

COMPOSITIONS GENERALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 3
DUREE : 01 Heures
NIVEAU : 6^{ème}



MATHEMATIQUES



Fomesoutra.com
ça soutra!

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre **V** si l'affirmation est vraie ou bien de la lettre **F** si l'affirmation est fausse.

| N° | Affirmations |
|----|---|
| ①. | Tous les nombres entiers naturels sont multiples de 1. |
| ②. | La distance à zéro d'un nombre relatif est le nombre sans son signe. |
| ③. | Pour additionner deux nombres relatifs de signe contraire, on garde le signe du plus grand nombre et on soustrait leurs distances à zéro. |
| ④. | L'égalité $6 \times 7 = 42$, traduit que 6 et 7 sont des diviseurs de 42. |

EXERCICE 2 (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes indique sur ta copie la bonne réponse par les lettres A, B et C précédée du numéro de la ligne correspondante.

| N° | Affirmations | A | B | C |
|----|---|-------------------------|-----------------|-------------------------|
| ①. | Les droites (D) et (L) sont parallèles. Elle se note... | $(D) // (L)$ | $(D) \perp (L)$ | $(D) \neq (L)$ |
| ②. | Le périmètre d'un cercle de diamètre d est... | $2 \times \pi \times r$ | $\pi \times d$ | $\pi \times r \times d$ |
| ③. | Une droite passant par A et B se note par... | (AB) | [AB] | [AB] |
| ④. | (D) est un disque de rayon 8cm. L'aire en cm^2 du disque (D) est... | 8π | 64π | 16π |

COMPOSITIONS GÉNÉRALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 3
DURÉE : 01 Heures
NIVEAU : 5^{ème}



MATHÉMATIQUES



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(4 points)

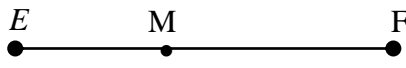
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre **V** si l'affirmation est vraie ou bien de la lettre **F** si l'affirmation est fausse.

| N° | Affirmations |
|----|--|
| ①. | Si deux nombres décimaux relatifs sont de signe opposés, alors le plus petit est celui qui est négatif. |
| ②. | Soit a, b et c des nombres entiers naturels tels que $bn \neq 0$: $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$. |
| ③. | Ranger des nombres décimaux relatifs dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand. |
| ④. | Soit a et b deux nombres décimaux relatifs et n un entier naturel on a : $a^n \times b^n = (a + b)^n$ |

EXERCICE 2

(4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes indique sur ta copie la bonne réponse par les lettres A, B et C précédée du numéro de la ligne correspondante.

| N° | Affirmations | A | B | C |
|----|---|---------------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| ①. | A, B et M sont trois points du plan. Si $M \in [EF]$, alors...  | $EM + MF = EF$ | $EM + MF = ME$ | $EM + EF = MF$ |
| ②. | $mes \widehat{FEH} = 35^\circ$ et $mes \widehat{MNP} = 56^\circ$. Les angles \widehat{FEH} et \widehat{MNP} sont... | supplémentaires | adjacents | complémentaires |
| ③. | Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est... | un segment de même longueur. | une demi-droite. | un angle de même mesure |
| ④. | Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est... | Le symétrique du milieu de ce segment | La longueur de ce segment | Le milieu du symétrique de ce segment |

EXERCICE 3**(7 points)**

①. En déduire un encadrement de 68 par deux multiples consécutifs de 9.

②. Résous chacune des équations suivantes :

$$a) x + 7 = 4$$

$$b) x + (-2,5) = (+10)$$

$$c) 3 + x = -5$$

③. Calcule les fractions suivantes :

$$d) \frac{52}{7} - \frac{17}{7}$$

$$e) \frac{1}{10} \times \frac{25}{3}$$

$$f) \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3$$

EXERCICE 4**(5 points)**

Deux villages A et B distants de 8 kilomètres se cotisent pour acheter un moulin M et pour construire un dispensaire D.

Pour éviter tout conflit, les chefs et les notables des deux villages décident de placer le moulin M et le dispensaire D à égale distance des deux villages. De plus, ils veulent que le dispensaire et le moulin soient respectivement à 4 kilomètres et à 5 kilomètres des deux villages. Des élèves en classe de 5^{ème}, présents lors des débats, décident de trouver les emplacements du moulin et du dispensaire.

①. Place les points A et B puis trace le segment [AB]. On prendra 1 cm pour 1 km.

②. Construis la médiatrice (L) du segment [AB].

③. Détermine l'emplacement du dispensaire et un emplacement du moulin.

COMPOSITIONS GÉNÉRALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 3
DURÉE : 01 Heures
NIVEAU : 4^{ème}



MATHÉMATIQUES



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre **V** si l'affirmation est vraie ou bien de la lettre **F** si l'affirmation est fausse.

| N° | Affirmations |
|----|---|
| ①. | Si deux angles correspondants ont la même mesure, alors ils sont formés par deux droites parallèles et une sécante. |
| ②. | Dans un cercle, deux arcs de même longueur interceptés par deux angles de même mesure. |
| ③. | Si deux angles alternes-internes sont déterminés par deux droites coupés par une sécante alors, ils ont la même mesure. |
| ④. | Dans un cercle, deux cordes de longueurs différentes sont sous-tendues par deux arcs de mêmes longueurs. |

EXERCICE 2 (4 points)

Recopie puis complète chacune ces phrases ci-dessous par l'une des expressions suivantes :

« des traits en pointillés » ; « des segments de supports parallèles » ; « sans déformation » ; « multipliées par un coefficient fixe inférieur à 1 » ; « des segments formant un angle fixe avec l'horizontal ».

- ①. Les arêtes cachées sont représentées par.....
- ②. Toute face située dans le plan vertical de face est représentée.....
- ③. Les longueurs des fuyantes sont..... et sont représentées par.....
- ④. Les arêtes à supports parallèles sont représentées par.....

EXERCICE 3**(7 points)**

①. On donne : $A = \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{7}\right) \times \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ et $B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)$

Calcule A et B et donne le résultat sous forme de fraction irréductible.

②. On donne : $A = -\frac{43}{11}$.

a) Encadre A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

b) Donne la troncature d'ordre 3 de A.

