FICHE DE LEÇON

Classe(s): Terminale D
THEME: MECANIQUE

TITRE DE LEÇON : OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES
Durée : (6 h)

HABILETÉS	CONTENU
Définir	un oscillateur mécanique.
Connaître	les caractéristiques générales d'un oscillateur mécanique.
Déterminer	l'équation différentielle d'un oscillateur mécanique non amorti.
Connaître	la forme générale de la solution de l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique
Déterminer	les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti : - la pulsation propre ; - la période propre ; - la fréquence propre ; - l'amplitude ; - la phase à l'origine des dates.
Écrire	la solution de l'équation différentielle.
Montrer	la conservation de l'énergie mécanique d'un oscillateur non amorti.
Tracer	les graphes x(t) et v(t).
Exploiter	les graphes x(t) et v(t).

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Un élève en classe de T^{le}D au Collège le SAVANT 2 de Yopougon-béago découvre dans une revue scientifique les informations suivantes :

« L'amortisseur d'une automobile fonctionne en duo avec un ressort de suspension pour assurer le confort à bord du véhicule ainsi que sa bonne tenue de route. Le rôle des amortisseurs est de maintenir les roues en contact avec le sol. Le ressort est soumis au processus de compression-détente continu en perdant à chaque fois un peu d'énergie. Si le ressort travaille seul, les oscillations se prolongent dans le temps. La fréquence et l'ampleur des mouvements occasionnés par le ressort doivent être contrôlés ».

Voulant en savoir davantage l'élève informe ses camarades et ensemble, ils entreprennent de définir un oscillateur mécanique, de déterminer son équation différentielle et les caractéristiques du mouvement d'un oscillateur mécanique non amorti puis de montrer la conservation de l'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique non amorti.

<table>
<tr><td rowspan="2"><u>Matériel par poste de travail</u>
Ressort
- Solide
- Potence
- Chronomètre
- Banc à coussin d'air et accessoires.
- - Masses marquées</td><td><u>Supports didactiques</u>
▪ ▪ Livre de Physique AREX Terminale C et D..
Planche de schéma</td></tr>
<tr><td><u>Bibliographie</u>
▪ Livre de Physique AREX Terminale C et D.
▪ Guide et programmes Terminale D.</td></tr>
</table>

Plan de la leçon

<table>
<tr><th>Moments didactiques/ Durée</th><th>Stratégies pédagogiques</th><th>Activités du professeur</th><th>Activités des élèves</th><th>Trace Ecrite</th></tr>
<tr><td>Présentation</td><td>Questions/ réponses</td><td>Rappels/pré requis
▪ Ressort (raideur et tension)
▪ Théorème du CI. ▪ Energie cinétique et potentielle</td><td>Les élèves répondent aux questions</td><td>OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES</td></tr>
<tr><td>Développement</td><td></td><td>Faire lire la situation par un élève.

-Que veulent faire les élèves?</td><td>Les élèves lisent la situation</td><td>Une balançoire est en équilibre : les cordes de suspension sont verticales. La balançoire est tirée vers le haut et lâchée : elle prend un mouvement périodique de part et d’autre de sa position d’équilibre. La balançoire constitue alors un oscillateur mécanique. Une fois lâché, aucune nouvelle action extérieure n’impose de mouvement : la balançoire effectue des oscillations libres. Les oscillateurs mécaniques interviennent fréquemment dans notre environnement : dans les instruments de musique, une corde ou une couche d’air se comportent comme un oscillateur qui engendre les sons ; dans les véhicules, le système de suspension (ressorts- amortisseurs) permet d’améliorer le confort des trajets.

1. <u>CARACTERISTIQUES GENERALES D’UN OSCILLATEUR MECANIQUE</u> :
1.1. <u>Oscillateur mécanique</u> :
• Un oscillateur mécanique est un système capable d’effectuer des oscillations. L’oscillateur à étudier est le pendule élastique ; il est constitué d’un solide accroché à un ressort dont une des extrémités est relié à un support fixe. Le pendule élastique peut - être en position verticale ou en position horizontale.
• Ses oscillations sont libres quand, une fois écarté de sa position d’équilibre, il est abandonné à lui-même.
• S’il n’est existe aucune force de frottement, les oscillations ne sont pas amorties et le mouvement continu indéfiniment
• s’il existe des forces de frottement, le système perd de l’énergie, les oscillations sont progressivement amorties et le système fini par s’arrêter</td></tr>
</table>

