

COMPOSITIONS GÉNÉRALES

SESSION : DÉCEMBRE 2023

UP -13

MATHÉMATIQUES

Année Scolaire : 2023-2024

Durée : 2H

Niveau : 1^{ère} -D

Coefficient : 4

CE. MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/1 et 2/2
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées

EXERCICE 1

(2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de la ligne puis **Vrai** si l'affirmation est vraie ou **Faux** si l'affirmation est fausse.

Par exemple, pour la ligne 1, la réponse est : **1- vrai**

- $\lim_{x \rightarrow 7} 2024 = 2024$
- Le discriminant Δ de l'équation de second degré $ax^2 + bx + c = 0$ est $b^2 - 4ac$
- le plan est muni d'un repère (O, I, J) .
La courbe représentative de la fonction $x \mapsto f(x - 3) - 1$ est l'image de celle de f par la translation de vecteur $-3\vec{OI} + \vec{OJ}$
- Si $A \cap B = \emptyset$ alors $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$
- $\lim_{x \rightarrow 5} \left(27 + \frac{1}{x} - x^2 \right) = \frac{11}{5}$

EXERCICE 2 (3 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée.

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste pour chaque énoncé.

Écris sur ta copie, le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse juste.

Par exemple, pour la ligne 1, la réponse est : **5- A**

| N° | Enoncés | Réponses | | |
|----|---|-----------------------|-----------------|-----------------------|
| | | A | B | C |
| 1. | $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4 - x^2}{x - 2} \right)$ est égale à | 4 | 0 | -4 |
| 2. | $2 \sin^2 \alpha$ est égale à | $1 - 2 \cos^2 \alpha$ | $4 \sin \alpha$ | $1 + 2 \cos^2 \alpha$ |
| 3. | 10 personnes se serrent tous la main. Le nombre de poignées de mains est : | C_{10}^2 | $10!$ | 10^2 |
| 4. | L'ensemble des solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R}, \sqrt{2x - 1} = 2 - x$ est : | $\{ 1 ; 5 \}$ | $\{ 1 \}$ | $\{ 5 \}$ |

EXERCICE 3 (4 points)

- 1- Calcule $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
- 2- Résous dans \mathbb{R} l'équation (E): $4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$
- 3- En déduire les solutions dans $[0 ; 2\pi]$ l'équation :
 $(E') : x \in [0 ; 2\pi]$, $-4 \sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sin x - \sqrt{6} + 4 = 0$

EXERCICE 4 (6 points)

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow [0 ; +\infty[$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto (x+3)^2$ $x \mapsto \frac{x+3}{\sqrt{x}}$

- 1- a) Détermine les ensembles de définition des fonctions $g \circ f$ et $f \circ g$
 b) Détermine les expressions : $g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$
- 2- Démontre que l'application f est surjective
- 3- On considère l'application h de $[-3 ; +\infty[$ dans $[0 ; +\infty[$ telle que : $h(x) = (x + 3)^2$
 Démontre que h est une bijection.
- 4- Soit h^{-1} la bijection réciproque h .
 a) Détermine $h^{-1}(x)$
 b) Calcule : $h^{-1}(1)$, $h^{-1}(9)$ et $h^{-1}(25)$
- 5- Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) , trace les courbes des fonctions h et h^{-1}

EXERCICE 5 (5 points)

Les élèves d'un lycée d'Abobo souhaitent participer à la kermesse organisée par une société de la place.
 Pour gagner des tee-shirts, il faut miser la somme de 25.000F avant de faire le tirage de quatre cartons dans une urne contenant dix cartons numérotés de 1 à 10.

Le nombre de résultats possibles de chaque tirage correspond au nombre de tee-shirts gagnés.

Les organisateurs de ce jeu proposent alors trois tirages au choix :

- « Tirer simultanément quatre (4)cartons de cette urne » ;
- « Tirer successivement sans remise quatre (4)cartons de cette urne » ;
- « Tirer successivement avec remise quatre cartons (4) de cette urne ».

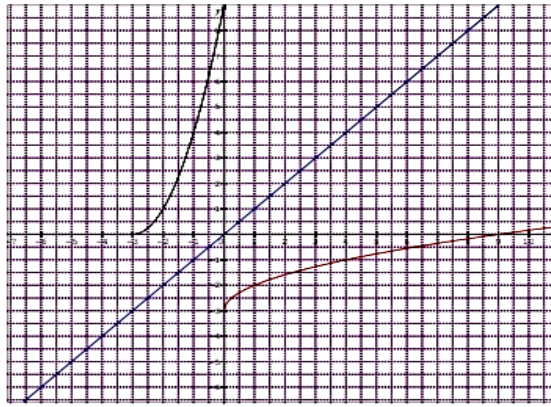
Après être informés, les élèves décident de connaître le tirage le plus avantageux

Mais ne savent pas comment procéder. Il te sollicite.

