DEVOIR SURVEILLE N°1
DATE : 17 / 10 / 2025
Année – Scolaire : 2025 - 2026

NIVEAU : Première D
DUREE : 02 Heure
ENSEIGNANT : M. KABY

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (4 points)

Recopie et Complète en écrivant le numéro puis l'une des expressions du cours dans les phrases suivantes :

- Le polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c\ avec\ a \neq 0$ est un ……….①………..
- Si $P(x_1) = 0\ et\ P(x_2) = 0$, alors les réels $x_1\ et\ x_2$ sont les ………②.........de $P(x)$ et une forme factorisée de $P(x)$ est…….③………. .
- Le discriminant de P est ……..④……. Si $\Delta = 0$, alors $P(x)$ admet ……..⑤…….. et la forme factorisée de $P(x)$ est………⑥…..…. .
- Si $\Delta > 0$, la somme des racines de P est : $x_1 + x_2 =$……..⑦……. et le produit est : $x_1 \times x_2 =$……...⑧……..

EXERCICE 2 (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation fausse.

N°	Affirmations
1.	Si $a\ et\ b$ sont de signes contraires alors l'équation admet deux solutions distinctes.
2.	Soit le polynôme P défini par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et Δ son discriminant. Si $\Delta > 0$, alors le polynôme est du signe de a à l'intérieur des racines et du signe $-a$ à l'extérieur des racines.
3.	$(E): \sqrt{P(x)} = Q(x)$ a le même ensemble de solution que : $(\Sigma): \begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \geq 0 \\ P(x) = [Q(x)]^2 \end{cases}$
4.	Lorsqu'un polynôme admet une racine double, la solution est : $x_0 = \frac{b}{2a}$.

EXERCICE 3 (7 points)

①. Vérifie que : $-\frac{3}{2}$ est une racine de l'équation $(E) = -2x^2 - x + 3 = 0$.

②. En utilisant la somme S ou le produit P des racines, déduis-en l'autre solution de (E).

③. Soit $x\ et\ y$ deux réels. On pose : $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$.

a) Justifie que $x\ et\ y$ sont solutions de l'équation $(E) : X^2 - SX + P = 0$.

b) Détermine deux nombres réels $x\ et\ y$ dont la somme est 2 et le produit -3.

④. On cosidèrele tableau de signes d'un polynôme P du second degré.

On pose $P(x) = ax^2 + bx + c$, $\Delta = b^2 - 4ac$ et on donne $P(0) = -3$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

a) Détermine le signe de a et celui de Δ.

b) Détermine la forme factorisée de $P(x)$.

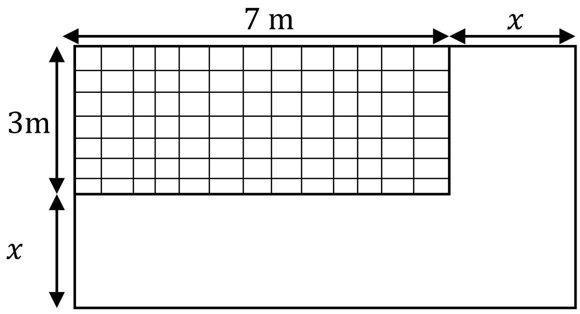
c) Résous l'inéquation $P(x) \leq 0$.

EXERCICE 4 (5 points)

Une coopérative scolaire, utilise un terrain rectangulaire dont la longueur et la largeur mesurent respectivement 7m et 3m pour produire des aubergines. Pour augmenter la production, le responsable de la coopérative informe que les côtés du terrain doivent être augmentés chacun d'une longueur identique comme l'indique la figure ci-dessous, pour avoir un terrain rectangulaire dont l'aire sera de 60 m^2.

Les élèves désirent connaitre le nombre de mètres à ajouter. Il te sollicite.

À l'aide d'une production argumenté base sur tes connaissances mathématiques, détermine cette longueur identique.



EXERCICE 1 (4 points)

①. Polynôme du second degré

②. Les racines (ou zéros, ou solutions) de $P(x)$

③. $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

④. $b^2 - 4ac$

⑤. Un zéro double (ou une solution double).

⑥. $P(x) = a(x - x_0)^2$

⑦. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

⑧. $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

$\mathbf{0,5}\ \boldsymbol{pt} \times \mathbf{8}$

EXERCICE 2 (4 points)

①. V ③. F

②. V ④. F

$\mathbf{1}\ \boldsymbol{pt} \times \mathbf{4}$

EXERCICE 3 (7 points)

①. Vérifions que : $-\frac{3}{2}$ est une racine de l'équation (E) : $-2x^2 - x + 3 = 0$.

Soit $P(x) = -2x^2 - x + 3$.

$P\left(-\frac{3}{2}\right) = -2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = -2 \times \frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 3 = -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 0$

$P\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$. Donc $-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ **est une racine de l'équation (E).** $(\mathbf{1\ pt})$

②. En utilisant la somme S ou le produit P des racines, déduisons l'autre solution de (E).

- Calculons la Somme des raciness.

On a : $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$. Soit $x_1 = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ **et** x_2 l'autre racine. $(\mathbf{0,25\ pt})$

$-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} + \boldsymbol{x_2} = -\frac{(-1)}{(-2)} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ d'où $\boldsymbol{x_2} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = \mathbf{1}$ donc $\boldsymbol{x_2} = \mathbf{1}.$

Alors l'autre solution de l'équation (E) est 1. $(\mathbf{0,25\ pt})$

③. Soit $x\ et\ y$ deux réels. On pose : $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}$.

a) Justifions que $x\ et\ y$ sont solutions de l'équation (E) : $X^2-SX+P=0$.