Développement (suite)	Expérimentation			**1.2. <u>Période et fréquence</u>** : - la période est le mis pour effectuer une oscillation (aller et revenir à la position de départ) - La fréquence est le nombre d'oscillation effectuée en 1 seconde 1**.3. <u>Amplitude</u>** Dans le cas du pendule élastique, l'amplitude est l'allongement maximum ou le raccourcissement maximum du ressort **2. L<u>E PENDULE ELASTIQUE EN POSITION VERTICALE</u>** **2.1. <u>Etude de l'équilibre</u>** Considérerons un ressort de longueur à vive $\ell_O$dont une des extrémités est fixe et l'autre relié à un solide de masse m, à l'équilibre la longueur du ressort à vide est ℓ

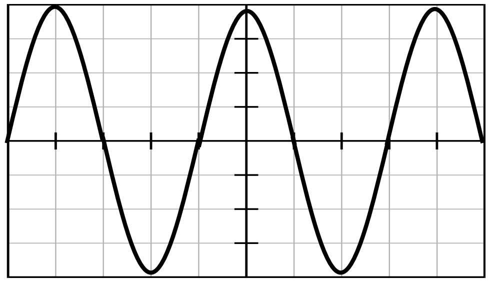
Développement (suite	Travail individuel			**2.2. Mesure de la période** On mesure le temps mis pour effectuer 10 oscillations : ce temps correspond à 10 périodes. La période T est obtenue en divisant le temps mesuré par 10. $T=\frac{t}{10}$ **Remarque :** La période T dépend de la masse du solide mais ne dépend pas de l'amplitude des oscillations **<u>3- LE PENDULE ELASTIQUE EN POSITION HORIZONTAL</u> :** **3.1. description de l'expérience** Le pendule élastique décrit précédemment est placé en position horizontale sur un banc à coussin d'air. On écarte le solide de sa position initiale jusqu'à la position Xm et on le lâche à l'instant t = 0 sans vitesse initiale Le solide effectue alors des oscillations autour de la position d'équilibre

Développement (suite	Exploitation Démonstration			**3.2. <u>Equation différentielle</u>** : ❶ <u>Système</u>: Le solide ❷ <u>Référentiel</u> :terrestre supposé galiléen ❸ <u>Bilan des forces</u> : Le poids $\vec{P}$ du solide La réaction $\vec{R}$ du banc La tension $\vec{T}$ du ressort ❹<u>Théorème du centre d'inertie</u> : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\,\vec{a}$ • <u>Projection sur l'axe (x'x)</u> :

Développement (suite	Expérimentation Travail de groupe Travail individuel Expérimentation		.	**Remarque** : cas ou le ressort raccourci

Développement (suite	Travail de groupe Travail individuel			• **Remarque** : On appelle **équation différentielle**, une équation liant une fonction et l'une ou plusieurs de ses dérivées. **3.3. Solution de l'équation différentielle** : **3 3.1. Solution** : La solution x(t) de l'équation différentielle est une fonction sinusoïdale du type : $\boxed{x = X_m . \cos(\omega_0 t + \varphi)}$ - **x** : élongation à l'instant t - X_m :(m) est l'amplitude du mouvement ou élongation maximale - φ: (rad) la phase à l'origine des dates - **($\omega_0 t + \varphi$) la phase à l'instant t en rad** - **ω_0 : pulsation propre en rad /s** **Remarque** : X_m et φ sont des constantes déterminées par les conditions initiales de lancement, c'est-à-dire la vitesse et l'élongation initiales.

<table>
<tr>
<td>Développement (suite</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>
La position d’élongation à l’instant t de l’oscillateur est une fonction sinusoïdale : l’oscillateur est dit harmonique

3.3.2. <u>Courbe x = f(t)</u> :


3.3.3. <u>Vérification de la solution</u> :
Vérifions que $\boxed{\mathbf{x = X_m.cos\ (\omega_0 + t)}}$ est solution de l’équation $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}\mathbf{x = 0}}$:

• <u>Vitesse</u> : $V = \dot{x} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0 x$
• <u>Accélération</u> $a = \ddot{x} = -X_m\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x$
</td>
</tr>
</table>

