

MATHÉMATIQUE

Cette épreuve comporte trois pages (02) pages numérotées 1/2 et 2/2 .

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacun des énoncés, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.
Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Énoncés		Réponses proposées	
1.	Si pour tout réel x différent de $-\frac{1}{3}$, on a : $f(x) = \frac{2}{3x+1} - 1$ et $g(x) = x - 1$ alors :	A	$f \circ g(x) = \frac{2}{3x-2} - 1$
		B	$f \circ g(x) = \frac{2}{3x+1} - 1$
		C	$f \circ g(x) = \frac{2(x-1)}{3x+1}$
2.	On donne les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = 3x + 1$ alors on a :	A	$g(x) = f(x + 1)$
		B	$g(x) = f(x) + 1$
		C	$g(x) = 3f(x) + 1$
3.	On donne les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = \sqrt{3} \cdot x$, $g(x) = x^2$ et $h(x) = 3x^2$ alors on a :	A	$h(x) = 3f(x)$
		B	$h(x) = f[g(x)]$
		C	$h(x) = g[f(x)]$
4.	On donne les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$ alors la courbe représentative de f se déduit de celle de g par la translation de vecteur :	A	$\vec{u} = \vec{OI} + 2\vec{OJ}$
		B	$\vec{u} = -\vec{OI} + 2\vec{OJ}$
		C	$\vec{u} = -\vec{OI} - 2\vec{OJ}$

EXERCICE 2(2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes réponds par Vrai si elle est vraie et par Faux si elle est fausse.

- 1- (O,I,J) est un repère orthonormé du plan. A(1 ;2), B(-3 ;2) et C(5 ;7) sont des points du plan.G le barycentre des points pondérés (A, 2), (B, -1) et (C, 3) a pour coordonnées $G(5 ; \frac{23}{4})$
- 2- Si $2\vec{GA} + 3\vec{GB} - 4\vec{AB} = \vec{0}$ alors G soit le barycentre des points pondérés (A,6) et (B ; -1)
- 3- la projection ne conserve pas le barycentre.
- 4- Soient (A, a), (B, b) et (C, c) trois points pondérés tels que $a + b + c \neq 0$
et $a + b \neq 0$ Si $H = \text{bar} \{(A, a) \text{ et } (B, b)\}$,
alors $\text{bar} \{(A, a); (B, b); (C, c)\} = \text{bar} \{(H, a - b); (C, c)\}$.

Exercice 3 (4 points)

1. Démontre que pour tous nombres réels a et b on a : $2\sin a \cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$
2. Soit A le nombre réel défini par : $A = 2\sin \frac{\pi}{11} (\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11})$
 - a) Démontre que : $A = \sin \frac{10\pi}{11}$
 - b) Déduis-en que : $A = \sin \frac{\pi}{11}$
 - c) Démontre que : $\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11} = \frac{1}{2}$

EXERCICE 4 (7 points)

Partie : A

Soit l'équation (E) d'inconnue réelle x : $x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 10x + 1 = 0$.

1-a) Vérifie que 0 n'est pas une solution de (E).

b) Déduis en que (E) a les mêmes solutions que l'équation

$$(E') : x^2 + 10x + 26 + \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$$

2) On pose $X = x + \frac{1}{x}$.

a) Démontre que $x^2 + \frac{1}{x^2} = X^2 - 2$.

b) Démontre que si x est solution de (E') alors X est solution de (E'') : $X^2 + 10X + 24 = 0$.

3-Résous l'équation (E'), puis déduis en les solutions de (E).

Partie : B

Résous dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

$$(I_1) : \sqrt{2x+1} \leq x+1 \quad \text{et} \quad (I_2) : \sqrt{x^2+x-6} \geq x$$

EXERCICE 5 (5 points)

Dans le cadre de la préparation de leur devoir de mathématique, un groupe d'élèves de 1^{ère} C du Lycée Municipal Abobo découvre dans une annale l'énoncé suivant « ABCD est un rectangle tel que $AB = 6\text{cm}$ et $BC = 2\text{cm}$. On désigne par I le barycentre de (A,2) et (B,1) et par J le barycentre de (C,-3) et (D,1) ». Yao, l'un des élèves affirme que le point G, barycentre de (I,3) et (J,-2) appartient à la droite (IJ).

En utilisant leurs acquis mathématiques, les élèves doivent vérifier si leur camarade a raison ou pas. À l'aide d'une production argumentée et une bonne illustration, dis si Yao a raison.