



DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N° ...

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

Durée : 2H

Niveau : 1^{ière} D

Coefficient : 04

CE : MATHS

EXERCICE 1

03 points

Pour chacune des lignes du tableau une seule affirmation est juste. Écris sur ta copie le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation qui est juste.

N°	Affirmations	Réponse proposée
①.	Les solutions dans $[0 ; 2\pi[$ de l'équation $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sont...	A $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{5\pi}{4}$
		B $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = -\frac{\pi}{4}$
		C $x = \frac{\pi}{4}$ et $x = \frac{3\pi}{4}$
②.	La valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ est égal à	A $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{4}$
		B $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}$
		C $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}$
③.	La valeur exacte de $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ est égal à	A $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{4}$
		B $\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{4}$
		C $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$
④.	Les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $2\cos^2(x) - \cos(x) - 1 = 0$ sont...	A $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
		B $x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
		C $x = \frac{3\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{3\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
⑤.	L'ensemble S des solutions de l'équation $\sin(x) = -\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ sur \mathbb{R} est...	A $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
		B $S = \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
		C $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + 2k\pi ; -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

EXERCICE 2

03 points

Pour chacune des affirmations, recopie sur ta feuille de copie le numéro des affirmations ci-dessous et fait suivre par Vrai si l'affirmation est vraie et par Faux si elle fausse.

N°	Affirmations
①.	Si α est la mesure principale d'un angle orienté x , alors $\sin x = \sin \alpha$
②.	Pour tout réel k , les équations du type $\cos x = k$ et $\sin x = k$ admettent des solutions.
③.	A , et C étant trois points du plan, si $\text{mes}(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{4}$ alors $\text{mes}(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{3\pi}{4}$
④.	L'expression $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ est égal à $-\sin x$
⑤.	L'expression $\cos(\alpha - \beta)$ est égale à $\cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$.
⑥.	L'équation $\cos x = \alpha$ ou $\sin x = \alpha$ admet des solutions que si : $-1 \leq \alpha \leq 1$.

EXERCICE 3

04 points

On se propose de résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'inéquation (I): $\tan^2(x) - (1 - \sqrt{3}) \tan(x) + \sqrt{3} \leq 0$

①. a) Calcule $(1 - \sqrt{3})^2$ puis résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $y^2 - (1 - \sqrt{3})y + \sqrt{3} = 0$

b) Résous dans l'intervalle $[0 ; \pi]$ l'équation : (E): $\tan^2(x) - (1 - \sqrt{3}) \tan(x) + \sqrt{3} = 0$.

②. Déduis-en la résolution dans l'intervalle $[0 ; \pi]$ de l'inéquation (I).

EXERCICE 4

05 points

a et b sont des nombres réels non nuls. On donne: $r(x) = a \cos x + b \sin x$.

①- a) Recopie et complète: $r(x) = \sqrt{a^2 + b^2}(\dots \cos x + \dots \sin x)$.

b) En posant que: $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, démontre que:

$$r(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \alpha).$$

c) Sachant que: $a = 3$ et $b = -\sqrt{3}$, démontre que: $r(x) = 2\sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

②- Résous dans \mathbb{R} les équations suivantes: $\cos(x) = -\frac{1}{2}$; $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

EXERCICE 5

05 points

Un élève de première D fait une balade au bord de la mer avec un de ses oncles qui astrophysicien. À l'aide de son télescope, l'élève a découvert un astre qu'il a du mal à bien voir à cause de la position d'autres astres. Pour atteindre son objectif, il décide donc de déterminer l'angle que doit former son appareil avec le sol. Il soumet sa requête à son oncle. Celui-ci, après ses recherches et voulant mettre aussi son neveu à contribution, lui donne simplement les informations suivantes et lui demande de trouver la mesure de l'angle lui-même sans utiliser une calculatrice scientifique.

❖ $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

❖ L'angle que doit former ton appareil avec le sol est l'angle α tel que : $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$
avec $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de cet élève de première D.