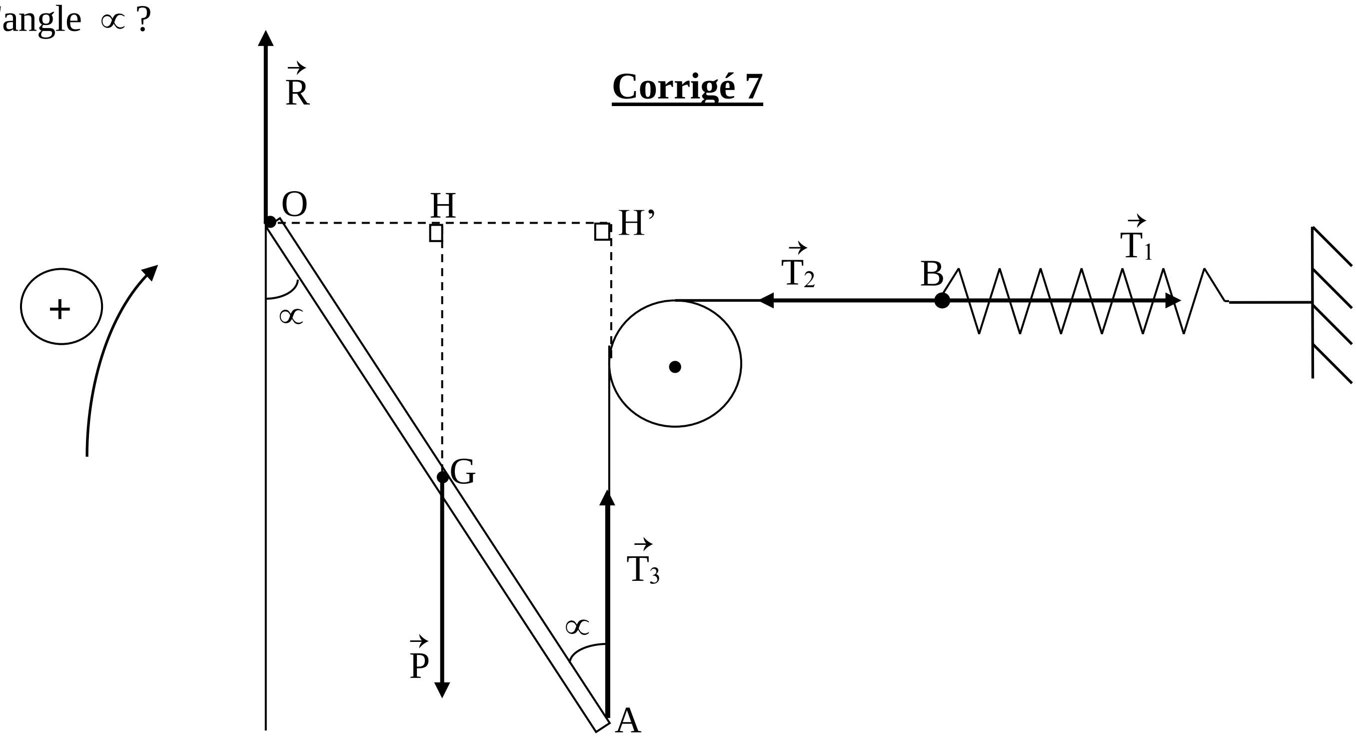
On donne :

OA = 2×OG = 50 cm

La raideur k du ressort (R) k = 400 N/m

1) Il y a combien de système à considérer ?
2) Faites le bilan des forces pour chaque système.
3) Etablir la condition d'équilibre de chaque système.
4) Calculer l'allongement Δl du ressort à l'équilibre. Celui-ci dépend-il de la valeur de l'angle $\propto$?

Corrigé 7



1) On peut considérer deux systèmes : la barre OA et le point B (ressort)
2) Le bilan des forces pour chaque système
a) Système : barre OA

- le poids $\vec{P}$ de la barre ; - la tension $\vec{T_3}$ du fil ; - la réaction $\vec{R}$ de l'axe

b) Système : le point B du ressort

- la tension $\vec{T_1}$ du ressort ; - la tension $\vec{T_2}$ du fil

3) Etablissons la condition d'équilibre de chaque système
a) condition d'équilibre de la barre OA

$M_0(\vec{T_3}) + M_0(\vec{P}) + M_0(\vec{R}) = 0$

b) condition d'équilibre du point B du ressort

$\vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{0} \Rightarrow \mathbf{T_1 = T_2}$

4) Déterminons l'intensité de la tension $\vec{T_3}$

- La barre OA étant en équilibre alors $M_0(\vec{T_3}) + M_0(\vec{P}) + M_0(\vec{R}) = 0$

- $M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ passe par l'axe de rotation.

- $M_0(\vec{T_3}) = - T_3 \times OH'$ avec $OH' = OA \times \sin\propto$ alors $M_0(\vec{T_3}) = - T_3 \times OA \times \sin\propto$

- $M_0(\vec{P}) = P\times OH$ avec $OH = \frac{1}{2}\times OA\times \sin\alpha$ alors $M_0(\vec{P}) = P\times\frac{1}{2}\times OA\times \sin\alpha$

$\sum M_0(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow 0 - T_3\times OA\times\sin\alpha + P\times\frac{1}{2}\times OA\times\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow \mathbf{T_3 = \frac{1}{2}\times P}$

Le point B étant en équilibre on a : $T_1 = T_2 = T_3 \Leftrightarrow \mathbf{T_1 = \frac{1}{2}\times P}$

Calculons l'allongement Δl du ressort à l'équilibre

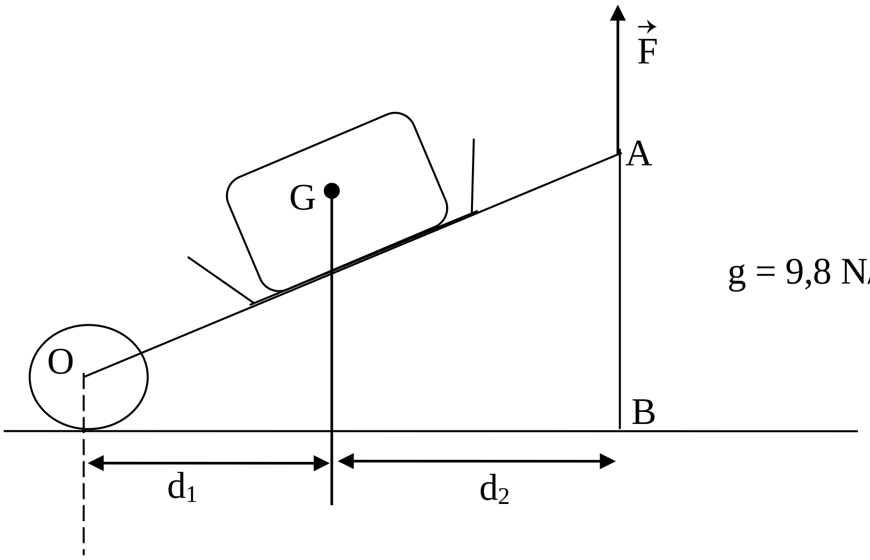
On sait que $T_1 = k\Delta l \Leftrightarrow k\Delta l = \frac{1}{2}\times P \Leftrightarrow \mathbf{\Delta l = \frac{P}{2k}}$

Cette relation ne dépend pas de l'angle α

<u>AN</u> : $\Delta l = \frac{20}{2\times 400} \Leftrightarrow \Delta l = 0{,}025 \text{ m} = 2{,}5 \text{ cm}$

Exercice 8

La brouette est un exemple de levier. G est le centre de gravité de la brouette dont la masse totale est 150 kg. Pour soulever la brouette (maintenir en équilibre), chaque bras du manœuvre exerce une force verticale ($F_1 = F_2$). Ces forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ équivalent à une force unique $\vec{F}$ verticale, appliquée en A.



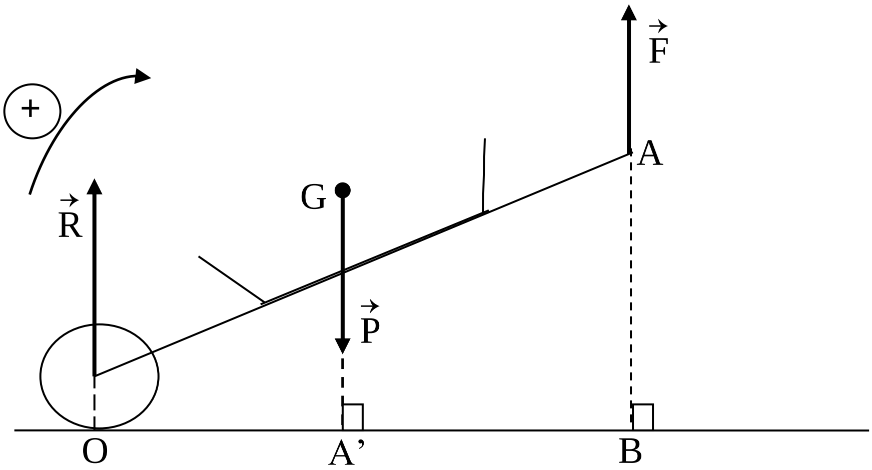
1) Quelles sont les forces qui s'appliquent sur la brouette. Les représenter.

2) Calculer l'intensité de $\vec{F}$ si $d_1 = 80$ cm et $d_2 = 60$ cm
3) En déduire la valeur commune de l'intensité des forces F_1 et F_2
4) Quelle est la réaction du sol en O ?

Corrigé 8

1) Les forces qui s'appliquent sur la brouette :

- la force $\vec{F}$; - le poids $\vec{P}$; - la réaction $\vec{R}$ de l'axe



2) Calculons l’intensité de la force $\vec{F}$

$M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d’action de $\vec{R}$ passe par l’axe de rotation.

$M_0(\vec{P}) = P\times OA'$; $M_0(\vec{F}) = - F\times OB$

La brouette étant en équilibre alors $\sum M_0(\vec{F}) = 0$

$\Leftrightarrow$ $0 + P\times OA' - F\times OB = 0$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{F = \dfrac{m\times g\times OA'}{OB}}$

<u>AN</u> : $F = \dfrac{150\times 9{,}8\times 80}{140}$ $\Leftrightarrow$ $F = 840$ N

3) Déduisons la valeur commune de l’intensité des forces F_1 et F_2

$F = F_1 + F_2$ or $F_1 = F_2$ donc $F = 2\times F_1$ ou $F = 2\times F_2$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{F_1 = F_2 = \dfrac{F}{2}}$

<u>AN</u> : $F_1 = F_2 = \dfrac{840}{2}$ $\Leftrightarrow$ $F_1 = F_2 = 420$ N

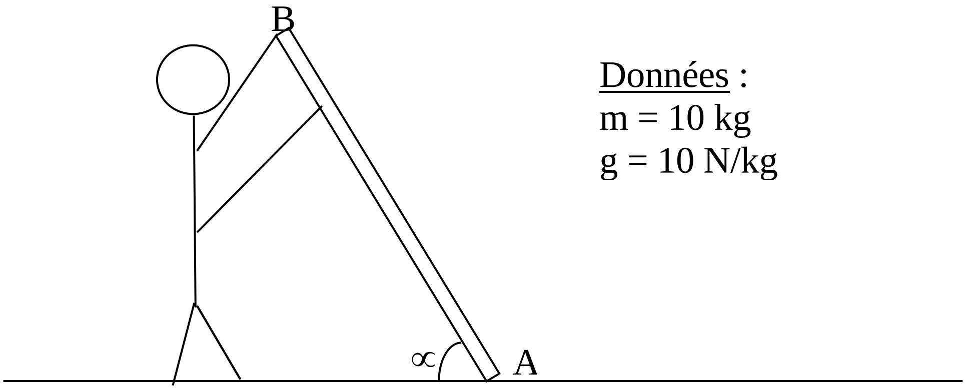
4) Calculons la réaction du sol en O

Nous avons des forces dont les droites sont parallèles $\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ avec le sens des forces, on voit que seul le poids compense les deux forces $\vec{F}$ et $\vec{R}$. On a alors

$P = F + R$ $\Rightarrow$ $\mathbf{R = P - F}$ <u>AN</u> : $R = 150\times 9{,}8 - 840$ $\Leftrightarrow$ $R = 630$ N

<u>**Exercice 9**</u>

Une poutre homogène AB de masse m repose sur le sol par son extrémité A. Une force $\vec{F}$ est exercée à l’autre extrémité B perpendiculaire à la poutre.



<u>Données</u> :
m = 10 kg
g = 10 N/kg

1) La poutre tourne autour de quel point ?
2) Représenter sur le schéma de façon sommaire les forces qui s'appliquent sur la poutre.

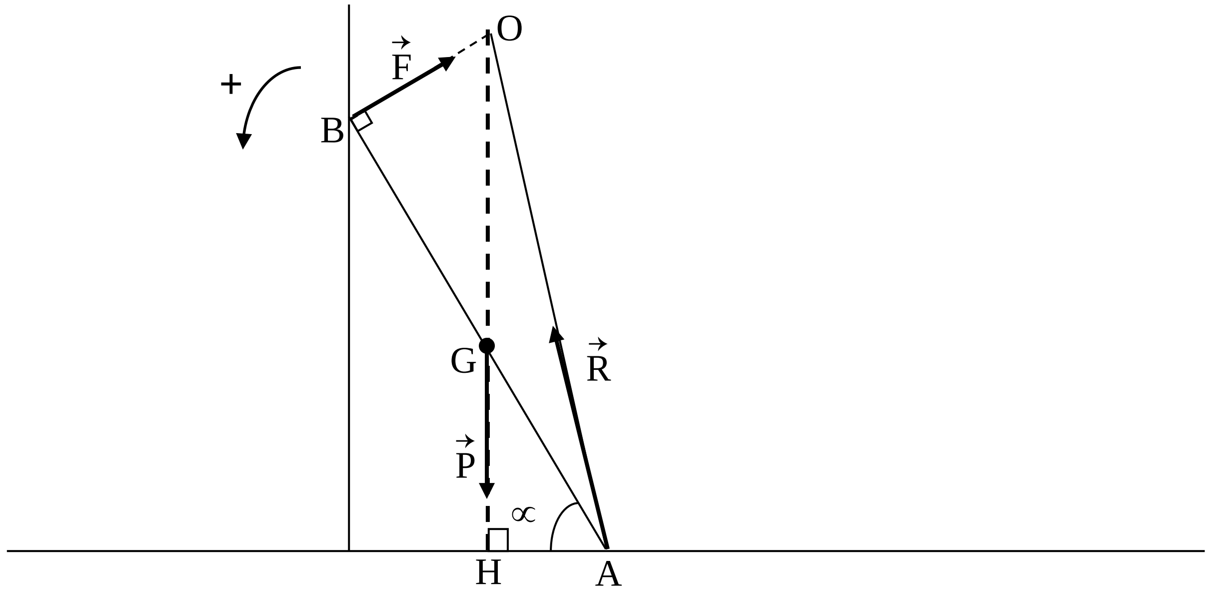
3) Exprimer l'intensité de $\vec{F}$ lorsque la poutre en équilibre fait un angle $\propto$ avec le plan horizontal, en fonction de m, g et $\propto$.
4) Compléter le tableau ci-dessous.

$\propto$	5	10	30	50	70	90
F(N)						

5) Déterminer la réaction $\vec{R}$ du sol sur la poutre pour $\propto = 50°$.

Corrigé 9

1) et 2) Le point qui représente l'axe de rotation est le point A



3) Expression de l'intensité de $\vec{F}$

$M_A((\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ passe par l'axe de rotation.

$M_A((\vec{P}) = P \times AH$ avec $AH = \frac{1}{2} \times AB \times \cos\propto$. On a donc $M_A((\vec{P}) = P \times \frac{1}{2} \times AB \times \cos\propto$

$M_A((\vec{F}) = - F \times AB$

Le poutre étant en équilibre alors on a $\sum M_A(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow 0 + P \times \frac{1}{2} \times AB \times \cos\propto - F \times AB = 0$

$\Leftrightarrow F \times AB = P \times \frac{1}{2} \times AB \times \cos\propto \Leftrightarrow \mathbf{F = \frac{1}{2} \times m \times g \times \cos\propto}$

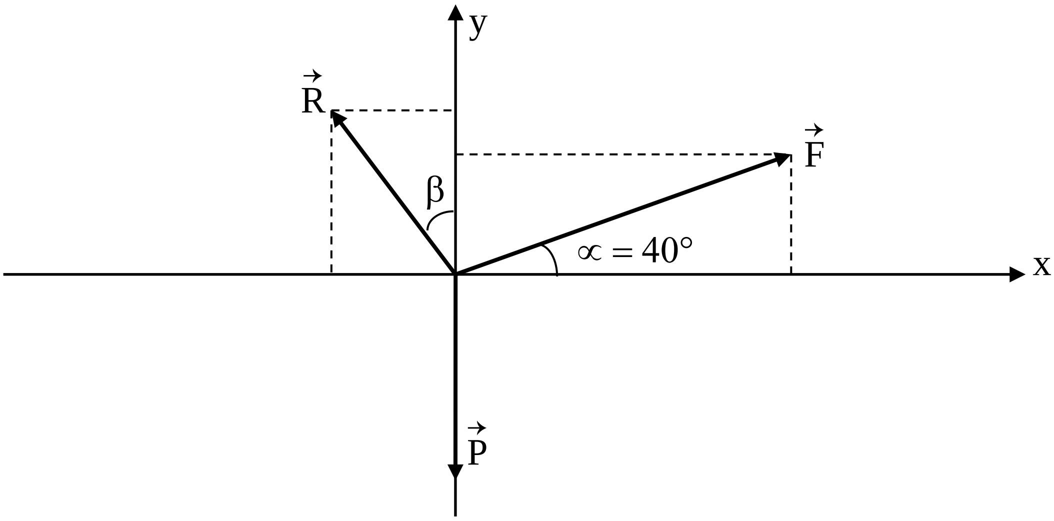
<u>AN</u> : $F = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \cos\propto \Leftrightarrow F = 50\cos\propto$

4) Complétons le tableau ($F = 50\cos\propto$)

$\propto$ (°)	5	10	30	50	70	90
F(N)	49,8	49,2	43,3	32,13	17,10	0

5) Déterminons la réaction $\vec{R}$ du sol sur la poutre pour $\propto$ = 50°.

La poutre étant en équilibre, on peut écrire que : $\vec{F} + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$
Par rapport au point de concourt O des forces, associons un repère.



$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$, nous donne les composantes des vecteurs forces

$$\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \qquad \vec{R}\begin{pmatrix} -R\sin\beta \\ R\cos\beta \end{pmatrix} \qquad \vec{F}\begin{pmatrix} F\cos\propto \\ F\sin\propto \end{pmatrix} \qquad \vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} R\sin\beta = F\cos\propto \quad (1) \\ R\cos\beta = P - F\sin\propto \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \quad \frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \mathbf{\tan\beta = \frac{F\cos\propto}{P - F\sin\propto}}$$

<u>AN</u> : $\tan\beta = \dfrac{32{,}13\times\cos 40°}{100 - 32{,}13\times\sin 40°} \Leftrightarrow \tan\beta = 0{,}31 \Leftrightarrow \beta = 17{,}23°$

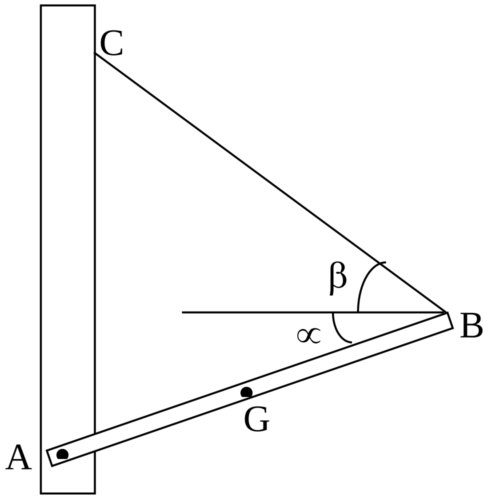
$(1) \Rightarrow \mathbf{R = \dfrac{F\cos\propto}{\sin\beta}}$ <u>AN</u> : $R = \dfrac{32{,}13\times\cos 40°}{\sin 17{,}23°} \Leftrightarrow R = 83{,}09$ N

La réaction R de l'axe fait un angle β = 17,23° avec la verticale.

<u>Exercice 10</u>

Une poutre homogène AB de longueur l et de poids $P = 10^3$ N est articulée en A dans un mur vertical. Elle est maintenue en équilibre grâce à un câble (C) fixé en C dans le mur. Les caractéristiques géométriques du dispositif sont les angles ∝ et β que forment la poutre et le câble avec l'horizontale.

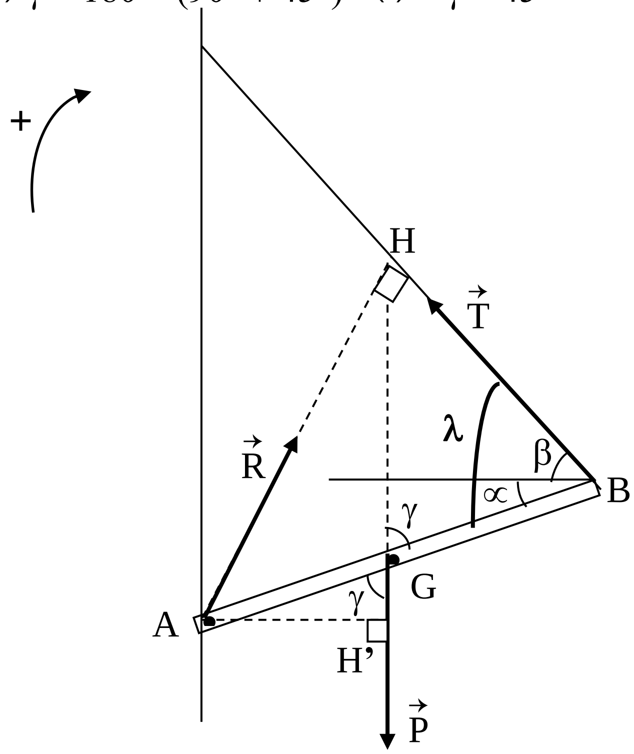
Calculer la tension du câble avec ∝ = 45° et β = 60°



Corrigé 10

Déterminons les angles λ et γ

* $180° = \lambda + \propto + \beta \;\Leftrightarrow\; \lambda = 180° - (\lambda + \propto)$ AN : $\lambda = 180° - (45) + 60°) \Leftrightarrow \lambda = 75°$
* $90° + \propto + \gamma = 180° \Leftrightarrow \gamma = 180 - (90° + 45°) \;\Leftrightarrow\; \gamma = 45°$



Déterminons la valeur de la tension $\vec{T}$

$M_A((\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ passe par l'axe de rotation.

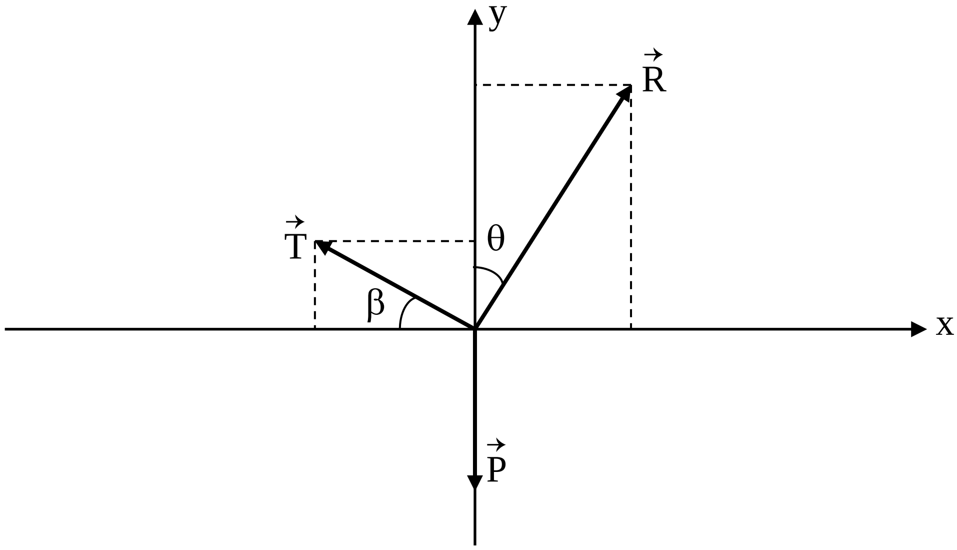
$M_A((\vec{T}) = - T\times AH$ avec $AH = AB\times\sin\lambda = l\times\sin\lambda$ d'où $M_A((\vec{T}) = - T\times l\times\sin\lambda$

$M_A((\vec{P}) = P\times AH'$ avec $AH' = AB\times\frac{1}{2}\times\sin\gamma = \frac{1}{2}\times l\times\sin\gamma$ d'où $M_A((\vec{P}) = \frac{1}{2}\times P\times l\times\sin\gamma$

La poutre AB étant en équilibre alors $\sum M_A(\vec{F}) = 0$. Ce qui donne :

$0 - T\times l\times\sin\lambda + \frac{1}{2}\times P\times l\times\sin\gamma = 0 \;\Leftrightarrow\; \mathbf{T = \frac{P\times\sin\gamma}{2\sin\lambda}}$ AN : $T = \frac{1000\times\sin45°}{2\times\sin75°} \Leftrightarrow T = 366\ N$

On pourra déterminer la valeur de la réaction $\vec{R}$ du mur
Associons un système d'axes orthogonaux (repère) au point de concourt O des trois forces.
θ étant l'angle que fait la réaction avec la verticale.



L'autre condition d'équilibre est : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$ nous amène à trouver les composantes des forces

$$\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \quad \vec{R}\begin{pmatrix} R\sin\theta \\ R\cos\theta \end{pmatrix} \quad \vec{T}\begin{pmatrix} -T\cos\beta \\ T\sin\beta \end{pmatrix} \quad \vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On obtient le système suivant :

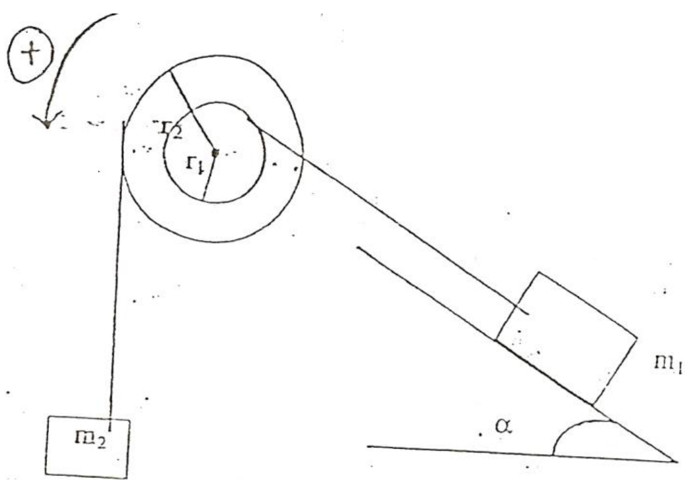
$$\begin{cases} R\sin\theta = T\cos\beta \quad (1) \\ R\cos\theta = P - T\sin\beta \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \quad \frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \quad \mathbf{\tan\theta = \frac{T\cos\beta}{P - T\sin\beta}}$$

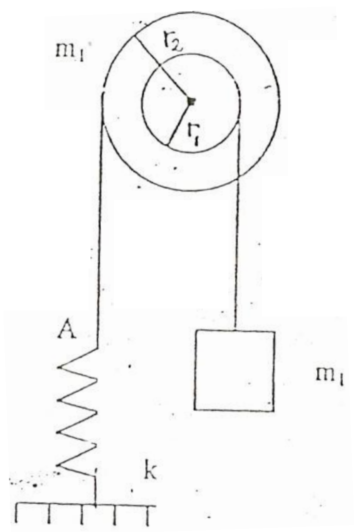
<u>AN</u> : $\tan\theta = \dfrac{366\times\cos 60°}{1000 - 366\times\sin 60°} \Leftrightarrow \tan\theta = 0{,}26 \quad \Leftrightarrow \theta = 14{,}99° \approx 15°$

$(1) \Rightarrow \mathbf{R = \dfrac{T\cos\beta}{\sin\theta}}$ <u>AN</u> : $R = \dfrac{366\times\cos 60°}{\sin 15°} \Leftrightarrow R = 707\ N$

<u>Exercice 11</u>

On réalise le dispositif suivant :





1) Quelles sont les forces appliquées sur chaque solide (m_1 et m_2) à l'équilibre. La masse m_1 se déplace sans frottement.
2) Etablir la condition d'équilibre de chaque solide.
3) En déduire l'intensité de la tension exercée par chaque fil sur chacun des solides T_1 en fonction de m_1 , g et $\sin\alpha$ et T_2 en fonction de m_2 et g.
4) On remplace la masse m_2 par un ressort de raideur k = 20 N/ m dont l'extrémité inférieure est fixée puis on supprime le plan incliné. Le système reste en équilibre.
a) Quelles sont les forces appliquées au point A et au solide m_1.
m_1 = 120 g ; r_1 = 10 cm ; r_2 = 15 cm ; k = 20 N/m. On donne g = 9,78 N/kg
b) Etablir la condition d'équilibre en A puis au niveau de m_1
c) Ecrire la condition d'équilibre de la poulie à deux gorges.
d) Calculer l'allongement Δl du ressort à l'équilibre du système.

Corrigé 11

1) Les forces appliquées sur chaque solide (m_1 et m_2) à l'équilibre

a) Solide m_1

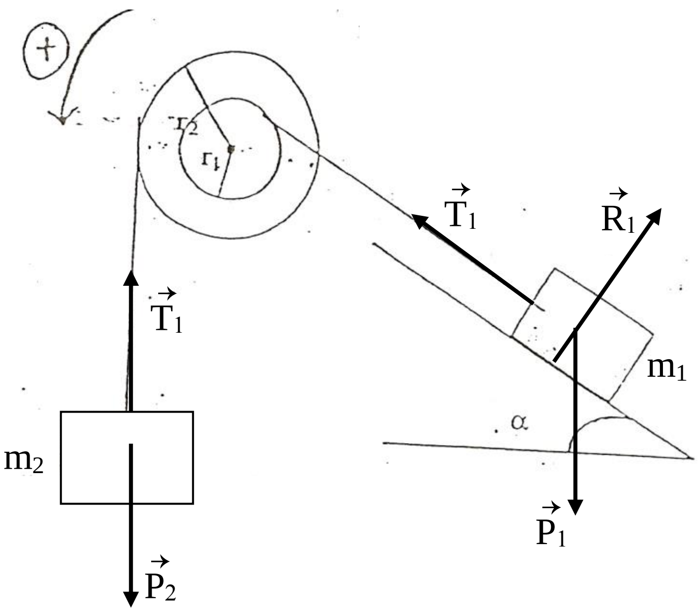
- le poids $\vec{P}_1$ du solide m_1 ; - la réaction $\vec{R}_1$ du plan incliné ; - la tension $\vec{T}_1$ du fil

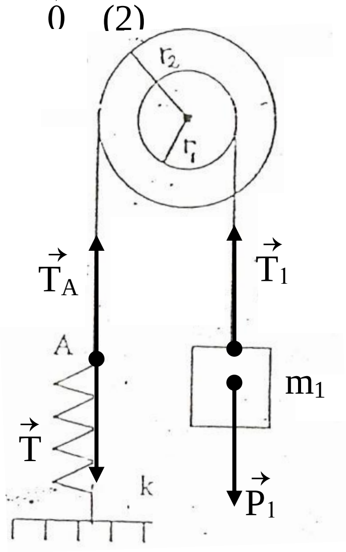
b) Solide m_2

- le poids $\vec{P}_2$ du solide m_2 ; - la tension $\overrightarrow{T_2}$ du fil

2) Condition d'équilibre de chaque solide.

a) Solide m_1 : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$ (1) ; b) Solide m_2 : $\vec{P}_2$ + $\vec{0}$ (2)





3) Intensité de la tension exercée par chaque fil sur chacun des solides

(1) $\Rightarrow T_1 = P_1\sin\alpha \Leftrightarrow \mathbf{T_1 = m_1 \times g \times \sin\alpha}$ (2) $\Rightarrow T_2 = P_2 \Leftrightarrow \mathbf{T_2 = m_2 \times g}$

4) a) *Les forces appliquées au point A

- la tension $\vec{T}_A$ du fil ; - la tension $\vec{T}$ du ressort

***Les forces appliquées au solide m_1**

- le poids $\vec{P_1}$ du solide m_1 ; - la tension $\vec{T_1}$ du fil

b) *** La condition d'équilibre en A** : $\vec{T_A} + \vec{T} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{T_A = T}$

*** La condition d'équilibre au niveau de m_1 :** $\vec{P_1} + \vec{T_1} = \vec{0}$ $\Rightarrow T_1 = P_1$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{T_1 = m_1 \times g}$

c) La condition d'équilibre de la poulie à deux gorges.

$M_0(\vec{T}) + M_0(\vec{P_1}) = 0$ $\Leftrightarrow T \times r_2 = P_1 \times r_1$

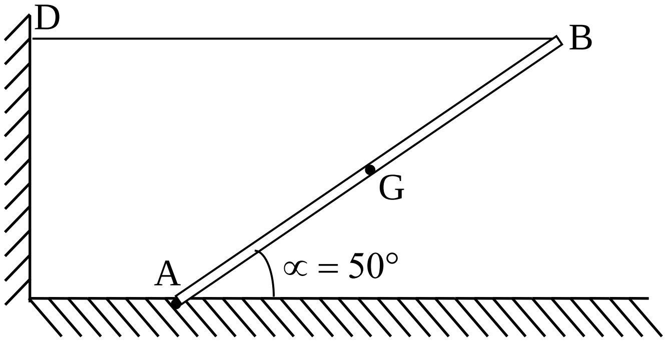
d) Calculons l'allongement Δl du ressort à l'équilibre du système.

$T \times r_2 = P_1 \times r_1$ $\Leftrightarrow k\Delta l \times r_2 = m_1 \times g \times r_1$ $\Leftrightarrow \mathbf{\Delta l = \dfrac{m_1 \times g \times r_1}{k \times r_2}}$

AN : $\Delta l = \dfrac{0{,}12 \times 9{,}8 \times 10}{20 \times 15}$ $\Leftrightarrow$ $\Delta l = 0{,}0392$ m ou $\Delta l = 3{,}92$ cm ≈ 4 cm

Exercice 12

Une barre homogène AB de longueur l = 60 cm et de poids P = 20 N peut tourner autour de son extrémité fixe A. Un fil horizontal fixé en B maintient la barre dans une position qui fait un angle $\propto = 50°$ avec l'horizontale.



1) Représenter les forces s'exerçant sur la barre.
2) Calculer la tension du fil.
3) Déterminer la réaction en A sur la tige (direction, sens, norme).
4) Quelle est la force subie par le mur en D ?