③. Donne la notation scientifique de :

$$B = 0,8 \times (10^{-1})^3 \times 1,6 \times (10^2)^3 \quad \text{et} \quad C = 0,25 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^8$$

④. a) Décompose en produits de facteurs premiers les nombres 120 et 144.

b) Détermine le PGCD et le PPCM des nombres 120 et 144.

c) Utilise le PGCD pour écrire la fraction $\frac{120}{144}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

EXERCICE 4**(5 points)**

Le club environnement du Collège Saint-Moïse a entrepris des travaux d'embellissement dans la cour de l'établissement. Le président de ce club demande d'aménager, en face du bâtiment qui abrite l'administration, un espace de forme rectangulaire MNQP de dimensions 20 m de long et 16 m de large. À l'intérieur de cet espace rectangulaire, se trouvera un oranger (O) qui représente le milieu des deux diagonales. Il désire aménager une allée qui passe par le point O et qui coupe le côté [NQ] en son milieu. À l'intersection de cette allée [NQ], il plante une fleur (F). On prendra comme échelle (1 cm sur le dessin pour 4 m en réalité).

①. Construis avec soin cette figure.

②. Que représente la droite (OF) pour l'angle \widehat{NOQ} .

③. Justifie que la fleur est située à égale distance des droites (ON) et (OQ).

COMPOSITIONS GÉNÉRALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 3
DURÉE : 02 Heures
NIVEAU : 3^{ème}



MATHÉMATIQUES



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

- ①. Le centre de l'intervalle $[a ; b]$ est $\frac{b-a}{2}$
- ②. Le nombre $2 - \pi$ étant négatif, on a : $|2 - \pi| = 2 - \pi$.
- ③. Le degré du polynôme P défini par : $P(x) = 2x^7 + 4x^9 - 3$ est égal à 9.
- ④. Si \widehat{GEF} et \widehat{GSF} sont deux angles inscrits dans un même cercle et qui interceptent le même arc, alors les angles \widehat{GEF} et \widehat{GSF} ont la même mesure.

EXERCICE 2 (3 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation vraie.
Indique sur ta copie le numéro de l'affirmation et la lettre de la réponse choisie.

| N° | Affirmations | A | B | C |
|----|---|---------------------|----------------------------|-----------------------|
| ①. | a est un rationnel non nul, n est un nombre entier relatif. On a : a^{-n} est égal à | $\frac{1}{a^n}$ | $\frac{1}{a^{-n}}$ | $-a^n$ |
| ②. | a et b sont deux nombres réels positifs. On a : $\sqrt{a \times b}$ est égal à | $a \times b$ | $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ | $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ |
| ③. | x étant un nombre réel non nul, m et n deux nombres entiers relatifs non nuls, $x^m \times x^n$ | x^{m-n} | $x^{m \times n}$ | x^{m+n} |
| ④. | Pour tout nombre réel y, $\sqrt{y^2}$ est égal à | y | y | y^2 |
| ⑤. | a et b sont des nombres réels : $a^2 = b^2$ équivaut à | $a = b$ ou $a = -b$ | $a = b$ et $a = -b$ | $a = b$ |

EXERCICE 3 (3 points)

On donne les intervalles A et B suivants : $A = [-3 ; 2]$ et $B =]-\infty ; 0[$.

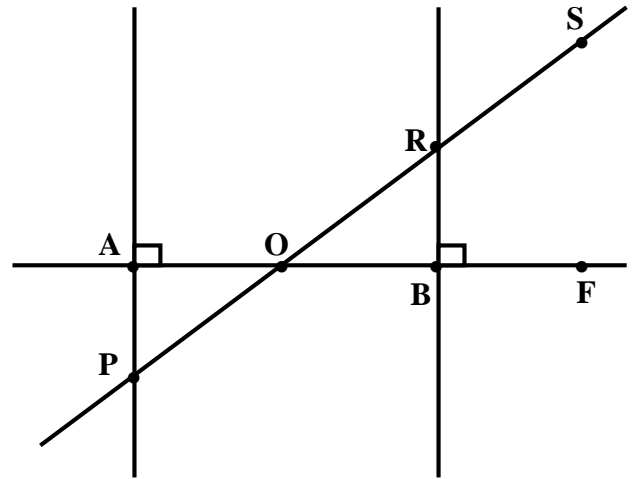
- ①. Détermine le centre et l'amplitude de l'intervalle A
- ②. a) Représente sur une même droite graduée les intervalles A et B.
b) Écris simplement l'intervalle $A \cap B$.

EXERCICE 4**(4 points)**

L'unité de longueur est le centimètre (cm).

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur

- Les points A, O, B et F sont alignés tels que :
OA = 2 ; OB = 3 et BF = 2,5.
- Les points P, O, R et S sont alignés tels que :
OR = 6 et RS = 5
- Les droites (AP) et (RB) sont parallèles.



- ①. Justifie que $OP = 4$
- ②. Justifie que $(AP) \parallel (SF)$

EXERCICE 5**(5 points)**

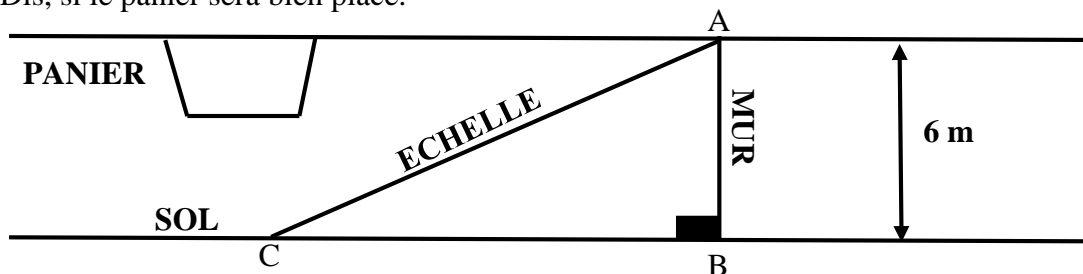
On donne $A = (x - 2)^2 - 1$ et $B = x^2 + x - 12$.

- ①. Justifie que $A = (x - 3)(x - 1)$ et $B = (x - 3)(x + 4)$
- ②. On pose : $H = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+4)}$.
 - a) Détermine les valeurs de x pour lesquelles H existe.
 - b) Pour $x \neq 3$ et $x \neq -4$, simplifie H.
 - c) Calcule la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{2}$. (Tu écriras H sans radical au dénominateur).
- ③. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donne un encadrement de $6 - 5\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 6**(4 points)**

Pour participer à un tournoi de basketball organisé par le maire de la commune d'Abobo, le président des jeunes de ton quartier veut installer un panier de basket sur un mur à **6 m** du sol pour l'entraînement de son équipe. Il dispose d'une échelle qui mesure **6,5 m**. le technicien en charge de la conception du dispositif indique que le panier sera bien placé si la mesure de l'angle formé par l'échelle et le sol est comprise entre **66° et 69°**.

