LYCÉE DE SAPAGA
Prof : M.TIORO
Classe : $1^{ère}$ D

Année-Scolaire :2024-2025
Date : /12/2024
Durée : 3h 30
Coef :05

COMPOSITION DU PREMIER TRIMESTRE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

(Calculatrices non autorisées)

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES.

EXERCICE 1 (3,5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de la ligne puis **V** si l'affirmation est vraie ou **F** si l'affirmation est fausse .

N°	Affirmations	V ou F
1	Soit la fonction $f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$. On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$	
2	Si $\lim\limits_{x \to -7} f(x) = +\infty$ alors la droite d'équation $x = -7$ est une asymptote horizontale à la courbe (C_f)	
3	$\lim\limits_{x \to -1} (3x^2 + 2x - 8) = \lim\limits_{x \to -1} (3x^2)$	
4	$\lim\limits_{x \to 8^-} \left(\frac{1}{(x-8)^4}\right) = -\infty$	**F**
5	La dérivée de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ est $\frac{-1}{(2x+3)^2}$	
6	u et v sont deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I. On a : la dérivée $\left(\frac{u}{v}\right)'$ est égal à : $\frac{u'v-v'u}{u^2}$.	
7	Soit f et g deux fonctions numériques. Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -3$, alors $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) \times g(x)] = -\infty$	

EXERCICE 2 (08 Points)

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + 5}{x + 2}$.

On note (Cf) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ et interpréter géométriquement ces résultats.
4. (a) Écrire f sous la forme $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x - 2}$ où a, b, c sont des nombres réels non nuls.
   (b) Démontrer que la droite $(D) : y = 2x - 7$ est une asymptote oblique à (Cf) en $-\infty$ et $+\infty$.
   (c) Étudier les positions relatives de (Cf) et (D) sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
5. (a) Démontrer que $\forall x \in D_f$, la dérivée de f est : $f'(x) = \dfrac{2x^2 + 8x - 11}{(x + 2)^2}$.
   (b) En déduire le sens de variation de f.
   (c) Dresser le tableau de variation de f.
6. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (Cf) au point d'abscisse 1.

.

EXERCICE 3 (3,5 Points)

1. On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$
   (a) Déterminer D_g l'ensemble de définition de g.
   (b) Calculer $\lim\limits_{x \to 3} g(x)$.
   (c) Déterminer la dérivée g' de g
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + 2$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, I; J)$. Détermier les réels a et b tel que :
   - f admette un extremum en -1.
   - Le point $A(1; 2) \in (C_f)$

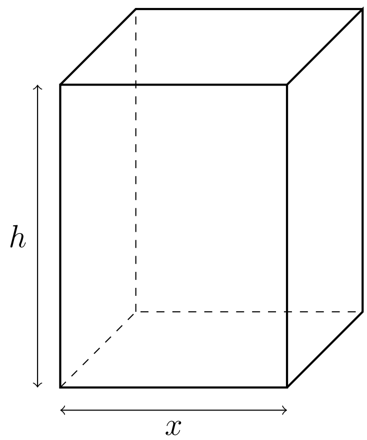
.

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES.

SITUATION (5 pts)

Monsieur KABORE est un menuisier. Il veut confectionner une caisse en bois semblable à un pavé droit tel que représenté sur la figure ci-contre.
Cette caisse doit avoir les caractéristiques suivantes :
- Son volume est égal à 8 m^3 ;
- Sa base est un carré.

Monsieur KABORE se demande quelles dimensions doivent avoir la base et la hauteur de cette caisse afin d'utiliser le moins de bois possible pour minimiser les dépenses. Ne sachant pas comment effectuer ses calculs, il te sollicite.
En utilisant tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation de Monsieur KABORE dans une production écrite.



En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue.