

FICHE DE TD DE MATHÉMATIQUES EN PREMIÈRE S

* - * - * - * [10-12-2024] - * - * - *

Exercice n° 1 :



Une équation du second degré a pour racines x' et x'' telle que :

$$\begin{cases} 3x'x'' - 2(x' + x'') = \frac{2m+3}{m+3} \\ \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} = \frac{5m}{4m+1} \end{cases} ; m \in \mathbb{R}$$

- ❶ Former cette équation que l'on note (E) .
- ❷ Étudier le signe des racines de l'équation (E) .
- ❸ Soit l'équation (E) défini à la première question :
 - (a) Pour quelle valeur de m , (E) se réduit-elle en une équation du premier degré.
 - (b) Pour quelle valeur de m , une racine est le double de l'autre racine.
 - (c) Pour quelle valeur de m , (E) admet deux racines de même signe.
 - (d) Pour quelle valeur de m , (E) admet deux racines de signe opposés.
 - (e) Pour quelle valeur de m , le carré de l'une des racines est l'opposé du carré de l'autre racine.
 - (f) Pour quelle valeur de m , (E) admet au moins une solution.
 - (g) Déterminer m pour que les racines x' et x'' soient symétriques par rapport à l'origine O de l'axe (ox) .
- ❹ Déterminer m pour que l'on ait : $(2x' - 4)(x'' - 2) = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$.
- ❺ Déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'inéquation :

$$(E) : (m+3)x^2 - 5mx + 4m - 1 < 0$$

Exercice n° 2 :



Soient ABC un triangle dans le plan $(\mathcal{C})$ et $G = \text{bary}\{(A, -1); (B, 3); (C, 2)\}$. On considère :

$$E = \text{bary}\{(A, -1); (B, 3)\}; F = \text{bary}\{(A, -1); (C, 2)\} \text{ et } K = \text{bary}\{(B, 3); (C, 2)\}.$$

- ❶ (a) Vérifier que : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.
 (b) Construire les points E ; F et K .
 (c) Tracer dans la figure précédente les droites (CE) , (BF) et (AK) .
- ❷ (a) Montrer que G est le milieu du segment $[CE]$.
 (b) Montrer que (CE) , (BF) et (AK) sont concourantes en G .
- ❸ (a) Déterminer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
 (b) Montrer que $A = \text{bary}\{(G, 4); (B, -3); (C, -2)\}$.
- ❹ (a) Vérifier que : $\forall M \in (\mathcal{P}) : -\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MG}$.
 (b) Déterminer l'ensemble des points M du plan $(\mathcal{P})$ tel que :

$$\| -\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \| = 4\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC}\|.$$

"La meilleur façon d'échouer c'est d'abandonner..."