- ①. Justifie que la distance entre le pied du mur et le point d'appui de l'échelle est **2,5 m**.
- ②. Calcule le cosinus de l'angle \widehat{ACB} formé par l'échelle et le sol.
- ③. Dis, si le panier sera bien placé.

**Extrait de la table trigonométrique**

| Angle | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| cos | 0,423 | 0,407 | 0,391 | 0,375 | 0,358 | 0,342 |
| sin | 0,906 | 0,914 | 0,921 | 0,927 | 0,934 | 0,940 |

COMPOSITIONS GÉNÉRALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 4
DURÉE : 04 Heures
NIVEAU : 1^{ère} D



MATHÉMATIQUES



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations contenues dans le tableau ci-dessous, une seule des réponses proposées est correcte. Recopie le numéro de la ligne suivi de la lettre de la réponse juste.

| | | | | | |
|---|-----------------------|---|-----------------------|---|---------------------|
| ①. Le nombre de 3-combinaisons d'un ensemble qui en contient 5 est : | | | | | |
| A | 10 | B | 60 | C | 125 |
| ②. Le nombre de mots de 3 lettres qu'on peut former avec les lettres du nom SAMA est : | | | | | |
| A | 24 | B | 8 | C | 4 |
| ③. L'outil de dénombrement d'arrangement A_n^p avec $P \leq n$ est : | | | | | |
| A | $\frac{P!}{P!(n-p)!}$ | B | $\frac{n!}{P!(n-p)!}$ | C | $\frac{n!}{(n-p)!}$ |
| ④. Le nombre de mots de 2 lettres distincts qu'on peut former avec les lettres du nom EQUATIONS est : | | | | | |
| A | 9 | B | 56 | C | 72 |

EXERCICE 2 (2 points)

I. Relie chaque limite de la colonne A au nombre de la colonne B qui lui correspond.

Colonne A

Colonne B

- | | |
|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x$ • $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \cos x$ • $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$ • | • -1 • $\frac{\sqrt{3}}{2}$ • 1 • $\frac{1}{2}$ |
|---|--|

II. Réordonne les groupes de mots ci-dessous pour avoir une propriété mathématique.
Alors cette limite / si une fonction f / est égale $f(a)$ / admet une limite en a , / est définie en a et

EXERCICE 3 (5 points)

I. Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = -2x + 1$ et $g(x) = x^2$.

- ①. Détermine les expressions explicites de $g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$.
- ②. Calcule $f \circ g(2)$ puis $g \circ f(-1)$.

II. On donne la fonction g de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par :
$$\begin{cases} g(x) = 2x^2 + 3x - 1, & \text{si } x < 1 \\ g(x) = x^2 + 3, & \text{si } x > 1 \\ g(1) = 2 \end{cases}$$

- ①. Calcule les limites de g à gauche et à droite en 1.
- ②. Étudie la limite de g en 1.
- ③. Étudie la continuité de g en 1.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère le polynôme P définie par : $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ où x est un réel quelconque.

- ①. Calcule $P(1)$ puis conclure.
- ②. Détermine les réels a, b et c tels que : $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$.
- ③. Résous dans \mathbb{R} , l'équation $P(x) = 0$.
- ④. Dresse le signe de $P(x)$.
- ⑤. En déduire l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) \geq 0$.

EXERCICE 5 (3 points)

Sachant que : $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$.

- ①. Détermine la valeur de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$.
- ②. En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.
- ③. Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$, l'inéquation $6 - 12 \cos x > 0$

EXERCICE 6 (4 points)

À la fête de la promotion de 1ereD d'un lycée, un jeu est organisé. Ce jeu consiste à tirer successivement et au hasard trois (03) boules d'urne contenant 15 boules, en remettant les boules tirée dont six (06) blanches, quatre (04) rouges et des boules noires. Les boules sont toutes indiscernables au toucher.

Le chef de classe dit à ses camarades que le nombre de tirages possibles est 2730 et celui composé de boules de couleur différente est 120.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, dis, si l'affirmation du chef de classe est vérifiée.

COMPOSITIONS GÉNÉRALES
SESSION : DÉCEMBRE 2025

Up:23

COEFFICIENT : 4
DURÉE : 04 Heures
SÉRIE : D



MATHÉMATIQUES



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les énoncés et les mots ou groupes mots: **une bijection, la puissance; dérivable et indépendants.**
Écris le numéro de chaque énoncé suivi du mot ou du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que l'énoncé soit vrai.

| N° | Énoncés |
|----|---|
| ①. | Soit A et B deux événements d'un univers Ω muni d'une probabilité P. A et B sont.....si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. |
| ②. | Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle K. La fonction f réalise.....de K vers $f(K)$. |
| ③. | Soit f une fonction dérivable sur intervalle K et g une fonction dérivable sur un intervalle contenant $f(K)$. La fonction composée $g \circ f$ est.....sur K et on a: $(g \circ f)' = f' \times (g' \circ f)$. |
| ④. | Pour tout p élément de \mathbb{Z}^* , q élément de \mathbb{N}^* et x élément de $]0; +\infty[$. On appelle x à..... $\frac{p}{q}$ le nombre réel, note $x^{\frac{p}{q}}$, défini par: $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$. |

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations a, b, c et d permettent d'obtenir quatre (04) affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

- ①. Soit h une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} tel que : $h(1) = 3$ et $h'(1) = \frac{1}{2}$. h^{-1} est la bijection réciproque de h . Le nombre dérivé de la bijection réciproque de h en 3 est :
- a) $\frac{1}{2}$; b) 2 ; c) 3 ; d) $\frac{3}{2}$
- ②. Une primitive sur $]0; \frac{\pi}{2}[$ de la fonction : $x \rightarrow \frac{\cos x}{\sin x}$ est la fonction F définie par :...
- a) $F(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$; b) $F(x) = -\ln(\sin x)$; c) $F(x) = \ln(\sin x)$; d) $F(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x)^2}$
- ③. f est une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I, a et b deux éléments de I tels que $a < b$.
S'il existe deux nombres réels m et M tels que : $\forall x \in [a; b], m \leq f'(x) \leq M$, alors...
- a) $m(a - b) \leq f(b) - f(a) \leq M(a - b)$; b) $m(b - a) \leq f(a) - f(b) \leq M(b - a)$
c) $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$; d) $m(a - b) \leq f(a) - f(b) \leq M(a - b)$
- ④. La limite en $-\infty$ de la fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} + x$ est égale à...
- a) $-\infty$; b) 0 ; c) $-\frac{1}{2}$; d) $+\infty$

EXERCICE 3**(3 points)**

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{3x+4}{(x+1)^3}$.

- ①. Détermine les réels a et b tels que, tout $x \neq -1$, $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3}$.
- ②. En déduire la primitive F de f sur $]-1 ; +\infty[$ qui s'annule en 2.