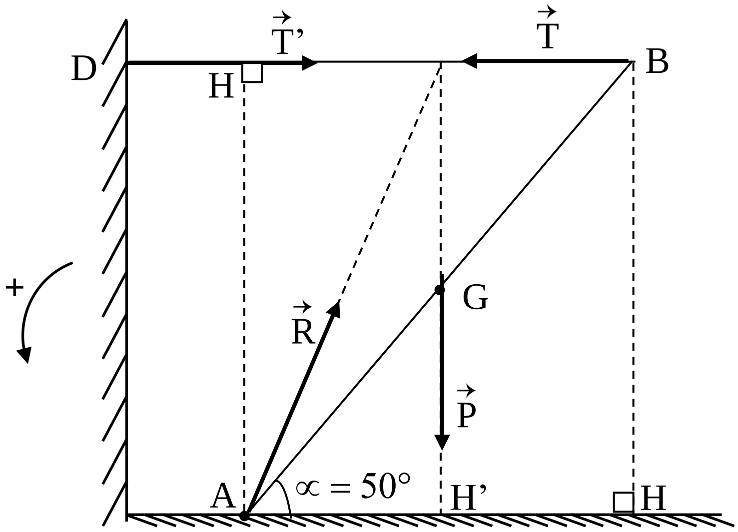
Corrigé 12

1) Représentation les forces s'exerçant sur la barre

- le poids $\vec{P}$ de la barre

- la réaction $\vec{R}$ en A

- la tension $\vec{T}$ du fil en B



2) Calculons la valeur de la tension $\vec{T}$ du fil

$M_A(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ passe par l'axe de rotation

$M_A(\vec{T}) = T \times AH$ avec $AH = AB \times \sin\propto = l \times \sin\propto$ alors $M_A(\vec{T}) = T \times l \times \sin\propto$

$M_A(\vec{P}) = -\,P \times AH'$ avec $AH' = AG \times \cos\propto = \frac{1}{2} \times l \times \cos\propto$ alors $M_A(\vec{P}) = -\,P \times \frac{1}{2} \times l \times \cos\propto$

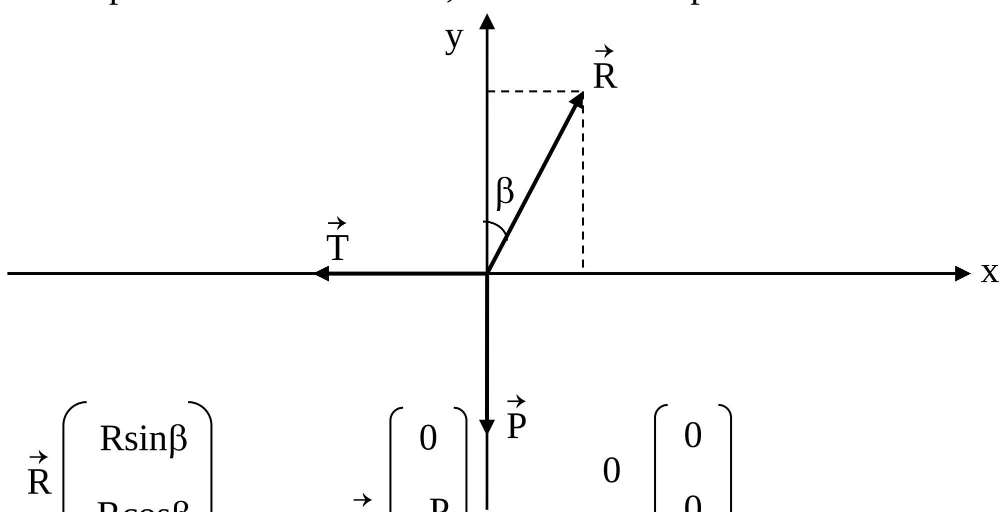
La barre (AB) étant en équilibre, $\sum M_A(\vec{F}) = 0$. Ce qui donne :

$0 + T \times l \times \sin\propto - P \times \frac{1}{2} \times l \times \cos\propto = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{T = \dfrac{P \times \cos\propto}{2\sin\propto}}$

<u>AN</u> : $T = \dfrac{20 \times \cos 50°}{2 \times \sin 50°} \Leftrightarrow T = 8{,}39\ N \approx 8{,}4\ N$

3) Déterminons la valeur de la réaction $\vec{R}$ en A sur la tige (direction, sens, norme)

Condition d'équilibre : $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
Au point de concourt du point 0 des trois forces, associons un repère :



$\vec{T}\begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{R}\begin{pmatrix} R\sin\beta \\ R\cos\beta \end{pmatrix}$ $\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix}$ $0\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} -T + R\sin\beta + 0 = 0 & (1) \\ 0 + R\cos\beta - P = 0 & (2) \end{cases}$$

$(1)/(2) \Rightarrow$ $\mathbf{\tan\beta = \dfrac{T}{P}}$

<u>AN</u> : $\tan\beta = \dfrac{8{,}4}{20} = 0{,}42 \Leftrightarrow \beta = 22{,}78°$

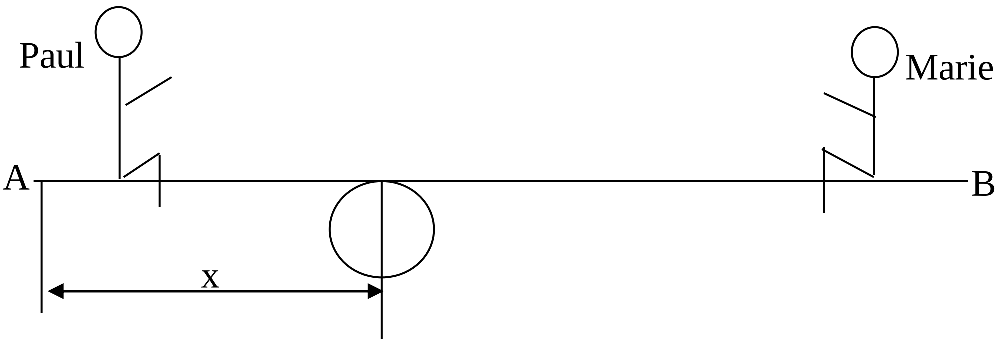
$(1) \Rightarrow R = \dfrac{T}{\sin\beta}$ <u>AN</u> : $R = \dfrac{8{,}4}{\sin 22{,}78} \Leftrightarrow R = 21{,}7\ N$

La réaction $\vec{R}$ en A de norme $R = 21{,}7\ N$ fait l'angle $\beta = 22{,}78°$ avec la verticale
4) La force subie par la norme en D est T'

$T' = T = 8{,}4\ N$ car $\vec{T}$ et $\vec{T}'$ sont des forces d'interaction

Exercice 13

Une balançoire est constituée par une planche homogène de masse m = 8 kg et de longueur l = 2,4 m. Deux enfants, Pierre et Marie de masses respectives m_1 = 42 kg et m_2 = 32 kg sont assis aux extrémités A et B.



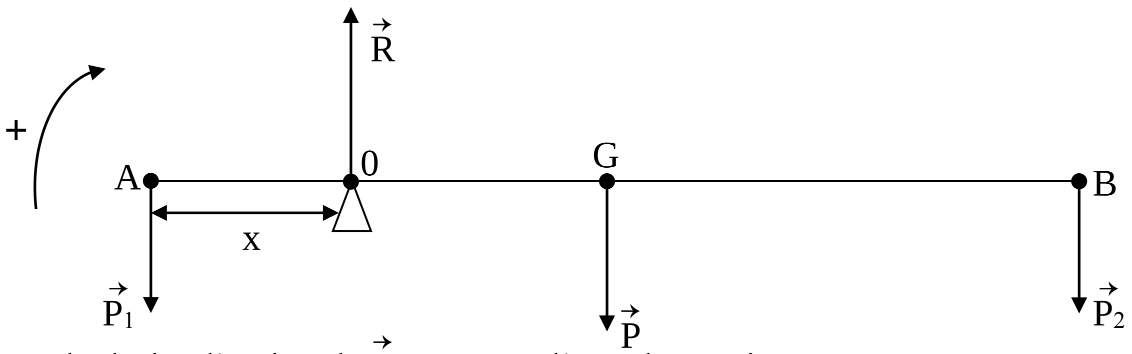
A quelle distance x de A faut-il placer un rodin de bois pour que l'équilibre de la balançoire soit réalisé en position horizontale.

Corrigé 13

Les forces appliquées sur la balançoire sont :

- le poids $\vec{P}$ de la planche ; - le poids $\vec{P_2}$ de Marie en B

- le poids $\vec{P_1}$ de Pierre en A ; - la réaction $\vec{R}$ du rodin de bois



$M_0(\vec{R}) = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ passe par l'axe de rotation

$M_0(\vec{P_1}) = - P_1{*}x = m_1 \times g{*}x$; $M_0(\vec{P_2}) = P_2 \times OB = m_2 \times g \times OB$; $M_0(\vec{P}) = P \times OG = m \times g \times OG$

Avec AB = l = 2,4 m ; OB = l – x ; $OG = \frac{l}{2} - x$

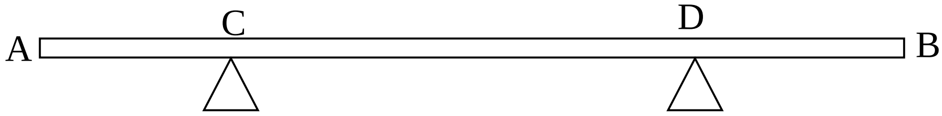
La balançoire étant en équilibre, on peut écrire : $\sum M_A(\vec{F}) = 0$. Ce qui donne :

$M_0(\vec{R}) + M_0(\vec{P_1}) + M_0(\vec{P_2}) + M_0(\vec{P}) = 0 \Leftrightarrow 0 - m_1 \times g{*}x + m_2 \times g \times (l - x) + m \times g \times (\frac{l}{2} - x) = 0$

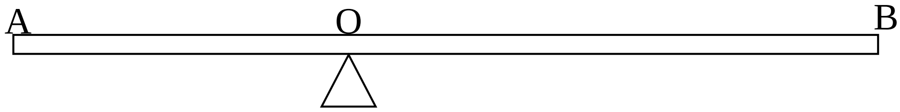
$\mathbf{x = \dfrac{(m_2 + \frac{1}{2} \times m) \times l}{m_1 + m_2 + m}}$ AN : $x = \dfrac{(32 + \frac{8}{2}) \times 2,4}{32 + 42 + 8} \Leftrightarrow x = 1,05$ m ou x = 105 cm

Exercice 14

1) Une planche horizontale homogène AB de masse m = 4 kg et de longueur l = 2 m repose sur deux tréteaux placés en C et D. Quelles sont les forces exercées par les tréteaux sur la planche ? On donne g = 10 N/kg



1) deux enfants voulant utiliser la planche comme balançoire supporte un tréteau en D et placent le tréteau restant en o à 90 cm de A.



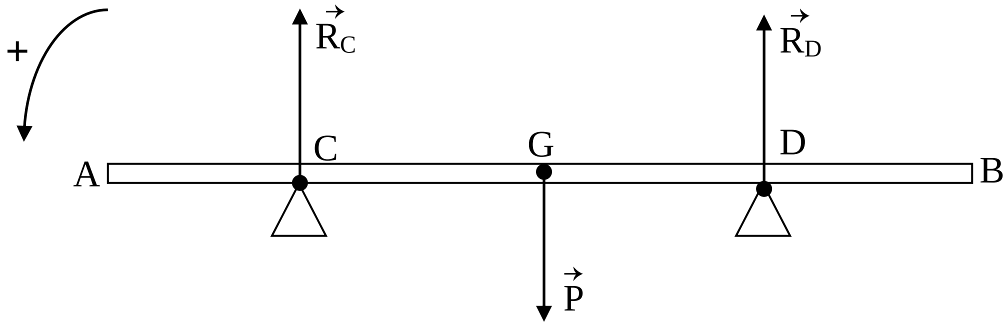
Adrien, de masse m_1 = 40 kg, s'assied en A. En quel point E doit s'asseoir Estelle de masse m_2 = 35 kg, pour que la planche soit en équilibre ?

Corrigé 14

1) La planche est soumise :

- son poids $\vec{P}$ appliqué en G milieu de AB ; - les réactions $\vec{R}_C$ et $\vec{R}_D$

La figure suivante donne la représentation de ces trois forces



La planche étant en équilibre de rotation, la condition par rapport à l'un des axes est : soit C l'axe de rotation. On a donc :

$M_c(\vec{R}_C) + M_c(\vec{P}) + M_c(\vec{R}_D) = 0 \Leftrightarrow 0 - m\times g\times CG + R_D\times CD = 0 \Leftrightarrow \mathbf{R_D = \dfrac{m\times g\times CG}{CD}}$

Avec CD = 130 cm ; CG = 50 cm ; GD = 100 – 20 = 80 cm

<u>AN</u>: $R_D = \dfrac{4\times10\times50}{130} \Leftrightarrow R_D = 15{,}38\ N \approx 15{,}4\ N$

Déterminons la valeur de la réaction $\vec{R}_C$

Deux méthodes s'offrent à nous :

<u>1ère méthode</u>

$\sum M_D(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow M_D(\vec{R}_C) + M_D(\vec{P}) + M_D(\vec{R}_D) = 0 \Leftrightarrow -R_C\times CD + m\times g\times GD + 0 = 0$

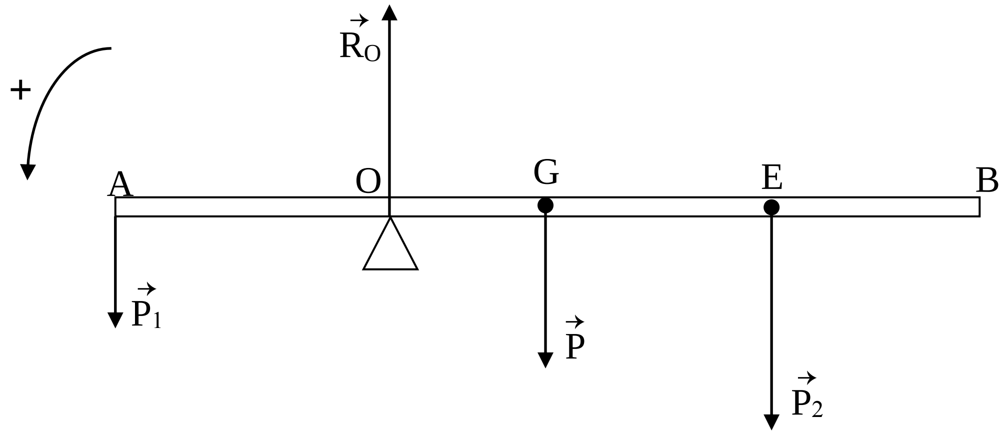
$\Leftrightarrow \mathbf{R_C = \dfrac{m\times g\times GD}{CD}}$ <u>AN</u>: $R_C = \dfrac{4\times10\times80}{130} \Leftrightarrow R_C = 24{,}6\ N$

2ème méthode

La condition d'équilibre en translation s'écrit : $\vec{R}_C + \vec{P} + \vec{R}_D = \vec{0}$

Par projection sur un axe vertical orienté vers le haut, on a :

$R_C - P + R_D = 0 \Leftrightarrow \mathbf{R_C = P - R_D}$ AN: $R_C = 4\times10 - 15{,}4 \Leftrightarrow$ AN: $R_C = 24{,}6$ N



AB = l = 200 cm ; $AG = \frac{1}{2}\times AB = 100$ cm ; AO = 90 cm ; OG = 10 cm ; **OE = ?**

$\sum M_O(\vec{F}) = 0 \Leftrightarrow M_O(\vec{P}_1) + M_O(\vec{R}_O) + M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{P}_2) = 0$

$\Leftrightarrow m_1\times g\times AO - m\times g\times OG - m_2\times g\times OE = 0 \Leftrightarrow \mathbf{OE = \frac{m_1\times AO - m\times OG}{m_2}}$

AN: $OE = \frac{40\times90 - 4\times10}{35} \Leftrightarrow OE = 101{,}71$ cm ou $OE \approx 102$ cm

Soit GE = OE – OG + 102 – 10 $\Leftrightarrow$ GE = 92 cm

Ou EB = 100 – 92 $\Leftrightarrow$ EB = 8 cm

Chapitre 5 PRINCIPE DE L'INERTIE

Résumé

- Principe d'inertie

Le centre d'inertie d'un système isolé ou pseudo-isolé :

* reste au repos s'il est au repos.
* est animé d'un mouvement rectiligne uniforme s'il est en mouvement

- Le centre d'inertie G d'un système déformable ou non constitué de deux solides de masses m_1 et m_2 de centre d'inertie G_1 et G_2 est tel que :

$$\boxed{\mathbf{m_1\,\overrightarrow{GG_1} + m_2\,\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}}}$$

➢ En situant G par rapport à G_1 nous avons : $\overrightarrow{G_1G} = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2}\overrightarrow{G_1G_2}$

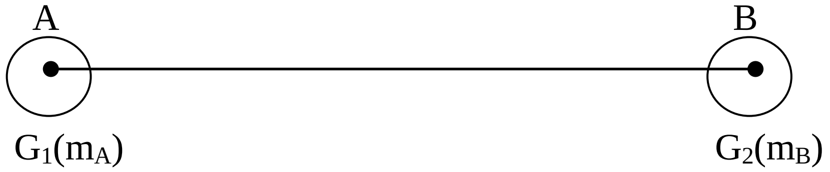
➢ En situant G par rapport à G_2 nous avons : $\overrightarrow{G_2G} = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\overrightarrow{G_2G_1}$

➢ En situant G par rapport à 0 de l'espace pris comme origine sur l'axe (G_1G_2), nous avons :

$$\boxed{\mathbf{\overrightarrow{OG} = \frac{m_1\,\overrightarrow{OG_1} + m_2\,\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}}}$$

Exercice 1

On considère deux masses m_A et m_B de dimensions très petites placées aux extrémités d'une tige AB de masse négligeable et de longueur 1 m. On donne m_B = 0,5 kg ; m_A=1Kg



Corrigé 1

Déterminons la position du centre d'inertie G de l'ensemble par rapport à G_A

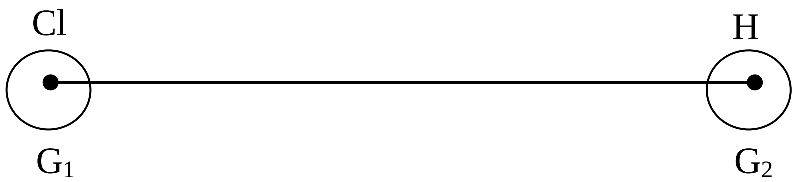
$m_A\overrightarrow{GG_A} + m_B\overrightarrow{GG_B} = \vec{0} \Leftrightarrow m_A\overrightarrow{GG_A} + m_B(\overrightarrow{GG_A} + \overrightarrow{G_AG_B}) = \vec{0}$

$\mathbf{\overrightarrow{G_AG} = \dfrac{m_B}{m_A + m_B}\times\overrightarrow{G_AG_B}}$ Ces vecteurs ayant le même sens et étant colinéaires, alors :

$\mathbf{G_AG = \dfrac{m_B}{m_A + m_B}\times G_AG_B}$ AN: $G_AG = \dfrac{0,5}{1 + 0,5}\times 1 \Leftrightarrow G_AG = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow G_AG = 0,33$ m

Exercice 2

La molécule de chlorure d'hydrogène est formée d'un atome de chlore (Cl) et d'un atome d'hydrogène (H). La distance internucléaire est de 1,26 A



Déterminer la position du centre G de cette molécule.
On donne : $M(Cl)=35,5g.mol^{-1}$; $M(H)=1g.mol^{-1}$

Corrigé 2

Déterminons la position du centre d'inertie G de la molécule.
Situons G par rapport à G_1
Comme n(Cl) = n(H) = 1 alors la relation peut s'établir avec les masses molaires

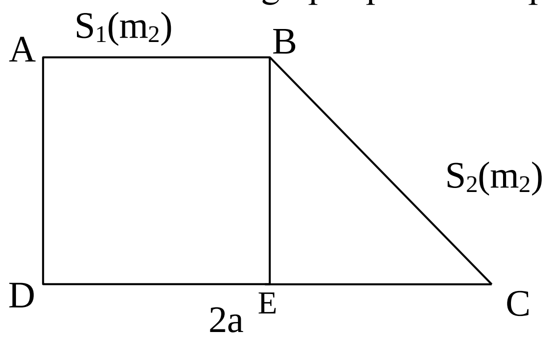
$$M_{Cl}\overrightarrow{GG_1} + M_H\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \Leftrightarrow M_{Cl}\overrightarrow{GG_1} + M_H(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

$\mathbf{\overrightarrow{G_1G} = \dfrac{M_H}{M_{Cl} + M_H}\times\overrightarrow{G_1G_2}}$ Ces vecteurs ayant le même sens et étant colinéaires, alors :

$\mathbf{G_1G = \dfrac{M_H}{M_{Cl} + M_H}\times G_1G_2}$ AN: $G_1G = \dfrac{1}{35,5 + 1}\times 1,26 \Leftrightarrow G_1G = 3,45.10^{-2}$ Å

Exercice 3

Dans une plaque métallique homogène d'épaisseur constante, on découpe le trapèze schématisé ci-dessous. Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie G de l'ensemble.



On donne :
$m_1 = 2m_2$
AB = AD = a
DC = 2a

Corrigé 3

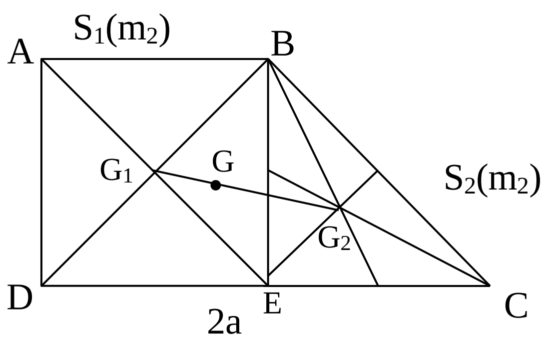
Déterminons graphiquement la position du centre d'inertie G de l'ensemble. Soient :
- S_1 le système constitué du carré ABED, de masse m_1 et G_1 son centre d'inertie
- S_2 le système constitué du triangle BCE, de masse m_2 et G_2 son centre d'inertie

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ situons G par rapport à G_1 , on peut écrire :

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

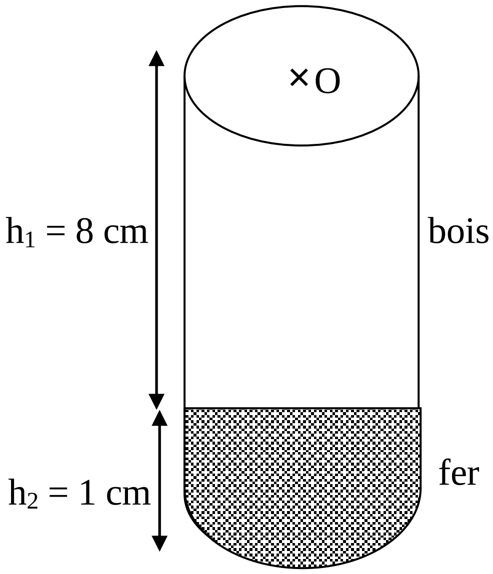
$(m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \dfrac{m_2}{(m_1 + m_2)}\times\overrightarrow{G_1G_2}$ or $m_1 = 2m_2$ alors:

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2}{2m_2 + m_2}\times\overrightarrow{G_1G_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \frac{1}{3}\times\overrightarrow{G_1G_2}$$



Exercice 4

Un cylindre en bois est lesté à la partie inférieure par du fer. Les deux parties sont chacune homogènes, de même diamètre, de même axe. La hauteur est de 8 cm pour la partie en bois et 1 cm pour la partie en fer.



Données
- masse volumique du bois $a_1 = 0,8\ g/cm^3$
- masse volumique du fer $a_2 = 7,8\ g/cm^3$
- Section $S = 30\ cm^2$

1) Déterminer la position du centre d'inertie G du cylindre entier par rapport à l'un des centres d'inertie.
2) Déterminer la position du centre d'inertie G du système par rapport à 0 situé au sommet du cylindre.

Corrigé 4

1) Déterminer la position du centre d'inertie G du cylindre entier par rapport à G_1 (centre d'inertie du bois).
Soit G_2 (centre d'inertie du fer)
Calculons les masses m_1 et m_2 du bois et du fer
<u>m_1 (masse du bois)</u>
$m_1 = a_1 \times V \Rightarrow \mathbf{m_1 = a_1 \times S \times h_1}$ <u>AN</u>: $m_1 = 0,8 \times 30 \times 8 \Leftrightarrow m_1 = 192$ g
<u>m_2 (masse du fer)</u>
$m_2 = a_2 \times V \Rightarrow \mathbf{m_2 = a_2 \times S \times h_2}$ <u>AN</u>: $m_2 = 7,8 \times 30 \times 1 \Leftrightarrow m_2 = 234$ g

Situons G par rapport à G_1

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \Leftrightarrow$

$\mathbf{\overrightarrow{G_1G} = \dfrac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times \overrightarrow{G_1G_2}}$ Ces vecteurs ayant le même sens et étant colinéaires, alors :

$\mathbf{G_1G = \dfrac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times G_1G_2}$ avec $G_1G_2 = \dfrac{1}{2} \times h_1 + \dfrac{1}{2} \times h_2 \Leftrightarrow G_1G_2 = 4 + 0,5 = 4,5$ cm

AN : $G_1G = \dfrac{234}{192 + 234} \Leftrightarrow G_1G = 2,47$ cm

Déterminons la position du centre d'inertie par rapport à O

1ère méthode

$OG = OG_1 + G_1G$ avec $OG_1 = \frac{1}{2}\times h_1 = 4$ cm AN : $OG = 4 + 2,47 = 6,47$ cm

2ème méthode

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ Introduisons le point O. Nous avons :

$m_1(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_1}) + m_2(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_2}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\times\overrightarrow{GO} + m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \mathbf{\overrightarrow{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}}$$

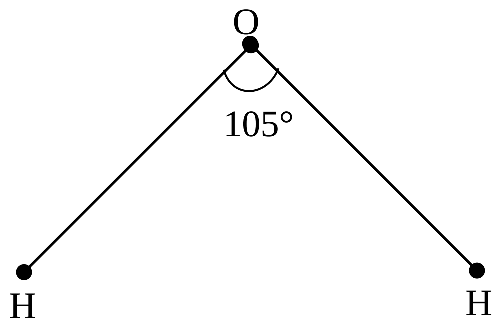
Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OG_1}$ et $\overrightarrow{OG_2}$ étant colinéaire et de même sens, on peut écrire :

$\mathbf{OG = \dfrac{m_1OG_1 + m_2OG_2}{m_1 + m_2}}$ avec $OG_1 = \frac{1}{2}\times h_2 = 4$ cm et $OG_2 = h_1 + \frac{1}{2}\times h_2 = 8 + 0,5 = 8,5$ cm

AN : $OG = \dfrac{192\times4 + 234\times8,5}{192 + 234} \Leftrightarrow OG = 6,47$ cm

Exercice 5

On a représenté ci-dessous la géométrie de la molécule d'eau



Données

- distance OH = 100 pm (1 pm = 10^{-12} m)
- $\widehat{HOH} = 105°$
- $M(O)=16g.mol^{-1}$ et $M(H)=1g.mol^{-1}$

La masse de chaque atome est supposée en son noyau.

Déterminer la position du centre d'inertie G de cette molécule.

Corrigé 5

Déterminons la position du centre d'inertie G de cette molécule :

- Soit G_1 le centre d'inertie des 2 atomes H affecté de la masse $2M_H$
- Soit G_2 le centre d'inertie de l'atome affecté de la masse M_o.
- Soit G le centre d'inertie du système $G_1(2\ M_H)$ et $G_2(M_o)$:

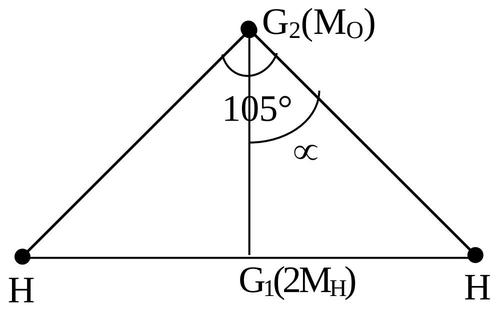
$2M_H\overrightarrow{GG_1} + M_O\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ Situons G par rapport à G_1

$2M_H\overrightarrow{GG_1} + M_O(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0} \Leftrightarrow (2M_H + M_O)\overrightarrow{GG_1} + M_O\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\mathbf{G_1G}} = \frac{\mathbf{M_O}}{\mathbf{2M_H + M_O}} \times \overrightarrow{\mathbf{G_1G_2}}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{G_1G}$ et $\overrightarrow{G_1G_2}$ étant colinéaire et de même sens, on peut écrire :

$$G_1G = \frac{\mathbf{M_O}}{\mathbf{2M_H + M_O}} \times \mathbf{G_1G_2}$$



$$\propto = \frac{105°}{2} = 52{,}5°$$

$HG_1 = \frac{1}{2} \times [H,H]$; $\mathbf{G_1G_2 = OH \times cos\propto}$

<u>AN</u> : $G_1G_2 = 100 \times \cos 52{,}5° = 60{,}87$ pm

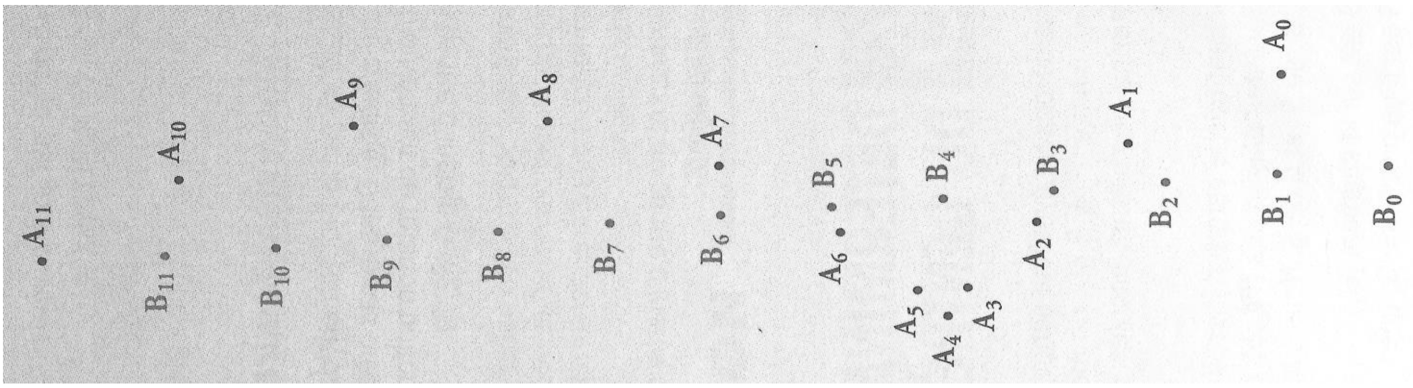
$$G_1G = \frac{16}{2+16} \times 60{,}87 \Leftrightarrow G_1G = 54{,}10 \text{ pm}$$

<u>Exercice 6</u>

On lance un palet cylindrique autoporteur sur une table horizontale. Ces étincelles marquent toutes les 40 ms les positions simultanées de deux points. C, le centre du palet, et A, un point près du bord. Le document est reproduit à l'échelle ½

1) Etudier le mouvement de C. Quel est ce point ?

2) En reportant à partir d'un point Fixe C_0 du plan de la table les segments successifs CA, on obtient la trajectoire de A dans un référentiel lié au mobile. Etudier le mouvement de A dans



ce référentiel. (On pourra repérer la direction de $\overrightarrow{CA}$ par rapport à la trajectoire de C, ne prendre que les positions impaires).

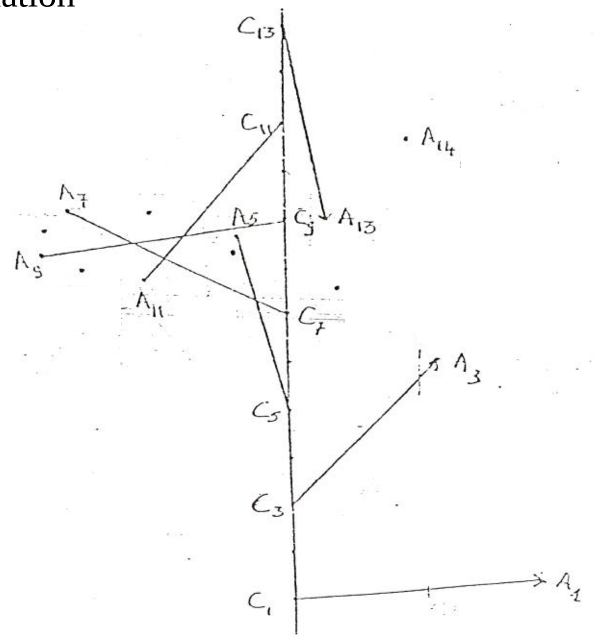
<u>Corrigé 6</u>

1) Le mouvement de C est rectiligne et uniforme (les marques sont régulièrement espacées). Le palet étant pseudo isolé (son poids est compensé par l'action du coussin d'air), son centre d'inertie G a un mouvement rectiligne uniforme. C = G

Sa vitesse $V_G = \frac{C_1C_{14}}{13\tau}$ <u>AN</u> : $V_G = \frac{12{,}8 \times 2}{13 \times 40.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 49{,}23$ cm/s

2) Reprenons la figure en traçant les vecteurs $\overrightarrow{C_1A_1}$; $\overrightarrow{C_3A_3}$; $\overrightarrow{C_5A_5}$; $\overrightarrow{C_7A_7}$; $\overrightarrow{C_9A_9}$; $\overrightarrow{C_{11}A_{11}}$; $\overrightarrow{C_{13}A_{13}}$ ainsi de suite.

Pour étudier le mouvement du point A, il suffit de prendre un point fixe C_O appartenant à la trajectoire de C, puis ramener les points C_1 , C_3 , C_5 , C_7 , C_9 ,C_{11} , C_{13} au point C_O puis tracer les vecteurs par translation



Puisque $C_OA_1 = C_OA_3 = C_OA_5 = C_OA_7 = C_OA_9 = C_OA_{11} = C_OA_{13}$ On peut affirmer sans se tromper que A décrit un cercle de centre C_O et de rayon C_OA_1

Le mouvement de A donc circulaire et uniforme dans le référentiel lié au palet

Calculons sa vitesse :

Le palet A effectue ¾ de tour entre A_1 et A_{13}

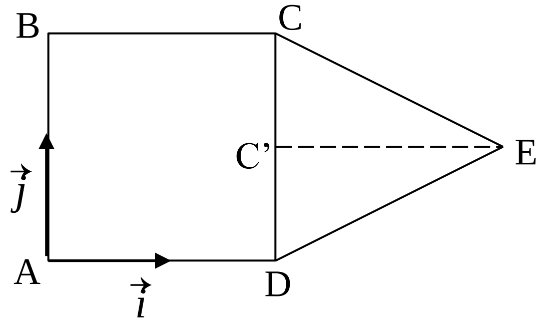
$$\mathbf{V_A = \frac{A_1A_{13}}{12\tau} = \frac{\frac{3}{4}\times 2\Pi\times C_OA_1}{12\tau} = \frac{\Pi}{8}\times\frac{C_OA_1}{\tau}}$$

AN : $V_A = \frac{\Pi}{8}\times\frac{3{,}7\times 2}{40.10^{-2}} \Leftrightarrow V_A = 72{,}6$ cm/s

V_A est la vitesse de A dans le référentiel lié à C en mouvement par rapport à la table.

Exercice 7

La plaque ABCD représenté ci-après, homogène et d'épaisseur constante, est formé d'une partie carrée ABCD de côté a = 3 cm, d'une partie triangulaire CDE tel que (CD = C'E = a = 3 cm)



1) Déterminer graphiquement La position du centre d'inertie G de cette plaque.

