Année Scolaire : **2024-2025**

Durée **: 3H**
Coefficient :4
Série : **A1**

DEVOIR COMMUNAL DE MATHEMATIQUES

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2

Exercice 1

Écris le numéro de l'affirmation suivi de **vrai** si l'affirmation est vraie ou de **faux** si l'affirmation est fausse :

1. Soit A un événement d'un univers Ω et P une probabilité définie sur Ω .Dans une situation d'équiprobabilité : $P(A) = card(A) \times card(\Omega)$.
2. Soit B un événement d'un univers et $\bar{B}$ son événement contraire. Si P est une probabilité sur l'univers, alors $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$.
3. Si f est une fonction dérivable et strictement décroissante sur l'intervalle $[a\,;b]$ telle que $f(a) \times f(b) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $[a\,;b]$.
4. Si $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ = 3, alors la représentation graphique de g admet une asymptote horizontale d'équation $y = 3$ en $-\infty$.

Exercice 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, une seule des quatre réponses proposées est juste. Recopie le numéro de la ligne suivi de la lettre de la réponse juste.

N°	Affirmations	Réponses	
1.	Pour tout événement E d'un univers Ω et P une probabilité sur Ω , on a …	A	P(E) < 0
		B	$0 \leq$P(E)≤ 1
		C	P(E) > 1
		D	P(E)$= 2$
2.	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^3+x^2-2x+1}{2x^2+x-3}$ est égale à …	A	$+\infty$
		B	0
		C	2
		D	$-\infty$
3.	A et B sont deux événements d'un univers Ω et P une probabilité sur Ω . Si P(A) $= 0{,}4$, P(B)$= 0{,}5$ et PA∩B) $= 0{,}2$, alors P(A∪B)=…	A	1,1
		B	0,9
		C	0,7
		D	0,6
4.	Si f et g sont deux fonctions numériques telles que $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -3$ et $\lim\limits_{x \to 1} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to 1} (f \times g)(x)$ est égale à …	A	$-\infty$
		B	-3
		C	$+\infty$
		D	3

Exercice 3 .

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher dont quatre rouges, trois vertes et une rose.
On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

1. Justifie que le nombre de tirages possibles est 56.
2. On considère les évènements ci-dessous :
   A : « les boules tirées ont la même couleur » ;
   B : « les boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux ».
   a) Calcule la probabilité de A.
   b) Justifie que la probabilité de B est égale à $\frac{3}{14}$.
3. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage simultané de trois boules, associe le nombre de boules vertes tirées .
   a) Recopie et complète le tableau de la loi de probabilité de X ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{28}$	…	$\frac{15}{56}$	…

   b) Justifie que l'espérance mathématique de X ; $E(X) = 1,125$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $]1\,;+\infty\,[$ par : $f(x) = \frac{3x^2-2x-3}{x-1}$
On désigne par (C_f) la representation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) unité 1cm

1- Justifie que $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x) = -\infty$ puis donne une interprétation graphique du résultat.
2- Détermine la limite de f en $+\infty$.
3- On admet que pour tout $x \in]1\,;+\infty\,[$, $f(x) = 3x + 1 - \frac{2}{x-1}$
Démontre que la droite (D) d'équation $y = 3x + 1$ est asymptote oblique à (Cf) en $+\infty$.
4- a) On admet que f est dérivable sur $]1\,;+\infty\,[$ et on note f' sa dérivée.
Justifie que pour tout $x \in]1\,;+\infty\,[$, $f'(x) = \frac{3x^2-6x+5}{(x-1)^2}$.
b) Justifie que $\forall x \in]1\,;+\infty\,[$, $3x^2 - 6x + 5 > 0$.
c) Justifie que f est strictement croissante sur $]1\,;+\infty\,[$.
d) Dresse le tableau de variation de f.

5- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]1{,}3; 1{,}4[$.

6- Construis les asymptotes éventuelles à (C_f) et la courbe (C_f).

Exercice 5

Une usine ivoirienne fabrique journalièrement du café moulu et le conditionne dans des sachets. Le directeur commercial de cette usine affirme que le coût de production est donné par l'expression $C(x) = x^3 - 48x + 600$ et celle de la recette par $R(x) = 99x$ où x est la quantité de café fabriqué et est exprimé en tonne. Le coût de production et la recette sont exprimés en millions de francs CFA avec $x \in [5; 12]$.
Pour la bonne marche de son entreprise, le chef de l'entreprise veut savoir la quantité de café produit pour laquelle le bénéfice est maximal et la valeur de ce bénéfice maximal.
A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds aux préoccupations du chef de l'entreprise.
On rappelle que la formule donnant le bénéfice est $B(x) = R(x) - C(x)$.