

FICHE DE LEÇON

Classe(s): Terminale D

THEME: MECANIQUE

TITRE DE LEÇON : Cinématique du point

Durée : 10 heures

HABILETÉS	CONTENUS
Connaître	les expressions : - du vecteur-position ; - du vecteur- vitesse d'un point dans un repère donné ; - du vecteur- accélération d'un point dans un repère donné ; - de l'accélération normale ; - de l'accélération tangentielle.
Déterminer	les équations horaires des mouvements: - rectiligne et uniforme ; - circulaire et uniforme ; - rectiligne et uniformément varié.
Utiliser	- les équations horaires $x(t)$, $v_x(t)$ et $\theta(t)$ des différents mouvements. - les relations : $\Delta v_x^2 = 2a\Delta x$; $v = R\omega$; $s = R\theta$; $a_N = \frac{v^2}{R}$.
Exploiter	un enregistrement.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Au cours d'une évaluation en athlétisme, au lycée moderne de YOPOUGON, un élève de la Terminale D parcourt un trajet constitué d'une piste rectiligne et d'une autre curviligne. Sur la piste rectiligne, il démarre sans vitesse initiale, accélère pour atteindre une vitesse qu'il maintient constante pour le reste du trajet. Ayant observé attentivement le parcours de leur camarade, les élèves de la classe décident le lendemain, pendant le cours de Physique-chimie, d'approfondir leurs connaissances sur les mouvements. A l'aide d'enregistrements, ils cherchent à déterminer les équations horaires des différents mouvements et à les utiliser.

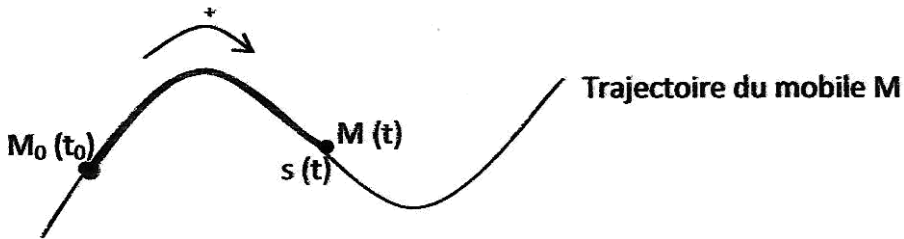
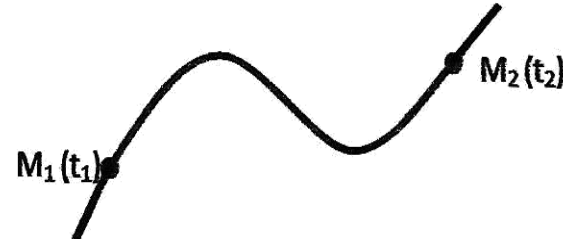
<u>Matériel par poste de travail</u>	<u>Supports didactiques</u>
- Fiches n°4 et 8 (enregistrements de mouvements d'un solide, classe de seconde)	▪ ▪ Livre de Physique AREX Terminale C et D. Planche de schéma
- Table avec mobiles autoporteurs	<u>Bibliographie</u>
- - Banc à coussin d'air	▪ Livre de Physique AREX Terminale C et D. ▪ Guide et programmes Terminale C et D.