2) Déterminer par le calcul la position du centre d'inertie G de cette plaque dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$

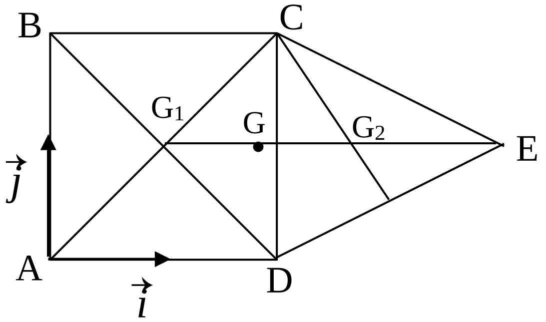
Corrigé 7

Soit $G_1(m_1)$ le centre d'inertie du carré et $G_2(m_2)$ le centre d'inertie du triangle.
G le centre d'inertie du système $G_1(m_1)$ et $G_2(m_2)$. On peut écrire :

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ Situons G par rapport à G_1

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \dfrac{m_2}{(m_1+m_2)}\times\overrightarrow{G_1G_2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{G_1G} = \dfrac{1}{3}\times\overrightarrow{G_1G_2}}$



Aires des différentes figures :

$A_1 = a^2$

$A_2 = \dfrac{a^2}{2}$

$A_1 = 2A_2$ d'où $m_1 = 2m_2$

2) La position de G dans $(A, \vec{i}, \vec{j})$

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$ En introduisant A l'origine du repère, on obtient :

$m_1(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AG_1}) + m_2(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AG_2}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \dfrac{m_1}{m_1+m_2}\times\overrightarrow{AG_1} + \dfrac{m_2}{m_1+m_2}\times\overrightarrow{AG_2}$ avec $m_1 = 2m_2$ on a $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\times\overrightarrow{AG_1} + \dfrac{1}{3}\times\overrightarrow{AG_2}$

Dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$ $G_1(\frac{1}{2}a\ ;\ \frac{1}{2}a)$; $G_2(\frac{4}{3}a\ ;\ \frac{1}{2}a)$

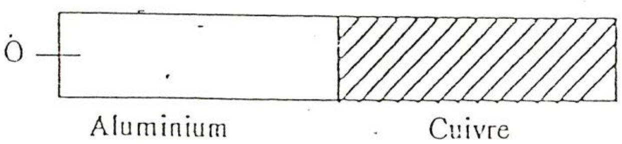
$\overrightarrow{AG_1}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}a\\[4pt] \frac{1}{2}a\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AG_2}\begin{pmatrix}\frac{4}{3}a\\[4pt] \frac{1}{2}a\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\times(\dfrac{1}{2}a\vec{i} + \dfrac{1}{2}a\vec{j}) + \dfrac{1}{3}\times(\dfrac{4}{3}a\vec{i} + \dfrac{1}{2}a\vec{j}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \dfrac{7}{9}a\vec{i} + \dfrac{1}{2}a\vec{j}$

Les coordonnées de $G(\frac{7}{9}a\ ;\ \frac{1}{2}a)$

Exercice 8

Une barre de longueur l = 40 cm est constituée pour moitié d'aluminium de masse volumique $\mu_1 = 2{,}7\ g/cm^3$ et pour autre moitié de cuivre de masse volumique $\mu_2 = 8{,}9\ g/cm^3$



1) Calculer le rapport le rapport $\dfrac{m_1}{m_2}$ des masses d'aluminium et de cuivre.

2) Déterminer la position du centre d'inertie G du système par rapport à O

(l'extrémité de la barre)

3) Quelle devrait être la masse m d'une bille pratiquement ponctuelle qu'il faudrait coller en O pour que le nouveau centre G' de l'ensemble soit au milieu de la barre ?
On donne la section de la barre est $S = 1cm^2$

Corrigé 8

1) Calculer le rapport le rapport $\frac{m_1}{m_2}$ des masses d'aluminium et de cuivre.

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1 \times V_1}{\mu_2 \times V_2}$ or $V_1 = V_2$ alors $\mathbf{\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}}$ AN : $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2,7}{8,9} = 0,30 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 0,30$

2) Déterminer la position du centre d'inertie G du système par rapport à O
Soit $G_1(m_1)$ le centre d'inertie de la partie en cuivre
$G_2(m_2)$ le centre d'inertie de la partie en cuivre
G le centre d'inertie du système $G_1(m_1)$ et $G_2(m_2)$

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{\overrightarrow{OG} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \times \overrightarrow{OG_1} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \times \overrightarrow{OG_2}}$

$\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OG_1}$, $\overrightarrow{OG_2}$ étant colinéaires et de même sens alors :

$\mathbf{OG = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \times OG_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \times OG_2}$

avec $m_1 = 0,3m_2$; $OG_1 = \frac{1}{4} \times l = 10$ cm ; $OG_2 = \frac{3}{4} \times l = 30$ cm

AN : $OG = \frac{0,3}{0,3 + 1} \times 10 + \frac{1}{0,3 + 1} \times 30 \Leftrightarrow OG = 25,38$ cm

3) La masse m de cette bille devrait être.
Le nouveau centre d'inertie G' de l'ensemble est tel que :

$m\overrightarrow{G'O} + (m_1 + m_2)\overrightarrow{G'G} = \vec{0}$ Situons G' par rapport à O

$m\overrightarrow{G'O} + (m_1 + m_2)(\overrightarrow{G'O} + \overrightarrow{OG}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m + m_1 + m_2)\overrightarrow{G'O} = -(m_1 + m_2)\overrightarrow{OG}$

$$\mathbf{m = \frac{(m_1 + m_2)(\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OG'})}{\overrightarrow{OG'}}}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OG'}$ étant colinéaires et de même sens alors :

$\mathbf{m = \frac{(m_1 + m_2)(OG - OG')}{OG'}}$ avec $OG' = \frac{1}{2} \times l = 20$ cm ; $OG = 25,38$ cm

$m_1 = \mu_1 \times S \times \frac{1}{2} \times l = 2,7 \times 1 \times 20 = 54$ g ; $m_1 = \mu_2 \times S \times \frac{1}{2} \times l = 8,9 \times 1 \times 20 = 178$ g

$m_1 + m_2 = 54 + 178 \Leftrightarrow m_1 + m_2 = 232$ g

$m = \frac{232(25,38 - 20)}{20} \Leftrightarrow m = 62,4$ g

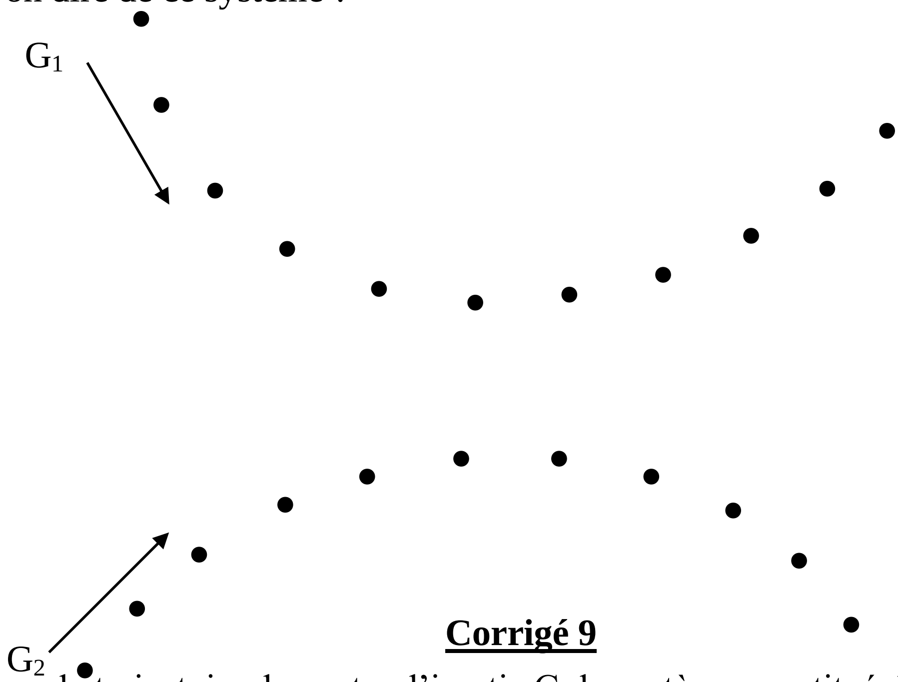
Exercice 9

Deux palets autoporteurs, indépendants, de masse $m_1 = 200$ g et $m_2 = 600$ g de centre G_1 et G_2 sont lancés sur une table horizontale. Ils se rencontrent au cours d'un choc puis se séparent. Les positions de G_1 et G_2 sont marquées tous □□= 40 ms. L'enregistrement obtenu est reproduit ci-dessous à l'échelle 1/3.

1) Déterminer la trajectoire du centre d'inertie G du système constitué des deux palets.

2) Calculer la vitesse du point G et représenter le vecteur vitesse $\vec{V}_G$

3) Que peut-on dire de ce système ?



Corrigé 9

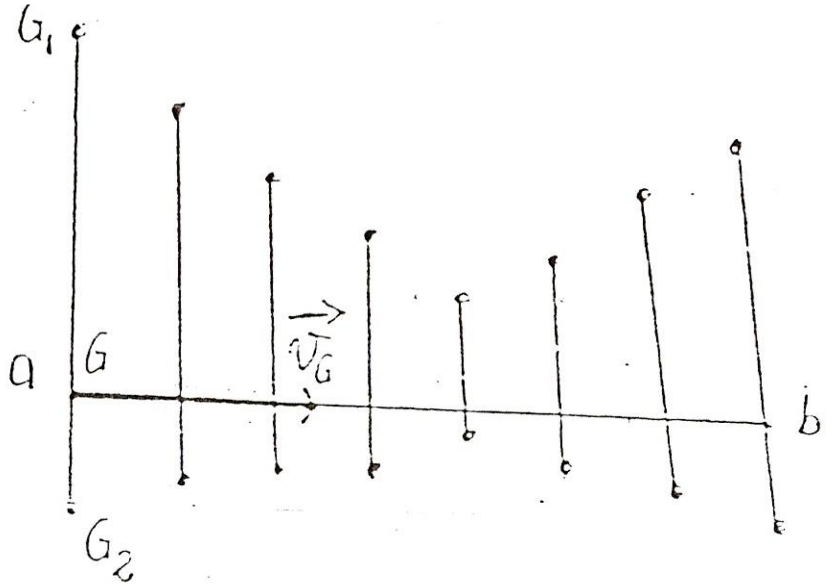
1) Déterminons la trajectoire du centre d'inertie G du système constitué des deux palets

Soit G le centre d'inertie du système $G_1(m_1)$ et $G_2(m_2)$

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times \overrightarrow{G_1G_2} \qquad \underline{\text{AN}}: \ \overrightarrow{G_1G} = \frac{600}{800} \times \overrightarrow{G_1G_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \frac{3}{4} \times \overrightarrow{G_1G_2}$$

Pour chaque couple de position de G_1 et de G_2, on place G au $\frac{3}{4}$ du vecteur $\overrightarrow{G_1G_2}$



La trajectoire de G est une droite. Les positions successives de G sont équidistantes. Le mouvement de G est donc rectiligne uniforme.

2) Calculons la vitesse du point G et représentons le vecteur vitesse $\vec{V}_G$
On peut calculer la vitesse de G en choisissant deux positions quelconques par exemple a et b

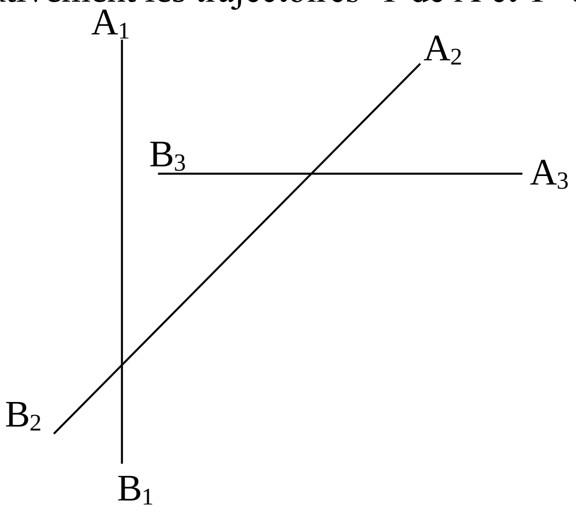
$$\mathbf{V_G = \frac{a \times b}{7 \times \tau}} \quad \underline{\text{AN}}: \quad V_G = \frac{6 \times 3}{7 \times 40.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 64{,}28 \text{ cm/s} \text{ ou } V_G = 0{,}64 \text{ m/s}$$

3) Le système constitué par l'ensemble des deux palets est pseudo isolé puisque son centre d'inertie a un mouvement rectiligne uniforme (principe de l'inertie).

Exercice 10

Au dates $t_1 = 0$ s, $t_2 = 20$ ms et $t_3 = 40$ ms, une barre AB, se déplaçant sans frottement sur un support plan horizontal, occupe successivement les positions A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 indiqué sur la figure ci-dessous. On donne AB = 35 cm et le centre G de la barre est à 10 cm de A. Echelle: 1 cm $\longrightarrow$ 10 cm

1) Calculer la vitesse de G.
2) Représenter les positions de G aux dates :
   $t_4 = 60$ s ; $t_5 = 80$ s ; $t_6 = 100$ s ; $t_7 = 120$ s ; $t_8 = 140$ s ; $t_9 = 160$ s
3) Tracer qualitativement les trajectoires T de A et T' de B dans le référentiel du support.



Corrigé 10

1) Calculons la vitesse de G

$$V_G = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \mathbf{V_G = \frac{G_1G_3}{t_3 - t_1}} \quad \underline{\text{AN}}: \quad V_G = \frac{3 \times 10^{-2} \times 10}{40.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 7{,}5 \text{ m/s}$$

Sur le dessin $V_G = \dfrac{3 \text{ cm}}{40.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 7{,}5$ cm/s

2) Représentons les positions de G:
Le mouvement de G est rectiligne et uniforme. Les positions successives de G sont équidistantes. Sur le dessin :
$G_1G_2 = G_2G_3 = G_3G_4 = G_4G_5 = G_5G_6 = G_6G_7 = G_7G_8 = G_8G_9 = 1{,}5$ cm

Or le mouvement de G étant rectiligne et uniforme ;

$$V_G = \frac{G_1G_O}{t_O - t_1} \Rightarrow G_1G_O = V_G(t_O - t_1) \Leftrightarrow G_1G_O = V_G \times t_O \ \text{ avec } \ t_1 = 0$$

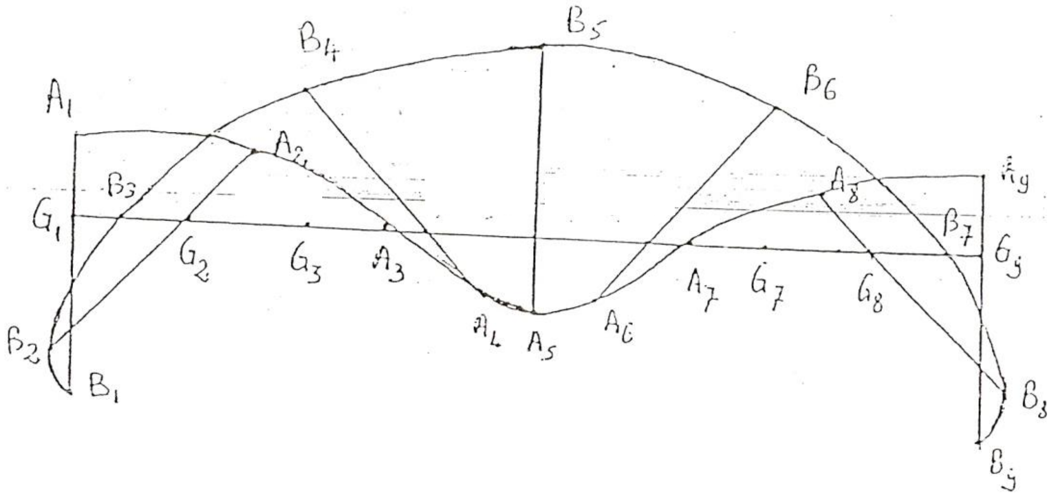
Alors $G_1G_4 = 75 \times t_4 = 75 \times 60.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_4 = 7{,}5$ cm/s

$G_1G_5 = 75 \times 80.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_5 = 6$ cm ; $G_1G_6 = 75 \times 100.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_6 = 7{,}5$ cm

$G_1G_7 = 75 \times 120.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_7 = 9$ cm ; $G_1G_8 = 75 \times 140.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_8 = 10{,}5$ cm

$G_1G_9 = 75 \times 160.10^{-3} \Leftrightarrow G_1G_9 = 12$ cm

3) Tracer qualitativement les trajectoires T de A et T' de B dans le référentiel du support
En considérant les points G_1 et G_2, on constate que la position G_5 de G est le centre de $[G_1G_9]$. Et qu'en G_5, le mouvement de G se répète inversement à lui-même.

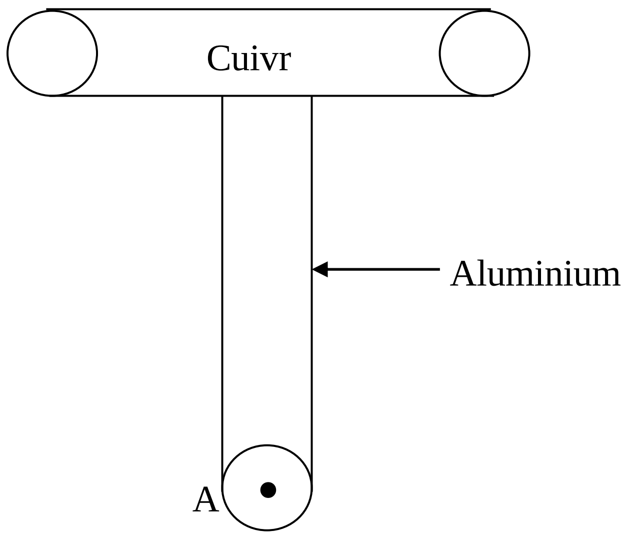


Exercice 11

Une canne est constituée de deux cylindres homogènes : l'une est en cuivre et l'autre en aluminium. <u>On donne</u> :

- Cuivre ($d_1 = 20$ cm ; $a_1 = 8{,}9$ g/cm^3 ; $h_1 = 30$ cm)
- Aluminum ($d_2 = 20$ cm ; $a_2 = 2{,}7$ g/cm^3 ; $h_2 = 70$ cm)

1) Calculer le rapport des masses m_1/m_2 du cuivre et de l'aluminium.
2) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à G_1.
3) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à un point A situé à l'extrémité de la canne.



Corrigé 11

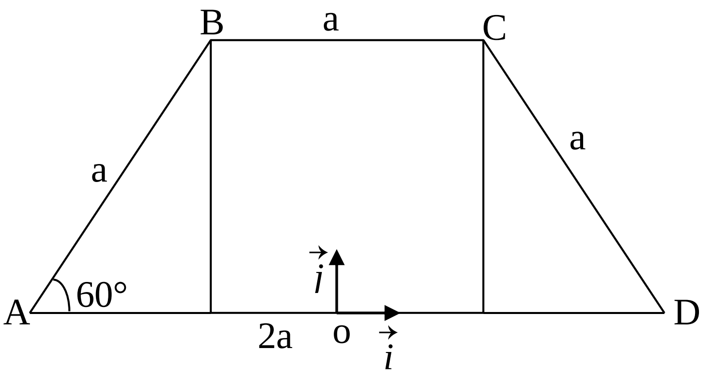
1) Calculer le rapport des masses $\frac{m_1}{m_2}$ du cuivre et de l'aluminium. $\frac{m_1}{m_2} = 1{,}41$

2) Déterminons la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à G_1. $G_1G = 18{,}67$ cm

3) Déterminons la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à un point A situé à l'extrémité de la canne
AG = 61,33 cm

Exercice 12

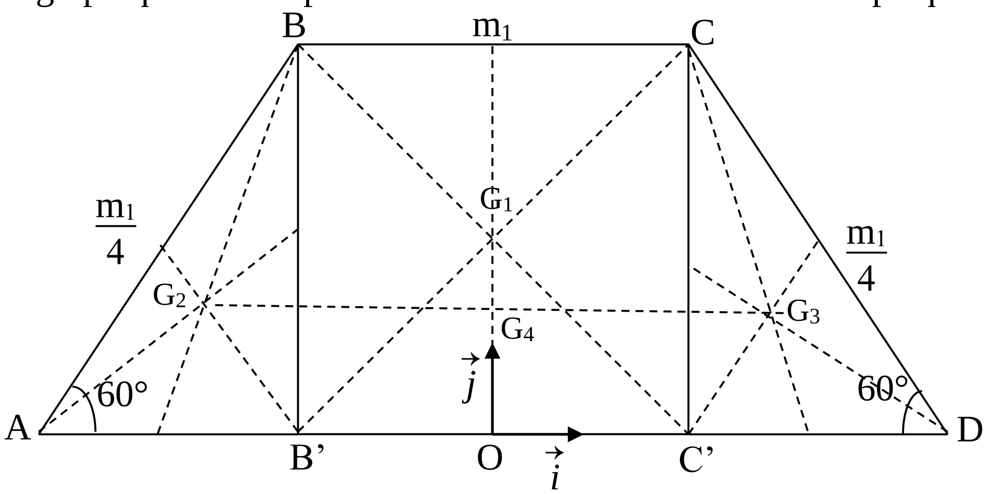
La plaque ABCD représenté ci-après, homogène et d'épaisseur constante, a une forme trapézoïdale avec : AB = BC = CD = a et la base AD = 2a



1) Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie de cette plaque.
2) Déterminer la position du centre de cette plaque par le calcul en utilisant le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec o milieu de AD

Corrigé 12

1) Déterminer graphiquement la position du centre d'inertie G de cette plaque



Soit G le centre d'inertie du système $G_1(m_1)$ et $G_2(m_2)$ avec $m_2 = \frac{m_1}{2} \Leftrightarrow m_1 = 2m_2$

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_4} = \vec{0}$ Situons G par rapport à G_1

$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_4}) = \vec{0} \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_4} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow\ \overrightarrow{G_1G} = \dfrac{m_2}{(m_1+m_2)} \times \overrightarrow{G_1G_4}\ \Leftrightarrow\ \boldsymbol{\overrightarrow{G_1G} = \dfrac{1}{3} \times \overrightarrow{G_1G_4}}$

Les vecteurs $\overrightarrow{G_1G}$ et $\overrightarrow{G_1G_4}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire sans se tromper :

$\boldsymbol{G_1G = \dfrac{1}{3} \times G_1G_4}$ avec $G_1G_4 = \dfrac{1}{6} \times a$ et $G_2G_3 = \dfrac{1}{3} \times a$

Le point G est situé à $\dfrac{1}{3}$ du segment $[G_1G_4]$ à partir de G_1

2) Déterminons la position du centre de cette plaque par le calcul en utilisant le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec o milieu de AD. Ce qui revient à situer G par rapport à O

1ère méthode

$\overrightarrow{OG} = \dfrac{m_1}{m_1+m_2} \times \overrightarrow{OG_1} + \dfrac{m_2}{(m_1+m_2)} \times \overrightarrow{OG_4}$ avec $m_1 = 2m_2$ alors $\boldsymbol{\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3} \times \overrightarrow{OG_1} + \dfrac{1}{3} \times \overrightarrow{OG_4}}$

Dans $(O,\vec{i},\vec{j})$; $G_1(0\ ; \dfrac{1}{2} \times a)$; $G_4(0\ ; a)$

$\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3}(0 \times \vec{i} + \dfrac{2}{3} \times \vec{j}) + \dfrac{1}{3}(0 \times \vec{i} + \dfrac{1}{3} \times \vec{j}) \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{3} \times a \times \vec{j} + \dfrac{1}{9} \times a \times \vec{j}$

2ème méthode

$\overrightarrow{OG} = \dfrac{m_1}{m_1+m_2+m_3} \times \overrightarrow{OG_1} + \dfrac{m_2}{m_1+m_2+m_3} \times \overrightarrow{OG_2} + \dfrac{m_3}{m_1+m_2+m_3} \times \overrightarrow{OG_3}$

Avec $m_2 = \dfrac{1}{4} \times m_1$ et $m_3 = \dfrac{1}{4} \times m_1$

$\boldsymbol{\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3} \times \overrightarrow{OG_1} + \dfrac{1}{6} \times \overrightarrow{OG_2} + \dfrac{1}{6} \times \overrightarrow{OG_3}}$

Dans $(O,\vec{i},\vec{j})$; $G_1(0\ ; \dfrac{1}{2} \times a)$; $G_2(-\dfrac{2}{3} \times a\ ; \dfrac{1}{3} \times a)$; $G_3(\dfrac{2}{3} \times a\ ; \dfrac{1}{3} \times a)$

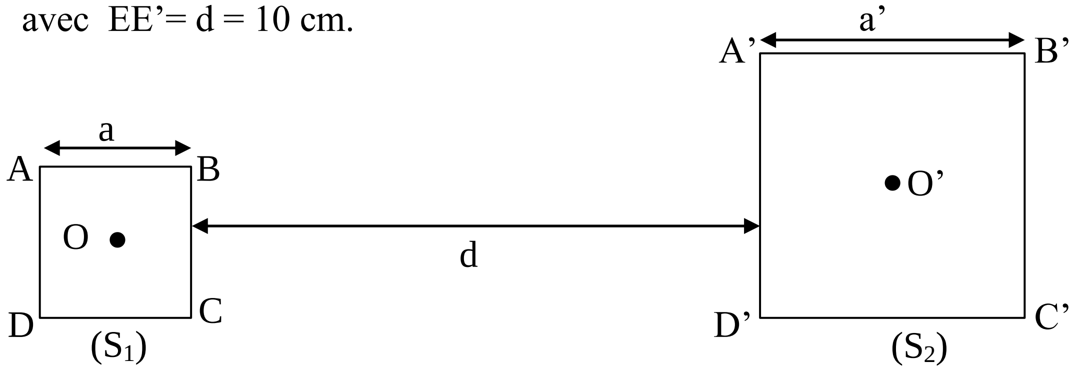
$\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3}(\dfrac{1}{2} \times a \times \vec{j}) + \boldsymbol{\dfrac{1}{6} \times (}-\dfrac{2}{3} \times a \times \vec{i} + \dfrac{1}{3} \times a \times \vec{j}) + (\dfrac{2}{3} \times a \times \vec{i} + \dfrac{1}{3} \times a \times \vec{j})$

$\overrightarrow{OG} = (\dfrac{1}{3} \times a + \dfrac{1}{18} \times a + \dfrac{1}{18} \times a) \times \vec{j} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \dfrac{4}{9} \times a \times \vec{j}$ d'où $\boldsymbol{G(0\ ; \dfrac{4}{9} \times a)}$

Exercice 13

Dans une plaque de carton parfaitement plane et homogène, on découpe deux carrés ABCD de côté a = 5 cm et A'B'C'D' de côté a' = 10 cm. On les dispose comme l'indique la figure ci-dessous (AB//A'B'//OO', O et O' étant les centres des deux carrés)

avec EE'= d = 10 cm.



1) Déterminer la position du centre d'inertie G des deux systèmes (S_1) et (S_2).
2) Déterminer la position du centre d'inertie G' des deux systèmes (S_1) et (S_2) si d = 0.

Corrigé 13

1) Déterminons la position du centre d'inertie G des deux systèmes (S_1) et (S_2).
Soit G le centre d'inertie du système O(m) et O'(m')

$m\overrightarrow{GO} + m'\overrightarrow{GO'} = \vec{0}$ Situons G par rapport à O : $\overrightarrow{OG} = \frac{m'}{m + m'} \times \overrightarrow{OO'}$

Calculons les aires des deux carrés
$S_1 = a^2 = 25\ cm^2$ et $S_2 = a^2 = 100\ cm^2$ d'où $S_2 = 4S_1$ donc m' = 4m

$\mathbf{\overrightarrow{OG} = \frac{4}{5} \times \overrightarrow{OO'}}$ Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OO'}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire sans se tromper que: $\mathbf{OG = \frac{4}{5} \times OO'}$ avec $OO' = \frac{1}{2} \times a + d + \frac{1}{2} \times a' = 2{,}5 + 10 + 5 = 17{,}5\ cm$

$$OG = \frac{4}{5} \times 17{,}5 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{OG = 14\ cm}$$

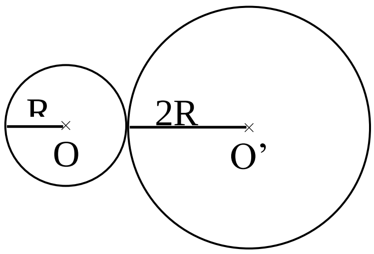
2) Déterminons la position du centre d'inertie G' des deux systèmes (S_1) et (S_2) si d = 0

$\overrightarrow{OG'} = \frac{4}{5} \times \overrightarrow{OO'}$ Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OO'}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire :

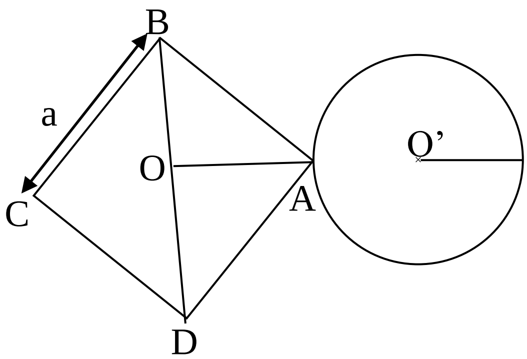
$\mathbf{OG' = \frac{4}{5} \times OO'}$ <u>AN</u> : $OG' = \frac{4}{5} \times (2{,}5 + 5) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{OG' = 6\ cm.}$

<u>Exercice 14</u>

I) On se rapporte à la figure ci-dessous et on suppose maintenant qu'elle représente deux sphères homogènes de rayon R et 2R et constituées du même matériau. Trouver la position du centre d'inertie G de ce système. Volume de la sphère de rayon est $V = \frac{4}{3}\Pi R^3$



II) Dans une plaque de carton plane et homogène on découpe un carré de côté a et un Disque de rayon R et on les assemble comme l'indique la figure.



1) Trouver la position du centre d'inertie G du système ainsi formé.
2) Faire l'application numérique dans le cas où R = a.

Corrigé 14

I) En adoptant le même raisonnement on a :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times \overrightarrow{OO'}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OO'}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire :

$$\mathbf{OG = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times OO'}$$

Calculons les volumes des deux sphères

$$V_1 = \frac{4}{3}\times\Pi\times R^3 \ ; \ V_2 = \frac{4}{3}\times\Pi\times(2R)^3 \Leftrightarrow V_2 = (\frac{4}{3}\times\Pi\times R^3)\times 8 \Leftrightarrow V_2 = 8\times V_1 \Rightarrow m_2 = 8m_1$$

<u>AN</u> : $OG = \frac{8}{9}\times OO' = \frac{8}{9}\times 3\times R \Leftrightarrow \mathbf{OG = \frac{8}{3}\times R}$

II) En adoptant le même raisonnement on a :
1) Trouvons la position du centre d'inertie G du système ainsi formé

$$\mathbf{\overrightarrow{OG} = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times \overrightarrow{OO'}}$$ m_1 masse du carré et m_2 masse du disque

Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$ et $\overrightarrow{OO'}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire :

$$OG = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times OO' \quad \text{avec } OO' = OA + R \Leftrightarrow OO' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

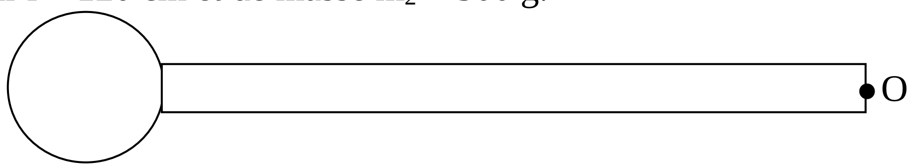
$$\mathbf{OG = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \times (R + \frac{a\sqrt{2}}{2})}$$

2) Faisons l'application numérique dans le cas où R = a.
Calculons les surfaces du carré et du disque
Carré : $S_1 = a^2 = R^2$; disque : $S_2 = \Pi\times R^2$ d'où $S_2 = \Pi\times S_1$ alors $m_2 = \Pi\times m_1$

$$OG = \frac{\Pi m_1}{m_1 + \Pi m_1} \times (R + \frac{R\sqrt{2}}{2}) \Leftrightarrow \mathbf{OG = \left(\frac{\Pi}{1+\Pi}\right) \times \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) \times R}$$

Exercice 15

Un forgeron fabrique une canne à l'aide de deux solides homogènes. Cette canne est constituée d'une sphère de diamètre d = 10 cm et de masse m_1 = 200 g et d'une tige de longueur l = 120 cm et de masse m_2 = 500 g.

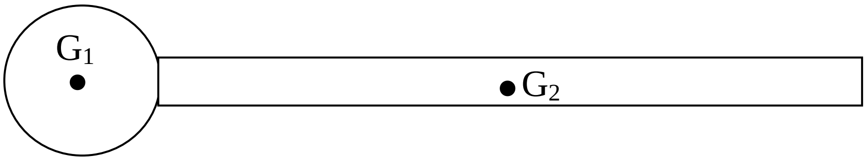


1) Repérer les centres d'inertie G_1 de la sphère et G_2 sur la figure.
2) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à G_1

3) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à un point O situé à l'extrémité de la canne.

Corrigé 15

1) Repérons les centres d'inertie G_1 de la sphère et G_2 sur la figure.



2) Déterminer la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à G_1

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0}$$

$$(m_1 + m_2)\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0} \Leftrightarrow \mathbf{\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\times\overrightarrow{G_1G_2}}$$

<u>AN</u> : $G_1G = \frac{500}{700}\times 65 \Leftrightarrow G_1G = 46{,}42 \text{ cm}$

Les vecteurs $\overrightarrow{G_1G}$ et $\overrightarrow{G_1G_2}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire :

$\mathbf{G_1G = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\times G_1G_2}$ avec $G_1G_2 = \frac{1}{2}\times d + \frac{1}{2} \Leftrightarrow G_1G_2 = 65 \text{ cm}$

3) Déterminons la position du centre d'inertie G de la canne par rapport à un point O situé à l'extrémité de la canne.

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \Leftrightarrow m_1(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_1}) + m_2(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_2}) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\times\overrightarrow{OG_1} + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\times\overrightarrow{OG_2}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{OG}$; $\overrightarrow{OG_1}$ et $\overrightarrow{OG_2}$ étant colinéaires et de même sens , on peut écrire :

$$\mathbf{OG = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\times OG_1 + \frac{m_2}{(m_1 + m_2)}\times OG_2}$$

<u>AN</u> : $OG = \frac{200\times 125 + 500\times 60}{700} \Leftrightarrow OG = 78{,}57 \text{ cm} \Rightarrow OG \approx 78{,}6 \text{ cm}$

Chapitre 6 QUANTITE DE MOUVEMENT

Résumé

- Le vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$ d'un mobile de masse m_1 est le produit de masse par le vecteur $\vec{V}_G$ de son centre d'inertie

$\boxed{\vec{P} = m\vec{V}_G}$ Ce vecteur $\vec{P}$ a les caractéristiques suivantes :

* Origine : le centre d'inertie G

* Direction et sens : ceux du vecteur $\vec{V}_G$
* Module : $\boxed{P = mV_G}$

P en $kg.m.s^{-1}$; m en kg ; V_G en $m.s^{-1}$

- Le vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$ d'un système de deux solides S_1 et S_2 est égale à la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque solide.

$$\boxed{\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1\overrightarrow{V_{G1}} + m_2\overrightarrow{V_{G2}}}$$

- Le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo isolé, déformable ou non reste constant.
- La loi de conservation de quantité de mouvement :
Le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo isolé de deux solides S_1 et S_2 se conserve au cours d'un choc, élastique ou non, entre ces deux solides.

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \boxed{m_1\overrightarrow{V_{G1}} + m_2\overrightarrow{V_{G2}} = m_1\overrightarrow{V_{G1}} + m_2\overrightarrow{V_{G2}}}$$

Exercice 1

1) Calculer le module du vecteur quantité de mouvement :
a) d'une automobile de masse de masse m 800kg lancée à la vitesse V = 108 $km.h^{-1}$
b) d'un proton de masse $m_P = 1{,}67.10^{-27}$ kg animé d'une vitesse $V_P = 2.10^6$ $m.s^{-1}$.
2) Exprimer en km/h, la vitesse d'une automobile de 1,2 t dont la quantité de mouvement vaut 3.10^4 $kg.m.s^{-1}$.