EXERCICE 4**(4 points)**

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.

- ✓ 60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19.
- ✓ 0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.

- ①. On prend une personne au hasard et donne les évènements suivants :
 - S « la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans ».
 - C « la personne est atteinte de la Covid-19 ».
 - a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.
 - b) Donne la probabilité des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans et plus.
 - c) Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.
- ②. Justifie que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.
- ③. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$).
 - a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, P_n = 1 - (0,8193)^n$.
 - b) Détermine le nombre minimal de personne pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%

EXERCICE 5**(5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , d'unité graphique 2 cm.

On considère la fonction la fonction f dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et définie par: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$.

(C) la courbe représentative de la fonction f .

I. Soit g la fonction dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et définie par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.

On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g .

- ①. a) Calcule $g'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
b) Déduis-en le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
- ②. Calcule $g(1)$ et déduis que : $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

II. ①. a) Détermine la limite de f en 0.

b) Donne une interprétation graphique du résultat précédent.

c) Détermine la limite de f en $+\infty$.

②. a) Justifie que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Déduis-en les variations de f et dresse son tableau de variation.

③. On considère la droite (D) d'équation $y = x - 1$.

a) Démontre que la droite (D) est une asymptote à la courbe (C).

b) Étudie les positions relatives de la courbe (C) et de la droite (D).

c) Trace la droite (D) et la courbe (C).

EXERCICE 6

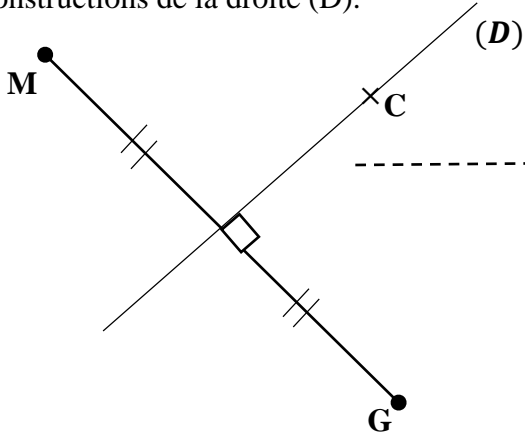
(4 points)

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale D reçoivent les informations suivantes :

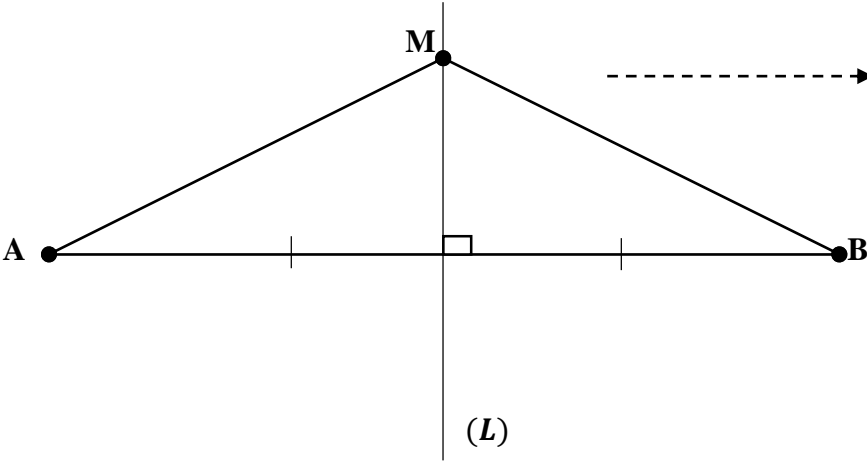
- La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée.
- Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1 ; 5]$ par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$.

Le directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

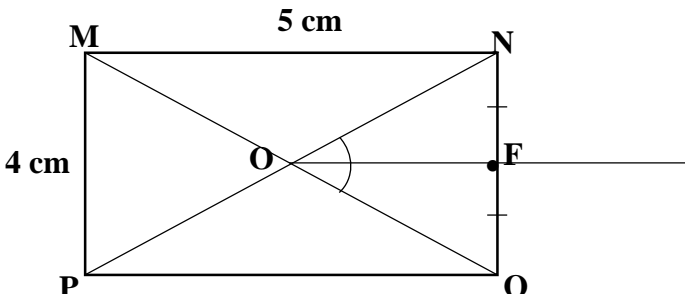
En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du directeur.

| EXERCICE | CORRIGE | BAREME |
|--|---|---|
| EXERCICE 1 : (4 points) | ①. Vrai -----> ②. Vrai -----> ③. Vrai -----> ④. Vrai -----> | } 4×1pt |
| EXERCICE 2 : (4 points) | ①. A -----> ②. B -----> ③. A -----> ④. B -----> | } 4×1pt |
| EXERCICE 3 : (7 points) | ①. Rangeons par ordre décroissant $(+4,05 > (+3) > 0 > (-3) > (-4,5) > (5,04).$ -----> ②. Calculons les sommes suivantes : a. $(-17,7) + (7,8) = (-9,9)$ -----> b. $(+100,77) + (-100,77) = 0$ -----> c. $(-123) + (+279) = (+156)$ -----> d. $(+5,3) + (-3,5) + (6,7) = (+5,3) + (-10,2) = (-4,9)$ -----> ③. Les 4 premiers multiples de 12 sont : $12 - 24 - 36$ et 48 -----> ④. a. Les deux nombres qui sont à la fois divisible par 3 et 5 sont : 105 et 4995 -----> b. Ceux qui sont consécutifs : 4995 et 4996 -----> c. Ceux qui sont divisible par 2 sont : 4996 -----> | 0,75pt 0,5pt 0,5 pt 0,5 pt 0,75pt 4×0,25pt 0,75 pt 0,75 pt |
| EXERCICE 4 (5points) | ①. Constructions de la droite (D).  | 0,5 pt 3 pt 2 pt |

