Ly.Mu.A COMPOSITION DE DECEMBRE 2024 :

MATHEMATIQUES

Date de la composition	Durée	Coefficient	Série(s)	Niveau	*L'épreuve est sur trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3*
17 / 12 / 2024	2 H 00 Min	4	D	Première	

***NB :** La calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1 (2 *points*)

Pour chaque affirmation du tableau ci-dessous, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation, suivi de Vrai si l'affirmation est juste ou Faux si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Si f est une application d'un ensemble A vers un ensemble B alors $D_f = A$
2	Deux angles orientés différents peuvent avoir la même mesure principale.
3	$P(x)$ étant un polynôme du second degré de discriminant Δ, si $\Delta \nless 0$, alors $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) < 0$
4	Une application f de l'ensemble A vers l'ensemble B est injective si et seulement si chaque élément de B a au moins un antécédent par f dans l'ensemble A.

EXERCICE 2 (2 *points*)

Pour chaque affirmation du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule réponse est juste. Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi la lettre qui correspond à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	**Soit le polynôme P tel que ($a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$)** $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = ax^2 + bx + c$ Si 1 *et* 2 sont les racines de $P(x)$, alors :	$c = 2a$	$a = 2b$	$b = 2c$
2	Deux nombres dont leur somme est 5 et leur produit est 6 sont solutions de l'équation :	$x^2 - 6x + 5 = 0$	$x^2 - 5x + 6 = 0$	$x^2 + 5x - 6 = 0$
3	La mesure principale de l'angle orienté de mesure -33π est :	0	π	$-\pi$
4	Pour tout nombre réel α $Cos(2\pi - \alpha) - 2Cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + Cos(3\pi - \alpha) =$	0	$2Sin(\alpha)$	$2Cos(\alpha)$

EXERCICE 3 (6 *points*)

1) α est un nombre réel tel que $\alpha \in]-\frac{\pi}{2}; 0[$ et $Cos(\alpha) = 0.8$.
   Calcul $Sin(\alpha)$ et $Cos(2\alpha)$
2) Résouds dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$:
   a) $Sin(\alpha) < \frac{1}{2}$ b) $\tan(\alpha) > -1$
3) On donne l'équation trigonométrique (E): $Cos(x) - \sqrt{3}Sin(x) = 1$
   a) Resouds dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).
   b) En déduire les solutions de (E) dans l'intervalle $[\pi; 3\pi]$

EXERCICE 4 (5 *points*)

1) On donne les polynômes $P(x) = x^2 - x - 12$ et $Q(x) = x^2 - 4x - 12$
   On sait que : $\forall x \in]-\infty; -3] \cup [4; +\infty[, P(x) \geq 0$ et $\forall x \in [-3; 4], P(x) \leq 0$
   Etudie le signe de $Q(x)$
2) Soit la fonction $f(x) = |x^2 - x - 12| - |x^2 - 4x - 12|$. Justifie que :
   a) $\forall x \in [-2; 4], f(x) = -3x$
   b) $\forall x \in]-\infty; 3] \cup [6; +\infty[, f(x) = 3x$
3) On considère l'équation (E): $f(x) = 0$
   a) Resouds l'équation (E) dans l'intervalle $[-2; 4]$.
   b) Justifie que l'équation (E)n'a pas de solution dans l'intervalle $]-\infty; -3]$.
4) Soit l'application :

$$g: [-2; 4] \to [-12; 6]$$
$$x \mapsto -3x$$

   a) Justifie que g est une bijection.
   b) Définis la bijection réciproque g^{-1} de g.
5) Soit l'application h telle que $\forall x \in [-2; 4], h(x) = g \circ g(x)$
   a) Détermine $h(x)$
   b) Calcul $h([-2; 4])$

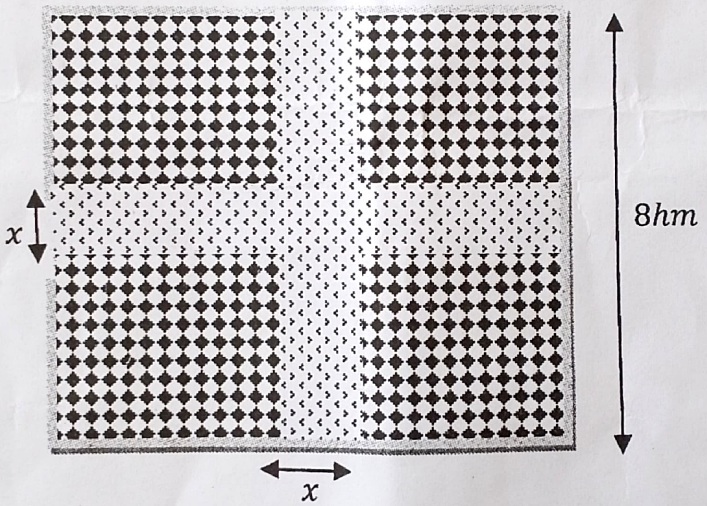
EXERCICE 5 (5 *points*)

Un jardin public a la forme d'un carré dont le côté mesure 8 hectomètres (8hm). Il est traversé par deux larges rues perpendiculaires de même largeur, couvertes de gravier. C'est dans ce beau jardin que se tient le jeu concours « Crack mathématique » opposant votre classe de 1ère D à une autre classe de 1ère D du lycée d'excellence Alassane Ouattara de Grand-Bassam. Après deux heures de rude compétition soldée par une égalité de points entre vos deux équipes, le président du jury décide de vous départager avec la question suivante : « Sachant que la quantité de gravier ayants servie pour couvrir les deux rues de ce jardin pouvait également couvrir une superficie de 15 hectares (15ha) de la même façon, quelle est la largeur de chaque rue ? »

A partir d'une démarche bien argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, aide tes camarades à déterminer la largeur de chaque rue afin de remporter le trophée.

$$\mathbf{1ha = 1hm^2}$$

Plan du jardin



Annexe

Cosinus et Sinus des mesures principales α des angles orientés remarquables

α	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos(\alpha)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin(\alpha)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0