Corrigé 1

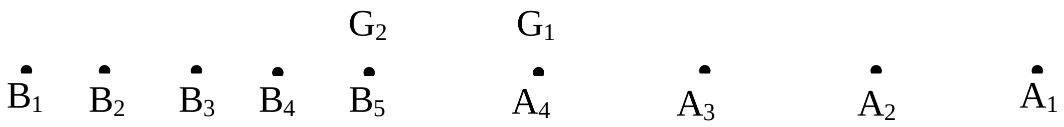
1) Par définition $P = m\times V_G$
a) $P = 800\times30 \Leftrightarrow P = 24.000$ kg.m/s ; b) $P = 1{,}67.10^{-27}\times2.10^6 \Leftrightarrow P = 3{,}34.10^{-21}$ kg.m/s

2) Expression de la vitesse en km/h : On sait que $P = m\times V_G \Rightarrow \mathbf{V_G = \frac{P}{m}}$

$\underline{\text{AN}}$: $V_G = \dfrac{3.10^4}{1200} \Leftrightarrow V_G = 25$ m/s ; $V_G = 25\times3{,}6 \Leftrightarrow V_G = 90$ km/h

Exercice 2

Sur un banc à coussin d'air horizontal, on a repéré à intervalles de temps égaux à $\tau = 20$ms, les positions des centres d'inertie G_1 et G_2 de deux solides A et B. Ces solides se dirigent l'un vers l'autre. La masse de A est $m_A = 150$ g et celle de B est $m_B = 150$ g



1) L'échelle du document ci-dessus étant 1/5, calculer la vitesse du centre d'inertie de chaque solide.

2) Déterminer la quantité de mouvement de chaque solide. Représenter les vecteurs quantité de mouvement de chaque solide à l'échelle 1 cm $\longrightarrow$ 0,1 kg.m.s^{-1}

3) Calculer la quantité de mouvement de l'ensemble (A + B). En déduire la vitesse du centre d'inertie de cet ensemble.

Corrigé 2

1) calculons la vitesse du centre d'inertie de chaque solide.

Chaque solide étant animé d'un mouvement rectiligne uniforme, il suffit de déterminer pour chaque solide. Soit la vitesse instantanée en un point, soit la vitesse moyenne.

- vitesse du solide en A

$\mathbf{V_A} = \dfrac{\mathbf{A_1A_3}}{\mathbf{2\tau}}$ $\underline{\text{AN}}$: $V_A = \dfrac{4\times10^{-2}}{2\times20.10^{-3}}\times5 \Leftrightarrow V_A = 5$ m/s

- vitesse du solide en B

$\mathbf{V_B} = \dfrac{\mathbf{B_1B_3}}{\mathbf{2\tau}}$ $\underline{\text{AN}}$: $V_B = \dfrac{2.10^{-2}}{2\times20.10^{-3}}\times5 \Leftrightarrow V_B = 2{,}5$ m/s

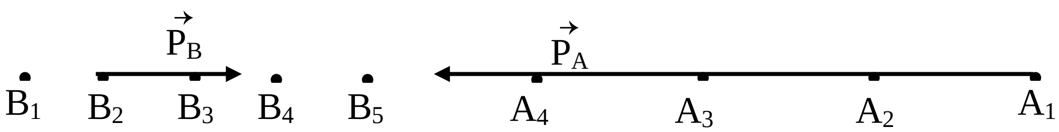
2) Déterminons les quantités de mouvement des solides

Par définition $P = m\times V$

- Solide A: $P_A = 0{,}15\times5 \Leftrightarrow P_A = 0{,}75$ kg.m/s
- Solide B: $P_B = 0{,}05\times2{,}5 \Leftrightarrow P_B = 0{,}1255$ kg.m/s

Représentation des vecteurs quantité de mouvement.

D'après l'échelle : $\vec{P}_A \longleftrightarrow$ 7,5 cm ; $\vec{P}_B \longleftrightarrow$ 1,25 cm



3) La quantité de mouvement de l'ensemble est :

$\vec{P} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$

Le sens de déplacement de l'ensemble est imposé par le solide qui a la plus grande quantité de mouvement. D'où en norme on a :

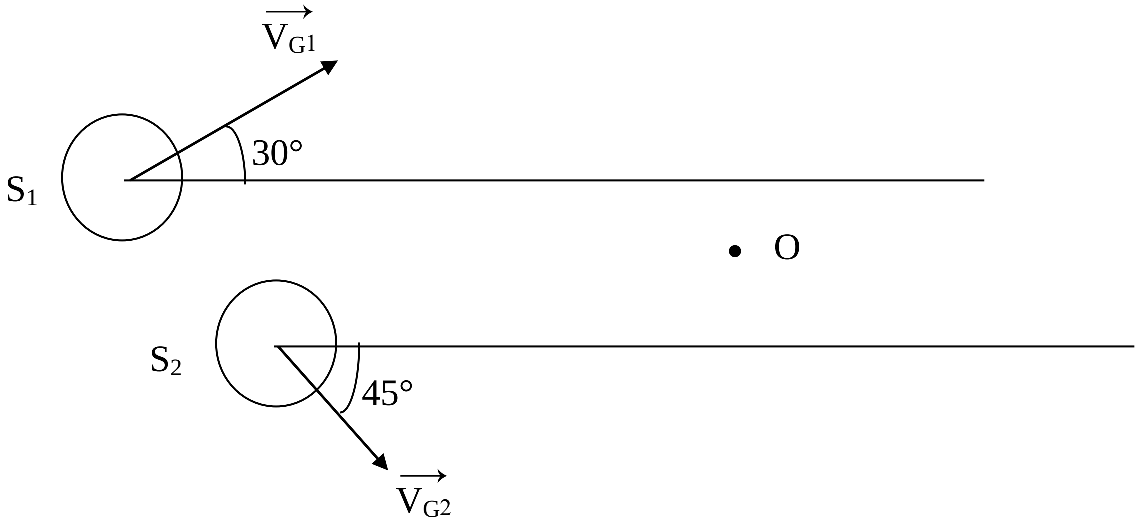
$\mathbf{P = P_A - P_B}$ $\underline{\text{AN}}$: $P = 0{,}75 - 0{,}125 \Leftrightarrow P = 0{,}625$ kg.m/s

La vitesse de l'ensemble :

On sait que $P = (m_A + m_B)\times V_G \Rightarrow V_G = \dfrac{P}{m_A + m_B}$ AN : $V_G = \dfrac{0,625}{(50 + 150)\times 10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 3,15$ m/s

Exercice 3

On considère les deux solides ci-dessous



- Solide S_1 : $m_1 = 5$ kg ; vitesse de G_1 : $\overrightarrow{V_{G1}}$ avec $V_{G1} = 1$ m/s

- Solide S_2 : $m_2 =$ kg ; vitesse de G_2 : $\overrightarrow{V_{G2}} = 20$ m/s

1) Calculer les modules P_1 et P_2 des vecteurs quantité de mouvement $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$ des solides S_1 et S_2 .

2) Représenter avec la même origine O les vecteurs quantité de mouvement $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$
Echelle : 1 cm $\longrightarrow$ 0,1 kg.m.s^{-1}

3) Construire le vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$ du système $(S_1 + S_2)$

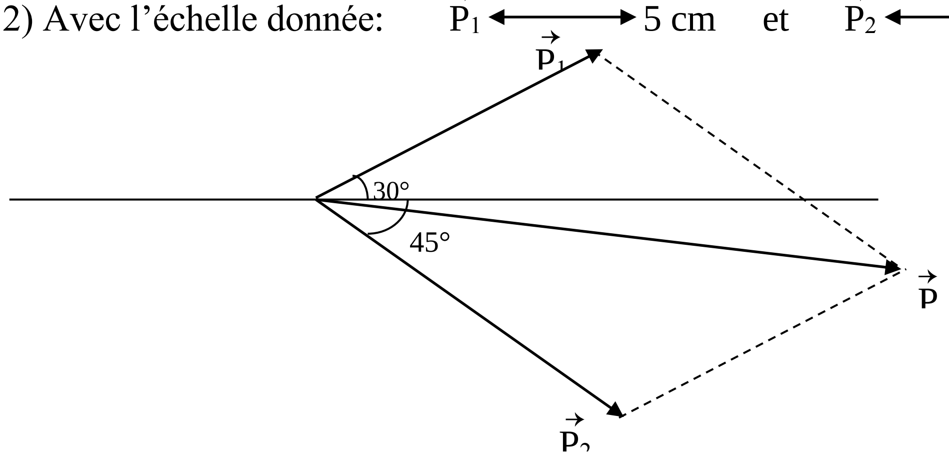
Déterminer son module P et l'angle qu'il forme avec $\vec{P}_1$ ou $\vec{P}_2$.

4) Calculer la vitesse V_G du centre d'inertie G du système mécanique $(S_1 + S_2)$.

Corrigé 3

1) Calculer les modules P_1 et P_2 des vecteurs quantité de mouvement $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$
- Solide S_1 : $P_1 = 5\times 1 \Leftrightarrow P_1 = 5$ kg.m/s ; - Solide S_2 : $P_2 = 3\times 2 \Leftrightarrow P_2 = 6$ kg.m/s

2) Avec l'échelle donnée: $\vec{P}_1 \longleftrightarrow$ 5 cm et $\vec{P}_2 \longleftrightarrow$ 6 cm



$mes(\vec{P}, \vec{P}_1) = 41°$

3) Le module du vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$

D'après l'échelle : $\vec{P} \longleftrightarrow$ 8,8 cm d'où **P = 8,8 kg.m/s**

4) Calculer la vitesse V_G du centre d'inertie G du système mécanique ($S_1 + S_2$).

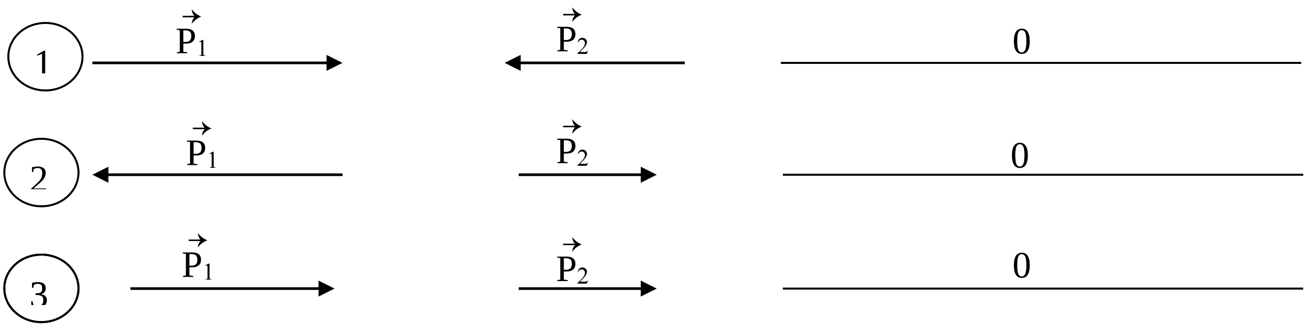
$P = (m_1 + m_2) \times V_G \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_G = \dfrac{P}{m_1 + m_2}} \quad$ <u>AN</u> : $V_G = \dfrac{8{,}8}{3+5} \Leftrightarrow \mathbf{V_G = 1{,}1\ m/s}$

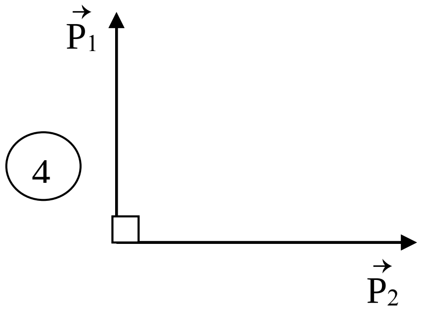
<u>Exercice 4</u>

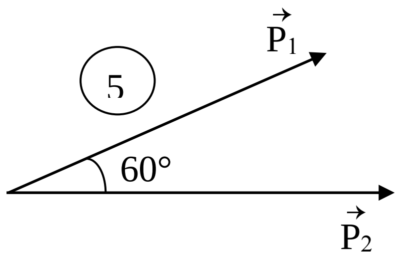
Dans les cinq cas suivants, on s'intéresse au système formé par deux solides S_1 et S_2 ;

$\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$ sont les vecteurs quantité de mouvement des solides S_1 et S_2 qui sont représentés à l'échelle : 1 cm $\longleftrightarrow$ 2 kg.m.s^{-1}

Représenter dans chaque cas sur une figure et avec origine O, les vecteurs quantité de mouvement $\vec{P}$ du système ($S_1 + S_2$) ; donner en kg.m.s^{-1} le module du vecteur $\vec{P}$.

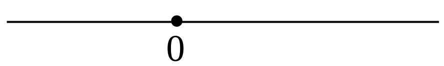




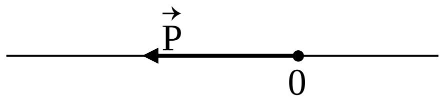


<u>Corrigé 4</u>

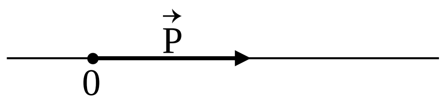
Par définition le vecteur quantité de mouvement d'un système de deux solides $S_1 + S_2$ est la somme vectorielle : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

1) 

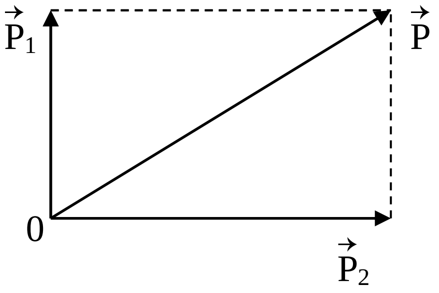
$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$ d'où P = 0 kg.m/s

2) 

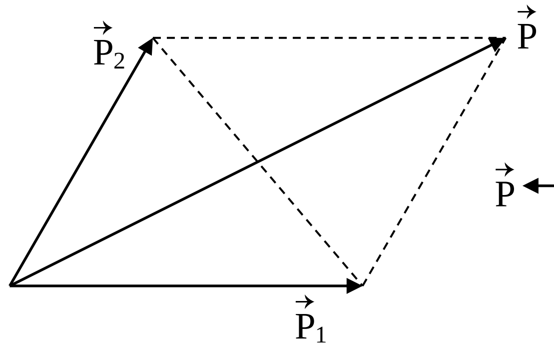
$\vec{P} \longleftrightarrow$ 1 cm d'où P = 2 kg.m/s

3) 

$\vec{P} \longleftrightarrow$ 3,5 cm d'où P = 2×3,5 = 7 kg.m/s

4) 

$\vec{P} \longleftrightarrow$ 3,5 cm d'où P = 2×3,5 = 7 kg.m/s

5) 

$\vec{P} \longleftrightarrow$ 5,2 cm d'où P = 2×5,2 = 10,4 kg.m/s

Tous les vecteurs se font par construction

Exercice 5

Un pistolet de masse M = 2 kg tire horizontalement une balle de masse m = 10 g. Celle-ci sort du pistolet à la vitesse de 500 m/s.
Calculer la vitesse du recul du centre d'inertie du pistolet.

Corrigé 5

- Avant le tir, la quantité de mouvement du système (pistolet et balle) est nulle.

Chaque partie du système étant au repos ; $\vec{P} = \vec{0}$

- Après le tir, la quantité de mouvement du système est : $\vec{P}' = M\overrightarrow{V_1'} + m\overrightarrow{V_2'}$
D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow M\overrightarrow{V_1'} + m\overrightarrow{V_2'} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{\overrightarrow{V_1'} = -\frac{m}{M}\times\overrightarrow{V_2'}}$$

Le signe (-) signifie que la vitesse du pistolet est de sens opposé à celle de la balle.
En norme on peut écrire :

$$\mathbf{V_1' = \frac{m}{M}\times V_2'} \quad \underline{\text{AN}}: \quad V_1' = \frac{10.10^{-3}}{2}\times 500 \Leftrightarrow V_1' = 2,5 \text{ m/s}$$

Exercice 6

Sur un axe ox, les centres d'inertie de 2 solides A et B sont en mouvement uniforme dans le même sens. On donne :

A	$m_1 = 10$ g $v_1 = 1$ m/s	B	$m_2 = 20$ g $v_2 = 2$ m/s

1) Calculer les modules P_1 et P_2 des vecteurs quantité de mouvement des solides A et B. Préciser l'unité.

2) Quelle est alors le mouvement du centre d'inertie G du système mécanique (A + B). Calculer sa vitesse.
3) Représenter la question n°2, lorsque les solides A et B se déplacent aux mêmes vitesses que précédemment mais en sens inverse.

Corrigé 6

1) Calculer les modules P_1 et P_2

- $P_1 = 10.10^{-3}\times 1 \Leftrightarrow P_1 = 0{,}01$ kg.m/s
- $P_2 = 20.10^{-3}\times 2 \Leftrightarrow P_1 = 0{,}04$ kg.m/s

2) Les solides se déplacent dans le même sens, les vecteurs quantité de mouvement s'ajoutent :
$P = P_1 + P_2$ AN : $P = 0{,}01 + 0{,}04 \Leftrightarrow P = 0{,}05$ kg.m/s
Or $P = (m_1 + m_2)\times V_G$ d'où $\mathbf{V_G = \dfrac{P}{m_1 + m_2}}$ AN : d'où $V_G = \dfrac{0{,}05}{0{,}01 + 0{,}02} = 1{,}66$ m/s
G a un mouvement uniforme dans le même sens que A et B

3) Le vecteur quantité du mouvement u système est :

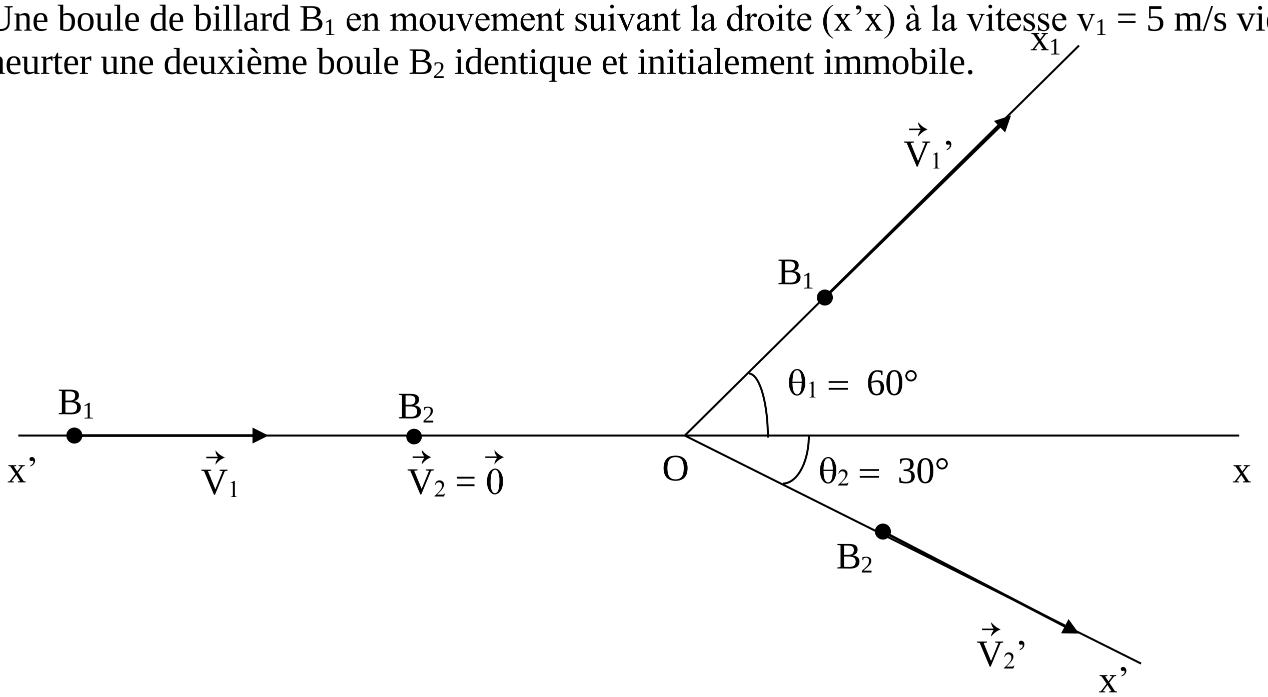
$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Leftrightarrow \vec{P} = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2$
A et B se déplaçant en sens contraire, le sens de déplacement de l'ensemble est imposé par le solide qui a la plus grande quantité de mouvement. Ici c'est le solide B car ($P_2 > P_1$)
- Le module de P est : $P = - m_1V_1 + m_2V_2$ (1)
- La norme de la quantité de mouvement d'un système peut s'écrire aussi :
$P = (m_1 + m_2)\times V_G$ (2)

(1) = (2) $\Leftrightarrow - m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)\times V_G \Leftrightarrow V_G = \dfrac{m_2V_2 - m_1V_1}{m_1 + m_2}$

$\Leftrightarrow \mathbf{V_G = \dfrac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2}}$ AN : $V_G = \dfrac{0{,}04 - 0{,}01}{30.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 1$ m/s

Exercice 7

Une boule de billard B_1 en mouvement suivant la droite (x'x) à la vitesse $v_1 = 5$ m/s vient heurter une deuxième boule B_2 identique et initialement immobile.



Après le choc, les trajectoires des centres d'inertie des boules B_1 et B_2 sont les demi- droites ox_1 et ox' qui font les angles $\theta_1 = 60°$ et $\theta_2 = 30°$ avec (x'x).

1) Déterminer les modules des vecteurs vitesse $\vec{V}_1'$ et $\vec{V}_2'$ après le choc, en utilisant une méthode graphique. On fera une construction géométrique soignée, en précisant l'échelle utilisée.
2) Reprendre le même problème : déterminer les vitesses v_1' et v_2'après le choc par le calcul algébrique.

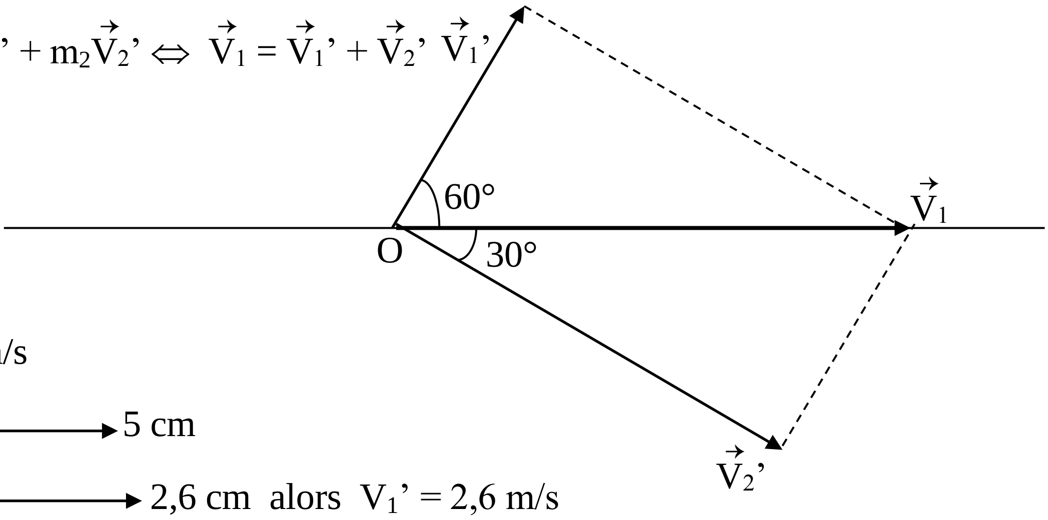
Corrigé 7

1) - Avant le choc : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Leftrightarrow \vec{P} = m_1\vec{V}_1 + 0 \Leftrightarrow \vec{P} = m_1\vec{V}_1$

- Après le choc : $\vec{P}' = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \Leftrightarrow \vec{P}' = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2'$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow m_1\vec{V}_1 = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2' \Leftrightarrow \vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2'$



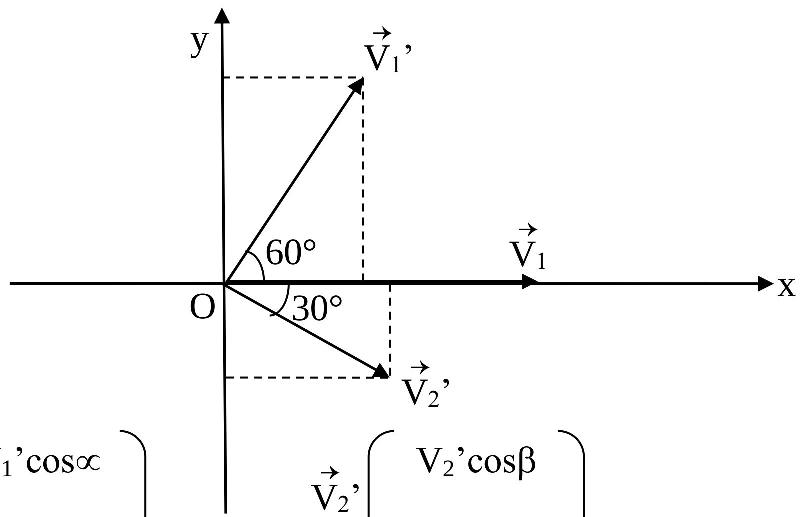
Choix de l'échelle:
1 cm $\longleftrightarrow$ 5 m/s

Ce qui donne $\vec{V}_1 \longleftrightarrow$ 5 cm

Sur le schéma : $\vec{V}_1' \longleftrightarrow$ 2,6 cm alors $V_1' = 2,6$ m/s

$\vec{V}_1' \longleftrightarrow$ 4,3 cm alors $V_2' = 4,3$ m/s

2) Par la méthode algébrique : $\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2'$
Cherchons les composantes de ces différents vecteurs dans un système d'axes orthogonaux.
Soit à considérer les axes (Ox) et (Oy). Posons $\propto = 60°$ et $\beta = 30°$



$\vec{V}_1 \begin{pmatrix} V_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{V}_1' \begin{pmatrix} V_1'\cos\propto \\ V_1'\sin\propto \end{pmatrix}$ $\quad \vec{V}_2' \begin{pmatrix} V_2'\cos\beta \\ -V_2'\sin\beta \end{pmatrix}$

$\vec{V}_1 = \vec{V}_1' + \vec{V}_2' \Leftrightarrow \begin{cases} V_1 = V_1'\cos\alpha + V_2'\cos\beta \quad (1) \\ 0 = V_1'\sin\alpha - V_2'\sin\beta \quad (2) \end{cases}$

(2) $\Rightarrow \mathbf{V_1' = \dfrac{V_2'\sin\beta}{\sin\alpha}}$ **(a)** Remplaçons V_1' dans la relation (1). Il vient :

(1) $\Rightarrow V_1 = \dfrac{V_2'\sin\beta}{\sin\alpha}\times\cos\alpha + V_2'\cos\beta \Leftrightarrow \mathbf{V_2' = \dfrac{V_1}{\cos\beta + \sin\beta\times\cot an\alpha}}$ **(a)**

<u>AN</u> : (a) $\Rightarrow V_2' = \dfrac{5}{\cos 30° + \sin 30°\times\cot an 60°} \Leftrightarrow V_2' = \mathbf{4{,}33\ m/s}$

(b) $\Rightarrow V_1' = \dfrac{4{,}33\times\sin 30°}{\sin 60°} \Leftrightarrow V_1' = 2{,}5$ m/s

<u>Exercice 8</u>

Un palet D_1 de masse $m_1 = 200$ g se déplaçant sur une table à coussin d'air horizontal heurte un autre palet D_2 immobile de masse $m_2 = 300$ g. Après le choc D_1 est dévié de 40°
Par rapport à l'horizontale vers le haut. La vitesse du centre d'inertie de D_1 est de 0,4 m/s avant le choc, et de 0,2 m/s après le choc.
1) Déterminer graphiquement la direction et la vitesse de D_2 après le choc.
2) Retrouver ce résultat par le calcul.

<u>Corrigé 8</u>

<u>Données</u>
D_1($m_1 = 200$ g ; $V_1 = 0{,}4$ m/s ; $V_1' = 0{,}2$ m/s) ;
D_2($m_2 = 300$ g ; $V_2 = 0$ m/s ; $V_2' = ?$)

1) Déterminons graphiquement la direction et la vitesse de D_2 après le choc

Avant le choc : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Leftrightarrow \vec{P} = m_1\vec{V}_1 + 0 \Leftrightarrow \vec{P} = m_1\vec{V}_1 = \vec{P}_1$
Calculons son module : $\mathbf{P = P_1 = m_1V_1}$ <u>AN</u> : $P = P_1 = 0{,}2\times0{,}2 = 0{,}04$ kg.m/s

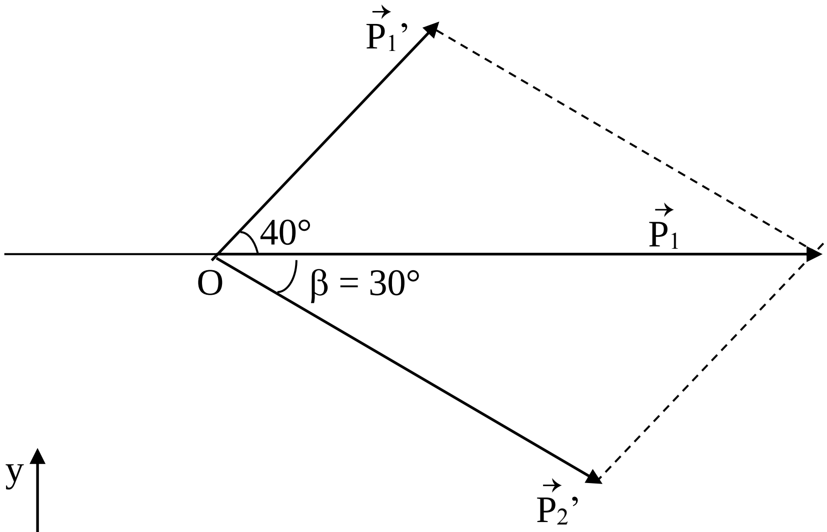
Après le choc : $\vec{P}' = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \Leftrightarrow \vec{P}' = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2' \Leftrightarrow \vec{P}' = \vec{P}_1' + \vec{P}_2$
Calculons le module : $\mathbf{P_1' = m_1V_1'}$ <u>AN</u> : $P_1' = 0{,}2\times0{,}2 = 0{,}04$ kg.m/s

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'}$
Le raisonnement est basé sur les vecteurs quantité de mouvement car les masses interviennent.
Choix de l'échelle :
1 cm $\longleftrightarrow$ 0,01 kg.m/s d'où $P_1 \longleftrightarrow$ 8 cm et $P_1' \longleftrightarrow$ 4 cm

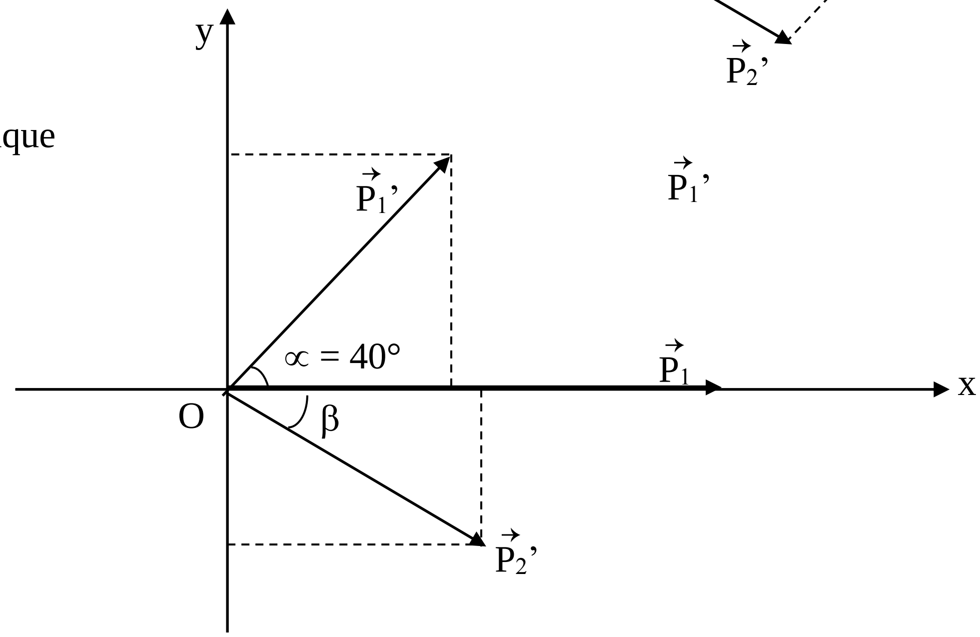
$P_2' \longleftrightarrow$ 5 cm

D'où **$P_2' = 0,05$ kg.m/s**



2) Méthode analytique

$\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$



Cherchons les composantes (coordonnées) des différents vecteurs dans le système d'axes Orthogonaux (Ox) et (Oy)

$\vec{P}_1 \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{P}_1' \begin{pmatrix} P_1'\mathrm{co}\propto \\ P_1'\sin\propto \end{pmatrix}$ $\quad \vec{P}_2' \begin{pmatrix} P_2'\mathrm{co}\beta \\ P_2'\sin\beta \end{pmatrix}$

On forme le système :

$$\begin{cases} P_1 = P_1'\cos\propto + P_2'\cos\beta \quad (1) \\ 0 = P_1'\sin\propto - P_2'\sin\beta \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_2'\cos\beta = P_1 - P_1'\cos\propto \quad (1) \\ P_2'\sin\beta = P_1'\sin\propto \quad (2) \end{cases}$$

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \mathbf{\tan\beta = \frac{P_1'\sin\propto}{\sin\beta}}$ $\quad$ <u>AN</u> : $\tan\beta = \frac{0,04\times\sin40°}{0,08 - 0,04\times\cos40°} = 0,52 \Leftrightarrow \beta = 27,5°$

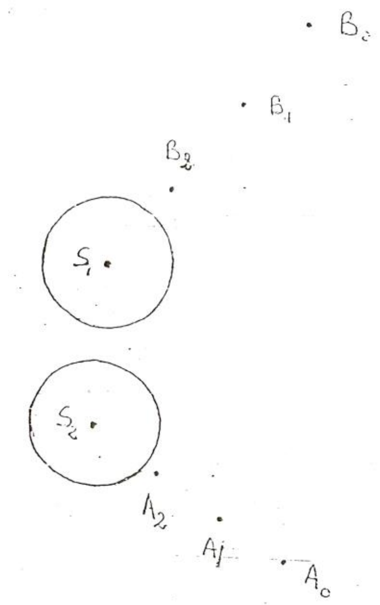
(2) $\Rightarrow \mathbf{P_2' = \frac{P_1'\sin\propto}{\sin\beta}}$ $\quad$ <u>AN</u> : $P_2' = \frac{0,04\times\sin40°}{\sin27,5°} \Leftrightarrow P_2' = 0,055$ kg.m/s

On sait que $P_2' = m_2V_2'$ $\Rightarrow$ $\mathbf{V_2' = \frac{P_2'}{m_2}}$

AN : $V_2' = \frac{0,035}{0,3}$ $\Leftrightarrow$ $V_2' = 0,18$ m/s

Exercice 9

On a représenté l'enregistrement des trajectoires des entres d'inertie de deux palets S_1 et S_2 sur une table à coussin d'air



1) Caractériser le mouvement de chacun de ces points.
2) La durée entre deux pointés est τ = 40 ms. Calculer la vitesse du centre d'inertie de chacun des solides.
3) Tracer leur vecteur quantité de mouvement à l'échelle l cm $\longleftrightarrow$ 0,05kg.m/s.
On donne m_1 = 420 g et m_2= 840 g
4) En déduire le vecteur quantité de mouvement du système formé par l'ensemble des deux palets ($S_1 + S_2$).
5) Retrouver le résultat de la question 4) en déterminant la trajectoire du centre d'inertie G de l'ensemble. On utilisera la propriété du barycentre.

