IA SAINT-LOUIS		**LYCEE DE CAS CAS**
ANNEE SCOLAIRE : 2017/2018	**Classe : 1[re] L**	**M.FALL**

EQUATIONS ET INEQUATIONS DU SECOND DEGRE

EXERCICE 1 :

Factoriser le trinôme $f(x)$ dans chaque cas (forme canonique) puis en déduire la solution de l'équation $f(x) = 0$.

a) $f(x) = x^2 + x - 6$; b) $f(x) = x^2 + 2x - 8$; c) $f(x) = x^2 + 6x + 16$;
d) $f(x) = -2x^2 - 5x + 3$; e) $f(x) = -3x^2 + 6x - 2$

EXERCICE 2 :

Résoudre dans IR, les équations suivantes :

a) $x^2 + 16x + 63 = 0$; b) $x^2 + 4 = 0$; c) $x^2 - 10x + 24 = 0$; d) $-5x^2 + 2x\sqrt{5} - 1 = 0$;
e) $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{3}x - \frac{7}{6} = 0$; f) $-x^2 = -4x^2 - 4x + 1$; g) $3x - 7x^2 + 2 = 0$;
h) $2x^2 - x\sqrt{2} - 1 = 0$; i) $x^2\sqrt{2} + (1 + \sqrt{2})x + 1 = 0$

EXERCICE 3 :

1) Trouver deux nombres entiers consécutifs sachant que la somme de leurs carrés est 2813.
2) a. Déterminer deux nombres dont la somme est $S = 27$ et leur produit $\mathrm{P} = 50$.
   b. Même question pour $S = -8$ et $P = 16$.

EXERCICE 4 :

Résoudre dans IR

a) $\frac{2x^2+5x+3}{3x^2+x-2} = 0$; b) $\frac{(2x^2+x-15)(x+3)}{x^2+5} = 0$

EXERCICE 5 :

Résoudre dans IR, les inéquations suivantes :

a) $-x^2 - 4x + 5 \geq 0$; b) $x^2 + x - 3 \geq 0$; c) $5x^2 - 4x + 12 < 0$; d) $-3x^2 + 4x - 2 < 0$;

e) $(2x - 3)(-2x^2 + 5x + 3) > 0$; f) $(1 - 4x)(x^2 + x + 1) \leq 0$;

g) $(2x^2 + 5x + 3)(3x^2 + x - 2) \leq 0$; h) $\frac{-x^2+4x-21}{\frac{1}{2}x^2+x\sqrt{2}+1} < 0$

EXERCICE 6 :

Résoudre dans IR^2 les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = -24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} xy = \frac{3}{10} \\ x + y = \frac{23}{10} \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases}$

EXERCICE 7 :

Résoudre les équations bicarrées suivantes :

a) $x^4 + x^2 - 6 = 0$ b) $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$

EXERCICE 8 :

1) Déterminer deux nombres réels x_1 et x_2 sachant que :

$x_1 + x_2 = -1$ et $x_1 \times x_2 = -90$

2) Déterminer deux nombres réels x_1 et x_1 sachant que :

$x_1 \times x_2 = -6$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{6}$

3) Trouver une équation du second degré ayant pour racines $x_1 = 2$ et $x_2 = -3$

EXERCICE 9 :

Résoudre dans IR^2

a) $\begin{cases} xy = 15 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 13 \\ xy = -2 \end{cases}$

<< On ne peut plus expliquer le monde, faire ressentir sa beauté à ceux qui n'ont aucune connaissance des mathématiques >>

Série d'exercices n^0 2 : Polynômes

Exercice 1

Soit le polynôme $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ où a et b sont deux nombres réels.