| EXERCICE | CORRIGE | BAREME |
|--|--|--|
| EXERCICE 1 : (4 points) | ①. V -----> ②. F -----> ③. V -----> ④. F -----> | } 4×1pt |
| EXERCICE 2 : (4 points) | ①. A -----> ②. C -----> ③. C -----> ④. C -----> | } 4×1pt |
| EXERCICE 3 : (7 points) | ①. En déduire un encadrement de 68 par deux multiples consécutifs de 9. $9 \times 7 < 68 < 9 \times (7 + 1)$ $9 \times 7 < 68 < 9 \times 8$ <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $63 < 68 < 72$ </div> -----> ②. Résous les équations suivantes : a. $x + 7 = 4$ $x = 4 + (-7)$ -----> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $x = (-3)$ </div> -----> b. $x - (+2,5) = (+10)$ $x = (+10) + (+2,5)$ -----> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $x = (+12,5)$ </div> -----> c. $3 + x = -5$ $x = (-5) + (-3)$ -----> <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $x = (-8)$ </div> -----> ③. Calculons les fractions suivantes : d. $\frac{52}{7} - \frac{17}{7} = \frac{53-17}{7}$ <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\frac{52}{7} - \frac{17}{7} = \frac{35}{7}$ </div> -----> e. $\frac{1}{10} \times \frac{25}{3} = \frac{1 \times 25}{10 \times 3}$ $\frac{1}{10} \times \frac{25}{3} = \frac{25}{30}$ <div style="border: 1px dashed black; padding: 2px; display: inline-block;"> $\frac{1}{10} \times \frac{25}{3} = \frac{5}{6}$ </div> -----> | } 2× 0,25pt } 0,75pt } 0,25 pt } 0,5 pt } 0,25pt } 0,5pt } 0,25 pt } 0,5 pt } 1 pt } 1 pt |

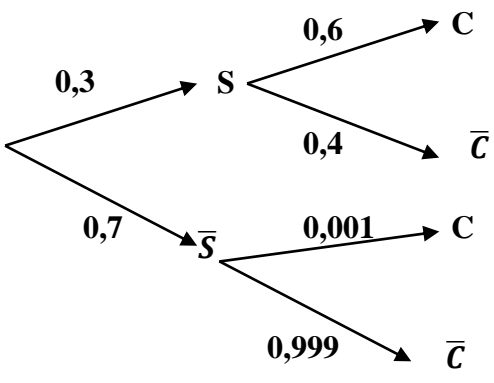
| | | |
|---|--|---|
| | $f. \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{1+5}{2}\right)^3$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{6}{2}\right)^3$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = \frac{6}{2} \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{2}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = \frac{6 \times 6 \times 6}{2 \times 2 \times 2}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = \frac{216}{8}$ <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)^3 = 27$ </div> | <p style="text-align: right;">} 0,5 pt</p> <p style="text-align: right;">} 0,5 pt</p> <p style="text-align: right;">} 0,5 pt</p> |
| <p>EXERCICE 4 (5points)</p> | <p>①. Place les points A et B puis trace le segment [AB]. On prendra 1 cm pour 1 km.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>②. Construction de la médiatrice (L) du segment [AB]. (voir la figure)-----></p> <p>③. Détermine l'emplacement du dispensaire et un emplacement du moulin. -----></p> | <p style="text-align: right;">2 pt</p> <p style="text-align: right;">2 pt</p> <p style="text-align: right;">1,5 pt</p> <p style="text-align: right;">1,5 pt</p> |

| EXERCICE | CORRIGE | BAREME |
|--|---|--|
| EXERCICE 1 : (4 points) | ①. Vrai -----> ②. Faux -----> ③. Vrai -----> ④. Faux -----> | } 4×1pt |
| EXERCICE 2 : (4 points) | ①. Des traits en pointillés -----> ②. Sans déformation -----> ③. Multipliées par un coefficient fixe inférieur à 1 et des segments formant un angle fixe avec l'horizontal. -----> ④. Des segments de supports parallèles -----> | 1pt 1pt 1pt 1pt |
| EXERCICE 3 : (7 points) | ①. Calculons A et B et donnons le résultat sous forme de fraction Irréductible. $A = \left(\frac{1}{7} + \frac{3}{7}\right) \times \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ $A = \frac{4}{7} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{7}$ -----> $A = \frac{4}{21} + \frac{1}{7} = \frac{4}{21} + \frac{3}{21}$ -----> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">$A = \frac{7}{21}$</div> -----> $B = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right)$ -----> $B = \left(\frac{4-1}{4}\right) \times \left(\frac{4+1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4}$ -----> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">$B = \frac{15}{16}$</div> -----> ②. On donne $A = -\frac{43}{11}$ donc A = -3,9090909091 a) Encadrons A par deux décimaux consécutifs d'ordre 2. -3,91 < A < -3,90 -----> b) La troncature d'ordre 3 de A est -3,909 -----> ③. Donne la notation scientifique : $B = 0,8 \times (10^{-1})^3 \times 1,6 \times (10^2)^3$ $B = 0,8 \times 10^{-3} \times 1,6 \times 10^6$ -----> $B = (0,8 \times 1,6) \times 10^{-3+6}$ -----> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">$B = 1,28 \times 10^3$</div> -----> $C = 0,25 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^8$ -----> $C = (0,25 \times 4) \times 10^{-3} \times 10^8$ -----> $C = 1 \times 10^{-3+8}$ <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;">$C = 1 \times 10^5$</div> -----> | 0,25pt 0,25pt 0,5 pt 0,25pt 0,25pt 0,5 pt 0,25 pt 0,25 pt 0,25 pt 0,25 pt 0,5 pt 0,25 pt 0,25 pt 0,5 pt |

| | | |
|---|--|---|
| | <p>③. a). Décomposons en produit de facteurs premiers 120 et 144.</p> <p>$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ -----></p> <p>$144 = 2^4 \times 3^2$ -----></p> <p>b) Déterminons le PGCD et le PPCM de 120 et de 144.</p> <p>PGCD (120 ; 144) = $2^3 \times 3 = 8 \times 3$ -----></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">PGCD(120 ; 144) = 24</div> -----> <p>PPCM (120 ; 144) = $2^4 \times 3^2 \times 5 = 16 \times 9 \times 5$ -----></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">PPCM(120 ; 144) = 720</div> -----> <p>c) Utilisons le PGCD pour simplifier la fraction $\frac{120}{144}$.</p> <p>$\frac{120}{144} = \frac{24 \times 5}{24 \times 6}$ donc $\frac{120}{144} = \frac{5}{6}$ -----></p> | <p>0,5pt</p> <p>0,5pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0,25pt</p> <p>0.5 pt</p> |
| <p>EXERCICE 4 (5points)</p> | <p>①. Construisons cette figure Calculons les dimensions sur le dessin. En fonction de l'échelle. On a : 1 cm sur le dessin pour 4 cm dans la réalité. Longueur L : $1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ m}$ $x \rightarrow 20 \text{ m}$ $\text{donc } x = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$ -----></p> <p>On a : 1 cm sur le dessin pour 4 cm dans la réalité. largeur l : $1 \text{ cm} \rightarrow 4 \text{ m}$ $y \rightarrow 16 \text{ m}$ $\text{donc } y = \frac{14}{4} = 4 \text{ cm}$ -----></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>②. La droite (OF) représente la bissectrice de l'angle \widehat{NOQ}.....></p> <p>③. Justifions que la Fleur F est située à égale distance des droites (ON) et (OQ). Le point F est le milieu du côté [NQ]. La droite (OF) est la bissectrice l'angle \widehat{NOQ}. Comme $F \in (OF)$, alors la fleur F est placée à égale distance des droites (ON) et (OQ).</p> | <p>0,5pt</p> <p>0,5pt</p> <p>2pt</p> <p>1pt</p> <p>1pt</p> |

