

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N°3

ANNEE SCOLAIRE : 2023-2024
NIVEAU : 1ERE D
DUREE : 02heures

EXERCICE 1 (2 Points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si elle est fausse.

- Si une fonction f est strictement croissante sur \mathbb{R} alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ donc la droite d'équation $y=0$ est une asymptote horizontale à (C) en $+\infty$
- On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - \sqrt{x} + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4$ car la fonction f telle que $f(x) = x^4 - \sqrt{x} + 2$ est une fonction polynôme
- $\lim_{x \rightarrow -7} g(x) = -\infty$ donc la droite d'équation $x=7$ est une asymptote verticale à la courbe (C)

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des lignes du tableau ci-dessous, une seule des trois réponses est exacte. Ecris le numéro de la ligne et la lettre correspondante à la bonne réponse.

N°	AFFIRMATIONS	REponses		
		A	B	C
1	La fonction dérivée f' d'une fonction f est donnée sur \mathbb{R} par $f'(x) = 3x^2 + 1$. La fonction est	Décroissante sur \mathbb{R}	Croissante sur \mathbb{R}	Constante sur \mathbb{R}
2	Si $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x - 3} = 1$ alors la fonction g est dérivable	-3	1	3
3	Soit P et q deux entiers naturels non nuls tels que $P \leq q$. On a C_q^P	$\frac{q!}{P!}$	$\frac{q!}{(q-P)!}$	$\frac{q!}{(q-P)!P!}$
4	Soit $h(x) = 2x^2 - 5x + 1$. On donne $h(-1) = 8$ et $h'(-1) = -9$ l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse -1 est égale à	$y = 9x - 1$	$y = 9x + 1$	$y = 9x + 8$

EXERCICE 3 (2 points)

Une urne contient 5 boules rouges, 4 boules noires et 3 boules vertes indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules de cette urne.

1. Détermine le nombre de tirages possibles
2. Détermine le nombre de tirages contenant trois boules de même couleur
3. Détermine le nombre de tirages contenant trois boules de couleurs différentes
4. Détermine le nombre de tirages contenant au moins une boule verte
5. Détermine le nombre de tirages contenant exactement deux boules noires.

EXERCICE 4 (7 points)

On considère la fonction rationnelle f définie par $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$.

On note (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

1.
 - a) Détermine l'ensemble de définition Df de f
 - b) Calcule la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$
 - c) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f'(x)$ puis interprète graphiquement les résultats
2. Détermine les réels $a; b$ et c tels que pour tout x appartenant à Df ; $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$
3. On suppose que f est dérivable pour tout $x \in Df$
 - a) Justifie que, $\forall x \in Df, f'(x) = \frac{x(x - 4)}{(x - 2)^2}$
 - b) Détermine le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x
 - c) Dédus-en le sens de variation de f
 - d) Dresse le tableau de variation de f

EXERCICE 5 (5 points)

Un biologiste a fait une étude sur l'évolution des animaux dans une région. Il a établi que le nombre d'animaux en millier est donné par la fonction f définie par :

$f(t) = \frac{-2}{3}t^3 + 34t^2 - 240t$ où t est le nombre d'années écoulées depuis l'an 2005 avec $t \geq 5$. Un élève d'une classe de 1^{ère} D donne les informations ci-dessus à ses camarades de classe après les avoir lues dans un journal.

Sa voisine de classe, Marthe affirme qu'il est donc possible de déterminer l'année où le nombre d'animaux sera le plus élevé. Certains élèves ne sont pas de cet avis. Une discussion s'ensuit.

Etant élève de 1^{ère} D, tu décides de les départager.

En utilisant tes connaissances mathématiques, donne l'année où le nombre d'animaux sera le plus élevé.