

# MATHÉMATIQUES



## NIVEAU : PREMIERE C

*Le devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2*

*Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées*

### EXERCICE 1 (2 points)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de vrai si l'affirmation est vraie et de faux si l'affirmation est fausse.

1. Pour tous nombres réels  $\alpha$  et  $\beta$  on a :  $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$
2. Si  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont deux vecteurs non nuls tels que  $Mes(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{6}$  alors  $Mes(\widehat{-\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{-5\pi}{4}$
3.  $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}$ .
4. Pour tout nombre réel  $\alpha$ , on a :  $\sin(\alpha)\cos(\alpha)\cos(2\alpha) = \frac{1}{4}\sin(4\alpha)$

### EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est exacte. Ecris le numéro de chaque proposition suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse.

N°	PROPOSITIONS	REPONSES	
1	La restriction à l'intervalle $] -\infty; 1]$ de la fonction $x \mapsto 3 - \sqrt{(x-1)^2}$ est la fonction	A	$x \mapsto -x + 4$
		B	$x \mapsto -x + 2$
		C	$x \mapsto x + 2$
2	L'application définie sur $[0; +\infty[$ vers $\mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x}$ est :	A	Injection
		B	Surjection
		C	Ni injection et ni surjection
3	L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}, \sqrt{x} < x$ est	A	$]0; +\infty[$
		B	$]0; 1[$
		C	$]1; +\infty[$
4	Soit $f$ et $g$ des fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par $f(x) = \frac{1}{x-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-3}$ . L'ensemble de définition de la fonction $g \circ f$ est :	A	$\left]1; \frac{4}{3}\right]$
		B	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
		C	$[3; +\infty[ \setminus \{4\}$

### EXERCICE 3 (4 points)

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x-4}, \quad \text{si } x < 4 \\ f(x) = \frac{x^2-16}{x^2+2x-24}, \quad \text{si } x > 4 \\ f(4) = 2m - 1, \text{ où } m \text{ est un nombre réel.} \end{array} \right.$$

1. Démontre que  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$ .
2. Calcule la limite de  $f$  à gauche et à droite en 4.
3. Détermine la valeur de  $m$  par laquelle  $f$  est continue en 4.

### EXERCICE 4 (7 points)

*L'unité est le centimètre*

ABC est un triangle tels que :  $AB= 5a$  ;  $AC= 3a$  et  $BC= 4a$  où  $a$  est un nombre réel strictement positif. On désigne par G le barycentre des points pondérés (A, -2) ; (B , 1) et (C, 3). I, J et K sont des points du plan tels que :  $\vec{AI} + \vec{AB} = \vec{0}$  ,  $\vec{AJ} = 3\vec{AC}$  et  $\vec{BK} = \frac{3}{4}\vec{BC}$ .

1. Fais une figure en prenant  $a = 1$
2. Exprime I comme barycentre des points A et B ;  
J comme barycentre des points A et C puis  
K comme barycentre des points B et C
3. Démontre que les droites (AK), (BJ) et (CI) sont concourantes en G
4. Soit  $f$  l'application du plan dans  $\mathbb{R}$  qui, à tout point M du plan associe le nombre réel  $f(M)=MB^2+3MC^2$ .

On désigne par (C) la ligne de niveau  $48a$  de  $f$ .

- a) Démontre que pour tout point M du plan,  $f(M) = 4MK^2 + 12a^2$
- b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (C).
- c) Vérifie que  $B \in (C)$  et construis (C)

5. Détermine et construis l'ensemble (T) des points M du plan tels que  $\| -2\vec{MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC} \| = 2MB$

### EXERCICE 5 (5 points)

Tuo Yaraba, élève de première C d'un établissement secondaire de la DRENA d'Abidjan a participé au concours dénommé « CRACK EN MATHS ». Parmi les questions posées, il n'a pas pu répondre à la question suivante :

« Soit deux fonctions numériques  $f$  et  $g$  définies sur l'ensemble  $D = ]0; \frac{\pi}{2}[$  respectivement par

$$f(x) = \frac{\sin(3x)}{\sin(x)} - x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{\cos(3x)}{\cos(x)} + x .$$

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la représentation graphique de  $f$  est-elle au-dessus de celle de  $g$  sur  $D$  ? »

Pour cela, il te sollicite en tant qu'élève de première C.

En utilisant une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, aide-le à répondre à cette question