Corrigé 9

1) Caractérisons le mouvement de chacun de ces points.
Chaque solide est animé d'un mouvement rectiligne uniforme

2) Calculons la vitesse du centre d'inertie de chacun des solides.
Puisque le mouvement de chaque solide est rectiligne uniforme, il suffit de déterminer la vitesse instantanée en un point de chaque solide :

- Solide S_1 (m_1) : $\mathbf{V_{G1} = \frac{B_OB_2}{2\tau}}$ AN : $\mathbf{V_{G1}} = \frac{4.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}}$ $\Leftrightarrow$ V_{G1} = 0,5 m/s

- Solide S_2 (m_2): $\mathbf{V_{G2} = \frac{A_OA_2}{2\tau}}$ AN : $\mathbf{V_{G2}} = \frac{3.10^{-2}}{2\times40.10^{-3}}$ $\Leftrightarrow$ V_{G1} = 0,375 m/s

3) Calculons la valeur de la quantité de mouvement

On sait que **$P = m \times V_G$**

- Solide S_1 : $P_1 = 420.10^{-3} \times 0{,}5 \Leftrightarrow P_1 = 0{,}21$ kg.m/s

- Solide S_2 : $P_2 = 840.10^{-3} \times 0{,}375 \Leftrightarrow P_2 = 0{,}315$ kg.m/s

D'après l'échelle: 1 cm $\longleftrightarrow$ 0,05 m/s

$\vec{P}_1 \longleftrightarrow$ 4,2 cm et $\vec{P}_2 \longleftrightarrow$ 6,3 cm

Faire une très bonne construction en respectant les distances.

- $m_1\overrightarrow{G_1B_1} + m_1\overrightarrow{G_1A_1} = \vec{0}$ En introduisant le point B, On obtient :

$\overrightarrow{B_1G_1} = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} \times \overrightarrow{B_1A_1}$ AN : $\overrightarrow{B_1G_1} = \dfrac{840}{840 + 420} \times \overrightarrow{B_1A_1} \Leftrightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{B_1G_1} = \frac{1}{3} \times \overrightarrow{B_1A_1}}$

Plaçons G_1 sur le segment $[B_1A_1]$

- construction des vecteurs $\vec{P}_1$ et $\vec{P}_2$ au point G_1 : $\boldsymbol{\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2}$

4) En déduire le vecteur quantité de mouvement du système formé par l'ensemble des deux palets (S_1 + S_2).

Sur le graphique : $\vec{P} \longleftrightarrow$ 7,6 cm

En appliquant l'échelle : $P = 7{,}6 \times 0{,}05 \Leftrightarrow P = 0{,}38$ kg.m/s

5) Retrouver le résultat de la question 4) en déterminant la trajectoire du centre d'inertie G de l'ensemble

Par la relation barycentrique on a :

$$\left.\begin{aligned} \overrightarrow{B_OG_O} &= \frac{1}{3} \times \overrightarrow{B_OA_O} \\ \overrightarrow{B_1G_1} &= \frac{1}{3} \times \overrightarrow{B_1A_1} \\ \overrightarrow{B_2G_2} &= \frac{1}{3} \times \overrightarrow{B_2A_2} \\ \overrightarrow{B_3G_3} &= \frac{1}{3} \times \overrightarrow{B_3A_3} \end{aligned}\right\}$$

Ce qui permet de placer les différents points G_O ; G_1 ; G_2 et G_3 qui indiquent la trajectoire du centre d'inertie du système.

- Calculons la vitesse du centre d'inertie du système

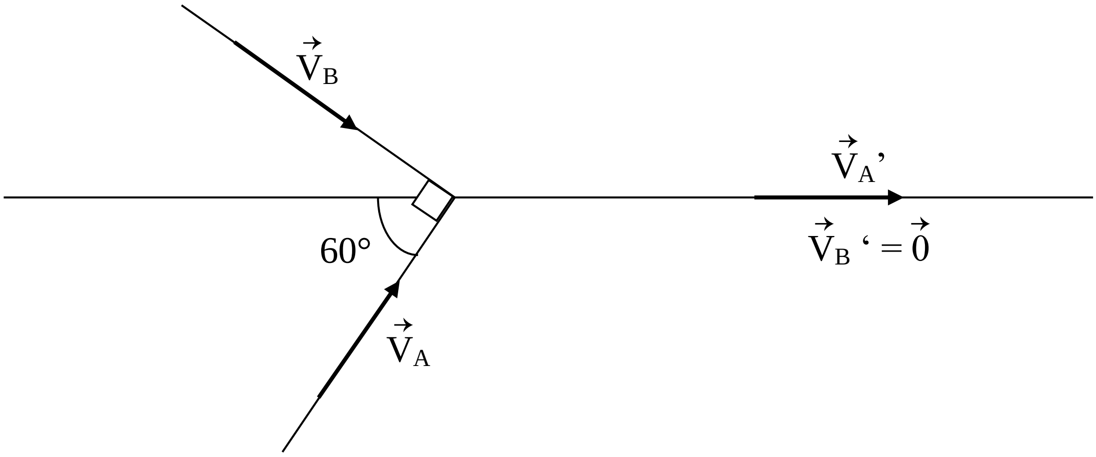
$\boldsymbol{V_G = \dfrac{G_OG_2}{2\tau}}$ AN: $V_G = \dfrac{2{,}5.10^{-2}}{2 \times 40.10^{-3}} \Leftrightarrow V_G = 0{,}31$ m/s

- Calculons la valeur de la quantité de mouvement du système

$\boldsymbol{P = (m_1 + m_2) \times V_G}$ AN: $P = (0{,}42 + 0{,}84) \times 0{,}31 \Leftrightarrow P = 0{,}39$ kg.m/s

Exercice 10

Deux boules de billard identiques, A et B sont animées, dans un plan horizontal, d'un mouvement rectiligne et uniforme. Elles se heurtent à angle droit comme l'indique la figure.



La vitesse de la boule A avant le choc est V_A = 0,8 m/s. Après le choc, la vitesse de la boule B est nulle.

Calculer V_B avant le choc et V'_A après le choc. On admettra qu'il y a conservation de la quantité de mouvement.

Corrigé 10

Données

Boule A : ($M_A = m$; $V_A = 0{,}8$ m/s ; $V_A' = ?$)

Boule B : ($M_B = m$; $V_B = ?$; $V_A' = 0$)

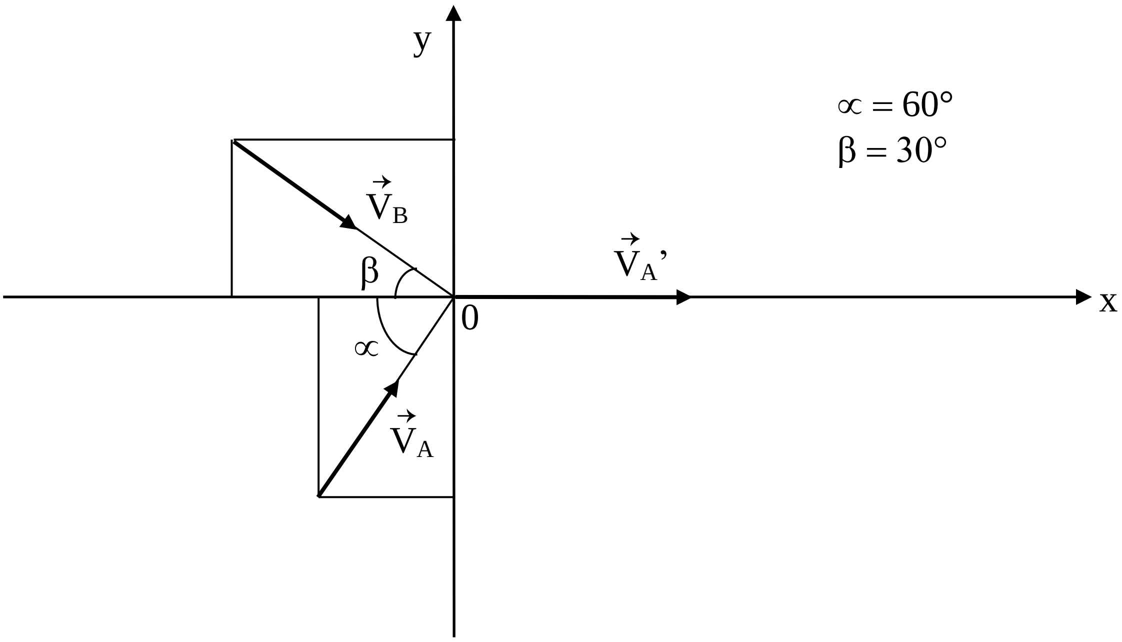
Avant le choc : $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{V}_A + m\vec{V}_B$

Après le choc : $\vec{P}' = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{V}_A' + m\vec{V}_B' \Leftrightarrow \vec{P} = m\vec{V}_A'$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow m\vec{V}_A + m\vec{V}_B = m\vec{V}_A' \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{V}_A + \vec{V}_B = \vec{V}_A'}$

Il reste à projeter cette relation sur des axes orthogonaux puis un repère pour déterminer les coordonnées des vecteurs. Soit le repère :



$$\vec{V}_A \begin{pmatrix} V_A\cos\alpha \\ V_A\sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \vec{V}_B \begin{pmatrix} V_B\cos\beta \\ -V_B\sin\beta \end{pmatrix} \qquad \vec{V}_B \begin{pmatrix} V_A' \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_A + \vec{V}_B = \vec{V}_A' \Leftrightarrow \begin{cases} V_A\cos\alpha + V_B\cos\beta = V_A' \quad (1) \\ V_A\sin\alpha - V_B\sin\beta = 0 \quad (2) \end{cases}$$

La relation (2) $\Rightarrow$ $\mathbf{V_B = \dfrac{V_A\sin\alpha}{\sin\beta}}$ <u>AN</u>: $V_B = \dfrac{0{,}8\times\sin60°}{\sin30°} \Leftrightarrow V_B = 1{,}38$ m/s

La relation (1) $\Rightarrow$ $\mathbf{V_A' = V_A\cos\alpha + V_B\cos\beta}$

<u>AN</u>: $V_A' = 0{,}8\times\cos60° + 1{,}38\times\cos30° \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{V_A' = 1{,}6}$ **m/s**

<u>Exercice 11</u>

Sur un banc à coussin d'air, on lance l'un vers l'autre deux mobiles M_1 et M_2 repérés par leurs centres d'inertie G_1 et G_2 de masse $m_1 = 30$ g et $m_2 = 20$ g. Les vitesses avant le choc sont V_1 = m/s et $V_2 = 2$ m/s ($\overrightarrow{V_2} = -2\,\vec{V}_1$).

1) Calculer les normes de quantité de mouvement des mobiles avant leur rencontre.

2) Déterminer le vecteur quantité de mouvement du centre d'inertie G de l'ensemble et son vecteur vitesse $\vec{V}_G$ en fonction de $\vec{V}_1$.

3) Déterminer en fonction de la vitesse $\vec{V}_1$ du mobile M_1 avant le choc, la vitesse $\overrightarrow{V_2}'$ du mobile M_2 après le choc.

a) Lorsque M_1 et M_2 sont accrochés.

b) Lorsque M_1 et M_2 rentrent en choc élastique et M' a une vitesse

$\vec{V}_1' = -\dfrac{\vec{V}_1}{2}$ après le choc.

<u>Corrigé 11</u>

1) Calculons les normes de quantité de mouvement des mobiles avant leur rencontre

$\vec{P}_1 = m_1\vec{V}_1$; $\mathbf{P_1 = m_1V_1}$ <u>AN</u>: $P_1 = 30.10^{-3}\times1 \Leftrightarrow P_1 = 0{,}03$ kg.m/s

$\overrightarrow{P_2} = m_2\vec{V}_2$; $\mathbf{P_2 = m_1V_2}$ <u>AN</u>: $P_2 = 20.10^{-3}\times2 \Leftrightarrow P_1 = 0{,}04$ kg.m/s

2) Déterminons le vecteur quantité de mouvement de l'ensemble

$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ avec $\vec{P}_1 = m_1\vec{V}_1$ et $\vec{P}_2 = m_2\vec{V}_2 = m_2(-2\vec{V}_1) = -2m_2\vec{V}_1$

Alors $\vec{P} = m_1\vec{V}_1 - 2m_2\vec{V}_1 \Leftrightarrow \mathbf{\vec{P} = (m_1 - 2m_2)\vec{V}_1 \quad (1)}$

Vecteur vitesse $\vec{V}_G$ de l'ensemble. On sait que $\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{(m_1 + m_2)}\vec{\mathbf{V}}_\mathbf{G}$ **(2)**

Alors (1) = (2) ce qui donne $(m_1 + m_2)\vec{V}_G = (m_1 - 2m_2)\vec{V}_1$ d'où $\vec{V}_G = \frac{(m_1 - 2m_2)}{m_1 + m_2}\times\vec{V}_1$

En remplaçant m_1 et m_2 par leur valeur, l'expression vectorielle de $\vec{V}_G$ devient :

$\vec{V}_G = \frac{30 - 2\times20}{30 + 20}\times\vec{V}_1 \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{V}_G = -\frac{1}{3}\times\vec{V}_1}$

3) Déterminons en fonction de la vitesse $\vec{V}_1$, la vitesse $\overrightarrow{V_2'}$

a) Lorsque M_1 et M_2 sont accrochés

M_1 et M_2 &tant accrochés après le choc, $\vec{V}_1 = \overrightarrow{V_2'}$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$(m_1 + m_2)\overrightarrow{V_2'} = (m_1 - 2m_2)\vec{V}_1 \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{V_2'} = \frac{m_1 - 2m_2}{m_1 + m_2}\times\vec{V}_1}$

D'après la question n°2, on a : $\boldsymbol{\overrightarrow{V_2'} = -\frac{1}{5}\times\vec{V}_1}$

On constate que $\overrightarrow{V_2'} = \vec{V}_G$

b) Avant le choc : $\vec{P} = (m_1 - 2m_2)\vec{V}_1$

Après le choc : $\vec{P}' = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2'$

Or $\vec{V}_1' = -\frac{1}{2}\times\vec{V}_1$ d'où $\vec{P}' = m_1(-\frac{1}{2}\times\vec{V}_1) + m_2\vec{V}_2' \Leftrightarrow \vec{P}' = -\frac{1}{2}\times m_1\times\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2'$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow (m_1 - 2m_2)\vec{V}_1 = -\frac{1}{2}\times m_1\times\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2'$

$\vec{V}_2' = \frac{(\frac{3}{2}m_1 - 2m_2)}{m_2}\times\vec{V}_1 \Leftrightarrow \vec{V}_2' = \frac{(\frac{3}{2}\times20 - 2\times20)}{20}\times\vec{V}_1 \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{V}_2' = \frac{1}{4}\times\vec{V}_1}$

<u>Exercice 12</u>

Une locomotive de 60t, roulant à la vitesse de 18 km/h sur une voie rectiligne et horizontale, vient heurter un wagon de masse 16 t immobile sur la voie : ils s'accrochent l'un à l'autre.

1) En considérant que le système est pseudo isolé, calculer la vitesse du convoi après l'accrochage.

2) Ce convoi vient à nouveau s'accrocher à un autre wagon immobile de masse 8t. Quelle est la vitesse du convoi après l'accrochage ?

3°) Ce convoi rattrape un wagon de masse 12 t qui se déplace dans la même direction et le même sens avec une vitesse de 3 km / h.

Quelle est la vitesse du nouveau convoi après l'accrochage ?

Corrigé 12

Données :
Locomotive : $m_1 = 60$ t ; $V_1 = 18$ km/h : 3,6 = 5 m/s
Wagon: $m = 16$ t ; $V_1 = 0$

1) Avant le choc : $\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{m_1}\vec{\mathbf{V}}_1 + \mathbf{m_2}\vec{\mathbf{V}}_2 = \mathbf{m_1}\vec{\mathbf{V}}_1$ (1)

Après le choc : $\vec{\mathbf{P}}\mathbf{'} = \mathbf{(m_1 + m_2)}\vec{\mathbf{V}}_\mathbf{G}$ **(2)**

Le système est pseudo isolé, il ya conservation de la quantité de mouvement :

$$(2) = (1) \Rightarrow (m_1 + m_2)\vec{V}_G = m_1\vec{V}_1 \Leftrightarrow \vec{V}_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\times\vec{V}_1$$

$\vec{V}_G$ et $\vec{V}_1$ étant colinéaire et de même sens alors : $\mathbf{V_G = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\times V_1}$

AN: $V_G = \dfrac{60}{60 + 16}\times 5 \Leftrightarrow V_G = 4$ m/s

2) Données

Convoi : $m = m_1 + m_2$; $V_G = 4$ m/s
Wagon 2 : $m_2 = 8$ t ; $V_3 + 0$

Avant le choc : $\vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{V}_G + \vec{V}_3$ avec $V_3 = 0 \Leftrightarrow$ $\vec{\mathbf{P}} = \mathbf{(m_1 + m_2)}\vec{\mathbf{V}}_\mathbf{G}$

Après le choc : $\vec{\mathbf{P}}\mathbf{'} = \mathbf{(m_1 + m_2 + m_3)}\vec{\mathbf{V}}_\mathbf{G}\mathbf{'}$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\vec{V}_G = (m_1 + m_2 + m_3)\vec{V}_G' \Leftrightarrow \vec{V}_G' = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\times\vec{V}_G$$

$\vec{V}_G'$ et $\vec{V}_G$ étant colinéaires et de même sens alors :

$\mathbf{V_G' = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3}\times V_G}$ AN: $V_G' = \dfrac{60 + 16}{60 + 16 + 8}\times 4 \Leftrightarrow V_G' = 3{,}61$ m/s

3) Données

Convoi : $m = m_1 + m_2 + m_3$; $V_G' = 3{,}61$ m/s
Autre wagon 2 : $m_2 = 12$ t ; $V_4 = 3$ km/h = 0,83 m/s

Même raisonnement : $\vec{P} = (m_1 + m_2 + m_3)\times\vec{V}_G' + m_4\overrightarrow{V_4}$

$\vec{P}' = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\times\vec{V}_G''$

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow \vec{V}_G'' = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}\times\vec{V}_G' + \frac{m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}\times\overrightarrow{V_4}$$

$\vec{V}_G''$; $\vec{V}_G'$ et $\overrightarrow{V_4}$ étant colinéaires et de même sens alors :

$$V_G'' = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \times V_G' + \frac{m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \times V_4$$

AN : $m_1 + m_2 + m_3 = 60 + 16 + 18 = 84$ t

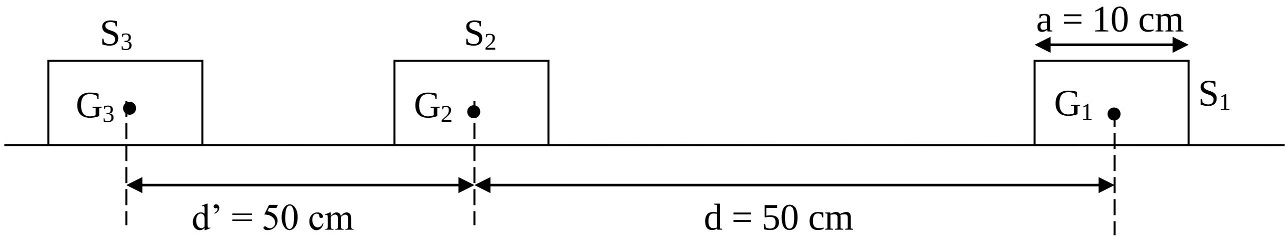
$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 84 + 12 = 96$ t

$$V_G'' = \frac{84}{96} \times 3{,}61 + \frac{12}{96} \times 0{,}83 \Leftrightarrow \mathbf{V_G'' = 3{,}26\ m/s}$$

II) Dans une plaque de carton plane et homogène on découpe un carré de côté a et un Disque de rayon R et on les assemble comme l'indique la figure.

Exercice 13

Sur un banc à coussin d'air horizontal, sont disposés trois mobiles S, S_2, S_3 de masses respectives $m_1 = 20$ g, $m_2 = 20$g et $m_3 = 40$ g de longueur a= 10 cm. Les solides sont initialement au repos. Le solide S_1, lancé vers la gauche avec une vitesse $V_1 = 0{,}12$m/s percute le solide S_2 auquel il s'accroche. Puis l'ensemble ainsi formé percute le solide S_3 et s'immobilise.



1) Déterminer la vitesse de $\{S_1, S_2\}$ après le choc.

2) Avec quelle vitesse S_3 est-il projeté lors du choc ?

3) Déterminer les dates des différentes collisions (origine des dates à l'instant où S_1 est lancé).

Corrigé 13

Données

S_1 : $m_1 = 20$ g ; $V_1 = 0{,}12$ m/s

S_2 : $m_2 = 20$ g ; $V_2 = 0$

S_3 : $m_3 = 40$ g ; $V_3 = 0$; $V_3 = ?$

1) Déterminons la vitesse de $\{S_1, S_2\}$ après le choc.

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow m_1\vec{V}_1 + 0 = (m_1 + m_2)\times\vec{V}_G \Leftrightarrow \vec{V}_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\times\vec{V}_1$$

$\vec{V}_G$ et $\vec{V}_1$ étant colinéaires et de même sens alors :

$$\mathbf{V_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \times V_1} \quad \text{AN : } V_G = \frac{20}{20 + 20} \times 0{,}12 \Leftrightarrow V_G = 0{,}66 \text{ m/s}$$

2) D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on écrit :

$\vec{P} = \vec{P}' \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\times\vec{V}_G + m_3\vec{V}_3 = (m_1 + m_2)\times\vec{V}_G' + m_3\vec{V}_3'$

$\Leftrightarrow (m_1 + m_2)\times\vec{V}_G + 0 = 0 + m_3\vec{V}_3' \Leftrightarrow \boldsymbol{\vec{V}_3' = \frac{m_1 + m_2}{m_3}\times\vec{V}_G}$

Les vecteurs $\vec{V}_3'$ et $\vec{V}_G$ étant colinéaires et de même sens alors :

$\boldsymbol{V_3' = \frac{m_1 + m_2}{m_3}\times V_G}$ <u>AN</u> : $V_3' = \frac{20 + 20}{40}\times 0{,}06 \Leftrightarrow V_3' = 0{,}06$ m/s

3) <u>La date de la première collision</u> :

Soit d_1 la distance parcourue par le solide S_1 : $d_1 = d - a = 40$ cm

Soit t_1 le temps mis $V_1 = \frac{d_1}{t_1} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_1 = \frac{d_1}{V_1}}$ <u>AN</u> : $t_1 = \frac{0{,}4}{0{,}12} \Leftrightarrow t_1 = 3{,}33$ s

<u>La date de la deuxième collision</u>

Soit d_2 la distance parcourue par le système ($S_1 + S_2$) ; $d_2 = d' - a = 10$ cm

Soit Δt le temps mis de la 1ère à la 2ème collision

$V_G = \frac{d_2}{\Delta t} \Leftrightarrow \boldsymbol{\Delta t = \frac{d_2}{V_G}}$ <u>AN</u> : $\Delta t = \frac{0{,}1}{0{,}06} \Leftrightarrow \Delta t = 1{,}66$ s

Soit t_2 le temps du lancement de S_1 jusqu'à la deuxième collision.

$\boldsymbol{t_2 = \Delta t + t_1}$ <u>AN</u> : $t_2 = 1{,}66 + 3{,}33 = 4{,}99$ s $\Leftrightarrow t_2 \approx 5$ s

<u>Exercice 14</u>

Deux solides S_1 et S_2 de centre d'inertie respectifs A et B de masses m_A=0,1 kg et m_B = 3kg, se déplacent sur une table à coussin d'air munie d'une repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Les vitesses de A et B sont $\vec{V}_A = 50\vec{i}$ et $\vec{V}_B = 20\vec{i} + 40\vec{j}$. Les coordonnées des vitesses sont en cm/s.

1) Quelle est la nature du mouvement des points A et B ?
Donner la norme de leurs vitesses.

2) A la date t_O = 0 s, A est en A_O (0 ; 0) et B en B_0 (-4 cm; 0)

Tracer $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$ en ces points.

On prendra comme échelle : $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1$ cm

1 cm représente 1 cm de distance réelle

1 cm représente 10 cm/s .pour les vitesses.

3) On enregistre les positions de A et B à partir de la date t_O = 0 s, tous les τ = 0.04 s. L'enregistrement dure 0,20 s. Le reproduire à l'échelle indiquée ci-dessus.

4) Déterminer par le calcul la norme de la quantité de mouvement de l'ensemble (S_1 , S_2) et de la vitesse V_G de son centre d'inertie G.

5) Déterminer graphiquement la trajectoire de G.

6) Retrouver graphiquement la valeur de V_G calculée en 4).

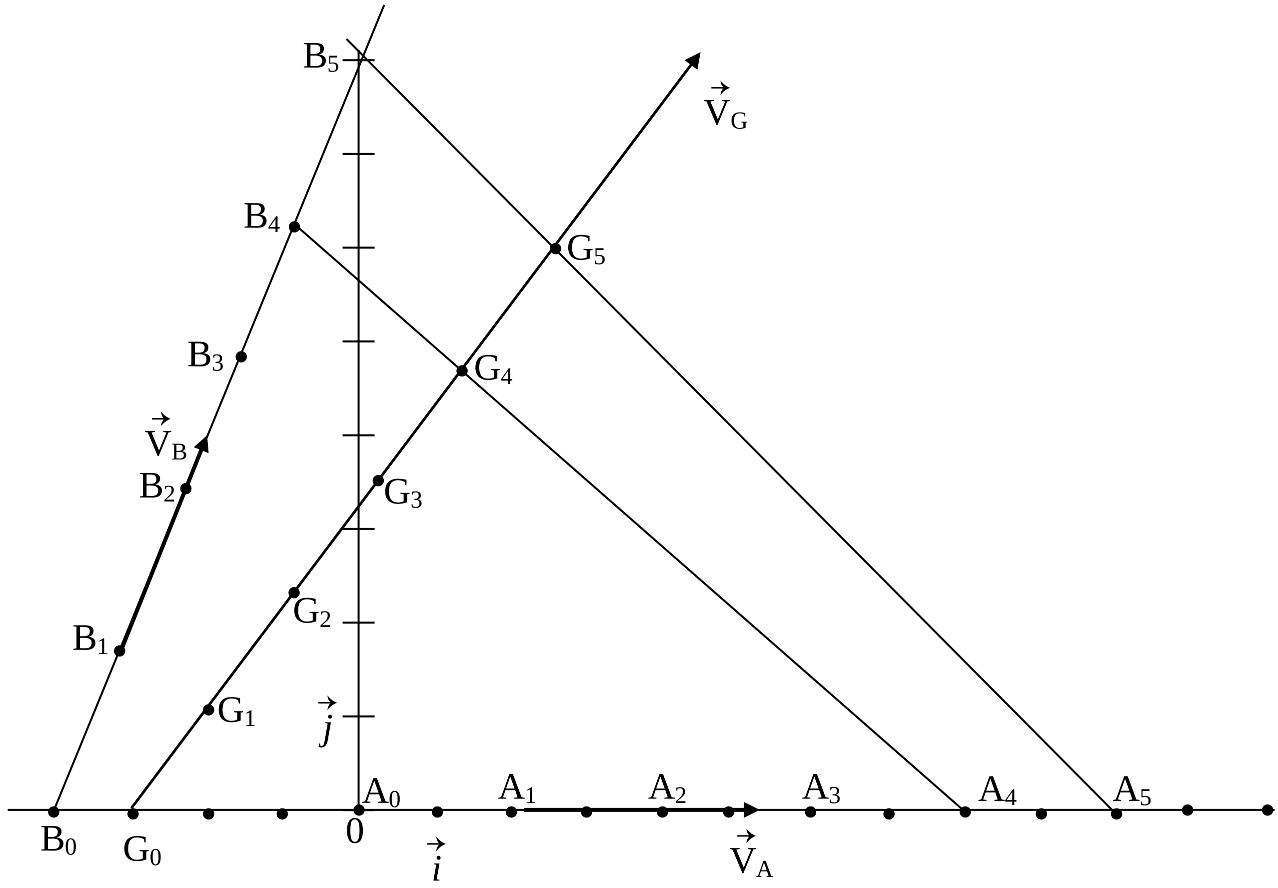
7) Tracer $\vec{V}_G$ à la date t = 0,20 s.

Corrigé 14

1) La nature du mouvement des points A et B

Les vecteurs vitesses $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$ sont constants : (leurs coordonnées sont constantes). Le mouvement de A et de B est donc rectiligne uniforme.

$V_A = \sqrt{50^2} \Leftrightarrow V_A = 50$ cm/s ; $V_B = \sqrt{20^2 + 40^2} \Leftrightarrow V_B = 45$ cm/s



Les coordonnées de $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$ à l'échelle sont : $\vec{V}_A = 5\vec{i}$; $\vec{V}_B = 2\vec{i} + 4\vec{j}$

3) Les trajectoires de A et B sont des droites passant respectivement par A_0 et B_0 et de direction celle de $\vec{V}_A$ et $\vec{V}_B$.

$$\vec{V}_A = \frac{\overrightarrow{A_0A_i}}{t_i} \Rightarrow \overrightarrow{A_0A_i} = \vec{V}_A \times t_i = 50t_i \times \vec{i}$$

De même $\overrightarrow{B_0B_i} = \vec{V}_B t_i = 20t_i \times \vec{i} + 40t_i \times \vec{j}$

$\overrightarrow{A_0A_i} = 50t_i \times \vec{i}$ et $\overrightarrow{B_0B_i} = 20t_i \times \vec{i} + 40t_i \times \vec{j}$

Pour $t_1 = t = 0{,}04$ s $\overrightarrow{A_0A_1} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{B_0B_1} = 0{,}8\vec{i} + 1{,}6\vec{j}$

Pour $t_2 = 2t = 0{,}08$ s $\overrightarrow{A_0A_2} = 4\vec{i}$; $\overrightarrow{B_0B_2} = 1{,}6\vec{i} + 3{,}2\vec{j}$

Pour $t_3 = 3t = 0{,}12$ s $\overrightarrow{A_0A_3} = 6\vec{i}$; $\overrightarrow{B_0B_3} = 2{,}4\vec{i} + 4{,}8\vec{j}$

Pour $t_4 = 4t = 0{,}16$ s $\overrightarrow{A_0A_4} = 8\vec{i}$; $\overrightarrow{B_0B_4} = 3{,}2\vec{i} + 6{,}4\vec{j}$

Pour $t_5 = 5t = 0{,}20$ s $\overrightarrow{A_0A_5} = 10\vec{i}$; $\overrightarrow{B_0B_5} = 4\vec{i} + 8\vec{j}$

Plaçons les points A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , A_4 et A_5 du point A
Et B_0 , B_1 , B_2 , B_3 , B_4 et B_5 du point B sur le graphique

4) La quantité de mouvement de l'ensemble :

$$\vec{P} = m_A\vec{V}_A + = m_B\vec{V}_B \Leftrightarrow \vec{P} = 0{,}1(50\vec{i}\ ) + 0{,}3(20\vec{i} + 40\vec{j}) \Leftrightarrow \mathbf{\vec{P} = 11\vec{i} + 12\vec{j}}$$

En norme : $P = \sqrt{11^2 + 12^2} \Leftrightarrow P = 16{,}27$ kg.cm/s = 0,16 kg.m/s

La norme de V_G

$$P = (m_A + m_B)V_G \Rightarrow \mathbf{V_G = \frac{P}{m_A + m_B}} \quad \underline{\text{AN}} :\ V_G = \frac{16{,}27}{0{,}1 + 0{,}3} \Leftrightarrow V_G = 40{,}67 \text{ cm/s}$$

5) Déterminons graphiquement la trajectoire de G.

Pour chaque couple (A,B) ; G le centre d'inertie de (A,B) est tel que :

$$m_A\overrightarrow{GA} + m_B\overrightarrow{GB} = 0 \Leftrightarrow m_A(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA}) + m_B\overrightarrow{GB} = 0 \Leftrightarrow (m_A + m_B)\overrightarrow{GB} = -\, m_A\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{BG} = \frac{m_A}{m_A + m_B}\times\overrightarrow{BA}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BA}$ étant colinéaires et de même sens alors :

$$BG = \frac{m_A}{m_A + m_B}\times BA \Rightarrow BG = \frac{0{,}1}{0{,}4}\times BA \Leftrightarrow BG = \frac{1}{4}\times BA$$

Pour $t = 0$ s $\Rightarrow B_0G_0 = \frac{1}{4}\times B_0A_0$ $\qquad B_1G_1 = \frac{1}{4}\times B_1A_1$

Pour $t_5 = 0{,}2$ s $\Rightarrow B_5G_5 = \frac{1}{4}\times B_5A_5$ $\qquad B_2G_2 = \frac{1}{4}\times B_2A_2$

Plaçons les points G_0 , G_1 , G_2 , G_3 , G_4 et G_5 du point G sur le graphique

6) Retrouver graphiquement la valeur de V_G calculée en 4).

Le mouvement du centre d'inertie G d'un système pseudo isolé est rectiligne uniforme

$$\mathbf{V_G = \frac{G_0G_5}{t_5 - t_0}} \quad \underline{\text{AN}} :\ V_G = \frac{8{,}2}{0{,}20 - 0} \Leftrightarrow V_G = 41 \text{ cm/s}$$

Cette valeur déterminée graphiquement est approchée de la valeur calculée en 4)

7) Tracer $\vec{V}_G$ à la date t = 0,20 s.

D'après l'échelle : 1 cm $\longleftrightarrow$ 10 cm/s

$L(\vec{V}_G) \longleftrightarrow$ 41 cm/s

$L(\vec{V}_G) = 4{,}1$ cm

$\vec{V}_G$ mesure 4,1 cm à partir du point G_5

Exercice 15

Deux voitures (A) et (B), de masses m_A= 1000 kg et m_B = 800 kg roulent en direction d'un croisement, situé en O, sur deux routes horizontales verglacées perpendiculaires. Les voitures ont pour vitesses V_A =10 m/s et V_B = 15 m/s.

Elles atteignent O en même temps et s'accrochent.

1) Représenter en O la quantité de mouvement de (A) et celle de (B) avant le choc.

Représenter le vecteur quantité de mouvement totale avant le choc et calculer sa norme.

2) Quelle est la quantité de mouvement du système (A, B) juste après le choc.

Quelle est la vitesse de son centre d'inertie ?

3) Représenter les vecteurs $\vec{V}_A$, $\vec{V}_B$ et $\vec{V}_G$. Quel est l'angle $\propto$ entre la direction prise par le système et $\vec{V}_A$ avant le choc ?

Corrigé 15

1) Le mouvement est étudié dans le système d'axes des deux routes , (A) se déplaçant suivant (x'x) et (B) suivant (yy').