1) Déterminer a et b sachant que $P(-2) = 0$ et $P(-1) = 8$
2) On pose $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
3) a) Factoriser $P(x)$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x + 4) = 0$
   d) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) \geq 0$

Exercice 2

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

1) Calculer $P(2)$. Que peut-on en déduire ?
2) Factoriser P en utilisant
3) a) La méthode d'identification des coefficients

   b) La méthode de la division euclidienne

   c) Le schéma de HÖRNER

Exercice 3

On considère le polynôme P défini par $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2$

1. Montrer que P(x) est factorisable par (x-1) et par (x+1)
2. Donner la factorisation complète de P(x)
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) \geq 0$
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = -2$

Exercice 4

Soit le polynôme $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1) Vérifier que 1 et -1 sont des racines de P.
2) a) Factoriser P
3) b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $P(x) < 0$

Douter de tes pouvoirs, c'est donner du pouvoir à tes doutes.
Au fur et à mesure que tu travailles dur, tu finiras par surpasser tous les obstacles durs et à coup sûr, tu obtiendras des résultats sûrs.

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS

EXERCICE 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : (S) $\begin{cases} 3x - y + 4z = 1 \\ 2y - 3z = 5 \\ 6z = 3 \end{cases}$

EXERCICE 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants par la méthode du Pivot de Gauss :

$(S_1) \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 4 \\ x + y - z = 1 \\ -3x - 4y + z = -5 \end{cases}$; $(S_2) \begin{cases} -x + 2y + z = -1 \\ 3x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + z = -1 \end{cases}$

EXERCICE 3 :

Résoudre graphiquement le système : (S') $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x + y + 2 \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$

EXERCICE 4 :

À l'approche de la fête de Saint-Valentin, un artisan chocolatier décide de confectionner des œufs en chocolat. En allant inspecter ses réserves, il constate qu'il lui reste **18kg** de cacao, **8kg** de noisettes et **14kg** de lait.

Il a deux spécialités : l'œuf *Extra* et l'œuf *Sublime*. Un œuf Extra nécessite **1kg** de cacao, **1kg** de noisettes et **2kg** de lait. Un œuf Sublime nécessite **3kg** de cacao, **1kg** de noisettes et **1kg** de lait.

Il fera un profit de **20Frs** en vendant un œuf *Extra*, et de **30Frs** en vendant un œuf *Sublime*. Notons par **x** le nombre d'œufs *Extra* et par **y** le nombre d'œufs *Sublime*.

1) Ecrire le système des contraintes.
2) Donner son gain s'il vend 3oeufs *Extra* et 5 œufs *Sublimes*.
3) Peut-il vendre 4oeufs *Extra* et 6 œufs *Sublimes* ? Pourquoi ?
4) Résoudre graphiquement le système trouvé dans la question 1).

« Les schémas du mathématicien, comme ceux du peintre ou du poète, doivent être beaux ; les idées, comme les couleurs ou les mots, doivent s'assembler de façon harmonieuse. La beauté est le premier test : il n'y a pas de place durable dans le monde pour les mathématiques laides ».

G.H Hardi (1877-1947, Angleterre)

DEVOIR SURVEILLE N°1 DU PREMIER SEMESTRE

Présentation (1pt)

QUESTIONS DE COURS : Vrai ou faux (4×1pt= 04pts)

Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

1) Si $a + b + c = 0$ alors 1 est une racine de l'équation et l'autre racine est $\frac{a}{c}$.
2) Si -1 est une racine de l'équation, l'autre racine est $-\frac{c}{a}$.
3) Si a et b sont de signes contraires alors l'équation admet deux solutions (racines) distincts.
4) La forme canonique du trinôme $ax^2 + bx + c$ est $a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$.

EXERCICE 1 : (5pts)

1) Résoudre dans IR
   a) $3x^2 - 4x + 1 = 0$; b) $3x^2 - 4x + 1 \geq 0$ (2×1.5pts= 3pts)
2) Résoudre dans IR^2 le système : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$ (2pts)

EXERCICE 2 : (10pts)

1) Résoudre dans IR^3 : $\begin{cases} -2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 9 \\ 3x - y - 2z = -14 \end{cases}$ par la méthode du Pivot de Gauss. (2pts)
2) Un artisan sculpteur produit des objets **A** et des objets **B**. La confection d'un objet A nécessite **6000Frs** de matières premières, coûte **25000Frs** de main-d'œuvre et sa vente génère un bénéfice de **10800Frs**.