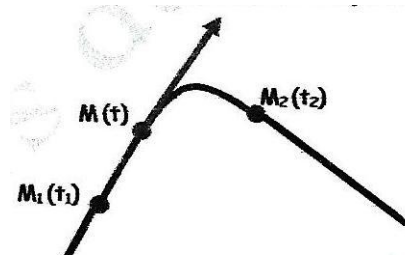
Plan de la leçon

Moments didactiques/ Durée	Stratégies pédagogiques	Activités du professeur	Activités des élèves	Trace Ecrite
Présentation	Questions/ réponses	Rappels/pré requis Mouvement d'un solide (classe de seconde C)	Les élèves répondent aux questions	CINEMATIQUE DU POINT
Développement	Questions/ Réponses	Faire lire la situation par un élève. -Que veulent faire les élèves?	Les élèves lisent la situation ils cherchent à déterminer les équations horaires des différents mouvements et à les utiliser.	La cinématique est la partie de la mécanique qui étudie les mouvements, indépendamment des causes qui les provoquent. 1- RAPPELS 1.1- <u>Caractère relatif du mouvement</u> a) <u>Observations</u> Considérons une personne assise dans un car au cours d'un voyage : - Par rapport aux autres passagers, elle est immobile, - Par rapport à un observateur arrêté au bord de la route, elle est en mouvement. b) <u>Conclusion</u> L'homme est en mouvement par rapport à certains objets et immobile par rapport à d'autres : le mouvement est donc relatif. Cette différence est fonction du référentiel choisi. 1.2- <u>Référentiel</u> Le référentiel est système fixe (objet, solide, ...) permettant de situer un phénomène dans l'espace et le temps. <u>Exemple :</u> - Référentiel terrestre ou référentiel du laboratoire - Référentiel géocentrique ou de coriolis - Référentiel héliocentrique ou de Copernic

	Travail individuel			1.3- <u>Repères</u> a) <u>Repère d'espace</u> Il permet de situer le corps en mouvement et est constitué de : - un point origine O fixé au référentiel - vecteurs unitaires Le repère d'espace peut s'écrire $(O, \vec{i})$ ou $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ou $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. b) <u>Le repère de temps</u> Le repère de temps permet de dater le mouvement du corps. Il comprend - une origine de temps notée t_0 choisi arbitrairement - une unité de temps. L'unité légale de temps est la seconde (s). 2. <u>VECTEUR POSITION</u> 2.1- <u>Définition</u> Le vecteur-position noté généralement $\overrightarrow{OM}$ permet de situer un mobile dans l'espace à chaque instant. 2.2- <u>Expressions du vecteur-position</u> a) <u>En coordonnées cartésiennes</u>
--	-----------------------	--	--	---

	Travail individuel	Activité 1 Détermine l'équation de la trajectoire	Le vecteur-position s'écrit : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} ; \text{ sa norme est } OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ (en mètre)}$ Remarques : • Si x, y et z sont fonctions du temps alors elles constituent les équations horaires ou équations paramétrique du vecteur-position. • Si l'une quelconque des coordonnées est constante alors le mouvement est plan. • Si deux des coordonnées sont constantes alors le mouvement est rectiligne. • Dans la suite, nous n'étudierons que les trajectoires planes. <i>b) Repérage en abscisse curviligne</i> Elle précise la position du mobile sur sa trajectoire. L'abscisse curviligne s du mobile est la valeur de l'arc $\widehat{M_0M}$. $s = \text{mes}\widehat{M_0M}$ L'abscisse curviligne est une fonction paramétrique du temps : $s = f(t)$
--	--------------------	--	---

		Activité 2 Donne l'unité de la vitesse	m/s	 2.3- <u>Trajectoire d'un point mobile</u> a) <u>Définition</u> La trajectoire d'un point mobile est l'ensemble des positions successives occupées par ce point au cours de son mouvement. b) <u>Equation cartésienne</u> Elle s'obtient en éliminant le paramètre temps dans les équations horaires. On exprime ainsi l'une des coordonnées en fonction de l'autre. 3. <u>VECTEUR VITESSE</u> 3.1- Vitesse moyenne Soit un mobile M se déplaçant de M₁ à M₂. La vitesse moyenne du point M est égale au rapport de la distance parcourue par la durée du parcours. $v_m = \frac{M_1 M_2}{t_1 t_2} \left(\frac{m}{s} \text{ ou } m.s^{-1} \right)$ 
--	--	---	-----	---