| EXERCICE | CORRIGE | BAREME |
|-----------------------------------|--|---|
| EXERCICE 1 : (2 points) | ①. Faux -----> ②. Faux -----> ③. Vrai -----> ④. Vrai -----> | 4×0,5pt |
| EXERCICE 2 : (3 points) | ①. A -----> ②. B -----> ③. C -----> ④. B -----> ⑤. A -----> | 0,5pt 0,5pt 0,5pt 0,5pt 1pt |
| EXERCICE 3 : (3 points) | ①. Déterminons le centre et l'amplitude de l'intervalle A. <ul style="list-style-type: none"> Le centre de A est égal à c tel que : $c = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$ -----> L'amplitude de A est égal à b tel que : $b = -3 - 2 = 5$ -----> ②. a) Représentation des intervalles A et B. <div style="text-align: center;"> <p>A number line with tick marks at -3, 0, and 2. Interval A is represented by a solid line segment from -3 to 2 with solid dots at both ends. Interval B is represented by a solid line segment from -3 to 0 with a solid dot at -3 and an open circle at 0.</p> </div> ③. Écris simplement l'intervalle $A \cap B$. $A \cap B = [-3 ; 2] \cap]-\infty ; 0[$ $A \cap B = [-3 ; 0[$ -----> | 0,5pt 0,5pt 2 × 0,5pt 1pt |
| EXERCICE 4 (4 points) | ①. Justifions que : $OP = 4$. Soit le triangle BOR, $P \in (OR)$, $A \in (OB)$ et $(AP) \parallel (BR)$. D'après la propriété de Thalès, on a : $\frac{OA}{OB} = \frac{OP}{OR}$ équivaut à : $OP = \frac{OA \times OR}{OB}$, d'où $OP = \frac{2 \times 6}{3}$ donc $OP = 4$. ②. Justifions que $(AP) \parallel (SF)$. Soit le triangle OSF. $P \in (OS)$, $A \in (OF)$. Calculons $\frac{OP}{OS}$ et $\frac{OA}{OF}$ <ul style="list-style-type: none"> $\frac{OP}{OS} = \frac{OP}{OR+RS} = \frac{4}{5+6} = \frac{4}{11}$ -----> $\frac{OA}{OF} = \frac{OA}{OB+BF} = \frac{4}{3+2,5} = \frac{4}{11}$ On constate que $\frac{OP}{OS} = \frac{OA}{OF}$ tels que les points P, O et S sont rangés dans le même ordre que les A, O et F. D'après la réciproque de la propriété de Thalès, les droites (AP) et (SF) sont parallèles. | 1,5pt 2 × 0,5pt 1,5pt |
| EXERCICE 5 (5points) | ①. Justifions que : $A = (x - 3)(x - 1)$ et $B = (x - 3)(x + 4)$. $A = (x - 2)^2 - 1$ $A = (x - 2)^2 - 1^2$ $A = (x - 2 - 1)(x - 2 + 1)$ $A = (x - 3)(x - 1)$ -----> | 1pt |

| | | |
|--|--|---|
| | $B = (x - 3)(x + 4)$ $B = x^2 + 4x - 3x - 12$ $\mathbf{B = x^2 + x - 12}$ -----> | <p>0,5pt</p> |
| <p>EXERCICE 6 (4 points)</p> | <p>②. a) Déterminons les valeurs de x pour lesquelles H existe. H existe si et seulement si $(x - 3)(x + 4) \neq 0$. -----></p> <ul style="list-style-type: none"> • Résolvons l'équation : $(x - 3)(x + 4) = 0$ $(x - 3)(x + 4) = 0$ équivaut à : $(x - 3) = 0$ ou $(x + 4) = 0$ $(x - 3)(x + 4) = 0$ équivaut à : $x - 3 = 0$ ou $x + 4 = 0$ $(x - 3)(x + 4) = 0$ équivaut à : $x = 3$ ou $x = -4$. H existe si et seulement si : $x \neq 3$ ou $x \neq -4$. <p>b) Pour $x \neq 3$ et $x \neq -4$, on a : $H = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+4)} = \frac{x-1}{x+4}$ Pour $x \neq 3$ et $x \neq -4$, on a : $H = \frac{x-1}{x+4}$ -----></p> <p>c) Calculons la valeur numérique de H pour $x = \sqrt{2}$ pour $x = \sqrt{2}$, on a : $H = \frac{x-1}{x+4} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+4} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-4)}{(\sqrt{2}+4)(\sqrt{2}-4)} = \frac{6-5\sqrt{2}}{-14}$ $\mathbf{H = \frac{5\sqrt{2}-6}{14}}$ -----></p> <p>③. On a : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ $-5 \times 1,415 < -5\sqrt{2} < -5 \times 1,414$ $-7,075 < -5\sqrt{2} < -7,07$ -----></p> <p>$6 + (-7,075) < 6 + (-5\sqrt{2}) < 6 + (-7,07)$ $6 - 7,075 < 6 - 5\sqrt{2} < 6 - 7,07$ $-1,075 < 6 - 5\sqrt{2} < -1,07$ donc $\mathbf{-1,08 < 6 - 5\sqrt{2} < -1,07}$ -----></p> | <p>0,5pt</p> <p>1pt</p> <p>0,5pt</p> <p>0,5pt</p> <p>0,5pt</p> |
| | <p>①. Justifions que la distance $BC = 2,5$ m Le triangle ABC est rectangle en B, d'après la propriété de Pythagore, on a : $AC^2 = BC^2 + AB^2$ d'où $BC^2 = AC^2 - AB^2$ $BC^2 = (6,5)^2 - (6)^2$ $BC^2 = 42,25 - 36 = 6,25$ d'où $BC = \sqrt{6,25}$ donc $\mathbf{BC = 2,5 m}$ -----></p> <p>La distance BC est le pied du mur et le point d'appui de l'échelle est $2,5$.</p> <p>②. Calculons $\cos \widehat{ACB}$ ABC est un triangle rectangle rectangle en B. $\cos \widehat{ACB} = \frac{BC}{AC} = \frac{2,5}{6,5} \approx 0,3846$. -----></p> <p>③. Dis, si le panier sera bien passé. Encadrons la mesure de l'angle \widehat{ACB}. D'après la table trigonométrique, on a : $0,391 < 0,385 < 0,375$ $\cos 67^\circ < \cos \widehat{ACB} < \cos 68^\circ$ soit $67^\circ < \text{mes} \widehat{ACB} < 68^\circ$ et comme $66^\circ < 67^\circ < \text{mes} \widehat{ACB} < 68^\circ < 69^\circ$ par conséquent le panier sera bien placé. -----></p> | <p>1pt</p> <p>1pt</p> <p>1pt</p> |

