

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3

Toute calculatrice scientifique non graphique est autorisée

Exercice 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (des primitives, une bijection, point d'inflexion, extremum relatif, fonction dérivable) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

N°	Phrase incomplète
1	Toute fonction f continue et strictement croissante sur intervalle K définit.....de K sur $f(K)$ <i>bijection</i>
2	Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I , (C) sa courbe représentative dans un repère et a un élément de I . le point $A(a; f(a))$ est unde (C) si et seulement si f'' s'annule en a en changeant de signe. <i>point d'inflexion</i>
3	Toute.....en point a est continue en a .
4	Toute fonction continue sur un intervalle I admetsur I

Exercice 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau une seule réponse est juste. Écris sur ta copie le numéro de l'affirmation et la lettre de la réponse juste. (Exemple : 5-A)

		A	B	C
1	Si A et B sont deux évènements indépendants tels que $P(A) = \frac{3}{4}$ et $P(B) = \frac{1}{6}$ alors $P(A \cup B) =$	$\frac{11}{12}$ ✓	$\frac{19}{24}$	$\frac{1}{8}$
2	Soit g une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et g^{-1} sa bijection réciproque. Si $g(1) = 0$ et $g'(1) = -1$ alors $(g^{-1})'(0)$ est égal à :	-1 ✓	0	1
3	$a \in \mathbb{R}_+$ et $b \in \mathbb{R}_+$ $\sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt{\sqrt[3]{a b^5}} =$	$a^{12} \cdot b^{11}$	$a^5 \cdot b^5$	ab
4	Si X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p = \frac{3}{4}$ alors la variance de X est égale à :	$\frac{15}{4}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{15}{16}$

Exercice 3

(3 points)

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants :

- 80% des élèves interrogés sont contre les congés anticipés
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10% ont eu la moyenne au premier trimestre
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90% ont eu la moyenne au premier trimestre.

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les événements suivants :

F : « l'élève est favorable aux congés anticipés »

M : « l'élève a eu la moyenne au premier trimestre »

- 1- Dresse un arbre de probabilité traduisant cette situation
- 2- Justifie que la probabilité que l'élève soit contre les congés anticipés et ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{18}{25}$
- 3- Justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au premier trimestre est égale à $\frac{37}{50}$
- 4- On choisit au hasard 8 élèves de ce lycée et on considère la variable aléatoire X prenant pour valeur, le nombre d'élèves ayant eu la moyenne au premier trimestre. On admet que la population de ce lycée est suffisamment grande pour que le choix de 8 élèves soit assimilable à une succession d'expériences indépendantes.
 - a) Calcule la probabilité qu'il y ait au moins un élève ayant eu la moyenne au premier trimestre.
 - b) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X
 - c) Interprète le résultat.

Exercice 4

(4 points)

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A

Soit f la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = |x^2 - x|$

- 1- Ecris $f(x)$ sans le symbole de valeur absolue.
- 2- Etudie la dérivabilité de f en 0

PARTIE B

Soit g la fonction dérivable sur $]1; +\infty[$ et définie par $g'(x) = \frac{2x^3 - 7x^2 + 8x - 1}{(x-1)^2}$

- 1- Détermine les nombres réels $a, b, et c$ tels que pour tout $x \in]1; +\infty[$
$$g(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$$
- 2- Dédus en la primitive G de g sur $]1; +\infty[$ qui s'annule en 0

Exercice 5

(4 points)

f est une fonction continue sur son ensemble de définition, de représentation graphique (Cf) dans un repère orthonormé (O, I, J) et admettant le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	-1	0	$-\infty$	$+\infty$

- 1- Détermine l'ensemble de définition de la fonction f
- 2- Précise les asymptotes éventuelles à (Cf) . Justifie ta réponse
- 3- f est-elle prolongeable par continuité en 2 ? Justifie ta réponse
- 4- Détermine les images par f des intervalles $] -\infty ; 2[$ et $] 2 ; +\infty [$
- 5- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β dans l'intervalle $] 2 ; +\infty [$
- 6- Calcule les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{5x-6x^2}{2x^2-x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(2 - \frac{1}{x}\right)$
- 7- Soit h la restriction de f à l'intervalle $] 2 ; +\infty [$
 - a- Justifie que h réalise une bijection de $] 2 ; +\infty [$ dans un intervalle K à préciser
 - b- Donne le sens de variation de h^{-1} , la bijection réciproque de h et dresse son tableau de variation.

Exercice 6

(5 points)

Une épidémie apparaît dans une région

Le nombre de personnes infectées le x -ième jour après la découverte de la maladie peut être modélisé sur une période de 56 jours, par la fonction E définie par : $x \in [1; 56]$, $E(x) = -x^3 + 57x^2 + 1$

Afin de renforcer le dispositif médical et la dotation en médicaments, le chef de l'institut d'hygiène publique de cette région souhaite déterminer le jour où le nombre de personnes malades est maximal et le nombre de malades ce jour-là. Il te sollicite.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au chef.