

Lycée de Wona

Année scolaire 2021-2022

Professeur : M KABRE

Durée : 3h

Classe : Première D

Date : 04-12-2021

**Epreuve n°2 de Mathématiques**

**Questions indépendantes (11pts)**

- 1) On considère le polynôme  $f(x) = 20x^3 - 5x^2 - 3x + 2$  admettant trois racines a,b,c  
.Sans calculer ses racines, déterminer  $S=a+b+c$ ,  $P=abc$ ,  $K = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ,  
 $T=(a+b+c)^2$ ,  $J=a^2+b^2+c^2$ ,  $Y = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$  (3pts)
- 2) Déterminer un polynôme de degré 3 tel que pour toute valeur de  $x$  on ait :  
 $P(x - 1) - P(x) = x^2$  (2pts)
- 3) On considère le polynôme  $p(x) = 2x^2 - 3x - 7$  ; ce polynôme possède deux racines a et b  
Sans calculer ces racines, déterminer les nombres  $S = a + b$  ;  $P = ab$  ;  $C = a^2 + b^2$   
et  $D = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ . (2pts)
- 4) Soit  $f(x) = 8x^3 - 4\sqrt{3}x^2 - 2x + \sqrt{3}$ , calculer  $f(\frac{1}{2})$  puis factoriser  $f$ . (2pts)
- 5) On considère le trinôme  $p(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ). Déterminer une condition portant  
sur les réels a ; b et c pour que  $p$  ait deux racines opposées (1pt)
- 6) Soit  $f(x) = -5x^3 + 7x^2 - 3x + 18$  Calculer  $f(2)$  et Factoriser  $f$  en utilisant la  
méthode de la division euclidienne (1pt)

**Exercice 1 (5pts)**

Soient  $f: \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ ,  $x \mapsto \frac{x-1}{1-2x}$  et  $g: \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}^*$ ,  $x \mapsto \frac{1}{2x+1}$

- 1) Démontrer que  $f$  et  $g$  sont des applications bijectives puis déterminer leurs bijections  
réciproques. (2pts)
- 2) Déterminer le domaine de définition de  $g \circ f$  et expliciter son expression .(1pt)
- 3) Démontrer que  $g \circ f$  est une application bijective et déterminer sa bijection réciproque. En  
déduire que  $f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$  (2pts)

**Exercice 2 (4pts)**

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $x^2 - 5x + 4 = 0$  (0,5pt)
- 2) On considère le polynôme  $p(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 1$ .  
a) Démontrer que pour tout réel  $x$  non nul, on a :  
$$p(x) = x^2 \left[ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5 \left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 \right]$$
 (0,5pt)  
b) Résoudre l'équation  $p(x) = 0$ . (1pt)
- 3) factoriser  $p(x)$  puis résoudre l'inéquation  $p(x) \geq 0$  (1,5pts)
- 4) déterminer le domaine de définition de la fonction rationnelle  $q(x) = \frac{5x+3}{p(x)}$  (0,5pt).

