DRENA ABIDJAN 4
COMPOSITION GENERALE
SESSION 2024

Fomesoutra.com
ça soutra !

UP 13 ADAMA SANOGO
Durée : 4H
Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

NIVEAU : T^{LE}D

EXERCICE 1 (2 pts)

Pour chacune des affirmations numérotées ci-dessous, écris son numéro suivi de VRAI si elle est vraie ou bien FAUX si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	La limite d'une fonction polynôme est égale à celle de son monôme de plus haut degré.
2	Soit A et B deux événements contraire d'un universΩ ; on a : P(A) + P(B) = 1
3	Soit A et B deux événements indépendants d'un universΩ ; on a : $P(A\cap B) = P(A) \times P_B(A)$
4	Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ alors la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontaleà la courbe (C_f) en $+\infty$.

EXERCICE 2 (2 pts)

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est exacte.

Ecris sur ta copie, le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N °	Questions	A	B	C
1	Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 5$ et $\lim\limits_{x\to5} g(x) = -1$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} gof\,(x) =$	- 1	5	$-\infty$
2	Une expérience aléatoire a trois issues possibles : 2 ; 3 et a (où $a \in \mathbb{R}$). On sait que $P(2) = \frac{1}{2}$; $P(3) = \frac{1}{3}$ et $P(a) = \frac{1}{6}$ et de plus le jeu est équitable. La valeur de a est :	$a = -6$	$a = -12$	$a = 6$
3	Une primitive de la fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^5$ est :	$F(x) = \frac{1}{2}x^6$	$F(x) = \frac{1}{6}x^6$	$F(x) = \frac{1}{2}x^5 + 7$
4	Soit f une bijection de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ et f^{-1} sa bijection réciproque. Si $f(1) = 3$ et $f'(1) = \frac{1}{7}$ alors :	$(f^{-1})'(3) = 3$	$(f^{-1})'(3) = 7$	$(f^{-1})'(3) = \frac{1}{7}$

EXERCICE 3 (3 pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + x \; si \; x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x} - x \; si \; x \geq 0 \end{cases}$

On note (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé(O, I, J).

1) Etudie la continuité de f en 0.

2) Etudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement les résultats obtenus.

3) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

4) On admet que f est dérivable sur $]\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.Etudie les variations de f et dresse le tableau de variation

EXERCICE 4 (4pts)

PARTIE A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraineur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels. Ces joueurs se répartissent comme suit :

• 75% des joueurs évoluant au pays. • 60% des joueurs évoluant au pays sont professionnel.

• 80% des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels. On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.

On désigne par A l'événement : « le joueur choisi évolue au pays », par B l'événement :

« le joueur choisi est professionnel » et par C l'événement : « le joueur choisi évolue au pays et est professionnel ».

1. a) Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité.

   b) Donne $P_A(B)$, la probabilité de B sachant A.

   c) Démontre que la probabilité de l'événement C est égale à 0,45.

2. Calcule la probabilité de B.

PARTIE B

Un entraineur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs aux buts successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à $\frac{3}{4}$.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.

a) Détermine la loi de probabilité de X.

b) Calcule l'espérance mathématique de E(X) de X et la variance V(X) de X.

2. Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale $\frac{27}{32}$.

EXERCICE 5 (4 pts)

Soit la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par : $g(x) = \frac{2x-1}{x^3}$.

1. Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition et interprète les resultats.
2. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, g'(x) = \frac{-4x+3}{x^4}$
   b) Déterminer le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
3. a) Démontre que pour tout $\in \left]0 ; \frac{3}{4}\right[$, l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α.
   b) Justifie que $0,4 < \alpha < 0,6$.
4. Démontre que : $\forall x \in]0 ; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.
5. Détermine la primitive G de la fonction g qui prend la valeur 2 en 1.
6. Construis la courbe de g dans un repère orthonormé (O, I, J).

EXERCICE 6 (5 pts)

Afin de se faire un peu d'argent de poche, le jeune Cedana veut participer à un jeu qui consiste à tirer simultanément et au hasard trois boules d'une urne. Cette urne contient 10 boules dont 5 noires ; 3 blanches et 2 rouges. Le joueur doit miser au départ la somme de 500 frs CFA. Pour chaque boule blanche tirée, il reçoit la somme de 300 frs CFA sinon, il reçoit juste 100 frs CFA pour chaque boule d'une autre couleur. Il se demande si un tel jeu lui est favorable.

Il sollicite ton aide afin qu'à partir de tes connaissances mathématiques tu puisses l'aider à répondre à sa préoccupation avant de prendre une décision.