COMPOSITION DE DECEMBRE 2024 : MATHEMATIQUES

Date de la composition	Durée	Coefficient	Série(s)	Niveau	*L'épreuve est sur trois pages numérotées 1 ; 2 et 3*
19 / 12 / 2024	4 H	4	D	Terminale	

EXERCICE 1 (2pts)

Ecris chaque numéro sur ta feuille de copie suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

1. Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b deux nombres réels de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que $\forall x \in [a; b]$, $m \leq f'(x) \leq M$

Alors $M(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq m(b-a)$

2. Toute fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur cet intervalle.

3. $\ln x$ est strictement positif sur $]0; +\infty[$.

4. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre n et p alors la probabilité d'avoir exactement k succès est $C_n^k p^k q^{k-n}$.

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètre n et p tel que $n = 20$, $p \in [0; 1]$ et variance $V(X) = 5$ alors la valeur de p est :

A) 0,3	C) 0,5
B) 0,4	D) 0,8

2. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x \ln x$. La tangente au point d'abscisse $x = e$ est :

A) $(T): y = 2x + e$	C) $(T): y = ex + e$
B) $(T): y = 2x + 3e$	D) $(T): y = 2x - e$

3. L'ensemble de validité de l'équation : $\ln(x^2 - 4) = \ln(x + 8)$ est :

A) $]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$	C) $]0; +\infty[$
B) $]-8; -2[\cup]2; +\infty[$	D) $]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$

4.La primitive de la fonction : $f(x) = \frac{2}{(x+1)^3} - 1 - tan^2 x$ est :

A) $F(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + tanx$	C) $F(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - tanx$
B) $F(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} - tanx$	D) $F(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} + tanx$

EXERCICE 3 (3pts)

1. Détermine chaque intervalle sur lequel chaque fonction admet une primitive et détermine la primitive des différentes fonctions.

a) $f(x) = (2x+1)(2x^2+2x)^2$; b) $g(x) = \frac{-3}{(x-2)^3}$

c) $h(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+2}}$; d) $m(x) = \frac{2x^5-4x^4+x^3+3x^2-5x+3}{x^3}$

2. On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,;1]$ par $f(x) = x\sqrt{1-x}$.

Détermine les nombres réels a, b et c tels que la fonction

$F(x) = (ax^2+bx+c)\sqrt{1-x}$ soit une primitive de f sur $]-\infty\,;1]$

EXERCICE 4 (4pts)

Une enquête réalisée dans un lycée sur les congés anticipés a donné les résultats suivants :

- 80% des élèves interrogés sont contre les congés anticipés
- Parmi les élèves favorables aux congés anticipés, 10% ont eu la moyenne au 1er trimestre.
- Parmi les élèves qui sont contre les congés anticipés, 90% ont eu la moyenne au 1er trimestre

On choisit au hasard un élève de ce lycée et on considère les évènements suivants :

F : « l'élève est favorable aux congés anticipés»,

M : « l'élève a eu la moyenne au 1er trimestre

1) Dresse un arbre pondéré traduisant cette situation.
2) a- détermine la probabilité de l'évènement l'élève a eu la moyenne au 1er trimestre sachant qu'il est favorable aux congés anticipés

b- calcul la probabilité de l'évènement A : « l'élève est contre les conges anticipés et a eu la moyenne au 1er trimestre.»

3) justifie que la probabilité que l'élève ait eu la moyenne au 1er trimestre est égale $\frac{37}{50}$
4) l'élève n'a pas eu la moyenne au 1er trimestre. Calcule la probabilité qu'il soit favorable aux congés anticipés

EXERCICE 5 (4pts)

I) Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$g(x) = x^2 + \ln x - 2$.

1. Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation. (On calculera ses limites aux bornes de son ensemble de définition.)

2.a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $\alpha \in [1\,;2]$.

b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}

3. En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

II) Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$f(x) = x + \frac{1-\ln x}{x}$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1.a) Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2.a) Justifier que $\forall x \in\ ]0\ ;\ +\infty[,\ f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

c) Tracer $(\mathcal{C})$ dans le repère orthonormé (O, I, J).

<u>EXERCICE 6</u> (5pts)

Au Collège **Sainte foi** d'Abobo,30% des élèves ont un âge inférieur ou égal à 15 ans.

- 60% des élèves ayant un âge inférieur ou égal à 15 ans sont des filles.
- 0,1% des élèves qui ont plus de 15 ans sont des filles.

Le Directeur des études choisit un groupe d'élèves pour participer à un jeu de géni en herbe. Le Directeur veut connaitre le nombre minimal d'élève qu'il doit choisir pour que la probabilité d'avoir au moins une fille soit supérieure ou égal à 0,99. L'éducateur de niveau terminal le conseil d'aller voir les élèves de terminale D qui pourront trouver la solution à son problème.

Etant un élève de terminale D, utilise tes connaissances mathématiques pour répondre à la préoccupation du Directeur.