Développement (suite				Soit : $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$: **pulsation propre** (rad.s^{-1}) **<u>APPLICATION 1</u>** La loi horaire du mouvement d'un oscillateur est donnée (unité S.I.) par : **x(t)= 0,45sin(100πt+π/6).** 1-Déterminer l'amplitude Xm, la phase φ, la période To du mouvement et la fréquence fo de l'oscillateur. 2-A la date t = 0 déterminer l'abscisse x_o, la vitesse v_o et l'accélération a_o du mobile. **3.4. <u>Caractéristiques</u> :** **3.4.1. <u>Période propre</u>** : **La période T_0** du pendule élastique (période propre de l'oscillateur) est la durée d'une de ses oscillations complètes ; elle dépend de deux variables : la masse **m** du solide S et la constante de raideur **k** du ressort : $\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$ soit $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ T_0 : période propre en seconde(s) m : masse su solide en Kg k : constante de raideur en N/m **3.4.2. <u>Fréquence propre</u>** : $\boxed{N_0 = \frac{1}{T_0}}$, N_0 en hertz (Z) **Remarque :** $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ **4. <u>ETUDE ENERGETIQUE</u> :**

Développement (suite

4.1. <u>Energie potentielle élastique d'un pendule horizontale</u> :

Un ressort allongé ou comprimé d'une longueur x possède l'énergie potentielle élastique :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} . k.x^2$$

- E_{pe} : énergie potentielle élastique en Joule
- k : constante de raideur en N /m
- x : longueur mètre (m)

4.2. <u>Energie mécanique</u> :

4.2.1. <u>Expression de l'énergie mécanique</u> :

L'oscillateur mécanique {ressort + masse} possède, à un instant t quelconque :

- de l'énergie potentielle élastique due au ressort : $E_{pe} = \frac{1}{2} . k.x^2$
- de l'énergie cinétique due à la masse : $E_C = \frac{1}{2} . m.v^2$
- L'énergie mécanique totale du système est : $E_m = E_C + E_{pe}$

4.2.2. <u>Conservation de l'énergie mécanique</u> :

Si l'on néglige la résistance de l'air, le système

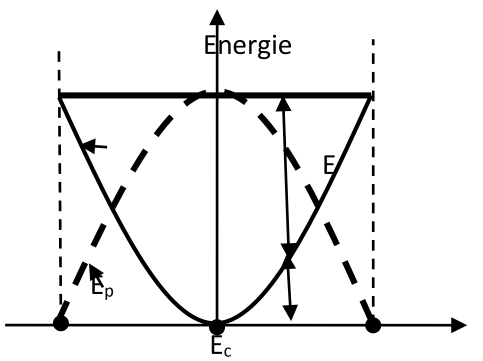
{Terre- objet- ressort- support} est isolé ; son énergie mécanique est donc **constante** : $\boxed{E_m = cte}$.

- Au cours des oscillations d'un pendule élastique,

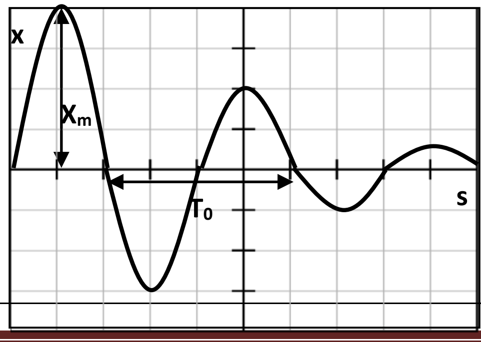
il y a transformation mutuelle de l'énergie potentielle du ressort en énergie cinétique de la masse m.

L'énergie mécanique du pendule est constante et vaut :

<u>Représentation graphique des fonctions E, Ep et Ec :</u>



Développement (suite				$$E_m = E_C + E_{Pe} = \frac{1}{2}\, mV^2 + \frac{1}{2}\, kx^2 .$$ On a : $x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$ et $V = \dot{x} = -X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$ $\Rightarrow \quad E_m = \frac{1}{2} m[-X_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2} k[X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)]^2$ $$E_m = \frac{1}{2} mX_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} kX_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$ $E_m = \frac{1}{2} kX_m^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} kX_m^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$ car $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ $$E_m = \frac{1}{2} kX_m^2[\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$$ Donc : $E_m = \frac{1}{2} kX_m^2 \quad (1)$ L'énergie mécanique totale d'un oscillateur **non amorti reste constante**. <u>**Remarques**</u> : En remplaçant $k \text{ par } m\omega_0^2$ dans (1) on obtient : $$E_m = \frac{1}{2} mV_m^2 \quad \text{avec} \quad V_m^2 = \omega_0^2 X_m^2 .$$

Développement (suite				**4.3. <u>Equation différentielle à partir de la conservation de l'énergie</u>** : **5. <u>PENDULE ELASTIQUE AMORTI</u>** : *Lorsqu'il y a des frottements, l'énergie mécanique diminue. L'amplitude X_m décroît progressivement et la période varie peu.* *On dit que le mouvement est* ***pseudo- périodique.***  T_0 : pseudo-période

EVALUATION				
