Fomesoutra.com
ça soutra!

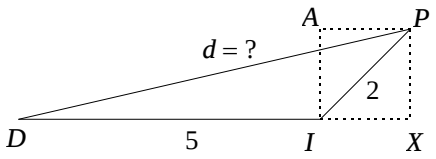
DEVOIR-MAISON N°10

Un promeneur marcha 5 km en direction de l'Est puis 2 km en direction du Nord-Est. Surpris par le mauvais temps il retourna directement à son point de départ en courant pendant 30 minutes.

À quelle vitesse a-t-il couru ?

DEVOIR-MAISON N°10 : CORRIGÉ

Notons *D* le point de départ du promeneur. Il marche 5 km vers l'Est jusqu'au point intermédiaire *I*. Là, il marche encore 2 km en direction du Nord-Est jusqu'au point *P* où il se met à pleuvoir. Illustrons :



Si nous arrivons à calculer la distance $d = DP$, nous en déduirons la vitesse du promeneur sur le segment [*DP*].

SOLUTION 1 : utilisation de la formule d'Al-Kashi :

Dans le triangle *DIP*, on a : $\hat{I} = \dfrac{3\pi}{4}$. Retrouvons la formule d'Al-Kashi relativement au côté *DP* :

$$DP^2 = (\vec{DI} + \vec{IP})^2 = (\vec{IP} - \vec{ID})^2 = IP^2 - 2\,\vec{IP}\cdot\vec{ID} + ID^2 = IP^2 + ID^2 - 2IP \times ID \times \cos(\vec{IP}, \vec{ID})$$

Application numérique : $DP^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \times 2 \times 5 \times \cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) = 4 + 25 - 20\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 29 + 10\sqrt{2}$.

SOLUTION 2 : type "collège"

Considérons le carré *PAIX* ayant pour diagonale le segment [*IP*].

Rappelons que dans un carré de côté *a*, la diagonale mesure $a\sqrt{2}$. Donc, ici, on a : $IP = IX\sqrt{2}$ d'où $IX = \sqrt{2}$.

D'autre part, $\widehat{DIP} = \dfrac{3\pi}{4}$ et $\widehat{XIP} = \dfrac{\pi}{4}$ (puisque *PAIX* est un carré) donc $\widehat{DIX} = \pi$.

Les points *D*, *I* et *X* sont donc alignés. Par conséquent, on a : $DX = DI + IX = 5 + \sqrt{2}$.

En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle *DXP* rectangle en *X*, on obtient :

$$DP^2 = DX^2 + XP^2 = (5 + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 25 + 10\sqrt{2} + 2 + 2 = 29 + 10\sqrt{2}$$

CONCLUSION : *DP* étant positif (puisque c'est une distance), on a : $DP = \sqrt{29 + 10\sqrt{2}}$ ($\simeq 6{,}57$)

Calculons maintenant la vitesse du coureur à l'aide de la relation : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{DP}{0{,}5} = 2\sqrt{29 + 10\sqrt{2}} \simeq 13{,}14$ km/h

Le promeneur a couru, au retour, à une vitesse de 13 km/h environ.