



EXERCICE 1 : 2 points

Ecris le numéro de chacune des propositions ci-dessous et réponds par vrai ou faux.

- la fonction logarithme népérien est définie sur $[0; +\infty[$.
- Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives sur cet intervalle.
- La fonction logarithme de base e est la fonction logarithme népérien.
- La fonction logarithme de base 100 est la fonction logarithme décimale.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacun des énoncés suivants, trois réponses sont proposées mais une seule est exacte. Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

N°	Enoncés	Réponses
1	La dérivée de la fonction $x \mapsto \ln\sqrt{1+x^2}$ sur \mathbb{R} est égale à la fonction :	A $x \mapsto \frac{x}{1+x^2}$
		B $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ✓
		C $x \mapsto \frac{x}{2\sqrt{1+x^2}}$
2	Si f est une fonction dérivable en 1 telle que $f'(1) = -2$ et $f(1) = -1$, alors une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1 est :	A $y = -2x + 1$ ✓
		B $y = 2x + 1$
		C $y = x - 3$
3	Une primitive de la fonction $x \mapsto -\frac{2}{x}$ sur $]-\infty; 0[$ est la fonction	A $x \mapsto -2\ln(-x)$
		B $x \mapsto -2\ln(x)$
		C $x \mapsto 2\ln(-x)$
4	L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \ln \left \frac{1-\ln x}{1+\ln x} \right $ est	A $\mathbb{R}_+^* \setminus \{e^{-1}; e\}$ ✓
		B $\mathbb{R}_+^* \setminus \{-e; e\}$
		C $\mathbb{R}_+^* \setminus \{e^{-1}; -e\}$

EXERCICE 3 : 3 points

I. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x+1)^2}$

1. Détermine les réels a, b et c tels que $x \neq -1, f(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$

- Déduis-en les primitives sur $]-1; +\infty[$ de f .
- Détermine la primitive F sur $]-1; +\infty[$ de f qui s'annule en -1 .

II. 1. Résous dans l'équation suivante (E) : $(x-2)\ln(x-2) = 0$

2. Résous dans l'inéquation suivante (I) : $\ln(x^2 - 4) \leq \ln(x - 2)$

EXERCICE 4 : 4 points

Rockia une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné :

- La probabilité qu'il ait une affluence de clients est de 0,6.
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On désigne par :

A l'évènement « il y a affluence de clients »

B l'évènement « Rockia réalise un bénéfice ».

C l'évènement « Lorsqu'il y a une affluence de clients et Rockia réalise un bénéfice ».

1. Traduis l'énoncé par un arbre pondéré de probabilité.
2. a) Calcule la probabilité de l'évènement C.
b) Démontre que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est égale à 0,58.
c) Rockia a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il ait eu une affluence de clients ce jour-là.
(On donnera le résultat sous forme de fractions irréductible.)
3. Rockia veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.
a) Détermine les valeurs prises par X.
b) Détermine la loi de probabilité de X
c) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X ainsi que sa variance $V(X)$.
4. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Rockia réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.
a) Justifie que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,42)^n$.
b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

EXERCICE 5 : 5 points

A. Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - x - 2\ln x$.

1. Calcule la limite de g en 0 à droite et en $+\infty$.
2. Détermine $g'(x)$ puis étudie son signe suivant les valeurs de x .
3. Détermine les variations de g puis dresse son tableau de variation.
4. Calcule $g(1)$
5. Démontre que :
$$\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$$

B. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J). Unité : 2 cm.

1. a) Calcule la limite de f en 0 à droite puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
b) Calcule la limite de f en $+\infty$ puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
2. a) On note f' la dérivée de f , démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
b) Détermine le sens de variation de f .
c) Dresse son tableau de variation.
3. Trace (C).

EXERCICE 6 : 5 points

Une personne loue une maison à partir du 1^{er} janvier 2021. Elle a le choix entre deux formules de contrat de bail. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de 3000000 FCFA.

FORMULE 1 : une augmentation annuelle de 5% du loyer de l'année précédente.

Pour tout entier naturel n , on désigne par U_n le loyer payé au cours de la $n^{\text{ième}}$ année.

FORMULE 2 : une augmentation annuelle forfaitaire de 160000 FCFA du loyer de l'année précédente.

Pour tout entier naturel n , on désigne par V_n le loyer payé au cours de la $n^{\text{ième}}$ année.

Le locataire s'engage à occuper la maison jusqu'au 31 décembre 2040.

En utilisant tes connaissances mathématiques, aide le locataire à choisir le contrat le plus avantageux.

BON COURAGE