| EXERCICE | CORRIGE | BAREME |
|--|--|---|
| EXERCICE 1 : (2 points) | ①. Indépendants -----> ②. une bijection -----> ③. dérivable -----> ④. la puissance -----> | } 4×0,5pt |
| EXERCICE 2 : (2 points) | ①. B -----> ②. C -----> ③. C -----> ④. C -----> | } 4×0,5pt |
| EXERCICE 3 : (3 points) | ①. Détermine les réels a et b . $f(x) = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{(x+1)^3} = \frac{a(x+1)+b}{(x+1)^3} = \frac{ax+a+b}{(x+1)^3}$ -----> Si pour tout $x \neq 1, ax + a + b = 3x + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a + b = 4 \Leftrightarrow b = 1 \end{cases}$ -----> Ainsi pour tout $x \neq 1, f(x) = \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3}$. -----> ②. En déduire la primitive F de f sur $] -1 ; +\infty[$ qui s'annule en 2. • Déduisons la primitive F de f sur $] -1 ; +\infty[$. $F(x) = -\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2(x+1)^2} + c, c \in \mathbb{R}$ -----> • Déduisons la primitive F de f sur $] -1 ; +\infty[$ qui s'annule en 2. $F(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2+1} - \frac{1}{2(2+1)^2} + c = 0.$ $\Leftrightarrow -1 - \frac{1}{18} + c = 0 \Leftrightarrow c = \frac{19}{18}$ -----> Donc $F(x) = -\frac{3}{x+1} - \frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{19}{18}$ -----> | 0,25pt 0,25 pt 0,5 pt 1pt 0,25pt 0,75 pt |
| EXERCICE 4 (4 points) | ①. a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.  b) Donne la probabilité des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans et plus. | -----> 0,75 pt |

| | | |
|--|---|--|
| | $P_S(C) \frac{60}{100} = 0,6 \text{ ----->}$ <p>c) Calculons la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19 est :</p> $P(S \cap C) = P(S) \times P_S(C) = 0,3 \times 0,6 = 0,18 \text{----->}$ <p>②. Justifions que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.</p> $P(C) = P(S \cap C) + P(\bar{S} \cap C) = P(S) \times P_S(C) + P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(C) \text{----->}$ $P(C) = 0,3 \times 0,6 + 0,7 \times 0,001 = 0,18 + 0,0007 = \mathbf{0,1807} \text{----->}$ <p>③. a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}, P_n = 1 - (0,8193)^n$.</p> $P_n = 1 - C_n^0 (0,1807)^0 (1 - 0,1807)^n = \mathbf{1 - (0,8193)^n} \text{----->}$ <p>b) Détermine le nombre minimal de personne pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%</p> <p>Déterminons n tel que : $P_n \geq 0,9999$.</p> $P_n \geq 0,9999 \Leftrightarrow 1 - (0,8193)^n \geq 0,9999$ $\Leftrightarrow -(0,8193)^n \geq 0,9999 - 1$ $\Leftrightarrow -(0,8193)^n \geq -0,0001 \text{----->}$ $\Leftrightarrow (0,8193)^n \leq 0,0001$ $\Leftrightarrow \ln(0,8193)^n \leq \ln(0,0001)$ $\Leftrightarrow n \ln(0,8193) \leq \ln(0,0001)$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,8193)}{\ln(0,0001)} \text{----->}$ $\Leftrightarrow n \geq 46,30 \text{ donc } n \approx 47.$ <p>Alors le nombre minimal de personnes est 47.-----></p> | <p>0,5 pt</p> <p>0,5 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,5 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,5 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,5 pt</p> |
| <p>EXERCICE 5 (5 points)</p> | <p>I. ①. a) Calculons $g'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$.</p> $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = (x^2 - 1 + \ln x)' = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x} \text{----->}$ <p>b) Déduisons le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0; +\infty[$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Étudions le signe de $g'(x)$. $\forall x \in]0; +\infty[, x > 0 \text{ et } 2x^2 + 1 > 0 \text{ donc } \forall x \in]0; +\infty[, g'(x) > 0. \text{----->}$ <ul style="list-style-type: none"> Sens de variation de g <p>g est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. -----></p> <p>②. Calcule $g(1)$ et déduis que : $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$</p> <ul style="list-style-type: none"> Calculons $g(1)$ $g(1) = 1^2 - 1 + \ln(1) = 0 \text{ donc } g(1) = 0. \text{----->}$ <ul style="list-style-type: none"> Déduis que : $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$ | <p>0,5 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,25 pt</p> <p>0,25 pt</p> |

$$\forall x \in]0; 1[, x < 1 \Leftrightarrow g(x) < g(1) \text{ or } g(1) = 0$$

Donc $\forall x \in]0; 1[, g(x) < 0$

$$\forall x \in]1; +\infty[, x > 1 \Leftrightarrow g(x) > g(1) \text{ or } g(1) = 0$$

Donc $\forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0$

Conclusion : $\begin{cases} \forall x \in]0; 1[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$ -----> **0,25 pt**

II. ①. a) Détermine la limite de f en 0.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x - 1 - \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x - 1 - \ln x \times \frac{1}{x}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} x - 1 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} -\ln x = -(-\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \end{cases} \quad \text{donc } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \text{ -----> } \mathbf{0,25 \text{ pt}}$$

b) Donnons une interprétation graphique du résultat précédent.

On a : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, alors la droite d'équation $x = 0$ admet une asymptote verticale à (Cf) . -----> **0,25 pt**

c) Détermine la limite de f en $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 - \frac{\ln x}{x}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \end{cases} \quad \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ -----> } \mathbf{0,25 \text{ pt}}$$

②. a) Justifions que $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

$$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \left(x - 1 - \frac{\ln x}{x}\right)' = 1 - \frac{(\ln x)'x - (x)'\ln x}{x^2}$$

$$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = 1 - \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 - 1 - \ln x}{x^2} \text{ or } x^2 - 1 - \ln x = g(x)$$

Donc $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ -----> **0,75 pt**

b) Déduisons les variations de f et dresse son tableau de variation.

