

Niveau : **BT COMPTABILITE**

Durée de l'épreuve : 2 heures

BT COMPTABILITE-COMMERCE**BT TRANSIT****BT SCIENCES MEDICO-SOCIALES**Session: **2016**

Coefficient : 2

MATHEMATIQUES GENERALES
EXERCICE 1 :On considère le polynôme P défini sur \mathbb{R} par :

$$P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$$

1-

a) Calculer $P(1)$

b) Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout réel x, on ait :

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

2- Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$.3- Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

a) $6(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = 0$.

b) $6e^{3x} - 5e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$.

EXERCICE 2 :Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x - 4}{x - 1}$$

et (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

1- Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

2-

a) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, puis interpréter les résultats obtenus.

3- La fonction f étant dérivable sur D_f et f' sa dérivée, vérifier que pour tout x élément de D_f .

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$$

4- Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et dresser le tableau de variation de f .

5-

a) Démontrer que pour tout x élément de D_f , on a :

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + x + 8$$

b) En déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 8$ est asymptote à (C_f) en infini.

c) Etudier la position de (C_f) par rapport à (D) .

6- Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

7- Tracer la courbe (C_f) .

CORRIGÉ ET BARÈME

Examens : BT TERTIAIRE Option : COMPTA-CC-SM
Epreuve de : MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES
Coefficient : 0.2

Barème

Exercice 1 8 Pts

1. $P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$

a) $P(1) = 6 - 5 - 2 + 1$
 $P(1) = 0$ → 1 pt

b) Pour toute méthode, on trouve

$P(x) = (x-1)(6x^2 + x - 1)$ donc
 $a = 6, b = 1$ et $c = -1$ → 2 pt

2. $P(x) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0$ ou $6x^2 + x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{1}{3}$

$S_{IR} = \left\{ 1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right\}$ → 2 pt

3. a) $6(\ln x)^3 - 5(\ln x)^2 - 2\ln x + 1 = 0$

$x \in \text{Ev.} \Leftrightarrow x > 0$ donc $\text{Ev.} =]0; +\infty[$ → 0.5 pt

D'après 2°) $\ln x = 1$ ou $\ln x = -\frac{1}{2}$ ou $\ln x = \frac{1}{3}$

$x = e$ ou $x = e^{-1/2}$ ou $x = e^{1/3}$

$S_{IR} = \left\{ e; e^{-1/2}; e^{1/3} \right\}$ → 1 pt

b) $6e^{3x} - 5e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$

D'après 2°) $e^x = 1$ ou $e^x = -\frac{1}{2}$ ou $e^x = \frac{1}{3}$

$x = 0$ ou $x = -\ln 3$

$S_{IR} = \left\{ 0; -\ln 3 \right\}$ → 1.5 pts

1/5



CORRIGÉ ET BARÈME

Examens : BT TERTIAIRE Option : COMPTA-CC-SM
Epreuve de : MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES
Coefficient : 02

Barème

Problème 12 points

$$f(x) = \frac{x^2 + 7x - 4}{x - 1}$$

1. Ensemble de définition Df de f

$$x \in Df \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \\ \Leftrightarrow x \neq 1$$

$$Df = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[\rightarrow 0,5 \text{ pt}$$

2. a. Calcul de limites

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \rightarrow 0,5 \text{ pt}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \rightarrow 0,5 \text{ pt}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 7x - 4 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \rightarrow 0,5 \text{ pt}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 + 7x - 4 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \rightarrow 0,5 \text{ pt}$$

Asymptote verticale d'équation $x = 1 \rightarrow 0,5 \text{ pt}$



CORRIGÉ ET BARÈME

Barème

Examens : BT TERTIAIRE Option : COMPTA CC-SM
Epreuve de : MATHEMATIQUES GÉNÉRALES
Coefficient : 02

3- $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 1; f'(x) = \frac{(2x+7)(x-1) - (x^2+7x-4)(x-1)'}{(x-1)^2}$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \rightarrow 1 \text{ pt}$$

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2} \rightarrow 1 \text{ pt}$$

4) signe de $f'(x)$ et T.V. de f

signe de $f'(x)$

$\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[; f'(x) > 0$

$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[; f'(x) > 0 \rightarrow 0,5 \text{ pt}$
 $\forall x \in]-1; 3[; f'(x) < 0$

Tableau de Variation

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow	$+\infty$	\searrow	$+\infty$



CORRIGÉ ET BARÈME

Examens : BT TERTIAIRE Option : COMPTA-CC-SM
Epreuve de : MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES
Coefficient : 02

Barème

5) a) $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 1$; $\frac{4}{x-1} + x + 8 = \frac{4 + (x+8)(x-1)}{x-1}$
 $\frac{4}{x-1} + x + 8 = \frac{x^2 + 7x - 4}{x-1} = f(x)$

Avec $\forall x \in \mathcal{D}f$; $f(x) = \frac{4}{x-1} + x + 8$ \rightarrow 1pt

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+8)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x-1} = 0$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+8)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x-1} = 0$

\rightarrow 0,5 pt

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+8)] = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+8)] = 0$

Alors la droite (D) d'équation $y = x + 8$ est asymptote (A) (cf) en $+\infty$ et $-\infty$. \rightarrow 0,5 pt

c) Position de (cf) par rapport à (D)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	$-$	\parallel	$+$

\rightarrow 0,5 pt

sur $] -\infty; 1[$; (cf) est en dessous de (D)

sur $] 1; +\infty[$; (cf) est en dessus de (D)

\rightarrow 0,5 pt

d) Equation de la tangente (T) à (cf) au point d'abscisse 0

(T) : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

(T) : $y = -3x + 4$

\rightarrow 1 pt

4/5

Courbe du problème
BT COMPTA-CC-SM