La fabrication d'un objet B nécessite **14000Frs** de matières premières, coûte **15000Frs** de main-d'œuvre et sa vente génère un bénéfice de **9000Frs**. Chaque jour l'artisan limite ses frais d'investissement à **250000Frs** pour la main-d'œuvre et à **112000Frs** pour les matières premières.

On désigne par $\boldsymbol{x}$ le nombre d'objets A et par $\boldsymbol{y}$ le nombre d'objets B fabriqués en une journée.

a) Exprimer, en fonction de x et y, la dépense journalière pour la main-d'œuvre et la dépense journalière pour les matières premières. (2×1pt= 2pts)
b) Résoudre graphiquement le système satisfaisant aux contraintes de l'artisan. (1+1+2pts=4pts)
c) Exprimer en fonction de x et y, le bénéfice journalier **g** réalisé, puis déterminer la production journalière pour laquelle **g** est maximal. (2×1pt= 2pts)

≪ ***En mathématiques, on ne comprrend pas les choses, on s'y habitue*** ≫

John Von Neumann

Cellule de Mathématiques Durée : 2 heures

Devoir surveillé n^0 1 du premier semestre

Présentation : 1pt

Exercice 1 : (8pts)

Soit le polynôme P tel que $P(x) = -2x^3 + x^2 + 8x - 4$.

1) Calculer $P(2)$. En déduire une factorisation de $P(x)$ par la méthode de Hörner. *(1pt+1,5pts)*
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ puis l'inéquation $P(x) \geq 0$ *(1,5pts+2pts)*
3) Déduire de la résolution de l'équation $P(x) = 0$, les solutions de l'équation :
   $-2(x+2)^3 + (x+2)^2 + 8(x+2) - 4 = 0$ *(2pts)*

Exercice 2 : (11pts)

3) Résoudre dans IR^3 : $\begin{cases} -2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 9 \\ 3x - y - 2z = -14 \end{cases}$ par la méthode du Pivot de Gauss. *(3pts)*

4) Une usine produit deux modèles de machines, l'une que l'on appellera modèle **A** exige **2kg** de matière première et de **30 heures** de fabrication et donne un bénéfice de **7€.** L'autre que l'on appellera **B** exige **4kg** de matière première et de **15 heures** de fabrication et donne un bénéfice de **6€.** On dispose de **200kg** de matière première et de **1200 heures** de travail.

On désigne par $\boldsymbol{x}$ le nombre de machines de modèle A à produire et par $\boldsymbol{y}$ le nombre de machines de modèle B à produire.

a) Ecrire le système des contraintes. *(3pts)*
b) Quel est le gain à réaliser si l'usine vend 20 machines de modèle A et 15 machines de modèle B ? *(1pt)*
c) Peut-on vendre 30 machines de modèle A et 30 machines du modèle B ? Pourquoi ? *(1pt+1pt)*
d) Résoudre graphiquement le système trouvé dans la question a). *(2pts)*

« Il ne suffit pas d'avoir de bons outils, encore faut-il savoir s'en servir !!! »

Bonne chance

IA SAINT-LOUIS **ANNEE SCOLAIRE : 2017/2018**

LYCEE DE CAS CAS **Classe : 1re L2B / Durée : 2H** **M. FALL**

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES DU 1er SEMESTRE

Présentation **(1pt)**

Questions de Cours : Vrai ou faux **(04pts)**

Soit le trinôme $ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ et Δ son discriminant.

1) Si $\Delta < 0$, alors le trinôme n'admet pas de signe.
2) Si $\Delta > 0$, alors le trinôme est du signe de a à l'intérieur des racines et du signe de $-a$ à l'extérieur des racines.
3) Si $\Delta = 0$, alors le trinôme est du signe de de a partout.
4) La forme canonique du trinôme $ax^2 + bx + c$ est $a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$.

