



2023–2024

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

Pour ce devoir, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements prendront une part prépondérante dans l'appréciation de la copie.

EXERCICE 1 (2 points)

Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. Exemple : 1– D

	A	B	C
1. Pour tout nombre réel positif a , $\sqrt{a^{2022}} = \dots$	N'existe pas	a^{2000}	a^{1011}
2. Pour tout nombre réel positif a , $\sqrt{a^{2023}} = \dots$	$a^{1011}\sqrt{a}$	$a^{2000}\sqrt{a^{23}}$	Aucune réponse
3. $\sqrt{\frac{64}{49}} = \dots$	$\frac{64}{49}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$
4. L'aire d'un disque de rayon $5\sqrt{2}$ m est vaut ...	50π m ²	$50\pi^2$ m ²	$10\sqrt{2}\pi$ m ²

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, réponds par V si elle vraie ou par F si elle est fausse.

Exemple : 5– F

1. La réciproque de la propriété de Thalès sert à calculer des distances.
2. La propriété de Thalès sert à justifier que deux droites sont parallèles.
3. La propriété de Pythagore s'applique dans les triangles rectangles.
4. Si YES est un triangle rectangle en S, alors $SY^2 = EY^2 + ES^2$.

EXERCICE 3 (4 points)

On donne les polynômes $P = 1 - 8x + 16x^2$ et $Q = 9 - x^2 - 11x(3 + x)$ et la fraction rationnelle $F = \frac{P}{Q}$.

1. Justifie que :
 - a. $P = (1 - 4x)^2$
 - b. $Q = 3(x + 3)(1 - 4x)$
2. Détermine la condition d'existence de F.
3. Simplifie F lorsqu'elle existe.

EXERCICE 4 (5 points)

On donne $A = \sqrt{45} - \sqrt{48} - \sqrt{20} + \sqrt{27}$; $B = (8 - 3\sqrt{7})(8 + 3\sqrt{7})$; $C = \frac{2}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$; $D = (\sqrt{3} - 2)^2$ et $E = \sqrt{0,0016}$

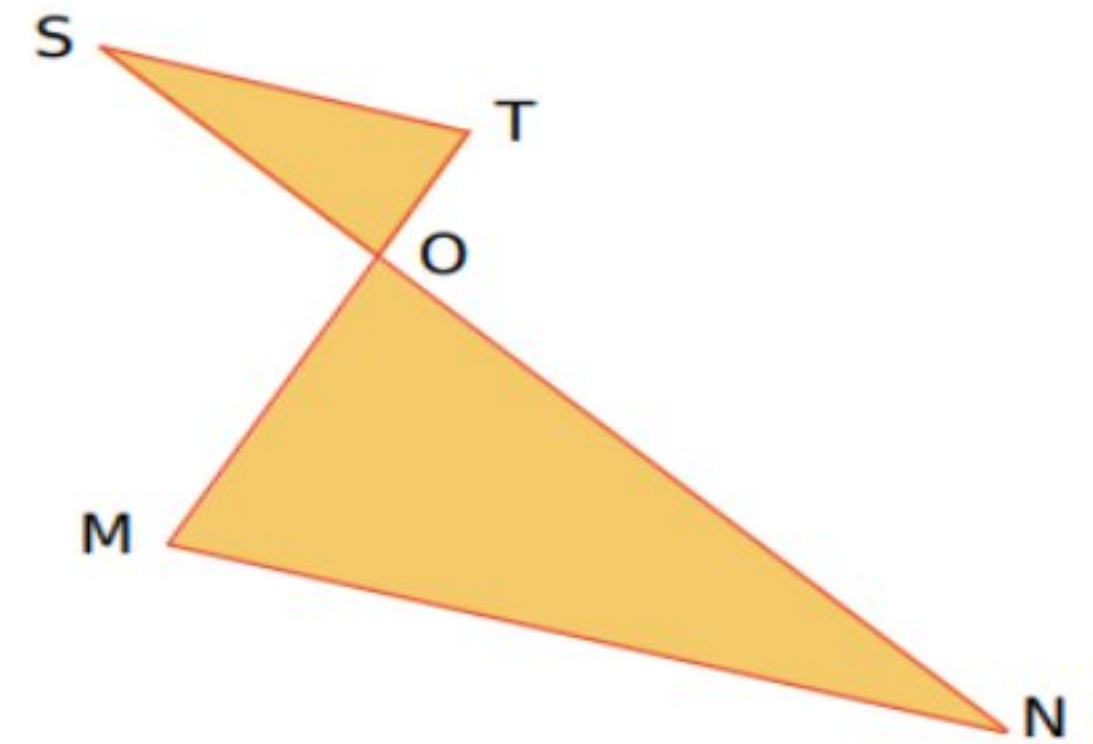
- Démontre que $A = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
- Démontre que $B = 1$
- Démontre que $C = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$
- Démontre que $D = 7 - 4\sqrt{3}$
- Démontre que $E = 4 \times 10^{-2}$.