		Activité 3 Donne l'unité de l'accélération	m/s^2	3.2- <u>Vecteur-vitesse instantanée</u> a) <u>Définition</u> Le vecteur-vitesse instantanée $\vec{v}$ d'un mobile ponctuel est la dérivée, par rapport au temps, de son vecteur position $\overrightarrow{OM}$ $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ b) <u>Caractéristiques du vecteur-vitesse instantanée</u> - Point d'application : point M considéré - Direction : tangente à la trajectoire - Sens : celui du mouvement - Norme : celle de la vitesse instantanée au point M à la date t  3.3- <u>Expression du vecteur-vitesse instantanée</u> a) <u>En coordonnées cartésiennes</u> Soient $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère d'espace orthonormé et un point mobile $M(x, y, z)$ • Le vecteur-position est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ • Le vecteur-vitesse instantanée est : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ soit $\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$
--	--	--	----------------	--

$$= \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

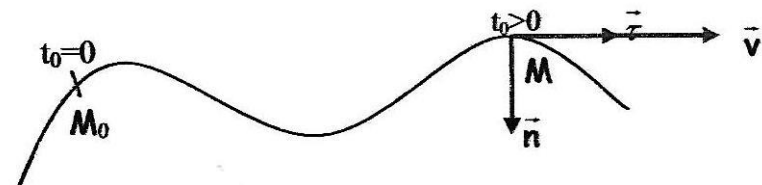
$\dot{x}, \dot{y}$ et $\dot{z}$ constituent les coordonnées cartésiennes du vecteur-vitesse.

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$

La norme de $\vec{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. L'unité légale de la vitesse est m/s ou $m.s^{-1}$

b) Dans la base de Frenet

On munie la trajectoire de la base mobile de Frenet $(\vec{\tau}, \vec{n})$



L'abscisse curviligne des : $s = \widehat{M_0M}$. Le vecteur-vitesse $\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau}$

Remarque : La base de Frenet est constituée de deux vecteurs :

- $\vec{\tau}$: tangente à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement
- $\vec{n}$: perpendiculaire à $\vec{\tau}$ et orienté vers la concavité de la trajectoire.

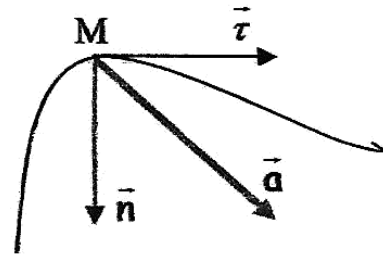
4. VECTEUR ACCELERATION

4.1- Vecteur-accélération moyenne



L'accélération moyenne est : $\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2}{t_1 - t_2}$. L'accélération s'exprime de m/s^2

				4.2- <u>Vecteur-accélération instantanée</u> Le vecteur-accélération instantanée d'un mobile ponctuel est égal à la dérivée, par rapport au temps de son vecteur-vitesse instantanée ou à la dérivée seconde, par rapport au temps de son vecteur-position $\overrightarrow{OM}$. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$ 4.3- Expression du vecteur-accélération a) En coordonnées cartésiennes Soient $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère d'espace orthonormé et un point mobile $M(x, y, z)$ - Le vecteur-position est : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ - Le vecteur-vitesse est : $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ - Le vecteur-accélération est : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$ $\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{cases}$ Le module du vecteur-accélération est : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ $(m.s^{-2} \text{ ou } m/s^2)$ <u>EXERCICE D'APPLICATION</u> Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les coordonnées du vecteur-position sont : $x(t) = 2t - 2 \quad ; \quad y(t) = \frac{3}{2}t^2 - t \quad ; \quad z = 0$
--	--	--	--	---

	Travail individuel		Les unités sont celles du système international et on prendra $t \geq 0$. - En déduire que la trajectoire du point M est plane. - Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. Préciser la nature de cette trajectoire. - Déterminer les coordonnées des vecteurs-vitesse et accélération de M. - Calculer la valeur du vecteur-vitesse de M - A l'instant initial - Lorsqu'il rencontre la droite des abscisses. - Déterminer l'accélération du mobile. A partir de l'abscisse curviligne  Dans la base de Frenet $(\vec{\tau}, \vec{n})$, le vecteur-accélération est : $\vec{a} = a_{\tau}\vec{\tau} + a_n\vec{n}$ $a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$: accélération tangentielle $a_n = \frac{v^2}{R}$: accélération normale, R étant le rayon de courbure de la trajectoire en M. On peut donc écrire : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$ <u>Remarque :</u> - $\vec{a}$ est toujours orienté vers la concavité de la courbure. - Pour un cercle, $R = cste$ et pour une droite R est infini <u>EXERCICE D'APPLICATION</u>
--	--------------------	--	--

