	LYCEE SCIENTIFIQUE AUGUSTE LE GRAND	EXAMEN BLANC Février 2025	A/S : 2024-2025 Durée : 4H Coef : 3
	« Osons l'excellence »	MATHEMATIQUES	Classe : Première D ₄

Exercice 1

Cette année, Mr ANYIGBANYO, agriculteur, envisage d'exploiter une parcelle de forme trapézoïdale dont les sommets sont les points images des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation (E) : $\cos^2 x + \frac{(\sqrt{2}-1)}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$ pour la culture maraîchère. (On prendra 100 m pour une unité). Un mètre carré de semence coûte 3425 F CFA. Par ailleurs, afin de remédier au problème d'irrigation durant la saison sèche, il envisage de faire creuser un puits à l'extérieur de sa parcelle, entre sa maison, située en un point E et une extrémité F du terrain. Les bords du puits sont le lieu des points du plan tels que $ME^2 + MF^2 = 54$ avec $EF = 10m$. Le technicien consulté pour creuser le puits lui propose un tarif de 8000 F CFA par mètre cube (m^3) de terre excavée, tout le rassurant qu'il atteindra l'eau à une profondeur de 20 mètres. Cependant une fois les travaux entamés, son ami Ferdinand, ingénieur, lui rend visite et constate que l'emplacement est instable en raison d'une nappe phréatique trop profonde. Il devient alors nécessaire de déplacer le puits vers un autre site plus approprié et de l'agrandir, tout en garantissant l'accès à l'eau à 20 mètre de profondeur. Après investigation, Ferdinand lui suggère que le nouveau puits à creuser sera donc l'image du précédent par la composée de deux homothéties de même centre $K(4; -2)$ milieu de deux points A et B du terrain tels que l'expression analytique de h est :

$$\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x + 6 \\ y' = -\frac{1}{2}y - 3 \end{cases} \text{ et } h \text{ définit par : } h : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P} ; M \mapsto M' / \overrightarrow{MM'} = 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}). \text{ Mr ANYIGBANYO}$$

, ayant des connaissances limitées en trigonométrie et en application du plan, sollicite votre aide pour déterminer le montant à prévoir pour son projet.

Consigne 1 : Combien doit prévoir Mr ANYIGBANYO pour sa culture ?

Consigne 2 : Combien doit-il prévoir pour creuser son puits ?

Consigne 1	Pertinence 1,5 pt	Correction 1,25 pt	Cohérence 1 pt	Perfectionnement
Consigne 2	Pertinence 1,5 pt	Correction 1,25 pt	Cohérence 1 pt	0,5 pt

Exercice 2

I. Choisi la bonne réponse sans recopier les questions (3 points)

- Soit $x \in \mathbb{R}$, tel que $\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ alors la valeurs de $\cos 2x$ est :
 a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- L'expression analytique d'une homothétie de centre $I(a; b)$ est de la forme :
 a) $\begin{cases} x' = kx + a(1+k) \\ y' = ky + b(1+k) \end{cases}$ b) $\begin{cases} x' = kx - a(1+k) \\ y' = ky - b(1+k) \end{cases}$ c) $\begin{cases} x' = kx + a(1-k) \\ y' = ky + b(1-k) \end{cases}$ d) $\begin{cases} x' = kx + a(1-k) \\ y' = ky - b(1+k) \end{cases}$
- Le plan est muni d'un repère orthonormé, la courbe de la fonction : $x \mapsto \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}$ admet pour centre de symétrie : a) O(0 ; 0) b) B(2 ; 0) c) C(-2 ; 0) d) D(0 ; 2)
- L'homothétie de rapport $k = -1$ est une :
 a) Translation b) une symétrie centrale c) une rotation d) une symétrie axiale.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \dots\dots$

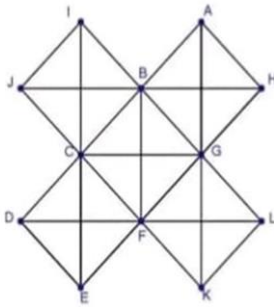
a. 0

b. $-\frac{1}{2}$

c. $\frac{1}{2}$

d. $\frac{1}{4}$

II. La figure ci-dessous est composée de 5 carrés : AHGB, BGFC, IBCJ, CFED et GLKF on considère les transformations suivantes $r_1 = r(G; -\frac{\pi}{2})$; $r_2 = r(G; \frac{\pi}{2})$, t_1 la translation de vecteur \overrightarrow{DF} et t_2 la translation de vecteur \overrightarrow{BJ} . Relie chaque élément du tableau A à un élément du tableau B correspondant (0,25 pt \times 6)



$r_1(L)$
$r_2(L)$
$r_1 \circ r_2(L)$
$r_2 \circ r_1(L)$
$t_2(B)$
$t_1 \circ t_2(G)$

Tableau A

B
H
F
L
G
J

Tableau B

III. Recopie les numéros et complète.

On dit qu'une fonction f est paire sur D_f si $\forall x \in D_f -x \in D_f$ et ...a.... Par conséquent sa représentation graphique est symétrique par rapport à ...b... Une fonction f est impaire sur D_f si $\forall x \in D_f -x \in D_f$ etc.... Par conséquent sa représentation graphique est symétrique par rapport àd..... La droite $(D) : x=a$ est axe de symétrie à (C_f) courbe représentative de la fonction f si $\forall x \in D_f, 2a-x \in D_f$ ete..... Et le point $I(a; b)$ est centre de symétrie à (C_f) courbe représentative de la fonction f si $\forall x \in D_f, a-x \in D_f, a+x \in D_f$ etf...

Exercice 3

A. On donne la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2+4x-5}{3-x}$ Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition.

- B. 1. Résous dans \mathbb{R} l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$
 2. Déterminer deux nombres r et φ tels que pour réels x on ait : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = r\cos(x - \varphi)$
 3. Utilise les résultats des questions précédentes pour résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation (E) : $(2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x - 3) \cdot (\sqrt{3}\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$.

C. Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A tels que $AC = a$ où a est un réel strictement positif. Soit m un paramètre réel .

1. Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que le système $\{(A, 2); (B, -1); (C, m)\}$ Admette un barycentre G_m .
 2. En justifiant, construire G_0 et G_1 puis vérifier que $G_0G_1 = a\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 3. Déterminer puis construire l'ensemble des points M du plan tels que $2MA^2 - MB^2 + MC^2 = 4a^2$.