EXERCICE 5 (3 points)

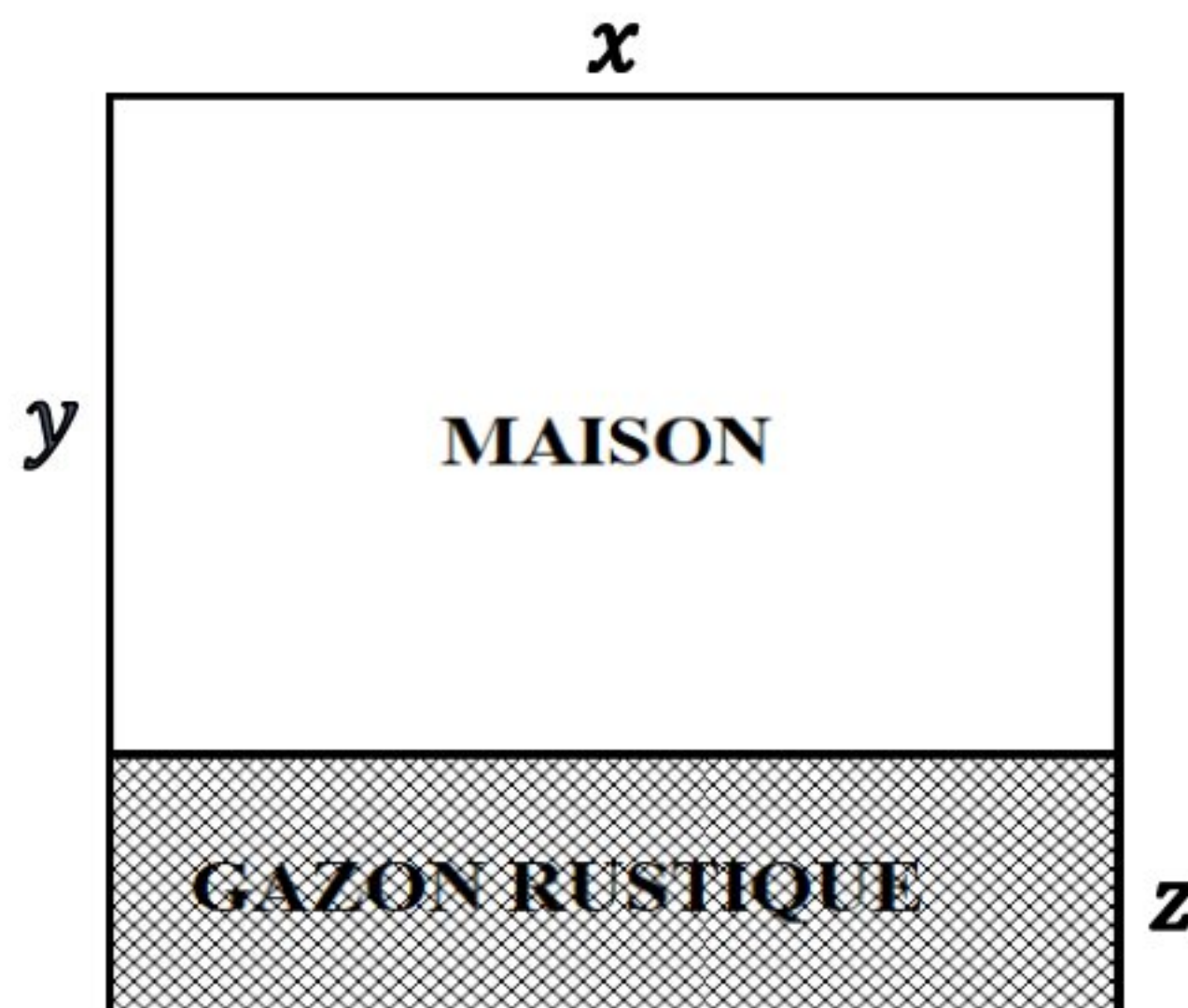
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur :

- les droites (MT) et (SN) sont sécantes en O ;
- $OM = 2,8$ cm ; $ON = 5,4$ cm ; $OS = 2,7$ cm et $OT = 1,4$ cm.

Démontre que les droites (MN) et (ST) sont parallèles.