$\vec{P}_A = m_A\vec{V}_A$; $\mathbf{P_A = m_AV_A}$ AN : $P_A = 1000\times10 = 10^4$ kg.m/s

$\vec{P}_B = m_B\vec{V}_B$; $\mathbf{P_B = m_BV_B}$ AN : $P_B = 800\times15 = 1{,}2.10^4$ kg.m/s

Soit l'échelle : 1 cm $\longleftrightarrow$ 2.10^3 kg.m/s

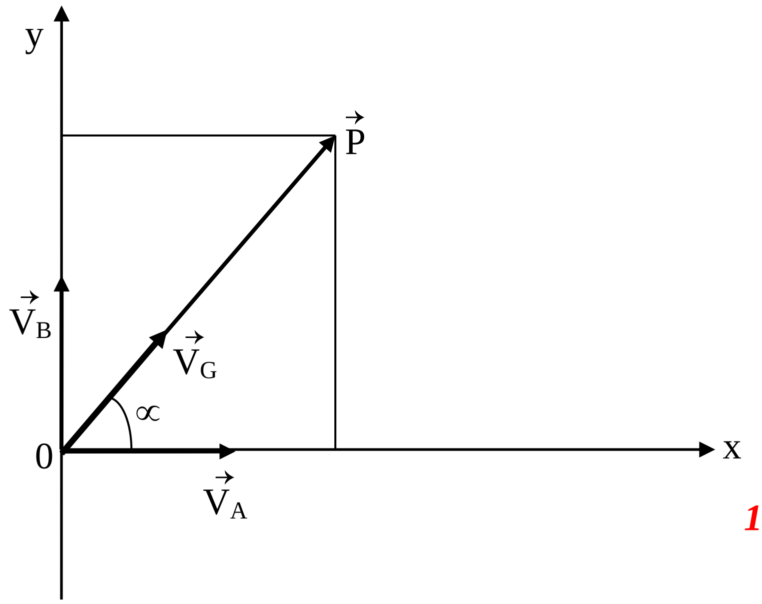
$L(\vec{P}_A) \longleftrightarrow$ 10^4 kg.m/s

$L(\vec{P}_A) = 5$ cm

1 cm $\longleftrightarrow$ 2.10^3 kg.m/s

$L(\vec{P}_B) \longleftrightarrow$ $1{,}210^4$ kg.m/s

$L(\vec{P}_B) = 6$ cm



$\vec{P} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$ Sa norme: $\mathbf{P = \sqrt{P_A{}^2 + P_B{}^2}}$ AN : $P = (10^4)^2 + (1{,}210^4)^2 \Leftrightarrow P = 1{,}56.10^4$ kg.m/s

Graphiquement :

$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ cm} \longleftrightarrow 2.10^3\text{ kg.m/s} \\ 7{,}8\text{ cm} \longleftrightarrow P \end{array}\right\| \quad P = 7{,}8\times 2.10^3 \Leftrightarrow P = 1{,}56.10^3\text{ kg.m/s}$$

2) Les routes étant verglacées et horizontale, le système (A,B) est pseudo isolé. Sa quantité de mouvement totale se conserve : d'où $\vec{P}'$ (après le choc) et $\vec{P}$(avant le choc)

En norme $P = P' \Leftrightarrow P = P' = 1{,}56.10^3$ kg.m/s

La norme de la vitesse du centre d'inertie :

$$P' = (m_A + m_B)V_G \Leftrightarrow V_G = \frac{P'}{m_A + m_B}$$

AN : $V_G = \dfrac{1{,}56.10^4}{1000\ 800} \Leftrightarrow V_G = 8{,}66$ m/s $\Leftrightarrow V_G \approx 8{,}7$ m/s

3) Echelle de représentation des vecteurs vitesse

1 cm $\longleftrightarrow$ 5 m/s. En appliquant l'échelle on a :

$\vec{V}_A \longleftrightarrow 2$ cm ; $\vec{V}_B \longleftrightarrow 3$ cm ; $\vec{V}_G \longleftrightarrow 1{,}73$ cm

$$mes(\vec{V}_A; \vec{V}_G) = mes(\vec{P}_A ; \vec{P}) = \propto$$

$\tan\propto = \dfrac{P_B}{P_A}$ AN : $\tan\propto = \dfrac{1{,}2}{1} = 1{,}2 \Rightarrow \propto = 50{,}19° \approx 50{,}2°$

CHIMIE

Chapitre 1 NOTION D'ELEMENT CHIMIQUE ET STRUCTURE DE L'ATOME

Résumé

- Un élément chimique est ce qui est commun à un corps simple et à tous ses composés.
- Un corps pur simple ne contient qu'un seul type d'atomes tandis qu'un corps pur composé en contient plusieurs types.
- Un atome comprend un noyau autour duquel gravitent des électrons. Son noyau contient des protons et des neutrons.

Le nombre des protons s'appelle numéro .atomique noté Z et le nombre de neutrons est noté N. L'ensemble des protons et de neutrons constitue le nombre de masse noté A avec
$A = Z+N$.

- Le symbole d'un noyau d'atome ${}^{A}_{Z}X$ où X est le symbole de l'atome (élément chimique).
- Ce tableau regroupe les masses, charges et symboles des éléments, des protons et les neutrons.

Particule	Electrons	Protons	Neutrons
Symbole	e- ou ${}^{0}_{1}e$	P	n
Masse	$m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg	$m_P = 1{,}67.10^{-27}$ kg	$m_P = m_n$
Charge	$-e = -1{,}7.10^{-19}$ C	$e = +1{,}7.10^{-19}$ C	0

- Des atomes, de même numéro atomique Z et de nombre de masse différent sont appelés isotopes du même élément.

Exercice 1

La combustion complète, du propane dans le dioxygène donne du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau.

1) Quels éléments sont les constituants du propane ? Justifie ta réponse.
2) Si l'on veut, mettre plus simplement en évidence la présence du carbone dans la molécule de propane, quelle autre expérience peut-on réaliser ?

Corrigé 1

1) Les constituants du propane sont :
   - Le carbone (C)
   - L'hydrogène (H)

Justification : Parce que nous savons qu'au cours d'une réaction chimique, rien ne se perd, rien ne se crée, mais tout se transforme ainsi donc :

Dans le dioxyde de carbone (CO_2) :

On a 1 atome de carbone et 2 atomes d'oxygène (0_2).

Dans la vapeur d'eau (H_20) : On a 2 atomes d'hydrogène et 1 atome d'oxygène (0). Les atomes d'oxygène venant du dioxygène ; nécessairement, ceux de carbone et d'hydrogène proviennent du propane.

2) Pour mettre en. évidence plus simplement la présence du carbone dans le propane, il suffit de réaliser la combustion incomplète (insuffisance du dioxygène) et couvrir la flamine avec un verre à pied sec. Le dépôt de poudre noir est bien le carbone. .

Exercice 2

Parmi les symboles des éléments suivants, déterminer ceux qui sont incorrects
P ; PB ; Ar ; N ; ua ; CO ; hG ; Ca ; au ; bE ; et AL
Rectifier et nommer les éléments correspondants.

Corrigé 2

Les éléments incorrects sont : PB ; na ; CO ; hG ; bE et AL rectifions et nommons les éléments suivants :

P : Phosphore
Pb : Plomb
Ar : Argon
N : Azote
Na : Sodium
Co : Cobalt
Hg : Mercure
Ca : Calcium
Au : Or
Be : Beyllium
Al : Aluminium

Exercice 3

1) En utilisant les préfixes appropriés (mono 1 ; di 2 ; tri 3) donner le nom des corps suivants : NO; $S0_2$; CO ; 0_3 ; $S0_3$; $C0_2$.
2) Ecrire les formules des corps suivants et préciser si ce sont des corps simples ou des corps composés : difluor ; chlorure de sodium ; bromure d'hydrogène ; octasoufre ; trioxygène ; dihydrogène ; dioxyde de carbone.

Corrigé 3

Le nom des corps suivants est :
NO : monoxyde d'azote
$S0_2$: dioxyde de soufre
CO : monoxyde de carbone
O_3 : trioxygène ou Ozone
$S0_3$: trioxyde de soufre
CO_2 : dioxyde de carbone

1) Les formules brutes des corps suivants

Corps simples	Corps composés
Difluor : F_2	Chlorure de Sodium : NaCl
Octasoufre : S_8	Bromure d'hydrogène : HBr
Trioxygène : O_3	Dioxyde de carbone : CO_2
Dihydrogène : H_2	

Exercice 4

En brûlant dans l'air, le bois, le charbon, le gaz, le pétrole, les bougies produisent un gaz; le dioxyde de carbone, quel est l'élément commun à tontes ces substances ?

Corrigé 4

L'élément commun à toutes ces substances est le carbone (C)

Exercice 5

On considère les nucléides suivants caractérisés par le couple (Z, A)

(9 ; 19) ; (26 ; 64) ; (12;24) ; (24 ; 54) ; (12 ; 26) ; (26 ; 56).

Les repartir par éléments. Identifier les éléments concernés.

Corrigé 5

Répartissons et identifions les éléments concernés

Sachant que tous les nucléides qui ont le même Z appartiennent au même élément chimique, donc :

- (26 ; 54) et (26 ; 56) sont les isotopes du Fer.
- (12 ; 24) et (12 ; 26) sont les isotopes du Magnésium.
- (9 ; 19) est du fluor ; - (24 ; 54) est du chrome

Exercice 6

1) Indiquer le nombre de protons, de neutrons et d'électrons qui composent les atomes suivants :

$^{2}_{1}H$; $^{238}_{92}U$; $^{52}_{24}Cr$; $^{3}_{1}H$; $^{39}_{19}K$; $^{16}_{8}O$; $^{32}_{16}S$; $^{17}_{16}O$

2) Certains sont des isotopes du même élément. De quel -élément chimique s'agit-il ?

Corrigé 6

A) 1) Le nombre de protons, de neutrons et d'électrons de ces atomes sont :

Sachant que le symbole du noyau est : $^{A}_{A}X$

X: Symbole de l'atome

Avec A: nombre de masse ; nombre de neutrons : N = A-Z

Z: nombre de Protons ; nombre d'électrons : Z

Alors regroupe ces éléments chimiques dans un tableau

Atomes ou Eléments chimiques	Nombre de protons	Nombre des électrons	Nombre de neutrons
$^{3}_{1}H$	1	1	2
$^{238}_{92}U$	92	92	146
$^{50}_{24}Cr$	24	24	26
$^{2}_{1}H$	1	1	1
$^{39}_{19}K$	19	19	20
$^{17}_{8}O$	8	8	9
$^{32}_{16}S$	16	16	16
$^{16}_{8}O$	8	8	8

2) Les éléments chimiques dont il s’agit sont :

- (H) l’hydrogène pour $^{3}_{1}H$ et $^{2}_{1}H$
- (O) l’oxygène pour $^{17}_{8}O$ et $^{16}_{8}O$

Exercice 7

A- Ces noyaux sont caractérisés par les couples (Z ;A) suivants
(29;34); (29;35); (29;36); (30;36).

1) Donner les constituants de chaque noyau.
2) A quels éléments chimiques correspond chacun des noyaux ?
3) Quels noyaux sont isotopes d'un même élément? Lequel ?

B- Trois nucléides sont notés $^{1}_{1}H$; $^{2}_{1}D$; $^{3}_{1}T$

1) A quel élément appartiennent-ils ?
2°) Comment les appelle-t-on ?
3°) Quel peut être une autre représentation symbolique de ces nucléides ?

Corrigé 7

A -1) Les constituants de chaque noyau

Eléments chimiques	Nombre de protons	Nombre de neutrons
(29 ; 34)	29	5
(29 ; 35)	29	6
(29 ; 36)	29	7
(30 ; 36)	30	6

2) Les trois premiers éléments sont du cuivre et le dernier est du zinc.
3) Les noyaux qui sont isotopes sont : (29 ; 34) ; (29 ; 35) et (29 ; 36) parce qu'ils ont le même numéro atomique et l'élément chimique concerné est le cuivre.

B - 1) Ils appartiennent à l'élément hydrogène.
2) On les appelle des isotopes
3) On peut les représenter comme suit : $^{1}_{1}H$; $^{2}_{1}H$; $^{3}_{1}H$

Exercice 8

Dénombrer et nommer les éléments présents dans les corps purs suivants:

Oxyde d'aluminium $A1_20_3$
Carbonate de calcium $CaC0_3$
Dichromate de potassium K_2CrO_7

Corrigé 8

Dénombrons et nommons les éléments présents dans le corps

- Oxyde d'aluminium : Al_2O_3
Deux atomes d'aluminium (Al_2) et trois atomes d'oxygène (O_3)

- Carbonate de calcium : $CaCO_3$
Un atome de calcium (Ca) ; un atome de carbone (C) et trois atomes d'oxygène (O_3)

- Dichromate de potassium : $K_2Cr_2O_7$
Deux atomes de potassium (K_2) ; deux atome de carbone (C)
et sept atomes d'oxygène (O_7)

Exercice 9

1) Comparer les nombres d'électrons des atomes de sodium ($Z = 11$), magnésium (Z_2=12), aluminium (Z_3 =13) d'une part et ceux des ions Na^+ , Mg^{2+} , Al^{3+} d'autre part. Que constatez-vous ?

Corrigé 9

Soit le nombre d'électrons de sodium ; de magnésium et d'aluminium notés respectivement Z_1 ; Z_2 et Z_3 et leurs ions respectifs Z_1' ; Z_2' et Z_3'

$(Z_1 = 11) < (Z_2 = 12) < (Z_3 = 13)$ et $(Z_1' = Z_2' = Z_3' = 10)$

Nous constatons que le nombre d'électrons dans les atomes est rangé dans l'ordre croissant et que les ions ont le même nombre d'électrons.

Exercice 10

1) Exprimer, en fonction de A, Z et m_n, la masse m d'un atome et la masse m' de tous les électrons qu'il renferme.

On prendra $m_n = m_P$ et $m_e = \frac{1}{1836} m_n$

2) En déduire l'expression du rapport de l'hydrogène.

3) Peut-on affirmer que la masse d'un atome est pratiquement égale à celle de son noyau ?

Corrigé 10

1) Exprimons la masse m de l'atome et la masse m' des électrons en fonction de A , Z et m_n

- Pour m la masse de l'atome :

$m = m_p \times Z\ m_n \times N + m_e \times Z \Leftrightarrow m = m_p \times Z\ m_p \times N + m_e \times Z$ car $m_p = m_n$

$\Leftrightarrow m = (Z + N) \times m_p + m_e \times Z \Leftrightarrow m = m_p \times A + m_e \times Z \Leftrightarrow m_p \times A + \frac{Z}{1836} \times m_n$

$$\Leftrightarrow \mathbf{m = (\frac{1839A + Z}{1836}) \times m_n}$$

- Pour m' la masse des électrons :

$$m' = Z \times \frac{1}{1836} \times m_n \Leftrightarrow \mathbf{m' = \frac{Z}{1836} \times m_n}$$

2) Déduisons l'expression du rapport $\frac{m'}{m}$ On aboutit à $\mathbf{\frac{m'}{m} = \frac{Z}{1836A + Z}}$

Calculons ce rapport dans le cas de l'hydrogène ${}^1_1H$

$$\frac{m'}{m} = \frac{92}{1836 \times 238 + 92} \Leftrightarrow \frac{m'}{m} = 2{,}10.10^{-4} \text{ ou } m' = 2{,}10.10^{-4} \times m$$

3) La masse des électrons étant très négligeable devant celle de l'atome, alors on Affirmer que la masse d'un atome est pratiquement égale à celle de son noyau.

Exercice 11

1) Quelle est la constitution de l'atome d'aluminium dont le noyau est représenté par $^{27}_{13}Al$?

2) Calculer la masse d'un atome d'aluminium.

3) Combien y a-t-il d'atomes dans 1 kg de métal aluminium ?

$m_n = m_P = 1,67.10^{-27}$ kg ; $m_e = 9.10^{-31}$kg

Corrigé 11

1) L'atome d'aluminium est constitué de:

Z = 13 protons ; N = A – Z $\Rightarrow$ N = 27 – 13 = 14 neutrons et 13 électrons

2) La masse d'un atome d'aluminium est : **m(Al) = m(noyau) + m(e-)**

masse du noyau

m(noyau) = A×m_P AN : m(noyau) = 27×1,67.10^{-27} = 4,509.10^{-26} kg

masse des électrons

m(e-) = Z×m(e-) AN : m(e-) = 13×9,10.10^{-31} = 1,18310.10^{-26} kg

masse de l'atome

m(Al) = m(noyau) + m(e-)

AN : m(Al) = 4,509.10^{-26} + 1,18310.10^{-26} $\Leftrightarrow$ m(Al) = 4,51.10^{-26} kg

3) Le nombre d'atomes qu'il ya dans 1 kg d'aluminium est:

$n(atome) = \frac{m}{m(Al)}$ AN : $n(atome) = \frac{1}{4,51.10^{-26}}$ $\Leftrightarrow$ n(atome) = 2,22.10^{25} atomes

Exercice 12

On a représenté ci-dessous les noyaux d'un élément chimique :

$^{16}_{8}O$; $^{17}_{8}O$; $^{18}_{8}O$

1) Comment appelle-t-on ces noyau ?

2) De quel élément chimique s'agit-il ?

3) On considère le noyau ^{16}O.

a) Donne sa constitution .

b) Calcule sa masse

On donne $m_n = m_p = 1,67.10^{-27}$ kg

Corrigé 12

1) Ces noyaux sont des isotopes. 2) Il s'agit de l'oxygène

3) a) Sa constitution est : - Nombre de protons : Z = 8

- Nombre de neutrons : N = A – Z $\Leftrightarrow$ N = 16 – 8 = 8

b) La masse du noyau est : m(noyau) = A×m_P

m(noyau) = 16×1,67.10^{-27} $\Leftrightarrow$ m(noyau) = 2,67.10^{-27} kg

Exercice 13

L'atome de sodium a pour numéro atomique 11. Son nombre de masse est 23.

1) Quelle est la constitution de son noyau ?

2) Combien l'atome comporte-t-il d'électrons ?

3) Calculer la masse d'un atome de sodium. On admettra que la masse de l'atome est égale à la somme des masses des particules qui le constituent.

$m_n = m_P = 1,67.10^{-27}$ kg ; $m_e = 9.10^{-31}$kg

Corrigé 13

1) Son noyau est constitué de:

- Z = 11 protons ; - N = A – Z ⇔ N = 23 – 11 12 neutrons

2) L'atome étant électriquement neutre ; alors le nombre de protons est égal au nombre de d'électrons ; n(e-) = Z = 11 électrons

3) La masse de l'atome est : **m(atome) = m(noyau) + m(e-)**

- masse du noyau

m(noyau) = A×m_P AN : m(noyau) = 23×$1,67.10^{-27}$ = $3,84.10^{-26}$ kg

- masse des électrons

m(e-) = Z×m(e-) AN : m(e-) = 11×$9,10.10^{-31}$ =$9,9.10.10^{-30}$ kg

Masse de l'atome :

m(atome) = m(noyau) + m(e-)

AN : m(atome) = $3,84.10^{-26}$ + $9,9.10.10^{-30}$ ⇔ m(atome) = $3,84.10^{-26}$ kg

La masse des électrons est négligeable devant celle du noyau

Exercice 14

Une molécule de dioxyde de carbone est formée d'un atome de carbone de noyau ${}^{12}_{6}C$ et de deux atomes d'oxygène de noyau ${}^{16}_{8}O$

1) Comparer les masses de l'atome de carbone et de l'atome d'oxygène.

2) En déduire les pourcentages, en masse de carbone et d'oxygène dans une telle molécule de dioxyde de carbone.

Corrigé 14

1) Comparons les masses de l'atome de carbone et l'atome d'oxygène

* Comme la masse de l'atome est égale à celle du noyau ; alors :

- Atome de carbone

m(atome) = m(noyau) = A×m_P AN : m(atome) = 12×$1,67.10^{-27}$ = 2.10^{-26} kg

- Atome d'oxygène

m(atome) = m(noyau) = A×m_P AN : m(atome) = 16×$1,67.10^{-27}$ = $2,67.10^{-26}$ kg

La masse de l'atome d'oxygène > à celle de l'atome de carbone

$2,67.10^{-26}$ kg > 2.10^{-26} kg

2) Déduisons les pourcentages, en masse de carbone et d'oxygène dans CO_2

Calculons la masse du dioxyde de carbone (CO_2)

Dans CO_2 , on a 1 atome de carbone et 2 atomes d'oxygène. Donc sa masse set :
$m(CO_2) = 2.10^{-26}$ kg + $2\times2,67.10^{-26}$ kg $\Leftrightarrow$ $m(CO_2) = 7,35.10^{-26}$ kg

Pourcentage de carbone :

$\% m(C) = \frac{\text{masse de carbone}}{\text{masse de la molécule}}\times100$ AN : $\% m(C) = \frac{2\times100}{7,35} \Leftrightarrow \% m(C) = 27,21\ \%$

Pourcentage de l'oxygène :

$\% m(O_2) = 100 - 27,21 \Leftrightarrow \% m(O_2) = 72,29\ \%$ de % de O_2
Donc $\% m(O) = 72,79/2 \Leftrightarrow \% m(O) = 36,39\ \%$

Exercice 15

Le numéro atomique du phosphore est Z= 15. Son nombre de masse est 31.
1) Donner le symbole de son noyau et donner sa constitution.
2) Combien l'atome comporte-t-il d'électrons.
3) Calculer les masses de l'atome de phosphore.
On donne : $m_n = m_P = 1,67.10^{-27}$ kg ; $m_e = 9.10^{-31}$kg

Corrigé 15

1) Le symbole et la constitution de son noyau est : ${}^{31}_{15}P$
- Nombre de protons : Z = 15
- Nombre de neutrons : N = A – Z = 31 – 15 $\Leftrightarrow$ N = 16

2) Le nombre d'électrons que compte l'atome est :
Etant électriquement neutre, l'atome comporte autant de protons que d'électrons :
Nombre d'électrons = Z = 15 électrons

3) La masse de l'atome de phosphore est :
m(atome) = m(noyau) + m(e-)

- masse du noyau

$m(\text{noyau}) = A\times m_P$ AN : $m(\text{noyau}) = 31\times1,67.10^{-27} = 5,18.10^{-26}$ kg

- masse des électrons

$m(e-) = Z\times m(e-)$ AN : $m(e-) = 15\times9,10.10^{-31} = 1,365.10.10^{-29}$ kg

Masse de l'atome de phosphore:
m(atome) = m(noyau) + m(e-)
AN : $m(\text{atome}) = 5,18.10^{-26}$ kg + $1,365.10.10^{-29}$ kg $\Leftrightarrow$ $m(\text{atome}) = 5,18.10^{-26}$ kg

Chapitre 2 CLASSIFICATION PERIODIQUE DES ELEMENTS ET IONS ET MOLECULES

Résumé

- Les électrons d'un atome se repartissent en couches encore appelées niveaux ou couches électroniques : K, L, M, N etc....

- **Principe de Pauli**

Le nombre maximal d'électrons pouvant se trouver sur la couche de rang n est $2n^2$ électrons.
Lorsque ce niveau comporte $2n^2$ électrons, la couche est dite saturée.

Exemples :

n = 1, couche K, nombre maximal d'électrons : $2 \times (1)^2 = 2$, K^2

n = 2, couche L, nombre maximal d'électrons : $2 \times (2)^2 = 8$, L^8

n = 3, couche M, nombre maximal d'électrons : $2 \times (3)^2 = 18$, M^{18}

n = *4*, couche N , nombre maximal d'électrons : $2 \times (4)^2 = 32$ N^{32}

- Les atomes dont les couches externes ont le même nombre d'électrons, appartiennent à une même colonne et constituent **une famille**. »

- Une nouvelle ligne du-tableau, appelée **période** est utilisée chaque fois que le remplissage électronique fait intervenir une nouvelle couche.

- Classification périodique simplifiée des 20 premiers éléments.

$_1H$							$_2He$
$_3Li$	$_4Be$	$_5B$	$_6C$	$_7N$	$_8O$	$_9F$	$_{10}Ne$
$_{11}Na$	$_{12}Mg$	$_{13}Al$	$_{14}Si$	$_{15}P$	$_{16}S$	$_{17}Cl$	$_{18}Ar$
$_{19}K$	$_{20}Ca$						

- Une liaison covalente entre deux atomes consiste en la mise en commun, par ces atomes d'un doublet (ou paire) d'électrons périphériques. Ce doublet est appelé doublet liant.

- **Règle de l'octet**

Au cours d'une réaction chimique, les atomes cherchent à compléter à huit le nombre de leurs électrons périphériques à l'exception de l'atome d'hydrogène qui complète à deux électrons sa couche externe. Chaque atome acquiert ainsi la structure électronique du gaz rare qui le suit dans la classification périodique.

- Le nombre de doublets qu'un atome partage avec ses voisins s'appelle
covalence (valence).

- La représentation de LEWIS et la formule développée rendent compte des liaisons établies entre les atomes d'une molécule.

Exercice 1

1) Donner le numéro atomique de l'élément placé dans la troisième période et dans la troisième colonne du tableau périodique simplifié.

2) Ecrire sa formule électronique et sa représentation de LEWIS.

3) Un atome de cet élément a pour nombre de masse A = 27.
Quelle est la composition de son noyau ?

4) Quel est l'ion stable correspondant à cet élément ? Donner sa répartition électronique ?

Corrigé 1

1) Dans cette position, nous avons l'aluminium (AI) dont son numéro atomique est (Z =I3)

2) Sa formule électronique et sa représentation de Lewis est comme suit:

Al(Z = 13) : K ; $n_1 = 2\times(1)^2 = 2$ K^2

L ; $n_2 = 2\times(2)^2 = 8$ L^8

M ; $n_3 = 3$ M^3

Formule électronique: $K^2 L^8 M^3$

Sa représentation de Lewis : $\bullet\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\mathrm{Al}}}$

3) La composition de son noyau est :

- Nombre de protons : Z = 13 protons
- Nombre de neutrons : $N = A - Z \Leftrightarrow N = 27 - 13 \Leftrightarrow N = 14$ neutrons

4) L'ion stable qu'il correspond :

Al^{3+} et sa représentation électrique est :

$n_1 = 2\times(1)^2 = 2$ K^2 ; $n_2 = 2\times(2)^2 = 8$ L^8

Formule électronique: $K^2 L^8$

Exercice 2

Un élément chimique a la structure électronique suivante : $K^2L^8M^2$

1) Donner son numéro atomique Z.
2) A quelle ligne et à quelle colonne de la classification périodique appartient il ?
3) Identifier l'élément par son nom et symbole.

Corrigé 2

1) Son numéro atomique Z :

$Z = 2 + 8 + 3 \Leftrightarrow Z = 13$

2) Dans le tableau de classification périodique simplifié, il appartient à la troisième période et dans la troisième colonne.

3) Son nom est l'aluminium et son symbole est : Al

Exercice 3

1) Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Nucléides	Numéro atomique Z et son nom	Structure électronique	Représentation de Lewis
$^{23}_{11}X$	Z =		
$^{24}_{12}X$	Z =		
$^{35}_{17}X$	Z =		
$^{40}_{18}X$	Z =		
$^{39}_{19}X$	Z =		

2) Donne la période de chaque élément.
3) Donne la famille à laquelle appartient chaque élément.
4) Donne les propriétés chimiques de chaque élément.

Corrigé 3

1) Recopions et complétons le tableau ci-dessous.

Nucléides	Numéro atomique Z et son nom	Structure électronique	Représentation de Lewis
$^{23}_{11}X$	**Z = 11 Sodium**	**$K^2\ L^8\ M^1$**	**•Na**
$^{24}_{12}X$	**Z = 12 Magnésium**	**$K^2\ L^8\ M^2$**	**•Mg•**
$^{35}_{17}X$	**Z = 17 Chlore**	**$K^2\ L^8\ M^7$**	**$\vert\underline{\overline{Cl}}\bullet$**
$^{40}_{18}X$	**Z = 18 Argon**	**$K^2\ L^8\ M^8$**	**$\vert\underline{\overline{Ar}}\vert$**
$^{39}_{19}X$	**Z = 19 Potassium**	**$K^2\ L^8\ M^8\ N^1$**	**•K**

2) Donnons la période de chaque élément

$^{23}_{11}X$; $^{24}_{12}X$; $^{35}_{17}X$; $^{40}_{18}X$ sont de la 3ème période

$^{39}_{19}X$ est de de la 4ème période

3) Donnons la famille à laquelle appartient chaque élément.

$^{23}_{11}X$ et $^{39}_{19}X$ sont de la famille des alcalins ; $^{24}_{12}X$ est un alcalino - terreux

$^{35}_{17}X$ est un halogène ; $^{40}_{18}X$ est un gaz rare

4) Donnons les propriétés chimiques de chaque élément.

$^{23}_{11}X$ et $^{39}_{19}X$ sont des métaux mous, très oxydables à froid par le dioxygène et réagissent violemment avec l'eau pour donner le H_2

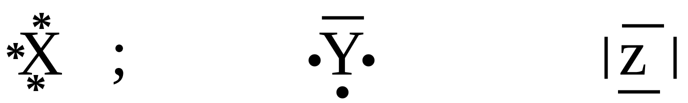
$^{24}_{12}X$ c'est le seul vrai métal. Il est très réactif chimiquement et a des propriétés voisins de celles des alcalins.

$^{35}_{17}X$ a une grande réactivité chimique qui se manifeste par la formation des ions négatifs et est caractérisé par des atomes qui possèdent 7 électrons sur la dernière couche et des corps simples diatomiques.

$^{40}_{18}X$ Il est mono- atomique et a une réactivité quasi-nulle.

Exercice 4

O donne les représentations de LEWIS de trois éléments inconnus.



- X et Y appartiennent à la troisième ligne de la classification périodique simplifiée.
- Z appartient à la deuxième ligne de la classification périodique simplifiée.
1) Ecrire la formule électronique de chaque élément.
2) Quels sont les numéros atomiques et les noms des éléments X, Y et Z ?

Corrigé 4

1) La formule électronique de chaque élément :

- Pour X : $K^2L^8M^2$; - Pour Y : $K^2L^8M^5$; - Pour Z : K^2L^8

2) Les numéros atomiques et les noms des éléments X, Y et Z

- Pour X : Z = 2 + 8 + 3 =13 $\Leftrightarrow$ Z = 13 donc X est l'aluminium
- Pour Y : Z = 2 + 8 + 5 =15 $\Leftrightarrow$ Z = 15 donc Y est le Phosphore
- Pour X : Z = 2 + 8 =10 $\Leftrightarrow$ Z = 10 donc Z este Néon

Exercice 5

On considère les éléments chimiques dont les numéros atomiques sont : 11 ; 19 ; 9 ; 17 ; 10 ; 18 .

1) Donne la structure électronique de chaque élément.
2) Identifie chaque élément.
3) Classe ces éléments en différentes familles.
4) Détermine les propriétés chimiques de chaque famille.

Corrigé 5

1) Donnons la structure électronique de chaque élément

(Z = 11) : $K^2L^8M^1$; (Z = 19) : $K^2L^8M^8N^1$; (Z = 19) : K^2L^2
(Z = 17) : $K^2L^8M^7$; (Z = 10) : K^2L^8 ; (Z = 18) : $K^2L^8M^8$

2) Identifions chaque élément

- Pour (Z = 11) : c'est le sodium ; - Pour (Z = 17) : c'est le Chlore
- Pour (Z = 19) : c'est le Potassium ; - Pour (Z = 10) : c'est le Néon
- Pour (Z = 9) : c'est le Fluor ; - Pour (Z = 18) : c'est l'argon

3) Classons ces éléments en différentes familles

- (Z= 11) et (Z = 19) sont des alcalins
- (Z= 9) et (Z = 17) sont des halogènes
- (Z= 10) et (Z = 18) sont des gaz rares

4) Détermine les propriétés chimiques de chaque famille

- (Z = 11) et (Z = 19) sont des métaux mous, très oxydables à froid par le dioxygène et réagissent violemment avec l'eau pour donner le H_2
- (Z= 9) et (Z = 17) ont une grande réactivité chimique qui se manifeste par la formation des ions négatifs et est caractérisé par des atomes qui possèdent 7 électrons sur la dernière couche et des corps simples diatomiques.
- (Z= 10) et (Z = 18) Ils sont mono- atomique et a une réactivité quasi-nulle.

Exercice 6

Le phosphore a pour numéro atomique Z = 15

1) Quel est le numéro atomique et quel est le nom de l'élément qui le précède dans le tableau de classification périodique usuelle ?

2) Quel est le numéro atomique et quel est le nom de l'élément qui le suit ?

3) Quels sont les numéros atomiques et les noms respectifs des éléments qui se trouvent en haut et bas de lui dans le tableau de classification périodique usuelle ?

Corrigé 6

1) Le numéro atomique et le nom de l'élément qui le précède :

Z = 14 c'est le sodium

2) Le numéro atomique et le nom de l'élément qui le suit :

Z = 16 c'est le soufre

3) Les numéros atomiques et les noms respectifs des éléments qui se trouvent en haut et bas de lui

- En haut : Z = 7 c'est l'azote ; - En bas : Z = 33 c'est l'arsenic

Exercice 7

A- Le nombre de charge de l'argon Ar est Z = 18.

1) Donner la structure électronique de l'argon en utilisant les lettres K, L

2) Quels sont les noms et structures électroniques des éléments qui possèdent :

a) Un électrons de moins ; b) Cinq électrons de moins que l'argon.

B- Un atome a pour symbole ${}^{A}_{Z}X$; A = 13 et Z = 6

1) Quel est le nom de l'élément X ? A quelle période appartient-il ? Donne la constitution de son noyau.

2) Quels sont les noms des éléments respectivement situés à sa gauche ; à sa droite.

Corrigé 7

A- 1) La structure électronique de l'argon : $K^2L^8M^8$

2) le nom et la structure électronique de l'élément qui possède :

a) Un électrons de moins : Son nom est : le Chlore (Cl) et Sa structure est : $K^2L^8M^7$

b) Cinq électrons de moins que l'argon Son nom est : l'Aluminium (Al) et
Sa structure est : $K^2L^8M^3$

B – 1) Le nom de l'élément X est le carbone (C) , il appartient à la 2ème période et la constitution de son noyau est comme suit :

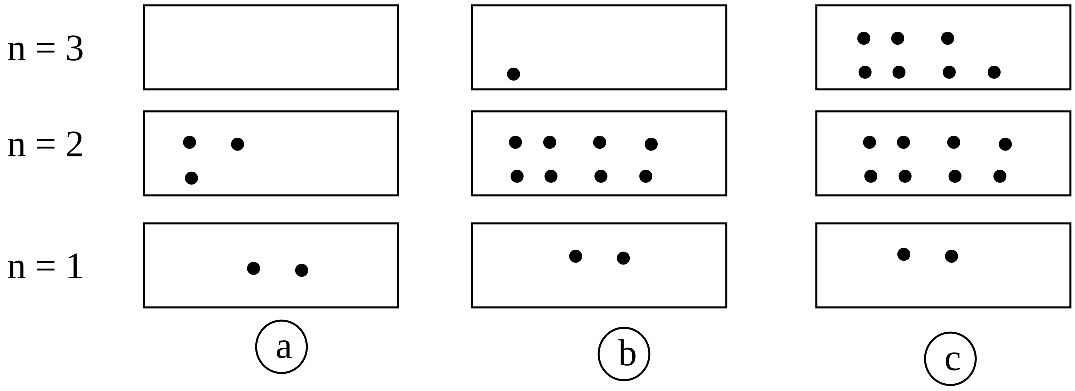
Z = 6 protons et N = A – Z $\Leftrightarrow$ N = 13 – 6 = 7 neutrons

2) Les noms des éléments respectivement situés à sa gauche et à sa droite sont :

- A sa gauche c'est le bore (B)
- A sa droite c'est l'azote (N)

Exercice 8

Quels sont les noms et symboles des éléments dont les structures électroniques sont représentées ci-dessous ? Représenter leurs schémas de LEWIS



Soient les ions suivants :

Mg^{2+} ; Cl^{-} ; Fe^{3+} ; SO_4^{2-} ; OH^{-}

1) Quels sont les ions mono atomiques ? 2) Quels sont les ions poly atomiques ?
3) Quels sont les cations ? 4) Quels sont les anions ?
5°) Quel est le nombre d'électrons présents dans les ions Cl^{-} ; Fe^{3+} et OH^{-}

<u>Données</u> : Les numéros atomiques de l'hydrogène, de l'oxygène, du chlore et du fer sont respectivement : l ; 8 ; 17 et 26.

