Lycée de Wona	Année scolaire 2021-2022
Professeur : M KABRE	Durée : 3h30
Classe : Première D	Date : 03-02-2022

Epreuve n°3 de Mathématiques

Exercice 1 (5pts)

Soit a et b les réels suivants : a $= \cos\frac{\pi}{5}$ et b $= \sin\frac{\pi}{5}$ (On remarquera que $a^2 + b^2 = 1$)

1) Montrer que $\cos\frac{2\pi}{5} = 1 - 2b^2$; $\sin\frac{2\pi}{5} = 2ab$; $\sin\frac{3\pi}{5} = b(4a^2 - 1)$ **(1,5pts)**
2) a) Montrer que $\sin\frac{2\pi}{5} = \sin\frac{3\pi}{5}$ **(0,5pt)**
   (on pourra remarquez que $\frac{2\pi}{5} = \pi - \frac{3\pi}{5}$)

   b) En déduire que a est solution de l'équation (E) : $4x^2 - 2x - 1 = 0$ **(0,5pt)**

3) Résoudre l'équation (E) puis en déduire les valeurs exactes de :

   $\cos\frac{\pi}{5}$; $\sin\frac{\pi}{5}$; $\cos\frac{2\pi}{5}$; $\sin\frac{2\pi}{5}$ **(2,5pts)**

Exercice 2 (5,5pts)

1) Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$ un vecteur du plan,
   a) donner les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ unitaire , colinéaire et de même sens que $\vec{v}$. **(1pt)**
   b) Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ pour que la base $(\vec{w};\vec{u})$ soit une base orthonormée directe**.(0,5pt)**
   c) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{u'}$ pour que la base $(\vec{w};\overrightarrow{u'})$ soit une base orthonormée indirecte**.(0,5pt)**

2) Montrer que $2sin\frac{\pi}{7}\left(cos\frac{\pi}{7} + cos\frac{3\pi}{7} + cos\frac{5\pi}{7}\right) = sin\frac{6\pi}{7}$ puis en déduire que $cos\frac{\pi}{7} - cos\frac{2\pi}{7} + cos\frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}$ **(1pt)**

3) Résoudre dans $]-\pi;\pi[$ les équations suivantes : **(2,5pts)**
   $2cosx + 1 = 0$; $tanx = -1$; $2sin^2x - 5\sin x + 2 = 0$; $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = cos(x + \frac{\pi}{4})$;
   $cos2x + \sqrt{3}sin2x + 1 = 0$

Exercice 3 (4,5pts)

1) Soient les systèmes suivants :

$$S_1:\begin{cases} x - 5y - 7z = 3\ (L_1) \\ 5x + 3y + z = 3\ (L_2) \\ 3x + y - 2z = -1\ (L_3)\end{cases} \qquad S_2:\begin{cases} x + y + z = 2\ (L1) \\ 4x + 2y + z = -3\ (L2) \\ 9x + 3y + z = -12\ (L3)\end{cases}$$

a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss le système S_1 **(1pt)**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode des combinaisons linéaires le système S_2 **(1pt)**

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt{2x-1}-\sqrt{x-4}=0$; $4+\sqrt{2x-2}<x$ **(1pt)**

3) Soit P le polynôme défini par : $P(x) = 3x^3 - 13x^2 + 13x - 3$

a) Montrer que si a est une racine de P alors $P(\frac{1}{a}) = 0$ **(0,5pt)**

b) Calculer P (3) puis factoriser le polynôme P. **(0,5pt)**

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$; $P(x) < 0$ **(0,5pt)**

Exercice 4 (5pts)

Soit $g: [2,5] \longrightarrow [-1,8], x \longmapsto x^2 - 4x + 3$

1) a°) Montrer que g est une application bijective puis déterminer sa bijection réciproque. **(2pts)**

b°) Construire (C_g) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère. **(1pt)**

2) Soient $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = \frac{1}{x-3}$ $et\ h(x) = x^2 - 3$ **(2pts)**

Déterminer $(go\,f)(x)$; $(ho\,f)(x)$; $(hogo\,f)(x)$ et $(goho\,f)(x)$

FIN