

Lycée de Wona

Année scolaire 2021-2022

Professeur : M KABRE

Durée : 3h

Classe : Première D

Date : 04-11-2021

Epreuve n°1 de Mathématiques

Questions indépendantes (5pts)

- 1) Montrer que $f: [0; +\infty[\rightarrow [0; 1[, x \mapsto \frac{x}{1+x}$ est bijective et déterminer sa bijection réciproque. **(1pt)**
- 2) Montrer que $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} , x \mapsto \frac{2x}{1+x^2}$ n'est ni injective ni surjective. **(1pt)**
- 3) Montrer que $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} , x \mapsto x + 1$ est injective. **(1pt)**
- 4) Montrer graphiquement que $k: \mathbb{R} \rightarrow [1; +\infty[, x \mapsto x^2 + 1$ est surjective. **(1pt)**
- 5) La relation $h: [1; +\infty[\rightarrow \mathbb{R} , x \mapsto \sqrt{x - 1}$ est-elle une application ? **(1pt)**

Exercice 1 (3pts)

Soient f et g les applications de \mathbb{N} vers \mathbb{N} définies par : $f(x) = 2x$ et $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } x \text{ est pair} \\ 0 & \text{si } x \text{ est impair} \end{cases}$

- a) Déterminer $f \circ g$ et $g \circ f$ et en déduire que $f \circ g \neq g \circ f$ **(1,5pts)**
- b) f et g Sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ? **(1,5pts)**

Exercice 2 (8pts)

I) On donne $f: [2; +\infty[\rightarrow [0; +\infty[, x \mapsto \sqrt{2x - 4}$

- 1) Démontrer que f est une bijection et déterminer f^{-1} . **(2pts)**
- 2) Construire la courbe de f^{-1} dans le plan muni d'un repère orthonormé. En déduire celle de f . **(1pts)**

II) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 8] ; x \mapsto x^2 + 4x + 3$

- 1) Justifier que f n'est pas une application bijective **(1pt)**
- 2) trouver un ensemble $I \subset \mathbb{R}$ tel que f soit une bijection de I sur $[-1; 8]$ **(1pt)**

III) On considère trois ensembles $A, B,$ et C et des application $f: A \rightarrow B , g: B \rightarrow C$.
Montrer que : a) $g \circ f$ injective $\Rightarrow f$ injective. b) $g \circ f$ surjective $\Rightarrow g$ surjective. **(3pts)**

Exercice 3 (4pts)

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = \frac{3-x}{x-2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition D de f . **(1pt)**
- 2) a) soit $y \in \mathbb{R}$, résoudre dans D $f(x) = y$. **(0,5pt)**
b) en déduire l'ensemble image $f(D)$. **(0,5pt)**
- 3) soit g l'application de D dans $f(D)$ qui, à tout élément x de D associe le réel $f(x)$. Démontrer que g est une bijection puis déterminer sa bijection réciproque. **(2pts)**.

Courage !