DRENA ABIDJAN 4
COMPOSITION GENERALE
SESSION DE DECEMBRE 2023

UP 13
Durée : 2H
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

NIVEAU : 1IERED

EXERCICE 1 (2 points)

Recopie sur ta feuille de copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous et fait suivre par V si l'affirmation est vraie ou F si l'affirmation est fausse suivant **l'exemple : 5- F**

Soit le polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ et Δ son discriminant.

1. Si $\Delta < 0$, alors le polynôme P n'admet pas de signe.
2. Si $\Delta > 0$, alors le polynôme est du signe de a à l'intérieur des racines et du signe de $-a$ à l'extérieur des racines.
3. Si $\Delta = 0$, alors le polynôme est du signe de a partout.
4. La forme canonique du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ est $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations contenues dans le tableau ci-dessous, une seule des reposes proposées est juste. Recopie le numéro de la ligne suivi de la lettre de la réponse juste.

1. Si l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux racines x_1 et x_2 alors la forme factorisée du polynôme $ax^2 + bx + c$ est :

a	b	c	d
$(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x + x_1)(x + x_2)$	$a(x - x_0)^2$

2. dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$; si $\Delta > 0$

a	b	c	d
il existe deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{a}$ ou $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{a}$	il existe deux solutions : $x_1 = \frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_2 = \frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	il existe une seule solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$ ou	il existe deux solutions : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

3. L'équation (E): $(3x^2 - 12x + 12)(x - 2) = 0$, admet :

a	b	c	d
aucune solution	une solution	deux solutions	trois solutions

4. L'inéquation : $x^2 - 5x - 6 < 0$ a comme ensemble de solution :

a	b	c	d
$\emptyset$	$]-6\,;1[$	$]-1\,;6[$	$]-\infty\,;-1[\cup]6;\,+\infty[$

EXERCICE 3 (4 points)

1. Trouve deux nombres entiers consécutifs sachant que la somme de leurs carrés 2813.

2. Détermine deux nombres dont la somme est S = 27 et leur produit P =50.

3. Détermine deux nombres reels x_1 *et* x_2 sachant que $x_1 + x_2 = -1$ et $x_1 \times x_2 = -90$

4. Trouve une équation du second degré ayant pour racines $x_1 = 2$ *et* $x_2 = -3$.

EXERCICE 4 (6 points)

On considère le polynôme P définie par : $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2$.

1. Montre que 1 et -1 sont des racines du polynôme P.
2. En déduire une factorisation complète de $P(x)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$.
4. Résoudre l'équation bicarrée suivant : $x^4 + x^2 - 6 = 0$.

EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise fabrique x dizaines d'objets par jour avec x compris entre 0 et 50. Son bénéfice, exprimé en centaines d'euros, pour x dizaines fabriqués est:

$B(x) = -2x^2 + 12x - 10$.

Le Directeur aimerait connaitre la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable, c'est-à-dire pour laquelle le bénéfice est positif. Il te sollicite.

A l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, détermine la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable.

BAREME MATHS / PARTIELLE | 1ière D | 2023-2024

Exercice 1 (02 pts)

1 - Faux 0,5

2 - Vrai 0,5

3 - Vrai 0,5

4 - Vrai 0,5

Exercice 2 (02 pts)

1 - b 0,5

2 - d 0,5

3 - b 0,5

4 - C 0,5

Exercice 3 (04 pts)

1) Soit x l'entier.

Donc : $x^2 + (x+1)^2 = 2813$

$2x^2 + 2x - 2812 = 0$

on a : $x_1 = -38$ et $x_2 = 37$

Conclusion : les entiers consecutifs sont alors : 37 et 38.

1 pt

2) on a : $S = 27$ et $P = 50$.

$\begin{cases} x + y = 27 & (1) \\ xy = 50 & (2) \end{cases}$

(1) : $x = 27 - y$

(1) dans (2) : $y(27 - y) = 50$

$-y^2 + 27y - 50 = 0$

$y_1 = 2$ et $y_2 = 25$

- Pour $y = 25$; $x = 2$
- pour $y = 2$; $x = 25$

Conclusion : les deux nombres sont alors : 25 et 2.

1 pt

3) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 & (1) \\ x_1 x_2 = -90 & (2) \end{cases}$

(1) : $x_1 = -1 - x_2$

(1) dans (2) : $x_2(-1 - x_2) = -90$

$-x_2^2 - x_2 + 90 = 0$

$x_2 = -10$ et $x_2' = 9$

- pour $x_2 = -10$; $x_1 = 9$
- pour $x_2 = 9$; $x_1 = -10$

Conclusion :

1 pt

4) Soit $X^2 - SX + P = 0$

avec : $S = x_1 + x_2$ et $P = x_1 x_2$

$S = 2 + (-3)$ et $P = 2 \times (-3)$

$S = -1$ et $P = -6$

Conclusion : $\boxed{X^2 + X - 6 = 0}$

1 pt

Exercice 4 (06 pts)

1) $P(1) = 0$ et $P(-1) = 0$ donc 1 et -1 sont des racines du polynôme P. 01 pt

2) Factorisation

$P(x) = -3(x+1)(x-1)\left(x - \frac{2}{3}\right)$

$\boxed{P(x) = (x+1)(x-1)(-3x+2)}$

2 pts

3) Resolution dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$.

$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \left\{-1 ; \frac{2}{3} ; 1\right\}}$ 1 pt

4) $x^4 + x^2 - 6 = 0$

posons : $X = x^2$

$X^2 = x^4$

$X_1 = -3$ et $X_2 = 2$

$x_1^2 = X_1$ et $x_2^2 = 2$

$x_1^2 = -3$ et $x_2^2 = \sqrt{2}$ et $x_2^{2'} = -\sqrt{2}$

(Absurde)

$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{2} ; \sqrt{2}\}}$ 2 pts

Exercice 5 (05 pts)

Pour répondre à cette préoccupation, je vais utiliser mes connaissances sur les résolutions d'équations et inéquations dans $\mathbb{R}$, particulièrement la résolution d'inéquations.

Pour cela, je vais :

- Résoudre l'inéquation : $B(x) > 0$
- Conclure.

Résolution

$$B(x) > 0 \iff -2x^2 + 12x - 10 > 0$$

$$x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = 5$$

Tableau de signes

x	0		1		5		50
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S_{\mathbb{R}} =]1 ; 5[$$

Conclusion : Pour que le bénéfice soit positif, il faudra que les x dizaines d'objets fabriqués soient compris en 1 et 5.

Barème

CM1 : 0,75 pt
CM2 : 2,5 pts
CM3 : 1,25 pt
Cp : 0,5 pt

5 pts

By TEHUA