Elève de première D, utilise tes connaissances mathématiques pour déterminer le tirage le plus avantageux

| CORRIGE | BAREME |
|--|--|
| <p>EXERCICE 1 (2 points)</p> <p>1-F ; 2-F ; 3-V ; 4-V -----></p> | 4 × 0,5 pt |
| <p>EXERCICE 2 (3 points)</p> <p>1-C ; 2-A ; 3-A , 4-B -----></p> | 4 × 0,75 pt |
| <p>EXERCICE 3 (4 points)</p> <p>1. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ -----></p> <p>2. Résolution de l'équation (E) $\Delta = 4(5 + 2\sqrt{6}) = 4(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$ -----></p> <p>$S_{\mathbb{R}} = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$ -----></p> <p>3. $x \in [0 ; 2\pi]$, $-4 \sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sin x - \sqrt{6} + 4 = 0$ $\Leftrightarrow 4 \cos^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \sin x - \sqrt{6} = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right.$ } -----></p> <p>$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{5\pi}{6} ; \frac{7\pi}{6} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4} \right\}$ Donc $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{5\pi}{6} ; \frac{7\pi}{6} ; \frac{\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4} \right\}$ -----></p> | <p>0,5 pt</p> <p>0,5 pt</p> <p>1 pt</p> <p>1 pt</p> <p>1 pt</p> |
| <p>EXERCICE 4 (6 points)</p> <p>1- $D_f = \mathbb{R}$ et $D_g =]0 ; +\infty[$ Donc $D_{g \circ f} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ et $D_{f \circ g} =]0 ; +\infty[$ -----></p> <p>b) $g \circ f(x) = \frac{(x+3)^2 + 3}{ x+3 }$ et $f \circ g(x) = \left(\frac{x+3}{\sqrt{x}} + 3 \right)^2$ -----></p> <p>2- Démontrons que l'application f est surjective Soit $y \in [0 ; +\infty[$ tel que $f(x) = y$ $\Leftrightarrow (x+3)^2 = y \Leftrightarrow x = -3 + \sqrt{y}$ ou $x = -3 - \sqrt{y}$ L'équation $f(x) = y$ admet deux solutions donc f est surjective -----></p> <p>3- Démontrons que h est une bijection.. Soit $y \in [0 ; +\infty[$, l'équation $h(x) = y$ admet une unique solution : $x = -3 + \sqrt{y}$ Donc h est une bijection. -----></p> <p>4- a) Déterminons $h^{-1}(x)$ De ce qui précède : $\forall x \in [0 ; +\infty[, h^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x}$ -----></p> <p>b) $h^{-1}(1) = -2$, $h^{-1}(9) = 0$ et $h^{-1}(25) = 5$ -----></p> | <p>2 × 0,25 pt</p> <p>2 × 0,5 pt</p> <p>1pt</p> <p>0,75 pts</p> <p>0,5 pts</p> <p>3 × 0,25 p</p> |

5- tracé des courbes des fonctions h et h^{-1}



1,5 pts
tr

| CORRIGE | EXERCICE 5 : (5 points) | BAREME |
|---|---|---|
| Critères | Indicateurs | |
| CM1 Pertinence | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pour résoudre cet exercice, je vais utiliser les dénombrements. Pour cela je vais : ▪ Déterminer le type de la formule appropriée pour chacun des trois tirages. ▪ Calculer le nombre de tee-shirts que propose chaque formule. ▪ Comparer ses différents résultats entre eux afin de trouver le tirage le plus avantageux | <p>(1pt)</p> <p>1ind /4 → 0,25pt</p> <p>2ind /4 → 0,5pt</p> <p>A partir de 3ind → 1pt</p> |
| CM2 Utilisation correcte des outils mathématiques | <p>➤ Déterminer la formule</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Tirer simultanément quatre cartons de cette urne ” est une combinaison de 4 dans 10 » ▪ « Tirer successivement sans remise quatre cartons de cette urne “ est un arrangement de 4 dans 10 ». ▪ « Tirer successivement avec remise quatre cartons de cette urne est un 4-liste ». <p>➤ Calculer le nombre de tee-shirts</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pour le tirage 1, le nombre de tee-shirts est : $C_{10}^4 = 210$ ▪ Pour le tirage 2, le nombre de tee-shirts est: $A_{10}^4 = 5040$ ▪ Pour le tirage 3, le nombre de tee-shirts est : $10^4 = 10.000$ <p>➤ Comparer ses différents résultats</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $10.000 > 5040$ et $10.000 > 210$ ▪ Le tirage successif avec remise de quatre cartons de cette urne est le plus avantageux. | <p>(2pts)</p> <p>1ind /8 → 0,25pt</p> <p>2ind /8 → 0,5pt</p> <p>3ind /8 → 0,75pt</p> <p>4ind /8 → 1pt</p> <p>5ind /8 → 1,25pts</p> <p>6ind /8 → 1,5pts</p> <p>A partir de 7ind → 2pts</p> |
| CM3 Cohérence de la réponse | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Détermination de la formule ▪ Détermination du nombre de tee-shirts ▪ La qualité des enchainements de la démarche ▪ Conclusion <p>l’affirmation du choix de tirage est correct</p> | <p>(0,5 pt)</p> <p>1ind /4 → 0,25pt</p> <p>A partir de 3ind → 0,5pt</p> |
| CP Critère de perfectionnement | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Présence des titres des étapes , pas de rature et de surcharge ▪ Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue ▪ Production juste en peu de mots esprit de synthèse) | <p>(0,5 pts)</p> <p>1ind /3 → 0,25pt</p> <p>A partir de 3ind → 0,5p</p> |