Corrigé 8

1) Les ions mono atomiques : Mg^{2+} ; Cl^{-} ; Fe^{3+} ; OH^{-}

2) Les ions poly atomiques : SO_4^{2-}

3) Les cations : Mg^{2+} ; Fe^{3+} ; 4) Les anions : Cl^{-} ; SO_4^{2-} ; OH^{-}

5°) Le nombre d'électrons présents dans les ions Cl^{-} ; Fe^{3+} et OH^{-}
L'ion Cl^{-} : nombre d'électrons $= Z + 1 = 17 + 1 = 18$ électrons
L'ion Fe^{3+} : nombre d'électrons $= Z - 3 = 26 – 3 = 23$ électrons
L'ion OH^{-} : nombre d'électrons $= Z(O) + Z(H) + 1 = 8 + 1 + 1 = 10$ électrons

Exercice 9

Soient deux nucléides de numéro atomique Z = 20 et Z = 17.
1) Ecrire les formules électroniques. 2) Identifier-les.
3) Donner les formules des ions correspondants.
4) Ecrire la formule du composé le plus simple formé par ces deux éléments.
5) Ce composé est-il ionique ou covalent ?

Corrigé 9

1) Ecrivons les formules électroniques :
- Pour Z = 20 : $K^2L^8M^8N^8$; - Pour Z = 17 : $K^2L^8M^7$

2) L'identification se fera comme suit :
- Pour Z = 20 ; c'est le calcium (Ca) ; - Pour Z = 17 ; c'est le Chlore (Cl)

3) Les formules des ions correspondants
- Pour le calcium ; c'est l'ion : Ca^{2+} ; - Pour le Chlore ; c'est l'ion : Cl^{-}

4) Le composé le plus simple formé est $CaCl_2$. C'est le chlorure de calcium.
5) Ce composé est ionique.

Exercice 10

A- Le cyanure d'hydrogène HCN et l'éthyne $C_2 H_2$ possèdent une liaison covalente triple. Donner la structure électronique de ces molécules, en la justifiant.
Ecrire leurs formules développées.

B- Le propane a pour formule brute $C_3 H_8$. Donner la structure électronique et la formule développée de cette molécule. La molécule de propane est-elle plane ?

C- Le numéro atomique du soufre est Z = 16.

1) Donner la structure électronique d'un atome de soufre.
2) Citez un élément chimique qui appartient à la même famille.
3) Etudiez la structure électronique de la molécule de sulfure d'hydrogène de formule H_2S. Justifier la stabilité de cet édifice. Quelle forme géométrique lui attribuerez-vous ?

Corrigé 10

A- La structure électronique de ces molécules :

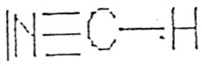
- **Le cyanure d'hydrogène HCN**

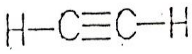
* H(Z = 1) : K^1 ; * C(Z = 6) : K^2L^4 ; * N(Z = 7) : K^2L^5

- L'éthyne $C_2 H_2$

* C(Z = 6) : K^2L^4 ; * H(Z = 1) : K^1

- Leurs formules développées

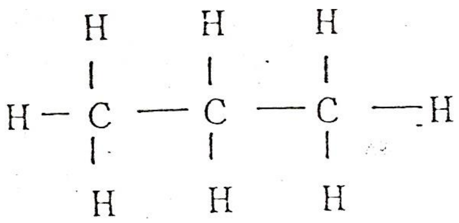
* Le cyanure d'hydrogène HCN : 

* L'éthyne $C_2 H_2$ **:** 

B – La structure électronique du propane $C_3 H_8$

C(Z = 6) : K^2L^4 ; H(Z = 1) : K^1

Sa formule développée est :



La molécule de propane n'est pas plane

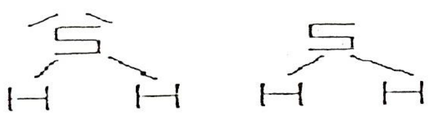
C- 1) Sa structure électronique est :

S(Z = 16) : $K^2L^8M^6$

2) L'oxygène O appartient à la même famille que le soufre

3) La structure électronique du sulfure d'hydrogène H_2S est :

H(Z = 1) : K^1 ; S(Z = 16) : $K^2L^8M^6$



Cet élément est stable car le soufre complète sa dernière couche à 8 électrons, il observe la règle de l'octet. Et l'hydrogène complète à 2 électrons, il suit la règle de duet.
La forme géométrique qu'on peut lui attribuer est un triangle isocèle.

Exercice 11

La méthylamine a pour formule CH_5N. Chaque atome n'échange que des liaisons covalentes simples et possède la structure électronique du gaz rare le plus proche.

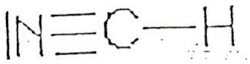
1) Donner la structure électronique puis la représentation de LEWIS de chaque atome.
2) Etablir la formule de LEWIS de ce corps.
3) Proposer une structure géométrique. Données : H(Z = 1) ; C(Z = 6) ; N(Z = 7)

Corrigé 11

1) La structure électronique puis la représentation de LEWIS de chaque atome

- C(Z = 6) : K^2L^4 ; - H(Z = 1) : K^1 ; - N(Z = 7) : K^2L^5

2) Etablir la formule de LEWIS de ce corps



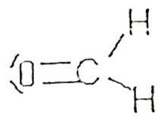
3) L structure géométrique.

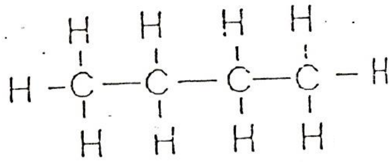
La forme géométrique est…………………………………………….

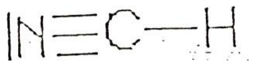
Exercice 12

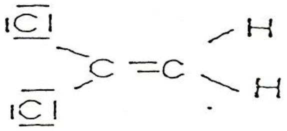
Etablir les représentations de LEWIS des composés suivants en respectant leur valence :
CH_2O ; C_4H_{10} ; HCN ; $CHCl_3$; $C_2H_2Cl_2$; N_2 ; C_2H_2 ; CO_2

Corrigé 12

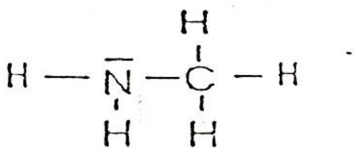
- Pour CH_2O : C(Z = 6) : K^2L^4 ; H(Z = 1) : K^1 ; O(Z = 8) : K^2L^6 

- Pour C_4H_{10} : 

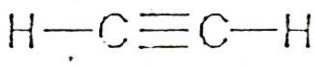
- Pour HCN : 

- Pour $CHCl_3$: 

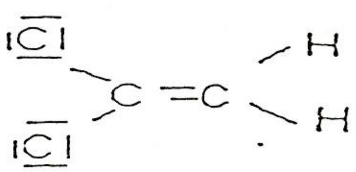
- Pour $C_2H_2Cl_2$



- Pour C_2H_2

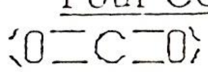


- Pour $CHCl_3$



- Pour N_2

- Pour CO_2



Exercice 13

1) Etablir les représentations de LEWIS des atomes de carbone et de chlore : ${}_{6}C$ et ${}_{17}Cl$

2) Quel est le nombre d'atomes de chlore qui peuvent se lier par covalence à un atome de carbone ?

3) Donner la représentation de LEWIS de la molécule obtenue.

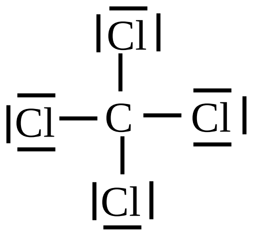
Corrigé 13

1) Représentation de LEWIS du carbone et du Chlore

- C(Z = 6) : K^2L^4 ; - Cl(Z = 17) : $K^2\,L^8\,M^7$

2) Quatre atomes de chlore peuvent se lier à l'atome de carbone

3) La représentation de LEWIS de la molécule obtenue



Exercice 14

Complète le complète le tableau suivant :

Noms des composés ioniques	Formule statistique	Equation de dissolution
Sulfate de fer III		
Nitrate de cuivre		
Chlorure d'aluminium		
Sulfate d'argent		
Carbone de sodium		
	$(NH_4)_2SO_4$	

Corrigé 14

Complète le complète le tableau

Noms des composés ioniques	Formule statistique	Equation de dissolution
Sulfate de fer III	$\mathbf{Fe_2(SO_4)_3}$	$\mathbf{Fe_2(SO_4)_3 \longrightarrow 2Fe^{3+} + 3\,SO_4^{2-}}$
Nitrate de cuivre	$\mathbf{Cu(NO)_2}$	$\mathbf{Cu(NO)_2 \longrightarrow Cu^{2+} + 2NO^{-}}$
Chlorure d'aluminium	$\mathbf{AlCl_3}$	$\mathbf{AlCl_3 \longrightarrow Al^{3+} + 3Cl^{-}}$
Sulfate d'argent	$\mathbf{Ag_2(SO_4)}$	$\mathbf{Ag_2(SO_4) \longrightarrow 2Ag^{+} + SO_4^{2-}}$
Carbone de sodium	$\mathbf{Na_2CO_3}$	$\mathbf{Na_2CO_3 \longrightarrow 2Na^{+} + SO_4^{2-}}$
Sulfate d'ammonium	$(NH_4)_2SO_4$	$\mathbf{(NH_4)_2SO_4 \longrightarrow 2NH_4^{+} + SO_4^{2-}}$

Chapitre 3 MOLE ET GRANDEUR MOLAIRE

Résumé

- La mole est la quantité de matière contenant autant d'entités élémentaires qu'il ya dans 12 g de carbone.
- Le nombre d'entités élémentaires contenues dans une mole est la constance d'Avogadro $N = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}
- La masse molaire atomique d'un élément est la masse d'une mole d'atomes de cet élément. Elle s'exprime en g/mol et notée M.
- Masse moléculaire molaire ou masse molaire: C'est la masse d'une mole de molécule d'un corps pur. La masse moléculaire s'obtient en faisant la somme des masses atomiques molaires de tous les atomes qui constituent la molécule.
- Le volume molaire V_m d'un gaz est le volume d'une mole de molécule de ce gaz. Ce volume dépend des conditions de température et de pression.

Loi d'Avogadro- Ampère:

Pour des gaz sous faible pression, le volume est indépendant de la nature du gaz.
Dans les conditions normales de température et de pression (CNTP) où $\theta_0 = 0°C$ et $P_0 = 1{,}013.\ I0^5$ Pa; le volume molaire vaut $V_m = 22\ 4$ L.mol^{-1}

Densité d'un gaz par rapport à l'air

$$d = \frac{\text{Masse d'un volume Vde gaz}}{\text{Masse du même volume V d'air}}$$

$$\boxed{d = \frac{M}{29}}$$

M : masse molaire du gaz ; 29 : masse en g du volume molaire d'air
d est sans unité et ne dépend ni de la pression ni de la température.
Il existe cependant une relation entre le nombre de quantité d'une matière ou le nombre de mole et sa masse molaire.

$$\boxed{n = \frac{m}{M}}$$

n : nombre de mol ; m : masse en g
M : masse molaire atomique en g / mol.

Exercice 1

Calculer la masse molaire des composés organiques suivants :
- acide nitrique : HNO_3
- saccharose : $C_{12}H_{22}O_{11}$
- permanganate de potassium : $KMnO_4$
- dichromate de potassium : $K_2Cr_20_7$
- acide éthanoïque : $C_2H_4O_2$

On donne les masses atomiques molaires :
M(H)=1g.mol^{-1} ; M(C)=12 g.mol^{-1} ; M(O)=16 g.mol^{-1} ; M(K)=39 g.mol^{-1} ;
M(Cr)=52 g.mol^{-1} ; M(Mn)=55 g.mol^{-1} ; M(N)=14 g.mol^{-1}

Corrigé 1

- Acide nitrique : HNO_3 :
$M(HNO_3) = M(H) + M(N) + M(O) \Leftrightarrow M(HNO_3) = 1 + 14 + 3\times16 = 63$ g/mol

- Saccharose : $C_{12}H_{22}O_{11}$
$M(C_{12}H_{22}O_{11}) = 12\times M(C) + 22\times M(H) + 11\times M(O)$
$\Leftrightarrow M(C_{12}H_{22}O_{11}) = 12\times12 + 22\times1 + 11\times16 = 342$ g/mol

- Permanganate de potassium : $KMnO_4$
$M(KMnO_4) = M(K) + M(Mn) + 4\times M(O)$
$\Leftrightarrow M(KMnO_4) = 39 + 55 + 4\times16 = 158$ g/mol

- Dichromate de potassium : $K_2Cr_20_7$
$M(K_2Cr_20_7) = 2\times M(K) + 2\times M(Cr) + 7\times M(O)$
$\Leftrightarrow M(K_2Cr_20_7) = 2\times39 + 2\times52 + 7\times16 = 294$ g/mol

- acide éthanoïque : $C_2H_4O_2$
$M(C_2H_4O_2) = 2\times M(C) + 4\times M(H) + 2\times M(O)$
$\Leftrightarrow M(C_2H_4O_2) = 2\times12 + 4\times1 + 2\times16 = 60$ g/mol

Exercice 2

On donne les masses atomiques molaires :
$M(H)=1g.mol^{-1}$; $M(C)=12\ g.mol^{-1}$; $M(S)=14\ g.mol^{-1}$; $M(O)=16\ g.mol^{-1}$

1) Calculer les masses des atomes d'hydrogène, de carbone, d'oxygène, de soufre.

2) Calculer les masses molaires des molécules:
H_20 ; CH_4 ; CO ; CO_2 ; SO_2 ; SO_3 ; CS_2 ; H_2SO_4

3) Calculer la masse d'une molécule de chaque composé.
On donne $N = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$

Corrigé 2

1) Masses des atomes d'hydrogène, de carbone, d'oxygène, de soufre.

On obtient la masse d’un atome en divisant la masse atomique molaire par le nombre d’Avogadro :

- $m(H) = \frac{M(H)}{N} = \frac{1}{6{,}02.10^{23}} = 1{,}66.10^{-24}$ g ; - $m(C) = \frac{M(C)}{N} = \frac{12}{6{,}02.10^{23}} = 1{,}99.10^{-23}$ g

- $m(O) = \frac{M(O)}{N} = \frac{16}{6{,}02.10^{23}} = 2{,}66.10^{-24}$ g ; - $m(S) = \frac{M(S)}{N} = \frac{14}{6{,}02.10^{23}} = 5{,}23.10^{-23}$ g

2) Masses molaires des molécules:

- $M(H_20) = M(H_20) = 2\times M(H) + M(O) \Leftrightarrow M(H_20) = 2\times1 + 16 = 18$ g/mol

- $M(CH_4) = M(C) + 4\times M(H) \Leftrightarrow M(CH_4) = 12 + 4\times1 = 16$ g/mol
- $M(CO) = M(C) + M(O) \Leftrightarrow M(CO) = 12 + 16 = 28$ g/mol
- $M(CO_2) = M(C) + 2\times M(O) \Leftrightarrow M(CO_2) = 12 + 2\times16 = 44$ g/mol

- $M(SO_2) = M(S) + 2\times M(O) \Leftrightarrow M(SO_2) = 14 + 2\times16 = 64$ g/mol
- $M(SO_3) = M(S) + 3\times M(O) \Leftrightarrow M(SO_3) = 14 + 3\times16 = 80$ g/mol
- $M(CS_2) = M(C) + 2\times M(S) \Leftrightarrow M(CS_3) = 12 + 2\times14 = 76$ g/mol
- $M(H_2SO_4) = 2\times M(H) + M(S) + 4\times M(O)$

$\Leftrightarrow M(H_2SO_4) = 2\times1 + 14 + 4\times16 = 98$ g/mol

3) Masse d'une molécule de chaque composé.

On obtient la masse d'un atome en divisant la masse atomique molaire par le nombre d'Avogadro :

- $m(H_20) = \dfrac{M(H_20)}{N} = \dfrac{18}{6{,}02.10^{23}} = 2{,}99.10^{-23}$ g
- $m(CH_4) = \dfrac{M(CH_4)}{N} = \dfrac{16}{6{,}02.10^{23}} = 2{,}65.10^{-23}$ g

En faisant les mêmes calculs, on obtient :

$m(CO) = 4{,}65.10^{-23}$ g ; $m(CO_2) = 7{,}3.10^{-23}$ g ; $m(CS_2) = 1{,}26.10^{-22}$ g

$m(SO_2) = 1{,}06.10^{-22}$ g ; $m(SO_3) = 1{,}32.10^{-22}$ g ; $m(H_2 SO_4) = 1{,}62.10^{-22}$ g

Exercice 3

Un alcane, de formule générale C_nH_{2n+2} a pour densité gazeuse d= 1,5.

En déduire la masse molaire de l'alcane puis sa formule chimique.

Corrigé 3

- Par définition $d = \dfrac{M}{29} \Leftrightarrow$ **M = 29×d** AN : $M = 29\times1{,}5 = 43{,}5$ g/mol (1)
- La masse molaire de C_nH_{2n+2} est :

$M(C_nH_{2n+2}) = n\times M(C) + (2n+2)\times M(H)$

$\Leftrightarrow M(C_nH_{2n+2}) = 12n + (2n+2)\times1 \Leftrightarrow \mathbf{M(C_nH_{2n+2}) = 14n + 2\ (2)}$

$(1) = (2) \Rightarrow 14n + 2 = 43{,}5 \Leftrightarrow n = 2{,}96 \approx 3$ Formule : $\mathbf{C_3H_8}$

Exercice 4

1) Combien de moles y a-t-il dans 500g d'eau ; 32g de CH_4 ; 0,17g de H_2S , 560g de CO ; 440 kg CO_2; 3,2 mg de SO_2.

2) Quelle masse faut-il réunir pour obtenir :

0, 12 mole de $S0_3$; 2,1 millimoles de CS_2 ; 5,12 moles de H_2SO_4

On donne les masses atomiques molaires :

$M(H)=1 g.mol^{-1}$; $M(S)=32 g.mol^{-1}$; $M(O)=16 g.mol^{-1}$

Corrigé 4

1) Par définition: $\mathbf{n = \dfrac{m}{M}}$

- $n(H_2O) = \dfrac{500}{18} \Leftrightarrow n(H_2O) = 27{,}77$ mol ; - $n(CH_4) = \dfrac{32}{16} \Leftrightarrow n(H_2O) = 2$ mol

- $n(H_2S) = \frac{0,17}{34} \Leftrightarrow n(H_2S) = 5.10^{-3}$ mol ; - $n(CO) = \frac{560}{28} \Leftrightarrow n(CO) = 20$ mol

- $n(CO_2) = \frac{440.10^3}{44} \Leftrightarrow n(CO_2) = 10^4$ mol ; - $n(SO_2) = \frac{3{,}2.10^{-3}}{64} \Leftrightarrow n(SO_2) = 5.10^{-5}$ mol

2) Par définition: $\mathbf{m = n \times M}$

- $m(SO_3) = 0{,}12 \times 80 = 9{,}6$ g ; - $m(CS_2) = 2{,}1.10^{-3} \times 76 = 1596.10^{-4}$ g
- $m(H_2SO_4) = 5{,}12 \times 98 = 501{,}76$ g

Exercice 5

1) L'ammoniac a pour formule NH_3

a) Calculer la masse molaire de l'ammoniac et la masse d'une molécule NH_3.

b) Un ballon contient 6,8g d'ammoniac.

Quel nombre de moles cette masse représente-t-elle ?

2) Le chlorure d'hydrogène a pour formule HCI.

a) Calculer la masse molaire du chlorure d'hydrogène et la masse d'une molécule HCI.

b) Un ballon contient 7,3 g de chlorure d'hydrogène. Quel nombre de moles cette masse représente-t-elle ?

3) L'ammoniac et le chlorure d'hydrogène réagissent mole à mole

a) Quelle masse de chlorure d'hydrogène faut-il faire réagir avec 6,8g d'ammoniac pour que la réaction soit complète ?

b) Quelle masse d'ammoniac faut-il faire entrer en réaction avec 7,3g de chlorure d'hydrogène pour avoir une réaction totale. Masse atomique molaire :

$M(H)=1g\ mol^{-1}$; $M(N)=14\ g.mol^{-1}$; $M(Cl)=35{,}5\ g.mol^{-1}$

Corrigé 5

1) a) - la masse molaire de l'ammoniac

$M(NH_3) = M(N) + 3\times M(H) \Leftrightarrow M(NH_3) = 14 + 3\times 1 \Leftrightarrow M(NH_3) = 17$ g/mol

- La masse d'une molécule NH_3

$\mathbf{m(NH_3) = \frac{M(NH_3)}{N}}$ AN : $m(NH_3) = \frac{17}{6{,}02.10^{23}} \Leftrightarrow m(NH_3) = 2{,}82.10^{-23}$ g

b) Par définition $\mathbf{n = \frac{m}{M}}$ AN : $n = \frac{6{,}8}{17} = 0{,}4$ mol

2) a) La masse molaire de HCI :

$M(HCl) = M(H) + M(Cl) \Leftrightarrow M(HCl) = 1+ 35{,}5 \Leftrightarrow M(HCl) = 36{,}5$ g/mol

Masse d'une molécule

$\mathbf{m(HCl) = \frac{M(HCl)}{N}}$ AN : $m(HCl) = \frac{36{,}5}{6{,}02.10^{23}} \Leftrightarrow m(HCl) = 6{,}06.10^{-23}$ g

b) Par définition $\mathbf{n = \dfrac{m}{M}}$ AN : $n = \dfrac{7,3}{36,5} = 0,2$ mol

3) a) Réagir mole à mole signifie : $n(HCl) = n(NH_3)$
Dans notre cas $n(HCl) = n(NH_3) = 0,4$ mol

$$n(HCl) = \frac{m(HCl)}{M(HCl)} \Leftrightarrow \mathbf{m(HCl) = n(HCl) \times M(HCl)}$$

AN : $m(HCl) = 0,4 \times 36,5 \Leftrightarrow$ AN : $m(HCl) = 14,6$ g

b) De même $n(NH_3) = n(HCl) = 0,2$ mol
AN : $m(NH_3) = 0,2 \times 17 \Leftrightarrow$ AN : $m(HCl) = 3,4$ g

Exercice 6

Trois-échantillons renferment chacun le même nombre d'atomes, l'un de fer ($m_1 = 0,700$ g) ; l'autre de sodium ($m_2 = 0,288$ g), le troisième de soufre ($m_3 = 0,400$ g)
1) Combien y a t il de quantité de matière de chaque élément?
(on donne la masse molaire atomique du sodium $M(Na) = 23\ g.mol^{-1}$
2) En déduire les masses atomiques du fer (Fe) et du soufre (S).

Corrigé 6

1) Calculons la quantité de matière de sodium

$$\mathbf{n(Na) = \frac{m(Na)}{M(Na)}} \Leftrightarrow \text{AN : } n(Na) = \frac{0,288}{23} = 0,012 \text{ mol}$$

2) Les trois échantillons renferment le même nombre de moles :
$N(Na) = n(Fe) = n(S) = 0,012$ mol

les masses atomiques du fer (Fe) et du soufre (S).

$$n(Fe) = \frac{m(Fe)}{M(Fe)} \Leftrightarrow \mathbf{M(Fe) = \frac{m(Fe)}{n(Fe)}} \quad \text{De même} \quad \mathbf{M(S) = \frac{m(S)}{n(S)}}$$

AN : $M(Fe) = \dfrac{0,7}{0,012} \Leftrightarrow M(Fe) = 55,9$ g/mol

$$M(S) = \frac{0,4}{\frac{0,288}{23}} \Leftrightarrow M(S) = 31.94 \text{ g/mol} \Leftrightarrow M(S) \approx 32 \text{ g/mol}$$

Exercice 7

1) Calculer les pourcentages en masse des différents éléments présents dans la molécule d'acide sulfurique (H_2SO_4). On donne les masses molaires atomiques :
$M(H) = 1\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$; $M(S) = 32\ g.mol^{-1}$;

2) Calculer les pourcentages en masse des différents éléments contenus dans l'apatite, de formule $Ca_5(PO_4)_3F$ (l'apatite est l'un des minerais exploité pour extraire le phosphore.)
On donne les masses molaires atomiques : $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$;
$M(F) = 19\ g.mol^{-1}$; $M(P) = 31\ g.mol^{-1}$; $M(Ca) = 40\ g.mol^{-1}$

Corrigé 7

1) La masse molaire moléculaire de l'acide sulfurique (H_2SO_4).

$M(H_2SO_4) = 2\times M(H) + M(S) + 4\times M(O)$

$\Leftrightarrow\ M(H_2SO_4) = 2\times 1 + 14 + 4\times 16 = 98\ g/mol$

- Pourcentage d'hydrogène :

$\%\ H = \dfrac{2\times M(H)\times 100}{M(H_2SO_4)}$ AN : $\%\ H = \dfrac{2\times 1\times 100}{90}$ $\Leftrightarrow\ \%\ H = 2{,}04\ \%$

- Pourcentage de soufre :

$\%\ S = \dfrac{1\times M(S)\times 100}{M(H_2SO_4)}$ AN : $\%\ S = \dfrac{1\times 32\times 100}{90}$ $\Leftrightarrow\ \%\ S = 32{,}65\ \%$

- Pourcentage d'oxygène :

$\%\ O = \dfrac{4\times M(S)\times 100}{M(H_2SO_4)}$ AN : $\%\ O = \dfrac{4\times 16\times 100}{90}$ $\Leftrightarrow\ \%\ S = 65{,}31\ \%$

2) La masse molaire moléculaire de l'apatite $Ca_5(PO_4)_3F$

$M = 5\times MCa) + 3\times\left[M(P) + 4\times M(O)\right] + M(F)$

$\Leftrightarrow M = 5\times 40 + 3(31\ 4 + 4\times 16)$ $\Leftrightarrow$ $M = 504\ g/mol$

En adoptant le même raisonnement que précédemment on a :

$\%\ Ca = \dfrac{5\times 40\times 100}{504}$ $\Leftrightarrow$ $\%\ Ca\ = 39{,}68\ \%$; $\%\ F = \dfrac{19\times 100}{504}$ $\Leftrightarrow$ $\%\ F\ = 3{,}7\ \%$

$\%\ P = \dfrac{3\times 31\times 100}{504}$ $\Leftrightarrow$ $\%\ P\ = 18{,}45\ \%$; $\%\ O = \dfrac{3\times 4\times 100}{504}$ $\Leftrightarrow$ $\%\ O\ = 39{,}68\ \%$

Exercice 8

On exprime parfois la composition d'un corps composé par une formule centésimale, molaire ou massique. Une telle formule indique les pourcentages molaires ou massiques, des différents éléments qui constituent le corps étudié.
Etablir les formules centésimales du saccharose (le sucre) dont la formule est $C_2H_{22}0_{11}$

Corrigé 8

1) La formule centésimale molaire :

Le pourcentage molaire d'un élément se calcule par :

$$\% \ X = \frac{\textbf{nombre d'atomes de X dans la formule} \times 100}{\textbf{nombre total d'atomes dans la formule}}$$

La molécule de saccharose : $C_{12}H_{22}0_{11}$

Nombre d'atomes dans la formule = 45 atomes

$\% \ C = \frac{12\times100}{45} = 26{,}67 \ \%$; $\% \ H = \frac{22\times100}{45} = 48{,}89 \ \%$; $\% \ O = \frac{11\times100}{45} = 24{,}44 \ \%$

1) La formule centésimale massique

Le pourcentage molaire d'un élément se calcule par :

$$\% \ X = \frac{\textbf{masse molaire atomique de l'élément X contenu dans une mole} \times 100}{\textbf{masse molaire totale de la molécule}}$$

Masse molaire totale de la molécule $C_{12}H_{22}0_{11}$

$M = 12\times M(C) + 22\times M(H) + 11\times M(O)$

$M = 12\times12 + 22\times1 + 11\times16 \ \Leftrightarrow \ M = 342 \text{ g/mol}$

$\% \ C = \frac{12\times M(C)\times100}{M}$ AN : $\% \ C = \frac{12\times12\times100}{342} \ \Leftrightarrow \ \% \ H = 42{,}1 \ \%$

$\% \ H = \frac{22\times M(H)\times100}{M}$ AN : $\% \ C = \frac{22\times1\times100}{342} \ \Leftrightarrow \ \% \ H = 6{,}44 \ \%$

$\% \ O = \frac{11\times M(O)\times100}{M}$ AN : $\% \ C = \frac{11\times16\times100}{342} \ \Leftrightarrow \ \% \ H = 51{,}46 \ \%$

Remarque

La somme des pourcentages molaires ou massique de tous les éléments présents dans le corps est égal à 100 %

Exercice 9

Un composé organique a pour massé molaire 176 g /mol. Il contient en masse 41 % de carbone ; 4,5 % d'hydrogéné et 54,5% d'oxygène.

1) Vérifier que ce composé est constitué uniquement de carbone, d'hydrogène et d'oxygène
2) Donner sa formule.
3) Combien de moles de ce composé trouve-t-on dans 500 mg de ce composé ?

Corrigé 9

1) Vérifions que ce composé est constitué uniquement de carbone, d'hydrogène et d'oxygène

Il suffit d'additionner les trois pourcentages

$\% \ C + \% \ H + \% \ O = 41 \ \% + 4{,}5 \ \% + 54{,}5\% = 100 \ \%$

Ce composé est donc constitué uniquement de ces trois éléments

2) Donnons sa formule.
La formule brute du composé est : $C_XH_YO_Z$
Déterminons X, Y et Z
On sait que M = 12X + Y + 16Z = 176 g /mol

$$\% C = \frac{12X*100}{176} = 41 \Leftrightarrow 1200X = 41\times176 \Leftrightarrow X = 6$$

$$\% H = \frac{Y\times100}{176} = 4,5 \Leftrightarrow 100Y = 4,5\times176 \Leftrightarrow Y = 7,92 \approx 8$$

$$\% O = \frac{16Z\times100}{176} = 54,5 \Leftrightarrow 1600Z = 54,5\times176 \Leftrightarrow Z = 5,99 \approx 6$$

La formule du composé est : $C_6H_8O_6$

3) Le nombre de moles :

$$n(C_6H_8O_6) = \frac{m(C_6H_8O_6)}{M(C_6H_8O_6)} \qquad \underline{AN:}\ n(C_6H_8O_6) = \frac{0,5}{176} \Leftrightarrow n(C_6H_8O_6) = 2,84.10^{-3}\ mol$$

Exercice 10

Un corps A a pour formule C_XH_Y, les coefficients x et y étant bien évidemment entiers. De nombreuses méthodes physiques permettent de déterminer la masse molaire du corps A : M = 44g.mol^{-1}. L'analyse d'un échantillon très pur de A indique les pourcentages en masse suivants : C: 8l, 8 % ; H: 18,2 %.
En déduire les valeurs des coefficients x et y.
NB : Masses atomiques molaires en g/mol : H:l ; C:12

Corrigé 10

Même raisonnement que l'exercice 9 précédent d'où C_3H_8

Exercice 11

Un corps a pour formule C_XH_YO, les coefficients x et y sont entiers. L'analyse d'un échantillon de cette substance montre que les pourcentages en masse des éléments C et H qu'elle renferme sont : C: 52,2 % ; H: 13 %
1) Déterminer le pourcentage en masse de l'élément oxygène.
2) En déduire la masse molaire M de ce composé (M est un nombre entier)
3) Calculer les valeurs des coefficients x et y.
NB : Masses atomiques molaire :
M(H) = 1 g.mol^{-1} ; M(C) = 12 g.mol^{-1} ; M(O) = 16 g.mol^{-1} ;

Corrigé 11

1) Déterminer le pourcentage en masse de l'élément oxygène.
% C + % H + % O = 100 % ⇔ % O = 100 % - (% C + % H)
⇔ % O = 100 % - (52,2 % + 13 %) ⇔ **% O = 34,8 %**

2) Déduire la masse molaire M de ce composé (M est un nombre entier)
% O = 16×10/M = 34,8 ⇔ **M = 45,97 ≈ 46 g/mol**

3) Calculons les valeurs des coefficients x et y

$\% C = 12X*100/46 = 52,2 \Rightarrow X = 2$

$\% H = Y\times100/46 = 13 \Rightarrow Y = 5,98 \approx 6$

Formule du composé : C_2H_6O

Exercice 12

Un oxyde métallique $M_XO_YO_Z$ a pour masse molaire M = I65,2g/mol. Il est composé de 70,9 % de métal et de 29,1 % d'oxygène (% en masse)
En vous servant des masses molaires, déterminer la nature du métal M et la formule de l'oxyde métallique.

Corrigé 12

Déterminons les coefficients x et y

$\% M = Mx*100/165,2 = 70,9 \Rightarrow Mx = 117,12$

$\% O = 16y\times100/165,2 = 29,1 \Rightarrow y = 3$ Formule : MxO_3

Cet oxyde est électriquement neutre : M_x^a ; O_3^{2-}

$ax - 3\times2 = 0 \Leftrightarrow ax = 6$

$(a ; x) = (3 ;2) \Rightarrow a = 3$ et $x = 2$

En revenant sur Mx = 117,12 Comme x = 2 alors :

$M = 117,12/2 \Leftrightarrow M = 58,56$ g/mol

Le métal dont la masse M = 58,56 g/mol dans le tableau de classification périodique est le nickel (Ni)

Exercice 13

Les dissolvants pour vernis à ongles sont souvent à base de propanone. Cet exercice a pour objet d'établir la formule de la propanone à partir des informations suivantes :

- La propanone ne contient que des éléments C, H et 0
- ……………………………..

dans un échantillon de propanone ; l'analyse fournit : $m_c = 6.m_H$; $m_c = 2,25m_O$

- La molécule de propanone ne possède qu'un seul atome d'oxygène. On demande:

1) d'établir la formule de la propanone ;
2) de calculer sa masse molaire ;
3) de calculer le nombre de moles contenues dans un litre de propanone.

- Masses atomiques :

$M(H) = 1\ g.mol^{-1}$; $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

- Masse volumique de la propanone $800 kg/m^3$.

Corrigé 13

1) La molécule ne contient que les éléments C, H et O
- La molécule ne possède qu'un seul atome de O

De ces deux hypothèses, la formule de cette molécule peut se présenter comme suit :

* $m_C = n\times M_C = 12x$
* $m_H = n\times M_H = n\times y$

* $m_O = n\times M_O = 16n$
Ici le nombre de mole de tous ces atomes dans la molécule est n = 1 mol d'où:
$m_C = 12x$; $m_H = y$; $m_O = 16$

- Avec la 3ème hypothèse, on peut établir les relations suivantes :
$m_C = 2{,}25\times m_O \Rightarrow 12x = 2{,}25\times 16 \Leftrightarrow x = 3$
$m_C = 6m_H \Rightarrow 6m_H = 2{,}25\times m_O$
$6m_H = 2{,}25\times m_O \Rightarrow 6y = 2{,}25\times 16 \Leftrightarrow y = 6$
La formule de la molécule est: C_3H_6O

2) Sa masse molaire
$M = 3\times M(C) + 6\times M(H) + M(O) \Leftrightarrow M = 3\times 12 + 6\times 1 + 16 \Leftrightarrow M = 58$ g/mol

3) Calculons le nombre de moles
- D'abord la masse de la molécule
$a = \frac{m}{V} \Rightarrow \mathbf{m = a\times V}$ avec $a = 800\ kg/m^3 = 0{,}8\ kg/dm^3 = 0{,}8\ g/cm^3$

$V = 1\ l = 1\ dm^3 = 1000\ cm^3$

AN: $m = 0{,}8\ g/cm^3\times 1000\ cm^3 \Leftrightarrow m = 800$ g
- Le nombre de moles
$\mathbf{n = \frac{m}{M}}$ AN: $n = 800/58 \Leftrightarrow n = 13{,}79 \approx 13{,}8$ mol

Exercice 14
A et B sont deux corps purs gazeux dont les molécules ne renferment que les éléments C et H. On effectué les mélanges suivants :
- mélange (1) : masse $m_1 = 19$ g, il contient 0,1 mole de A et 0,3 mole de B.
- mélange (2) : masse $m_2 = 10{,}6$g ; il contient 0,3 mole de A et 0,1 mole de B.
1) Quelles sont les masses molaires M_A et M_A ?
2) Déterminer la formule et le nom de A
3) Quelle est la formule du corps B sachant que sa molécule possède 2,5 fois plus d'atomes d'hydrogène que d'atomes de carbone ?
4) Quel doit être le pourcentage en moles de A, d'un mélange A + B pour que ce mélange contienne des masses égales de A et de B.