Exercice 1 : (05pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$; b) $2x^2 - x - \frac{1}{8} > 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ xy = \frac{1}{6} \end{cases}$

Exercice 2 : (10pts)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$: $\begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ x + 2y + z = 1 \\ 3x - 4y + 2z = 11 \end{cases}$ par la méthode du pivot de Gauss.
2) Une usine produit deux modèles de machines, l'une que l'on appellera modèle **A** exige **2kg** de matière première et de **30 heures** de fabrication et donne un bénéfice de **7€.** L'autre que l'on appellera **B** exige **4kg** de matière première et de **15 heures** de fabrication et donne un bénéfice de **6€.** On dispose de **200kg** de matière première et de **1200 heures** de travail.
   On désigne par $\boldsymbol{x}$ le nombre de machines de modèle A à produire et par $\boldsymbol{y}$ le nombre de machines de modèle B à produire.
   e) Ecrire le système des contraintes.
   f) Quel est le gain à réaliser si l'usine vend 20 machines de modèle A et 15 machines de modèle B ?
   g) Peut-on vendre 30 machines de modèle A et 30 machines du modèle B ? Pourquoi ?
   h) Résoudre graphiquement le système trouvé dans la question a).

≪Ma cohabitation avec les mathématiques m'a laissé un amour fou pour les bonnes définitions, sans lesquelles il n'a que des à-peu-près≫ **Stendhal**, **Vie de Henry Brulard**

BONNE CHANCE

Lycée de Cas Cas **Classe : Première L**

Prof : M. FALL **Durée : 3H**

Composition de Mathématiques du 1er Semestre

Exercice 1 : (10pts)

I. Répondre par vrai ou faux. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre

V (pour vrai) ou F (pour faux). (**1 pt par réponse juste**)

1. Un polynôme est nul si tous ses coefficients sont nuls.
2. Le quotient de deux polynômes est aussi un polynôme.
3. $f(x) = x^2(-x+3) + 2x^4$ est un polynôme.
4. Le polynôme nul n'a pas de degré.

II. Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée. (**1 pt par réponse juste**)

1. L'ensemble solution du système d'équations $\begin{cases} 2x+3y-5z=4 \\ x+y-z=1 \\ -3x-4y+z=-5 \end{cases}$ est :
   A. $S = \{(2;\ -1;\ 0)\}$ **B.** $S = \{(0;\ -1;\ 2)\}$ **C.** $S = \{(-1;\ 2;\ 0)\}$
2. Le degré du polynôme g défini par : $g(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$ est :
   A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2
3. Si f est un polynôme de degré 3 et g un polynôme de degré 2 alors le degré du polynôme $f \times g$ est de :
   A. 6 **B.** 5 **C.** 1
4. Si l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux racines x_1 et x_2 alors la forme factorisée du trinôme $ax^2 + bx + c$ est :
   A. $(x - x_1)(x - x_2)$ **B.** $a(x - x_1)(x - x_2)$ **C.** $a(x + x_1)(x + x_2)$
5. L'ensemble des solutions de l'équation $x^2 = 1$ est :
   A. $S = \{1\}$ B. $S = \{-1\}$ C. $S = \{1;\ -1\}$
6. L'ensemble des solutions l'équation $x^2 + 1 \geq 0$ est :
   A. $\mathbb{R}$ **B.** $\emptyset$ **C.** $[-1; 1]$

Exercice 2 : (10pts)

On considère le polynôme P défini par $P(x) = -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2$

6. Montrer que 1 et -1 sont des racines du polynôme P. (1pt+1pt)
7. En déduire une factorisation complète de P(x). (2pts)
8. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$ (1pt)
9. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) \geq 0$ et $P(x) < 0$ (1,5+1,5pts)
10. Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = -2$ (2pts)

« IL NE SUFFIT PAS D'AVOIR DE BONS OUTILS, ENCORE FAUT-IL SAVOIR S'EN SERVIR »

Fiche d'exercices sur LIMITE – CONTINUITE – DERIVATION

Exercice 1 : Limites

1) Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de la fonction f en x_0.
   a) $f(x) = -4x^2 + x$; $x_0 = -1$. c) $f(x) = \frac{3x}{x+1}$; $x_0 = 1$
   b) $f(x) = x^2 - 3$; $x_0 = 2$. d) $f(x) = \frac{2x-5}{4x+1}$; $x_0 = 0$
2) Calculer les limites suivantes :
   a) $\lim_{x\to+\infty} x^2 + \sqrt{x}$; b) $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^3} - 7$; c) $\lim_{x\to-\infty} -2x^3$; d) $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x}$; e) $\lim_{x\to0} \sqrt{x}$; f) $\lim_{x\to+\infty} x^2$; g) $\lim_{x\to-\infty} x^2$