Étudions le signe de $f'(x)$

$\forall x \in]0; +\infty[, x^2 > 0$, donc le signe de $f'(x)$ dépend de $g(x)$.

- $\forall x \in]0; 1[, g(x) < 0$ d'où $\forall x \in]0; 1[, f'(x) < 0$ ---> **0,25 pt**
- $\forall x \in]1; +\infty[, g(x) > 0$ d'où $\forall x \in]1; +\infty[, f'(x) > 0$

▪ Sens de variation de f

f est strictement décroissante sur $]0; 1[$

f est strictement croissante sur $]1; +\infty[$ ----->

0,25 pt

③. a) Démontrez que la droite (D) est une asymptote à la courbe (C).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 - \frac{\ln x}{x} - (x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 - \frac{\ln x}{x} - x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{\ln x}{x} = 0$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = 0$, donc la droite d'équation $y = x - 1$

admet une asymptote oblique à (Cf) en $+\infty$. -----> 0,25 pt

b) Étudiez les positions relatives de la courbe (C) et de la droite (D).

• Étudions le signe de $f(x) - (x - 1)$

$\forall x \in]0; +\infty[, x > 0$, le signe de $f(x) - (x - 1)$ est celui de $-\ln x$.

$\forall x \in]0; +\infty[, -\ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = \ln 1 \Leftrightarrow x = 1$.

• Tableau de signe

| | | | |
|------------------|---|---|-----------|
| x | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f(x) - (x - 1)$ | | + | 0 - |

$\forall x \in]0; 1[, f(x) - (x - 1) > 0$

----->

0,25 pt

$\forall x \in]1; +\infty[, f(x) - (x - 1) < 0$

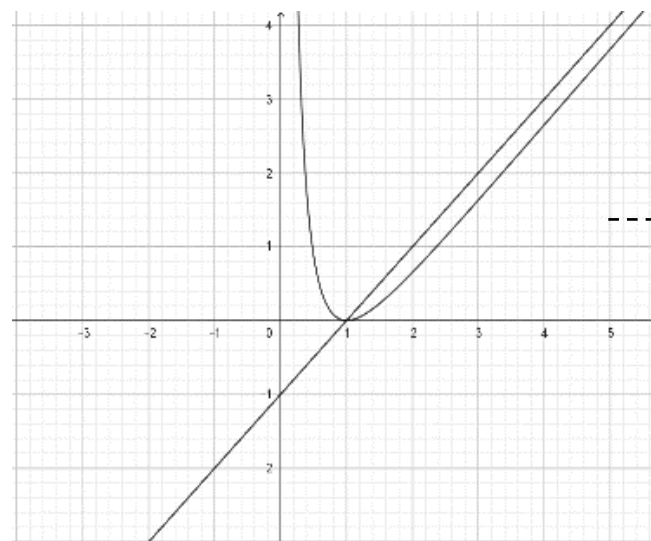
• Position relative

(Cf) est au-dessus de (D) Sur $]0; 1[$.

(Cf) est au-dessous de (D) Sur $]1; +\infty[$. ----->

0,25 pt

c) Traçons la droite (D) et la courbe (C).



----->

0,75 pt

EXERCICE 6
(4 points)

Pour répondre à la préoccupation du directeur de l'usine, je vais utiliser la notion de dérivabilité et d'étude de fonction.

Pour cela, je vais :

- Étudier les variations de la fonction liée au bénéfice journalier de l'usine.
- Déterminer la dérivée de fonction B ;
- Étudier le signe de la dérivée $B'(x)$ de la fonction $B(x)$;
- Déterminer les valeurs de x où B atteint son maximum ;
- Déterminer le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le journalier maximal de l'usine.

- Étudions les variations de B.
- ✓ Déterminons la dérivée de $B'(x)$ de $B(x)$.

$$\forall x \in [1 ; 5], B'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2\right)'$$

$$\text{Donc } \forall x \in [1 ; 5], B'(x) = -x^2 + 9$$

- ✓ Étudions le signe de $B'(x)$.

$$\begin{aligned} \forall x \in [1 ; 5], B'(x) = 0 &\Leftrightarrow -x^2 + 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow -x^2 = -9 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 3^2 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } x = 3 \text{ ou } x = -3 \quad \text{or } -3 \notin [1 ; 5]$$

Tableau de signe

| | | | |
|---------|---|---|---|
| x | 1 | 3 | 5 |
| $B'(x)$ | + | 0 | - |

- $\forall x \in [1 ; 3], B'(x) \geq 0$
- $\forall x \in [3 ; 5], B'(x) \leq 0$

- ✓ Étudions les variations de B

B est croissante sur $[1 ; 3]$

B est décroissante sur $[3 ; 5]$

Dressons le tableau de variation

| | | | |
|---------|----------------|----|----------------|
| x | 1 | 3 | 5 |
| $B'(x)$ | + | 0 | - |
| $B(x)$ | | | |
| | $\frac{32}{3}$ | 20 | $\frac{16}{3}$ |

| | | |
|--|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> Déterminons les valeurs de x où B atteint son maximum <p>B atteint son maximum au point d'abscisse en 3</p> <p>Conclusion :</p> <p>Le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le bénéfice journalier maximal de l'usine est de 3 000.</p> | |
|--|--|--|

Grille d'évaluation

| Critères | Indicateur de performance | Barème |
|---|--|---|
| CM1: Pertinence | <ul style="list-style-type: none"> -Identification de la leçon -Existence de calcul de dérivée -Existence des variations de B -Présence de tableau de variation | <p>0, 75 points</p> <p>1 indic sur 4 → 0,25 2 indic sur 4 → 0,5 3 indic sur 4 → 0,75</p> |
| CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation | <ul style="list-style-type: none"> -Détermination de la fonction dérivée de $B(x)$. -Détermination des variations de B. -Détermination de la valeur de x pour laquelle B est maximal. | <p>1, 5 points</p> <p>1 indic sur 4 → 0,5 2 indic sur 4 → 1 3 indic sur 4 → 1,5</p> |
| CM3: cohérence de la réponse | <ul style="list-style-type: none"> -Calcul de la dérivée de $B(x)$. -Étude du signe de $B'(x)$. -Détermination du sens de variation de $B(x)$. | <p>1, 25 points</p> <p>1 indic sur 3 → 0,75 2 indic sur 3 → 1,25</p> |
| CP: Critères de perfectionnement | <ul style="list-style-type: none"> -Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge. -Démarche correcte -Production juste en peu de mots | <p>0, 5 points</p> <p>1 indic sur 3 → 0,25 2 indic sur 3 → 0,5</p> |