

BAREME MATHEMATIQUES T^{le} D

EXERCICE 1 (2 points)

1 - F ; 2 - V ; 3 - F ; 4 - V → 0,5pt x 4

EXERCICE 2 (2 points)

1 - A ; 2 - B ; 3 - A ; 4 - B → 0,5pt x 4

EXERCICE 3 (3 points)

1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$, f est continue en 0 → 0,5pt

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = +\infty$ → 0,5pt

Comme $f'_g(0) \neq f'_d(0)$ alors f n'est pas dérivable en 0.

• $(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente à gauche au point d'abscisse 0, de coefficient directeur 1. → 0,5pt

• $(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente verticale à droite au point d'abscisse 0. → 0,5pt

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ → 0,5pt

4) f est dérivable sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{pour } x < 0 \\ \frac{1-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} & \text{pour } x > 0 \end{cases}$$

EXERCICE 3 (suite)

4- Tableau de signe de $f'(x)$ et sens de variation de f

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$+$	$-$

→ 0,25 pt

• $\forall x \in]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{4}; +\infty[, f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante.

→ 0,25 pt

• $\forall x \in]-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}[, f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante.

Tableau de variation de f

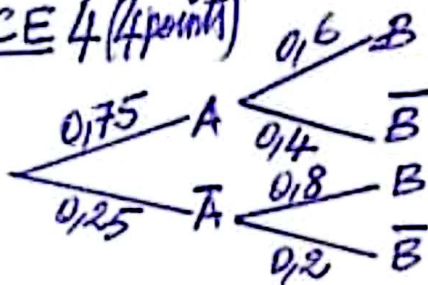
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{2}$	$-\infty$

→ 0,5 pt

EXERCICE 4 (4 points)

PARTIE A

1-a)



→ 0,5 pt

b) $P_A(B) = \frac{60}{100} = 0,6$

→ 0,25 pt

c) $P(C) = P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,75 \times 0,6 = 0,45$

→ 0,5 pt

2) $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$

$P(B) = 0,75 \times 0,6 + 0,25 \times 0,8$

→ 0,5 pt

$P(B) = 0,65$

2/

EXERCICE 4 (Suite)

Partie B

1. a) Pour un joueur donné, soit il réussit son tir (succès) ou non (Echec). On est dans une épreuve de Bernoulli qui se répète 3 fois de suite dans les mêmes conditions. On obtient ainsi un schéma de Bernoulli de paramètres $n=3$ et $p=\frac{3}{4}$. → 0,25pt

La variable aléatoire X ainsi définie, suit une loi binomiale de paramètres $n=3$ et $p=\frac{3}{4}$.

• Les valeurs prises par X sont: $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$ → 0,25pt

La loi de probabilité de X est: → 0,75pt

$$P(X=k) = C_3^k \left(\frac{3}{4}\right)^k \left(\frac{1}{4}\right)^{3-k} \text{ pour } k \in \{0; 1; 2; 3\}.$$

x_i	0	1	2	3	T
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	1

b) Esperance mathématique de X et sa variance

$$E(X) = n \times p = 3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}.$$

$$V(X) = n \times p \times (1-p) = 3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{16}.$$

2) Calculs

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3).$$

$$P(X \geq 2) = \frac{27}{64} + \frac{27}{64} = \frac{54}{64}$$

$$P(X \geq 2) = \frac{27}{32}.$$

EXERCICE 5 (4 points)

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$

• La droite d'équation $y=0$ est une asymptote horizontale à (Ef) en $+\infty$ et en $-\infty$.

→ 0,75 pt

• La droite d'équation $x=0$ est une asymptote verticale à (Ef).

2 - a) Démonstration exacte de: $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, g'(x) = \frac{-4x+3}{x^4}$ → 0,25 pt

b) Tableau de signe de $g'(x)$, Sem de Variation de g et tableau de Variation de g . → 0,5 pt

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$-4x+3$	+	/	+	-
$g'(x)$	+	/	+	-

• $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]0; \frac{3}{4}[$, $g'(x) > 0$, donc g est strictement croissante.