Exercice 2 : Formes indéterminées

Calculer :

a) $\lim_{x\to+\infty} -x^3 + 2x + 4$; b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^2+2x+3}{2x^2-x+5}$; c) $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^3-3x^2+1}{x^2-x-2}$; d) $\lim_{x\to1} \frac{x^3-2x^2+4x-3}{x^2-x}$; e) $\lim_{x\to1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

Exercice 3 : Continuité

Soit $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$.

1) f est-elle continue en 1 ; -1 ?

2) Montrer que f admet une limite finie en -1.

NB : On conclut que f est prolongeable par continuité en -1.

Exercice 4 : Dérivation

1) Dans chacun des cas suivants, calculer en utilisant la définition, le nombre dérivé de la fonction f en x_0.
   a) $f(x) = -x^2 + 4x$; $x_0 = 1$ b) $f(x) = \frac{x-3}{x}$; $x_0 = -1$
2) Déterminer $f'(x)$ dérivée de f puis l'ensemble des nombres réels où f est dérivable.
   a) $f(x) = 4x^2 + 8x - 5$; b) $f(x) = -x^3 + 3x - 1$; c) $f(x) = x^3 - 3x$; d) $f(x) = \frac{3-2x}{x-2}$; e) $f(x) = \frac{2x+1}{x-5}$; f) $f(x) = -1 + \frac{2}{x-3}$.

Exercice 5 : Etude de fonctions

Soit $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan.

1) Déterminer Df puis calculer les bornes aux bornes de Df. Préciser une éventuelle asymptote à $(\mathcal{C})$.
2) Calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
3) a- En déduire le sens de variation de f.
   b- Dresser le tableau de variation de f.
4) Trouver trois réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.
   En déduire que la droite (Δ): $y = x - 1$ est asymptote oblique à $(\mathcal{C})$.
5) Tracer (Δ) et $(\mathcal{C})$ dans le même repère.

« *En mathématiques, on ne comprrend pas les choses, on s'y habitue* »
John Von Neumann

Devoir de Mathématiques N^0 1 du second semestre

Présentation (1pt)

Exercice 1 : Questions de cours **(3pts)**

1) Donner une définition d'un polynôme. **(1pt)**
2) Donner la définition d'une fonction paire et d'une fonction impaire. **(1pt)**
3) Définir le domaine de définition d'une fonction numérique f. **(1pt)**

Exercice 2 : (5pts)

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions numériques suivantes :

1) $f(x) = x^3 - 3x + 4$ **(1pt)**
2) $f(x) = \frac{2x-3}{4x^2+7}$ **(1pt)**
3) $f(x) = \sqrt{2x-3}$ **(1pt)**
4) $f(x) = \frac{x+2}{x^3-x}$ **(1pt)**
5) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+6}$ **(1pt)**

Exercice 3 : (6pts)

Pour chacune des fonctions f ; déterminer l'ensemble de définition ; étudier la parité et conclure pour la représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

1) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+x}$ **(1,5pts)**
2) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ **(1,5pts)**
3) $f(x) = -x^3 + \frac{1}{x}$ **(1,5pts)**
4) $f(x) = \frac{x^2+x}{1-x^2}$ **(1,5pts)**

Exercice 4 : (5pts)

1) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x^2-x+1}$

Montrer que la droite (D) d'équation : $x = \frac{1}{2}$ est axe de symétrie de la courbe de f. **(2pts)**

2) Soit $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{x+1}$.
Montrer que le point $I(-1;\ -5)$ est centre de symétrie de la courbe de f. **(3pts)**

‹‹ Il ne suffit pas d'avoir de bons outils, encore faut-il savoir s'en servir !!! ››

Bonne chance