IA : FATICK ANNEE SCOLAIRE 2020-2021

DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUES 1ER SEMESTRE

LYCEE DE DIARRERE DUREE 3H CLASSE : 1RE S2

Exercice 1 (3 pts)

1- Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec a un réel non nul. Compléter les pointillés :

a- Son discriminant $\Delta = \cdots$; **0,25**

b- Sa forme canonique est donnée par : $f(x) = a[\dots\dots\dots\dots]$; **0,25**

2- On suppose que le trinôme f a un discriminant $\Delta > 0$ et soient x_1 et x_2 ses racines.

a- Exprimer le produit $P = x_1 \times x_2$ et la somme $S = x_1 + x_2$ en fonction de a, b et c ; **1**

3- **Application** : on donne le trinôme $f(x) = 2x^2 - \left(2\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)x + \sqrt{6}$.

a- Montrer que $f(x)$ admet deux racines distinctes x_1 et x_2 ; **0,5**

b- Calculer le produit P et la somme S de ses racines ; **2x0,25**

c- On suppose que $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, calculer la racine x_2. **0,5**

Exercice 2 (5 pts)

1- On donne $g_m(x) = (m+1)x^2 + 2(m-3)x + m + 3$ où m est un paramètre réel.

a- Déterminer les valeurs de m pour que $g_m(x) = 0$ soit du second degré ; **0,25**

2- On suppose que $m \neq -1$.

a- Discuter suivant les valeurs de m l'existence des solutions de $g_m(x) = 0$; **1**

b- Déterminer suivant les valeurs de m le signe de $(m+1) \times g_m(2)$; **1,25**

c- Déterminer suivant les valeurs de m le signe de $\frac{S}{2} - 2$; **1,25**

d- En déduire la position de 2 par rapport aux racines de $g_m(x) = 0$; **1,25**

Exercice 3 (8 pts)

1- On donne : $x^2 - x + \sqrt{x^2 - x + 3} = 9$ (1) et $\sqrt{x^2 - x - 2} = |3x - 4|$ (2).

a- Définir l'équation (1) ; **0,5**

b- En posant $y = \sqrt{x^2 - x + 3}$, montrer que $(1) \Leftrightarrow y^2 + y - 12 = 0$ (3) ; **1**

c- Résoudre l'équation (3) puis déduire les solutions de l'équation (1) ; **1+1**

d- Résoudre l'équation (2). **1**

2- On donne : $\sqrt{x^2 + 6x + 6} > |2x + 1|$ et $\sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2}(x - 1) \leq 0$.

a- Résoudre les inéquations ci-dessus. **2+1,5**

Exercice 4 (4 pts)

1- On donne le système suivant : $(\Sigma) : \begin{cases} x - 2y + \boldsymbol{\gamma} z = 10 \\ 2x + y + \boldsymbol{\alpha} z = -5 \\ x + 2y + \boldsymbol{\alpha} z = \boldsymbol{\beta} \end{cases}$ où $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\gamma}$ sont des réels.

a- Déterminer $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ et $\boldsymbol{\gamma}$ pour que le triplet $(-1; 2; -5)$ soit solution du système (Σ) ; **0,5**

b- Résoudre par la méthode du pivot de GAUSS le système $(\Sigma) : \begin{cases} x - 2y - 3z = 10 \\ 2x + y + z = -5 \\ x + 2y + z = -2 \end{cases}$; **2**

c- En déduire les solutions du système : $\begin{cases} \frac{1}{2(x-1)} - y^2 - \frac{3}{2}z = 5 \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2}y^2 + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}z \\ -\frac{1}{x-1} - 2y^2 - z - 2 = 0 \end{cases}$. **1,5**