• $\forall x \in]\frac{3}{4}; +\infty[$, $g'(x) < 0$, donc g est strictement décroissante

x	$-\infty$	0	α	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$g'(x)$	+		+	+	-
$g(x)$	0	$+\infty$	$-\infty$	$\frac{35}{2}$	0

3 - a) Démonstration correcte de $\forall x \in]0; \frac{3}{4}[$, l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α . → 0,5 pt

b) Justification correcte de: $0,4 < \alpha < 0,6$. → 0,25 pt

4) • $\forall x \in]0; \alpha[$, 0 est le maximum de $g(x)$, d'où $g(x) < 0$ sur $]0; \alpha[$.

• $\forall x \in]-\infty; 0[\cup]\alpha; +\infty[$, 0 est le minimum de $g(x)$, d'où $g(x) > 0$ sur $]-\infty; 0[$ et sur $]\alpha; +\infty[$ → 0,25 pt

5) Parfaite détermination de la primitive G de g

$G(x) = -\frac{2}{x} + \frac{1}{2x^2} + \frac{7}{2}$, $\forall x \in \mathbb{R}^*$. → 0,5 pt

6) Construction exacte de la courbe (Cg) → 1 pt

4/

EXERCICE 6 (5 points)

- Pour répondre à cette situation, je vais utiliser mes connaissances mathématiques de la leçon intitulée: Probabilités conditionnelles et variable aléatoire.
- Je détermine le cardinal de Ω que je suppose être l'univers associé à cette épreuve.
- Je définis une variable aléatoire X qui prend en compte le gain algébrique du joueur
- Je détermine la loi de probabilité de X , après avoir définis les valeurs prises par $X(\Omega)$.
- Je calcule l'espérance mathématique de X
- J'interprète le résultat obtenu afin de tirer une conclusion.

$$\bullet \text{Card } \Omega = C_{10}^3 = 120.$$

$$\bullet X(\Omega) = \{-200F; 0F; 200F; 400F\}$$

Loi de probabilité de $X(\Omega)$.

$$\begin{aligned}\bullet P(X = -200F) &= \frac{C_5^3 + C_5^2 \times C_2^1 + C_2^2 \times C_5^1}{C_{10}^3} = \frac{35}{120} \\ \bullet P(X = 0F) &= \frac{C_2^2 \times C_3^1 + C_3^1 \times C_2^1 \times C_5^1 + C_3^1 \times C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{63}{120} \\ \bullet P(X = 200F) &= \frac{C_3^2 \times C_5^1 + C_3^2 \times C_{10}^3}{C_{10}^3} = \frac{21}{120} \\ \bullet P(X = 400F) &= \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}.\end{aligned}$$

$$E(X) = -200 \times \frac{35}{120} + 0 \times \frac{63}{120} + 200 \times \frac{21}{120} + 400 \times \frac{1}{120} = -20$$

Comme $E(X) < 0$ alors le jeu n'est pas favorable à CEDANA.

EXERCICES BARÈME

Critères	Contenus	BARÈME Notes
CM1	- Énumération du titre de la leçon concernée → 0,25 - Énumération des étapes de résolution à utiliser pour résoudre la situation - $\frac{2}{3}$ des étapes énumérées sur les 6, donnent droit à tous les points	0,75
CM2	- utilisation des outils nécessaires à la résolution du problème. - utilisation des éléments mathématiques cités plus haut. - Bonne argumentation	1,25 pts
CM3	- Bonne utilisation des outils mathématiques - La cohérence des argumentations - Réponses trouvées conformes aux résultats attendus	2,5 pts
CP	- Copie propre et bien présentée. - Bonne harmonie des étapes de résolution.	0,5 pt

EXERCICE 5 (suite et fin)

B) Construction de (Ef)