On sait que : $x+y=S\ \ et\ xy=P$.

On a : $X^2-SX+P=0$, posons $X=x$. On obtient $x^2-Sx+P=0$. $(\mathbf{0,25\ pt})$

Sachant que : $x+y=S\ \ et\ xy=P$, remplaçons S et P par leurs expressions dans l'équation (E).

$x^2-(x+y)x+xy=x^2-(x^2+xy)+xy=x^2-x^2-xy+xy=0$. $(\mathbf{0,25\ pt})$

$x\ et\ y$ vérifie de l'équation (E) : $X^2-SX+P=0$.

Donc $\boldsymbol{x\ et\ y}$ **sont solutions de l'équation** $(\boldsymbol{E})$ $\mathbf{0,75}\ \boldsymbol{pt}$

b) Déterminons deux nombres réels $x\ et\ y$ dont la somme est 2 et le produit -3.

Soit $S=2\ \ et\ P=-3$

On a : $S^2-4P=(2)^2-4(-3)=4+12=16$; $S^2-4P\geq 0$. $(\mathbf{0,25\ pt})$

Ces deux nombres existent et sont solutions de l'équation : $x^2-2x-3=0$.

$\Delta=16$, donc $x_1=\frac{2-4}{2}=-1\ \ et\ \ x_2=\frac{2+4}{2}=3$ $(\mathbf{0,25\ pt})$

Ces deux nombres sont : $\mathbf{-1}\ \boldsymbol{et}\ \mathbf{3}$. $(\mathbf{0,5\ pt})$

④. a) Déterminons le signe de a et celui de Δ.

D'après le tableau de signe le polynôme P est du **signe de** $\boldsymbol{a}$ à l'extérieur des racines et du **signe** $\boldsymbol{-a}$ à l'intérieur des racines. Donc $\boldsymbol{a}$ **est négatif cest-à-dire** $\boldsymbol{a<0}$.

De plus $\boldsymbol{P(x)}$ **admet deux racines donc** $\boldsymbol{\Delta>0}$. $\mathbf{1}\ \boldsymbol{pt}\times\mathbf{2}$

b) Déterminons la forme factorisée de $P(x)$.

❖ Calculons le coefficient a.

On sait que : $P(x)=a(x-1)(x-3)$ et $P(0)=-3$.

On a : $P(0)=-3 \Leftrightarrow\ a(0-1)(0-3)=-3$

$\Leftrightarrow\ 3a=-3$

$\Leftrightarrow\ a=-1$ $(\mathbf{0,25\ pt})$

❖ **Donc la forme factorisée est :** $\boldsymbol{P(x)=-(x-1)(x-3)}$ $(\mathbf{0,5\ pt})$

. c) Résous l'inéquation $P(x)\leq 0$.

D'après le tableau de signe, on $S_{\mathbb{R}}=]-\infty\,;1]\cup[3\,;\,+\infty[$ $(\mathbf{0,5\ pt})$

EXERCICE 4 **(5 points)**

Pour répondre à cette préoccupation, nous allons utiliser la notion d'Équations et Inéquations dans ℝ. Pour cela, nous allons :

- Déterminer l'équation de l'aire A du nouveau rectangle;
- Résoudre l'équation de l'aire obtenue du nouveau rectangle;
- Déterminer le nombre de mètre à ajouter;
- Conclure

- Déterminons l'équation de l'aire A du nouveau rectangle.

$A = 60 \Leftrightarrow (7+x)(3+x) = 60$

$A = 60 \Leftrightarrow 21 + 7x + 3x + x^2 = 60$

$\Leftrightarrow 21 + 10x + x^2 = 60$

$\Leftrightarrow 21 + 10x + x^2 - 60 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 39 = 0$

Donc l'équation de l'aire A du nouveau rectangle est : $\boldsymbol{x^2 + 10x - 39 = 0.}$

- Résolvons l'équation de l'aire obtenue du nouveau rectangle.

Soit $A(x) = \boldsymbol{x^2 + 10x - 39}$

On cherche deux nombres dont la Somme est 10 et le produit est -39.

Soit $S = 10 \quad et \quad P = -9$

On a : $S^2 - 4P = (10)^2 - 4(-39) = 100 + 156 = 256$; $S^2 - 4P \geq 0.$ $(\mathbf{0,25\ pt})$

Ces deux nombres existent et sont solutions de l'équation : $x^2 - 2x - 3 = 0$.

$\Delta = 256$, donc $x_1 = \frac{-10-16}{2} = -13 \quad et \quad x_2 = \frac{-10+16}{2} = 3$ $(\mathbf{0,25\ pt})$

Ces deux nombres sont : $\boldsymbol{-13\ et\ 3}$.

$-13 < 0$ donc c'est une solution impossible donc $x = 3$

- Conclusion: **Le nombre de mètre à ajouter est de 3 m.**

Grille d'évaluation

Critères	Indicateur de performance	Barême
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon - Déterminer l'équation de l'aire A du nouveau rectangle -Résolution d'équation -Présence de solution	**0, 75 points** 1 indic sur 4→ 0,25 2 indic sur 4→ 0,5 3 indic sur 4→ 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Résoudre l'éèquation de l'aire -Détermination des racines -Détermination du nombre de mètre à ajouter. -Justesse de l'argumentation	**1, 5 points** 1 indic sur 4→ 0,5 2 indic sur 4→ 1 3 indic sur 4→ 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche -La qualité des enchainements de la démarche	1 indic sur 3→ 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	1 indic sur 3→ 0,25 2 indic sur 3 → 0,5