MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DREN ABIDJAN4

UP 05 MATHS

PARTIEL DECEMBRE 2024
Coefficient : 5
DUREE : 4 heures

MATHEMATIQUES

Fomesoutra.com ça soutra !

NIVEAU : TERMINALE C

Ce devoir comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ,2/3 et 3/3
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées

EXERCICE 1 (2points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si elle est fausse.

N°	Propositions
1	Si f est une fonction de IR vers IR telle que f soit croissante et majorée sur l'intervalle $]2;5[$. Alors f admet pour limite $+\infty$ à gauche en 5.
2	f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle K, a un élément de K et (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère. Si f'' s'annule en a , le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion de (C).
3	Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K, a *et* b deux éléments de K tels que : $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que ; $\forall x \in [a;b]$; $\lvert f'(x)\rvert \leq M$ alors $-M(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$.
4	Soit (D) une droite, F un point n'appartenant pas à (D) et H le projeté orthogonal de M sur (D). L'ensemble des points M tels que $\frac{MF}{MH} = \ln(\sqrt{e})$ est une hyperbole.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

		A	B	C
1	$\overline{1110110}$ est l'écriture en base 2 de ----	200	118	124
2	Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(0\,;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. La parabole d'équation réduite $y^2 = -4x$ a pour foyer le point F de coordonnées ------	$(2;0)$	$(0;-1)$	$(-1;0)$
3	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(\,O,\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\,)$. La droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3-5t \end{cases}$ et la droite (L) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5-2k \\ y = -4k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ z = 1+10k \end{cases}$ sont :	Strictement Parallèles	sécantes	confondues
4	ABC est un triangle et G l'isobarycentre des points A ; B *et* C. L'ensemble des points M Du plan vérifiant : $\lVert\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\rVert = AC$ est ----	Le cercle de centre G et de rayon $\frac{2}{3}AC$	Le cercle de centre et de rayon $\frac{1}{3}AC$	Le cercle de centre G et de rayon $\frac{3}{2}AC$

EXERCICE 3 (3 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 4.

On considère les nombres entiers naturels suivants écrits en base n.

$A = \overline{20}^n$; $B = \overline{32}^n$ et $C = \overline{1300}^n$.

1- a) justifie que $A \times B = C$ si et seulement si n est solution dans ℕ de l'équation (E) : $n^3 - 3n^2 - 4n = 0$.

b) Détermine la valeur de n pour laquelle $A \times B = C$

2- On suppose par la suite que $n = 4$ et on considère l'entier naturel D qui s'écrit $5xy$ dans le système décimal .

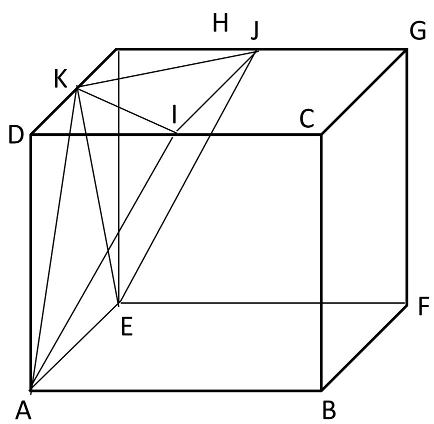
a) Justifie que D est divisible par 4 si et seulement si $2x + y \equiv 0[4]$.

b) Détermine pour quelles valeurs de x et y , D est divisible par 4.

EXERCICE 4 (3,5 points)

Soit ABCDEFGH un cube comme représenté ci-dessous. On place les points I, J et K respectivement au milieu des côtés $[DC]$, $[GH]$ et $[DH]$. On fixe le repère (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$).

1) Montre que, dans le repère (A, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$) les points I, J et K ont pour coordonnées respectives ($\frac{1}{2}$; 1 ; 0) , ($\frac{1}{2}$; 1 ; 1) et (0; 1 ; $\frac{1}{2}$).
2) a- Détermine les coordonnées d'un vecteur normal au plan (AEJ).
   b- En déduis que une équation cartésienne du plan (AEJ) est : $2x - y = 0$.
3) Justifie que le point I appartient au plan (AEJ).
4) Calcule la distance du point K au plan (AEJ).
5) En déduis le volume de la pyramide AEJIK.
6) Donne une équation paramétrique de la droite (D), perpendiculaire au plan (AEJ) et passant par K.
7) En déduis les coordonnées du point d'intersection de (D) avec le plan (AEJ).



EXERCICE 5 (4,5 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1 et f_n la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f_n(x) = x^{2n}(1-lnx)^2; \;\; si \;\; x > 0 \\ \qquad f_n(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$.

1- On admet que pour tout nombre réel $\alpha > 0$; on a $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} x^{\alpha} lnx = 0$

a) Justifie que f_n est continue en 0.

b) Justifie que la courbe (C_n) admet en son point d'abscisse 0 ; une tangente parallèle à l'axe (OI).

c) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f_n(x)}{x}$; puis donne une interprétation graphique des résultats.

2- On admet que f_n est dérivable sur $]0;+\infty[$.

a) Justifie que : $\forall x \in]0;+\infty[$; $f'_n(x) = 2x^{2n-1}(1-lnx)(n-1-nlnx)$.

b) Etudie le sens de variation de f_n.

c) Vérifie que : $f_n\left(e^{\frac{n-1}{n}}\right) = \frac{1}{n^2}e^{2n-2}$

d) Dresse le tableau de variation de la fonction f_n.

3- On admet que : $\forall x \in]0;+\infty[$; $f_{n+1}(x) - f_n(x) = x^{2n}(1-lnx)^2(x+1)(x-1)$.

a) Démontre que toutes les courbes (C_n) passent par trois points fixes.

b) Déduis-en la position relative des courbes (C_n) et (C_{n+1}).

EXERCICE 6 (5 points)

Un numéro de compte bancaire N est un nombre de 23 chiffres. Le nombre A constitué des 5 premiers chiffres correspond au code de la banque. Le nombre B constitué des 5 chiffres suivants correspond au code de l'agence. Le nombre C constitué des 11 chiffres suivants correspond au numéro du client pour la banque considérée. Le nombre R constitué des deux derniers chiffres est la « clé RIB », la « clé RIB » est un nombre de 2 chiffres compris entre 01 et 97 (on écrit le zéro pour obtenir un numéro de compte N de 23 chiffres). On détermine R en imposant au nombre N d'être divisible par 97.

Le nouvel agent de la banque est responsable dans la détermination de la clé RIB du numéro de compte donné dans le tableau ci-dessous et se trouve préoccupé.

Code de banque	Code Agence	n° de compte	Clé RIB
23104	15231	00006462113	××
A	B	C	R

Il a décidé de rechercher la solution le soir à la maison et te sollicite.

Propose-lui une solution argumentée.