Corrigé 14

1) Déterminons les masses molaires M_A et M_A
$m_1 = m_A + m_B \Leftrightarrow m_1 = n_A\times M_A + n_B\times M_B \Leftrightarrow 19 = 0{,}1\times M_A + 0{,}3\times M_B$ (1)
$m_2 = m_A + m_B \Leftrightarrow m_2 = n_A\times M_A + n_B\times M_B \Leftrightarrow 10{,}6 = 0{,}3\times M_A + 0{,}1\times M_B$ (2)
De (1) et (2) on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 190 = M_A + 3M_B \\ 106 = 3M_A + M_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} M_A = 16\ g/mol \\ M_B = 58\ g/mol \end{matrix}$$

2) Déterminons la formule et le nom de A
La molécule de A : C_XH_Y ; $M_A = 12X + Y = 16$ g/mol

Nécessairement : X = 1 et Y = 4
D'où la formule de A est : CH_4 et le nom de A est le méthane.

3) La molécule de B : C_XH_Y Avec Y = 2,5X On a la formule : $C_XH_{2,5X}$
Masse molaire $M_B = 12X + 2,5X = 58$ g/mol $\Leftrightarrow 14,5X = 58 \Leftrightarrow X = 4$
La molécule de B est: C_4H_{10} c'est le butane

4) D'après l'énoncé, $m_A = m_B$
Soit m la masse du mélange A + B $\Rightarrow m = m_A + m_B \Leftrightarrow m = 2m_A$

$$n\times M = 2\times n_A\times M_A \Leftrightarrow \mathbf{n_A = \frac{n\times M}{2\times M_A}}$$

<u>AN:</u> $n_A = \dfrac{0,4\times(16+58)}{2\times 19} \Leftrightarrow n_A = 0,928$ ou $\% n_A = 92,5\ \%$

<u>Exercice 15</u>

Le glucose (sucre des fruits), de formule $C_6H_{12}0_6$, se transforme par fermentation en dioxyde de carbone et en éthanol (C_2H_60 : alcool).
1) Ecrire l'équation- bilan ne la réaction.
2) Déterminer le volume de dioxyde de carbone obtenu par fermentation de 1000 kg de jus de raisin contenant 36 % en masse de glucose. Calculer la densité du dioxyde de carbone par rapport à l'air. Commentez.
3) Quelle masse et quel volume d'éthanol obtient-on ? On donne :
- $V_m = 23\ L.mol^{-1}$ dans les conditions de l'expérience
- Masse volumique de l'alcool : $0,8 g/cm^3$
- Masses molaires : $M(H) = 1\ g.mol^{-1}$; $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

<u>Corrigé 14</u>

1) Equation- bilan ne la réaction.

$$C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2CO_2 + 2C_2H_6O$$

2) Déterminons la masse m de glucose contenue dans 1000 kg

$$m = \frac{1000\times 36}{100} \Leftrightarrow m = 360\ kg$$

- Déduisons le nombre de moles n de glucose

$n = \dfrac{m}{M}$ Avec $M(C_6H_{12}O_6) = 6\times 12 + 12 + 6\times 16 \Leftrightarrow M(C_6H_{12}O_6) = 180$ g/mol

<u>AN:</u> $n = \dfrac{360.000}{180} \Leftrightarrow n = 2000$ mol

- D'après les coefficients stœchiométriques :

$$\left.\begin{array}{l} \text{1 mole de glucose} \longrightarrow \text{2 moles de } CO_2 \\ \text{2000 moles} \longrightarrow n(CO_2) \end{array}\right\| \Leftrightarrow \mathbf{n(CO_2) = 2\times n\times glucose}$$

<u>AN:</u> $n(CO_2) = 2\times 2000 \Leftrightarrow n(CO_2) = 4000$ moles

- Le volume de CO_2 $n(CO_2) = \dfrac{V(CO_2)}{V_m} \Rightarrow \mathbf{V(CO_2) = n(CO_2)\times V_m}$

<u>AN:</u> $V(CO_2) = 4000\times 23 \Leftrightarrow V(CO_2) = 92.000$ l ou $V(CO_2) = 92\ m^3$

- La densité du dioxyde de carbone

$d = \frac{M(CO_2)}{29}$ AN: $d = \frac{44}{29} \Leftrightarrow d = 1{,}51$

3) Masse et volume d'éthanol obtenus

D'après les coefficients stœchiométriques :

$\mathbf{n(C_2H_6O) = 2\times n(C_6H_{12}O_6)}$ AN: $n(C_2H_6O) = 2\times 2000 \Leftrightarrow n(C_2H_6O) = 4000$ mol

- La masse de l'alcool est

$n(C_2H_6O) = \frac{m(C_2H_6O)}{M(C_2H_6O)} \Leftrightarrow m(C_2H_6O) = n(C_2H_6O) \times M(C_2H_6O)$

AN: $M(C_2H_6O) = 2\times 12 + 6 + 16\ 46$ g/mol

$m(C_2H_6O) = 4000\times 46 = 184.000$ g = 184 kg

- Volume d'alcool: C_2H_6O

$a = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{a}$ AN: $V = \frac{184}{0{,}8} \Leftrightarrow V = 230\ dm^3$

Chapitre 4 EQUATION-BILAN D'UNE REACTION CHIMIQUE LE CHLORURE DE SODIUM SOLUTION AQUEUSE IONIQUE

Résumé

- Utilisation d'une équation-bilan pour résoudre un problème de chimie :

* Ecrire l'équation bilan équilibrée.

* Déterminer les nombres de moles (n) des corps dont on donne la masse (m) ou le volume (Vg) dans l'énoncé à partir des relations :

$$n = \frac{m}{M} \quad \text{ou} \quad n = \frac{Vg}{Vm}$$

* Rechercher en utilisant les coefficients stœchiométriques les relations entre les nombres de moles des différentes substances envisagées.

* Calculer les masses ou les volumes demandés (à partir des relations

* $m = n\times M$ ou $Vg = n\times Vg$ (Vg ; volume du gaz)

- La dissolution d'un solide de chlorure de sodium dans l'eau entraîne la dislocation du réseau cristallin. Les ions dissous confèrent à la solution obtenue des propriétés conductrices du courant électrique, il en est de même de tous les composés ioniques tels que le permanganate de potassium, le sulfate de cuivre etc..

- La solubilité des composés dissous dans l'eau est la quantité maximale de matière du composé dissous, par litre. La solubilité peut s'exprimer également en g/L.

- La concentration molaire volumique [A] d'une espèce chimique A dissoute est le nombre de moles de cette espèce présente par litre de solution. Si n_A est le nombre de moles de A dans le volume V.

$$[A] = \frac{n_A}{V} \qquad [A] \text{ en mol/1 ; } \quad n_A \text{ en mol ; } \quad V \text{ en L}$$

Exercice 1

Equilibrer les équations suivantes :

1) $Fe_30_4 + CO \longrightarrow Fe + CO_2$
2) $Cu_2S + Cu_2O \longrightarrow Cu + SO_2$
3) $C_3H_8 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$
4) $H_2SO_4 + Ca_3(PO_4)_2 \longrightarrow H_3PO_4 + CaSO_4$

Corrigé 1

1) $Fe_3O_4 + 4CO \longrightarrow 3Fe + 4CO_2$

2) $Cu_2S + Cu_2O \longrightarrow 6Cu + SO_2$

3) $C_3H_8 + O_2 \longrightarrow 3CO_2 + 4H_2O$

4) $H_2SO_4 + Ca_3(PO_4)_2 \longrightarrow 2H_3PO_4 + 3CaSO_4$

Exercice 2

Soit fa réaction de réduction de l'oxyde de cuivre II par Je carbone.

1) Equilibrer la réaction $CuO + C \longrightarrow Cu + CO_2$

2) Si l'oxyde de cuivre est entièrement consommé, quelle est la masse d'oxyde qu'il faut pour obtenir :

a) 0,6 mole de cuivre métal

b) 50,8g de dioxyde de carbone.

c) 2,24 1 de dioxyde de carbone mesurés dans les conditions normales de température et de pression (CNTP)

Corrigé 2

1) $2CuO + C \longrightarrow 2Cu + CO_2$

2) a) Cherchons à établir une relation entre les coefficients stœchiométriques des corps concernés : c'est aussi faire le bilan molaire

$$\left.\begin{array}{rl} 2 \text{ moles de } CuO \longrightarrow & 2 \text{ moles de } Cu \\ n(CuO) \longrightarrow & 0{,}6 \text{ mol de } Cu \end{array}\right\| \Rightarrow n(CuO) = 0{,}6 \text{ mol}$$

La masse de CuO consommée est :

$m(CuO) = n(CuO) \times M(CuO)$ Avec $M(CuO) = 63{,}5 + 16 = 79{,}5$ g/mol

<u>AN</u>: $m(CuO) = 0{,}6 \times 79{,}5 \Leftrightarrow m(CuO) = 47{,}7$ g

b) Déterminons le nombre de moles de dioxyde de carbone

$n = \frac{m}{M}$ AN: $n = \frac{50,8}{44} \Leftrightarrow n = 1,15$ mol

D'après le bilan molaire : $n(CuO) = n(CO_2) = 1,15$ mol
m(CuO) = n(CuO)×M(CuO)
AN : $m(CuO) = 1,15 \times 79,5 \Leftrightarrow m(CuO) = 91,42$ g

c) Déterminons le nombre de moles de dioxyde de carbone
$\mathbf{n = \frac{V(CO_2)}{V_m}}$ AN: $n = \frac{2,24}{22,4} \Leftrightarrow n = 0,1$ mol

D'après les coefficients stœchiométriques :
$n(CuO) = n(CO_2) = 0,1$ mol
AN: $m(CuO) = 0,1 \times 79,5 \Leftrightarrow m(CuO) = 7,95$ g

Exercice 3
On peut lire une cartouche de camping-gaz : Butane : I90g. Le volume occupé dans la cartouche par le gaz liquéfié est environ 500 cm^3.
1) Calculer la masse volumique du butane liquéfié
2) Calculer la quantité de matière contenue dans la cartouche pleine. Le butane a pour formule C_4H_{10} ;
Quel volume de butane peut être libéré dans des conditions telles que le volume molaire est $V_m = 25$ $L.mol^{-1}$
3) Quel volume d'air, pris dans les mêmes conditions, faut-il pour faire brûler tout le butane de cette cartouche, sachant qu'il se forme du dioxyde de carbone et de l'eau (combustion complète). On admettra que le dioxygène occupe 1/5 du volume de l'air.

Corrigé 3

1) Calculons la masse volumique du butane liquéfié dans la cartouche
$\mathbf{a = \frac{m}{V}}$ AN : $a = \frac{190}{500} \Rightarrow a = 0,38$ g/cm^3
2) Calculons le nombre de mole du butane dans la cartouche
$\mathbf{n = \frac{m}{M}}$ AN : $M = 4 \times 12 + 10 \times 1$ donc $n = \frac{190}{58} \Rightarrow \mathbf{n = 3,27}$ **mol**

* le volume du butane libéré :
$n = \frac{m}{M} \Rightarrow \mathbf{V_{butane} = n \times V_m}$ AN : $V_{butane} = 3,27 \times 25 \Rightarrow \mathbf{V_{butane} = 81,75}$ **ℓ**
3) L'équation de la combustion complète :
$$C_4H_{10} + \frac{13}{2} O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$
* Déterminons le volume de O_2 utilisé.
D'après le bilan molaire :
1 mole de $C_4H_{10} \longrightarrow \frac{13}{2}$ mol de O_2
3,27 mol $\longrightarrow$ n O_2

D'où $nO_2 = 21,255$ mol

$V_{O2} = nO_2 \times V_m$ AN: $V_{O2} = 21,255 \times 25 \Rightarrow$ **$V_{O2} = 532,3$ ℓ**

On sait depuis la classe de 5[èmè] que :

$V_{O2} = \frac{V_{air}}{5} \Rightarrow$ **$V_{air} = 5\ V_{O2}$** AN: $V_{air} = 5\times532,3 \Rightarrow$ **$V_{air} = 2661,5$ ℓ $= 2,662\ m^3$**

Exercice 4

On fait réagir de l'aluminium avec du soufre. Il se forme du sulfure d'aluminium.

1) Ecrire l'équation bilan de cette réaction.

2) On utilise 14,4 g de poudre d'aluminium et 13,2 g de soufre en fleur

a) Quel réactif est en excès ?

b) Quelle masse de sulfure d'aluminium obtient-on ?

Corrigé 4

1) Equation bilan de cette réaction.

$$2A\ell + 3S \longrightarrow A\ell_2S_3$$

2) a) Réactif est en excès

Soit $m_1 = 14,4$ g de Aℓ et n_1 son nombre de mole

$m_2 = 13,2$ g de S et n_2 son nombre de mole

Déterminons les nombre de moles respectifs :

$n_1 = \frac{m_1}{M_1}$ AN : $n_1 = \frac{14,4}{27} \Rightarrow$ **$n_1 = 0,53$ mol**

b) Masse de sulfure d'aluminium

$n_2 = \frac{m_2}{M_2}$ AN : $n_2 = \frac{13,2}{32} \Rightarrow$ **$n_2 = 0,41$ mol**

* D'après le bilan molaire

$\frac{2}{n(A\ell)} = \frac{3}{n(S)} \Rightarrow$ **$n(A\ell) = \frac{2}{3} n(S)$** AN : $n(A\ell) = \frac{2}{3}\times0,41 \Rightarrow$ **$n(A\ell) = 0,27$ mol**

$n(A\ell) = 0,27$ mol est le nombre de mole de Aℓ qui a réagit sur 0,53 mole de Aℓ initial.

Donc le réactif en excès est l'aluminium.

* Soit $n'(A\ell)$ le nombre de mole de Aℓ qui n'a pas réagit est :

$n'(A\ell) = n_1 - n(A\ell)$ AN: $n'(A\ell) = 0,53 - 0,27 \Rightarrow$ **$n'(A\ell) = 0,26$ mol**

D'après les coefficients stœchiométriques dans l'équation :

$\frac{2}{n(A\ell)} = \frac{1}{n(A\ell_2S_3)} \Rightarrow$ **$n(A\ell_2S_3) = \frac{1}{2} n(A\ell)$**

AN: $n(A\ell_2S_3) = \frac{1}{2}\times0,27 \Rightarrow$ **$n(A\ell_2S_3) = 0,135$ mol**

La masse de sulfure d'aluminium obtenue est :

$m = n(A\ell_2S_3)\times M(A\ell_2S_3)$ AN: $M(A\ell_2S_3) = 2\times27 + 3\times32 = 150$ g/mol

$m = 0,135\times150 \Rightarrow$ **$m = 20,25$ g**

Exercice 5

On réalise un mélange intime de 16 g d'oxyde de fer III (Fe_20_3) et 38g de poudre d'aluminium. On amorce la réaction à l'aide d'une «mèche» de magnésium. Il se forme du métal fer et de l'alumine (Al_20_3)

1) Quelle est l'équation bilan de cette réaction ?

2) Calculer les quantités dé matières initiale des deux réactifs (n_1 pour $Fe_2 0_3$ et n_2 pour l'aluminium).

3) Les deux réactifs ont-ils été entièrement consommés ? Si non quel est le réactif en excès. En déduire sa masse restante.

4) Quelle masse de fer obtient-on ?

On donne: $M(Fe) = 56\ g.mol^{-1}$; $M(Al) = 27\ g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

Corrigé 5

1) Equation bilan de cette réaction

$$Fe_2O_3 + 2A\ell \longrightarrow 2\ Fe + A\ell_2O_3$$

2) Calculons les quantités de matières initiales des deux réactifs

$n_1 = \frac{m_1}{M_1}$ AN : $n_1 = \frac{16}{160} \Rightarrow \mathbf{n_1 = 0,1\ mol}$ **et** $n_2 = \frac{m_2}{M_2}$ AN : $n_2 = \frac{38}{27} \Rightarrow \mathbf{n_2 = 1,4\ mol}$

3) D'après le bilan molaire:

$\frac{1}{n(Fe_2O_3)} = \frac{2}{n(A\ell)} \Rightarrow \mathbf{n(A\ell) = 2\times n(Fe_2O_3)}$ AN : $n(A\ell) = 2\times0,1 \Rightarrow \mathbf{n(A\ell) = 0,2\ mol}$

Il n'y a que $n(A\ell) = 0,2$ mol de l'aluminium qui a réagit sur 1,4 mol d'aluminium initial.
Donc les réactifs n'ont pas été tous entièrement consommés.
Le réactif en excès est l'aluminium.

* Le nombre de moles $n'(A\ell)$ n'ayant pas réagit est :

$\mathbf{n'(A\ell) = n_2 - n(A\ell)}$ AN: $n'(A\ell) = 1,4 - 0,2 \Rightarrow \mathbf{n'(A\ell) = 1,2\ mol}$

* La masse restante

$\mathbf{m'(A\ell) = n'(A\ell)\times M(A\ell)}$ AN: $m'(A\ell) = 1,2\times27 \Rightarrow \mathbf{m'(A\ell) = 32,4\ g}$

4) Masse de fer obtenu.

D'après le bilan molaire :

$\frac{2}{n(A\ell)} = \frac{2}{n(Fe)} \Leftrightarrow n(Fe) = n(A\ell) = 0,2$ mol AN : $m(Fe) = 0,2\times56 \Rightarrow \mathbf{m(Fe) = 11,2\ g}$

5) Masse d'alumine obtenue

$\frac{2}{n(A\ell)} = \frac{1}{n(A\ell_2O_3)} \Leftrightarrow \mathbf{n(A\ell_2O_3) = \frac{1}{2}\times n(A\ell)}$ AN : $n(A\ell_2O_3) = \frac{1}{2}\times0,2 = 0,1$ mol

$M(A\ell_2O_3) = 2\times27 + 3\times16 = 120$ g/mol

$\mathbf{m(A\ell_2O_3) = n(A\ell_2O_3) \times M(A\ell_2O_3)}$ AN: $m(A\ell_2O_3) = 0,1\times102 \Rightarrow \mathbf{m(A\ell_2O_3) = 10,2\ g}$

Exercice 6

On dispose d'un mélange de fer II (FeO) et d'oxyde de fer III (Fe_20_3) de masse totale 13,8g. On désire la réduire à l'état de fer métal en utilisant du dihydrogène.

l) Ecrire les équations- bilans respectives de la réduction des oxydes FeO et Fe_2O_3 par le dihydrogène H_2.
2) Quelle est la composition du mélange sachant que la réaction de réduction a produit 4,5g de vapeur d'eau ?
3) Quel est le volume de dihydrogène nécessaire à cette réaction ?

Corrigé 6

l) Ecrire les équations- bilans

$$FeO + H_2 \longrightarrow Fe + H_2O \quad (1)$$

$$Fe_2O_3 + 3\,H_2 \longrightarrow 2Fe + 3\,H_2O \quad (2)$$

2) La composition du mélange initial:

* Déterminons d'abord le nombre de mole de chaque oxyde

D'après le bilan molaire de l'équation (2) $n(Fe_2O_3) = \frac{1}{2}n_2(H_2) = \frac{1}{2}n_2(Fe) = \frac{1}{3}n_2\,(H_2O)$

La masse totale des oxydes donne:

$m(FeO) + m\,(Fe_2O_3) = 13,8$ g $\Leftrightarrow$ **72 n(FeO) + 160n (Fe_2O_3) = 13,8 (a)**

Masse totale de l'eau : $m_1(H_2O) + m_2(H_2O) = 4,5$

$\Leftrightarrow 18n_1(H_2O) + 18n_2(H_2O) = 4,5 \Leftrightarrow n_1(H_2O) + n_2(H_2O) = 0,25$ **(b)**

D'après les bilans molaires, on a les relations suivantes :

$n_1(H_2O) = n(FeO)$ et $n_2(H_2O) = 3\,n(Fe_2O_3)$ **(b)** devient : **n(FeO) + 3 n(Fe_2O_3) = 0,25 (c)**

Posons $a = n(FeO)$ et $b = n(Fe_2O_3)$.

On forme alors le système suivant avec (a) et (c)

$\begin{cases} 72\,a\ 160\,b = 13,8 \\ a + 3\,b = 0,25 \end{cases}$ Ce qui donne $\begin{cases} a = 25.10^{-3}\text{ mol} \\ b = 75.10^{-3}\text{ mol} \end{cases}$ d'où $\begin{cases} n(FeO) = 25.10^{-3}\text{ mol} \\ n(Fe_2O_3). = 75.10^{-3}\text{ mol} \end{cases}$

* Calculons maintenant la masse de chaque oxyde

$m(FeO) = n(FeO)\times M(FeO)$ et $m(Fe_2O_3) = n(Fe_2O_3)\times M(Fe_2O_3)$

AN: $m(FeO) = 0,025\times 72 \Rightarrow$ **m(FeO) = 1,8 g** et $m(Fe_2O_3) = 0,075\times 160 \Rightarrow$ **m(Fe_2O_3) = 12 g**

<u>Pourcentage en masse</u> :

% m(FeO) = 1,8×100/13,8 $\Rightarrow$ **% m(FeO) = 13,04 %**

% m(Fe_2O_3) = 12×100/13,8 $\Rightarrow$ **% m(FeO) = 86,96 %**

3) Le volume de dihydrogène nécessaire

On sait que : $n_1(H_2) = n(FeO) = 0,025$ mol et $n_2(H_2) = 3\,n(Fe_2O_3) = 3\times 0,075 = 0,225$ mol

$V_1(H_2) = n_1(H_2)\times V_m$ et $V_2(H_2) = n_2(H_2)\times V_m$

Il vient : $V(H_2) = V_1(H_2) + V(H_2) \Rightarrow$ $\mathbf{V(H_2) = [\,n_1(H_2) + n_2(H_2)\,]\times V_m}$

AN : $V(H_2) = (0,025 + 0,225)\times 22,4 \Rightarrow$ **$V(H_2)$ = 5,6 ℓ**

Exercice 7

On réalise dans un eudiomètre, la combustion complète de 30 cm^3 d'un mélange de méthane et de butane. Après passage de l'étincelle et retour dans les conditions initiales, on obtient 40 cm^3 de dioxyde de carbone et d'eau. Les volumes sont mesurées dans les CNTP où $V_m = 22,4$ L.

1) Ecrire les équations- bilan de la combustion complète du butane et du méthane dans le dioxygène.

2) Déterminer les pourcentages en mole de chacun des constituants du mélange des deux hydrocarbures gazeux.

3) Déterminer les volumes respectifs de chacun des hydrocarbures gazeux ainsi que le volume d'air que nécessite la combustion complète.

Corrigé 7

1) Equations- bilan de la combustion complète du butane et du méthane dans le dioxygène.

$$CH_4 + 2\,O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\,H_2O \quad \textbf{(I)}$$

$$C_4H_{10} + \frac{13}{2}O_2 \longrightarrow 4CO_2 + 5\,H_2O \quad \textbf{(II)}$$

2) Déterminons les pourcentages en mole de chacun des constituants

Appelons V_2 et V_2 les volumes (en cm^3) de méthane et de butane dans le mélange : $V_2 + V_2 = 30\ cm^3$ **(a)**

* Les proportions entre les volumes réagissant sont données par les coefficients des équations – bilans.

Un volume V_1 de méthane produit un volume V_1 de CO_2

Un volume V_2 de butane produit un volume $4\,V_2$ de CO_2

Donc : $V_1 + 4\,V_2 = 90\ cm^3$ **(b)**

On forme le système d'équation avec (a) et (b)

$$\begin{cases} V_1 + 4\,V_2 = 30 \\ V_1 + 4\,V_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_1 = 10\ cm^3 = 10\ mL \\ V_2 = 20\ cm^3 = 20\ mL \end{cases}$$

* Soit n_1 le nombre de mole de méthane et n_2 celui de butane :

$$\mathbf{n_1 = \frac{V_1}{V_m}} \quad \text{et} \quad \mathbf{n_2 = \frac{V_2}{V_m}}$$

AN : $n_1 = \dfrac{10.10^{-3}}{22,4} \Rightarrow \mathbf{n_1 = 4,46.10^{-4}\ mol}$ et $n_2 = \dfrac{20.10^{-3}}{22,4} \Rightarrow \mathbf{n_2 = 9.10^{-4}\ mol}$

* le nombre de mole total du mélange et les pourcentages en mole.

$\mathbf{n = n_1 + n_2}$ AN : $n = (4,46 + 9).10^{-4} \Rightarrow \mathbf{n = 13,46.10^{-4}\ mol}$

$$\%\,n_1 = \frac{4,46.10^{-4} \times 100}{13,46.10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{\%\,n_1 = 33,13\ \%} \quad \text{et} \quad \%\,n_2 = \frac{9.10^{-4} \times 100}{13,46.10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{\%\,n_2 = 66,87\ \%}$$

3) le volume de chaque hydrocarbure: voir réponse 2°) $V_1 = 10\ cm^3$ et $V_2 = 20\ cm^3$

* $V_{O2} = V_{O2}(I) + V_{O2}(II) \Rightarrow \mathbf{V_{O2} = 2V_1 + \frac{13}{2}V_2}$

AN: $V_{O2} = 2\times10 + \frac{13}{2}\times20 \Rightarrow \mathbf{V_{O2} = 150\ cm^3}$

* Le volume d'air nécessaire

$\mathbf{V_{air} = 5V_{O2}}$ AN : $V_{air} = 5\times150 \Rightarrow \mathbf{V_{air} = 750\ cm^3}$

Exercice 8

La décomposition de l'éthanol, C_2H_60 en présence d'un catalyseur de déshydratation permet de préparer de l'éthène C_2H_4 au laboratoire. L'équation bilan de la réaction s'écrit

$C_2H_60 \longrightarrow C_2H_4 + H_20$

1) Calculer la masse d'éthanol nécessaire à la préparation de 20 éprouvettes d'éthène de 30 ml chacune.

2) L'éthanol, liquide dans les conditions du laboratoire, a une masse volumique de 0,8g/cm^3. Calculer le volume d'éthanol à prévoir pour la préparation indiquée.

Corrigé 8

1) Le volume d'éthène : $V_{éthène} = 20\times30 \Rightarrow V_{éthène} = 600$ mL

* Calculons le nombre de mole d'éthène

$n = \frac{V_{éthène}}{V_m}$ AN : $n = \frac{0,6}{22,4} \Rightarrow \mathbf{n = 0,026\ mol}$

D'après l'équation bilan : $n(C_2H_6O) = n(C_2H_4) = 0,026$ mol

* La masse d'éthanol nécessaire est :

$\mathbf{m = n(C_2H_6O)\times M(C_2H_6O)}$ AN : $m = 0,026\times(2\times12 + 6 + 16) \Rightarrow$ **m = 1,19 g** ou **m = 1,2 g**

2) le volume du liquid d'éthanol

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \mathbf{V = \frac{m}{\rho}}$ AN : $V = \frac{1,2}{0,8} \Rightarrow \mathbf{V = 1,5\ cm^3}$

Exercice 9

L'oxyde de magnésium est un corps pur ionique constitué des ions Mg^{2+} et O^{2-}

1) Justifier les formules de ces ions et donner la formule de l'oxyde de magnésium.

2) Ce corps ionique cristallise comme le chlorure de sodium.
Représenter sa maille élémentaire.

Corrigé 9

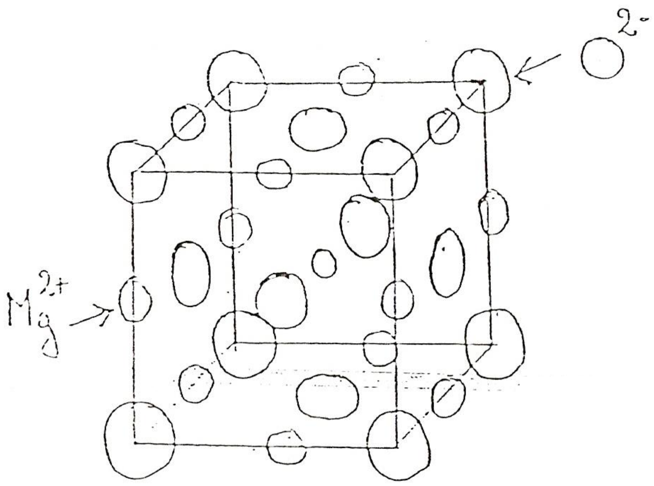
1) Le magnésium Mg(Z = 12) a pour formule électronique $K^2L^8M^2$.

Pour acquérir la formule électronique du gaze rare Ne (Z = 10) le plus proche (K^2L^8), il est obligé de céder ces deux électrons de la couche externe. Il devient un ion positif appelé cation d'où la formule Mg^{2+}.

* L'oxygène O (Z = 8) a pour formule électronique K^2L^6 pour remplir la règle de l'Octet et acquérir la structure électronique du gaz rare le plus proche. Le néon Ne (Z = 10) ; il doit capter 2 électrons de plus sur sa dernière couche. Il devient alors un ion négatif appelé anion d'où la formule O^{2-}. La formule de l'oxyde de magnésium est : MgO.

Un composé ionique est électrique neutre.

2) Représentation de la maille élémentaire.



Exercice 10

1) Donner les noms des composés ioniques dont les formules statistiques sont les suivantes : FeO ; BaO ; CsBr ; AgCl ; AgI ; ZnS ; $Mg(OH)_2$; $ZnSO_4$; Pb $(N0_3)_2$; $FeCl_3$; $BaCl_2$; MgO.

2) En tenant compte de l'électroneutralité des solutions aqueuses écrire les équations de mise en solution de ces composés ioniques.

Exercice 11

I) On dissout 1,46 g de chlorure de sodium et 2,80g de chlorure de calcium
dans 50 ml d'eau.

1) Quelles sont les espèces chimiques en présence

2) Calculer les concentrations molaires de chacune des espèces.

II) La solubilité du sulfate de sodium est 195 g/L à 20°C. On dissout 14,2g de sulfate de sodium clans 100mL d'eau.

1) Déterminer la concentration massique du soluté.

2) La solution préparée est-elle saturée ?

3) Déterminer la concentration molaire des différents ions en solution.

Exercice 12

I). 1) Quelle masse de saccharose (sucre ordinaire) de formule $C_{12}H_{22}0_{11}$ faut il mettre en solution dans l'eau pour obtenir 250 mL de solution à 0,2 $mol.L^{-1}$ de saccharose ? Masse molaire du saccharose : $342g.mol^{-1}$.

2) Calculer le nombre de moles de saccharose dans un prélèvement de 20mL de la solution précédente.

II). 1) Quelle masse de carbonate disodique Na_2C0_3 solide faut-il dissoudre pour obtenir 100 mL de solution de concentration 0,1 $mol.L^{-1}$ en ions carbonate CO_3^{2-} ?

2) Calculer le nombre de moles d'ions CO_3^{2-} et Na^+ dans un prélèvement de 50ml de cette solution.

Exercice 13

On mélange 40mL d'une solution de sulfate de sodium Na_2SO_4 à 0,2 $mol.L^{-1}$ et 20mL d'une solution de nitrate de sodium à 0,1 $mol.L^{-1}$

Calculer les concentrations des différents ions dans le mélange.

Exercice 14

On réalise l'électrolyse du chlorure de sodium. On obtient $5,6 m^3$ de dichlore (mesuré dans les CNTP où le volume molaire est $V_m = 23$ L.mol^{-1}.

1) Proposer un montage sur un schéma clair, indiquer :
- les noms des électrodes et les pôles.
- les sens des déplacements des ions dans la solution
- le sens de déplacement des électrons dans les fils.

2) Ecrire les équations au niveau de chaque électrode.
En déduire l'équation-bilan de l'électrolyse.

3) Calculer le nombre de moles de dihydrogène formé.

4) Calculer la masse de soude formée.

5) Sachant que le volume initial de la solution de chlorure de sodium est de 100 mL, quelle est la concentration massique de la solution en chlorure de sodium.

Corrigé 14

1) Voir cours

2) Equations au niveau de chaque électrode puis l'équation-bilan de l'électrolyse.

A l'anode : $2\,C\ell^- \longrightarrow C\ell_2 + 2\,e^-$

A la cathode : $2\,H_2O + 2\,e^- \longrightarrow H_2 + 2\,OH^-$

Equation – bilan : $2\,H_2O + 2\,C\ell^- \longrightarrow H_2 + C\ell_2 + 2\,OH^-$

Ou $2\,H_2O + 2(Na^+ + C\ell^-) \longrightarrow H_2 + C\ell_2 + 2(Na^+ + OH^-)$

3) Déterminons le nombre de mole de dichlore d'abord :

$n(C\ell_2) = \dfrac{V(C\ell_2)}{V_m}$ AN : $V(C\ell_2) = 5,6\ cm^3 = 5600\ dm^3$

$$n(C\ell_2) = \frac{5600}{23} \Rightarrow n(C\ell_2) = 243,5\ mol$$

D'après le bilan molaire:

$n(H_2) = n(C\ell_2) = 243,5$ mol

4) la masse de soude obtenue : d'après le bilan molaire

$n(H_2) = \dfrac{1}{2}\,n(NaOH) \Rightarrow$ **$n(NaOH) = 2\,n(H_2)$**

AN: $n(NaOH) = 2\times 243,5 \Rightarrow$ **$n(NaOH) = 487$ mol**

$m(NaOH) = n(NaOH)\times M(NaOH)$

AN: $m(NaOH) = 487\times(23 + 16 + 1) \Rightarrow$ **$m(NaOH) = 19,48$ kg**

Exercice 15

On dispose d'une solution mère So de chlorure de sodium de concentration molaire $Co = 0,5\ mol.L^{-1}$. On veut préparer, à partir de So, des solutions diluées de différentes concentrations molaires.

1) On prélève un volume Vo= 5mL de So. On met ce volume dans une fiole jaugée de 100 mL, on complète jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée. On bouche et on homogénéise. Quelle est la concentration molaire de la solution S_1 obtenue ?

2) On prélève un volume V_O = 20mL de So. On met ce volume dans une fiole jaugée de 1L. On complète jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée. On bouche et on homogénéise. Quelle est la concentration molaire de la solution S_2 obtenue ?

3) Quel volume V_O de la solution So faut-il prélever pour obtenir un volume V_3 = 500 mL de solution diluée S_3 de concentration molaire $C_3 = 0,005\ mol.L^{-1}$

Corrigé 15

1) Concentration molaire de la solution S_1 obtenue

Soit C_2 la concentration molaire de la solution S_2

V_2 = 100 mL le volume de la solution S_2

Co = La concentration molaire de la solution mère So

V_O = 5 mL de la solution mère So

$$C_1V_1 = C_OV_O \Leftrightarrow \mathbf{C_1 = \frac{CoVo}{V_1}} \quad AN : \quad C_1 = \frac{0,5 \times 20.10^{-3}}{1} \Rightarrow \mathbf{C_1 = 0,025\ mol/L}$$

2) Concentration molaire de la solution S_2 obtenue

Lorsque le nombre de mole n_0 de la solution mère So se trouve dissout dans V_2 = 1 L de la solution S_2 , sa concentration molaire C_2 est :

$$C_2V_2 = C_OV_O \Leftrightarrow C_2 = \frac{C_OV_O}{C_2} \quad AN : \quad C_2 = \frac{0,5 \times 5}{100} \Rightarrow \mathbf{C_2 = 0,01\ mol/L}$$

3) Volume V_O de la solution So

Même raisonnement :

$$C_3V_3 = C_OV_O \Leftrightarrow V_O = \frac{C_3V_3}{Co} \quad AN : V_O = \frac{0,005 \times 500}{0,5} \Rightarrow \mathbf{V_O = 5\ mL}$$