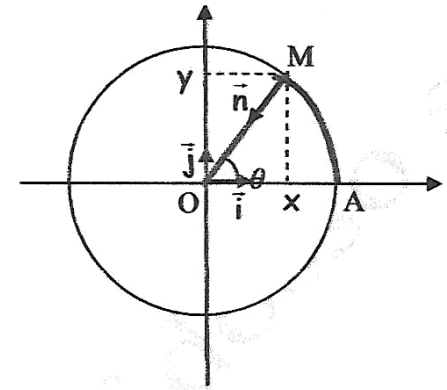
				Les équations horaires du mouvement d'un mobile sont : $x(t) = t ; y(t) = 0 ; z(t) = \frac{1}{2}t^2$ 1.1- Déterminer les coordonnées des vecteurs vitesses et accélération. 1.2- Exprimer les normes des vecteurs vitesses et accélération en fonction du temps 1.3- Déterminer les expressions des accélérations tangentielles et normales en fonction du temps. 1.4- En déduire le rayon de courbure de la trajectoire. Ce mouvement peut-il être circulaire uniforme ? Justifier. 5. <u>QUELQUES MOUVEMENTS PARTICULIERS</u> 5.1- <u>Mouvement rectiligne uniforme</u> a) <u>Définition</u> Un mouvement est dit rectiligne uniforme si : - Sa trajectoire est une droite - Son vecteur-vitesse est constant : $\vec{v} = \vec{v}_0 = \overrightarrow{cste}$ b) <u>Equations horaires</u> ▪ Expression de la vitesse La vitesse est une constante : $v = v_0 = cste ; \vec{v} = v_0\vec{l}$ ▪ Expression de l'accélération $a = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ car } v = cste$ ▪ Equation horaire du mouvement $v_0 = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = v_0t + C \text{ où } C \text{ est une constante dépendant des conditions initiales.}$
--	--	--	--	---

EVALUATION				Conditions initiales : à $t = 0, x = x_0$ $\Rightarrow x_0 = v_0 \cdot 0 + C$ soit $x_0 = C$ d'où : $x = v_0 t + x_0$ En somme pour un mouvement rectiligne uniforme, les équations cinématiques sont : $\begin{cases} a = 0 \\ v = v_0 \\ x = v_0 t + x_0 \end{cases}$ 5.2- <u>Mouvement rectiligne uniformément varié</u> a) <u>Définition</u> Un mouvement est rectiligne uniformément varié si et seulement si : - Sa trajectoire est une droite - Son vecteur-accélération est constant. b) <u>Equations horaires</u> L'équation horaire de la vitesse est : $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = at + v_0$ L'équation horaire du mouvement est : $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ avec v_0 la vitesse initiale et x_0 l'abscisse initiale. En somme, dans le cas d'un mouvement rectiligne uniformément varié, on a : $\begin{cases} a = cste \\ v = at + v_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases}$ Remarques : - $\vec{a} \cdot \vec{v} > \vec{0}$ alors le mouvement est dit accéléré.
------------	--	--	--	--

