DRENA ABIDJAN 4
COMPOSITION GENERALE
SESSION 2024

UP 13
Durée : 2H
Coefficient : 4

CORRECTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES 1ERE D

EXERCICE1 (2 points)

1-F 2-V 3-V 4-F

EXERCICE2 (2 points)

1-C 2-A 3-B 4-B

EXERCICE3 (5 points)

1-Démontrons que pour tout nombre réel x, cos(2x)-$\sqrt{3}$sin(2x)=2 cos(2x+$\frac{\pi}{3}$)

On a : $\sqrt{1+(-\sqrt{3})^2}$=2 et soit α un angle orienté tel que $\begin{cases} cos\alpha = \frac{1}{2} \\ sin\alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ donc α=-$\frac{\pi}{3}$

D'où cos(2x)-$\sqrt{3}$sin(2x)=2 cos(2x+$\frac{\pi}{3}$)

2-Résolution de l'équation (E) : cos(2x)-$\sqrt{3}$sin(2x)=-1

On a : cos(2x)-$\sqrt{3}$sin(2x)=2 cos(2x+$\frac{\pi}{3}$) $<=>$ 2 cos(2x+$\frac{\pi}{3}$)=-1

$<=>$ cos(2x+$\frac{\pi}{3}$)=-$\frac{1}{2}$

$$<=> \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Les solutions de l'équation sont les nombres réels x de la forme :

x =$\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et x=$-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3-Déterminons les solutions de l'équation (E) appartenant à $]\frac{-3\pi}{2}; 2\pi]$

$*$ Cherchons les nombres entiers k tel que $\frac{-3\pi}{2} < \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2\pi$

$\frac{-3\pi}{2} < \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2\pi <=> \frac{-3\pi}{2} - \frac{\pi}{6} < k\pi \leq 2\pi - \frac{\pi}{6} <=> \frac{-10}{6} < k \leq \frac{11}{6}$

D'où trois valeurs de k conviennent à -1 ; 0 et 1

∗ pour k=-1, x=-$\frac{5\pi}{6}$

∗ pour k=0, x=$\frac{-\pi}{2}$

∗ pour k=1, x=$\frac{\pi}{2}$

∗ Cherchons les nombres entiers k tel que $\frac{-3\pi}{2} < \frac{-\pi}{2} + k\pi \leq 2\pi$

$\frac{-3\pi}{2} < \frac{-\pi}{2} + k\pi \leq 2\pi <=> \frac{-3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} < k\pi \leq 2\pi + \frac{\pi}{2} <=> -1 < k \leq \frac{5}{2}$

D'où trois valeurs de k conviennent à 0 ; 1et 2

∗ pour k=0, x=-$\frac{\pi}{2}$

∗ pour k=1, x=$\frac{\pi}{2}$

∗ pour k=2, x=$\frac{3\pi}{2}$

Les solutions de l'équation (E) appartenant à $]\frac{-3\pi}{2} ; 2\pi]$ sont : -$\frac{5\pi}{6}$; $\frac{-\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$; -$\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{3\pi}{2}$

<u>EXERCICE4</u> (6 points)

f(x)=(x+3)^{2}et g(x)=$\frac{x+3}{\sqrt{x}}$

1)Calculons $g_o f(-1)$ et $f_o g(1)$

$g_o f(-1)$=g [f (-1)] avec f (-1) =4

$g_o f(-1)$=$\frac{7}{2}$

$f_o g(1)$=f[g(1)] avec g(1) = 4 d'où $f_o g(1)$ =49

2)Déterminons $D_{g_o f}$ et $D_{f_o g}$

$\forall x \epsilon D_{g_o f} <=>$ x∈ D_f et f(x)∈ D_g avec D_f=ℝ et D_g=]0 ;+∞[

On a $x \epsilon D_{g_o f}$ $<=>$ (x+3)^2 ≠0 $<=>$x≠ -3 donc $D_{g_o f}$= $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

$\forall x \epsilon D_{f_o g} <=>$ x∈ D_g et g(x)∈ D_f avec D_f=ℝ et D_g=]0 ;+∞[

$\forall x \epsilon D_{f_o g} <=>$ x∈ D_g et g(x)∈ D_f $<=>$ x≠ 0

Donc $D_{f_o g} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

3)Déterminons $g_o f(x)$ et $f_o g(x)$

$g_o f(x)$=g[(f(x)] = g[(x+3)^2] = $\frac{x^2+6x+12}{x+3}$

$f_o g(x)$=f[g(x)]=f($\frac{x+3}{\sqrt{x}}$)=$\frac{[x+3(1+\sqrt{x})]^2}{x}$

3)Démontrons que l'application f est surjective

$\forall y \in]0;+\infty[$, il existe x∈ $\mathbb{R}$ tel que f(x)=y

f(x)=y <=> (x+3)^2=y <=> x+3 =$\sqrt{y}$ <=> x=$\sqrt{y}$-3

$\forall y \in]0;+\infty[$, l'équation f(x)=y admet une unique solution, donc f est surjective

4) Démontrons que l'application h est bijective

Soient a et b deux éléments de $]0;+\infty[$ tel que h(a)=h(b)

h(a)=h(b) <=> (a+3)^2=(b+3)^2 <=> a+3=b+3<=> $a = b$ donc h est injective

Comme f(x)=h(x) et f est surjective alors h est surjective par conséquent h est bijective

EXERCICE5 (5 points)

Pour répondre à cette préoccupation, je vais utiliser mes connaissances sur la résolution des équations et inéquations du second degré dans $\mathbb{R}$.

Pour cela, je vais faire :

- La mise en équation ;
- La résolution de l'équation ;
- Conclure

On a : L=x+8 et l=x+5 et A=L×l=(x+8)(x+5)

Or A= 88m^2 <=> (x+8)(x+5) = 88m^2 <=> $x^2 + 13x - 48 = 0$ ainsi Δ = 349 et d'où x_1=-16< 0 ou x_2=3 donc x=3m