**EXERCICE 6 (4 points)**

Mr Fogbé est propriétaire d'une parcelle de terrain de forme carrée d'aire 800 m^2 qu'il a partagée en deux parcelles de formes rectangulaires (voir figure ci-dessous). Il réserve une partie de sa parcelle à la construction de sa maison de retraite et souhaite ensemençer dans l'autre partie de gazon rustique. Pour avoir une estimation du montant de la somme à réserver pour l'achat de gazon rustique, Mr Fogbé te sollicite pour l'aider à déterminer l'aire de cette parcelle.



- Justifie que $x = 20\sqrt{2}$ m.
- Sachant que le périmètre de la parcelle réservée à la construction de sa maison est $P = 30 + 38\sqrt{2}$ m, démontre que $y = 15 - \sqrt{2}$ m.
- Justifie que $z = 21\sqrt{2} - 15$ m
- Détermine l'aire de la parcelle réservée à l'ensemencement de gazon rustique.

Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.

Exercice 1 02 pts

- 1-C 0,5
2-A 0,5
3-B 0,5
4-A 0,5

Exercice 2 02 pts

- 1-F 0,5
2-F 0,5
3-V 0,5
4-F 0,5

Exercice 3 04 pts

1. Justification

a) $P = 1 - 8x + 16x^2$
 $P = 1^2 - 2 \times 1 \times 4x + (4x)^2$
 $P = (1 - 4x)^2$ 1 pt

b) $Q = 9 - x^2 - 11x(3+x)$
 $= (3-x)(3+x) - 11x(3+x)$
 $= (3+x)[3-x-11x]$
 $= (3+x)(3-12x)$
 $Q = 3(x+3)(1-4x)$ 1 pt

2) F existessi :

$3(x+3)(1-4x) \neq 0$
 $x+3 \neq 0$ et $1-4x \neq 0$
 $x \neq -3$ et $x \neq \frac{1}{4}$

F existe pour $x \neq -3$ et $x \neq \frac{1}{4}$

3) Simplification

Pour $x \neq -3$ et $x \neq \frac{1}{4}$, on a :

$F = \frac{(1-4x)^2}{3(x+3)(1-4x)}$
 $F = \frac{1-4x}{3(x+3)}$ 1 pt

Exercice 4 05 pts

1) $A = \sqrt{45} - \sqrt{48} - \sqrt{20} + \sqrt{27}$
 $A = 3\sqrt{5} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$
 $A = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 1 pt

2) $B = (8 - 3\sqrt{7})(8 + 3\sqrt{7})$
 $= 8^2 - (3\sqrt{7})^2$
 $= 64 - 63$
 $B = 1$ 1 pt

3) $C = \frac{3}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$
 $C = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$ 1 pt

4) $D = (\sqrt{3} - 2)^2$
 $D = 3 - 4\sqrt{3} + 4$
 $D = 7 - 4\sqrt{3}$ 1 pt

5) $E = \sqrt{0,0016}$
 $= \sqrt{\frac{16}{10000}}$
 $= \frac{4}{100}$
 $E = 4 \times 10^{-2}$ 1 pt

Exercice 5 03 pts

on a : $\frac{OT}{OM} = \frac{1,4}{2,8} = \frac{1}{2}$ et $\frac{OS}{ON} = \frac{2,7}{5,4} = \frac{1}{2}$

OMN est un triangle. Soit (OM) ; Te(OM)
 et $\frac{OT}{OM} = \frac{OS}{ON} = \frac{1}{2}$ alors d'après la
 réciproque de la propriété de Thalès
 (MN) // (ST).

Exercice 6 04 pts

1) Justification

$A = x^2$
 $800 = x^2$
 $800 - x^2 = 0$
 $(20\sqrt{2} - x)(20\sqrt{2} + x) = 0$
 $20\sqrt{2} - x = 0$ ou $20\sqrt{2} + x = 0$
 $x = 20\sqrt{2}$ ou $x = -20\sqrt{2} < 0$
 donc $x = 20\sqrt{2}$ m 1 pt

$$2.) \phi = 30 + 38\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\text{on a: } \phi = 2(x-y)$$

$$30 + 38\sqrt{2} = 2(20\sqrt{2} + y)$$

$$2y = 30 - 2\sqrt{2}$$

$$y = 15 - \sqrt{2} \text{ m}$$

1 pt

$$3) \text{ on sait que: } y + z = x$$

$$\text{or } x = 20\sqrt{2} \text{ et } y = 15 - \sqrt{2}$$

$$\text{Donc: } 15 - \sqrt{2} + z = 20\sqrt{2}$$

$$z = 20\sqrt{2} - 15 + \sqrt{2}$$

$$\boxed{z = 21\sqrt{2} - 15 \text{ m}}$$

1 pt

$$4) A_2 = xz$$

$$A_2 = 20\sqrt{2} (21\sqrt{2} - 15)$$

$$\boxed{A_2 = 415,74 \text{ m}^2}$$

1 pt