				- $\vec{a} \cdot \vec{v} < \vec{0}$ alors le mouvement est dit retardé. c) <u>Propriété du mouvement rectiligne uniformément varié</u> En éliminant le temps t dans les expressions de v et x on a : $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ <u>EXERCICE D'APPLICATION</u> Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère $(O, \vec{i})$; son vecteur accélération est constant pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $t_F = 5s$. A l'instant $t_0 = 0$, le mobile part du point M_0, d'abscisse $x_0 = -0,5m$, avec une vitesse $v_0 = 1 m/s$. Puis passe au point M_1, d'abscisse $x_1 = +5m$, avec une vitesse $v_1 = +4,7m/s$. 1. Calculer l'accélération a du mobile. 2. Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1. 3. Donner l'équation horaire du mobile. 4. A la date $T = 2s$, un deuxième mobile M' part de l'abscisse $x_1 = +5m$, avec un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $v' = 4 m/s$. a) Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles, b) Calculer l'abscisse x_R où a lieu cette rencontre. <u>SOLUTION DE L'EXERCICE D'APPLICATION</u> 1. <u>Accélération a du mobile M</u> Le mouvement de M est rectiligne uniformément accéléré, son accélération est donnée par la relation : $v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0)$ soit $a = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2(x_1 - x_0)}$; $a = 1,92 m.s^{-2}$ 2. <u>Date t_1 où M passe au point M_1</u>
--	--	--	--	---

				Equation horaire de la vitesse : $v_1 = at_1 + v_0$ soit $t_1 = \frac{v_1 - v_0}{a}$; $t_1 = 2,97 \text{ s}$ 3. <u>Equation horaire du mobile M</u> L'équation horaire est de la forme : $x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$; soit : $x_1 = 0,96t^2 - t - 0,5 \text{ (m)}$ 4. <u>Etude de la rencontre des deux mobiles</u> a) Date de rencontre t_R ▪ Equation horaire M' Repère $(O, \vec{i})$ Origine des temps : l'instant de départ du deuxième mobile ; l'instant est t' Origine de l'espace : la position x_1 Mouvement rectiligne uniforme, l'équation horaire s'écrit donc : $x' = v't' + x_1$ or $t' = t - T$; $x' = v'(t - T) + x_1$; $x' = 4(t - 2) + 5$ alors $x' = 4t - 3$ ▪ Date de la rencontre t_R Au point de rencontre, les abscisses des deux mobiles sont égales : $x = x'$ $0,96t_R^2 - t_R - 0,5 = 4t_R - 3$ soit $0,96t_R^2 - 5t_R + 2,50 = 0$ Calcul du discriminant : $\Delta = 15,4$ $t_R = \frac{5 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 0,96}$; on retient la solution $\in [2\text{s} ; 5\text{s}]$ d'où $t_R \approx 4,65\text{s}$ b) Abscisse de rencontre x_R $x_R = 4t_R - 3$ soit $x_R \approx 15,6 \text{ m}$ 5.3- <u>Mouvement circulaire uniforme</u> a) <u>Définition</u> Un mouvement circulaire uniforme est un mouvement dont la trajectoire est un cercle et le module du vecteur-vitesse constant. b) <u>Repérage de la position du mobile</u> Le mobile peut être repéré à partir de :
--	--	--	--	--

- Son abscisse angulaire $\theta = (\vec{i}, \overrightarrow{OM})$
- Son abscisse curviligne $s = \widehat{AM} = R\theta$
- Ses coordonnées cartésiennes : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ avec $x = R\cos\theta$ et $y = R\sin\theta$



c) Vecteur-vitesse

- Vitesse angulaire : rd/s
 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ avec : $d\theta$ (radian) et dt (seconde)
 $\Rightarrow \theta = \omega t + \theta_0$
- Vitesse linéaire
 $\vec{v} = R\omega\vec{\tau}$

d) Expression de l'abscisse curviligne

$$s = R\theta \text{ or } \theta = \omega t + \theta_0 \text{ d'où : } s = R\omega t + R\theta_0 = vt + s_0$$

e) Vecteur accélération

$$\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n} \text{ or } v = \text{cste d'où } \frac{dv}{dt} = a_\tau = 0$$

$$\text{Par conséquent : } \vec{a} = a_n\vec{n}$$

Point d'application : le point M considéré

Direction : radiale

				Caractéristiques de $\vec{a}$: - Sens : centripète - Norme : $a = a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$ f) <u>Période et fréquence</u> - Période T : c'est la durée au bout de laquelle, le module fait un tour. $s \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$ - Fréquence N : C'est le nombre de tours effectué par le mobile en 1 s : $Hz \rightarrow N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
--	--	--	--	---